Facultad de Ciencias

Departamento de Matemática

Obstáculos presentes en los libros respecto de la enseñanza de la función lineal y su gráfica en los niveles NB6, NM1 y NM2

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemática, Mención en Didáctica

Presentada por:

Paola Alejandra Tirapegui Oyarzo

Profesor Guía: Eduardo Carrasco

Valparaíso, 2010

A mis Padres y Hermano…

Por su apoyo y comprensión incondicional.

Los Amo.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, estamos inmersos en una sociedad cuya tendencia permanente está centralizada en la globalización económica y la proliferación del desarrollo científico tecnológico. Esto exige a los países elevar sus niveles de competitividad y confiabilidad respecto a los estudios que se realizan a un universo de sistemas; Es aquí donde la educación ha pasado a ser uno de los factores notablemente claves para incrementar la productividad y para el adecuado desarrollo de este complejo y cambiante contexto. Por lo tanto, las personas necesitan desarrollar sus capacidades en forma permanente orientada a un aprendizaje continuo dentro de la sociedad. Por lo que la educación está considerada como un factor central para la modernización de la sociedad.

El Gobierno de Chile ha invertido importantes recursos tecnológicos en la educación chilena; pero a pesar de la integración de herramientas tecnológicas dentro de las salas de clases, el libro de texto continúa predominando como material didáctico y sigue siendo la base fundamental para el desarrollo de la enseñanza aprendizaje de los alumnos.

El libro en si con finalidad pedagógica, surgió en Egipto. Este documento se conoce como el papiro de Rhin o de Ahmes, el cual en aquella época representó una guía de las matemáticas del Antiguo Egipto y ha sido una importante fuente para conocer los avances matemáticos de esta gran civilización. Dentro de la variedad de textos surgidos en el siglo XVII, se considera al *orbis pictus* de Comenius como el más relevante debido a que combinaba la imagen y la palabra con el fin de facilitar la lectura(Güemes, 1993/94). A pesar de lo anterior no fue hasta los finales del siglo XIX cuando el libro se convierte en el elemento básico para el sistema educativo.

Los libros de textos han sido considerados precursores para difundir el saber y la cultura, además de ser valorados como el principal instrumento didáctico en la práctica cotidiana al interior de las salas de clases.

Richaudeau (1981) (citado en Ríos, 2002) define el libro de texto como “un material impreso, estructurado, destinado a utilizarse en un determinado proceso de aprendizaje y formación". Por lo que los libros de textos son mediadores curriculares básicos que se están utilizando en nuestras escuelas.

Como afirma Martínez (1992) "el texto refleja, en las tareas que determina, una teoría curricular; por tanto, no solo es el soporte técnico de la información, es también *un modo de hacer* el curriculum".

El curriculum de la enseñanza de las matemáticas, en Chile, enfatiza aspectos formativos y funcionales del área de las matemáticas que son indisociables y complementarios, de lo cual el libro de texto es una difusión de estos contenidos matemáticos. La implementación y el uso del libro de texto en las clases de matemáticas se ha producido en forma general, desempeñando diferentes papeles tales como objeto de estudio, material de consulta, registros de las actividades del alumno, colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver (Gonzales & Sierra, 2 002).

Por su parte, la función lineal, es un tema importante dentro de la enseñanza de las matemáticas, ya que es el primer concepto de funcionalidad que los alumnos hacen frente en la enseñanza. Es por ello, que la mayoría de los alumnos tienen dificultades al graficar la función lineal, centrándose en un número discreto de puntos. Con esta tendencia las gráficas son un obstáculo no solamente para la distinción entre sistemas discretos y continuos, sino también el gráfico como objeto, es decir, como entidad conceptual.

Por ello éste trabajo se centrará en la función lineal, el cual, es un objeto cultural que ocupa un lugar primordial en el curriculum matemático de diversos niveles de la enseñanza. Además es un objeto matemático cuyas representaciones son diversas en la actividad matemática que integra el uso de graficas, tablas, lenguaje algebraico y enunciados en el lenguaje natural. Una de estas investigaciones, Janvier (1987), tiene como objetivo la articulación de las funciones en diversos registros de representación como la de visualizar la función lineal.

Esta investigación tiene un carácter cualitativo y se centra en caracterizar el tratamiento que se dá a la función lineal en los textos de enseñanza que entrega gratuitamente el Ministerio de Educación en Chile, con el fin de reconocer la actividad matemática que es propuesta a los estudiantes. Además este material de apoyo se encuentra en la mayoría de las aulas en Chile.

En particular este trabajo se desglosa en:

En el Capítulo 1, se presenta una descripción general del problema, evidenciando la situación actual del aprendizaje de los alumnos sobre la función lineal.

Además se plantean y describen los objetivos de esta investigación. Expresando la problemática de la visualización en los alumnos al graficar la función lineal y la asociación de ésta con la proporcionalidad directa, en conjunto con los libros de textos.

En el Capítulo 2, se describe el marco teórico a la luz del cual se desarrolló la presente investigación. Se explican los conceptos con los cuales este estudio describe los distintos fenómenos que cubren esta problemática, en torno a la grafica de la función lineal y la proporcionalidad directa.

En el desarrollo del Capítulo 3, se describe el tipo de metodología con la cual se desarrolló la presente investigación. Se explican, además algunos instrumentos con los cuales se elaboraron análisis de libros y su articulación.

En el Capítulo 4, se centra la descripción del análisis preliminar de los conceptos matemáticos utilizados para esta investigación. En él se puntualiza la evolución de los conceptos matemáticos, las definiciones contemporáneas y la visualización de la función lineal.

En el Capítulo 5, se realiza el análisis de datos, para el cual se utilizarán tres libros que enfocan en la enseñanza del concepto de función lineal. Analizando las actividades propuestas por éste material. Lo que conlleva a obtener resultados de los inconvenientes de los alumnos al graficar funciones lineales.

En el Capítulo 6, se presentan los obstáculos que se encontraron en los libros de texto de los niveles NB6, NM1 y NM2 entregados por el Ministerio de Educación.

Capítulo 1

1. ANTECEDENTES

La función es un objeto matemático cuyas representaciones son diversas en la actividad matemática, se reconoce en el uso de gráficas, tablas, lenguaje algebráico y enunciados en el lenguaje natural.

En el currículo matemático de la enseñanza escolar, las funciones son parte importante en los distintos niveles escolares, en especial las funciones lineales. Sin embargo, existe una amplia investigación por las dificultades detectadas en los estudiantes, por ejemplo, cuando los estudiantes hacen lectura de gráficas de funciones, es decir en su capacidad para visualizar aspectos centrales para el trabajo matemático.

En la actividad matemática, la visualización se entiende como una habilidad que requiere de nociones matemáticas asociados a lo numérico, grafico o algebraico. Existe también un lenguaje común para explicar ciertos fenómenos e incluso describir experiencias vivenciales (Cantoral y Montiel, 2004), que tienen un rol importante, al momento de considerar la función lineal. Es por esto que la gráfica es una herramienta del que hacer matemático y es fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático.

Por lo que hemos visto en nuestros colegios, existen dificultades con la gráfica de la función lineal. Ello se muestra en las siguientes producciones de los estudiantes[1]:

[1] : Los alumnos mencionados pertenecen a cuarto año medio del colegio Víctor Antonio, Quinta Región.

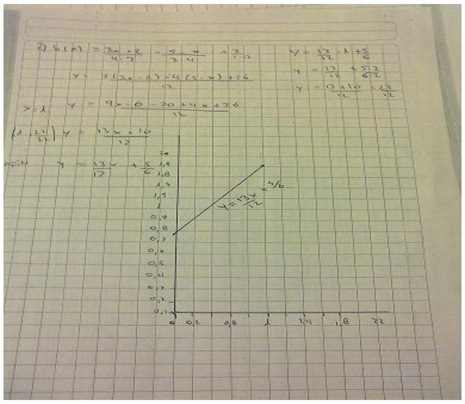


Fig. A

Representar en un gráfico las funciones $f(x) = 3\left(4 - \frac{1}{2}x\right)$

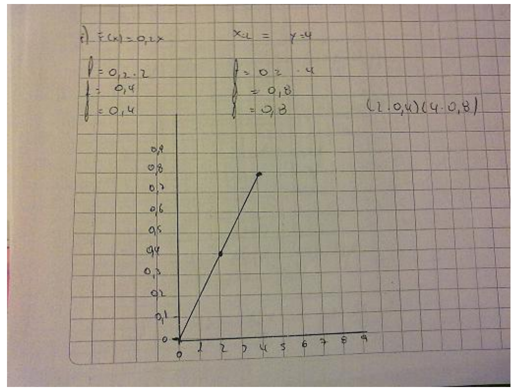


Fig. B

Grafica las siguientes funciones:

$f(x) = 0.2x$

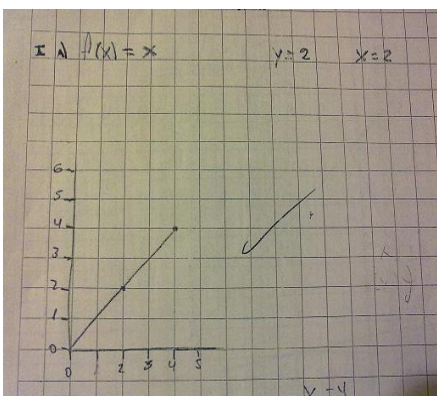


Fig. C

Gráfica la siguiente función: $f(x) = x$

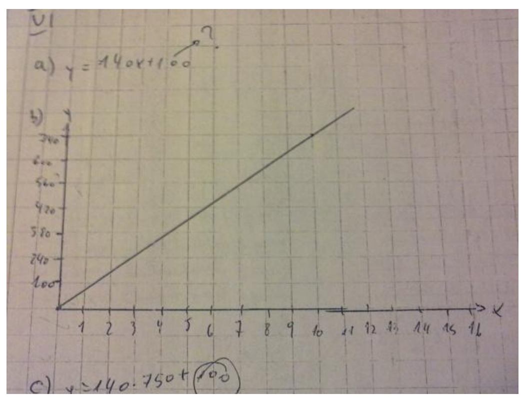


Fig. D

Representa mediante un grafico la función: $f(x) = (3x + 2) - \frac{1}{2(3x - 1)}$

En las actividades expuestas, se observa que los alumnos determinan dos puntos pertenecientes a la función, con los que representan la función lineal, adicionalmente solo representan la gráfica en el primer cuadrante del plano cartesiano. El estudiante no deja en evidencia la existencia de valores intermedios a los utilizados para graficar la función lineal. No se aprecia claramente las características de la función como son, la intersección con los ejes, pendiente, crecimiento, entre otras; lo cual desencadena una labor difícil a la hora de querer comunicar la información de la gráfica.

Es decir, el resultado de las representaciones de los alumnos, grafican una función lineal con solo dos puntos discretos unidos por un segmento. Trabajando, mayoritariamente, con cálculos en el conjunto de los números $\mathbb{Z}$ y no se refleja el trabajo tendencial de las funciones lineales, concepto que será explicado más adelante en el documento.

Lo anterior muestra la carencia de conocimiento en la construcción de la gráfica de parte de los estudiantes de la función lineal. Por lo tanto, es necesario indagar las posibles causas de éstas situaciones y que influencia tiene el material didáctico que se encuentra en la sala de clases, ya que estos textos están presentes en toda la vida escolar. Además se debe averiguar qué obstáculos están presentes en los libros con respecto a las actividades matemáticas de la función lineal y su gráfica.

Por ello en este trabajo nos centraremos en la gráfica de la función lineal, en su calidad de herramienta de visualización, ya que esta trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas, con las relaciones abstractas que formulamos entre las diversas representaciones de un objeto matemático con el fin de operar con ellas y obtener un resultado (Cantoral y Montiel, 2004) y desde ahí buscar y reconocer elementos que explican y/o ayuden a mejorar los entendimientos respecto de la función lineal.

1.1 Visualización

Desde hace unas décadas atrás, varios investigadores de la enseñanza de las matemáticas se han interesado en el estudio de las gráficas al considerarlas una importante herramienta para la visualización matemática, es decir, por la posibilidad de trasmitir, comunicar, reflejar información visual en el pensamiento y lenguaje del estudiante de matemáticas. Así la visualización matemática permite un mejor aprendizaje de las matemáticas y las demás ciencias.

Las gráficas son una herramienta que tiene un rol central dentro de diversos contextos, ya sea en el colegio, en la vida cotidiana o en la ciencia misma; además de ser una herramienta visual que facilita el desarrollo del pensamiento matemático (Suárez & Cordero, 2004; Carrasco, 2008).

Sin embargo los estudiantes no logran construir a la gráfica como herramienta matemática de visualización. Por ejemplo, se ha investigado el uso de gráficas en el área de estadísticas, específicamente en la evaluación de la capacidad de lectura y razonar de forma global (mirar puntos) sobre distribuciones; encontrando que algunos alumnos que se están formando como profesores tienen dificultades para distinguir gráficos (barras e histogramas), identificar gráficos (a partir de una descripción) y de reconocer patrones de comportamiento de las variables (Espinel, 2007).

Los investigadores han encontrado ciertas complicaciones cuando los estudiantes se enfrentan en la construcción de las graficas, extraer información de ellas (Wainer, 1992) o el de aplicar lo aprendido sobre gráficas en las clases de matemática, física u otras materias (Mc Dermot, Rosenquist & Van Zee 1987). Por ello y pensando en estas complicaciones, este trabajo profundiza en las dificultades que están presente dentro de las actividades matemáticas propuestas en los libros de texto sobre la función lineal y su gráfica.

1.2 Visualización de la Función

En particular, respecto de la visualización de la noción de función, Dolores (2004) indagó de manera exhaustiva respecto del trabajo con gráficas de variación, concepciones alternativas, entendidas como la *"descripción de los conocimientos que difieren de lo que se plantea para ser aprendidos, ya que se enfatiza lo que los estudiantes saben e inducen al observar los procesos de enseñanza aprendizaje desde su punto de vista*". Esto se refiere al punto de vista de los estudiantes cuando se les plantean actividades de análisis de sus funciones a través de sus graficas, centrándose en la lectura e interpretación de graficas escolares.

Acuña (2005) plantea la dificultad del concepto abstracto de "punto" en los estudiantes; Janvier (1987) citado en Fabra y Deulofeu (2000) considera que algunos errores detectados se deben a la confusión entre diferentes representaciones, debidas a la transferencia de las características de una representación a otra. Además, señala que la mayoría de los alumnos en la interpretación de cualquier gráfico cartesiano, tiende a centrarse en un número discretos de puntos, tanto si se trata de un gráfico discreto como continuo**.**

Con frecuencia los estudiantes que trabajan con gráficas, portan significados de ésta, que no son congruentes con los significados que se han construido en las matemáticas. Es decir, se reconoce desde el actuar de los estudiantes, concepciones alternativas, al momento de comunicar y extraer información de las gráficas para ligar las diferentes representaciones al concepto de función. Se ha observado (Dolores, 2007), que con el solo hecho de representar algunos puntos en el plano, unir los puntos y dibujar la recta (o curva) que se forma, los profesores (principalmente los de secundaria) consideran culminada la tarea de graficación. Esta práctica asume que el método mencionado consiste solo localizar puntos y hacer el dibujo y solo ocurre en el traspaso del plano numérico al plano gráfico, por lo cual estos alumnos suponen que los puntos que pertenecen a la función y los pares de puntos para la construcción de la gráfica son dos objetos distintos y no relacionados entre sí.

Una clasificación de las dificultades que los estudiantes tenían en la comprensión de las gráficas fue hecha por Leinhardt, Zaslavsky & Stein (1990) en la cual se planteaban cuatro tipos de categorías:

a) La confusión entre la pendiente y la altura.

b) La confusión entre un intérvalo y en un punto.

c) La consideración de una gráfica como un dibujo.

d) La concepción de una gráfica construida por un conjunto discreto de puntos.

Peralta (2002), revela que la noción de pendiente, representa un obstáculo[2] para la articulación entre registros, ya que los alumnos trazan por puntos señalados y le asignan a la pendiente el signo positivo. Ninguno asocia el signo de la pendiente con la inclinación de la recta, por tanto ninguno tiene claro la noción del significado de esta. Por lo tanto, es difícil que puedan convertir las representaciones gráficas de una función lineal en una función algebráica o viceversa. Además, señala de tener una confianza excesiva en los procedimientos de los alumnos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara de las conversiones entre registros.

Por otro lado, Acuña (2005) muestra las dificultades que tienen los estudiantes al detectar los puntos en el plano, dejándose llevar por las marcas que representan al objeto matemático: función. Además, señala que en las tareas de construcción, que han propuesto en sus investigaciones, el tratamiento dominante por parte de los estudiantes sobre la gráfica es como si se tratase de un dibujo, en la cual relacionan con una expresión pictórica

[2] Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarlos a conseguirlo. (Brousseau, 1983).(extraído de http://aportes.educ.ar/matematica/popup/tipos_de_obstaculos.php)

discreta, ya que consideran las peculiaridades del dibujo como concretas, y a la vista, sin asignar propiedades abstractas que contiene la representación gráfica de la función.

En particular los estudiantes presentan dificultades en el trabajo con la gráfica de una función lineal. Ellos consideran a la grafica como un dibujo, y además, conciben de forma errónea su construcción solo desde un par de puntos, (ver figuras A, B, C, D) las cuales se refieren a la representación de los alumnos de la función lineal.

Las problemáticas que se han detectado en la producción de la grafica de la función lineal, se pueden describir las siguientes:

a) representar la grafica de la función lineal en el primer cuadrante del plano cartesiano.

b) la grafica está construida por un conjunto discretos de puntos.

c) no se da a conocer si existen valores intermedios en la producción de la función lineal.

d) no describen bien si la representación grafica que ellos realizan intercepta con los ejes cartesianos.

1.3 Libro de texto

Para aproximarnos a esta problemática, se reconoce que en la enseñanza de la función lineal el libro de texto tiene un rol principal en la propuesta didáctica que este entrega. Propuesta que debiera propiciar la relación funcional de la proporcionalidad directa y la función lineal, además de la visualización de esta. Sin embargo los resultados de aprendizaje que se han evidenciado muestran profundas carencias para visualizar la función. Por ello esta investigación busca aportar en describir como se ha abordado esta enseñanza en los últimos años, a través del estudio de los libros de Texto.

Los textos impactan en la cultura general y ponen a disposición de todos los estudiantes información homogénea acerca de diversos aspectos implicados en los programas de estudio (Diez, Miramontes y Sánchez, 2001; Larios, 2001; Vargas, 2001). Además de ser un material didáctico que está presente en la mayoría de las salas de clases.

Los libros de texto fueron propuestos como mecanismo ideal para dar coherencia al currículo, como guía de instrucción para los maestros y como material de apoyo para el aprendizaje de los niños (Cortina, 1996). Por otro lado, los libros de texto pueden facilitar, dificultar o hasta impedir el aprendizaje escolar (Vargas, 2001)

Algunos investigadores ponen en manifiesto la importancia del análisis de libros de textos ya que es el reflejo de la actividad matemática que se realiza en las aulas. Por eso que se han llevado a cabo investigaciones en diversas áreas de la enseñanza. En particular en la educación matemática Howson (1995), distinguió entre el análisis a posteriori, el cual se centra en la forma en que se han usado los libros de texto, al cómo han contribuido los textos al proceso de enseñanza aprendizaje y que obstáculos se han presentado, y el análisis a priori, en el cual aparece la noción de transposición didáctica, transformación de la matemática (saber erudito) en el contenido escolar (saber enseñado) que se refleja en los libros de texto, como una orientación de la interpretación del currículo a través del libro de texto, el del saber enseñar, y cuyas transformaciones reflejan el saber sabio en los libros de texto. Estos escritos son utilizados como un texto del saber y el profesor se preocupa de enseñar la orientación de la publicación y el currículo de éste.

Otras investigaciones se han centrado en los aspectos relativos al lenguaje y a la legibilidad de los libros de texto (Pimm, 1994), además se considera el énfasis en lo que transmite el texto, entre el conocimiento, la representación textual y las variaciones en las interpretaciones. Se sabe que existe un conjunto asociado a un libro de texto: el lector, el escritor, el profesor y el mismo libro, y que las características de cada uno de ellos, así como la interacciones determinan el uso de este material en la sala de clases (Lowe & Pimm, 1996); en aspectos del énfasis que transmite el texto, las relaciones entre el conocimiento y sus representaciones textuales y las variaciones en las interpretaciones (Otte 1986), entre otros.

Lo anterior pone de manifiesto la complejidad que sostiene el libro de texto en el currículo matemático y en las actividades matemáticas propuestas, ya que el libro de texto es un mediador cultural, ideológico y curricular.

En Chile, los alumnos en promedio, en toda su vida escolar reciben 60 libros de texto entregados gratuitamente por el Ministerio de Educación. Anualmente, se encuentran en el sistema escolar cerca de más de 15 millones de textos que son utilizados por 3 millones 200 mil estudiantes (Gobierno de Chile, Textos escolares, Ministerio de Educación de Chile, 2009).

El libro de texto potencia la idea de un recurso pedagógico que promueve y apoya aprendizajes de calidad, y que el Estado entrega gratuitamente a todos los niños del sistema escolar subvencionado. Es por ello que estimamos centrarnos en la indagación de las actividades matemáticas propuestas por los libros de texto, ya que en la mayoría de estos cumple un rol importante como articulador del proceso de enseñanza - aprendizaje, además de ser un material didáctico presente en las salas de clases, todo lo anterior con el fin de detallar ciertos obstáculos presentes en las actividades propuestas para los estudiantes en el área de las matemáticas, en relación con la función lineal y su grafica.

1.4 Planteamiento del Problema

1.4.1 Pregunta de investigación

La función lineal no solo es considerada fundamental en el currículo matemático, si no además en el aprendizaje en otras ramas de la matemática en otras áreas de la ciencia. De igual forma el libro de texto, es de nuestro interés, y es en lo que se centra esta investigación, por ello la pregunta a realizar es:

¿Qué actividades matemáticas propician los libros de texto de los niveles NM1 y NM2 con respecto de la función lineal y su gráfica?

1.4.2 Objetivo general.

Con la importancia que hoy en día sigue enmarcando al libro de texto como material didáctico, ha llevado a centrar esta investigación en el objetivo de buscar el problema que involucra al estudiante a visualizar la función lineal, ya que la ésta es considerada fundamental en el Cálculo y otras ramas de la matemática, con diferentes aplicaciones en las distintas áreas de la ciencia.

Por lo anterior, el objetivo general es:

Reconocer los obstáculos presentes en las actividades matemáticas en libros de texto con respecto a la enseñanza de la función lineal y su gráfica, en los niveles NB6, NM1 y NM2.

1.4.3 Objetivos específicos

a) Realizar una sistematización de la actividad matemática propuesta por los libros de texto con respecto a la función lineal y su gráfica.

b) Sistematizar elementos que favorecen y elementos que restringen la enseñanza de la grafica de la función lineal en libros de textos.

Capitulo 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Análisis de libros de texto.

Al centrar este estudio en el área de la educación matemática es posible distinguir varios investigadores que han puesto de manifiesto la importancia del análisis del libro de texto como reflejo de la actividad que se realiza en el aula. Como indica Choppin (1980): el libro de texto es un apoyo del saber, en tanto que impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de alumnos como de profesores; es instrumento de poder, dado que contribuye a la estandarización lingüística de una disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes".

Según García y Llinares (1995), se han desarrollado dos modelos de actuar para el análisis de libros de texto, de los cuales podemos considerar:

Modelo 1.- Estudios centrados en el análisis de la forma que se reflejan en ellos los contenidos, adoptándose dos puntos de vista:

a. Los que han ocupado del propio instrumento de análisis que se aplica al texto, el cual mencionamos a Otte (1986) que se enfatiza en lo que transmite el texto, las relaciones entre el conocimiento y su representación textual y las variaciones en las interpretaciones

b. Los que eligen un tópico concreto y examinan la forma en que este contenido particular se contempla en diferentes textos.

Modelo 2.- Estudios centrados en el uso que se hace de los textos en las situaciones de enseñanza.

El estudio se enmarcará en el modelo 1.b para reconocer la actividad matemática propuesta en los libros de textos, reconociendo elementos de visualización de la función lineal, su gráfica y los distintos tipos de registros de representaciones.

2.2 Visualización

Desde muy jóvenes, nuestros ojos aprenden a percibir el mundo que nos rodea, las formas de las cosas y retenerlas en la "pantalla mental". Por ejemplo: reconocer una fotografía, un dibujo, figuras en la televisión, en un papel, entre otras. Según Costa (1998) este aprendizaje de pensar visualmente es una facultad proyectiva, común de todo individuo y se basa en la aptitud de reconocer formas, estructuras, y retenerlas; aptitud que se sedimenta en la memoria imaginativa, y se apoya en tres factores: el primer factor, consiste en construir una gama de *matrices icónicas*, es decir reconocer cosas de la realidad aplicando *matrices de espíritu* sobre ella ejemplo: nube, silla, figura humana, etc. El segundo factor es la memoria visual en el cual se percibe y se retiene informaciones icónicas sucesivamente y el tercer factor es la capacidad combinatoria de las ideas, o la aptitud dinámica de imaginar, o de pensar visualmente. Estos factores estarán presentes a lo largo de toda la vida de las personas.

El pensamiento visual es constante y universalmente utilizado, cuando planeamos la ruta de viaje para llegar más rápido a un destino; manejamos un automóvil y pensamos en las calles de la ciudad; pensamos en las vías con menos transito, por lo que pensar (visualmente) también esquematizamos. El trabajo habitual del pensamiento visual cuando se proyecta acciones o decisiones, es un trabajo de esquematización (Costa, 1998) lo mismo ocurre cuando un visualista presenta su trabajo sobre su papel. Reduce la información visual adquirida en el gráfico progresivamente, para llegar a lo esencial y así utilizarlo en la vida diaria, esquematiza cada proceso abstracto o un fenómeno complejo en el papel. En este sentido el receptor traduce estos procesos en su realidad visual.

Más concretamente el autor menciona que ante cualquier imagen, antes de ninguna consideración, se impone el principio fundamental de la Gestalt[3], o sea, la percepción simultánea del binomio *figura/fondo*. Ciertas leyes permiten que los elementos precisos del espacio gráfico sean percibidos como "la forma" y la "buena forma".

La "forma" contiene leyes gestálticas, entre ellas están las leyes de *contraste*, y después *de cierre, simplicidad, proximidad, similaridad, centrado, contorno, interdependencia y coordinación*. Estas leyes muestran que la estructuración mental general en los individuos, la formas gráficas que mejor responden a un conjunto de leyes presentes en la estructuras de la mente humana. Por otro lado, la "buena forma" implica un conjunto de condiciones que se explican por otras leyes tales como: la ley de *contraste, de cierre, de pregnancia, de invariancia topológica y de Birkhoff.*

Para explicar mejor este principio el autor menciona que una "buena forma" es una figura que conlleva una cierta redundancia de información, además hace mención de un buen ejemplo para este principio, es el caso de las figuras simétricas, si se conoce un lado del eje de la simetría se puede predecir el otro lado aunque este oculta, en el cual suscita al receptor de una participación en la configuración del mensaje. Se ha de recordar que las principales leyes "gestáltistas" imponen una estructura perceptiva en la estructura grafica.

A continuación mencionaremos las leyes Gestalttheorie, que se encuentran en el libro de "Esquemática. Visualizar la información" del autor en estudio.

1. ***Ley de totalidad***. El todo es *diferente* y es *más* que la suma de sus partes.
2. ***Ley estructural***. Una forma es percibida como un todo, con independencia de la naturaleza de las partes que la constituyen.

[3] El termino Gestalt significa "configuración" (mas que "forma") en el sentido estructural de "mensaje", o sea, como un "complejo organizado" cuya articulación de sus elementos, por medio de leyes de coherencia, es la que determina si propia forma global.(Costa, 1998)

3. ***Ley dialéctica***. Toda forma se desprende del fondo sobre el que está establecida. La mirada decide si tal o cual elemento del campo visual pertenece alternativamente a la forma o fondo. (Principio *in-out*, que es una de las bases conceptuales del *op art*.)

4. ***Ley de contraste***. Una forma es mejor percibida en la medida en que se establece un mayor contraste entre ella y su fondo. (Es el principio de lo que llamamos "buena forma")

5. ***Ley de cierre***. Una forma será mejor en la medida en que su contorno este mejor cerrado. En efecto, una forma debe volver sobre si misma; de otro modo deja escapar la "forma potencial" por esa "obertura" provocada.

6. ***Ley de completación***. Si un contorno no está completamente cerrado, la mente tiende a completar o continuar dicho contorno incluyéndole los elementos que son más fáciles de aceptar en la forma, o que son de algún modo inducidos por ella (como figura del célebre triangulo inexistente pero que es visualmente inducido por la sola presencia de sus tres vértices)

7. ***Noción de pregnancia***. La "pregnancia" (Wertheimer) es la fuerza de la forma. Es la dictadura que la forma ejerce sobre el movimiento ocular, así como su capacidad por imponerse en la mente y en el recuerdo. (La pregnancia es subsidiaria de la "buena forma")

8. ***Ley de simplicidad***. En un campo grafico dado, las figuras menos complejas tienen una mayor pregnancia. Una figura simple es aquella que necesita un menos número de grafemas para construirla: menos segmentos de rectas, menos curvas, menos ángulos, menos intersecciones.

9. ***Ley de concentración*** (llamada también de simetría, de equilibrio y de inclusión). Los elementos que se organizan alrededor de un punto central, que es un núcleo, constituyen en todos los casos una forma pregnante.

10. ***Ley de continuidad***. Los elementos que se desarrollan siguiendo un eje continuo constituyen una forma pregnante.

11. ***Ley de contorno***. Las figuras cuyas formas poseen mayor contraste sobre el fondo son agrupadas y asociadas por la percepción, y poseen un alto potencial de pregnancia.

12. ***Ley de movimiento coordinado***. Los diferentes elementos que participan de un mismo movimiento constituyen una forma pregnante.

13. ***Ley de continuidad de dirección***. Una línea curva es percibida como un fragmento de línea. Esta ley se relaciona con el efecto estroboscópico sobre el que se funda el "cierre". Si los estímulos visuales se suceden rápida, pero separadamente, la imagen aparece en movimiento.

14. ***Principio de invariancia topológica***. Una forma resiste a la deformación en que se la hace incurrir. Esta resistencia se da en la medida en que la forma es más pregnante.

15. ***Principio de enmascaramiento***. Una forma resiste a las diferentes perturbaciones a la que está sometida (ruido, manchas, elementos parásitos). En la medida en que la forma sea más pregnante, será más persistente.

16. ***Principio de Birkhoff***. Una forma será tanto más pregnante en la medida en que contenga un mayor número de "ejes de simetría" (regularidad, estabilidad).

17. ***Principios de proximidad***. Los elementos del campo perceptivo que están aislados, pero que son vecinos, tienden a ser considerados como "grupos" o *formas globales*.

18. ***Principio de similaridad***. En un campo de elementos equidistantes, aquellos que tienen mayor similitud por su forma, tamaño, color y dirección. Se perciben ligados entre ellos para formar una cadena o grupos homogéneos.

19. ***Principio de memoria***. Las firmas son tanto mejor percibidas por un individuo en la medida en que le son presentadas con mayor frecuencia.

20. ***Principio de jerarquización***. Una forma compleja será tanto más pregnante cuando la percepción este mejor orientada por el visualista, conduciendo la mirada del receptor de lo principal a lo accesorio. Es decir, cuando sus partes están mejor jerarquizadas.

Algunas de estas leyes están presentes en la visualización de la función lineal, mencionaremos algunas tales como la ley de simplicidad, de pregnancia, concentración, continuidad y de Birkhoff, entre otras. Resulta significativa la presencia de estos tipos de leyes en la gráfica de la función lineal, ya que involucra la presentación de la información que no es necesariamente visible a primera vista. Hemos de destacar que para poder visualizar un objeto matemático es necesario visualizar sus herramientas matemáticas. La fuente de abstracción se encuentra en la alternativa de los diferentes contextos cuando se dan los actos de ver simultáneamente entre estructuras que propician las categorías. (Cordero, 1998)

Según menciona Cantoral y Montiel, la comprensión de las imágenes o gráficas es un factor importante, ya que en la sociedad existen variados tipos de visualizar la información representada en las áreas de las ciencias, un ejemplo de este en el área de las matemáticas es el de visualizar un concepto o visualizar un problema, lo que genera transformaciones del lenguaje y la percepción de este.

En este ámbito existen variadas investigaciones centrados en las dificultades y errores que tienen los estudiantes en la lectura e interpretación de gráficas (Wainer, 1992; Fabra y Deulofeu, 2000; Acuña, 2001) otras centradas en la representación de la variación y tiempo, como se muestra en el trabajo de Carrasco (2005), el cual menciona que la construcción e interpretación de gráficas distancia tiempo no es posible en un marco de significados y representaciones compartidas por la comunidad profesional que los usa, específicamente la comunidad matemática. Es por lo anterior y desde una visión de los estudios de cinemática que se asume el tiempo como una variable independiente. Por otra parte las representaciones de tiempo en el estudiantado son representaciones que tienen una fuerte componente vivencial, es decir si no es vivido en el proceso a graficar, este será despreciado a la hora de realizar la gráfica y comunicarlo como variable de la situación. En conclusión la visualización se ha convertido en un tema importante en las diversas escuelas del pensamiento vinculadas con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Existen diferentes posturas que definen que la acción de visualizar no se reduce al acto simple de ver las diferentes representaciones de un objeto matemático. Cabe destacar que, se debe hacer una diferenciación entre ver y visualizar, de tal suerte que el ver se reduce a una capacidad fisiológica, mientras que la visualización es un proceso cognoscitivo - propio del ser humano - que está vinculado con la cultura del sujeto: sujeto, ideología, tradiciones, costumbres, valores, etc. (Cantoral, 2002)

Hemos de definir la visualización como Cantoral y Montiel (2001):

"Entenderemos que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende"

Montiel (2003) señala que se requiere la utilización de nociones matemáticas asociadas a los ámbitos numéricos, gráficos, algebraicos o verbales pero requieren de un lenguaje común para describir experiencias vivenciales, en este caso del ámbito de lo gestual. Además de tratar con el funcionamiento de estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas.

El aspecto importante en esta construcción de representaciones es la relación entre la variación, la aproximación y el comportamiento tendencial el cual consiste en articular propiedades locales y globales en las cuales existe una variación y comportamiento con cierta tendencia. Un alumno, para que pueda visualizar tendencialmente la función, es necesario que: identifique coeficientes en la función, reconocer patrones de comportamiento. Además permite relacionar funciones en el cual: construye significados (comportamientos gráficos y patrones algebraicos y gráficos), hace procedimientos (variación de coeficientes) construyendo procesos y objetos (concibiendo la función como una instrucción que organiza comportamientos).

Es necesario que el alumno desarrolle esta habilidad de visualización matemática, ya que esta tiene un entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad. Por lo que la visualización es una habilidad que debe ser desarrollada a lo largo de la vida escolar.

2.3 Registros de representaciones.

Se conoce que el aprendizaje de las matemáticas es un área importante para el estudio de las actividades cognitivas, tales como la conceptualización, la comprensión de textos, la resolución de problemas, el razonamientos, entre otros.

En la actualidad, los individuos están inmersos en un medio cultural diversificado, con distintos registros de representaciones, y en las cuales, se han enfocado en el dominio de la enseñanza. Esta diversificación se encuentra denotada, mayoritariamente en la enseñanza en especial en los recursos didácticos como los libros de textos. En estos libros, centrados en el área de las matemáticas, se han encontrado variaciones de sistemas de representaciones, lo cual queda evidenciado en el transcurso de la enseñanza. Los fenómenos expuestos, en estos libros, pueden ser tan triviales o evidentes; pero ambos apuntan al mismo resultado, que la mayoría de los alumnos no pueden resolver el problema.

El mayor representante de los sistemas de representación es Raymond Duval. Según él, la representación ha sido centro de toda reflexión, "No hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación".

Godino (s. f) señaló seis afirmaciones que sustentan la pregunta que describió Duval (1995) con respecto a los distintos sistemas semióticos de representación y expresión para el ejercicio y el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales:

1.- No puede haber comprensión en matemática sino se distingue un objeto de su representación. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos (números, funciones, rectas, etc.) con sus representaciones (escrituras decimales o fraccionarias, símbolos, gráficos, trazos de figuras, etc.); ya que un mismo objeto matemático se puede representar de distintas maneras.

2.- Se define las representaciones mentales, conjuntos de imágenes, conceptos, nociones, ideas, creencias, concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que les está asociado.

3.- Por otra parte, las representaciones semióticas son un medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Además de sus funciones de comunicación, las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la propia actividad matemática.

4.- Las diferentes representaciones no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes e independientes. La pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto de sus representaciones mentales.

5.- Por lo que la coordinación entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes no es espontánea; la conversión de unos sistemas a otros requiere un aprendizaje específico.

6.- Las actividades cognitivas inherentes a la semiosis son tres: formación de representación en un registro semiótico particular, para “expresar” una representación mental o para evocar un objeto real; el tratamiento o transformación de una representación dentro del mismo registro; conversión, cuando la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial.

La diversidad de las representaciones puede resultar un problema importante de la conversión de las diferentes representaciones, en especial del objeto matemático de la función lineal, ya que tiene una diversidad de representaciones tales como: tabla de valores, lenguaje natural, mediante una expresión algebraica y la gráfica de esta.

Capítulo 3

3. METODOLOGÍA

Esta investigación se centra en el análisis cualitativo de las actividades matemáticas que se presentan en los libros de texto. Además se enmarca el análisis, en Modelo 1.b, es decir nos focalizaremos en la gráfica de la función lineal y se examinarán las diferentes actividades matemáticas que se presentan en los libros de texto entregados por el Ministerio de Educación.

Se seleccionan estos libros ya que aproximadamente se constata que, en el año, se encuentran en uso en el sistema escolar cerca de 15 millones de textos que son utilizados por 3 millones 200 mil estudiantes, de más de 10 mil establecimientos educacionales en todo el país. (Gobierno de Chile, Textos escolares, Ministerio de Educación de Chile, 2009)

Estos libros de texto, en el área de las matemáticas, son los siguientes, Libro 1 nivel NB6 ***"Matemática 8º año medio. Setz, Herrera & Rojas (2009)"***, Libro 2 nivel NM1 ***"Matemática 1º año medio. Cristian Reyes y Marisol Valenzuela (2009)"***, y Libro 3 nivel NM2 ***"Matemática 2º año medio. Eduardo Cid (2009)"***.

Se tomaron como referencia debidos a que son un material didáctico, que en su mayoría, están presentes en las aulas de los colegios en Chile.

Las etapas metodológicas son:

1. Análisis Preliminar

- Descripción de los conceptos, procesos y estrategias para el trabajo con funciones lineales y sus graficas.

- Estudio de grafica de la función lineal. Esta etapa, permitirá tener un marco de referencia para el análisis de los textos de estudio, en el cual, a partir de la sistematización de la noción de función, de su grafica, de los registros de representación que están involucrados con el trabajo de la función lineal, se podrá sistematizar en la actividad matemática que propongan los libros de texto y enmarcar cuales son los factores influyentes para que el alumno se enfoque en un grafico de curva completa (dominio de la función , dominio de la función lineal, recorrido de la función, recorrido de la función lineal, intersección de la curva con los ejes de coordenadas, variación, etc.)

-

2. Análisis de textos.

Se sistematizan las actividades a realizar:

- Se desarrollan las actividades matemáticas que los textos proponen a los estudiantes.
- Se realiza y pone en manifiesto los conocimientos previos que el alumno debe tener para realizar las actividades matemáticas propuestas en los textos.
- Se hace hincapié el enfoque de las actividades matemáticas propuestas en los textos.
- Se realiza un compendio de las actividades matemáticas a realizar.

Y finalmente se identifican los obstáculos que presentan las propuestas del texto.

Capítulo 4

4. ANÁLISIS PRELIMINAR

4.1 Evolución de noción del concepto de función

El concepto de función ha ido evolucionando a través de la historia, Luisa Ruiz Higueras (1998) (citada en Lavaque, Nilda, Villarroel, 2006) organizó un análisis histórico e identificó concepciones predominantes en los distintos períodos:

La función como variación

En la antigüedad los babilónicos lograron hacer una intuición primitiva del concepto de función, los cuales buscaban regularidades en la tabulación de los fenómenos naturales para después tratar de aritmetizar y generalizar las distintas observaciones. Con ello establecieron relaciones sistémicas entre variaciones, causas y los efectos.

La función como proporción.

En la época griega, el movimiento y el cambio, se consideraban algo externo a las matemáticas, además de considerar los entes matemáticos como algo estático; por lo que llevo a la época a hablar sobre términos de incógnitas e indeterminadas más que de términos de variables. La búsqueda de proporcionalidad era la relación privilegiada entre la variabilidad ligada a las magnitudes.

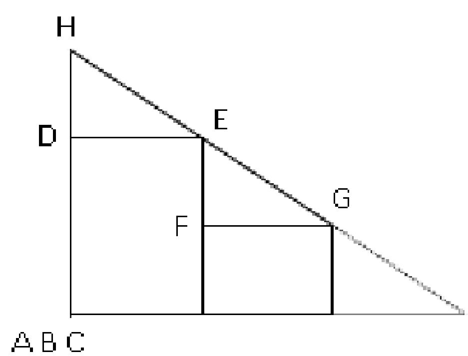
Las nociones más negativas en la evolución del concepto de función, según René de Cotret (1985) (citado en Lavaque, Nilda, Villarroel, 2006) fueron: la inconmensurabilidad, la proporcionalidad y la disociación en el pensamiento entre número y magnitud.

La función como gráfica

En la edad media se intentaba dar una explicación cuantitativa racional de fenómenos naturales a través de los procesos de abstracción, los cuales estaban negados por la disociación de número y magnitud.

Oresme, ya aplicaba el grafismo en el siglo XIV, para representar cambios (variaciones) y así describirlos y compararlos. Estas gráficas representaban las relaciones desde lo cualitativo más que lo cuantitativo, pues estas representaciones se consideraban como modelos geométricos (rectángulo, trapecios, semicircunferencias, entre otros) y no necesitaban representar fielmente dichas relaciones.

La siguiente figura muestra, genéricamente, lo aplicado por Oresme:



Con el correr del tiempo, los siglos XV y XVI son considerados por los historiadores como un periodo auxiliar, ya que se logra un aporte privilegiado al concepto de función. Sin embargo se sientan las bases de la simbología algebraica, los cuales permiten una manipulación práctica y eficiente para diferenciar entre variable de una función e incógnita de una ecuación.

La función como curva

En esta época dos matemáticos, Fermat y Descartes, descubrieron la representación analítica al conectar los problemas de dos partes de la matemática: geometría y álgebra. En las cuales se renuncia a las concepciones griegas de número y magnitud y se logra fusionarlas. Según el autor Youschevitch (1976) (citado en Lavaque, Nilda, Villarroel, 2006) sostiene que por primera vez aquí, la idea de una ecuación en x e y, es un medio para introducir dependencia entre dos cantidades.

La concepción predomínate en este apartado, hace que surja otro obstáculo en la evolución de la noción de función: la asociación de la gráfica con la trayectoria de puntos en movimiento y no como un conjunto de puntos que satisfacen condiciones en una relación funcional.

La función como expresión analítica.

Esta noción nace en el siglo XVII y continúa en el siglo XVIII. Se pensaba, en esa época, que las únicas funciones para ser estudiadas eran las que se podían describir mediante expresiones algebraicas.

El matemático Leibniz usa por primera vez el término de función. Bernoulli y Euler fueron los que consideraban la noción de función como una expresión analítica; proponiendo el primero de estos, la letra *f* para caracterizar a la función.

La siguiente es la definición que describe Euler, para el concepto de función: "Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes" obstruye a la evolución de función con sus ideas de dependencia y variabilidad.

La función como correspondencia arbitraria: aplicación

La función como aplicación aparece en los últimos trabajos de Euler y continúa con los trabajos de Fourier, series trigonométricas, los Cauchy y Dedekind, entre otros, sobre números reales.

La función como terna

A finales del siglo XIX y principio del XX, se llama función terna a la terna f = (A, B, G); en donde (A, B, G) son conjuntos con las siguientes condiciones:

$$G \subset A \times B \quad , x \in A, \quad y \in B \ \ tal\ que \ \ (x, y) \in G$$

4.2 Concepto de Proporcionalidad y las relaciones funcionales

La investigación de García (2007) señala que la relación entre magnitudes, constituye un tema clásico en el sistema de enseñanza. Sin embargo, la importancia de la relación de proporcionalidad en la matemática sabia, decayó considerablemente cuando el desarrollo del Cálculo Diferencial y la herramienta algebraica, hicieron posible modelizar todo tipo de relaciones funcionales, y en particular, la relación de proporcionalidad (directa, inversa y compuesta). Por otro lado, Bosch (1994) analizó los complejos ostensivos usados para modelizar la relación de proporcionalidad, que han ido evolucionando a lo largo de la historia y así, con ello, la actividad matemática en torno a la proporcionalidad; dando lugar a diferentes organizaciones matemáticas.

Se distinguen tres tipos de organizaciones matemáticas, dejando a un lado el problema de cómo determinar si una relación entre magnitudes puede ser considerada o no como proporcional. Se distinguen:

***Modelización clásica*:** En la que la relación de proporcionalidad se concibe como una relación estática entre medidas de cantidades de dos magnitudes M y M', y se expresa mediante la ecuación proporcional:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \;;\; \mathbf{a}, \mathbf{b} \in M;\; c, d \in M'$$

El tipo de tareas asociadas corresponden a los problemas clásicos del cálculo del cuarto proporcional y los de aritmética mercantil.

Modelización ecuacional: Surgida como una modernización ostensiva[4] de la anterior. Mantiene, sin embargo, la relación estática de la relación. La existencia de ostensivos algebraicos permite expresar esta relación sólo entre dos medidas de cantidades de magnitudes M y M' mediante la ecuación: $y = k \cdot x$ (tanto *y* como *x* son consideradas más como incógnitas que como variables). En esencia se aborda al mismo tipo de actividades que en la modelización anterior. La aparición de la constante de proporcionalidad provoca una pequeña ampliación del campo de problemas y caracteriza la evolución del marco tecnológico-teórico.

Modelización funcional: Frente al cambio ostensivo que caracteriza preferentemente la evolución entre las dos anteriores, esta última organización matemática surge de una evolución en el nivel teórico. La relación de proporcionalidad se considera ahora como una relación funcional (dinámica) entre medidas de cantidades de las magnitudes M y M' relacionadas y, en ultimo término, entre conjuntos numéricos. Ostensivamente, el uso de la notación funcional $f(x) = k \cdot x$, permite la emergencia de nuevas técnicas.

4.3 Evolución de la noción de gráfica.

La evolución del concepto de la noción de gráfica se ha desarrollado paralelamente al concepto de función. El origen del manejo de las gráficas tiene un comienzo geométrico. Youschkevitech (1976) (citado en Castañeda (2008), informó el estudió histórico en el

[4] Ostensivo: muestra algo de forma clara y patente

desarrollo del concepto de función. Un episodio que se identificó, en esta obra, fue la contribución de Descartes en relación con el plano ordenado. Este desarrollo significó contar con unos trazos geométricos sobre el plano para la representación de relaciones funcionales, lo cual permitió la formulación del cálculo infinitesimal.

Pero expresar la información en un plano o sistema de referencia gráfica proviene desde hace mucho tiempo atrás. Algunos astrónomos tales como Hiparco y Ptolomeo desarrollaron las primeras formas de un sistema de coordenadas para denotar lugares de la superficie de la tierra, en el cual se indicaba la longitud y su latitud. Estos descubrimientos y las necesidades de establecer nuevas rutas de comercio, detonaron el desarrollo de la cartografía, lo que dio paso a la creación del primer sistema de referencia para ubicar: posiciones, lugares y la organización de exploraciones. De esta manera, para ubicar una figura en un plano, debe existir una relación con un sistema de referencia determinado con precisión, que debe considerar su latitud (a) y su longitud (b); es decir, si debe conocer su distancia "a" al norte o al sur del ecuador, y su distancia "b" al este o al oeste del meridiano de Greenwich. (Todos los puntos que están situados en el mismo paralelo, a una distancia "a" del ecuador tienen la misma latitud; lo mismo sucede con la longitud).

En matemáticas, el sistema de referencia se forma sobre un plano con dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto, que se denota con la letra O.

En el campo de las ciencias, la contribución más notable fue del francés Nicolás Oresme, quien permitió una interpretación de datos a través de una expresión grafica. Además descubrió que podría existir una equivalencia lógica entre tabular y representar gráficamente datos.

Oresme deseaba representar los fenómenos de forma geométrica y en su obra *Teoría de las Latitudes y Formas*, generaliza la idea de representar una cualidad puntual por medio de un segmento, para así representar: Una cualidad lineal por medio de una superficie, una cualidad superficial por medio de un volumen, e incluso a concebir la idea de una cuarta dimensión espacial para poder representar una cualidad de volumen.

En este tratado de Oresme se destaca lo siguiente:

"**I. iii del Tractatus**, Sobre la longitud de las cualidades denominadas longitud (longitudo) o extensión (extensio), para designar el grado que adopta la cualidad en un punto dado de la extensión."

"En **I. iv del Tractatus**, Sobre la cantidad de las cualidades, leemos: La cantidad de una cualidad lineal, debe ser imaginada por medio de una superficie cuya longitud o base es una línea trazada sobre un tal sujeto, como lo dice el capítulo precedente, y cuya latitud o altitud está representada por una línea elevada perpendicularmente sobre dicha base, de la forma indicada en el segundo capítulo. Por cualidad lineal entiendo la cualidad de una recta del sujeto dotado de la cualidad. Es evidente que la cantidad de una cualidad tal se puede imaginar con la ayuda de una superficie de este tipo, dado que se puede dar una superficie igual en longitud o en extensión a la cualidad, y semejante en altitud a la intensidad de esta cualidad, como se verá claramente más adelante."(Ramírez, 2007)

Con sus ideas, las matemáticas en los siglos XII, XIII y XIV gestó la evolución del pensamiento matemático medieval tendiendo, las matemáticas, a ocupar un lugar cada vez más importante en las ciencias naturales, además se comienza a poner en duda la estricta demarcación establecida por Aristóteles, entre ellas y las ciencias físicas. Según Crombie (1983) (citado en Castañeda, 2008), del siglo XII al XVII se considera un periodo de penetración progresiva de las matemáticas en el dominio que se creía que pertenecía exclusivamente a las ciencias físicas.

4.4 Definiciones Contemporáneas.

4.4.1 Función

Actualmente las funciones permiten explicar los fenómenos del mundo real en términos matemáticos, como las variaciones de la temperatura, el ritmo cardiaco, crecimiento poblacional, etc. En estas situaciones encontramos que dos o más objetos están relacionados por una correspondencia de dependencia.

Lo anterior nos introduce al concepto de función:

El conjunto D es llamado dominio de la función $(D = Dom(f))$ o simplemente D=dom *f*. El conjunto E es llamado conjunto de llegada de la función. Un subconjunto importante de E es el conjunto llamado Recorrido de *f*, $(Rec(f))$ o simplemente rec *f*, que es el conjunto formado por todos los valores posibles de $f(x)$ con x en D. con D y E $\in \Re$

Así, $f : D \Rightarrow E$ es una función si cumple:

1.- A cada elemento *x* de D le corresponde un elemento *y* en E, es decir, en lenguaje matemático:

$$(\forall x \in D)(\exists y \in E) \text{ (a } x \text{ le corresponde } y\text{)}$$

2.- y es único (para cada *x* perteneciente a D)

4.4.2 Definición de la función lineal.

La función lineal es un polinomio de primer grado definido como $f(x) = mx + b$ en el cual su dominio coincide con el recorrido, es decir, los $\Re$ y cuya gráfica de la función lineal es una línea recta donde *m* representa la pendiente y *b* el punto donde intercepta con el eje *y*. Basta identificar estas dos variables para trazar la gráfica de la función lineal.

En general la función lineal, en lenguaje matemático:

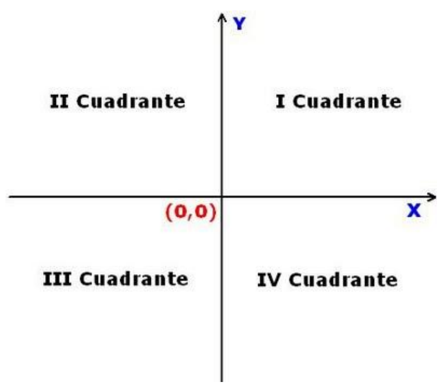
$$f(x) = \left\{ y = mx + \frac{b}{x} \in \Re, y \in \Re \right\}$$

4.4.3 Gráfica

Es una herramienta para visualizar fenómenos, variaciones, situaciones de movimiento o comportamientos sobre un conjunto de puntos representados en el plano cartesiano. Dentro de este plano, existen variables representadas como la inclinación de la recta, ángulo de inclinación, la posición del intercepto con los ejes y los cuadrantes.

Los elementos que constituyen el plano cartesiano, son dos rectas perpendiculares que se interceptan. El eje vertical es conocido como eje de las ordenadas (eje y) y el eje horizontal es conocido como eje de las abscisas (eje x); los cuales dividen al plano en cuatro cuadrantes. Estos ejes son los referentes que organizan las relaciones analíticas o numéricas en el plano cartesiano y se acompañan de dos figuras, figura/fondo (eje, cuadrícula, marcas de escala, entre otras) y una figura/forma (la gráfica).

Las variables ubicadas en el plano se representan como coordenadas o par ordenado (x, y), así en el primer cuadrante las variables obtienen el significado de valores positivos (+,+), el segundo cuadrante las variables obtienen (+,-), el tercer cuadrante las variables son (-,-) y el cuarto cuadrante (-,+).



El plano cartesiano es utilizado para graficar funciones y representarlas visualmente.

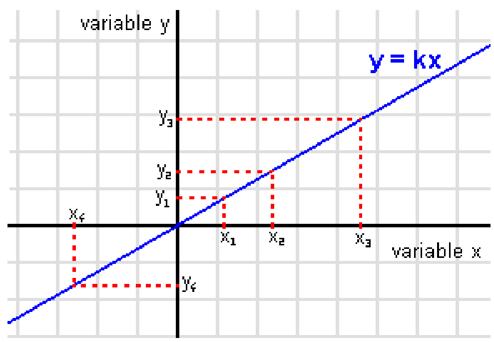
4.4.4 Gráfica de función lineal

El primer contacto con la función lineal en la enseñanza de las matemáticas, es con el concepto de proporcionalidad, en los cuales se trabaja con contextos similares a problemas de linealidad. Este modo de presentar la relación estática de proporcionalidad, es mediante la ecuación proporcional $\frac{a}{b} = \frac{c}{d};\ a,b \in M;\ c,d \in M'$ donde M y M´ son magnitudes.

Existe una relación funcional que conlleva a que la relación estática de la proporcional se convierta a una relación más dinámica. En esta relación, las medidas (las magnitudes) se asociarán a un conjunto numérico (pares ordenados), es decir, $f(x) = kx$, donde x e y son consideradas incógnitas.

Esta relación equivale a expresar lo siguiente:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d};\ a,b \in M;\ c,d \in M' \quad \Leftrightarrow \ y = kx$$



La igualdad $y = kx$ significa que *y* es una Función lineal de *x*. La representación gráfica de esta función es una recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas. Una variación (incremento o disminución) de *x* da lugar a una variación proporcional de *y* (y recíprocamente, puesto que $k \neq 0;\ y = \frac{1}{k} \cdot x$) cabe mencionar que Δ es la notación para designar la diferencia o cambio:

$$\Delta y = k \cdot \Delta x$$

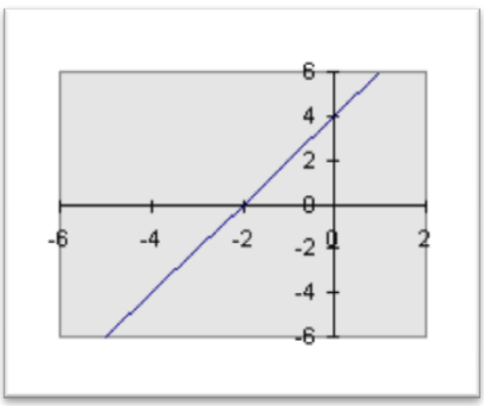
4.5 Trabajo con gráficas

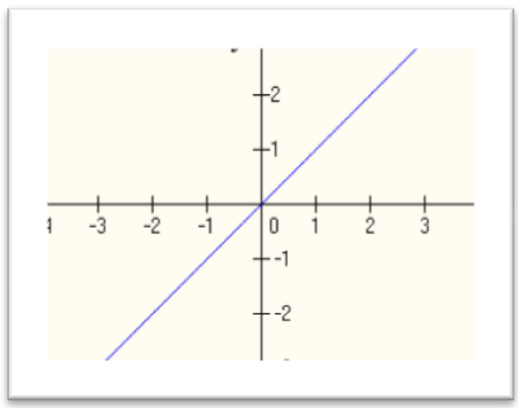
4.5.1 Graficación de la función lineal.

La función lineal es la primera función estudiada en la enseñanza media y es visualizada como una recta que contiene una serie de elementos que permiten saber si: crece/decrece, inclinación de la recta (pendiente) y continuidad. Como función entonces tiene una articulación necesaria con diversos registros de representación.

Por ejemplo, para reconocer la inclinación de la recta se tiene que determinar el ángulo de la recta con el eje de las abscisas o tener en cuenta que a mayor crecimiento de los datos mayor es la inclinación de la recta.

Convertir esta función visual en una expresión algebraica, implica la articulación de un registro de representación, tal como se muestra en la siguiente figura:





Para obtener la expresión algebraica, se determinan los elementos que interceptan el eje *x* y el eje *y*. Se deben determinar además, la pendiente de la recta (la cual se calcula con dos puntos pertenecientes a la recta) y también el coeficiente de posición.

La pendiente está definida como el cambio o diferencia en el eje *y* dividido por el respectivo cambio en el eje *x*, entre 2 puntos de la recta. Es decir:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

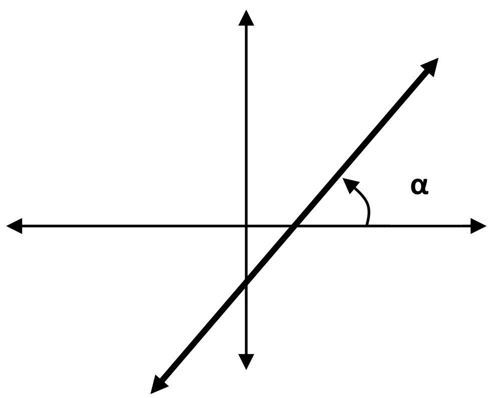
Donde Δ es la notación para designar la diferencia o cambio.

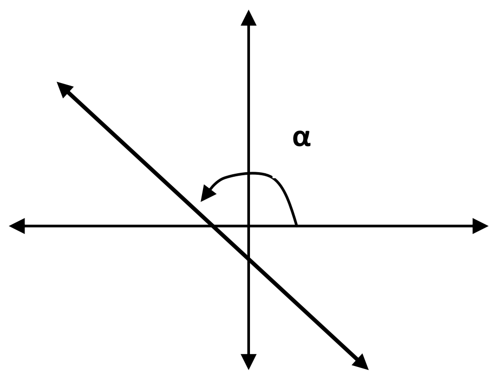
Además, si se tienen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2), entonces la diferencia en la posición *x* es $x_2 - x_1$, mientras que el cambio en *y* es $y_2 - y_1$.

Sustituyendo ambas cantidades en la ecuación anteriormente mencionada obtenemos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Geométricamente, si la pendiente es mayor, la recta tendrá a su vez mayor inclinación. Una línea horizontal tiene pendiente $m = 0$, mientras que una recta que forme un ángulo similar a $\alpha = 45°$ con el eje *x* tiene una pendiente $m = 1$, cuando la recta "sube hacia la derecha". Si una recta que forme un ángulo similar $\alpha = 135°$ de inclinación tiene una pendiente $m = -1$, cuando la recta "baja hacia la derecha". Una recta vertical no tiene un número real que la defina, ya que su pendiente tiende a infinito.





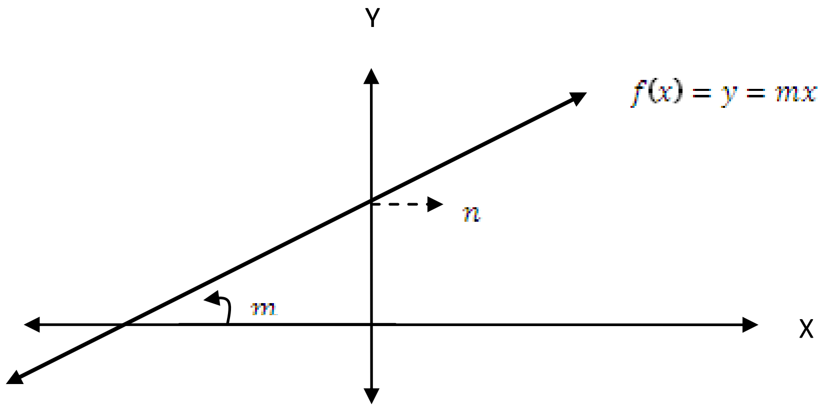
El ángulo α que una recta tiene con el eje positivo de *x*, está relacionado con la pendiente *m*, en la siguiente ecuación:

$m = \tan \alpha$

$$\alpha = \tan^{-1} m$$

Donde, $0 \leq \alpha < \pi$, siendo $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$

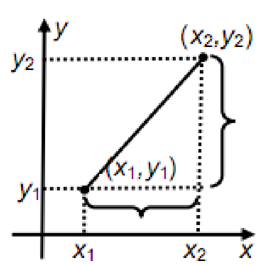
En caso contrario cuando se expresa la función de forma algebraica $y = mx + n$ tiene un único corte en el eje de las x cuyas ordenadas son $\left(-\frac{n}{m}, 0\right)$ con $m \neq 0$. Solo basta con hacer $y = 0$ y despejar *x*.



Para determinar el punto que intercepta en el eje *y* se tiene que *x=0*, por lo que *y=n.*

Por otro lado, el **Dominio** es la proyección de los puntos hacia el eje *x* y el **Recorrido** es la proyección de los puntos hacia el eje *y* de la función. En este caso el dominio de las funciones lineales es el conjunto de los números $\Re$, por lo que la gráfica que se encuentra en la figura es continua y, su dominio y recorrido son infinitos. Para esto, se deben tener presente los conceptos de: Tendencia, continuidad y la existencia de infinitud de puntos.

Observe que para graficar un segmento lineal, hay que restringir el dominio y recorrido de la función a un intérvalo, como se observa en la figura.



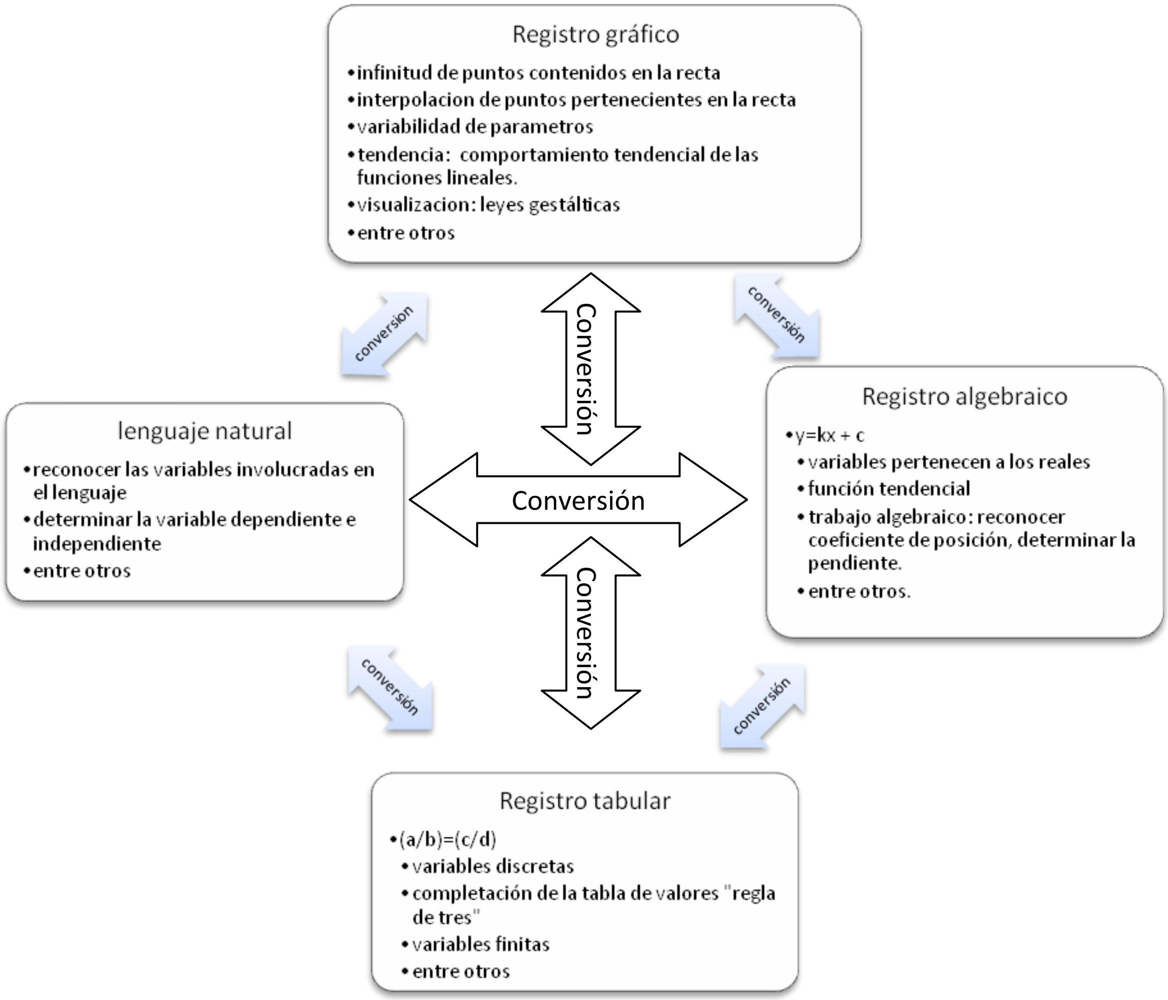
4.5.2 Distintos tipos de representaciones de una función lineal real.

La función lineal se puede representar de distintas maneras. Las siguientes representaciones son equivalentes, pero no siempre se facilita la conversión de un registro a otro:

- Como un conjunto de pares ordenados o tabla de valores, en el cual cada valor de x se asocia el valor de $f(x)$ correspondientemente.
- Mediante el lenguaje natural, en el cual se describe la regla mediante palabras; donde esta conversión, cuando es de partida, es una de las tareas más complejas (Penalva & Torregrosa, 2001).
- Mediante una expresión algebraica, con la fórmula explícita que permite calcular cada valor de x y de $f(x)$ correspondientes a la función lineal,
- Y mediante la gráfica que es representada en el plano cartesiano, en el cual a cada par $(x, f(x))$ le corresponde un punto en el plano cartesiano, los cuales esbozan una recta.

4.5.3 Registros de representación que los alumnos requieren para resolver las actividades matemáticas.

El trabajo con la función lineal, debiera al menos utilizar estos tipos de conversiones: registros algebraicos, registros gráficas, registros tabular o aritmética, registros lenguaje natural como se muestra en la figura siguiente:



De lo anterior, al realizar la conversión del registro tabular al gráfico, debemos tener en cuenta ciertas relaciones que el alumno debe significar, por ejemplo:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d};\ \ a,b\in M;\ \ c,d\in M' \ \ \Longrightarrow\ \ y=kx+c$$

Esta expresión relaciona la proporcionalidad como una relación funcional, más dinámica, entre cantidades de magnitudes M y M' con conjuntos numéricos, es decir:

$$\textit{Valores discretos} \Longrightarrow \textit{interpolación de puntos}$$

$$\textit{Variables continúas} \Longrightarrow \textit{infinitud de puntos contenido en la recta}$$

Además, podemos mencionar distintas metodologías para hacer una conversión entre los distintos registros de representación. Por ejemplo:

- En una conversión desde el lenguaje natural a tabla de datos, es necesario identificar las variables, reemplazar valores y medir.
- Si se hace una conversión del lenguaje natural al gráfico en el plano cartesiano, es necesario que el alumno bosqueje la descripción y tenga destreza en la modelación del fenómeno en cuestión.
- Por un lado, para una conversión del lenguaje natural a la expresión algebraica, es necesario modelizar la situación descrita. Y por otro lado, cuando se hace una conversión de registros desde la tabla de datos al lenguaje natural, es necesario leer los valores descritos en la tabla e interpretar esos datos.
- Si la conversión es de una tabla de datos a un gráfico en el plano cartesiano, el alumno deberá significar los datos de la tabla de valores como pares ordenados y ubicarlos en el plano cartesiano. Con ello debe bosquejar el gráfico de los valores pertenecientes a la tabla de valores.
- Si la conversión es de una tabla de valores a una expresión algebraica, es necesario ajustar esos valores a su correspondiente expresión; destacando las variables dependientes e independientes. Si la conversión es desde la gráfica al lenguaje natural, es necesario que el alumno visualice los datos que contiene la gráfica interpretando, informando y comunicando estos datos.
- Si la conversión es desde el registro gráfico a la tabla de valores, es necesario leer los datos plasmados en la gráfica para poder representarlos en la tabla de valores.
- Si la conversión es del registro gráfico a una expresión algebraica, es necesario ajustar esos datos a la expresión algebraica. Además se deben reconocer los puntos de intercepto con los ejes, entre otros elementos.
- Si la conversión es desde las expresiones algebraicas al lenguaje natural, es necesario que el alumno reconozca los parámetros y describir una situación con estos parámetros.

- Si la conversión es de un registro con lenguaje algebraico a una tabla de valores, el alumno necesita calcular; es decir, reemplazar valores a la expresión algebraica y los datos obtenidos que construyen la tabla de valores.
- Y si la conversión es desde el lenguaje algebraico al gráfico, es necesario bosquejar los datos obtenidos al reemplazar valores en la expresión algebraica.

En síntesis, la función lineal se relaciona con nociones del tipo funcional, con nociones de proporcionalidad y con la figura geométrica recta. Entonces las actividades propuestas para su enseñanza, debieran contemplar no solo su enseñanza de modo aislado, sino propiciar una integración de estos tres campos de trabajo de la función lineal, permitiendo transferencias entre ellos y contemplando intercambio entre los registros involucrados
Lo anterior hace necesario que los libros de texto, utilizados como las propuestas de enseñanza de la función lineal, debieran contemplar actividades que involucren estos aspectos y su integración entre sí.

En síntesis, la actividad matemática con las gráficas de las funciones lineales implican:

- La gráfica como una conversión de registros
- Descripción de la noción de algunos objetos matemáticos
- Interpretación de datos
- Variación de datos

4.6 La presencia de la gráfica de la función lineal en el Currículo Matemático[5]

A continuación se muestra el currículo matemático determinado para la enseñanza de los conceptos de la gráfica de variación proporcional y gráfica función lineal.

NB6: Unidad: Proporcionalidad

a) Elaboración de tablas y gráficos correspondientes a situaciones de variación proporcional directa e inversa.
b) Caracterización de situaciones de proporcionalidad inversa y directa mediante un producto constante y un cuociente constante, respectivamente.
c) Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad (producir figuras semejantes).
d) Realización e interpretación de planos de tipo esquemáticos a escala.
   Cálculo de porcentajes y elaboración y análisis de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado, utilizando calculadora.

NM1: Unidad: Proporcionalidad

a) Noción de variable. Análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad. Tablas y gráficos.
b) Proporcionalidad directa e inversa. Constante de proporcionalidad. Gráfico cartesiano asociado a la proporcionalidad directa e inversa (primer cuadrante).
c) Porcentaje. Lectura e interpretación de información científica y publicitaria que involucre porcentaje. Análisis de indicadores económicos y sociales. Planteo y resolución de problemas que perfilen el aspecto multiplicativo del porcentaje.

[5] Obtenido en la pagina del Ministerio de Educación.
Educación media:http://www.curriculum-mineduc.cl/curriculum/programas-de-estudios/educacion-media/
Educación Básica: http://www.curriculum-mineduc.cl/curriculum/programas-de-estudios/educacion-basica/

d) Análisis de la pertinencia de las soluciones. Relación entre porcentaje, números decimales y fracciones.
e) Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa e inversa. Análisis de la pertinencia de las soluciones. Construcción de tablas y gráficos asociados a problemas de proporcionalidad directa e inversa. Resolución de ecuaciones con proporciones.
f) Relación entre las tablas, los gráficos y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa e inversa. Relación entre la proporcionalidad directa y cuocientes constantes y entre la proporcionalidad inversa y productos constantes.

NM2: Unidad: Funciones

a) Representación, análisis y resolución de problemas contextualizados en situaciones como la asignación de precios por tramos de consumo. Por ejemplo, de agua, luz, gas, etc. Variables dependientes e independientes. Función parte entera. Gráfico de la función.
b) Evolución del pensamiento geométrico durante los siglos XVI y XVII; aporte de René Descartes al desarrollo de la relación entre el álgebra y la geometría.
c) Ecuación de la recta. Interpretación de la pendiente y del intercepto con el eje de las ordenadas. Condición de paralelismo y de perpendicularidad.
d) Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Gráfico de las rectas. Planteo y resolución de problemas y desafíos que involucren sistemas de ecuaciones. Análisis y pertinencia de las soluciones. Relación entre las expresiones gráficas y algebraicas de los sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones.
e) Función valor absoluto; gráfico de esta función. Interpretación del valor absoluto como expresión de distancia en la recta real.
f) Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

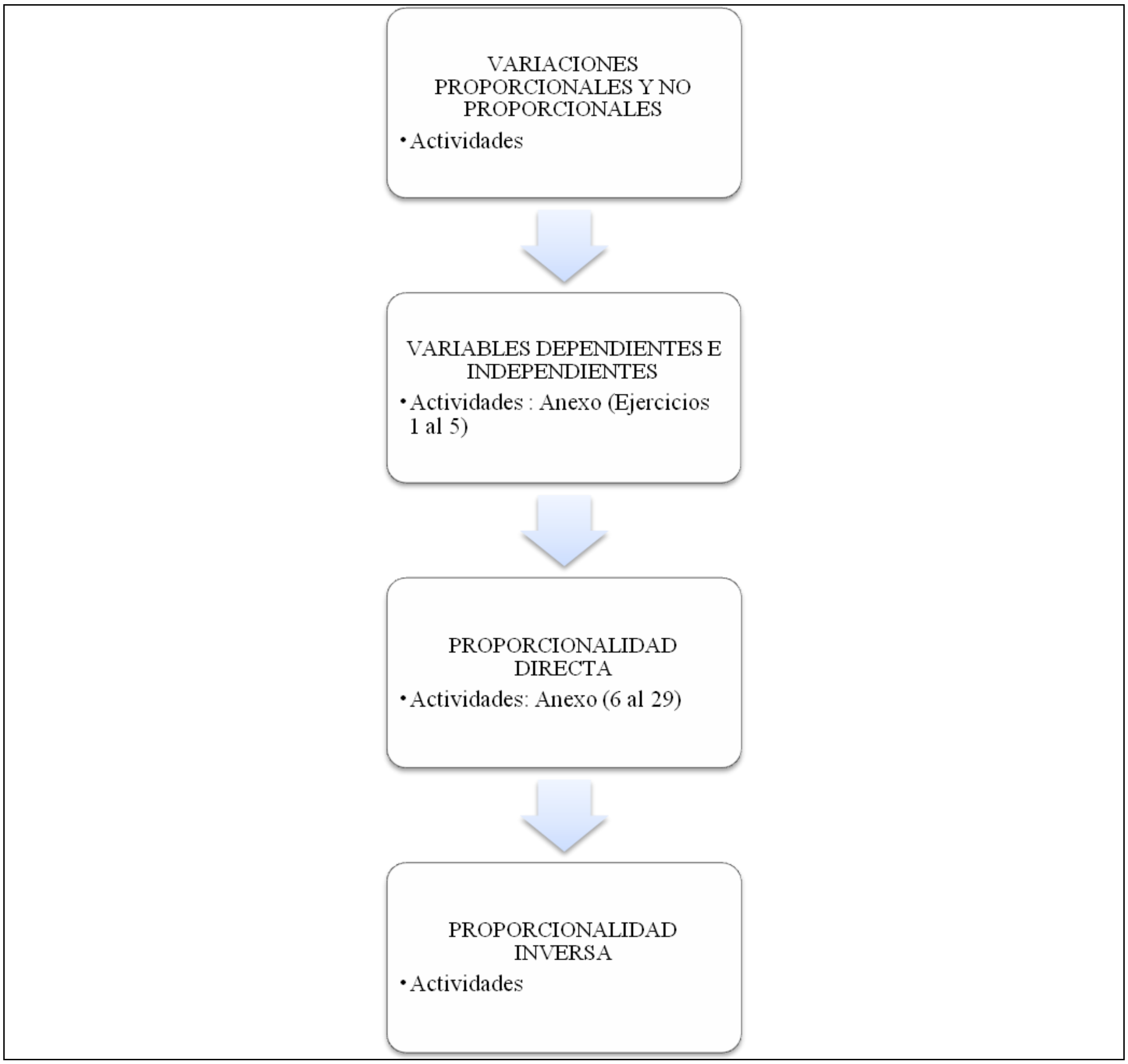
Capítulo 5

5. ANÁLISIS DE DATOS

5.1 Análisis de Libros

5.1.1 Mapa de libro 1: *Matemática 8º Año Básico. Setz, Herrera & Rojas (2009)”*

Contenido: Variaciones proporcionales y no proporcionales



5.1.2 Síntesis de los libros de texto del nivel NB6.

Del texto mencionado se realizó una síntesis de las actividades matemáticas más relevantes de los cuales se desprenden aspectos centrales de la actividad propuesta con gráficas. A continuación, a partir de ejercicios ilustrativos, se mostrarán los aspectos analizados en ciertas tareas, como completar tablas de valores, según se grafica en el Ejercicio 1 (Ver actividades en el anexo del presente documento)

> ***Ejercicio 1 -*** *Las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000*
>
> *¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación?*
>
> ***"Matemática 8º año medio. Setz, Herrera & Rojas (2009)".Pág.173***

Se trabaja solo con variables discretas, positivas y acotadas; por lo que al visualizar la actividad propuesta en el libro, tan solo se obtendrán pares de puntos en el primer cuadrante. La existencia de registros de representación se enfoca en la conversión de registro tabular y gráfico, y al menos una conversión del lenguaje natural al algebraico.

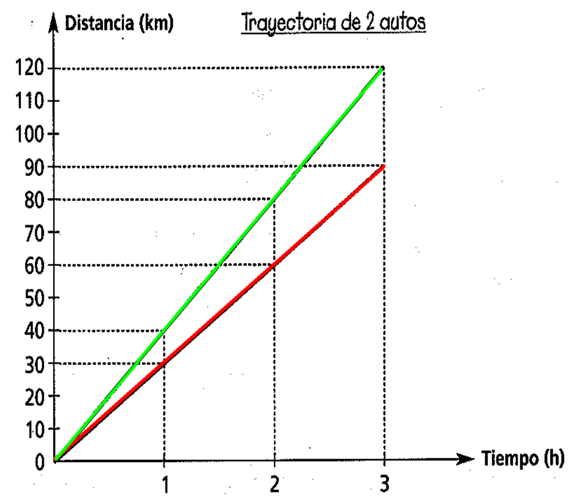
> - ***Ejercicio 23 -*** *La edad de un padre es de 40 años y la del hijo es de 20 años. Completa la siguiente tabla*
>
> | Tiempo transcurrido en años | 1 | 4 | 10 | 15 |
> |---|---|---|---|---|
> | padre | 41 | | | |
> | hijo | 21 | | | |
>
> ***"Matemática 8º año medio. Setz, Herrera & Rojas (2009)" Pág.171***

El ejercicio anterior no fomenta al estudiante a descubrir que la curva propuesta, contiene infinitud de puntos y ésta será representada en el primer cuadrante. Esto sucede porque la enseñanza y aprendizaje de los términos negativos está recién contenida en este nivel de educación y constata la existencia de que por primera vez se presentan a los alumnos un contenido matemático de continuidad y de infinitud de puntos.

Respecto a la visualización de las gráficas, en el ejercicio 14:

- ***Ejercicio 14*** *-El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.*

tiempo	*distancia*
1	*30*



"Matemática 8º año medio. Setz ,Herrera & Rojas (2009)" Pág.176

Se pide al estudiante que visualizar las gráficas y completar tabla de valores. La visualización del problema solo ocurre en el primer cuadrante, por lo que las variables serán positivas. Cabe señalar que la enseñanza de esta representación, es el comienzo de la enseñanza del concepto de funcionalidad.

Además se utiliza el color para la identificación de las curvas, lo cual hace que identifiquen cual de las curvas contienen mayor o menor ángulo inclinación, se precisa con ello la distinción de las curvas segmentadas y limitadas.

Como conclusión, las actividades del libro de texto muestran desde un comienzo la utilización del principio de memoria, en el cual se hace un reconocimiento visual de la gráfica de la variación proporcional directa. Además este reconocimiento se desarrolla en el primer cuadrante del plano cartesiano. Adicionalmente se debe comenzar a utilizar el cálculo de la regla de tres. Este cálculo se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = c \cdot b, \qquad donde\ a, b\ \in M\ y\ c, d\ \in M'$$

Además, la gráfica de la variación proporcional lineal muestra una representación de los puntos de forma significativa, por lo que en la recta no se observa como unión infinita de puntos, es decir, la recta esta limitada por parámetros, encontrando así la falta de dominio y recorrido de la función tratante. El punto que se muestra, representa el punto gráfico sobre el plano como una relación de figura/fondo y la figura/forma, de manera que siempre este referido a un marco de referencia.

En definitiva, el texto solo propone:

- Expresiones como iconos, es decir, una expresión de solo reemplazar puntos.
- Se observan gráficas como un ideograma (es decir, como una idea del objeto y no como la gráfica completa)
- Las tablas de descripción local (valores limitados) además de no incluir en las tablas números negativos.
- La fenomenología de las actividades son realistas, contextualizando en situaciones de carácter proporcional, que se asume casi siempre con la teoría clásica de las razones y proporciones.

A la luz del análisis preliminar, vemos que falta:

- Expresiones algebraicas (como objetos manipulables)
- Funciones en las que se refleje un proceso variacional, comenzando con una expresión algebraica dando variabilidad al elemento.

- Cuadros variacionales donde se enfatizan las relaciones o conexiones con los distintos tipos de representación (algebraico, tabular, gráfico y lenguaje natural)
- Simbolismos matemáticos en las tablas de valores (negativo y positivo)

5.1.3 Mapa del libro 2: *Matemática 1º año medio. Cristian Reyes y Marisol Valenzuela (2009)*

Contenido: Variación proporcional.

TABLAS Y GRÁFICOS (graficos de tablas, cuadros mapas, etc.)
- Para recordar
- Actividades: Anexo (ejercicios 1, 2 y 3)
- Actividades: Anexo (ejerciciod 4 y 5)

INTERPRETACION DE GRÁFICOS
- Actividades
- Aplicando lo aprendido
  - Actividades : Anexo (ejercicio6)

VARIACIÓN PROPORCIONAL DIRECTA
- Actividades

GRÁFICOS DE VARIACION PROPORCIONAL DIRECTA
- Actividades: Anexo (ejercicios 7 al 12)
- Aplicando lo aprendido
  - Actividades: Anexo(ejercicios 12 al 22)
- UN CASO PARTICULAR
- Actividades

VARIACIÓN INVERSAMENTE PROPORCIONAL
- Actividades

Un problema de pisa
- Actividades
- Actividades finales
  - Actividades: Anexo (ejercicio 23 al 26)

5.1.4 Síntesis de datos de libro de texto del nivel NM1.

Del texto mencionado se ha realizado una síntesis de las actividades matemáticas más relevantes, de los cuales se desprenden: (Ver actividades en el anexo del presente documento)

- ***Ejercicio 18 -*** *Es muy común confundir "masa" con "peso" pero la realidad es que no son lo mismo, de hecho, uno tiene unidades de kg (la masa) el otro tiene unidades de N (newton, N=*$\frac{m \times kg}{s^2}$ *) lo que sí es cierto es que son directamente proporcionales*

a) Completa la tabla

W(N)	*9,8*	*16*	*20*	*26*	*60*	*72*	*80*	*84*	*90*	*98*
M(kg)	*1*	*?*	*?*							

En la actividad se observa que no existen elementos intencionales para que el estudiante pueda realizar o reconocer la existencia de una infinidad de puntos necesarios para construir graficas, así como tampoco dimensión infinita de la recta. Además de dificultar la visualización de la función lineal.

La mayoría de las actividades propuestas, son de identificar la gráfica de la variación proporcional (línea recta y pasa por el origen), pero no se encuentran tareas orientadas a la conversión entre registros, como la conversión de registros algebraico al gráfico, tabular al gráfico, entre otras.

En el libro de texto y según como pide el currículo matemático, la variación proporcional se enfoca sólo en el primer cuadrante del plano cartesiano.

Dentro de las problemáticas encontradas en el libro de texto, se pueden mencionar las siguientes:

- Utilización de Variables discretas, lo cual no da cuenta de la infinidad de puntos que existen en la gráfica de la proporcionalidad directa.

- Para la resolución de las tablas de datos, sólo basta con la regla de tres, por lo anterior no da cuenta de la relación funcional que existe entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

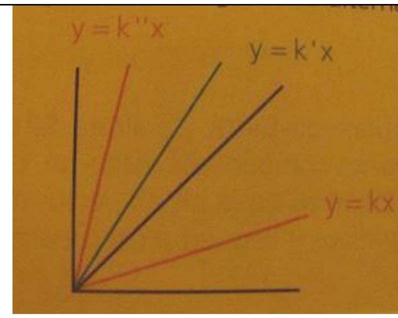
- En las actividades mencionadas solamente se utilizan valores positivos de puntos, lo cual refuerza que la gráfica sea sólo en el primer cuadrante.

> - ***Ejercicio 10 -*** *Nota que la relación $y=x^2$ tiene un grafico que pasa por el (0,0). Explica porque la relación no es proporcional.*
> - ***Ejercicio 16 -*** *Si "y" depende de "x", de forma que la tasa de crecimiento de "y" respecto a "x" es constante, ¿implica estos que la relación es proporcional?*
>
> ***"Matemática 1º año medio. Cristian Reyes y Marisol Valenzuela (2009)". Pág.135-136***

Estos problemas planteados en un lenguaje natural y/o en el registro algebraico, exigen al estudiante visualizar y comprobar la existencia de la relación proporcional. Para esto el alumno debe graficar y reconocer las características de la gráfica, pero este ejercicio no refleja la constante de proporcionalidad o la relación funcional $y = cx$. El libro de texto propone al alumno a solo representar o visualizar la gráfica en el primer cuadrante.

- ***Ejercicio 3** -La recta azul es la diagonal, entonces, ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera?*

  a) K<k´<1<k´´
  b) K<1<k´´<k´
  c) K<1<k´<k´´
  d) 1<k<k´<k´´



"Matemática 1º año medio. Cristian Reyes y Marisol Valenzuela (2009)". Pág.135

Nuevamente las gráficas son trabajadas solo en el primer cuadrante y la mayoría de éstas son gráficas cualitativas, es decir, gráficas que no tiene valores específicos en sus ejes por lo que se pide al estudiante que haga relación de la constante de proporcionalidad con el concepto funcional. Pero no es el propósito del ejercicio, está tan solo como una expresión implícita, el cual está más enfocado a la comparación cualitativa de las rectas, es decir, una comparación de inclinación, lo que tiende a la comparación de los elementos pertenecientes a la recta en el primer cuadrante. Este tipo de gráficas se identifican por la utilización de color para la comparación de curvas, lo que implica al alumno un reconocimiento de figura/fondo. Además el libro propone que el alumno compare la inclinación de la recta con el conocimiento de que a "mayor inclinación mayor crece la recta".

Por otro lado, este texto refiere a la constante de proporcionalidad de modo cualitativo y a otras características cualitativas como la inclinación, crecimiento o decrecimiento, mayor o menor que y ver las propiedades la variación proporcional directa.

Como anteriormente mencionamos, la grafica de la función es representada de forma proporcional y funcional; esta relación requiere de $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$; $a,b \in M$; $c,d \in M' \Leftrightarrow y = kx$, lo cual no se refleja en el libro. Existiendo tan solo un ejercicio que muestre esta relación.

Adicionalmente en el libro está presente el principio de memoria.

Se reconocen elementos sobre la variación proporcional directa. Sobre este concepto la pregnancia de la gráfica se enfoca en el primer cuadrante, imponiendo en la mente y en el recuerdo este tipo de gráfica, dejando atrás elementos de intersección, infinitud de puntos, entre otros.

Por otro lado el alumno comienza a memorizar el gráfico y los cálculos, teniendo así la convicción de que toda gráfica relacionada con la variación proporcional directa estará representada en el primer cuadrante del plano cartesiano.

Además, los significados de la gráfica función lineal que constituyen los estudiantes, corresponden a ideas globales; en este caso, la variación proporcional directa son concebidas como una gráfica de curva limitada por el cuadrante positivo. No representan tablas, gráficas, dominio para variar parámetros negativos ni positivos.

En definitiva:

- El tipo de descripción de las actividades, son del tipo donde se enfatizan las reglas para la identificación de las cualidades de la variación proporcional.
- Los tipos de tablas son de descripción local (variables limitadas)
- Las expresiones simbólicas presentes en las actividades son para la aplicación de reglas.
- Las actividades gráficas tan solo son una visualización de propiedades.
- Existen ejercicios resueltos de aplicación de concepto con apoyo gráfico.

Y la luz del análisis preliminar vemos que falta:

- Interacción que muestre que la variación proporcional como una parte de la función lineal

- Descripción de dominios de las actividades tratantes, ya que la fenomenología de la mayoría de los problemas son realistas y no demuestra un límite real.
- Simbolismos matemáticos en las tablas de valores (negativos y positivos)
- Relación simbólica funcional de la relación proporcional directa con respecto a la constante de proporcionalidad.
- Variables pertenecientes al conjunto de los números reales, para que el alumno relacione elementos continuos e infinitos en la grafica de la variación proporcional directa.

5.1.5 Mapa del libro 3: ***Matemática*** *2º año medio. Eduardo Cid (2009)***.**

Contenido: Funciones

FUNCION LINEAL Y OTRAS FUNCIONES
- Conocimientos previos
  - ¿Recuerda que los ejes cartesiano y las coordenadas de un punto?
- ¿cuales son las coordenadas de los puntos B, C, D y O?
  - actividades: Anexo (ejercicios 1 al 4)

DESCARTES, EL PADRE DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA
- Actividades sobre la reseña histórica de descartes

SISTEMA CARTESIANO: NOCIONES BÁSICAS
- Distancia entre dos puntos
- punto medio de un segmento
  - Actividades: Anexo (Ejercicios 5 al 16)
- Noción de pendiente de una recta
  - Actividades: Anexo (Ejercicios 17 al 22)
- Noción de variable
  - Actividades: Anexo (Ejercicios 23 al 28)

FUNCIONES
- Actividades: Anexo (ejercicios 29 al 32)

FUNCIÓN ESCALONADA Y FUNCIÓN PARTE ENTERA

FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO

FUNCION LINEAL Y AFÍN
- Actividades: Anexo (ejercicios 33 al 56)
- Ecuación de la recta
  - Ecuación principal de la recta
  - Ecuación de la recta dado dos puntos
  - Ecuación de la recta dado un punto y la pendiente
  - Ecuación general de la recta
    - Actividades: Anexo (Ejercicios 57 al 69)
- Rectas paralelas y perpendiculares

APLICACIÓN A LA GEOMETRÍA
- graficando con computador

5.1.6 Síntesis del libro de texto del nivel NM2

Del texto mencionado se ha realizado una síntesis de las actividades matemáticas más relevantes de los cuales se desprenden: (Ver actividades en el anexo del presente documento)

Ejercicio 5 *-Calcular la distancia entre cada par de puntos y determina las coordenadas del punto medio de los segmentos respectivos (considera que los extremos de los segmentos de los puntos dados en cada caso*

a) (-3,5) y (-7,1)

b) (-1,5) y (2,-4)

c) (-5,-3) y (2,5)

d) (15,4) y (-3,-2)

e) (1/2,0) y (0,-1/2)

f) (3/2, 1/2) y (-5/2,7/2)

"Matemática 2º año medio. Eduardo Cid (2009)" Pág. 55

El ejercicio anterior plantea la realización tan solo de cálculo aritmético, es decir, de reemplazar pares ordenados en las fórmulas de: distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de la recta, ecuación de la recta. Primando un registro aritmético y/o algebraico para el manejo de los elementos de la recta, es decir, se presenta la línea recta como un objeto geométrico, sin hacer referencia ni asociación con la función lineal. Por lo que no fomenta a la visualización de la recta.

- ***Ejercicio 6** -Dibuja en un plano cartesiano el triangulo cuyos vértices son: A (-2,2), B (3,-3) y C (6,6). Luego calcula:*

  Las coordenadas del punto medio de cada lado

La actividad anteriormente descrita está orientada a que el estudiante aprenda a calcular elementos respecto de las figuras en el plano, el cálculo aritmético de la ecuación de la recta, la ecuación de los lados, la ecuación de la distancia entre dos puntos, y cálculo del perímetro.

Ejercicio 31 - Un estacionamiento en el centro de la ciudad cobra $ 500 por la primera hora más $ 300 por cada hora o fracción.

a) Según lo anterior, completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Minutos	50	60	80	90	100	120	150	179
Cuenta ($)								

b) Haz un grafico de la función que ilustre el monto a cancelar según el numero de minutos de estacionamiento

"Matemática 2º año medio. Eduardo Cid (2009)" Pág.62

Como se muestra en el ejercicio anterior, se recurre a completar tablas, en este ejercicio las variables poseen una cantidad determinada de valores lo cual conlleva a que el alumno visualice la gráfica de forma incompleta sin considerar la infinidad de puntos que existen en una gráfica de función lineal como la propuesta.

Si se realiza esta conversión, tabular al grafico, queda en evidencia que existen elementos matemáticos que no plasman y no queda explicito las actividades presentes en el libro de texto, es decir, el trabajo de las variable finitas que pertenecen al registro tabular que al representarlas en el plano cartesiano queda como una distribución de puntos y no como un grafico de la función lineal que contiene una infinitud de puntos.

- *Un automóvil tiene un rendimiento de 12 km por cada litro de bencina.*

- ***Ejercicio 46*** *Encuentra una función que determine la cantidad de litros de bencina que consume en un recorrido "x".*

- ***Ejercicio 47*** *Haz una tabla de valores, considerando por lo menos seis valores para "x".*

- ***Ejercicio 48*** *Grafica la función anterior.*

- ***Ejercicio 48*** *¿Qué tipo de función es?*

"Matemática 2º año medio. Eduardo Cid (2009)" Pág.71

En las actividades anteriores se articula el objeto matemático con sus distintas representaciones mediante momentos matemáticos que mencionaremos a continuación:

Momento 1 →Conversión a una expresión algebraica.

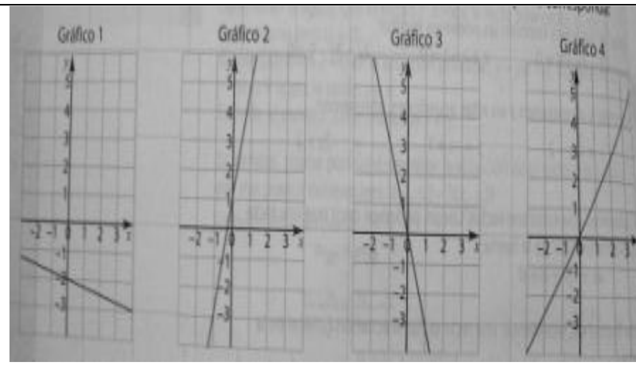
Momento 2 →Dar variados valores (limitado) a la variable "x" (tabulación de datos)

Momento 3 →Graficar los datos tabulados

Momento 4 →Determinar qué tipo de función es (afín o lineal)

Se realiza este tipo de articulación con el fin de que el estudiante se familiarice con los diversos tipos de conversión de datos.

- ***Ejercicio 57*** *-Asocia a cada uno de los gráficos la ecuación que le corresponda:*

  a) y=4x+1

  b) y= 4/3 x

  c) y= - 1/4 x-2

  d) y=-2x+5

  "Matemática 2º año medio. Eduardo Cid (2009)" Pág.78

En la actividad propuesta, al alumno se le propone la determinación de ciertos elementos geométricos, tales como Pendiente, Puntos de intersección, distinción entre Función Afín y Función Lineal. Junto con esto al alumno se le presentan los gráficos con las funciones presentadas en el plano cartesiano completo lo cual le permite comprender mejor el concepto Función.

Por otro lado no existen problemas donde se realicen una asociación funcional de la variación proporcional, es decir, no hace referencia explícita de la funcionalidad de la expresión algebraica $y = kx$ con la relación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, es decir, no hay una interacción entre diferentes representaciones o sistemas matemático para esta relación, y por lo tanto pierde bastante su significado y de las interacciones sobre ellas.

En el libro se presenta la relación memorística y utiliza una ley estructural, jerarquizando los elementos de la expresión algebraica de la recta. Por otro lado, utiliza momentos para la aprensión de los distintos tipos de representaciones de la función lineal, en este caso se utiliza el principio de memoria, ya que lo presentan actividades con mayor frecuencia clasificándolos en momentos.

Se presentan figura/ forma y figura/fondo ya que las representaciones y gráficos están presentes.

En definitiva, el texto propone que:

- las funciones algebraicas de las actividades matemáticas están pensadas en función de cálculos aritméticos
- las expresiones simbólicas son utilizadas como objetos manipulables.
- Las graficas observadas son utilizadas como ideogramas.
- Las tablas de valores son de descripción local
- La fenomenología de las actividades son más de problemas matemáticos, es decir, reemplazo de variables y calculo aritmético.
- Las graficas propuestas son de tipo en que los datos se incluyen de forma literal, ubicación de puntos discretos.
- Existen ejercicios resueltos de aplicación de conceptos sin grafico.
- Momentos para la conversión de distintos tipos de representación.

Y la luz del análisis preliminar vemos que falta:

- Una relación de las funciones que reflejen un proceso variacional.
- Cuadros variacionales en los que enfaticen las relaciones o conexiones entre funcionalidad y gráfico, junto con los problemas realistas.
- Símbolos matemáticos utilizados en la tabla de valores (positivo y negativo).
- Variables pertenecientes al conjunto de los números reales para que el alumno relaciones elementos continuos e infinitos en la gráfica.

- Dominios y recorridos de las funciones al resolver ecuaciones.

- Variabilidad de los parámetros pertenecientes a la gráfica.

5.2 Síntesis final.

Los libros de texto muestran a la gráfica de la función lineal con distintas visiones según el nivel de enseñanza en que se encuentre el alumno (llamaremos a esto evolución de la grafica de la función lineal) los cuales son NB6, NM1 y NM2. En el nivel NB6 se realiza la actividad matemática de completar tablas de datos y solo distribuir puntos en el plano cartesiano, además de reconocer variables dependientes e independientes. En el nivel NM1 se trabaja con la grafica de la variación proporcional lineal, en la cual se completa tabla de datos utilizando regla de tres, interpretan gráficos, y bosquejos de la grafica de la proporcionalidad directa tan solo en el primer cuadrante. En el nivel NM2 se trabaja con la línea recta $y = mx + n$ como un objeto geométrico en el cual se calcula la distancia entre dos puntos, cálculo de pendiente, determinación de la ecuación de la recta según dos puntos pertenecientes a esta, entre otros. Por lo que en general no existe una articulación que promueva a la gráfica de la recta con la función lineal y la variación proporcional.

En los análisis se puede concluir respecto de las actividades matemáticas propuestas en los libros de texto lo siguiente:

a) Solo se visualiza la función lineal en el primer cuadrante del plano. Trabajando con valores positivos para su posterior graficación, un ejemplo de lo mencionado se puede encontrar en el anexo libro 2: ejercicio 18 o libro 3: ejercicio 30.

b) Privilegian el uso de la regla de tres para el cálculo de los valores específicos cuando se trabaja con el registro tabular. Esta actividad se encuentra en la completación de tablas de valores, por ejemplo en el anexo del libro 1: ejercicio 8, en el anexo del libro 2: ejercicio 26, y en el anexo del libro 3: ejercicio 34.

c) No proporcionan un adecuado manejo de las variaciones proporcionales en su forma funcional, es decir, no hacen uso de la expresión de dependencia $y = kx$ (las variables son continuas e infinitas) con la relación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Se encontró un solo ejemplo explicito, el cual solo compara la inclinación de las rectas con respecto a “mayor o menor que” de los segmentos. Esto se observa en el anexo libro 2: ejercicio 13.

d) La recta como objeto geométrico que se presenta en el nivel NM2, no muestra una conexión entre la recta con la grafica de la función lineal. El libro de texto coloca más énfasis en que los alumnos aprendan técnicas de aplicación de fórmulas con respecto al cálculo de distancia entre dos puntos, punto medio, encontrar la ecuación de la recta cuando un punto pertenece a la recta y se da el dato del valor de la pendiente y cuando dos puntos pertenecen a esta, entre otros. Y no enfatizan la asociación entre la expresión $y = kx$ y variación proporcional, es decir no se trabaja la relación de la constante de proporcionalidad $y = cx$, con c= constante de proporcionalidad.

e) Si bien se han encontrado actividades que requieren de una conversión de registros algebraico, tabular, lenguaje natural y gráfico, no hay un trabajo profundo en la conversión de ellos. En el libro 2, por ejemplo, se enfoca más en la resolución de la “regla de tres” para completar tablas de datos en la variación proporcional y posteriormente a la conversión tabular al grafico, por lo que al representar las variables enteras y finitas presentes en el registro tabular y visualizarlos en el plano cartesiano no se hace una apreciación de la infinitud de puntos en la grafica, por lo cual no es posible conformar un grafico continuo e infinito.

Además, el material didáctico, en el nivel NM2, da una serie de momentos para las representaciones de las gráficas y luego continúan resolviendo los problemas de forma algorítmica, donde el alumno memoriza la técnica y los métodos de resolver estas actividades matemáticas, dando un rol a la grafica de informar y describir como es la grafica de la función lineal. Un ejemplo de estos son:

Momento 1: la Conversión a una expresión algebraica.

Momento 2: Dar variados valores (limitado) a la variable “x” (tabulación de datos).

Momento 3: Graficar los datos tabulados.

Momento 4: Determinar qué tipo de función es (afín o lineal).

f) Se observa en la propuesta de las actividades matemáticas el trabajo con números enteros lo cual restringe el campo numérico que se asocia con la proporcionalidad dejando fuera a los racionales e irracionales de la gráfica de la función lineal. Esto dificulta al alumno a entender la existencia de la infinitud de puntos pertenecientes a la gráfica de la función lineal.

El libro de texto, viendo la necesidad del currículo, se enfoca en trabajar en cálculos matemáticos, aritméticos o algebraicos pero no trabaja la construcción de la relación de la función lineal y la proporcionalidad para que el alumno signifique la relación entre ambos.

En síntesis, el trabajo propuesto a los estudiantes se enfoca a graficar solo el primer cuadrante de la función lineal y la proporcionalidad, siendo este un bosquejo que es representado por medio de un segmento, dejando a la gráfica reducida a cálculo de la recta por dos puntos enteros unidos por un trazo. Esto dificulta que ésta sea una herramienta que permita visualizar la información contenida y poder utilizar esta información en otras áreas de las ciencias.

Además, el libro de texto no presenta actividades en la cual el alumno distinga el punto de forma abstracta sino más bien se concentra en ser explícito a que el punto sea una descripción literal que contiene área. No hace referencia que el punto es infinitamente pequeño y que está inmerso en una recta infinita. Para ello es necesario que el alumno interpole y acepte la pertinencia de la ley de la continuidad.

Por otro lado, las actividades presentes no trabajan con números infinitos de puntos en los que puedan interpolar y construir una gráfica detallada, sino más bien es un método de punteo o Graficación punto por punto, estas construcciones son través del cálculo de ordenadas y abscisas de puntos que pertenecen a la grafica luego unirlos a través de una línea.

Las actividades conllevan a que el estudiante signifique las funciones a ideas globales como por ejemplo, la gráfica de la función lineal, concebida como una curva limitada por un segmento dominios y recorridos de la función limitados.

Capitulo 6

CONCLUSIÓN

Este estudio se orienta a reconocer elementos que favorecen o desfavorecen el aprendizaje de la herramienta gráfica presentes en los libros de texto de los niveles NB6, NM1 y NM2, en relación de la variación proporcional directa, la función lineal y su grafica. Por ello se propuso: Reconocer los obstáculos presentes en las actividades los libros de texto con respecto a la enseñanza de la función lineal y su gráfica.

Para lo cual dos acciones se tornaron centrales:

- Realizar una sistematización de la actividad matemática propuesta por los libros de texto con respecto a la función lineal y su gráfica.

- Sistematizar elementos que favorecen y elementos que restringen la enseñanza de la grafica de la función lineal en libros de textos.

El primer obstáculo encontrado dentro de los libros de texto es que estos tienden a representar la grafica de la función lineal en el primer cuadrante del plano cartesiano además de representar la construcción de la recta por dos puntos pertenecientes a los números Enteros y finitos unidos por un segmento. La gran problemática presente es que para otras áreas como la física que utiliza números reales y las ciencias en general la interpretación de la información de la gráfica puede ser una tarea difícil de concluir.

El segundo obstáculo encontrado, es que a pesar de las falencias que poseen estos libros de textos, están presentes en la mayoría de las aulas de clases de nuestro país, lo que conlleva a los alumnos a aprender según lo incompleto de la materia expresada.

Un tercer obstáculo encontrado es el que no existe una asociación del concepto de variación proporcional y la función lineal. Pues se enseña, en el nivel NM2, como dos actividades separadas, es decir, que no existe una relación sobre la construcción de la expresión de dependencia $y = kx$ (las variables son continuas e infinitas) la cual se presenta como un objeto geométrico, con la relación proporcional $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ que se enseña en el nivel de enseñanza NM1. Lo anterior perjudica al estudiante ya que el alumno efectuará de forma autónoma el cálculo de la proporcionalidad haciendo uso de la “regla de tres” y no se dará cuenta de la situación funcional de la actividad matemática o situación que se presente.

Para completar el objetivo Específico 1, se formuló una clasificación y una sistematización de las actividades matemáticas presentes en los libros de texto de los niveles anteriormente mencionados, la cual se encuentra presente en el Anexo del presente Estudio.

Para completar el objetivo Específico 2, se analizan los obstáculos encontrados para el estudiante en los libros de texto, los cuales presentan las siguientes falencias:

- Representan la construcción de la recta por dos puntos pertenecientes a los números Enteros y finitos unidos por un segmento.

- Tienden a representar la grafica de la función lineal en el primer cuadrante del plano cartesiano.

- No existe una asociación del concepto de variación proporcional y la función lineal.

A la luz de esta investigación sobre la función lineal y su grafica se cree necesario rediseñar el discurso matemático escolar a modo de reparar estos obstáculos presentes en el material didáctico mediante un trabajo con la construcción y articulación de la relación de la gráfica de función lineal y la grafica de la variación proporcional directa, además de trabajar más con los números racionales para la comprensión de la infinitud de puntos.

Es necesario seguir indagando ya que existen otros problemas relacionados con el concepto de función por ejemplo averiguar ¿Qué concepciones tienen los alumnos sobre la gráfica?, ¿Qué concepciones tienen los alumnos sobre variabilidad? Además de investigar ¿Cómo se presenta la gráfica en el transcurso de la vida escolar?, el uso de esta y los distintos usos que tiene la gráfica en los distintos niveles de enseñanza.

Finalmente, se aprecia que el material didáctico es influyente al momento de la enseñanza aprendizaje, y un obstáculo en este material o confusión, es un problema de mayor consideración en la enseñanza. Y visualizar la función lineal no es solo ver la gráfica como un dibujo sino apreciar la información codificada de ésta además de ser una habilidad que se desarrolla en el transcurso de la enseñanza escolar.

BIBLIOGRAFIA

Acuña, C. (2001). Concepciones de graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. *Revista Latinoamericana de la investigacion Matemática Educativa* , 203-217.

Acuña, C. (2005). ¿Cuántos puntos hay? Concepciones de los estudiantes en tareas de construcción . *Revista Latinoamericana de Investigación en Mtemática Educativa* , 7-23.

Ainley, J. Nardi, E. y Pratt, D. (2000): *The construction of meanings for trend in active graphing.* International Journal of Computers for Mathematical Learning 5, 85–114.

Barzán, A., Castañeda, S., Macotela, S., & López, M. (2009). Evaluación del desempeño en lectura y escritura. Aportes empíricos a la noción de componentes lingüísticos en el cuarto grado de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa vol.9* , 841-861.

Bowen, G., & Roth, W. (1998). Lecturining Graphing: what features of lectures contribute to student difficultes in learning to interpret graphs? *Research in Science Education* , 77-90.

Cantoral, R. (2002). visualizacion y pensamiento matematico; estategias de enseñanza., (pág. 6).

Cantoral, R., & Farfán, R. (2000). pensamiento y lenguaje variacional en la introduccion al análisi . *el futuro del calculo infinitesimal ICME-8* , 69-91.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003) Matemática Educativa: Una visión de su evolución. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa 6(1), 27-40

Cantoral, R., & Montiel, G. (2004). *Desarrollo del pensamiento matemático: el caso de la visualización de funciones.* méxico: Cinvestav IPN.

Carreño, X., & Cruz, X. (2002). *Álgebra.* Santiago: Arrayan.

Carrasco, E. (2005). Visualizando lo que varía. Interpretación y construcción de gráficas de variación de tiempo . México. D.F, México.

Castañeda, A. (2008). desarrollo de la noción de graficacion en la antiguedad. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol. 21* , 868-877.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage

Chevallard, Y., & Johsua, M. (1982). Un exemple d`analyse de la transposition didactique: La notion de distance. *Recherche en Didactique des Mathématiques* , 159-239.

Choppin, A. (1980) L' histoire des manuels scolaires. Un bilan bibliométrique de la recherche français. *Histoire de l'Education*, 58, 165-185

Cid, E.(2009)*Matemática 2º Año Medio, texto para el estudiante* .Santiago. Ediciones Cal y Canto.

Contreras, J., & del Pino, C. (29 de 06 de 2009). *Scribd.* Recuperado el 2010 de 04 de 05, de Scribd: http://www.scribd.com/doc/16935280/Funciones

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorias del conocimeinto del cálculo y el análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 2(1), 56-74.

Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las graficas en el discurso matemático escolar. Estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de la investigación en Matemática Educativa, marzo, año/vol. 10, número 001* , 7-38.

Cortina, L. (1996). Los libros de texto de las editoriales privadas. Sus propuestas para las matemáticas de primer grado. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos vol26* , 165-203.

Costa, J. (1998). *La esquemática. Visualizar la información* . Barcelona: PAIDÓS IBÉRICA.

Dermot, L. M., Rosenquist, M. L., & Zee, E. H. (1987). Studentes dificulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics 55* , 503-513.

Diez, E., Miramontes, S., & Sánchez, M. (2001). análisis descriptivo de algunos de los contenidos del libro de texto gratuito para el alumno de primaria "alfabetización económica": el caso del trabajo y las ocupaciones. *Revista Mexicana de Investigación Educativa vol.6* , 263-281.

Dolores, C. (2004). Acerca del analisis de funciones a traves de sus graficas, concepciones alternativs de estudiantes de bachillerato

Dolores, C. (2007). Usos de las graficas y sus repercusiones en el aprendizaje de la matematica. Consideracion de aspectos socioepistemologicos en el analisis y el rediseño del discurso matematico escolar. *CLAME* .

Dolores, C., Chi, A., Canul, E., Cantú, C., & Pastor, C. (2009). De las descripciones verbales a las representaciones gráficas. El caso de la rapidez de la variación en la enseñanza de la matemática. *revista iberoamericana de la educación* , 41-57.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *investigación Matemática Educativa II* . face ed.

Espinel, M. C. (1998). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Actas XI SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática),* (págs. 99-119).

Fabra, M., & Deulofeu, J. (2000). construccion de grafico de funciones:Continuidad y prototipos. *Revista Latinoamericana de investigacion en Matemática Educativa* , 207-230.

García, M., & LLinares, S. (1995). El concepto de función a través de los textos escolares. 103-115.

Gobierno de Chile, M. d. (19 de 01 de 2009). *Textos escolares, Ministerio de Educación de Chile.* Recuperado el 05 de 11 de 2009, de Textos escolares, Ministerio de Educación de Chile: http://portal.textosescolares.cl/imagen/File/pdf/folleto_politica.pdf

Godino, J. (sf). *Ugr.* Recuperado el 3 de noviembre de 2009, de Ugr: http://www.urg.es/local/jgodino

Gonzales, M., & Sierra, M. (2002) Metodología de análisis de libros de texto de Matemática. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Historia Educacion* 21, 77-198

Higueras, l. R. (1998). La noción de función: análisis epistemológico y didáctico. España: Universidad de Jaén.

Hitt, F. (2003). Una Reflexión sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la asociación Matemática Venezolana* , 213-223.

Howson, G. (1995). *Mathematics Textbooks: A comparative study of grade 8 texts.* Vancouver: Pacific Educational Pess .

Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* USA: Lawrence Erlbaum Associates.

Larios, M. C. (2001). Los Libros de texto gratuito. *Revista Mexicana de Investigación Educativa vol.6* , 201-204.

Lávaque, J., Méndez, N. G., & Villaroel, Y. H. (2006). Concepciones de los alumnos de la noción de función.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research 60* , 1– 64.

Martínez, J. (1992). Siete cuestiones y una propuesta. *Cuadernos de Pedagogía* , 8-13.

Montiel, G. (2003). Construccion visual de las funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. *mosaicos matemáticos* , 103-108.

Otte, M. (1986). What is a text? , en Christianse, B., Howson, A. G. y Otte, M. (editors). *Perspective on Mathematics Education* , 173-204.Dordrech: Reídle Press.

BIBLIOGRAPHY \l 3082 Penalva, M., & Torregrosa, G. (2001). *REPRESENTACIÓN Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.* Alicante: Facultad de Educación. Universidad de Alicante.

Peralta, J. (2002). *Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular: en el caso de las funciones.* Sonora: instituto tecnológico de Sonora.

Pimm, D. (1994). *mathematics classroom language form, function and force.* 159-169: didactics of mathematics as a Scientific Discipline.

Ramírez, J. (2007). Reflexiones sobre las ideas de Nicolás Oresme. *Asclepio. Revista de Historia de la Medicina y de la Ciencia. vol. LIX, nº 1* , 23-34.

Reyes, C. & Valenzuela, M. (2009). *matematica 1º medio, texto para el estudiante.* Santiago: Mc Graw Hill.

Ríos, P. (2002). *El libro de texto como recurso para el aprendizaje estratégico.* Caracas: informes de investigaciones educativas Vol. XVI, No. 1 y 2.

Roth, W., & Bowen, G. M. (2001). Professionals read graph: a semiotic analysis . *Journal for Research in a mathematics education* , 159-194.

Setz, J., Herrera, R., &Rojas, F.(2009) *Matemática 8º Año Básico, texto para el estudiante.* Santiago. Editorial Santillana

Suárez, L., & Cordero, F. (2004). *Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico.* México: Centro de Formación e Innovación Educativa del IPN.

Vargas, M. (2001). Actividades de producción oral y escrita en libros de texto en español. Aproximaciones a un análisis de dos libros destinados a primer grado de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa vol.6* , 249-260.

Wainer, H. (1992). Understanding graph and tables. *Educational Researcher* , 14-23.

ANEXO

Texto del estudiantes	Actividad	Conocimiento que hay que usar
Libro 1 8º año básico	Ejercicio 1.- las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000 ¿Cuál es el precio por 5 entradas?	Tarea matemática: -Calculo de aritmético→multiplicación del valor por la cantidad de entradas Observación: Valor positivo. Solo un valor, no hay variación. El alumno deberá de resolver aritméticamente la interrogante expresada.
	Ejercicio 2.- Las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000 ¿Cuál es la expresión algebraica que modela la situación?	Tarea matemática: -Determinar una expresión algebraica al fenómeno: -Determinar las variables. -Determinar cuáles variables son dependientes e independientes. -Determinar una expresión para el fenómeno. El alumno deberá modelar el fenómeno en la cual deberá identificar las variables involucradas en el fenómeno, por lo que tendrá que determinar cuál de ellas es la variable dependiente e independiente.
	Ejercicio 3.- Las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000 ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente?	Tarea matemática: -Determinar las variables. -Dependiente es la variable “y” e independiente “x”. Este ejercicio tan solo promueve el reconocimiento de las variables involucradas en el fenómeno.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 4.-
Las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000completa la siguiente tabla según corresponda
<table>
<tr><td>X</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>12</td><td>20</td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Completar tabla de valores con los conocimientos previos.
Observación: Valores positivos
Según los datos obtenidos anteriormente, el alumno deberá reemplazar en la expresión algebraica, la variable “x” y determinar el valor correspondiente “y”.Por lo que es tan solo un cálculo aritmético
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 5.-
Las entradas para el partido de copa Davis, chile- Australia, para volver al grupo mundial, tiene el valor de $24.000
Construye el grafico que representa a esta situación
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Representar el plano cartesiano
-Relacionar los valores de la tabla con los pares ordenados
-Ubicar los puntos en el plano cartesiano
El alumno deberá visualizar el fenómeno. Por lo que deberá significar los valores pertenecientes a la tabla a pares ordenados e ubicarlas en el plano cartesiano
Hay que tener en cuenta que las variables son discretas por lo que se representaran pares de puntos
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 6.-
En los días de calor, el dueño de un kiosco vende muchos helados, por eso diseña una tabla con lo posibles pedidos. Complétala.
<table>
<tr><td>Cant. helados</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>4</td><td></td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Precio $</td><td>260</td><td>520</td><td>780</td><td></td><td>2080</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Calculo de variación proporcional
El alumno deberá recurrir a conocimientos previos para el cálculo de la cantidad de helados con el valor correspondiente.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 7.-
En los días de calor, el dueño de un kiosco vende muchos helados, por eso diseña una tabla con lo posibles pedidos.
<table>
<tr><td>Cant. helados</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>4</td><td></td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Precio $</td><td>260</td><td>520</td><td>780</td><td></td><td>2080</td><td></td><td></td></tr>
</table>
¿Cómo lo hiciste para calcular la cantidad de helados?
¿Cómo lo hiciste para calcular el precio en cada caso?
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Describir el proceso del cálculo.
El alumno deberá de describir el procedimiento mental que hizo para el cálculo de la cantidad de helados y el precio de estos.
</td>
</tr>
</table>

Ejercicio 8.-

En los días de calor, el dueño de un kiosco vende muchos helados, por eso diseña una tabla con lo posibles pedidos.

Cant. helados	1	2		4		9	10
Precio $	260	520	780		2080		

¿Cuánto helado puedes comprar con $3.640?

Tarea matemática:

-Completar tabla.

-Cálculo de variación proporcional: regla de tres

El alumno deberá determinar la cantidad de helado recurriendo a la práctica de la regla de tres. Lo cual implica resolver una ecuación de primer grado.

Ejercicio 9.-

En los días de calor, el dueño de un kiosco vende muchos helados, por eso diseña una tabla con lo posibles pedidos.

Cant. helados	1	2		4		9	10
Precio $	260	520	780		2080		

¿Cuál es el valor de la razón entre el precio y la cantidad de helados?

Tarea matemática:

-Calcular el cociente entra las variables

Observación: Valores positivos

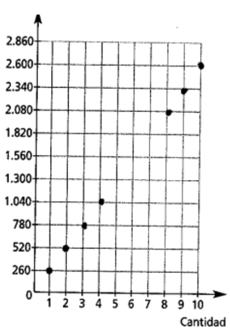
El alumno tan solo deberá calcular el cociente entre las variables cantidad de helados con el precio

Ejercicio 10.-

En los días de calor, el dueño de un kiosco vende muchos helados, por eso diseña una tabla con lo posibles pedidos.

Cant. helados	1	2		4		9	10
Precio $	260	520	780		2080		

Completa el grafico



Tarea matemática:

-Completar la grafica según los datos descritos en la tabla

-Asociación de los datos tabulados con los pares ordenados

-Asocia el par ordenado correspondiente

El alumno deberá significar los valores pertenecientes a la tabla como pares ordenados e ubicarlos en la grafica correspondiente.

Ejercicio 11.-

Si A y B son dos variables que forman una proporción directa y construye un grafico a partir de datos.

A	B

Tarea matemática:

-Se sabe que es una proporcionalidad directa

-Completar tabla→técnica regla de tres

-Completar la tabla de valores

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>24</td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>-Asociar los vales tabulados con pares ordenados

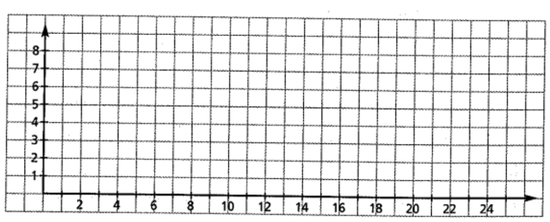
-Representar el plano cartesiano

-Ubicación de puntos

En el problema se menciona que es una variación proporcional por lo que el alumno debiera calcular los valores que faltan con la regla de tres.

Luego de completar la tabla de valores el alumno deberá significar los valores correspondientes como pares ordenados e ubicarlos en el plano cartesiano</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 12.-

Si A y B son dos variables que forman una proporción directa y construye un grafico a partir de datos.
<table>
<tr><td>A</td><td>B</td></tr>
<tr><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>20</td><td></td></tr>
<tr><td>24</td><td></td></tr>
</table>
Si unes los puntos ¿Qué resulta?



</td>
<td>Tarea matemática:

-Unir los puntos para visualizar el fenómeno expresado, y determinar que figura resulta.

Unir con una línea los pares ordenados representados en el grafico y determinar que resulta con la unión de estos puntos.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 13.-

Inventen una tabla con dos magnitudes que estés en proporcionalidad directa, construyan su grafico y compárenlo con el grafico anterior ¿Qué pueden concluir?</td>
<td>Tarea matemática:

-Determinar datos que están en proporcionalidad directa

-Representar los datos en el plano cartesiano

-Unir los puntos.

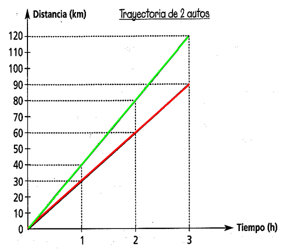
El alumno deberá construir un fenómeno con las mismas características que el problema anterior, luego</td>
</tr>
</table>

de construir deberá visualizar y comparar las graficas.

Deberán comparar la inclinación y en que concuerdan con la grafica anterior puntos de intersección y la figura que se representa a que se parece.

Ejercicio 14.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.



tiempo	distancia
1	30

tiempo	distancia
2	80

Completa las tablas según el grafico

Tarea matemática:

-Completar la tabla de valores

-Reconocer las variables

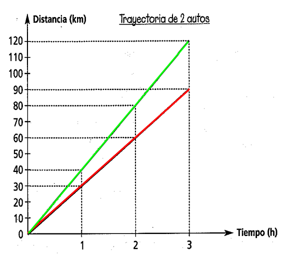
-Completar la tabla según el grafico,

Observación: Valores positivos

El alumno deberá visualizar el fenómeno descrito y tendrá que completar la tabla de valores, significando lo pares ordenados como valores correspondientes a las variables distancia y tiempo de los vehículos

Ejercicio 15.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.



tiempo	distancia
1	30

tiempo	distancia
2	80

El auto que vas más rápido es el ______ porque_____

Tarea matemática:

-Responder según el grafico

-Determinar cuál va mas rápido según la inclinación de la recta→mientras más rápido más inclinada, menos inclinada más lento

Según la grafica o lo completado en la tabla en alumno deberá de decidir cuál de los vehículos viaja más rápido. Si decide visualizar el fenómeno en la grafica, dependerá de la inclinación de la recta mientras más inclinada (mayor inclinación) más rápido viaja el vehículo, de lo contrario más lento viajara

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 16.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.

<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td>1</td><td>30</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>80</td></tr>
</table>
¿En cuánto tiempo el auto verde recorrerá 60 km?
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Calculo de proporcionalidad directa

-Técnica regla de res

Observación: valores positivos

El alumno deberá recurrir al cálculo aritmético utilizando la regla de tres para resolver el planteamiento
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 17.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.

<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td>1</td><td>30</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>80</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
¿Cuál es la razón que se mantiene constante para el auto rojo? ¿y para el verde?
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Calcular la razón entre la distancia y el tiempo.

-Cociente entre las variables, distancia y tiempo.

El alumno tan solo tiene calcular el cociente entre las variables distancia- tiempo.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 18.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Calculo de variación proporcional
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td>1</td><td>30</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>80</td></tr>
</table>
¿a qué distancia del punto 0 se encontrara el auto verde en 10 horas más?
</td>
<td>El alumno deberá utilizar la regla de tres para calcular la distancia cuando haya transcurrido10 horas mas</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 19.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.
<table><tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr><tr><td>1</td><td>30</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>
<table><tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>80</td></tr></table>
¿Cuánto tiempo se demorar el auto rojo en recorrer 480 km?</td>
<td>Tarea matemática:

-Calculo de proporcionalidad directa.

-Técnica utilizar el cálculo de la regla de tres.

El alumno deberá recurrir al cálculo aritmético utilizando la regla de tres</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 20.-

El siguiente grafico indica la distancia recorrida por dos autos, uno rojo y uno verde, en un tiempo determinado sin que cambie sus velocidades en el tiempo.
<table><tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr><tr><td>1</td><td>30</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>
<table><tr><td>tiempo</td><td>distancia</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>80</td></tr></table>
A medida que el tiempo transcurre, ¿los autos recorren más o menos km? Explique</td>
<td>Tarea matemática:

-Inferir que sucede si el automóvil se demora más.

El alumno deberá visualizar cual de los dos vehículos viaja más kilómetros o menos kilómetros.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 21.-

En carretera, una camioneta rinde aproximadamente 18 km por cada litro de combustible. Con esta información completa la tabla y responde:</td>
<td>Tarea matemática:

-Calculo de proporcionalidad directa.

-Regla de tres.

Observación: valores positivos.</td>
</tr>
</table>

	<table><tr><td>Combustible (lt)</td><td>Recorrido (km)</td></tr><tr><td>½</td><td></td></tr><tr><td>¼</td><td></td></tr><tr><td>3/2</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td></tr></table>	Según los datos entregados en la expresión el alumno deberá de completar la tabla de valores según eso deberá utilizar la regla de tres para el cálculo del recorrido según los litros de combustible.
	Ejercicio 22.- Indica si las siguientes magnitudes están relacionadas de manera directamente proporcionales. a) El numero de hojas de un libro b) El lado de un cuadrado y su perímetro c) Los lados de un triangulo y su área d) El número de trabajadores y los días que se demoran en terminar un trabajo	Tarea matemática: -Determinar si las variables están relacionadas proporcionalmente. El alumno deberá de determinar si las variables expresadas están o no relacionadas proporcionalmente
	Ejercicio 23.- La edad de un padre es de 40 años y la del hijo es de 20 años. Completa la siguiente tabla <table><tr><td>Tiempo transcurrido en años</td><td>1</td><td>4</td><td>10</td><td>15</td></tr><tr><td>padre</td><td>41</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>hijo</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	Tarea matemática: -Completar tabla. -Calculo de proporcionalidad directa. Observación: valores positivos. Al alumno deberá de determinar las edades futuras según los años transcurridos, por lo que es necesario un cálculo aritmético para determinar las variables.

	Ejercicio 24.- La edad de un padre es de 40 años y la del hijo es de 20 años. Completa la siguiente tabla y luego responde: <table><tr><td>Tiempo transcurrido en años</td><td>1</td><td>4</td><td>10</td><td>15</td></tr><tr><td>padre</td><td>41</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>hijo</td><td>21</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>¿La edad del padre y del hijo es proporcional a medida que transcurre los	Tarea matemática: -Determinar si las edades están en proporcionalidad directa. El alumno deberá de comprobar si las variables están en proporcionalidad directa o no, lo cual deberá de calcular el cuociente entre las variables.

<table>
<tr><td></td><td>años?</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Ejercicio 25.-

Los octavos años de un colegio están juntando dinero para su paseo de fin de año. Hasta el momento llevan recaudado $270.000. Este dinero para su paseo será repartido de forma proporcional al número de alumnos que tenga cada curso. El 8º A tiene 42 alumnos, el 8º B 38 y el 8º C tiene 44 alumnos. ¿Cuánto dinero le corresponde aproximadamente a cada curso en este momento?</td><td>Tarea matemática:

-Calculo de proporcionalidad directa.

-Calcular el número total de alumnos.

-Asignar el valor proporcional, en pesos, que a cada alumno le corresponde.

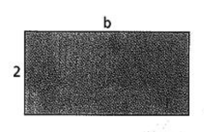
El alumno deberá hacer un cálculo aritmético para determinar la cantidad de dinero le corresponde a cada curso.

Lo que debiera determinar es cuánto dinero le corresponde a cada alumno y con ello determinar cuánto le corresponde al curso. Por lo que es necesario dividir la cantidad de dinero con la cantidad total de alumnos.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 26.-

Tres hermanas deber reunir $480.000,para su hogar, aportando proporcionalmente los ingresos de cada una. Antonia gana $240.000, Alejandra gana $ 300.000 y Andrea $280.000. ¿Cuánto dinero debe aportar cada una, para que su aporte sea proporcional a su sueldo?</td><td>Tarea matemática:

-Repartir las cantidades proporcionalmente.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 27.-

Observa el rectángulo, completa la tabla y dibuja el grafico correspondiente.

<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>perímetro</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>2·2 + 2·3= 10</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>5</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>6</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td></td></tr></table>

</td><td>Tarea matemática:

-Asociar los datos en una tabla .

-Relación geométrica con el plano cartesiano.

-Determinar y completar los valores de la tabla.

-Relacionar los valores con los pares ordenados.

-Ubicar los puntos en el plano cartesiano.

-Unir los puntos para ver la representación del fenómeno.

El alumno debiera visualizar la figura, por lo que determinaría los valores correspondientes a la tabla. Después debiera significar las variables a pares ordenados e ubicarlos en el plano cartesiano.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio28.-

¿Qué sucede si el perímetro si la medida de b disminuye? ¿y si aumenta?

<table>
<tr><td>A</td><td>B</td><td>perímetro</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>2·2 + 2·3= 10</td></tr>
<tr><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>Tarea matemática:

-Determinar que ocurre con las variables.

-Determinar según los valores obtenidos en la tabla que ocurre con el perímetro si la variable disminuye.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 29.-

Busca la información y completa

El metro de Santiago viaja a una velocidad aproximada de _________ por hora entre cada estación.

Si la distancia desde Santiago a Talca es de _________, ¿Cuánto tiempo tardaría el metro en llegar a esa ciudad?

Si el metro logró llegar a su destino en 2,8 horas, ¿Cuántos kilómetros recorrió?</td>
<td>Tarea matemática:

-Búsqueda de información con respecto a variación proporcional.

El alumno debe de completar, según los conocimientos previos, la expresión.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Síntesis</td>
<td colspan="2">En ciertos problemas de completar de tabla de valores existes variables discretas positivas y limitadas por lo que al visualizar el fenómeno en cuestión solo se visualizaran pares de puntos en el plano. No fomenta un modelo tendencial y la infinitud de puntos, por lo que la grafica será representada en el primer cuadrante ya que en su aprehensión de los términos negativos está recién contenida en este ciclo

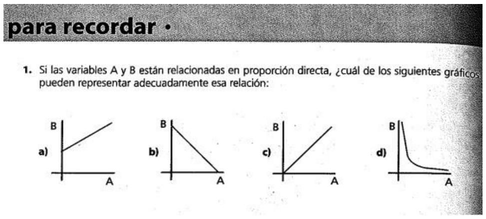
En otros el alumno requiere de visualizar las graficas y completar tabla de valores. La visualización del fenómeno solo ocurre en el primer cuadrante, por lo que las variables serán positivas.</td>
</tr>
<tr>
<td>Libro 2:

1º año medio</td>
<td>Ejercicio 1.-

Si las variables A y B están relacionadas en proporción directa ¿Cuál de los siguientes gráficos pueden representar adecuadamente esa relación?</td>
<td>Tarea matemática:

-Reconocer las propiedades en la grafica de la proporcionalidad directa, es decir :</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>



para recordar ·

1. Si las variables A y B están relacionadas en proporción directa, ¿cuál de los siguientes gráficos pueden representar adecuadamente esa relación:

</td>
<td>

-Que es una línea recta.

-Que pasa por el origen.

Observación: Se grafican en el primer cuadrante.

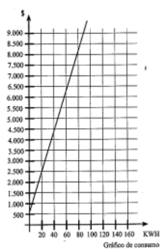
El alumno debiera reconocer que la grafica de variación proporcional es una recta que pasa por el par ordenado (0,0).

Además la grafica presentada en el problema solo muestra la representación en el primer cuadrante, no hay una visualización que la recta tiene una infinitud de puntos, solo muestra una parte de ella. A parte, no significa puntos, es decir, solo es un reconocimiento cualitativo de la grafica.

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

Ejercicio 2.-

En el gráfico del valor de la cuenta de luz según el consumo mensual, aproximadamente ¿Cuál de ellos produce una cuenta de $6000?



</td>
<td>

Tarea matemática:

- Identificar variables: valor de la cuenta ($), consumo (KWH).

- Asociar el par ordenado respectivo a los $6000.

- Determinar el valor correspondiente.

(Los valores dados en la grafica son de cantidades positivas).

La grafica se debe significar como un conjunto de pares ordenados, cada punto es un par ordenado en que la abscisa representa el consumo mensual y la ordenada el costo en pesos.

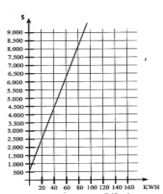
La grafica tan solo es visualizada en el primer cuadrante, lo que implica que el alumno no visualice mas allá que el solo segmento de esta.

No muestra el punto de intersección con los ejes del plano cartesiano.

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>

Ejercicio 3.-

En el gráfico del valor de la cuenta de luz según el consumo mensual, aproximadamente.



¿Es cierto que el consumo del valor de la cuenta entre 20 KWH y 40 KWH es el mismo que entre 100 KWH y 120 KWH?

</td>
<td>

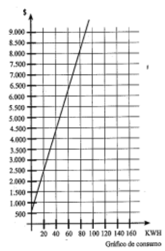
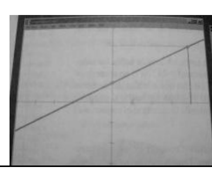
Tarea matemática:

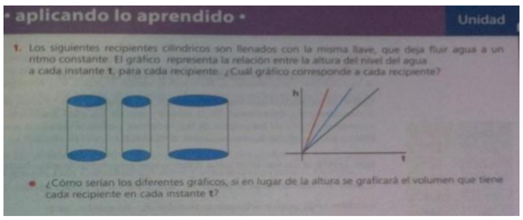
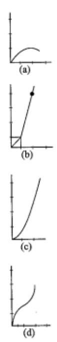
-Cálculo de variación de incremento.

En este ejercicio estamos preguntando sobre incrementos o deltas de variación de las variables, lo cual el estudiante deberá calcular las diferencias entre las ordenas de los dos intervalos realizados.

Es un problema aislado, no le están pidiendo al estudiante que analice si la recta se extiende infinitamente, no le piden que vea variaciones.

</td>
</tr>
</table>

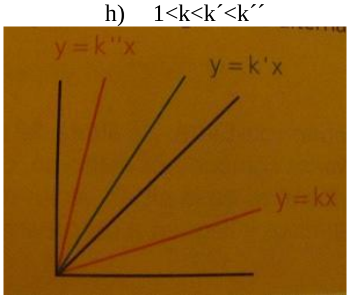
	Ejercicio 4.- Si el valor de la cuenta fuese v= 509 + 70c Para el consumo c el grafico también sería una recta. La recta que resulta ¿tiene mayor inclinación que la de arriba? 	Tarea matemática: -Reconocer la inclinación de la cuenta. -Dar valores para C que es el consumo (no se sabe que valores hay que dar a C). -Construir una tabla de valores –saber que valores dar a C. -Graficar la tabla de valores relacionando los valores con pares ordenados: → representar el plano cartesiano →dibujar los ejes →ubicar los pares ordenados en el plano→unir los puntos. -Determinar que recta tiene mayor o menor inclinación . Lo que menciona el libro: mientras mayor crecimiento mayor inclinación. La comparación entre mayor crecimiento es visual. Este problema requiere que el estudiante de cambios a la expresión algebraica que modela la relación entre consumo y costo, además de articular deltas de variación que la grafica debiera tener. Para poder resolver, el estudiante debe asignar distintos valores a la constante C y analizar qué cambios se producen en la grafica. Además se pide visualizar la inclinación de esta, sin una clara asociación a la velocidad de variación. El alumno tan solo compara la grafica en el primer cuadrante ya que el ejercicio se remite a tan solo la comparación de la inclinación de la recta en ese cuadrante.
	Ejercicio 5.- Si los puntos (x,y) y (a,b) están en el grafico 4.3 y x a la izquierda de a ¿Es cierto que y esta debajo de b? Explica Decide cuál de los siguientes puntos pertenece al gráfico de arriba a) (1,2) b) (-2,0) c) (5,7/2) d) (2,2) 	Tarea matemática: -Determinar cuáles de los puntos pertenecen a la recta - Comprobar uno a uno si los pares pertenecen a la recta. Visualizar en el grafico los pares (a, b) de puntos, reconociendo sus valores a partir de su posición espacial en el gráfico. Queda demostrado que al utilizar el software computacional la grafica de la recta ocupar una infinitud de puntos, mostrando así la intersección con las rectas y un patrón tendencial de la recta. Pero solo se remite a un solo ejercicio.

	Ejercicio 6.- Los siguientes recipientes cilíndricos son llenados con la misma llave, que deja fluir agua a un ritmo constante. El grafico representa la relación entre la altura del nivel de agua a cada instante t, para cada recipiente ¿cuál grafico corresponde a cada recipiente? ¿Cómo serian los diferentes gráficos, si en lugar de la altura se graficaría el volumen que tiene cada recipiente en cada instante t?  • aplicando lo aprendido • Unidad 1. Los siguientes recipientes cilíndricos son llenados con la misma llave, que deja fluir agua a un ritmo constante. El gráfico representa la relación entre la altura del nivel del agua a cada instante **t**, para cada recipiente. ¿Cuál gráfico corresponde a cada recipiente? • ¿Cómo serian los diferentes gráficos, si en lugar de la altura se graficará el volumen que tiene cada recipiente en cada instante **t**?	Tarea matemática: ¿Cómo relaciono la inclinación con la rapidez del llenado? - Asociar visualmente grafico con los cilindros. - Más inclinada más rápido es el llenado, menos inclinado más lento el llenado Inclinación: mayor inclinación mayor crecimiento (contexto visual) . La relación entre la visualización del fenómeno es del tipo variacional en la cual se relaciona la altura h del cilindro con la rapidez del llenado de estos. Se espera una articulación del fenómeno con la grafica de llenado adecuada a cada cilindro. Ello requiere del estudiante, pueda determinar desde su experiencia previa que “a mayor área de la base en el cilindro, mayor velocidad de llenado”. Posteriormente el estudiante debe reconocer que a mayor velocidad de variación el grafico ha de tener mayor pendiente. Es de considerar que los gráficos, por la situación de medida, son solo en el primer cuadrante de forma cualitativa.
	Ejercicio 7.- Explique el por qué el primer y tercer grafico no representan relaciones proporcionales  Ejemplo (texto) “Como vemos en el grafico todos pasan por (0,0), de modo que en un principio todos son candidatos para ser gráficos de relaciones proporcionales. El grafico (b) pasa por el (1,1) y por (2,4) si se tratase del grafico de una relación proporcional ocurriría que $\frac{1}{1}$ sería igual a $\frac{4}{2}$ lo cual no ocurre. De modo que el grafico (b) no representa una relación proporcional. En el grafico (d) cuando x=$\frac{1}{2}$ se tiene que y=1 por tanto si la relación fuese proporcional, cuando x=1 y debiera valer 2 pero en el grafico	Tarea matemática: -Reconocer si es línea recta. -Verificar que el origen pertenece a la recta. -Asumir que cada marca en los ejes equivale a una unidad. -Determinar un par de puntos. -Verificar que un par de puntos cumple la relación. $\frac{y}{x}=\frac{y_1}{x_1}$ Se infieren los pares ordenados pertenecientes al grafico según los ejemplos anteriormente mencionado en el texto. Observación: Las graficas se muestran en el primer cuadrante El problema se focaliza en la determinación de la proporcionalidad y a la mantención de una comparación proporcional entre dos pares de puntos. Estas graficas mostradas pertenecen al primer cuadrante, no muestran continuidad y una forma tendencial de las curvas. Los alumnos tienen que inferir que cada segmento mostrado en los ejes equivale a una unidad de medida.

	Ejercicio 8.- Explica por qué si la tasa promedio entre (0,0) y (a, b) es k y además la tasa promedio entre (0,0) y (c, d) es k, entonces la tasa promedio entre (a, b), (c, d) es k	Tarea matemática: -Demostrar: -Calcular la tasa promedio entre (a, b), (c, d) -Comparar si el valor resultante es k. Para demostrar lo anterior tiene que expresar: tasa promedio entre $(0,0)$ y (a, b) $\rightarrow \frac{b-\mathbf{0}}{a-\mathbf{0}} = \frac{b}{a}$ pero se sabe que $y = kx$ cuando las coordenadas son (x, y) por tanto, $b = ka$ $\rightarrow \frac{b}{a} = \frac{ka}{a} = k\frac{a}{a} = k$ Por otro lado, se tiene que la tasa promedio entre (0,0) y (c,d) $\rightarrow \frac{d-\mathbf{0}}{c-\mathbf{0}} = \frac{d}{c}$ utilizando la misma reflexión $d = kc$ $\rightarrow \frac{d}{c} = \frac{kc}{c} = k\frac{c}{c} = k$ Con lo anterior , la tasa de promedio entre (a,b) y (c,d) $\frac{b-d}{a-c}$ pero se sabe que , $b = ka$ y que $d = kc$ por lo tanto $\frac{b-d}{a-c} = \frac{ka-kc}{a-c} = k\frac{(a-c)}{(a-c)} = k$ Conclusión: es necesario que el alumno sepa reemplazar, inferir, simplificar, factorizar. Es un principal manejo algebraico de igualdades de fracciones, no implica articulación con la grafica ni tampoco reporta un pensamiento tendencial o de comportamiento de las variables.
	Ejercicio 9.- Demuestra que la relación v=2+x tiene una tasa de crecimiento constante para cualquiera par de puntos de su grafico, pero que no es una relación proporcional	Tarea matemática: -Demostrar que no es una relación proporcional (ya se sabe que no es proporcional lo cual tiene buscar el por qué gráficamente). Las acciones que debe hacer un alumno: -Dar valores para x→ valores positivos y negativos.

		-Tabular los datos. -Graficar los datos. -Representar el plano cartesiano. -Ubicar los puntos en el plano. -Unir los puntos. -La grafica correspondiente será una grafica que intercepta al eje por el valor (0,2) y no por el origen. Este problema requiere que el estudiante realice conversiones entre un registro de representación algebraico a otro registro gráfico. Para aquello el estudiante requiere de evaluar la variable x, para construir la tabla de datos a ser graficada y reconocer diferencias con respecto a una grafica proporcional, es decir, reconocer que una recta que representa una relación proporcional debe contener el origen y la recta que ha dibujado no pasa por el origen. El ejercicio apunta a significar en la visualización grafica que la representación grafica de la relación proporcional pasa por le punto (0,0)
	Ejercicio 10.- Nota que la relación $y=x^2$ tiene un grafico que pasa por el (0,0). Explica porque la relación no es proporcional	Tarea matemática: Elabore una tabla de valores: -Dar valores a x -Graficar la expresión representando los valores como pares ordenados. -Ubicar los pares ordenados en el plano cartesiano. -Unir los puntos. -La grafica que es representada es una curva que pasa por el par ordenado (0,0) pero no es un recta. Por lo que la expresión no es una variación proporcional. Se busca que el estudiante signifique que la condición de la grafica de pasar por (0,0) es necesaria pero no suficiente. Para poder resolver, el estudiante debe asignar distintos valores a x, por lo que construye una tabla de valores. Luego las variables involucradas deben de significar a un par de puntos reconociendo sus valores en su posición espacial. Al visualizar esta expresión, se determina que contiene al par (0,0) pero no es una recta con crecimiento constante, por lo que

		la expresión $y=x^2$ no es una relación proporcional.
	Ejercicio 11.- ¿En qué caso la distancia que recorre un móvil es proporcional al tiempo que toma recorrer esa distancia?	Tarea matemática: Se tiene que d = distancia ← relación entre las variables físicas Y t=tiempo (El alumno debiera relacionar las variables con los conceptos físicos y reconocer la relación proporcional para establecer la relación entre el tiempo y la distancia). Se tiene que reconocer cuando la distancia y tiempo están relacionadas proporcionalmente por lo que para que cumpla esta relación : → cociente entre las variables debe ser constante. - $\frac{d}{t} = k$ ← esta relación es definida como movimiento rectilíneo uniforme o velocidad uniforme Se pide que el estudiante analice un fenómeno y de las características para que sea proporcional el modelo que lo describe. Por lo tanto el estudiante debe reconocer, las variables involucradas, debe recordar la formula que relaciona distancia con tiempo. Entonces el alumno debe reconocer que se trata del movimiento rectilíneo uniforme, es decir que no es acelerado. Ello implica que su grafico será una línea recta y que comenzara a medir cuando el móvil pase por el origen. Este problema busca una articulación entre la grafica proporcional y un fenómeno físico. No hay valores, no hay puntos que interpretar, no hay grafica.
	Ejercicio 12.- En qué caso la distancia que recorre un móvil es proporcional al tiempo que toma recorrer esa distancia, en el caso en que es proporcional la relación ¿Qué concepto físico representa la constante de proporcionalidad?	Tarea matemática: -Reconocer el concepto físico involucrado. - $\frac{d}{t} = k$ ←Velocidad uniforme -Reconocer el modelo descrito e identificar que concepto físico se ve involucrado en la situación

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 13.-
La recta azul es la diagonal, entonces, ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera?
e) K<k´<1<k´´
f) K<1<k´´<k´
g) K<1<k´<k´´
h) 1<k<k´<k´´


Como se sabe que las relaciones proporcionales se grafican como una recta, para diferenciarlas solo basta ver cuán inclinadas esta. Por ejemplos (texto) si las variables x e y son iguale s, es decir, x=y, la inclinación es de 45º (como se ve en la imagen) además, notamos a continuación de la diagonal del cuadrado de lado 1. Por esta razón esa recta se llama diagonal.
En general, una relación proporcional y =kx, tiene por grafico la recta que pasa por el origen y es la continuación de la diagonal del rectángulo de lados de medida 1 y k, donde el lado que mide 1 esta sobre el eje x y el que mide k esta sobre el eje y.
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Determinar la expresión que determina la grafica
-Recta azul diagonal equivalente al valor 1 (mostrado anteriormente en un ejemplo)
y=kx $\longrightarrow$ k
y=k´x $\longrightarrow$ k´
Existe una relación con la conexión visual el ejemplo anteriormente dado.
-Juega un rol importante la relación del “mayor que” y “menor que” entre las variables y la visualización del fenómeno
- “mayor que” y “menor que” están relacionadas con la inclinación de las rectas.
El alumno solo tiene que visualizar la inclinación de la curva, y su articulación con la constante de proporcionalidad. De una manera cualitativa, sin referencia a formulas especificas ni valores concretos de variación. Además la grafica usada es solo en el primer cuadrante.
Por lo otro lado, este problema hace referencia a que alumno relacione la constante de proporcionalidad con un concepto funcional.
Pero en calidad de más ejercicios es el único en el que hace referencia la constante de proporcionalidad con la relación funcional
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 14.-
(1) Si “y” y “x” están relacionadas de forma tal que si “x” crece “y” también crece, entonces ¿están estas variables relacionadas proporcionalmente?
</td>
<td>
Tarea matemática:
- Responder y aplicar los conocimientos previos.
El alumno debería constatar que existen diversas graficas en que x e y crecen conjuntamente, por lo que debiera visualizar el fenómeno expuesto recurriendo a sus conocimientos previos para dar gráficos estimativos del crecimiento de las variables x e y; ejemplo: $y = x^2$, $y = x^3$.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 15.-
Si el grafico de la relación entre x e y es una recta ¿es cierto que la relación es proporcional?
</td>
<td>
Tarea matemática:
- Responder y aplicar los conocimientos previos sobre el concepto de proporcionalidad.
El alumno debiera visualizar l relación, una recta cualquiera y comprobar que están en relación proporcional, lo que debiera
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td>calcular el cociente entre las variables, lo que permite determinar que tiene una tasa de crecimiento constante por lo que no es una relación proporcionalidad.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 16.-

Si “y” depende de “x”, de forma que la tasa de crecimiento de “y” respecto a “x” es constante, ¿implica estos que la relación es proporcional?</td><td>Tarea matemática:

-Responder y aplicar conocimientos previos.

El alumno debería visualizar la expresión del lenguaje natural a otro registro para corroborar la implicancia de la relación proporcional.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 17.-

Si “x” e “y” están relacionadas proporcionalmente, ¿implica que si “x” crece e “y” también crece? (nota que no es la misma pregunta que 1)</td><td>Tarea matemática:

- Responder según cocimientos previos de la proporcionalidad.

El alumno debería representar la situación expresada, y con ello inferir lo que sucede si x crece e y crece</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 18.-

Es muy común confundir “masa” con “peso” pero la realidad es que no son lo mismo, de hecho, uno tiene unidades de kg (la masa) el otro tiene unidades de N (newton, N= $\frac{m \times kg}{s^2}$) lo que sí es cierto es que son directamente proporcionales.

a) Completa la tabla
<table>
<tr><td>W(N)</td><td>9,8</td><td>16</td><td>20</td><td>26</td><td>60</td><td>72</td><td>80</td><td>84</td><td>90</td><td>98</td></tr>
<tr><td>M(kg)</td><td>1</td><td>?</td><td>?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>Tarea matemática:

Se sabe que las variables son directamente proporcional

-Aplicar el cuociente entre las variables

→ $\frac{9.8}{1} = \frac{16}{x}$ aplicando regla de tres

→Resolver una ecuación de primer grado.

-Completar la tabla

Observación: Valores obtenidos en la tabla son solo valores positivos

El estudiante requiere hacer uso del manejo algebraico y aritmético para completar los valores correspondientes, utilizando la regla de tres, ya que en el problema se afirma que es una relación proporcional.

Los valores considerados en la tabla de valores son valores positivos, no muestra que pueden existir valores negativos, además de tener una cantidad de valores acotados.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 19.-

Es muy común confundir “masa” con “peso” pero la realidad es que no son lo mismo, de hecho, uno tiene unidades de kg (la masa) el otro tiene unidades de N (newton, N= $\frac{m \times kg}{s^2}$) lo que sí es cierto es que son directamente proporcionales</td><td>Tarea matemática:

La constante de proporcionalidad se calculo por el cuociente entre las variables W y M← calculo aritmético.

El alumno tan solo tiene que recurrir al cálculo del cuociente entre las dos variables para determinar cuál es la constante de</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>W(N)</td><td>9,8</td><td>16</td><td>20</td><td>26</td><td>60</td><td>72</td><td>80</td><td>84</td><td>90</td><td>98</td></tr>
<tr><td>M(kg)</td><td>1</td><td>?</td><td>?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

¿Cuál es la constante de proporcionalidad entre W y M?
</td>
<td>proporcionalidad.

El cálculo de la constante de proporcionalidad es tan solo un cálculo aritmético no conlleva a la resolución y asociación del problema a un concepto funcional.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 20.-

Es muy común confundir “masa” con “peso” pero la realidad es que no son lo mismo, de hecho, uno tiene unidades de kg (la masa) el otro tiene unidades de N (newton, N= $\frac{m \times kg}{s^2}$) lo que sí es cierto es que son directamente proporcionales

<table>
<tr><td>W(N)</td><td>9,8</td><td>16</td><td>20</td><td>26</td><td>60</td><td>72</td><td>80</td><td>84</td><td>90</td><td>98</td></tr>
<tr><td>M(kg)</td><td>1</td><td>?</td><td>?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Grafica la relación W versus M

Grafica la relación M versus W
</td>
<td>Tarea matemática:

-Construir el grafico de las relaciones

-Relacionar los valores con pares ordenados

-Ubicar los pares ordenados en el plano cartesiano

-Unir los puntos

Al graficar la recta que se origina resultara en el primer cuadrante ya que los valores de la tabla son positivos.

Este problema requiere un cambio de registro tabular al registro grafico, lo cual las variables involucradas deben de significar a un par de puntos reconociendo sus valores en su posición espacial, generando así una visualización del fenómeno descrito.

La grafica resultante esta solo ubicada en el primer cuadrante.

No existe un conocimiento expuesto sobre el libro insinué la interpolación de puntos.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 21.-

Es muy común confundir “masa” con “peso” pero la realidad es que no son lo mismo, de hecho, uno tiene unidades de kg (la masa) el otro tiene unidades de N (newton, N= $\frac{m \times kg}{s^2}$) lo que sí es cierto es que son directamente proporcionales

<table>
<tr><td>W(N)</td><td>9,8</td><td>16</td><td>20</td><td>26</td><td>60</td><td>72</td><td>80</td><td>84</td><td>90</td><td>98</td></tr>
<tr><td>M(kg)</td><td>1</td><td>?</td><td>?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
¿Cuál es la relación entre las tasas de crecimiento de los dos gráficos de arriba? generaliza tu resultado
</td>
<td>Tarea matemática:

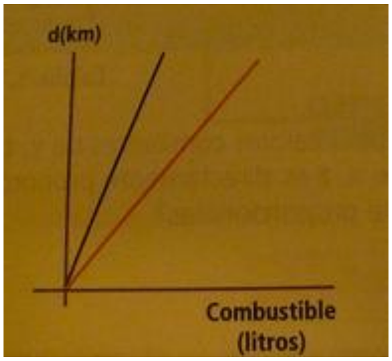
-Inferir sobre la relación entre la tasa de crecimiento de los dos gráficos anteriores

-La tasa de crecimiento es el cuociente entre las variables M y W.

-Inferir según el resultado de los gráficos (la inclinación de las rectas: mayor inclinación, menor inclinación según se designan las variables).

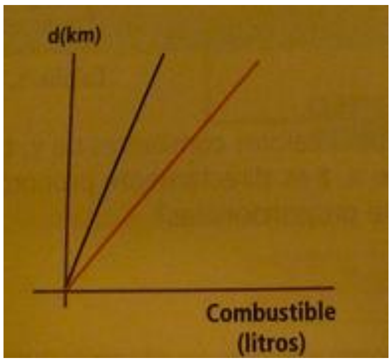
El alumno requiere de una comparación de inclinación de las rectas, decir analizar los deltas de variación de los fenómenos visualizados. Lo cual mientras mayor inclinación de las rectas mayor es el crecimiento de estas.

El fenómeno es graficado tan solo en el primer cuadrante ya que las variables requeridas en los problemas consideran solo valores positivos, considerando la grafica en el primer cuadrante.</td>
</tr>
</table>

	Ejercicio 22.- Si un florero se llena a un ritmo constante, ¿la altura del agua es proporcional al tiempo? Junto con varios compañeros elaboren, cada uno, una conjetura de cómo creen que serie el grafico de la altura versus el tiempo. Discutan respecto a las razones de los gráficos y lleguen a un consenso con ayuda de su profesor.	Tarea matemática: -Determinar el tipo de florero. -Argumentar desde la experiencia propia Si es regular o irregular el florero sobre la variación de la altura. - Determinar si son o no proporcionales. -Graficar el fenómeno → relacionar la inclinación del llenado, es decir mientras más inclinado mayor será la inclinación, mayor crecimiento. -Y analizar y consensuar una razón estimada. Se espera que el alumno articule el fenómeno, a partir de su experiencia previa. Tiene que tener claro que el llenado del florero es a ritmo constante, lo cual falta por determinar el área del florero.Después de determinar las variables involucradas en el área del florero, el alumno, deberá de visualizar el fenómeno descrito, además de conjeturar sus opiniones y discutir hasta llegar a un consenso.
	Ejercicio 23.- El gráfico muestra el gasto de bencina de un mismo vehículo en carretera y en ciudad: ¿Cuál de los dos corresponde al rendimiento en carretera?  	Tarea matemática: -Determinar la recta que pertenece al rendimiento de ciudad y de carretera. -Relacionar la inclinación de la recta(relación visual) con el rendimiento del automóvil. -Más inclinado mayor el crecimiento →mayor es el gasto de bencina. Asociar hecho de la vida cotidiana con la relación proporcional entre ambas variables litros y distancia. El alumnos deberá recurrir a sus conocimientos previos para hacer una análisis sobre la inclinación de las recta, lo cual debe reconocer mientras mayor es la inclinación mayor es el gasto de bencina de los vehículos, y lo contario mientras menor el gasto de bencina menor la inclinación. La designación de las rectas es tan solo de forma cualitativa. Además de trabajar la grafica en el primer cuadrante.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 24.-

El gráfico muestra el gasto de bencina de un mismo vehículo en carretera y en ciudad: Según el grafico ¿es cierto, que las variables “distancia” y “cantidad de bencina” son directamente proporcionales, en ambos casos?



</td>
<td>
Tarea matemática:

-Determinar si son gráficos de proporcionalidad directa, por lo que tiene que determinar (visualmente) si:

-Pasa por el origen

-Es línea recta

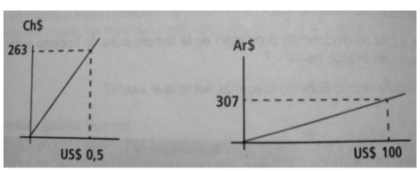
Observación: las variables están graficadas en el primer cuadrante del plano cartesiano

El alumno tiene que determinar si las variables bencina y distancia están en proporcionalidad directa, utilizando las propiedades graficas de proporcionalidad: es línea recta y pasa por el origen. Por lo que demuestra, tan solo, de forma cualitativa.

Además de visualizar el fenómeno en el primer cuadrante, lo que por ello oculta que la recta representa una infinidad de valores de las variables.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 25.-

Los siguientes gráficos muestran la relación entre el peso chileno y el dólar y el peso argentino y el dólar. Grafica la relación entre el peso argentino y el peso chileno. A Jorge, su papá le dio $20.000 para que lo gaste en buenos aires en su gira de estudios ¿cuántos pesos argentinos equivalen a esa plata?



</td>
<td>
Tarea matemática :

-Obtener la relación entre el peso argentino y el peso chileno según los datos entregados en el grafico.

-Relación visual→ expresarla – modo proporcional: regla de tres.

- Variable en común entre ambos gráficos es la variable US$.

Observación: No hay preguntas variacionales. Debe reconocer los dos puntos, sacar sus coordenadas y luego hacer algebra.

El alumno requiere de hacer un cambio de registro de las graficas a un registro algebraico para poder analizar y calcular la conversión de monedas a base de sus conocimientos previos.

Aquí se sabe que es proporcional, luego solo basta un par de puntos para trazar la recta, pero ello oculta que la recta representa una infinidad de valores de las variables, que lo proporcional siempre pasa por el punto cero, cero.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 26.-

Según los datos y resultados del problema anterior completa en tu cuaderno

<table>
<tr><td>Moneda chilena Ch$</td><td>10</td><td>30</td><td>100</td><td>500</td><td>1000</td><td>10000</td><td>1000000</td><td>?</td></tr>
<tr><td>Moneda argentina Ar$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1000</td></tr>
</table>
</td>
<td>Tarea matemática:

Completar tabla de valores

- Cálculo aritmético.

Descrito el fenómeno anteriormente de forma algebraico el alumno asigna valores, ya determinados, a la variable y por consecuencia el cálculo de conversión a la moneda Ar$, tabulando los valores obtenidos.

Las cantidades son discretas y no muestran una interpolación de puntos.

Al ser variables discretas no muestran que visualización del fenómeno contiene una infinidad de puntos.</td>
</tr>
<tr>
<td>Síntesis</td>
<td colspan="2">Se muestran que las graficas usadas en el texto solo muestran el primer cuadrante y en su mayoría son graficas cualitativas, es decir, graficas que no tiene valores específicos en sus ejes. Ello muestra que no existen actividades que intención en al estudiante a realizar o reconocer la interpolación de puntos, necesaria al construir graficas, así como tampoco dimensión infinita de la recta. Lo anterior, dificulta la visualización de la intersección con los ejes de las graficas lineales,

Varios ejercicios del libro proponen al estudiante la actividad de completar datos en una tabla, que generalmente puede ser resuelto con la “regla de tres”. Los elementos pertenecientes a la tabla son valores determinados, es decir, que la cantidad de elementos son mínimos para establecer que la recta que se visualiza contenga una infinidad de puntos y se muestran tan solo con variables discretas para el cálculo de este, considerando también los valores de la tabla como valores positivos.

Existen problemas expresados en un lenguaje natural y otros en un registro algebraico para que después pueda el alumno visualizar y comprobar la existencia de una relación proporcional, determinando las características de la grafica de la relación proporcional. Por lo que fomenta el libro el alumno solo representara o visualizara las propiedades en el primer cuadrante.

Existe un ejercicio que insinúa la relación de la constante de proporcionalidad con el concepto funcional pero no es el potencial del ejercicio esta solo como una expresión tácita, el ejercicio está enfocado mas a la comparación cualitativa de las rectas, es decir, una comparación de inclinación de las rectas, lo que supone comparar los elementos pertenecientes a la recta en el primer cuadrante.

El libro no trabaja con la expresión funcional de la proporcionalidad, solo presenta una actividad en la cual presenta una comparación de inclinación de rectas: “La recta azul es la diagonal, entonces, ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera?” este problema se refiere a la constante de proporcionalidad de modo cualitativo.

Además un dato importante que se muestra en los planes y programas señalan que las graficas de la proporcionalidad directa tiene que ser en el primer cuadrante y positivas.</td>
</tr>
<tr>
<td>Libro 3:

2º año medio</td>
<td>Ejercicio 1.-

En tu cuaderno, dibuja un sistema cartesiano y ubica en él los siguientes puntos:

A(-2,5);B(4,1);C(0,6);D(3,0);E(-3,-2);F(-1,0);G(4,-2);H(1,-3) ; I(0,-1)</td>
<td>Tarea matemática:

-Representar el plano cartesiano.

- Ubicar pares ordenados en el plano cartesiano.

-Designar los pares ordenados respectivamente.

Visualizar los pares de puntos (a, b) reconociendo sus valores y</td>
</tr>
</table>

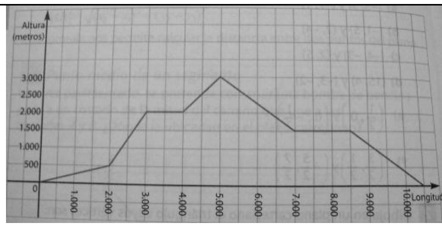
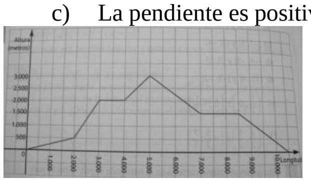
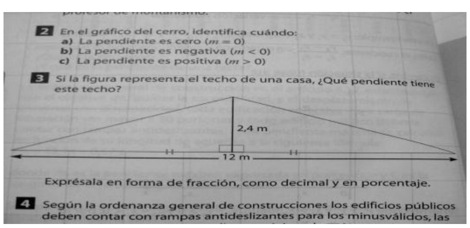
		ubicarlos en su posición espacial en el grafico.
	Ejercicio 2.- Junto a tus compañero o compañera desarrollen las siguientes actividades: a) En una hoja de papel milimetrado, cada uno dibuja un sistema cartesiano y en ellos ubicaran cuatro puntos cuya ordenada es el doble de la abscisa.	Tarea matemática: -Graficar el plano cartesiano- representar el plano cartesiano. -Determinar los puntos cuya ordenada es el doble de la abscisa. -Reconocer ordenada, abscisa. -ubicar los puntos obtenidos. Observación: relación entre lo escrito y una expresión algebraica El alumno deberá determinar, según sus conocimientos previos, los puntos cuya ordenada es el doble de la abscisa, recurriendo al expresar la expresión del lenguaje natural a unos pares de puntos que cumplan con la condición dada.
	Ejercicio 3.- Junto a tus compañero o compañera desarrollen las siguientes actividades: En una hoja de papel milimetrado, cada uno dibuja un sistema cartesiano y en ellos ubicaran cuatro puntos cuya ordenada es el doble de la abscisa. Los puntos obtenidos, ¿están sobre una misma recta? Discutan sus afirmaciones	Tarea matemática: -Comprobar si los puntos que obtuvieron pertenecen a una misma recta. - Unir los puntos que obtuvieron -Comprobación visual de la recta. Ubicar los pares de puntos en su posición espacial en la grafica y determinando si aquellos cuatro puntos pertenecen a una misma recta.
	Ejercicio 4.- Junto a tus compañero o compañera desarrollen las siguientes actividades: En una hoja de papel milimetrado, cada uno dibuja un sistema cartesiano y en ellos ubicaran cuatro puntos cuya ordenada es el doble de la abscisa. Junto a tus compañero o compañera desarrollen las siguientes actividades: ¿Les parece razonable designar la recta anterior con la expresión y=2x? Fundamenten y discutan sus respuestas	Tarea matemática: Se afirma que es un recta. Cuestionar si y=2x representa la recta anterior. -Comparar con sus conclusiones Y=2x representa el fenómeno descrito (relación : escritura con lo algebraico) El alumno deberá discutir y representar la expresión del lenguaje natural a una expresión algebraica funcional.

	Ejercicio 5.- Calcular la distancia entre cada par de puntos y determina las coordenadas del punto medio de los segmentos respectivos (considera que los extremos de los segmentos de los puntos dados en cada caso) a) (-3,5) y (-7,1) b) (-1,5) y (2,-4) c) (-5,-3) y (2,5) d) (15,4) y (-3,-2) e) (1/2,0) y (0,-1/2) f) (3/2, 1/2) y (-5/2,7/2)	Tarea matemática: -Cálculo aritmético de distancia→utilizar formula. -Determinar los puntos para reemplazar en la formula, determinar cuales será x_1, x_2, y_1, y_2. -Reemplaza puntos en la fórmula de cálculo de distancia. Calculo del punto medio → utilizar la formula, determinar cuales será x_1, x_2, y_1, y_2 , reemplazar las valores. El alumno deberá de utilizar y reemplazar en una formula los puntos mencionados. Por lo que es tan solo un cálculo aritmético. No implica una articulación grafica ni tampoco de pensamiento variacional, tendencial o funcional.
	Ejercicio 6.- Dibuja en un plano cartesiano el triangulo cuyos vértices son: A(-2,2), B (3,-3) y C (6,6).	Tarea matemática: -Ubicar pares ordenados en el plano cartesiano. -Unir los puntos. Representar los pares ordenados en su posición espacial implicando que los puntos pertenecen a un triangulo, lo cual el alumno deberá recurrir a sus conocimientos previos para determinar los vértices y la figura empleada.
	Ejercicio 7.- Dibuja en un plano cartesiano el triangulo cuyos vértices son: A (-2,2), B (3,-3) y C (6,6). Luego calcula Las coordenadas del punto medio de cada lado	Tarea matemática: -Calculo de punto medio: -determinar el lado del triangulo determinar los puntos que pertenecen al segmento. -reemplazar los valores correspondientes en la formula. El alumno tan solo debe hacer cálculos aritméticos para determinar el punto medio de cada lado del triangulo, recurriendo a la fórmula del punto medio entre dos pares ordenados. Eso si antes deberá de identificar los pares ordenados pertenecientes a cada lado del triangulo. Este problema solo se significa a calculo de aritmético, no involucra pensamiento variacional, tendencial y/o funcional.
	Ejercicio 8.- Dibuja en un plano cartesiano el triangulo cuyos vértices son: A (-2,2), B (3,-3) y C (6,6). Luego calcula	Tarea matemática: -Calculo de perímetro: -Distancia entre dos puntos ←se calcula para los tres lados del triangulo.

	El perímetro del triangulo ABC	-calculo aritmético→perímetro de un triangulo es la suma de sus lados. El alumno deberá de recurrir a sus conocimientos previos para el cálculo de perímetro. Antes del cálculo deberá de determinar la distancia de los lados, lo cual debe de utilizar la fórmula del cálculo de distancia entre dos puntos. Este problema solo se significa a calculo de aritmético, no involucra pensamiento variacional, tendencial y/o funcional. Solo se enfoca al aprendizaje de formulas y figuras geométricas correspondientes al curriculum de segundo medio.
	Ejercicio 9.- Determina las coordenadas del punto A, si B (4,2) y las coordenadas del punto medio del segmento AB son (-1,5)	Tarea matemática: -Determinar el punto A→igualdad entre pares ordenados A=(x,y), B(4,2) y también se sabe que AB=(-1,5) →$AB = \left(\frac{x+4}{2}, \frac{y+2}{2}\right) = (-1{,}5)$ Lo que corresponde a la igualdad a lo siguiente: $\frac{x+4}{2} = -1 \;\; y \; que \;\; \frac{y+2}{2} = 5$ -Resolver: ecuación de primer grado Se obtienen el valor de x e y El alumno tendrá que identificar que el par ordenado faltante; se puede determinar recurriendo al reemplazo e igualación de los pares ordenados, recurriendo al cálculo aritmético y de resolver una ecuación de primer grado. Lo cual significa que el valor resultante equivale al par ordenado faltante.
	Ejercicio 10.- Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano y en el ubica los siguientes puntos: A(-4,-2);B(1,-1);C(2,4);D(-3,3)	Tarea matemática: -Representar el plano cartesiano en el cuaderno. -Ubicar lo pares ordenados en el plano cartesiano. -Unir los puntos anteriormente ubicados. Observación: Puntos pertenecen a distintos cuadrantes. El alumno debe de representar los pares de puntos pertenecientes a un grafico y ubicarlos en su posición espacial.

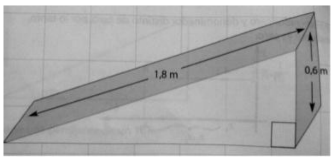
	Ejercicio 11.- Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano y en el ubica los siguientes puntos: A(-4,-2);B(1,-1);C(2,4);D(-3,3) Calcula las medidas de los lados del cuadrilátero ABCD	Tarea matemática: -Calcular la distancia entre dos puntos: Formula: $\lvert AB \rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \quad [(y]_2 - y_1)^2}$ -Determinar los puntos pertenecientes al segmento. -Identificar x_1, x_2, y_1, y_2, reemplazar en la formula. -Cálculo aritmético Lo mismo ocurre con los demás segmentos. El alumno tiene que recurrir a sus conocimientos previos para la determinación de los puntos pertenecientes a un cuadrilátero, lo que implica que cada punto pertenece a un cuadrilátero. Resumiendo en unir los puntos con un segmento entre ellos. Lo consiguiente sugiere un cálculo aritmético en el cual reemplaza par de puntos pertenecientes al un segmento, denominado lado del cuadrilátero, en la formula y el cálculo está resuelto Tan solo es un cálculo aritmético y reconocimiento de figuras geométricas.
	Ejercicio 12.- Dibuja en tu cuaderno un plano cartesiano y en el ubica los siguientes puntos: A(-4,-2);B(1,-1);C(2,4);D(-3,3) Determina qué tipo de cuadrilátero es (rectángulo, cuadrado, rombo, romboide, trapecio o trapezoide)	Tarea matemática: -según las propiedades visuales del cuadrilátero. -propiedades geométricas de los cuadriláteros. El alumno tendrá que recurrir a sus conocimientos previos para determinar la clasificación del cuadrilátero. Reconociendo visualmente las propiedades del cuadrilátero representado anteriormente.
	Ejercicio 13.- Contesta las siguientes preguntas: ¿Dónde se ubica los puntos cuya abscisa es cero? ¿Dónde se ubica los puntos cuya ordenada es cero? Si un punto esta a igual distancia del eje x y del eje y,	Tarea matemática: -Ubicar los puntos en el plano cartesiano -Identificar cual eje es de las abscisas y cuál es el eje de las ordenadas. - Relacionar el eje de las abscisas con el eje y -Relacionar el eje x con el eje de las ordenadas -Ubicar los puntos Observación: La distancia en el plano cartesiano es la medida en unidades.

		El alumno deberá de determinar la ubicación de aquellos los puntos cuyas características son: la abscisa es cero y después la ubicación espacial de los puntos cuya ordenada es cero.
	Ejercicio 14.- Sea un cuadrilátero ABCD de vértices: A(-4,-1);B(4,1) ;C(3,4) y D(-1,3) Ubica los puntos en un sistema cartesiano	Tarea matemática: -Ubicar los puntos en el plano cartesiano. -Representar el plano cartesiano. -Ubicar los puntos pertenecientes a los vértices del cuadrilátero. El alumno debe de representar los pares de puntos pertenecientes a un grafico y ubicarlos en su posición espacial.
	Ejercicio 15.- Sea un cuadrilátero ABCD de vértices: A(-4,-1);B(4,1) ;C(3,4) y D(-1,3) Determina los puntos medios M y N de $\overline{AD}\ y\ \overline{BC}$	Tarea matemática: -Unir los puntos. -Calcular los puntos medios de los lados AD y BC. -Reemplazar en formula los valores. -Cálculo aritmético. El alumno deberá utilizar los conocimientos previos de cálculo aritmético para determinar y reemplazar los puntos pertenecientes al cuadrilátero y calcular los puntos medios, lo que requiere de reemplazar valores en la formula correspondiente al cálculo de punto medio.
	Ejercicio 16.- Sea un cuadrilátero ABCD de vértices: A(-4,-1);B(4,1) ;C(3,4) y D(-1,3) Comprueba que $MN = \frac{AB + CD}{2}$	Tarea matemática: -Demostrar El alumno deberá hacer uso de su manejo algebraico de igualdades de fracciones. No implica articulación con la grafica ni tampoco reporta un pensamiento variacional o tendencial de las variables.
	Ejercicio 17.- Calcula las pendientes del cerro según el gráfico que mostro el profe de montañismo	Tarea matemática: -Calcular pendiente (determinar las variaciones horizontales y verticales de la grafica). -Reconocer que la figura es irregular. -Calcular la pendiente por partes. -Determinar los puntos pertenecientes al segmento, reemplazar en

		la formula. -Calculo aritmético de la pendiente. Para que el alumno pueda determinar la pendiente del fenómeno visualizado, deberá de particionar la grafica en todos los puntos donde sufra un quiebre la curva; determinando los puntos relacionados: significando los valores expuestos como un conjunto de pares ordenados en los cuales se ve representado la longitud del cerro con la altura, ello se determinan las correspondientes variables que pertenecen a un par ordenado. Asignado su correspondiente variable y luego de la determinación de los valores pertenecientes a los trozos de la figura deberá de calcular la pendiente de cada uno de ellos. La visualización del fenómeno solo se caracteriza en el primer cuadrante de forma cuantitativa.
	Ejercicio 18.- En el grafico del cerro, identifica cuando: a) La pendiente es cero(m=0) b) La pendiente es negativa (m<0) c) La pendiente es positiva (m>0) 	Tarea matemática: Clasificar según lo anterior cuando la pendiente es cero, es negativo o positiva. El alumno deberá de tener las condiciones de la pendiente para poder clasificar cuando la figura tiene pendiente negativa, positiva o sea cero, o no exista.
	Ejercicio 19.- Si la figura representa el techo de una casa, ¿Qué pendiente tiene este techo? Exprésala en forma de fracción, como decimal y en porcentaje 	Tarea matemática: -Calcular pendiente. -Ubicar la figura en el plano cartesiano. -Ubicar la imagen en el plano cartesiano conveniente para la el cálculo de la pendiente. -Divido la figura en dos partes para calcular la pendiente. -Determinar los puntos para calcular las pendientes. -Dos puntos pertenecientes al segmento. La visualización del fenómeno, el alumno deberá, significar y representar en el plano cartesiano la visualización del fenómeno, recurriendo a ello a los datos entregados en la representación visual del techo de una casa. Luego de ubicar pertinentemente o convenientemente la figura en el plano cartesiano, calcular la

<table>
<tr><td></td><td></td><td>pendiente de la inclinación de los lados del techo.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 20.-

Según la ordenanza general de construcciones los edificios públicos deben contar con rampas antideslizantes para minusválidos, las cuales deben tener una pendiente máxima de 12% cuando su largo sea menor de 2 metros. Determina la pendiente de la rampa de la figura y determina se está ajustada a la ley o no.


</td><td>Tarea matemática:

-Ubicar la figura en el plano cartesiano conveniente para facilitar el cálculo de la pendiente

- Calculamos la medida de la base

-Teorema de Thales : $(0.6)^2+x^2=(1.8)^2$

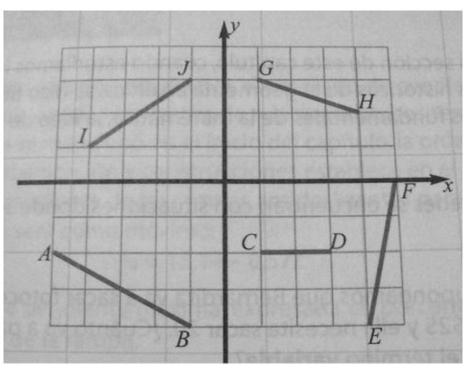
Se determinan las coordenadas pertenecientes a la figura y luego calcular la pendiente.

El alumno debe de ubicar la figura en el plano cartesiano significando que los valores correspondes a pares ordenados, con ello el alumno deberá de determinar el valor correspondiente faltante.

Por lo que el alumno deberá de recurrir a los conocimientos previos del cálculo del lado del un triangulo.

Utilizando el teorema de Pitágoras.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 21.-

Calcula las pendientes de los segmentos de la figura.


</td><td>Tarea matemática:

-Inferir que cada cuadrito equivale a una unidad

-Determinar los puntos A,B,C,D,E,F,G,H,I,J

-Cálculo de pendiente – dos puntos pertenecientes al segmento

-Determinar x_1, x_2, y_1, y_2,
-Reemplazar en la formula

La grafica significa un conjunto de pares ordenados, en el cual el alumno debiera inferir que cada cuadrito tiene área igual a uno, así se determina el par ordenado perteneciente a los segmentos expuestos en la grafica.

Luego deberá de utilizar la fórmula para el cálculo de pendiente con dos puntos pertenecientes al trazo.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 22.-

Dibuja el grafico de la recta que pasa por los puntos A(4,3) y B(4,-2) luego calcula su pendiente. ¿Qué condición debe cumplir la recta para que su pendiente no exista?</td><td>Tarea matemática:

-Cálculo de pendiente sabiendo dos puntos : $m=\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>-Representar el plano cartesiano.

-Ubicar los puntos en el plano.

-Trazar l recta que pasa por esos dos puntos.

-Calcular la pendiente.

-Inferir lo que ocurre con esta y determinar las condiciones para que no exista pendiente.

-Ubicar los puntos pertenecientes al espacio en el plano cartesiano.

El alumno deber recurrir a los conocimientos previos para el cálculo de pendiente. Determinando su valor el cual determinara las condiciones para que no exista pendiente.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 23.-

<table>
<tr><td>Nº fotocopias</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>Cant. a pagar $</td><td>25</td><td>50</td><td>75</td><td>100</td><td>125</td><td>150</td><td>175</td><td>200</td><td>225</td><td>250</td></tr>
</table>
Grafica la situación anterior y compara tu grafico con tus compañeros y compañeras.</td>
<td>Tarea matemática:

-Representar el plano cartesiano en el cuaderno.

-Representar los valores en pares ordenados.

-Ubicar lo pares ordenados en el plano cartesiano.

Observación: Los valores contenido en la tabla son valores positivos .

Visualizar el fenómeno representado en la tabla, significando que las variables representan pares ordenados.

El alumno deberá reconocer que los valores son valores discretos nº de fotocopias con cantidad a cancelar, por lo cual son pares de puntos aislados.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 24.-

Suponga que van con su familia a la playa, de vacaciones, y arriendan una cabaña. Si el arriendo diario es de $8000:

¿Cuánto deberán pagar por 15 días de arriendo?</td>
<td>Tarea matemática:

-Calculo aritmético

-Relación entre los días y el valor del arriendo ← relación proporcional.

-Cálculo – regla de tres

El alumno deberá recurrir a sus conocimientos previos sobre el cálculo del arriendo en 15 días.

Lo cual es necesario un cálculo aritmético, sin necesidad de una articulación grafica ni tampoco de una variabilidad de la grafica ni reporta un pensamiento variacional, tendencial o funcional.</td>
</tr>
</table>

	Ejercicio 25.- Suponga que van con su familia a la playa, de vacaciones, y arriendan una cabaña. Si el arriendo diario es de $8000: ¿Cuáles serían las variables dependientes e independientes en esta situación?	Tarea matemática: -Las variables: Dependientes: variable que depende de algo Independientes : variable que no depende de nada, libre elección de valores El alumno deberá determinar cuál de las variables mencionadas en el fenómenos son variable dependiente o independiente
	Ejercicio 26.- Junto a un compañero o compañera, inventen una situación similar (arriendo cabaña en vacaciones en la playa) a las anteriores. Identifiquen las variables dependientes e independientes.	Tarea matemática: -Construir una situación proporcional→características similares al problema anterior. -Identificar variables dependientes, independientes. El alumno deberá construir un fenómenos con las mismas características del el problema anterior. Luego de la construcción del fenómeno deberá determinar las variables dependientes e independientes.
	Ejercicio 27.- Junto a un compañero o compañera, inventen una situación similar (arriendo cabaña en vacaciones en la playa) a las anteriores. Grafíquela.	Tarea matemática: -Construir una tabla de valores Dándole valores a la expresión propuesta. -Transformar esos valores a pares ordenados. -Ubicarlos en la grafica. -Unir los puntos. El alumno deberá visualizar el fenómeno construido. Con lo que deberá de recurrir a una tabla de valores que luego significara las variables como pares ordenados pertenecientes a una grafica. Por lo que anteriormente el alumno deberá reconocer que son variables discretas por lo cual son puntos aislados.
	Ejercicio 28.- Junto a un compañero o compañera, inventen una situación similar (arriendo cabaña en vacaciones en la playa) a las anteriores. Preséntenla al curso	Tarea matemática: -Discurso del fenómeno creado por los alumnos. -Representación discursiva del fenómeno construido.
	Ejercicio 29.- Una empresa de electricidad cobra a sus clientes un cargo fijo de $499, por arriendo de equipos $581 mas $61,3 por cada kilowatt hora (KWH) de consumo.	Tarea matemática: - Completar tabla. -Variables involucradas en la tabla →KWH y $.

a) Según lo anterior, completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

KWH	0	10	20	30	50	60	80	100	
Consumo ($)									

-Variables involucradas en la expresión.

-Completar tabla de valores.

Observación: Valores positivos.

Según los datos entregado, el alumno deberá reconocer las variables involucradas en el fenómeno descrito y determinar cuál es el consumo $ con KWH cero.

Luego el alumno deberá recurrir a los conocimientos previos de cálculo aritmético para completar la tabla.

Ejercicio 30.-

Una empresa de electricidad cobra a sus clientes un cargo fijo de $499, por arriendo de equipos $581 mas $61,3 por cada kilowatt hora (KWH) de consumo.

KWH	0	10	20	30	50	60	80	100	
Consumo ($)									

Haz un grafico cartesiano, que ilustre el monto de la cuenta según el numero de kilowatt hora de consumo

Tarea matemática:

-Representar el plano cartesiano.

-Reconocer variables en las cuales debe colocar en el eje “x” e eje “y”.

-Ubicar las variables relacionándolas con los pares ordenados (relación funcional de las variables)

Visualizar el fenómeno articulado en la expresión significando las variables como pares ordenados e ubicarlos en el plano cartesiano.

Reconocer cuales son las variables utilizadas para representarlas visualmente.

Ejercicio 31.-

Un estacionamiento en el centro de la ciudad cobra $ 500 por la primera hora más $ 300 por cada hora o fracción.

a) Según lo anterior, completa la siguiente tabla en tu cuaderno:

Minutos	50	60	80	90	100	120	150	179
Cuenta ($)								

Tarea matemática:

-Completar la tabla. Según el fenómeno expuesto.

-Identificar variables que se involucran.

-Determinar cada valor de la cuenta.

Observación: Valores positivos.

El alumno deberá de reconocer las variables involucradas en la descripción del fenómeno, es decir reconocer los valores del cobro del estacionamiento según avanzan las horas. Con lo anterior el alumno deberá de hacer un cálculo aritmético para completar la tabla expuesta.

Ejercicio 32.-

Un estacionamiento en el centro de la ciudad cobra $ 500 por la primera hora más $ 300 por cada hora o fracción.

Minutos	50	60	80	90	100	120	150	179

Tarea matemática:

-Representar le fenómeno descrito a una relación funcional reconociendo las variables.

-Transformar las variables en pares ordenados.

-Representar el plano cartesiano.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>Cuenta ($)</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Haz un grafico de la función que ilustre el monto a cancelar según el numero de minutos de estacionamiento
</td>
<td>
-Ubicar los pares ordenados en la grafica.
-Unir los puntos.
El alumno deberá visualizar el fenómeno expuesto en una en la tabla significando las variables involucradas en el fenómeno como pares ordenados.
Luego representarlas e ubicarlas en el plano cartesiano.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 33.-
En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:
<table>
<tr><td>Altura (m)</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Long. sombra</td><td>2,5</td><td>3,75</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Si hubiese a esa hora y lugar un árbol con una altura de 1 m, ¿qué longitud tendría su sombra?
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Calculo aritmético.
Es una pregunta que solo pide determinar un valor, no hay preguntas más complejas.
Observación: la actividad matemática promueve.
-Regularidad= proporcional.
a) Abstraer la forma de los objetos.
b) Considerar solo como variables la altura y la sombra.
c) Se verifica Calculando el cuociente de cada par de valores y verificando que son iguales.
-Reconocer que busca, la incógnita. Una forma seria, hacer una regla de tres con cualquier par de valores. O otra forma seria encontrar la constante de proporcionalidad C y luego decir que la sombra S=c*1
-Calcular la contante de proporcionalidad debe hacer el cuociente de la altura con su sombra
El alumno deberá significar el fenómeno identificando que las variables altura y longitud están en una variación proporcional.
Comprobando que las variables están en una variación proporcional, es decir, calculando el cuociente entre las variables.
Si corresponde que el cuociente entre las variables es constante e igual entre ellas, la relación anterior es una variación proporcional.
Por lo que al final el alumno deberá de recurrir a un cálculo aritmético para la resolución de la pregunta en cuestión.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 34.-
En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:
</td>
<td>
Tarea matemática:
-Calculo aritmético
-Reconocer las variables y verificar si es una relación proporcional.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>Altura (m)</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Long. sombra</td><td>2,5</td><td>3,75</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Si hubiese a esa hora u lugar un edificio con una altura de 15 m, ¿qué longitud tendría su sombra?
</td>
<td>
-Cálculo de magnitudes →utilizando la técnica de la regla de tres.

El alumno recurre al cálculo aritmético para calcular la variación de la longitud respecto a la altura del edificio.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 35.-

En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:
<table>
<tr><td>Altura (m)</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Long. sombra</td><td>2,5</td><td>3,75</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Si la sombra tuviera una longitud de 60m,¿qué altura tendría el objeto?
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Calculo de valores.

-Técnica a utilizar regla de tres.

El alumno recurre al cálculo aritmético utilizando la regla de tres para la resolución del problema en cuestión.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 36.-

En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:
<table>
<tr><td>Altura (m)</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Long. sombra</td><td>2,5</td><td>3,75</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Representa los datos de la tabla en un sistema cartesiano
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Asociar o convertir las magnitudes en una relación funcional pares ordenados.

-Representar el plano cartesiano.

-Ubicar los pares ordenados en el grafico.

-Unir los puntos para visualizar el fenómeno descrito.

El alumno deberá modelar la situación entregada en la tabla, significando los valores pertenecientes a esta en pares ordenados e ubicarlos en la grafica correspondiente.
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
Ejercicio 37.-

En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:
<table>
<tr><td>Altura (m)</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Long. sombra</td><td>2,5</td><td>3,75</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
¿Qué tipo de función representa este grafico?
</td>
<td>
Tarea matemática:

-Determinar el tipo de función: función afín o función lineal según sus propiedades visuales.

El alumno deberá reconocer las características de la grafica del fenómeno y determinar según esas características, a que tipo de función pertenece.
</td>
</tr>
</table>

Ejercicio 38.-

En la tabla están registrados los datos tomados a la misma hora y en el mismo sector, que informan la longitud de la sombra que proyectan dos árboles distintos, un poste de luz y un edificio:

Altura (m)	2	3	4	8
Long. sombra	2,5	3,75	5	10

Escribe una ecuación que represente la relación existente entre la altura del objeto y la longitud de la sombra.

Tarea matemática:

-Determinar una expresión algebraica al fenómeno dado.

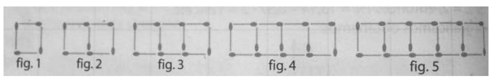
-Reconocer las variables involucradas.

-Reconocer las variables dependientes e independientes.

El alumno deberá representar , el fenómeno, de un registro de representación tabular a un registro algebraico, determinando cuales son las variables involucradas y cuáles son las variables dependientes e independientes.

Ejercicio 39.-

Observa las siguientes figuras, formadas con palitos de fósforos



Determina una función que entregue la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura "n"

Tarea matemática:

-Determinar una expresión algebraica al fenómeno dado.

-Determinar la secuencia de la figura.

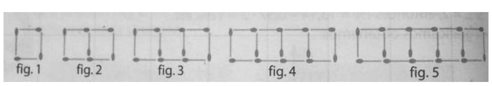
-Identificar el patrón secuencial de las imágenes.
→preguntarse ¿existe un patrón fijo?

-Expresar ese patrón de forma algebraica

El alumno deberá representar la visualización del fenómeno en un registro algebraico, recurriendo a detectar la secuencia o patrón fijo de la representación del fenómeno además de detectar cuales son las variables dependientes e independientes.

Ejercicio 40.-

Observa las siguientes figuras, formadas con palitos de fósforos



Grafica la función anterior

Tarea matemática:

-Graficar la expresión obtenida.

-Representar el plano cartesiano.

-Determinar las variables dependientes e independientes.

-Tabular los datos.

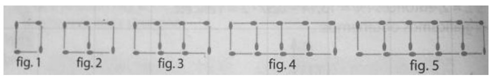
-Asociar los datos a pares ordenados.

-Ubicar los puntos en un plano cartesiano.

-Unir los puntos para visualizar el fenómeno descrito.

Observación: Valores positivos.

El alumno deberá considerar de dar valores a la variable

		involucrada en la expresión funcional que describió anteriormente. Por lo que deberá visualizar la función según los datos entregados. Después de tabular los datos pertinentes el alumno deberá de significar esos valores en pares ordenados seguido de la ubicación de estos en el plano cartesiano.
	Ejercicio 41.- Observa las siguientes figuras, formadas con palitos de fósforos  ¿Qué tipo de función es?	Tarea matemática: -Determinar el tipo de función: función afín o función lineal según sus propiedades visuales. El alumno deberá clasificar la función según las propiedades de cada uno de estas funciones.
	Ejercicio 42.- Si se conoce la longitud "x" del lado de un cuadrado, Escribe una función que determine su perímetro.	Tarea matemática: -Relacionar el perímetro de un cuadrado con una expresión algebraica. -Determinar variables dependientes e independientes. -Relacionar las magnitudes a una relación funcional. El alumno deberá de hacer una conversión de registro, de un registro en el lenguaje natural a un registro algebraico y funcional. Describiendo el fenómeno del cálculo de perímetro, por lo que requiere el alumno a recurrir a los conocimientos previos de cálculo de perímetro de un cuadrado.
	Ejercicio 43.- Si se conoce la longitud "x" del lado de un cuadrado Haz una tabla de valores, dándote diversos valores de x (por lo menos seis)	Tarea matemática: -Construir una tabla de valores. Condicionado por un número mínimo de valores. Observación: Se espera que el alumno de valores positivos y negativos. El alumno deberá de recurrir a dar diversos valores a la variable independiente de la función descrita, construyendo una tabla de valores del fenómeno descrito.
	Ejercicio 44.- Si se conoce la longitud "x" del lado de un cuadrado Grafica la función	Tarea matemática: -Representar el plano cartesiano. -Ubicar los valores obtenidos. -Unir los puntos. Visualizar el fenómeno escrito, significando los valores descritos

		en la tabla de valores a pares ordenados con los que seguidamente ubicara en el plano cartesiano.
	Ejercicio 45.- Si se conoce la longitud “x” del lado de un cuadrado, ¿Qué tipo de función es?	Tarea matemática: -Determinar el tipo de función: función afín o función lineal. El alumno deberá clasificar la función según las propiedades de cada uno de estas funciones.
	Ejercicio 46.- Un automóvil tiene un rendimiento de 12 km por cada litro de bencina Encuentra una función que determine la cantidad de litros de bencina que consume en un recorrido “x”	Tarea matemática: -Determinar una expresión algebraica al fenómeno dado -Determinar las variables involucradas. -Determinar variables dependientes e independientes. -Construir una relación funcional con respecto al fenómeno dado. El alumno deberá de hacer una conversión de registro, de un registro en el lenguaje natural a un registro algebraico y funcional. Determinando las variables involucradas en la relación distancia por litro de bencina, donde el alumno recurrirá a conocimientos físicos para poder determinar las variables involucradas: dependientes e independientes.
	Ejercicio 47.- Un automóvil tiene un rendimiento de 12 km por cada litro de bencina Haz una tabla de valores, considerando por lo menos seis valores para “x”	Tarea matemática: -Construir una tabla de valores -Determinar las variables involucradas. -Dar valores en la expresión. El alumno deberá variar los valores de “x” en la función representada, construyendo así, una tabla de valores correspondientes a la función.
	Ejercicio 48.- Un automóvil tiene un rendimiento de 12 km por cada litro de bencina Grafica la función anterior	Tarea matemática: -Representar el plano cartesiano. -Relacionar los valores de la tabla con pares ordenados. -Ubicar los valores obtenidos. -Unir los puntos para visualizar el fenómeno dado.

		Deberá visualizar el fenómeno significando las variables, pertenecientes a la tabla de valores, como pares ordenados e ubicarlos en el plano cartesiano.
	Ejercicio 49.- Un automóvil tiene un rendimiento de 12 km por cada litro de bencina ¿Qué tipo de función es?	Tarea matemática: -Determinar el tipo de función: función afín o función lineal según sus propiedades. El alumno deberá clasificar la función según las propiedades de cada uno de estas funciones.
	Ejercicio 50.- Mariana sale de su casa, alejándose a una rapidez constante de 60 km/h Encuentra una función que determine la distancia de su casa a la que se encuentra a las “x” horas después de partir	Tarea matemática: -Determinar la expresión algebraica del fenómeno -Identificar las variables involucradas. -Determinar cuáles son las variables dependientes e independientes. -Asociar una expresión funcional con el fenómeno dado según las variables propuestas. El alumno deberá de hacer una conversión de registro, de un registro en el lenguaje natural a un registro algebraico y funcional. Determinando las variables involucradas en la relación distancia / tiempo, donde el alumno recurrirá a conocimientos físicos para poder determinar las variables involucradas: dependientes e independientes.
	Ejercicio 51.- Mariana sale de su casa, alejándose a una rapidez constante de 60 km/h Haz una tabla de valores, considerando por lo menos 8 valores de “x”	Tarea matemática: -Construir una tabla de valores: -Dar valores a la expresión construida. -Tabular los datos. El alumno deberá variar los valores de “x” en la función representada, construyendo así, una tabla de valores correspondientes a la función.
	Ejercicio 52.- Mariana sale de su casa, alejándose a una rapidez constante de 60 km/h Grafica la función anterior	Tarea matemática: -Graficar los datos de la tabla de valores. -Representar el plano cartesiano. -Ubicar los valores obtenidos.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>-Unir los puntos para visualizar el fenómeno descrito.

Deberá visualizar el fenómeno significando las variables, pertenecientes a la tabla de valores, como pares ordenados e ubicarlos en el plano cartesiano.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 53.-

Mariana sale de su casa, alejándose a una rapidez constante de 60 km/h

¿Qué tipo de función es?</td><td>Tarea matemática:

-Determinar el tipo de función: función afín o función lineal según sus propiedades visuales.

Y para justificar las propiedades pasa o no por el origen (0,0).

Si pasa por el origen o por un valor.

El alumno deberá clasificar la función según las propiedades de cada uno de estas funciones.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 54.-

En un laboratorio informan que 1 litro de alcohol pesa 0,8 kg. Se tiene un recipiente con una capacidad de 20 litros que pesa, vacio, 2kg. Completa la tabla con los datos entregados:

<table><tr><td>Cant. alcohol</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>8</td><td>10</td><td>20</td></tr><tr><td>Peso</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td>Tarea matemática:

-Completar la tabla de valores.

-Determinar los datos entregados.

-Relacionarlos y completar la tabla.

Observación: Valores positivos.

El alumno recurría a los conocimientos previos para el cálculo aritmético que tendrá que realizar para completar la tabla de valores.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 55.-

En un laboratorio informan que 1 litro de alcohol pesa 0,8 kg. se tiene un recipiente con una capacidad de 20 litros que pesa, vacio, 2kg

Representa los datos de la tabla en un sistema cartesiano</td><td>Tarea matemática:

-Graficar los datos de la tabla de valores

-Representar el plano cartesiano.

-Relacionar las variables con pares ordenados.

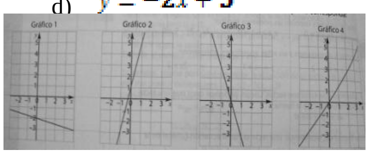
-Ubicar los valores obtenidos.

-Unir los puntos para visualizar el fenómeno.

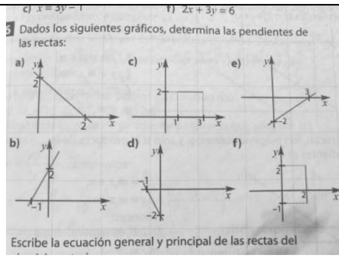
El alumno deberá cambiar de registro, de un registro tabular a un registro grafico, en la cual el alumno significara los valores obtenidos en la tabla como pares ordenados e ubicar los pares en el plano cartesiano.</td></tr>
<tr><td></td><td>Ejercicio 55.-

En un laboratorio informan que 1 litro de alcohol pesa 0,8 kg. se tiene un recipiente con una capacidad de 20 litros que pesa, vacio,</td><td>Tarea matemática:

-Determinar el tipo de función: función afín o función lineal propiedad visual.</td></tr>
</table>

	2kg ¿Qué tipo de función representa este grafico?	Si pasa por el origen o por un valor estimado. El alumno deberá clasificar la función según las propiedades de cada uno de estas funciones.
	Ejercicio 56.- En un laboratorio informan que 1 litro de alcohol pesa 0,8 kg. se tiene un recipiente con una capacidad de 20 litros que pesa, vacio, 2kg. Escribe una ecuación que represente la relación existente entre la cantidad de alcohol y el peso del recipiente con alcohol.	Tarea matemática: -Determinar la expresión algebraica que represente el fenómeno. -Reconocer las variables →determinar cuáles son las variables dependientes e independientes. -Expresar esas variables en una expresión algebraica El alumno deberá de convertir la expresión del lenguaje natural a una expresión algebraica funcional, con lo que deberá reconocer las variables pertenecientes a la expresión y determinar cuáles de ellas son variables dependientes e independientes
	Ejercicio 57.- Asocia a cada uno de los gráficos la ecuación que le corresponda: a) $y = 4x + 1$ b) $y = \frac{4}{3}x$ c) $y = -\frac{1}{4}x - 2$ d) $y = -2x + 5$  	Tarea matemática: -Determinar que grafico corresponde a las expresiones algebraicas -Identificarlos puntos de intersección -Reconocer la pendiente de la recta→ crece, decrece -Identificar si es función afín o función lineal. - Determinar si pasa por el (0,0) -Unir la expresión con el grafico correspondiente. La primera situación en que los gráficos consideran todos los cuadrantes está solo asociados a su expresión algebraico y no a situaciones de proporcionalidad. Por lo que el alumno deberá reconocer los elementos que conforman la expresión algebraica de la recta, reconociendo el coeficiente de posición, la pendiente, y la intersección con los ejes.
	Ejercicio 58.- Representa en un plano cartesiano las siguientes rectas: a) $y = x - 6$ b) $y = \frac{2}{5}x$ c) $y = -\frac{5}{3}x + 1$ d) $y = -2x + 5$	Tarea matemática: -Graficar las rectas. -Tabular los datos de cada expresión algebraica→dar valores a la expresión. -Representar el plano cartesiano. -Ubicar los puntos ya tabulados en el plano cartesiano. -Unir los puntos representados para visualizar la

		expresión. El alumno deberá de visualizar las rectas mencionadas. Por lo que deberá dar valores a la variable "x", construir una tabla de valores. Luego deberá significar los valores pertenecientes a la tabla como pares ordenados y luego ubicar los pares ordenados en el plano cartesiano.
	Ejercicio 59.- Expresa cada ecuación de la recta en su forma principal: a)2x -3y +7=0 b)6x +3y-9=0 c)2x-5y+6=0 d)3x-2y=0 e)2x-8y-16=0 f)3y-x-18=0	Tarea matemática: - Expresar la ecuación en su forma principal. Observación: Solo propicia al alumno de determinar la ecuación en su forma general y su forma principal. No propicia al alumno al cálculo, ni a la visualización del fenómeno, ni variación, ni oculta que la recta representa una infinidad de valores de las variables.
	Ejercicio 60.- Expresa cada ecuación de la recta en su forma general: a)y= 2x-7 b)y= -(2/5)x+6 c)y= 6x- (1/3) d)y= (1/3)x e)y= -(1/8)x + (1/8) f)y= -5x	Tarea matemática: - Expresar la ecuación en su forma principal. Solo propicia al alumno de determinar la ecuación en su forma principal y su forma general. No propicia al alumno al cálculo, ni a la visualización del fenómeno, ni variación, ni oculta que la recta representa una infinidad de valores de las variables.
	Ejercicio 61.- Determina las pendientes de las siguientes rectas: a) $3x - y + 2 = 0$ b) $2x - 4y + 1 = 0$ c) $x = 3y - 1$ d) $y = 3x - 1$ e) $2x - y = 3$ f) $2x + 3y = 6$	Tarea matemática: -Determinar en cada expresión $y = mx + b$, la pendiente, donde esta es m. -Expresar las funciones de forma y=mx +b y luego identificar "m" El alumno deberá reconocer la variable en la cual se designa la pendiente, con ello determinara la pendiente de cada recta. Tan solo es reconocimiento de "m", pendiente.
	Ejercicio 62.- Dados los siguientes gráficos, determina las pendientes de las rectas:	Tarea matemática: - Reconocer los elementos de los gráficos. El alumno debiera determinar la pendiente de la grafica con los puntos que intercepta los ejes lo que corresponde a dos pares

		ordenados, luego se reemplaza en la fórmula de cálculo pendiente. Se propicia a calcular pendiente con distintos valores pertenecientes a rectas en distintos cuadrantes.
	Ejercicio 63.- Haz el grafico de cada recta. Luego, determina cada pendiente y coeficiente de posición a) 2x+5y-20=0 b) -2x+y-5=0 c) -4x+3y=0 d) –(4/3)x+4y+2=0	Tarea matemática: -Calcular la pendiente→$y = mx + c$, m pendiente - Calcular el coeficiente de posición→c Observación: No es necesaria la grafica de las rectas para obtener la pendiente y el coeficiente de posición. El alumno deberá de visualizar las rectas mencionadas. Por lo que deberá dar valores a la variable “x” , construir una tabla de valores. Luego deberá significar los valores pertenecientes a la tabla como pares ordenados y luego ubicar los pares ordenados en el plano cartesiano.
	Ejercicio 64.- Determina la ecuación de la recta que pasa por cada par de puntos: a) (-4,5) y (2,-6) b) (0,0) y (2,-3) c) (-1,-7) y (3,5) d) (-4,-3) y (-8,-3)	Tarea matemática: -Calcular la recta que pasa por dos puntos. -Calculo aritmético. -Determinar cuáles son las variables x_1, x_2, y_1, y_2. -Reemplazar en la Formula: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ El alumno requerirá de una fórmula para reemplazar los valores entregados y con ello el cálculo de la expresión de la recta que pasa por dos puntos.
	Ejercicio 65.- Determina la ecuación de la recta dada su pendiente m y un punto de ella a) $m = 4, (3, -2)$ b) $m = -2, (7{,}4)$ c) $m = -2, (-3{,}0)$ d) $m = 0, (0{,}0)$	Tarea matemática: -Cálculo aritmético. -Calcular la ecuación de la recta. -Reemplazar los valores en la formula - Fórmula de la ecuación de la recta con un punto y la pendiente: $y - y_1 = m(x - x_1)$

		El alumno requerirá de una fórmula para reemplazar los puntos y pendiente, con ello el cálculo de la expresión de la recta.
	Ejercicio 66.- Las coordenadas de los vértices de un cuadrilátero son: A(-3,2), B(1,-5), C(8,1) y D(4,4). Determina la ecuación de la recta de: Sus lados	Tarea matemática: -Graficar los puntos del cuadrilátero. -Ubicar los puntos en el plano cartesiano. -Unir los puntos. -Calcular la ecuación de la recta de los lados→determinar los valores x_1, x_2, y_1, y_2 -Reemplazar en la formula de la recta que pasa por dos puntos. El alumno debe de representar los pares de puntos pertenecientes a un grafico y ubicarlos en su posición espacial. Luego determinar los puntos pertenecientes a los lados del cuadrilátero para después calcular la ecuación de la recta , por lo que requerirá la utilización de la formula de la recta que pasa por dos puntos.
	Ejercicio 67.- Las coordenadas de los vértices de un cuadrilátero son: A(-3,2), B(1,-5), C(8,1) y D(4,4). Determina la ecuación de la recta de: Sus diagonales	Tarea matemática: -Graficar los puntos del cuadrilátero -Ubicar los puntos en el plano cartesiano. -Unir los puntos. -Trazar las diagonales. -Determinar los puntos que pertenecen a las diagonales. -Calcular la recta que pasa por esos dos puntos. El alumno deberá determinar las diagonales pertenecientes al cuadrilátero determinando los puntos pertenecientes a las diagonales, luego de determinar los puntos, se prosigue con el cálculo de la recta con dos puntos pertenecientes a la diagonal.
	Ejercicio 68.- Las coordenadas de los vértices de un cuadrilátero son: A(-3,2), B(1,-5), C(8,1) y D(4,4). Determina la ecuación de la recta de: Los elementos que unes los puntos medios de sus lados	Tarea matemática: -Graficar los puntos del cuadrilátero. -Ubicar los puntos en el plano cartesiano. -Unir los puntos.

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>-Calcular los puntos medios de los lados.

-Unir los puntos medios.

-Calcular las recta que pasa por esos puntos.

El alumno deberá de calcular los puntos medios de los lados del cuadrilátero. Utilizando la fórmula de los puntos medios. Luego unir los puntos medios obtenidos de los lados determinando los pares ordenados pertenecientes a esos segmentos. Y luego calcular la recta que pasa por esos puntos.

En general es un cálculo aritmético, y de reconocer los elementos de un cuadrilátero.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Ejercicio 69.-

Determina los puntos en que las siguientes rectas interceptan al eje x y al eje y.

a) $y = 3x - 2$
b) $2x - 4y = 1$
c) $2x + 3y = 6$
d) $x - 2 = 0$
e) $y = x$
f) $y - 2 = 0$</td>
<td>Tarea matemática:

-Determinar los puntos que interceptan en los ejes x e y.

Evaluar cuando y=0 y x=0.

El alumno deberá determinar en la expresión cuando las variables “x” e “y” tomen el valor cero así determina los pares ordenados en la cual interceptan en los ejes.</td>
</tr>
<tr>
<td>Síntesis</td>
<td colspan="2">Existen ejercicios tan solo de cálculo aritmético, y de reemplazar pares ordenados en las formulas de distancia entre dos puntos, punto medio, pendiente de la recta, ecuación de la recta. Por lo que no fomenta a la visualización de la recta. Primando un registro aritmético y/o algebraico para el manejo de los elementos de la recta.

Existe un set de problemas orientados a que el estudiante aprenda a calcular elementos respecto de las figuras en el plano.

El cálculo aritmético de la ecuación de la recta, de los lados, distancia entre dos puntos, perímetro.

Otros problemas recurren a completar tablas por lo que en ello existen variables discretas y una cantidad determinada de valores para visualizar el fenómeno y no pueden determinar la tendencia del fenómeno.

El trabajo de la recta, se centra en una variada cantidad de problemas donde se determina la conversión del lenguaje natural a un registro algebraico funcional. En ello se determina una serie de pasos (o técnica) para graficar una expresión algebraica.

Momentos

→Conversión a una expresión funcional.

→Dar variados valores (limitado) a la variable “x”.

→Graficar los datos tabulados.

→Determinar qué tipo de función es (afín o lineal).</td>
</tr>
</table>

	Pero no fomenta la continuidad y la infinitud de puntos que contienen una recta, ya que existen problemas orientados al cálculo de los elementos (calculo de distancia entre dos puntos, encontrar la recta que pasa por dos puntos, calculo de pendientes, entre otros) y visualización de los cuerpos con ello la ubicación de los pares ordenados en el espacio y representarlos en el plano cartesiano en distintos cuadrantes del plano cartesiano. En general se determinan ciertas cantidades de valores para visualizar la expresión pero limita a que el estudiante puede visualizar la tendencia de esta o la infinitud de puntos. Además de contener actividades matemáticas que involucran a los problemas que limitan tan solo a valores positivos por lo que su visualización será en el primer cuadrante. Existe tan solo un problema donde se asocie las expresiones algebraicas con su respectiva representación en el plano cartesiano. No existen problemas donde se realicen una asociación funcional de la variación proporcional.