UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Análisis del Tratamiento de la unidad "Ecuaciones de Primer Grado" en el nivel NB6 en un curso de un liceo municipal de la V región

Tesis para optar al Grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de Educación Media en Matemática, con Mención Didáctica

Presentada por

Roxana Bahamondes Quiroz
David Codina Muñoz
Néstor Concha León
Nicolás Parraguez Rodríguez

Profesora Guía

Patricia López

Valparaíso, Diciembre 2011.

Dedicada a nuestras familias por el apoyo incondicional durante nuestro proceso de formación profesional.

Índice

Contenido

Capítulo 1

Introducción

En nuestra práctica docente profesional hemos constatado que los alumnos presentan dificultades en la comprensión de las ecuaciones de primer grado, sobre el concepto de solución y de los procedimientos de resolución de la misma

Los estudiantes pueden usar un procedimiento de resolución y resolverla aparentemente sin dificultad y obtener la solución, pero cuando se les pide explicar ¿Por qué resuelven de determinada manera una ecuación? o sobre el significado de lo obtenido, muchas veces responden que sólo saben resolverla.

En un primer intento por levantar evidencias acerca de lo que saben los alumnos sobre la resolución de ecuaciones de primer grado, se les ha propuesto a un grupo de estudiantes de un liceo municipal de Valparaíso, que ya ha estudiado la unidad de ecuaciones de primer grado, la siguiente problemática:

Dada la ecuación $x-3=2$ *; responde las siguientes preguntas, justificando tu respuesta.*

a) ¿-1 es solución de la ecuación?

b) ¿5 es solución de la ecuación?

De un total de 16 alumnas encuestadas el 100 % no comprende el concepto de solución,
A pesar de que el 56 % respondió que 5 es la solución, no supo dar una justificación a lo señalado en la pregunta

Al obtener estos resultados se puede evidenciar la falta de comprensión sobre el concepto de solución de la ecuación de "saber lo que significa resolver una ecuación" y "que es la solución de una ecuación".

En base a lo obtenido se plantean las siguientes interrogantes

¿Qué propone el texto guía del profesor para la unidad de ecuaciones de primer grado?

¿Cómo el texto del alumno presenta la unidad de ecuaciones de primer grado?

¿Qué relación existe entre los textos escolares y lo que hace el profesor en clase?

En la presente investigación se analizara la práctica de un profesor en el aula y las repercusiones que esta tiene en los aprendizajes de los alumnos en el curso de 8° año básico en la unidad ***Ecuaciones de primer grado,*** en un liceo municipal de Valparaíso,
(En este liceo no se ha adoptado el ajuste curricular, es por esto que la unidad de ecuaciones se pasa en el nivel NB6)

Para evidenciar el aprendizaje de las alumnas se ha elaborado un test en el cual se pretende evidenciar los aprendizajes adquiridos luego de haber estudiado la unidad de “ecuaciones de primer grado”. El test consta de 4 preguntas y ha sido aplicado a un grupo homogéneo de 9 estudiantes.

Con la presente investigación y dando respuestas a las interrogantes se pretende evidenciar el tratamiento que realiza un profesor al tema de ecuaciones de primer grado con coeficientes en Z en un liceo municipal de la V región.

Capítulo 2

Planteamiento del Problema

En nuestra experiencia durante la práctica profesional hemos observado que muchas veces los alumnos tienen una forma errada de ver el signo igual, lo ven como una separación entre números y no como la relación de equivalencia que es. En el texto “el aprendizaje del algebra escolar desde una perspectiva psicológica” Kieran, C y Filloy Yague, E. plantea: “La idea extendida de los estudiantes que comienzan con el álgebra es que el signo igual ‘es la señal de hacer algo’ antes que un símbolo de la equivalencia entre los lados izquierdos y derechos de una ecuación (Kieran 1980)

En cuanto al proceso de resolución de ecuaciones ellos solo realizan un trabajo mecánico, dado que manejan técnicas de aislamiento donde simplemente la letra “incógnita” debe quedar a un lado del signo igual y los números al otro lado del signo igual, sin importar las operaciones realizadas, solo se “preocupan de dejar la letra sola”

En el articulo “Resolviendo las Ecuaciones Lineales con el uso de Modelos”, Francisco Rivero Mendoza describe: “El estudio de las ecuaciones de primer grado en la escuela elemental se basa en el aprendizaje mecánico de reglas para manejar los símbolos, carentes de significado y sin referentes concretas. La falta de modelos que aporten significado a los símbolos algebraicos, es uno de los impedimentos más serios que obstaculiza el proceso de enseñanza aprendizaje en la resolución de ecuaciones”.

2.1. Objetivo General

Investigar el tratamiento que hace un profesor de la unidad de ecuaciones de primer grado con coeficientes enteros, con el fin de levantar evidencias sobre el impacto que este produce en el aprendizaje de los estudiantes, en un curso de 8vo año básico en un liceo municipal de la V región

2.2. Objetivos Específicos

- Identificar y analizar que aprende el alumno en el aula sobre ecuaciones de primer grado, cuando el tratamiento del tema por parte del profesor ha finalizado.

- Describir y analizar el tratamiento que hace el profesor en la enseñanza de las ecuaciones lineales con una incógnita con coeficientes en Z

- Conocer y analizar mediante criterios establecidos lo propuesto en el texto escolar , guía docente entregada al profesor de 8° año básico (2010) y el texto del estudiante , para el tratamiento las ecuaciones de primer grado.

Capítulo 3

3.1 Mirada histórica del concepto estudiado

3.1.1 Nacimiento del álgebra.

Según David Bergamini (1968), la cuna del álgebra recae en la cultura egipcia al encontrarse un papiro egipcio que tiene 3600 años, el cual expone uno de los primeros problemas algebraicos que se sabe que solucionó el hombre.

"Ah, el total y su séptima parte, hacen 19" se cree que ésta palabra es la indicadora de algún oculto ritual, la palabra "Ah" no se utiliza como una exclamación sino más bien para designar un "montón" o "cantidad" que en la actualidad la designamos con la variable x. El papiro de <<ah>> fue conocido por los intelectuales de Occidente hace un siglo. Henry Rhind un anticuario escocés lo compró en 1858 en una tienda en la ciudad de Luxor, a orillas del Nilo.

Este papiro es especialmente interesante, ya que pone en evidencia que los hombres en el año 1700 antes de Cristo ya miraban más allá de la aritmética vislumbrando el álgebra.

A partir de la época de los faraones el objeto básico del álgebra a permanecido invariable es decir, hacer posible la solución de un problema matemático en donde hay un número desconocido. La incógnita se expresa por un símbolo abstracto que se utiliza hasta que puede establecerse su valor numérico. A fin de precisar el problema y conservarlo, se establece una ecuación. David Bergamini (1968)

Durante este tiempo los problemas algebraicos tenían la misma fascinación que tienen los acertijos.

Más tarde los griegos, herederos del saber egipcio, fueron los primeros intelectuales que explicaron totalmente sus métodos para resolver problemas de álgebra. Pero escribieron sus soluciones con palabras y diagramas de forma confusa y como un proceso largo. Francisco Vera (1961)

Durante el crepúsculo de la era griega, aparece un hombre singular, Diofanto, quien es conocido como el "Padre del Álgebra". Recibe este nombre debido a que fue el primero en abreviar sus pensamientos sistemáticamente con símbolos de su propia creación y resolvió lo que se conoce como ecuaciones indeterminadas o "diofanticas". Las ecuaciones indeterminadas no contienen suficiente información para ser resuelta con números específicos, pero si suficiente para indagar la respuesta a un tipo determinado. David Bergamini (1968)

Durante la edad media y las edades de ignorancia y superstición una sucesión de matemáticos hindúes y musulmanes transmitieron el álgebra desde un oasis de cultura, no crearon muchos conocimientos nuevos en el proceso, pero por lo menos a través de la práctica despojaron el arte de las ecuaciones de su aura de misterio.

En el año 825 al – Khowarizimi, sabio de Bagdad, escribió el primer tratado del álgebra, el titulo de esta obra fue “al-jabr w`al-muqabalah” en español “el arte de unir las incógnitas simultáneamente para encontrar una cantidad desconocida” la palabra clave al-jbr que significa “unir” dio lugar a la palabra álgebra. En la Edad Media “algebraico” indicaba a un hombre que unía los huesos o un especialista en ecuaciones.

Hasta este tiempo aunque los árabes e hindúes ya aplicaban los números negativos, no se permitía una solución negativa no era aceptada. Los hindúes se cree que fueron los primeros en percibir las posibilidades de resolver una ecuación y obtener una solución.

Debido a que es difícil captar la idea de los números negativos, pasó mucho tiempo antes que se les permitiera la entrada en los dominios de las matemáticas y el sentido común. No fue hasta que un matemático italiano, Leonardo de Pisa, llamado también “Fibonacci” quien vivió aproximadamente del 1170 al 1250, mientras comprobaba un problema financiero se dio cuenta que no podía resolverse si no era en términos de números negativos lo que describió como una perdida financiera.

A pesar del reconocimiento hipotético de Fibonacci de que una ecuación podría tener una solución negativa, la mayoría de los matemáticos no aceptaban la idea de una solución negativa hasta el siglo XVI.

Durante esta época del Renacimiento, las matemáticas también disfrutaron de una nueva explosión de creatividad.

Hasta este siglo se habían encontrado soluciones generales para las ecuaciones lineales, cuadradas pero no para las cúbicas. No fue hasta el año 1550 que se había alcanzado la conquista de las ecuaciones cúbicas a través de varias aproximaciones independientes. Sus descubridores no pudieron dejar de observar, con considerable inquietud que los números comprendidos en el procedimiento no siempre eran positivos. Cabe destacar que la mayoría de estos hombres eran italianos de los cuales debemos mencionar a Scipione del Ferro quien encontró la primera solución general para todas las ecuaciones cúbicas de la forma simplificada: $x^3 + ax = b$. David Bergamini (1968)

Cardano en el año 1545 publica un tratado monumental sobre ecuaciones Ars Magna (Gran Arte). En este libro escribe las soluciones generales de las ecuaciones cúbicas cuyo descubridor fue Tartaglia y las soluciones de las ecuaciones cuánticas cuyo descubridor fue Lodovico Ferrari, divulgando los dos avances algebraicos más trascendentales desde la muerte de Diofanto unos 1300 años antes.

Acepto formalmente el concepto de los números negativos y enuncio las leyes que los rigen.

3.1.2 El desarrollo del simbolismo

La importancia de un simbolismo fácil de manejar, como indica De Morgan es la que permite hacer razonamientos matemáticos sin un mayor esfuerzo. Si no se hubiera transformado el álgebra elemental en una “ciencia puramente simbólica” parece poco probable que la geometría analítica, el cálculo diferencial e integral, la teoría de probabilidades, la teoría de números, pudieran haber arraigado y florecido como ocurrió en el siglo XVII. Puesto que las matemáticas modernas provienen de las creaciones de Descartes, Newton y Leibniz, Pascal, Fermat y Galileo, no es excesivo decir que la perfección del simbolismo algebraico fue una de las cosas que más contribuyó a la velocidad con que se desarrollaron las matemáticas.

En su análisis del álgebra griega Nesselmann (1842) señala tres fases históricas del álgebra, a las que clasifico con los nombres de retórica, sincopada y simbólica.

Fase retórica: Anterior a Diofanto de Alejandría (250 D.C.) En que la solución y el enunciado de un problema algebraico eran totalmente verbales. Es decir en lenguaje natural y sin símbolos.

Dentro de esta fase se encuentran los babilonios (2000 A.C.) los egipcios (1700 A.C.), los griegos (600 – 200 A.C.) y los chinos (300 A.C. – 300 D.C.) utilizaban exclusivamente el lenguaje natural sin introducir ningún símbolo.

Fase sincopada: Desde Diofanto hasta el siglo XVI en la cual se sustituyen los conceptos y operaciones que se presentan con mayor frecuencia por medio de abreviaturas, pero los cálculos se desarrollan con lenguaje natural.

Diofanto introdujo por primera vez en la historia abreviaturas (letras griegas) para indicar la incógnita de una ecuación y sus potencias.

$x \rightarrow \zeta$ llamada *“el número del problema"*
$x^2 \rightarrow \Delta^{\Upsilon}$ *"cuadrado" o "potencia"*
$x^3 \rightarrow K^{\Upsilon}$ *"cubo"*
$x^4 \rightarrow \Delta^{\Upsilon}\Delta$ *"cuadrado-cuadrado"*
$x^5 \rightarrow \Delta K^{\Upsilon}$ *"cuadrado-cubo"*
$x^6 \rightarrow K^{\Upsilon}K$ *"cubo-cubo"*
$1/x \rightarrow \zeta^{\chi}$

(Kline., pág. 162-163).

Para indicar la adición escribía los términos uno a continuación del otro, la sustracción la representaba con el símbolo /|\ y la igualdad con ισ, no utilizaba ningún signo para representar la multiplicación o la división. Desarrollaba los cálculos usando un lenguaje natural y escribía las soluciones en un texto continuo.

A partir del siglo VII los hindúes crearon un simbolismo algebraico bastante eficiente que les permitió desarrollar nuevos procedimientos de resolución de ecuaciones. En la obra de Brahmagupta (598) se encuentran algunas abreviaturas para representar la incógnita y sus potencias.

$x \rightarrow$ *ya* [primera sílaba de la palabra *yavattavat (tanto-cuanto)*]
$x^2 \rightarrow$ *va*

$x^3 \to gha$
$x^4 \to vava$
$x^9 \to ghagha$
$x^{\frac{1}{2}} \to ka$ [primera sílaba de la palabra *karana (raíz cuadrada)*].

Bortolotti, (1950, página 637)

Los hindúes no contaban con ningún símbolo para indicar la adición y el producto; para la sustracción colocaban un punto sobre el sustraendo; Para igualar dos cantidades escribían los dos miembros en dos líneas consecutivas. Si en un problema aparecía más incógnitas una de las incógnitas se representaba con la letra “ya” y las otras con objetos de diversos colores.

Los árabes (800-1300 D.C.), herederos de las obras griegas e hindúes, no utilizaban símbolos. Algunos autores como Al-Khwarizimi (825) utilizaban ciertos nombres particulares para representar la incógnita y sus potencias, pero en general ellos desarrollaban un álgebra íntegramente retórica y esto representa un paso atrás respecto al álgebra diofantina e hindú.

En el siglo XII, en las obras de Leonardo Pisano y en el tratado de ábaco llamado *Trattato d'Algibra* (autor Anónimo del Siglo XIV), se puede observar que los desarrollos algebraicos utilizaban un lenguaje natural. Pero es interesante destacar que en el *Trattato d'Algibra* ya se comienza a evidenciar una cierta tendencia hacia el simbolismo, porque el autor usa sistemáticamente ciertos nombres especiales para denominar la incógnita y sus potencias:

$x \to$ *cosa (o chosa)*
$x^2 \to$ *censo*
$x^3 \to$ *chubo*
$x^4 \to$ *censo di censo*
$x^5 \to$ *chubo di censi*
$x^6 \to$ *censo di chubo (chubo di chubo).*

Más tarde, de estas palabras derivaron las abreviaturas que fueron utilizadas hasta el siglo XVI. Por ejemplo en la obra de Pacioli (1445-1514) la incógnita y sus potencias vienen representadas de este modo.

x *co* de *cosa*
x^2 *ce* o *Z* de *censo*
x^3 *cu* o *C* de *chubo*
x^4 *ce ce* de *censo di censo*
x^5 *p° r°* de *primo relato* etc.

(Loria, pág. 476).

Con Bombelli (1526-1572) se produjo una verdadera transformación del lenguaje algebraico, con la introducción de símbolos especiales para representar la incógnita y sus potencias.

x ① *tanto*
x^2 ② *potenza*
x^3 ③ *cubo*
x^4 ④ *potenza di potenza*
x^5 ⑤ *primo relato* etc.

(Bombelli, 1966).

Fase simbólica: Introducida por Viéte (1540 – 1603) En la cual se usan letras para todas las cantidades y signos para representar las operaciones. Se utiliza el lenguaje simbólico no solo para resolver ecuaciones sino también para encontrar la fórmula general.

El álgebra simbólica reemplaza los procesos algebraicos verbales y hace que sus razonamientos sean de fácil comprensión.

Es importante observar que la mayor parte de los símbolos fueron creados accidentalmente entre los años 1500 – 1600. El cambio del álgebra sincopada, al álgebra simbólica fue un proceso lento.

Según Kline (1991) y Loria (1929) sostienen que los signos + y – fueron introducidos por los alemanes para indicar los pesos en excesos o en defecto y posteriormente fueron adoptados por los matemáticos Widman (Siglo XV) y Stifel (1486- 1567). En cambio Rapisardi (1865) apunta que fueron creados por Leonardo Da Vinci (1452 – 1519).

El signo igual fue creado por Recorde (1510 -1558) quien escribió por primera vez este signo en 1557 en su libro de álgebra "The Wheststone of Witter" esta obra es el primer tratado ingles del álgebra.

Recorde justificó la adopción de dos segmentos de rectas iguales explicando "*Pondré como hago a menudo en el curso de mi trabajo, un par de paralelas o líneas gemelas de una misma longitud, así, ==, porque no hay dos cosas que puedan ser más iguales*" (Boyer, 1996. p. 349)

Con Viète se produjo el cambio más significativo en la construcción del lenguaje simbólico. Este autor fue el primero que utilizó sistemáticamente las letras para todas las cantidades (la incógnita, sus potencias y los coeficientes genéricos) y los signos para las operaciones, empleaba este lenguaje simbólico tanto en los procedimientos resolutivos como en la demostración de reglas generales.

Descartes en el año 1637 en su libro “la Geometrie” introdujo los símbolos para la incógnita y para las operaciones y potencias algebraicas tal como se conoce en la actualidad con la excepción de la escritura de potencias que escribía xx en vez de x^2.

Sin embargo la contribución más importante de Descartes fue el descubrimiento de la geometría analítica. Quien reduce la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.

3.2 Obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico

Los obstáculos epistemológicos según Malisani (1999) están relacionados en la transición entre el pensamiento aritmético al pensamiento algebraico.

Los obstáculos epistemológicos reconocibles en la historia de las matemáticas permiten comprender ciertas dificultades que se evidencian en el aprendizaje de éste conocimiento.

Según Kieran y Filloy (1989) presentan un resumen bastante completo sobre los errores que efectúan los alumnos cuando resuelven ecuaciones y problemas algebraicos y a los cambios conceptuales necesarios en la fase de transición entre el pensamiento aritmético y el pensamiento algebraico.

El error no es solo el efecto de la ignorancia sino es causa de un conocimiento incorrecto. En este sentido la idea de error está relacionada con la noción de obstáculo epistemológico desarrollada por Bachelard (1972) “… *se conoce afrontando un conocimiento anterior, destruyendo los conocimientos mal adquiridos o superando aquellos que en el espíritu mismo obstaculiza la espiritualización. Un obstáculo epistemológico se incrusta en el conocimiento no formulado. Costumbres intelectuales que fueron útiles y sanas, pueden después de un tiempo obstaculizar la investigación.”*

Brousseau (1983) da las **siguientes características** de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;
- El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia;
- Cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;
- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber;
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

Se distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

Obstáculos Ontogeneticos: Se debe a la característica del desarrollo del niño.

Obstáculo Epistemológico: Intrínsecamente relacionado con el propio concepto.

Obstáculo Didáctico: Que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza.

Según Brousseau (1986) La noción de obstáculo está relacionada con la idea de aprendizaje por adaptación. Ciertos conocimientos del alumno están ligados a otros conocimientos anteriores que a menudo son provisorios e imprecisos y poco correctos.

Según Rico (1995) Señala las siguientes características de los errores:

- Surgen por lo general de manera espontánea
- Son persistentes y difícil de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Pueden ser sistemáticos o por azar: Los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada, y los cometidos por azar son ocasionales.
- Muchas veces los alumnos no toman conciencia del error ya que no comprenden acabadamente el significado de los símbolos y conceptos con que trabajan.

A continuación analizaremos algunos problemas que poseen los alumnos en el pasaje de la aritmética al álgebra.

3.3 Dificultades de aprendizaje de los alumnos en el paso de la aritmética al álgebra

Los números, como todos los objetos de los conocimientos humanos se pueden considerar en general y en particular, es decir, bajo la relación de sus leyes y bajo la de sus hechos. Por ejemplo esta proposición: la suma de dos números multiplicada por su diferencia, es igual a la diferencia de sus cuadrados, es una ley de los números, porque se aplica generalmente a todos ellos; mientras que esta: once multiplicado por cinco es igual a cincuenta y cinco, es un hecho de dos números, porque solo se aplica a los números 11, 5 y 55. Vallejo (1841), según cita a Gómez (1995b).

Esta distinción divide a la ciencia de los números en dos rangos generales, de las cuales el que trata de leyes, es el álgebra, y el que trata de hechos es la Aritmética (Gómez, 1995b).

La aritmética es definida como el estudio de los sistemas numéricos junto con sus relaciones mutuas y sus reglas (Gómez, 1988). El álgebra es considerada como el estudio de conjuntos de elementos, cuya naturaleza puede no estar especificada, y de las propiedades formales de sus leyes de composición (Bouvier y George, 2000).

Según Arcavi (1994). El álgebra es una herramienta para la comprensión, expresión y comunicación de generalizaciones, para revelar estructura, para establecer conexiones y para formalizar los argumentos matemáticos.

En palabras de Drijvers y Hendriuks (2003), existe una relación dual entre el álgebra y la aritmética: el álgebra tiene sus raíces en la aritmética y depende fuertemente de su fundamentación aritmética, mientras que la aritmética tiene muchas posibilidades de simbolizar, generalizar y razonar algebraicamente.

Según Mason (2005) "la aritmética necesita del pensamiento algebraico" y Según Hewitt (1998) " la aritmética es imposible sin álgebra" . La razón de estas afirmaciones es que la aritmética no consiste en la memorización de cientos de hechos numéricos sino en el aprendizaje de métodos (generalidades) para hacer cálculos numéricos.

Según Hewitt (1998) la aritmética se centra en la obtención del resultado, siendo el álgebra lo que permite encontrar una forma estructurada de obtener dicho resultado.

Tradicionalmente la aritmética se sitúa en el curriculum escolar antes que el álgebra, al considerarse la generalización de la aritmética como un enfoque o componente fundamental del algebra. Uno de los argumentos que sustenta esta organización es la consideración de la aritmética como más concreta y por lo tanto más fácil que el álgebra, que es más abstracta. Esta visión es defendida alegando que el álgebra requiere de pensamiento formal mientras que la aritmética no. (Linus y Kaput, 2004)

Dicho orden va acompañado de una separación estricta entre la aritmética, centrada en los hechos numéricos, la fluidez en el cálculo y los problemas verbales de valores concretos, y el álgebra que se ocupa entre otras cuestiones, del estudio y simbolización de la generalización de la aritmética, las funciones y las variables.

De este modo, el álgebra es tradicionalmente introducida cuando se considera que los alumnos han adquiridos las habilidades aritméticas necesarias, sin aprovecharse significativamente la importante conexión existente entre ambas sub-áreas. Booth (1989)

Se pretende que los alumnos adquieran el conocimiento de la estructura de las operaciones a partir de su aprendizaje de la aritmética y se asume que las relaciones matemáticas, que son el verdadero objeto de la representación algebraica, son familiares al alumno por su aprendizaje de la aritmética, dándole poca atención durante la enseñanza del álgebra. Booth (1989)

Según Booth (1989) Se asume que las dificultades de los estudiantes en la introducción del álgebra son debido a la complejidad de su sintaxis. Sin embargo diversos estudios han mostrado que los alumnos poseen una pobre comprensión de las relaciones y las estructuras matemáticas (Booth, 1989; Kieran, 1989; MacGregor, 1996; Schifter, 1999)

…una parte principal de las dificultades de los estudiantes es precisamente la falta de comprensión de las relaciones aritméticas. La habilidad de comprender y utilizar el álgebra con el manejo de las convecciones notacionales requiere que los estudiantes adquieran primero una comprensión semántica de la aritmética. (Booth 1989, p. 58)

Lee y Wheeler (1989) identifican una ruptura entre la aritmética y el álgebra en la que observan que los alumnos no reconocen el interés de evaluar expresiones algebraicas para determinar la veracidad o falsedad de estas; tampoco muestran interés en utilizar simbolismo algebraico en situaciones aritméticas.

Otras investigaciones indican que muchos alumnos experimentan dificultades al pasar de la aritmética al álgebra debido a la falta de una base aritmética adecuada y a la desconexión de sus conocimientos aritméticos y sus conocimientos algebraicos. (Carpenter y Franke, 2001; Warren, 2001, 2004). Según Kieran (1989, 1992) la forma tradicional de introducir la aritmética no ha sido eficaz en el desarrollo de los alumnos para reconocer y usar la estructura matemática.

En los primeros cursos la enseñanza de las matemáticas se centra en gran medida en la forma correcta de realizar procedimientos y obtener la respuesta correcta, dejando a un lado la reflexión sobre las cantidades y las relaciones a que se refieren las expresiones simbólicas (Resnick, 1992).

Posteriormente en la enseñanza del álgebra se produce un cambio drástico en el significado de las operaciones y de la equivalencia, ocasionando a los alumnos numerosas dificultades. Las operaciones pasan a describir relaciones entre elementos (cantidades o variables) en vez de acciones y el signo igual requiere una interpretación más amplia. (Resnick, 1992)

Otras dificultades que señala Kieran (1989) en el aprendizaje del álgebra son el significado de las letras y el cambio de convecciones respecto de la aritmética.

Según Kieran (1992) en la transición de la aritmética al algebra son cruciales el uso de símbolos para representar cantidades y la conciencia explicita de los métodos matemáticos que están siendo simbolizados mediante el uso de símbolos y números. El conocimiento de estructura matemática es considerado esencial para una exitosa transición (Boulton-Lewis, Cooper, Atweh, Pillay y Wills, 2000)

Según MacGregor (1996), Existen cinco elementos del conocimiento de la aritmética que son esenciales para el aprendizaje del álgebra:

- La capacidad de concentrarse en un procedimiento en vez de en la respuesta
- La comprensión de las relaciones existentes entre las operaciones.
- El conocimiento de las diversas interpretaciones del signo igual
- El conocimiento de las propiedades importante de los números
- La capacidad de trabajar en el sistema de los números reales sin limitase al uso de números pequeños.

3.3.1 Igualdad y signo igual

La comprensión del signo igual se manifiesta como un elemento a considerar. Además esta comprensión es señalada por variedades de autores, tales como Davis (1964), Herscovis y Kieran (1980), MacGregor (1996), Radford (2000), Carpenter (2003) y Freiman y Lee (2004), como un elemento importante en la transición de la aritmética al álgebra. El cual presenta importantes dificultades a los alumnos.

La Real Academia Española (RAE, 1992) define el término igualdad como conformidad de una cosa con otra, en naturaleza, forma, calidad o cantidad, correspondencia y proporción que resulta de muchas partes uniformemente componen un todo; en matemáticas: expresión de la equivalencia de dos cantidades. Se define aquí igual como de la misma naturaleza, cantidad o calidad que otra cosa, del mismo valor y aprecio, constante, no variable, recogiéndose dos acepciones matemáticas: signo de la igualdad, formado por dos rayas horizontales y paralelas (=), y dícese de las figuras que se pueden superponer de modo que coincidan en su totalidad.

Desde la filosofía

Brugger (1965) defina la igualdad como un tipo de identidad, la identidad lógica, entendiendo que dos entes son iguales cuando se refiere al mismo concepto.

Abbagnano, en su diccionario de Filosofía (1974), define la igualdad como la relación de sustitución entre dos términos, tomando la definición de Leibniz *"Por lo general dos términos se dicen iguales cuando pueden ser sustituidos uno por el otro en el mismo contexto, sin que cambie el valor del contexto mismo"*

Desde la Lógica

Frege expone que dos cosas son iguales si una de ellas puede ser sustituida por la otra sin pérdida de verdad. Sobre la igualdad matemática expone que es una forma de identidad y no de igualdad, pues enuncia una relación entre dos nombres para objetos, no entre los signos que los designan. La igualdad matemática señala identidad de significado, no identidad de pensamiento, ni identidad de signos (Kenny, 1997)

Desde las matemáticas y la Educación Matemática

No existe una noción única de igualdad, siendo a menudo una cuestión de definición. La igualdad entre dos objetos va a quedar determinada por las relaciones específicas del dominio al que pertenecen. (Freudenthal, 1994). En ocasiones, cosas que no son iguales, tales como las expresiones 2/3 y 4/6, pasan a ser iguales al definirse una relación de equivalencia que las agrupa en una misma clase.

Bouvier y George (2000). Definen igualdad como una relación binaria que asocia símbolos que representan un mismo objeto matemático. Esta relación, se denota con el signo igual (=), es reflexiva, simétrica y transitiva, es decir, es una relación de equivalencia.

Dentro de la Aritmética: Chávez y León (2003) abordan la noción de igualdad de números naturales a partir de la idea de cardinal, definiendo: números iguales son los que representan conjuntos entre los que se puede establecer una correspondencia biunívoca.

Dentro de la aritmética podemos distinguir dos tipos de relaciones de igualdad, ambas denotadas por el signo igual.

i) La igualdad de dos números en el sentido de coincidencia de objeto matemático y de representante (ej. 3 = 3)

ii) La igualdad en valor numérico de expresiones aritméticas tales como 5 + 7 y 6 + 6. En este caso, la igualdad relaciona distintas representaciones de un mismo número

Dentro del álgebra: Godino y Font (2003) distinguen tres tipos de igualdades: identidad, ecuación y fórmula. Entendiendo como tales expresiones que contienen el signo igual e indican dos maneras de designar o escribir un mismo objeto matemático.

i) Identidad se refiere al caso en que aparezcan variables y la igualdad es verdadera para cualquier valor que tomen las variables.

ii) Ecuación se refiere cuando la igualdad incluye variables, pero solo es verdadera para determinados valores.

iii) Formulas son aquellas igualdades que expresan una relación de dependencia entre dos o más variables.

3.3.2 Equivalencia

Según la Real Academia Española (RAE, 1992) se denomina equivalencia a igualdad en el valor, estimación, potencia o eficacia de dos o más cosas.

Desde la Filosofía y la lógica

Honderich (2001) señala que el termino equivalencia corresponde a una relación entre dos enunciados p y q cuando p implica q y q implica p.

Ferrater (1988) denomina equivalencia a la relación "si y solo si" que suele denotarse con el símbolo ←→

Desde las matemáticas y la Educación Matemática

Bouvier y George (2000) Describen dos tipos de equivalencia: equivalencia en un conjunto y la equivalencia lógica. La primera de estas se refiere a una relación binaria sobre un conjunto que es reflexiva, simétrica y transitiva. La equivalencia lógica es el conector ←→ o también denominado bicondicional o doble implicancia que se lee "equivalente a".

Vinográdov (1860) define la relación de equivalencia de afirmaciones o formulas. La equivalencia implica que para cada conjunto admisible de los valores de ciertos parámetros ambas son verdaderas o falsas. Además define ecuaciones equivalentes en la cual existe coincidencia de los conjuntos de soluciones.

Liebenberg (1999) define las expresiones numéricas (aritméticas) equivalentes como aquellas que tienen el mismo valor numérico. "la misma respuesta" y señala tres tipos de expresiones algebraicas con una única variable.

- Identidad algebraica: expresión cierta para todos los valores de x (ej. 2x + 3x = 5x)

- Ecuación: Expresión ciertas para algunos valores de x (ej. 4x +12 = 7x + 50)

- Expresiones que no son ciertas para ningún valor de x (ej. 10x + 40 = 10x + 50)

3.3.3 Identidad

La Real Academia Española (RAE, 1992) define este término como cualidad de idéntico, hecho de ser una persona o cosa la misma que supone o se busca.

Desde la Filosofía

Brugger (1965) Define que dos cosas son idénticas cuando se da a entender que no son dos sino una, advirtiendo que pese a ello la identidad como relación requiere por lo menos dos miembros.

Brugger distingue varios tipos de identidades:

- Identidad lógica: Entes que se refiere al mismo concepto. Recomienda utilizar el término de igualdad.

- Identidad real u objetiva: Cuando coinciden varios contenidos de pensamientos en un solo ente. Esta no es una relación real, pues solo existe en la mente. (ej. Este hombre es justo)

- Identidad real (ontológica): Se refiere a la existencia de un ente a través del tiempo a pesar del cambio de apariencia.

- Identidad conceptual: Conceptos de igual contenido distinguibles entre sí únicamente por el grado de claridad con el que se expresan.

Desde la lógica

Leibniz y Wolf hacen referencia a la identidad como sustituibilidad. Frege distingue dos tipos de identidades: la identidad de contenido que denota con el símbolo "≡" y otra identidad que denota con el símbolo "=". Según Frege, el signo igual de la aritmética puede ser utilizado para indicar que dos expresiones aritméticas situadas a ambos lados denotan el mismo número. En cambio el signo "≡" puede ser colocado entre expresiones de variada índole indicando que ambas expresiones nombran el mismo contenido (Kenny, 1997)

Vinográdov (1860) define la identidad como un tipo de ecuación que tiene como soluciones _todos los números del dominio de la ecuación, es decir, todos los números que se admiten como valores de las variables.

3.3.4 Lenguaje aritmético y algebraico

Dentro de las dificultades de los alumnos en el traspaso de la aritmética al álgebra es necesario mencionar el uso de los símbolos matemáticos.

Según Resnick (1992) Observa que la enseñanza de las matemáticas no puede estar siempre centrada en las relaciones entre cantidades físicas, ya que las matemáticas también se refieren a cantidades abstractas como números, operadores, funciones. El Pensamiento matemático está enteramente ligado a un lenguaje formal especializado que impone restricciones en el razonamiento matemático.

Según el Diccionario de la Real Academia Española (RAE, 1992) un símbolo es una representación sensorialmente perceptible de una realidad, en virtud de rasgos que se asocian con ésta por una convención socialmente aceptada. La acepción matemática que se recoge es letra o figura que representa un número variable o bien cualquiera de los entes para los cuales se ha definido la igualdad y la suma.

La progresión en el aprendizaje de la matemática escolar, se produce gracias a la asimilación y uso de símbolos y estructuras simbólicas cada vez más abstractas y jerarquizadas […] El mayor o menor dominio de los códigos y de su operatoria a un determinado nivel sirve de acelerador o freno en el avance, en la conquista del conocimiento matemático escolar" (Alcalá, 2002, p. 41)

Según Pimm (1999) los símbolos desempeñan diversas funciones: ilustran la estructura de las matemáticas, y facilitan la compacidad y permanencia del pensamiento.

En relación con los símbolos y el simbolismo, autores como Thompson (2001), Shuard y Rothery (1988), Señalan algunos factores que producen dificultades a los alumnos en la comprensión de los símbolos escritos.

- La correspondencia de los símbolos escritos con palabras con las que a ellos se refiere no es biunívoca. Un mismo símbolo se puede decir de diversas formas o puede requerir ocupar varias palabras

- La correspondencia de los símbolos y sus significados tampoco es uno a uno. Un mismo símbolo tiene distintos significados, según el contexto.

- El orden o disposición de los símbolos puede implicar un significado diferente.

- Los símbolos no siempre se leen de izquierda a derecha.

- Los símbolos pueden estar implícitos.

- Variables específicas son usadas en contextos específicos.

Según Arcavi (2007) define los componentes más importantes que se debe tener en cuenta para una mejor comprensión del sentido de los símbolos.

1. Amigabilidad con los símbolos: Incluye la comprensión de los símbolos y un sentido estético de su poder, cuando y como pueden ser usados.

2. Capacidad para “manipular” y también “leer a través” de expresiones simbólicas, como dos aspectos complementarios en la resolución de problemas algebraicos: Por un lado separarse de los significados y al mismo tiempo adoptar una visión global de las expresiones simbólicas son condiciones necesarias para que las manipulaciones sean relativamente rápidas y eficientes. Por otro lado leer a través de las expresiones simbólicas con el objeto de captar significados y agregar niveles de conexión y razonabilidad a los resultados

.

3 Conciencia de que uno puede diseñar exitosamente relaciones simbólicas que expresen cierta información (verbal o gráfica) dada o deseada.

4 La capacidad de seleccionar una posible representación simbólica (es decir elegir la variable a la cual asignar un símbolo) y en ciertos casos, reconocer nuestra propia insatisfacción con esa selección, prestarle atención e ingeniarse para buscar una mejor.

5 Conciencia de que los símbolos pueden desempeñar roles distintos en los distintos contextos y desarrollar un sentido intuitivo de esas diferencias.

3.4 Teoría de las situaciones didácticas

En esta sección analizaremos el tema Situaciones Didácticas a partir de la teoría desarrollada por Guy Brousseau en el cual nos aproximaremos a los conceptos claves tales como: Situación didáctica, Situación a-didáctica, contrato didáctico, efectos que surgen en la implementación de un contrato didáctico presentes en la dinámica del aula, paradojas en el proceso de enseñanza y aprendizaje y finalmente tipos de situaciones didácticas. Con el fin de levantar más adelante criterios para el análisis de texto del alumno y del profesor de octavo año básico del año 2010.

Antiguamente se consideraba que la enseñanza de las matemáticas era una arte, difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas. El aprendizaje solo dependía del grado como el profesor dominaba el arte y de la capacidad de los alumnos para dejarse moldear por el artista.

Esta concepción de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha ido evolucionando a medida de que crecía el interés por la investigación de los hechos didácticos. La cual conlleva a una necesidad de analizar los procesos involucrados en el aprendizaje de las matemáticas para poder incidir sobre el rendimiento de los alumnos.

Es de esta manera que a principios de los años 60. Un grupo de investigadores denominados como “Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática” Comienzan a crear un movimiento general en la renovación de la enseñanza matemática. Es dentro de esta disciplina que Guy Brousseau desarrolla la “Teoría de las situaciones didácticas” la que trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para un génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

3.4.1 Situación Didáctica

Al referirnos a situaciones didácticas en principio debemos distinguir dos enfoques: el tradicional; el enfoque planteado por la teoría de Brousseau. Ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el primero obtenemos una relación estudiante – profesor en el cual el profesor simplemente provee los contenidos, instruye al estudiante quien captura dichos conceptos y los reproduce tal cual han sido administrados.

Dentro de este enfoque no existe un aprendizaje significativo. Tal como dice Freire (2004) Enseñar no es solamente transferir conocimiento sino más bien es actuar como un ser abierto a indagaciones, a curiosidad y a las preguntas de los alumnos.

Ahora bien en el enfoque en el que actúa Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico.

Una situación es didáctica cuando un individuo (generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio
La situación didáctica contiene varios aspectos como indica Brousseau (1986):

3.4.1.1 Contrato didáctico

El contrato didáctico corresponde a un conjunto de comportamientos de lo que el alumno espera del profesor y viceversa. Es la relación entre el alumno y el profesor a la hora de enseñar un saber.

3.4.1.2 Situación - problema

Puede plantarse de dos formas:

i) Control: Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurase que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide.

ii) Aprendizaje: Se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es importante que el problema disponga de varias estrategias y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

3.4.1.3 Situación a-didáctica

Es la parte de situación didáctica en que la intención de enseñar no aparece explicita para el alumno. Es el proceso en que el profesor le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos por la cual podrá generar hipótesis y conjeturas. El estudiante se verá resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito de institucionalizar el saber adquirido.

Dentro de la situación a didáctica debemos analizar los siguientes aspectos:

1.- El carácter de "**Necesidad de los conocimientos"**: La "situación" se realiza de manera tal que el conocimiento al que se apunta sea necesario para la resolución del problema. La "situación" no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende.

2.- La noción de "**Sanción**": La "situación" debe estar organizada de tal manera que el alumno interactúe con un medio que le ofrezca información sobre su producción. Que el alumno pueda juzgar por si mismo los resultados de su acción y que tenga la posibilidad de intentar nuevas resoluciones.

3.- La "**no intervención**" del maestro en relación al saber: La situación a-didáctica es concebida como un momento de aprendizaje y no de enseñanza; los alumnos deben encontrar por si mismos relaciones entre sus propias elecciones y los resultados que obtienen.

Al quedar establecida en una situación a-didáctica la no intervención del maestro da lugar al concepto de "devolución" desarrollado por Brousseau (1998) "*la devolución es el acto por el cual el enseñante hace aceptar al alumno la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia"*

En una situación a-didáctica el alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción (la noción de sanción) que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategia para llegar al saber matemático.

Para que se realice el cambio el profesor debe introducir en la situación las variables didácticas.

3.4.1.4 Variable Didáctica

Es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. El profesor utiliza las variables didácticas con el fin de provocar un cambio en la situación problemática de manera que el alumno sea capaz de modificar su estrategia y llegue al saber matemático deseado.

Es necesario que el profesor considere: la edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores. Antes de aplicar una variable didáctica en la situación problema.

Según Brousseau (1995) "*Puede utilizar valores que permiten al alumno comprender y resolver la situación de sus conocimientos previos, y luego hacerle afrontar la construcción de un conocimiento nuevo fijando un nuevo valor de una variable. La modificación de los valores de esas variables permiten entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes.*"

No podemos considerar que "todo" sea variable didáctica en una situación, sino solo aquel elemento de la situación tal que si actuáramos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizaje.

3.4.2 Efectos que acontecen en la situación didáctica

Dentro de las interacciones que acontecen en la Situación Didáctica, Brousseau identifica algunos efectos que pueden interrumpir la construcción de conocimiento que lleva a cabo el estudiante dentro del medio didáctico que el profesor elabora. Estos efectos generan actitudes negativas en los procesos enseñanza- aprendizaje.

3.4.2.1 Efecto Topaze

Brousseau (1986) Lo identifica como aquella situación en que le estudiante llega a la solución del problema, pero no ha sido por sus propios medios, sino porque el profesor asume la resolución del problema por el cual se ve en la necesidad de indicar cuál es el procedimiento que deben seguir los estudiantes. Con esto no permite la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes.

3.4.2.2 Efecto Jourdain

Brousseau (1986) Se refiere a la actitud que toma el profesor cuando un estudiante da una respuesta que es incorrecta, no obstante, para no desilusionarlo le dice que está "bien", que es la respuesta correcta. Un comportamiento banal del alumno es asumido como un conocimiento valido.

Brousseau (1986) da el siguiente ejemplo sobre un alumno que ha hecho manipulaciones un poco extrañas con frascos de yogurt o imágenes coloreadas, este alumno escucha que se le dice que “Acabas de descubrir el grupo de Klein”. En el que los alumnos solo daban características de los frascos y el docente decía que era básicamente la definición o propiedades del grupo de Klein cuando en realidad no tiene nada que ver con el problema original.

3.4.2.3 Deslizamiento Meta- Cognitivo

Brousseau (1986) Se refiere a la actitud que toma el profesor cuando una actividad ha fracasado en la que el profesor puede ser llevado a justificarse para proseguir su acción, en la cual toma sus propias explicaciones y medios heurísticos como objeto de estudio en lugar del verdadero cocimiento matemático.

3.4.2.4 Uso Abusivo de la Analogía

Según Brousseau (1986) La analogía es un excelente medio heurístico cuando es usada con responsabilidad de quien la emplea. Pero no funciona suplantar el estudio de una noción compleja por un caso análogo. No nos podemos quedar con los problemas análogos, sino que debemos devolvernos al problema original.

3.4.2.5 El envejecimiento de las situaciones de enseñanza

Se refiere a la reproducción de las actividades por el profesor. Brousseau señala que esta reproducción puede ir perdiendo “fuerza” al hacerse una y otra vez, periodo tras periodo logrando que empeoren los resultados. Debido a esto el profesor decide hacer algún cambio en su exposición, sean las instrucciones, los ejemplos, incluso la estructura de la lección en una búsqueda por renovarse de alguna manera. El docente considera no afectar la “historia original”, no obstante si estas renovaciones se hacen sin control y empezar a renovarse por factores sin sentidos no se garantiza una buena reproducción de la lección.

3.4.2.6 Algoritmización

Brousseau designa un fenómeno que sucede cuando el profesor decide apresurar la resolución de un conflicto didáctico, y para ello cría un clima de mal entendimiento con el alumno, pues el profesor muestra al alumno un algoritmo, el alumno lo ejercita y lo aplica correctamente, sin posibilidad que el alumno logre una reflexión y sea capaz de indagar o investigar sobre el problema propuesto. Luego el maestro quiere enseñar a su alumno que sea capaz de buscar creativamente sus propias soluciones, para lo que inevitablemente necesita incorporar una incertidumbre, pero el alumno se confunde pues espera los algoritmos.

3.4.3 Paradojas en la Situación Didáctica

Brousseau (1997) plantea que cuando la enseñanza acontece como la transmisión al alumno de la responsabilidad del uso y de la construcción del saber se llega a paradojas que son útiles de señalar.

3.4.3.1 Transmisión de las situaciones

El docente desea el aprendizaje del estudiante y este último desea aprender por lo cual, el profesor le sugiere al estudiante la forma de afrontar los problemas propuestos cometiendo un efecto Topaze, acción que impide al alumno la construcción de conocimientos y un aprendizaje significativo. Brousseau (1997)

3.4.3.2 Adaptación de las situaciones

Brousseau (1997).Señala que si admitimos que el sentido de un conocimiento proviene en buena parte del hecho que el alumno se adapta a las situaciones didácticas que son transmitidas. Y también que existe para todo conocimiento, una familia de situaciones susceptibles de darle un sentido correcto.

En ciertos casos, existen algunas situaciones fundamentales accesibles al alumno en el momento deseado. Esas situaciones fundamentales les permite fabricar rápidamente un concepto correcto del significado que podrá insertarse, llegado el momento sin modificaciones radicales en la construcción de nuevos conocimientos.

Pero supongamos que existen conocimientos para los cuales las condiciones anteriores no son realizadas, no existen situaciones suficientemente accesibles y eficaces para permitir a los alumnos de cualquier edad el acceder de golpe, por adaptación, a una forma de saber que pueda considerarse como correcta y definitiva .Brousseau (1997) .

El profesor se encuentra ante dos nuevas paradojas.

3.4.3.3 Inadaptación a la exactitud

Es básicamente banalizar (quitar o no dar importancia) los conocimientos matemáticos. Es un problema incluso de transposición didáctica en la que el docente decide perder rigor a cambio de que los estudiantes entiendan, o bien, prefiere rigurosidad con la consecuencia inmediata de la incomprensión por parte de algunos de sus estudiantes. En otras palabras debe tomar la decisión de transmitir el conocimiento sabio tal y como se concibe, o banalizarlo y transponerlo muchas veces, incluso incorrectamente para que el estudiante entienda.. Brousseau (1997)

3.4.3.4 Inadaptación a una situación ulterior

Brousseau (1997) Se refiere a la situación en la que el estudiante construye de forma adecuada un conocimiento pero este, podría significar un obstáculo didáctico para otro conocimiento. En esta paradoja el estudiante aprende bien un conocimiento, el cuál será un obstáculo didáctico en otro momento. Mientras más haya sido entrenado el alumno en los ejercicios formales, más le es difícil, más tarde, restaurar un conocimiento fecundo de los conceptos así recibidos.

3.4.4 Tipos de una Situación Didáctica

La teoría de Brousseau plantea una tipología de situaciones didácticas. Cada una de ellas debería desembocar en una situación a-didáctica, es decir, es un proceso de confrontación del estudiante ante un problema dado, en el cual construirá su conocimiento.

Dentro de las situaciones didácticas tenemos:

1.- *La situación acción*: Consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

Las condiciones que una situación acción debe reunir para desembocar en una situación a-didáctica tenemos: la formulación de problema este debe ser del interés del alumno, además el tipo de pregunta formulada debe ser tal que no tenga respuesta inmediata de modo que represente realmente un problema para el alumno. Si bien este proceso se debe llevar a cabo sin la intervención del docente, no implica que el docente se aislé del proceso. Pues es el docente quien prepara el medio didáctico, plantea los problemas y enfrenta al estudiante a ese medio didáctico.

2.- *Situación de formulación*: Consiste en un trabajo grupo donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas.

Según Brousseau (1997) es básicamente enfrentar a un grupo de estudiantes con un problema dado en el cual cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos se vean forzados a comunicar las ideas e interactuar con el medio didáctico.

3.- *Situación de Validación*: Es aquella donde los estudiantes una vez que han interactuado en forma individual o grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto.

4.- *Institucionalización del saber*: A pesar de no constituir una situación a-didáctica. En esta ya los estudiantes han construidos sus conocimientos y simplemente el docente retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales en la situación a-didáctica se tuvo problemas. Es presentar los resultados, presentar todo en orden y todo lo que estuvo detrás de la construcción del conocimiento.

3.5 Transposición didáctica

Según (Chevallard 1998) la transposición didáctica se resume en los siguientes pasos

1.1 todo proyecto social de enseñanza y aprendizaje se constituye dialécticamente en la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar.

1.2 Los contenidos de saberes designados son aquellos a enseñar (explícitamente: en los programas; implícitamente: por la tradición, evolutiva, de la interpretación de los programas).en general preexisten al movimiento que los designan como tales. sin embargo, algunas veces son verdaderas creaciones didácticas, suscitadas por las necesidades de enseñanza.

1.3 Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. "el trabajo" que se transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto enseñanza, es denominado la transposición didáctica.

1.4 La transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber puede denominarse más apropiadamente "transposición didáctica stricto sensu". Pero el estudio científico del proceso de transposición supone tener en cuenta la transposición didáctica sensu lato representada por el esquema

$\longrightarrow$ Objeto de saber $\longrightarrow$ objeto a enseñar $\longrightarrow$ objeto de enseñanza

El termino de transposición didáctica según (Chevallard, 1985, p. 39) Citado por Gómez A 2005.
"Un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El 'trabajo' que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica".

3.5.1 Momentos de la transposición didáctica

3.5.1.1 Génesis del conocimiento al saber sabio.

Este es el primer momento de la transposición didáctica y "*marca al paso de lo implícito a lo explicito, de la practica a la teoría, de lo reconstruido a lo construido*" (Chevallard, 1998, p.46).

Este momento da cuenta de que un determinado saber no tiene su origen "en los matemáticos" si no que por el contrario posee una historia previa que posteriormente los matemáticos, tienen por misión crear nuevos conocimientos que les permitan resolver problemas que con sus conocimientos previos no les es posible, así se genera el saber sabio. Chevallard, (1998).

Este se refiere al saber que es generado por el matemático profesional, el investigador en matemática. Este saber es desarrollado en los centros o institutos de investigación, laboratorios, universidades, etc. No está necesariamente vinculados con la enseñanza primaria o secundaria .es un saber especializado; logrado a partir de un conjunto o procedimientos que se llevaron a cabo en algún lugar espacio y tiempo .su reconocimiento y la defensa de los valores son sostenidos por una cultura científica y se encuentran vinculados a otras áreas de interés, política , economía, tecnología, etc. El desarrollo del saber científico y de sus posibles resultados tecnológicos depende principalmente del financiamiento de investigaciones del estado o bien de otras fuentes de poder económico, Chevallard, (1998).

Este conocimiento el del saber erudito, para ser comunicado a la comunidad científica en rigor y generalización que se exige, ha sido despersonalizado y descontextualizado; lo que quiere decir que se ha hecho desaparecer en el todo lo que constituye su historia.

3.5.1.2 Saber sabio al saber a enseñar.

"Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar." citado por Gómez M. (Chevallard, 1998, p.45)

Esta identificación y designación de la que habla Chevallard (1998), Designa un espacio de selección de saberes, un espacio donde se consensua el valor de un saber y la necesidad de enseñarlo. A este espacio de decisión, Chevallard (1998). Lo designa con el nombre de Noosfera (esfera que discrimina entre lo debe y no debe enseñarse). Este paso, designa la selección de saberes, ya que la noosfera es la protagonista de este acto .ella constituye el sistema social de enseñanza, da cuenta de todos los conocimientos existentes, aquellos que son pertinentes para la formación matemática de los estudiantes, lo que depende de varios factores tales como el tipo de sociedad, nivel de desarrollo, tipo de sistema educativo, etc.

El ministerio de educación es el agente que decide junto a su equipo de expertos cuales son los objetivos a enseñar.

Las ecuaciones de primer grado es uno de los escogidos para ser enseñados, al ser elegido, está elaborado un manual docente, formado por los planes y programas específicamente en el nivel NB6.

Una vez designado el objeto de enseñanza , que serán dado a conocer en programas promulgados por el ministerio de educación , junto con los fundamentos de su selección , y algunas orientaciones metodológicas, un ordenamiento y jerarquización de los saberes y los objetivos que la sociedad espera que se logren a través de ellos , estos deben ser transformados en conocimiento s a adquirir por los alumnos ; de una forma lógica y coherente, adecuando su estructuración y presentación a la etapa de desarrollo del alumno y a la forma en que se cree que estos aprenden (hipótesis de aprendizaje), para ello los expertos reescriben las definiciones y propiedades de estos objetos ya seleccionados en textos y manuales donde se propone una organización y se exponen nociones del programa en capítulos , aportando ilustraciones y constituyéndose en base de datos para ejercicios y problemas que servirán de referencia para la comunidad escolar. Chevallard, (1998).

3.5.1.3 Del saber a enseñar al saber enseñado

La transformación que experimenta el saber desde saber enseñar a saber enseñado, es decir, desde lo que institucionalmente se designa como lo que debe enseñarse a lo que efectivamente es enseñado, es lo que Chevallard (1998) Llama transposición didáctica strictu sensu. Esta es la transposición central para Chevallard (1998) La transposición que se da en el sistema didáctico y donde tiene especial participación el profesor.

El saber determinado como saber a enseñar y que se explicita en los planes y programas de estudio propios de una determina sociedad , se transforma también al dar lugar a los textos escolares , los cuales constituyen una explicitación aun mas especifica de que es lo que debe ser enseñado . Por tanto denominaremos a este paso de los planes y programas de estudio a los textos escolares como el tercer momento de la transposición didáctica sensu lato. Si bien Chevallard (1998) propone la existencia de una transformación del saber desde lo designado a lo efectivamente enseñado , entonces la suposición de que el profesor enseña exactamente lo que se dice , no es tan así , puesto que el profesor al diseñar sus clases , ósea , al transformar el saber a enseñar en un objeto de enseñanza pone en juego las diversas representaciones mentales que posee en torno , a su propia relación con el saber , y a sus propias hipótesis de aprendizaje, las decisiones que tome el profesor son muy importantes porque ellas incidirán en la percepción que tendrán los estudiantes acerca del saber en cuestión.

3.5.1.4 Del saber enseñado al saber aprendido

Del mismo modo, si como el saber enseñado no corresponde exactamente al saber designado como saber a enseñar, existen varias evidencias, de que lo que se enseña no es exactamente lo que aprende el estudiante, ya que La recepción del alumno está influenciada por su desarrollo cognitivo, por sus conocimientos previos, por su herencia cultural, por sus convicciones personales por su relación el docente, ámbito motivacional y expectativas por las competencias reales del alumno.

Lo que retienen los alumnos no es exactamente al saber enseñado del profesor .son los alumnos los que tienen a cargo transformar este saber en un saber propio: saber del alumno o saber aprendido.

Este saber está ubicado en los sistemas didácticos, los cuales corresponden propiamente a la relación ternaria: profesor estudiante saber

3.6 Saber Matemático

El objeto matemático a tratar son las ecuaciones de primer grado con una incógnita con coeficientes literales en $\Re$. A partir de esto se mencionarán los aspectos matemáticos involucrados con este contenido.

Axiomas de $\Re$ como Cuerpo

Axioma 1: Se admite la existencia de un conjunto $\Re$ cuyos elementos se llamaran **números reales**. $0 \in \Re$; $1 \in \Re$; $0 \neq 1$

Axioma 2: Igualdad. Existe una relación de equivalencia " a = b": se tiene, para a, b, c $\in \Re$.

1.- $a = a$	(Reflexividad)
2.- $a = b \rightarrow b = a$	(Simetría)
3.- $a = b \wedge b = c \rightarrow a = c$	(Transitividad)

Axioma 3: Orden. Existe una relación de orden total "$a \leq b$": se tiene, para a, b, c $\in \Re$

1.- $a \leq a$	(Reflexividad)
2.- $a \leq b \wedge b \leq a \rightarrow a = b$	(Antisimetría)

3.- $a \leq b \wedge b \leq c \rightarrow a \leq c$ (Transitividad)
4.- $a \leq b \vee b \leq a$ (Totalidad)

Axioma 4: Adición. Para cada $a, b \in \Re$, existe un único $a + b \in \Re$ y se tiene para $a, b, c \in \Re$

1.- $(a + b) + c = a + (b + c)$ (Asociatividad)
2.- $a + b = b + a$ (Conmutatividad)
3.- $a + 0 = a$ (Neutro aditivo)
4.- Existe un único $(-a)$ tal que $a + (-a) = 0$ (Inverso aditivo)

Axioma 5: Producto. Para cada $a, b \in \Re$, existe un único $ab \in \Re$ y se tiene para $a, b, c \in \Re$

1.- $(ab)c = a(bc)$ (Asociatividad)
2.- $a b = b a$ (Conmutatividad)
3.- $1a = a$ (Neutro multiplicativo)
4.- Si $a \neq 0$, entonces existe un único $= 1 / a$ tal que $a = a (1/a) = 1$ (Inverso multiplicativo)

Axioma 6: Adición y producto, Distributividad. Para $a, b, c \in \Re$, se tiene:

1.- $a (b + c) = a b + a c$
2.- $(a + b)c = ac + b c$

Axioma 7: Orden y operaciones, compatibilidad. Para $a, b, c \in \Re$ se tiene:

1.- $a \leq b \rightarrow a + c \leq b + c$
2.- $a \leq b \wedge 0 \leq c \rightarrow ac \leq bc$

Propiedad: Compatibilidad de la igualdad con la adición en Z
Para todo $a, b, c \in Z$ Si $a = b \Rightarrow a + c = b + c$

Propiedad: Compatibilidad de la igualdad con el producto en Z

i) Para todo $a, b, c \in Z$ con $c \neq 0$ $a = b \Rightarrow a * c = b * c$

ii) Para todo $a, b \in Z$ $a * b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$

Nota: Se debe señalar lo siguiente, respecto de las operaciones.

1.- Resta, se define $a - b = a + (-b)$
2.- División, si $b \neq 0$, se define $a / b = a (1 / b) =$

Ecuación de primer grado: Llamamos ecuación de primer grado a la función proposicional[1] $ax + b = 0$, donde $a \neq 0$ y $a, b \in \Re$.

[1] Una función proposicional en la letra x es una expresión formal P(x) tal que se tiene lo siguiente, cada vez que se reemplaza la letra x por un elemento a de un conjunto (previamente) dado U, resulta una proposición P(a).

Teorema: Sean a , b $\in \Re$, a $\neq$ 0. Entonces, el conjunto solución S de ax + b = 0 es S = {-b/a}

Demostración: se tiene

Ax + b = 0 / + (-b)	inverso aditivo por la derecha
Ax + b + (-b) = 0 + (-b)	propiedad del neutro aditivo por la derecha
Ax + (b + (-b)) = -b	propiedad asociativa de la adición
Ax + 0 = -b	propiedad inverso aditivo
Ax = -b	propiedad neutro aditivo por la izquierda
Ax = -b / * (1/a)	propiedad inverso multiplicativo por izq.
(1/a) * ax = (1/a) * -b	
(1/a * a)x = -b/a	propiedad asociativa de la multiplicación
1 * x = -b/a	propiedad neutro multiplicativo
X = -b/a	

Capítulo 4

Metodología de Investigación

Diseño de un test que permita levantar evidencias sobre los aprendizajes de los alumnos sobre ecuaciones de primer grado con coeficientes enteros una vez finalizada la unidad. Se aplica el test a 9 alumnas de 8° año básico, que ya ha tratado toda la unidad de ecuaciones de primer grado, y se analiza con el objetivo de:

- Verificar si los alumnos reconocen cuando se cumple una igualdad, enfocándose en los conocimientos previamente adquiridos.
- Verificar si las alumnas saben evaluar una expresión algebraica, cuando se le asigna un valor numérico a los coeficientes literales.
- Evidenciar si las alumnas saben resolver una ecuación.
- Verificar si las alumnas saben lo que significa encontrar la solución en una ecuación.

El análisis del test es de tipo cualitativo, en donde se obtendrán descripciones a través de una entrevista personal a cada una de las alumnas respecto a las respuestas dadas.

Como segundo paso de la investigación se estudiaran las textualidades en el cuaderno de una de las alumnas con mejores calificaciones pertenecientes al curso de octavo año básico, con el objetivo de identificar y describir, que es lo que enseña el profesor en el aula sobre ecuaciones de primer grado.

Posteriormente se analizara el texto guía del estudiante y texto guía del profesor, bajo criterios previamente establecidos. El análisis de ambos se hace en el marco de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau y transposición didáctica de Chevallard.

Finalmente se realizara una confrontación de la información recabada en el estudio de la aplicación del el test, el análisis de los textos del profesor guía y del estudiante y las textualidades de cuaderno.

Capítulo 5

Análisis

En este capítulo se analizará el instrumento con el cual las alumnas fueron interrogadas, las textualidades del cuaderno de alumna, el texto del estudiante y el texto guía del profesor.

5.1 Instrumento

La secuencia de preguntas está diseñada para verificar los aprendizajes de los estudiantes obtenidos en la unidad de ecuaciones de primer grado. Se pretende que los alumnos se enfrenten a las situaciones problemáticas que se enuncian, y respondan debidamente con los conocimientos adquiridos en clases.

TEST 8° BÁSICO
NOMBRE:…………………………………………………….

1- Complete para que la igualdad se cumpla.

a) **3 * ____ = 10 + 5**

b) **12 + 4 = 10 + ___**

c) **20 – 18 = 2 ÷ ___**

d) **7 + 7 = ___- 20**

2- Si x = 2; y = -1 Encuentre el valor de 2x – 3y

3- Para qué valor de y se cumple que 2 + 8y – 2y = 5y – 8
(Justifica tu respuesta)

a) 10 **b) $\frac{-6}{11}$** **c) $\frac{11}{6}$** **d) $\frac{10}{11}$** **e)- 10**

4- a) Resuelva la ecuación 3 + 5x = 3x + 1
b) ¿Cuál es la solución de la ecuación?
c) ¿Qué significa que el número encontrado en a) sea solución de la ecuación?

5.2 Análisis a priori

Pregunta 1

Respuesta esperada

Complete para que la igualdad se cumpla.

a) 3 * _5_ = 10 + 5

b) 12 + 4 = 10 + _6

c) 20 – 18 = 2 ÷ 1

d) 7 + 7 = 34 - 20

Posibles respuestas

En las primeras dos preguntas **a)** y **b)** no deberían cometer ningún error.

c) 20 - 18 = 2 : __

Posible error: colocar el número 2 en el lugar que falta.

20 - 18 = 2: 2
Los alumnos pueden cometer este error pensando que 20 - 18 = 2 luego colocan el número que falta como 2.

Este error puede ser ocasionado al no resolver la división y verificar la igualdad.

Posible error: colocar el número 4 en el lugar que falta.

20 - 18 = 2 : 4
el error se produce al realizar mal la división, los alumnos asumen que 2:4 es igual a 4:2.

d) 7 + 7 = ___ - 20

Posible error: colocar el número 6 en el lugar que falta.

d) 7 + 7 = 6 - 20

Los alumnos pueden cometer este error pensando que 6 - 20 = 14 esto se debe a no saber sumar números enteros.

Posible error: colocar el número 14 en el lugar que falta.

d) 7 + 7 = 14 - 20

Los alumnos pueden cometer este error al resolver 7 + 7 y colocar 14 sin analizar la igualdad.

Pregunta 2:

Respuesta esperada

Si x = 2; y = -1 Encuentre el valor de 2x – 3y

$$2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$$
$$4 + 3$$
$$7$$

Posibles respuestas de los alumnos

Posible error: los alumnos no saben reemplazar los valores numéricos en las expresiones literales

Este error se produce cuando los alumnos no comprenden lo que hay que hacer para evaluar una expresión algebraica

Posible error: los alumnos confunden las operaciones.

$2x - 3y$	$2x - 3y$
$2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$	$2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$
$4 - 3 - 1$	$4 - 3$
0	1

Este error se puede producir cuando existe una dificultad en las operaciones en los números enteros

<u>Pregunta 3</u>

Respuesta esperada

Para que valor de y se cumple que 2 + 8y – 2y = 5y – 8
(Justifica tu respuesta)

a) 10 b) $\frac{-6}{11}$ c) $\frac{11}{6}$ d) $\frac{10}{11}$ e) ~~-~~ 10

$$2 + 8y - 2y = 5y - 8$$
$$2 + 6y = 5y - 8 / -2$$
$$6y = 5y - 8 - 2 / -5y$$
$$y = -10$$

<u>Posibles respuestas de los alumnos</u>

Posible error: los alumnos no saben reducir términos semejantes.

$$2 + 8y - 2y = 5y - 8$$
$$2 + 10y = 5y - 8$$
$$10y - 5y = -2 - 8$$
$$15y = -10$$
$$y = \frac{-10}{15}$$

← *Error al sumar 8y – 2y = 10y*

$$2 + 8y - 2y = 5y - 8$$
$$2 + 6y = 5y - 8$$
$$6y - 5y = -8 - 2$$
$$11y = \frac{-10}{11}$$

← *Error al sumar 6y-5y=11y.*

Posible error: los alumnos suman no suman correctamente los inversos aditivos y/o multiplicativos.

$$2 + 8y - 2y = 5y - 8$$
$$2 + 6y = 5y - 8$$
$$6y + 5y = -8 + 2$$
$$11y = -6$$
$$y = \frac{-6}{11}$$

← *Error al sumar el inverso aditivo de 5y; y el inverso aditivo de 2*

$$2+8y-2y=5y-8$$
$$2+6y=5y-8$$
$$6y+5y=-8+2$$
$$11y=-6$$
$$y=-6+11$$
$$y=4$$

El Error se produce ya que no se realiza la multiplicación del inverso multiplicativo de 11, sino que simplemente se suma el mismo en el otro lado de la ecuación

.

Pregunta 4

Respuesta esperada

Pregunta 4

a) Resuelva la ecuación 3 + 5x = 3x + 1

$$3+5x=3x+1/-3x$$
$$3+2x=1/-3$$
$$2x=-2$$
$$x=\frac{-2}{2}=-1$$

b) ¿Cuál es la solución de la ecuación?

R: La solución es x=-1

c) Qué significa que el número encontrado en a) sea solución de la ecuación?

R: Que al reemplazarlo en el ecuación se cumple la igualdad

Posibles respuestas de las alumnas

Posible error

$$3+5x=3x+1$$
$$5x+3x=1+3$$
$$8x=4$$
$$x=\frac{4}{8}$$

Error al sumar los inversos aditivos de 3x y 3

Posible error

$$3+5x=3x+1$$
$$5x-3x=1-3$$
$$8x=-2$$
$$x=-2+8$$
$$x=6$$

El error se produce al sumar 8 en el lado derecho de la igualdad, y no multiplicar por su inverso multiplicativo

Posible error

$$3+5x=3x+1$$
$$5x-3x=-3+1$$
$$2x=-2$$
$$x=-2-2$$
$$x=-4$$

El error se produce al sumar -2 en el lado derecho de la igualdad, y no multiplicar por su inverso multiplicativo

Posible error

$$3+5x=3x+1$$
$$5x-3x=-3+1$$
$$2x=-2$$
$$x=\frac{-2}{2}$$
$$x=1$$

El error se produce al dividir mal -2 en 2 y dar como resultado 1 y no -1

b) ¿Cuál es la solución de la ecuación?

Posible error:

Puede que el alumno no conteste la pregunta debido a que no comprenda lo que es la solución de una ecuación

c) ¿Qué significa que el número encontrado es solución de la ecuación?

Posible error:

-puede que los alumnos no comprendan que el valor encontrado como solución una ecuación, al ser reemplazado satisface la ecuación

5.3 Análisis posterior

A continuación de realizara un desglose por pregunta de todas las respuestas que dieron las alumna.

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta 1
1-Complete para que la igualdad se cumpla.

a) 3 * __ = 10 + 5
b) 12 + 4 = 10 + __
c) 20 – 18 = 2 ÷ __
d) 7+7 = __ -20</td></tr>
<tr><td>Respuesta</td><td>Alumna 1</td></tr>
<tr><td>a) 3 * 5 = 10 + 5
b) 12 + 4 = 10 + 6
c) 20 – 18 = 2 ÷ 4
d) 7+7 = 34 -20</td><td>I: ¿Podrías explicar como resolviste los ejercicios?
A: Fui mirando el número que faltaba y completaba el espacio para que me diera el mismo resultado.
I: Y en el ejercicio c) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución?
A: Reste al lado derecho y me da 2, luego para que me diera lo mismo al otro lado dividí el 2 por 4, entonces hice 4 : 2 y me dio 2, y así me daba igual a los dos lado.</td></tr>
<tr><td>Respuesta</td><td>Alumna 2</td></tr>
<tr><td>a) 3 * 5 = 10 + 5
b) 12 + 4 = 10 + 6
c) 20 – 18 = 2 ÷ 1
d) 7+7 = 14 -20</td><td>I: ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios?
A: Fui mirando en cada uno de los ejercicios y ponía el número que faltaba ya que tenían que ser iguales, porque eso decía la pregunta.
I: Y en el ejercicio d) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución?
7 + 7 = <u>14</u> - 20 (Se observa que la alumna lo considera para poner el resultado de o que lo precede)
A: Sume 7+7 y me dio catorce.
I: Pero ¿Qué ocurrió con el -20?
A: no hago nada, ya que me preguntan cuánto es 7+7 por eso dije que era 14
I: ¿Te da el mismo resultado en ambos lados del signo igual?
A: No se es que como vi el espacio pensé que tenía que sumar no más y por eso pensé que el -20 estaba demás.</td></tr>
</table>

Respuesta	Alumna 3
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 1 d) 7+7 = 14 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A:** Los primeros se los copie a mi compañera, porque no sabía qué hacer **I:** Y el ejercicio d) ¿Lo resolviste tú? **A:** Si, ya que mi compañera no me lo quiso decir. **I:** ¿Podrías explicar cómo lo resolviste? **A:** Como salía 7+7 dije que era 14, ya que había un espacio después entonces dije 7+7=14. **I:** Pero ¿Qué ocurrió con el -20? **A:** No lo pesque, no sabía qué hacer solo sume no más. **I:** ¿Te da el mismo resultado en ambos lados del signo igual? **A:** No se yo solo sume no más, no sé que más había que hacer.

Respuesta	Alumna 4
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 4 d) 7+7 = 34 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: Complete con lo que faltaba. **I:** ¿Y la letra c)? **A:** Puse 2 y me dio 2 dividido 4, ahí me dio lo mismo que al otro lado.

Respuesta	Alumna 5
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 1 d) 7+7 = 6 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: Fui completando para que se cumpla que un lado es igual al otro. **I**: Y en el ejercicio d) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución? **7+7 = 6- 20** **A:** Yo hice 20-6 y ahí da 14.

Respuesta	**Alumna 6**
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 4 d) 7+7 = 34 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: Complete con el número para que un lado sea igual al otro. **I:** Y en el ejercicio c) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución? **20-18 = 2: 4** **A:** 20 menos 18 igual 2, y 2 dividido en 4 igual 2.
Respuesta	**Alumna 7**
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 4 d) 7+7 = 34 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: complete **I:** Y en el ejercicio c) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución? **20-18 = 2: 4** **A:** Reste 20 menos 18 me dio 2, y dividí 2 en 4 y me dio 2
Respuesta	**Alumna 8**
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 4 d) 7+7 = 6 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: Complete para que fuera igual un lado a otro. **I:** Y en el ejercicio c) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución? **20-18 = 2: 4** **A:** Está malo debe ser al revés porque 4:2 da 2, debería haber sido al revés **I:** Y la letra d) ¿Podrías explicar cómo resolviste? **A:** Ahí también me equivoque, porque 6-20 da -14.
Respuesta	**Alumna 9**
a) 3 * 5 = 10 + 5 b) 12 + 4 = 10 + 6 c) 20 – 18 = 2 ÷ 1 d) 7+7 = 6 -20	**I:** ¿Podrías explicar cómo resolviste los ejercicios? **A**: Complete para que sea igual un lado igual al otro. **I:** Y en el ejercicio d) ¿Podrías explicar paso a paso su resolución? **7+7 = 6-20** **A:** Puse 6 porque 20 – 6 = 14.

Pregunta 2 **Si x = 2; y = -1 Encuentre el valor de 2x – 3y**	
Respuesta	**Alumna 1**
	I: (La alumna no realiza ningún desarrollo en las preguntas, argumentando que no entiende como se hace)
Respuesta	**Alumna 2**
	I: (Alumna no realiza ningún desarrollo al respecto argumentando que no entendió el ejercicio ya que le confunden tantas letras y números)
Respuesta	**Alumna 3**
	I: (Alumna no responde, dice que no entiende eso)
Respuesta	**Alumna 4**
$2x-3y$ $2\cdot 2-3\cdot -1$ $4-2$ 2	**I:** ¿Podrías explicar paso a paso el desarrollo del ejercicio? **A:** Reemplace los números en las letras y luego empecé a multiplicar 2 por 2 lo que me dio 4, y reste 3 menos 1 entonces me dio 2, por eso me queda al final 4-2 y eso es 2 $2\bullet 2-1\bullet -3$ 4 -2 2
Respuesta	**Alumna 5**
$2x-3y$ $2\cdot 2=3\cdot 1$ $4=3$ 1	**I**: ¿Cómo resolviste este ejercicio? **A**: Mire el ejercicio de la pregunta 3, y me guíe por la otra operatoria que aparece, por eso puse un signo igual.

Respuesta	Alumna 6
$2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$ $4 + +3$ 7	**I**: (La alumna contesta correctamente)
Respuesta	**Alumna 7**
$2x - 3y$ $2 \cdot 2 = 3 \cdot -1$ $2 \cdot 2 = 3 \cdot -1$ $4 = 3$ 7	**I**: ¿Cómo resolviste este ejercicio? **A**: Cuando no hay nada entre un numero y una letra es multiplicación, por eso multiplique, y después me equivoque porque era menos no era igual. **I:** ¿Y por qué después dices 4=3 es 7? **A**: sume 4 y 3.
Respuesta	**Alumna 8**
$2x - 3y$ $2 \cdot 2 = 3 \cdot -1$ $2 \cdot 2 = -3$ $4 = -3$ 1	**I**: ¿Cómo resolviste este ejercicio? **A**: me guíe por el otro ejercicio (3) que tiene un signo igual. **I**: ¿Y por qué después dices 4=-3 es 1? **A:** Sume 4 y -3, me dio 1.
Respuesta	**Alumna 9**
$2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$ $4 + 3$ 7	**I**: (La alumna contesta correctamente)

Pregunta 3

Para que valor de y se cumple que 2 + 8y – 2y = 5y – 8 (Justifica tu respuesta)

a) 10 **b)** $-\frac{6}{11}$ **c)** $\frac{11}{6}$ **d)** $\frac{10}{11}$ **~~e)~~ - 10**

Respuesta	Alumna 1
$2+8y-2y=5y-8$ $8y-2y-5y=-8-2$ $1y=10-1$ $y=-11$	**I:** ¿Podrías explicar cada uno de los pasos que utilizaste para la resolución de la ecuación? **A:** Primero pase todas las y para un lado, y todos los números para el otro, Luego reste todas las y, y me dio +1y, y en el otro lado me dio -10. **I:** ¿Cómo aparece el -1, de donde salió? **+1y=-10-1** **A**: Como el 1 es positivo lo pase para el otro lado negativo, entonces luego reste -10-1 y me dio , pero no estaba en mis alternativas y =-11.
Respuesta	**Alumna 2**
	I: Alumna no realiza ningún desarrollo del ejercicio argumentando que pensaba que era parecido al anterior.
Respuesta	**Alumna 3**
	I: (Alumna no responde, dice que no entiende)
Respuesta	**Alumna 4**
	I: (Alumna no responde, dice que no entiende)
Respuesta	**Alumna 5**
	I: (Alumna no responde, dice que no entiende)

Respuesta	Alumna 6
$2+8y-2y=5y-8$ $2+6y=5y-8$ $6y=5y-8-2$ $y=-10$	**I**: (La alumna contesta correctamente)
Respuesta	**Alumna 7**
$2+8y-2y=5y-8$ $2+6y=5y-8$ $6y=5y-8-2$ $y=-10$	**I**: (La alumna contesta correctamente)
Respuesta	**Alumna 8**
$2+8y-2y=5y-8$ $2+8y-2y=5y-8$ $2+10y=5y-8$ $10y-5y=-8-2$ $5y=-10$ $y=\frac{-10}{5}$	**I**: ¿Cómo resolviste este ejercicio? **A**: Sume 8y-2y y me dio 10y, luego pase 5y al otro lado, y me quedo 10y – 5y me dio 5y a un lado, y al otro me queda -8 -2 me da -10. **I**: ¿Y cómo despejas y? **A:** Ah! Me quedó 5y = -10, entonces paso dividiendo el 5, y ahí me queda y = -10/5
Respuesta	**Alumna 9**
	I: (La alumna no contesta dice que no entiende)

Pregunta 4 **a) Resuelva la ecuación 3 + 5x = 3x + 1** **b) ¿Cuál es la solución de la ecuación?** **c) ¿Qué significa que el número encontrado en a) sea solución de la ecuación?**	
Respuesta	**Alumna 1**
a) $3+5x=3x+1$ $5x-3x=-3+1$ $2x=-2-2$ $x=-4$ b) c)	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A:** Pase todas las x para un lado y todos los números para el otro 5 x - 3x = -3 + 1 luego Reste las x, y sume los números; y me dio **2x = - 2 - 2 .** **I**: ¿Por qué te dio 2-2? **A**: Porque pase el 2 que esta positivo a un lado y lo paso como negativo, por eso me queda 2x = - 2 - 2 Y luego resto 2 menos dos y me da que x es igual a 4. **I:** ¿Qué entiendes por solución de una ecuación? **A:** No entiendo lo que significa una ecuación por eso no respondí, ya que el profesor no explico eso, solo hacía ejercicios y, y estas preguntas me confunden, ya que no se que significa que sea solución.
Respuesta	**Alumna 2**
a) $3+5x=3x+1$ $2x=-2$ $2x=\frac{-2}{2}$ b) la solución de la ecuación es $\frac{-2}{2}$ c) Significa que es el desarrollo de la ecuación	**I:** ¿Podrías explicar que procedimiento utilizaste para resolver la ecuación y contestar las preguntas? **A:** En la ecuación, pase todas las x para un lado ya que las letras siempre van al lado izquierdo, y todos los números para el otro lado, y así llegue al resultado, ya que si resuelvo la ecuación, el resultado que me da es la solución, ah y se resuelve hasta que quede una sola letra con un número, y ese número es la solución. **I**: En la letra b) respondes la solución de la ecuación es -2/2 ¿qué significa? **A**: Que eso me dio la x. **I**: En la letra c) dices “significa que es el desarrollo de la ecuación” corresponde a menos dos enteros por dos, simplificado es -1” ¿Qué quieres decir? **A:** Significa que si desarrollo la ecuación, me

	da una solución ya que si resuelvo la ecuación el número que me da al final es la solución.
Respuesta	**Alumna 3**
a) $3+5x=3x+1$ $2x=\frac{-4}{2}$ $x=\frac{-4}{2}$ b)La solución de la ecuación es $\frac{-4}{2}$ c) significa que es el desarrollo de la ecuación	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A**: solo copie. **I**: En la letra b) respondes x=-4/2 ¿Qué significa? **A**: no sé. **I**: En la letra c) dices "significa que es el desarrollo de la ecuación" ¿Qué quieres decir? **A**: No sé, no los hice ya que no cacho como se hacen, y lo que respondí se los copie a mi compañera.
Respuesta	**Alumna 4**
$3+5x=3x+1$ $5x-3x=1+-3$ $2x=2$ $x=\frac{2}{2}$ $x=\frac{1}{1}=1$ b) es x = 1 c) El valor de la incógnita x	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A:** Pase todas las letras para un lado y todos los números para el otro, en el lado de las letras reste 5x menos 3x, ya que el 3x pasa negativo porque estaba positivo en el otro lado y me dio 2x, y en el lado de los números reste 1 menos 3 ya que el 3 estaba positivo y pasa para el otro lado negativo y así me dio 2. 5x - 3x = 1 - 3 2x = 2 **I:** ¿Qué entiendes por solución de una ecuación? **A:** Que hay que resolver la ecuación, y lo que da es el resultado. **I**: En la letra b) respondes x=1 ¿Qué significa? **A:** Que hay que resolver la ecuación, y lo que da es el resultado. **I**: En la letra c) dices "el valor de la incógnita" ¿Qué quieres decir? **A**: Es el valor de la x.

Respuesta	**Alumna 5**
$3+5x=3x+1$ $5x-3=3-1$ $2=2$ $x=\frac{2}{2}=1$ b) x = 1 c)Significa que el valor de x corresponde a $\frac{2}{2}$ y simplificado es 1	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A**: Junte todas las x a un lado y los números al otro., y ahí me dio 2x (se me olvido ponerla) igual 2, después dividí por dos y me da x=1 **I**: En la letra b) respondes x=1 **A**: eso es el valor de la x **I**: En la letra c) dices "significa que el valor de x corresponde a 2/2 y simplificado es 1" ¿Qué quieres decir? **A**: Que el resultado es 1.
Respuesta	**Alumna 6**
$3+5x=3x+1$ $5x-3x=1+-3$ $2x=-2$ $x=\frac{-2}{2}$ $x=1$ b) x = 1 c) que se cumple una igualdad	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A**: Junte todas las x a un lado y los números al otro., y ahí me dio -2/2 y simplifiqué. **I**: En la letra b) respondes x=1 ¿qué significa? **A**: Que la x vale eso, pero se me olvido el signo. **I**: En la letra c) dices "que de cumple una igualdad" ¿Qué quieres decir? **A**: Que se cumple una igualdad, que el valor de un número que está a un lado tiene que dar lo que da al otro.
Respuesta	**Alumna 7**
$3+5x=3x+1$ $5x-3x=1-3$ $2x=-2$ $x=\frac{-2}{2}=1$ b) x = 1 c) Que se cumple una igualdad	**I:** ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación? **A**: Deje las x a un lado y los numero a otro, y la x me dio -2/2 y simplifique y me dio 1. **I**: en la letra b) respondes x=1 ¿qué significa? **A**: 1 es el valor de la x. **I**: En la letra c) dices "que de cumple una igualdad" ¿Qué quieres decir? **A**: Que en los dos lados me dio lo mismo, el mismo resultado.

<table>
<tr><th>Respuesta</th><th>Alumna 8</th></tr>
<tr><td>$3+5x=3x+1$
$5x-3x=1-3$
$2x=-2$
$x=\frac{-2}{2}=1$

b) 1

c) porque, la “x” vale 1</td><td>I: ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación?
A: Deje las x a un lado y los numero a otro, y la x me dio -2/2 y simplifique y me dio 1.
I: En la letra b) respondes 1 ¿qué significa?
A: que es 1 en la ecuación.
I: En la letra c) dices “porque, la x=1” ¿Qué quieres decir?
A: Que al hacer la operación la incógnita vale 1.</td></tr>
<tr><th>Respuesta</th><th>Alumna 9</th></tr>
<tr><td>$3+5x=3x+1$
$3+-1=3x-5x$
$2=-2x$
$x=\frac{-2}{2}$
$x=-1$

b) es $x=\frac{-2}{2}=-1$

c) Significa que el valor de “x” corresponde a menos dos enteros por dos, simplificado es -1</td><td>I: ¿Qué estrategia utilizaste para resolver la ecuación?
A: Agrupe las x a un lado y números al otro.
I: En la letra b) respondes x=-1 ¿qué significa?
A: Menos un entero que la x es -1.
I: En la letra c) dices “significa que el valor de “x” corresponde a menos dos enteros por dos, simplificado es -1” ¿Qué quieres decir?
A: Que x es -1.</td></tr>
</table>

5.4 Confrontación entre análisis a priori y posterior del instrumento

A continuación se realizará la confrontación entre las respuestas esperadas y las respuestas dadas por las alumnas

Pregunta 1

Al confrontar el análisis a priori con el posterior en la primera pregunta del cuestionario, se puede afirmar que donde presentaron mayores dificultades las alumnas fue en la operación en los enteros, tal como se planteo en el análisis a priori, no hay total comprensión de parte de las estudiantes sobre la operatoria.

Pregunta 2

En la segunda pregunta al enfrentar el análisis a priori con el posterior, se evidencia que existe poca comprensión por parte de las alumnas de los que es la evaluación de una expresión algebraica.
En el análisis a priori solo se especifica un error, básicamente se pensaba que existirían solo errores en la operatoria, pero al analizar las respuestas de las alumnas se observa la necesidad de explicitar las operaciones entre los números y las expresiones literales que representan a números.

Pregunta 3

En la pregunta tres, existe bastante coherencia entre el análisis a priori y posterior, los errores más frecuentes fueron los que se especificaron en el a priori tales como :
Errores al reducir términos semejantes, multiplicar y sumar inversos, entre otros
Un error que no se había observado anteriormente es siguiente

$$2+8y-2y=5y-8$$
$$8y-2y-5y=-8-2$$
$$1y=10-1$$
$$y=-11$$

(La alumna al ser consultada porque realiza 1y=10 – 1 ella responde "como el 1 es positivo lo "pase" para el otro lado negativo)

Pregunta 4

En la última pregunta también existe coherencia entre el análisis a priori y a posterior, en la letra a) los errores básicamente fueron los mismos que en las preguntas anteriores y concuerdan con los establecidos en el análisis a priori, en la letra b) las alumnas contestaban pero sin saber lo que estaban diciendo tal como se esperaba, y en la letra c) existe concordancia entre lo que se esperaba como respuestas de las alumnas, no saben que es encontrar solución a una ecuación.

5.5 Conclusiones del instrumento

Al revisar las respuestas de las alumnas se puede observar que no tienen afianzado el concepto de la igualdad entre dos números, ven el signo igual como una separación entre expresiones y no como una relación entre números enteros. Las alumnas realizan operaciones en un lado de la igualdad sin importar si se mantiene la igualdad.

Continuando con las dificultades que se presentaron, cabe mencionar que existe una deficiencia en la operatoria en los enteros, las alumnas cometen errores en las operaciones aritméticas (p.e $20 - 18 = 2 \div 4$, al preguntar porque $20 - 18$ es igual a $2 : 4$, responden que 2 dividido 4 es 2) extienden la propiedad conmutativa de la multiplicación y adición, a la división.

En las segunda pregunta se puede observar que existe dificultad por parte de las alumnas al verse enfrentadas a evaluar una expresión algebraica, algunas "incluyeron" un signo igual dentro de la expresión algebraica, y a la pregunta ¿Por qué "aparece" el signo igual?, argumentan que miraron el ejercicio que viene a continuación y se guiaron por él, aparentemente ellas asocian resultado a un signo igual

Otro error detectado en el desarrollo de la segunda pregunta, fue nuevamente la operatoria en los números enteros (p.e $2 \cdot 2 - 3 \cdot -1$ dan como resultado 2, la alumna al explicar paso a paso como lo resolvió dice: "empecé a multiplicar 2 por 2 lo que me dio 4, y reste 3 menos 1 entonces me dio 2, por eso me queda al final 4-2 y eso es 2" la alumna no respeta el orden de las operaciones

En la tercera pregunta se observa que las alumna realizan un procedimiento mecánico de resolución de ecuaciones, no realiza un método formal, de efectuar la misma operación a ambos lados de la igualdad (suma y / o multiplicación de inversos) (Kieran,C y Filloy Yagüe, E 1989) para llegar a la solución de la ecuación, Lo que se utiliza es el método de transponer (traspasar el numero al otro lado de la igualdad, con signo contrario), pero no correctamente, derivando en un error

En esta última pregunta es donde se presentaron más errores de procedimientos, se puede determinar que las alumnas se han centrado en un tipo de resolución de ecuaciones que es el de transponer.

En cuanto a las preguntas:

- ¿Cuál es la solución de la ecuación?

Las alumnas dan como respuesta el valor encontrado en la parte a) pero como erraron en la resolución de la ecuación dan una respuesta errónea

Al ser consultadas por

- ¿Qué significa que el número encontrado en a) sea solución de la ecuación?

Se puede señalar que las alumnas no saben que significa que un valor sea solución de la ecuación, existe una confusión en "que se obtiene al resolver una ecuación"

Algunas de las respuestas fueron

- "significa que es el desarrollo de la ecuación"
- "significa que el valor de "x" corresponde a menos dos enteros por dos, simplificado es -1"
- "es el valor de la x"

En consecuencia las alumnas asocian el resultado de la igualdad, con el desarrollo de esta.

5.6 Estudio de las textualidades del cuaderno de una alumna

La problemática didáctica en torno a las ecuaciones de primer grado, a tratar en esta investigación, debe ser amplia, incorporando el análisis de la actividad matemáticas implicadas en el estudio, se trata entonces de estudiar el proceso de adaptación o transformación que el objeto matemático ha sufrido hasta llegar a ser enseñado en el colegio (liceo en este caso),es por ello que se realizará el estudio de cuaderno , perteneciente a una alumna del curso de octavo año básico, para identificar , que es lo que aprende el alumno en el aula sobre ecuaciones cuando el tratamiento por parte del profesor a finalizado.

Las clases constan de 8 sesiones, las cuales se desglosan de la siguiente manera: 6 sesiones de 2 horas pedagogías cada una y 2 sesiones de 1 hora pedagógica cada una.

A continuación se realizará una comparación de las textualidades del cuaderno versus el texto del estudiante.

5.6.1 Comparación entre el cuaderno y el texto del estudiante

1/09 Ecuaciones de 1° grado: Resolver actividad de la página 72.	Calcula. 1. El triple de ocho. 2. El doble de doce disminuido en seis. 3. La mitad de cuatro aumentada en dos. 4. Tres cuartos de ocho disminuido en un tercio de doce. Escribe el número que falta para que se cumpla la igualdad. 5. $-8 + \_\_\_\_ \cdot 3 = -2$ 6. $4 \cdot \_\_\_\_ - 7 = 5$ 7. $-3 + \_\_\_\_ (-6 + (-3)) = 15$ 8. $\_\_\_\_ \cdot 5 \cdot (4 - 8) = -40$ Determina si las siguientes igualdades son verdaderas (V) o falsas (F). 9. $\frac{3}{4} + 2 \cdot (-2) = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ 10. $-3 \cdot (-2) + 5 = -6 + 5 \cdot 1$ 11. $-50 : 5 - 10 = 1 - 5 \cdot 4 - 1$ 12. $0{,}5 - 0{,}25 \cdot 30 - 2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

<table>
<tr>
<td>02/09 Hacer pág 75 en hoja aparte.</td>
<td>
Resuelve y luego indica si las igualdades se mantienen.

4. Multiplicar por 2.
$7 \cdot 4 = 26 + 2$
$\square \cdot 2 = 28 \cdot \square$
$\square = \square$

6. Multiplicar por 3.
$9 + 4 = 10 + 3$
$\square \cdot 3 = \square \cdot \square$
$\square = \square$

8. Multiplicar por –5.
$-9 + 2 = -8 + 1$
$\square \cdot \square = \square \cdot -5$
$\square = \square$

5. Agregar 5.
$4 + 5 = 3 \cdot 3$
$\square + 5 = 9 + \square$
$\square = \square$

7. Dividir por 5.
$5 \cdot 4 = 25 - 5$
$\square : 5 = \square : 5$
$\square = \square$

9. Dividir por –3.
$-3 \cdot 6 = (-13) + (-5)$
$\square : -3 = \square : -3$
$\square = \square$

Considera $a = -5$, $b = 3$, $c = -4$, $d = 2$ y calcula guiándote por el ejemplo.

$2a + b - c + 3d = 2 \cdot (-5) + 3 - (-4) + 3 \cdot 2 = -10 + 3 + 4 + 6 = 3$

10. $a + b + c + d =$
11. $3a - 2b + 3c - 2d =$
12. $b - c + d + 3a =$
13. $a - 3b - 3c - d =$
14. $a + 4c + d - b =$
15. $7a - 6b - 5c - 4d =$
16. $10b - 4c + 5d =$
17. $12c - 3a + 9d =$
18. $4d + 3b + 5c + 2a =$
19. $7d + 2c - 3a + 6b =$

Considera $x = -6$ y verifica si se cumple la igualdad para este valor en cada ecuación.

20. $-3x = 18$
21. $29 + x = 25$
22. $x + 12 = 6$
23. $-8x = 24$
24. $15 + 2x = 3$
25. $-5x + 15 = 45$
26. $4x + 9 = 19$
27. $-3x + 5 = 23$
28. $7x + 9 = 32$
29. $3x - 5 = 50$
30. ¿Qué sucede si $x = -4$?, ¿se cumplen las igualdades?
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Considera a = ⁻5, B = 3, C = ⁻4, D = 2 y calcula guiándote por el ejemplo.

$2a + b - c + 3d =$
$2 \cdot {}^{-}5 + 3 - {}^{-}3 + 3 \cdot 2 =$
$-10 + 3 + 4 + 6 =$
$-10 + 13 = \boxed{3}$

10. $a + b + c + d = \boxed{-4}$
$-5 + 3 + {}^{-}4 + 2 =$
$-9 + 5$
-4

11. $3a - 2b + 3c - 2d = \boxed{-5}$
$3 \cdot {}^{-}5 - 2 \cdot 3 + 3 \cdot {}^{-}4 + 2 \cdot 2 =$
${}^{-}15 - 6 + {}^{-}12 + 4$
${}^{-}15 + {}^{-}6 + {}^{+}12 + 4$
$-21 + 16$
-5

12. $b - c + d + 3a = \boxed{-7}$
$3 - {}^{-}4 + 2 + 3 \cdot {}^{-}5 =$
$3 + {}^{+}4 + 2 + {}^{-}15$
$9 + {}^{-}15$
-7
</td>
<td>
Considera $a = -5$, $b = 3$, $c = -4$, $d = 2$ y calcula guiándote por el ejemplo.

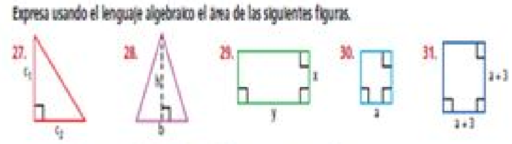
$2a + b - c + 3d = 2 \cdot (-5) + 3 - (-4) + 3 \cdot 2 = -10 + 3 + 4 + 6 = 3$

10. $a + b + c + d =$
11. $3a - 2b + 3c - 2d =$
12. $b - c + d + 3a =$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
/09 Propiedad de las igualdades.

Si en una igualdad sumamos o restamos en ambos lados de ella, la igualdad no cambia.
Ejemplos:

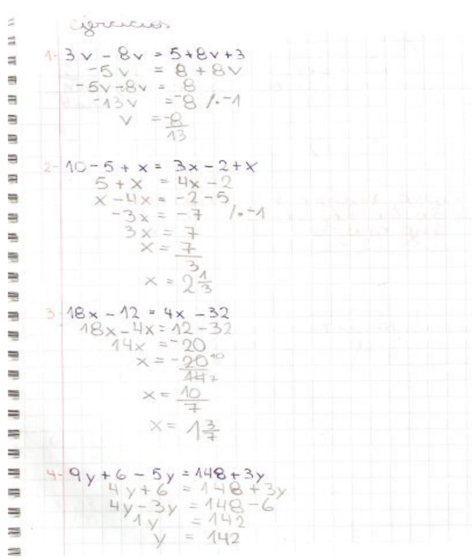
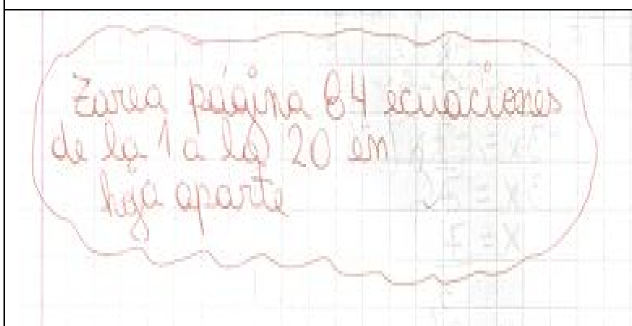
1. $7 + 2 = 9 \quad / +8$
$7 + 2 + 8 = 9 + 8$
$17 = 17$

2. ${}^{-}13 + 5 = {}^{-}2 - 6 \quad / -4$
$-13 + 5 - 4 = {}^{-}2 - 6 - 4$
$-12 = {}^{-}12$
</td>
<td>
La definición no especifica que se debe, sumar o restar (números) a ambos lados de la igualdad, ni tampoco hace hincapié en que lo que se suma o resta debe ser igual, para que la igualdad se mantenga. Dejando abierta la interpretación de la definición al alumno. Ya que se puede inferir que si suma en un miembro y resta en el otro, la igualdad se mantendría.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>08/09
Lenguaje algebraico
El lenguaje algebraico es el que nos permite expresar matemáticamente la información, es decir, con operaciones matemáticas, que contienen números y letras.
En adelante, evitaremos escribir el símbolo de la multiplicación: para 2 · a escribiremos 2a</td>
<td>El lenguaje algebraico es el que nos permite expresar matemáticamente la información, es decir, con operaciones matemáticas, que contienen números y letras.
En adelante, evitaremos escribir el símbolo de la multiplicación: para 2 • a escribiremos 2a.</td>
</tr>
<tr>
<td>09/09 Objetivo de hoy ⇒ traducir del lenguaje "común" al "lenguaje algebraico" y %.
Actividad: Realizar ejercicio 15 al 41 de la página 77.</td>
<td>Expresa en lenguaje algebraico las siguientes situaciones:
15. El valor de a litros de jugo a $420 cada uno. ▶ ______
16. El valor de 4 cebollas a c pesos cada una. ▶ ______
17. El valor de x kg de manzanas a $180 cada uno. ▶ ______
18. El valor de y kg de naranjas a $220 cada uno. ▶ ______
19. El valor de 2 kg de peras a $x cada uno. ▶ ______
20. El valor de 8 pimentones a x pesos cada uno. ▶ ______
21. El valor de 5 cajas de chocolates a t pesos cada una. ▶ ______
Si x representa la edad de Eduardo, expresa en lenguaje algebraico las siguientes proposiciones.
22. La edad que tenía hace 9 años. ▶ ______
23. La edad que tendrá dentro de 6 años. ▶ ______
24. Los años que faltan para que cumpla 83 años. ▶ ______
25. La edad que tendrá cuando tenga el doble de años. ▶ ______
26. La edad que tenía hace x años. ▶ ______
Expresa usando el lenguaje algebraico el área de las siguientes figuras.

Expresa mediante una igualdad cada uno de los siguientes enunciados.
32. La suma de 13 y 7 es igual a 20. ▶ ______
33. La suma de x e y es igual a 30. ▶ ______
34. El doble de x es igual a 50. ▶ ______
35. La mitad de 36 es igual a 18. ▶ ______
36. La cuarta parte de y es igual a 9. ▶ ______
37. El triple de x es igual a 24. ▶ ______
38. El producto de y por 10 es igual a 100. ▶ ______
39. La tercera parte de x es igual a 17. ▶ ______
40. La quinta parte de z disminuida en 3 es igual a z. ▶ ______
41. La sexta parte del cuarto de a es igual a 7. ▶ ______</td>
</tr>
<tr>
<td>13/09 Ecuaciones con adiciones y sustracciones
Resolver una ecuación equivale a determinar el valor de la incógnita. A veces se pueden resolver mentalmente, pero en otras ocasiones debemos usar las propiedades de la igualdad para poder despejar o aislar la incógnita</td>
<td>Resolver una ecuación equivale a determinar el valor de la incógnita. A veces lo puedes hacer mentalmente pero en otras ocasiones deberás usar las propiedades de las operaciones para despejar o aislar la incógnita.

Ejemplos de ecuaciones con adiciones y sustracciones.</td>
</tr>
</table>

1- x + 2 = −1 /−2 x + ~~2~~ − ~~2~~ = −1 − 2 $\boxed{x = -3}$ 2- x − 9 = −7 /+9 x − ~~9~~ + ~~9~~ = −7 + 9 $\boxed{x = 2}$ 3- −8 + x = 5 − 9 + 3 −8 + x = −1 /+8 −~~8~~ + x + ~~8~~ = −1 + 8 $\boxed{x = 7}$ 4- −~~7~~ + x + ~~7~~ = −3 + 1[illegible] $\boxed{x = 9}$ 5- 4 − x + 2 = 7 − 2 6 − x = 5 /−6 ~~6~~ − x − ~~6~~ = 5 − 6 −x = −1 /·−1 $\boxed{x = 1}$	
Pág. 78 (del 1 al 14) 1- x + 3 = 11 /−3 x + ~~3~~ − ~~3~~ = 11 − 3 $\boxed{x = 8}$ 2- −5 + z = −3 /+5 −~~5~~ + z + ~~5~~ = −3 + 5 z = 2 3- −2 + x = −4 + 6 /+2 −~~2~~ + x + ~~2~~ = −4 + 6 + 2 x = 4 4- 3 + x − 2 = −4 + 1 1 + x = −3 /−1 ~~1~~ + x − ~~1~~ = −3 − 1 x = −4 5- 15 − v − 5 = 3 − 7 − 1 10 − v = −5 /−10 ~~10~~ − v − ~~10~~ = −5 − 10 −v = −15 v = 15 6- 2 + y = −3 − 1 /−2 ~~2~~ + y − ~~2~~ = −3 − 1 − 2 y = −6 7- ~~7~~ + x − ~~7~~ = 5 − 4 − 1 x = 0 8- x − 7 = 0 /+7 x − ~~7~~ + ~~7~~ = 0 + 7 x = 7 9- 3 − x = 7 + 24 /−3 ~~3~~ − x − ~~3~~ = 7 + 24 − 3 x = −28 10- 40 − 1 = 2 − v + 3 39 = 5 − v /−5 39 − 5 = ~~5~~ − v − ~~5~~ 34 = v 11- 4 − x − 8 = 30 − 6 −4 − x = 24 /+4 −~~4~~ − x + ~~4~~ = 24 + 4 x = 28 12- 4 + x − 2 = 30 + 8 2 + x = 38 /−2 ~~2~~ + x − ~~2~~ = 38 − 2 x = 36 13- 2 + z − 1 = 7 + 7 1 + z = 14 /−1 ~~1~~ + z − 1 = 14 − 1 z = 13 14- 2 − x + 5 = 11 − 9	**Resuelve.** 1. x+3=11 2. −5+z=−3 3. −2+x=−4+6 4. 3+x−2=−4+1 5. 15−v−5=3−7−1 6. 2+y=−3−1 7. 7+x−7=5−4−1 8. x−7=0 9. 3−x=7+24 10. 40−1=2−v+3 11. 4−x−8=30−6 12. 4+x−2=30+8 13. 2+z−1=7+7 14. 2−x+5=11−9
22/09 Ejercicios pág. 79 25- 3.800 + x = 5.600 /−3.800 ~~3.800~~ + x − ~~3.800~~ = 5.600 − 3.800 x = 1.800 26- 50.000 − x = 42.000 27- $x = \frac{17.000}{2}$ x = 8.500 28- 1.000 − x = 170 x = 830	25. Felipe quiere comprar un libro que vale $5600. Si tiene $3800, ¿cuánto dinero le falta? 26. Carolina compró una guitarra en $42 000. Si pagó con $50 000, ¿cuánto dinero recibió de vuelto? 27. Mónica tenía una deuda de $17 000. ¿Cuánto dinero debe pagar para que su deuda se reduzca a la mitad? 28. Si Carlos pagó con $1000 un kilogramo de naranjas y recibió de vuelto $170, ¿cuánto cuesta cada kilo de naranjas?

	Ejercicios similares a la actividad de la pagina 84, los cuales pertenecen a la sección de ecuaciones con la incógnita a ambos lados.
	1. $10x - 3 + 5 = 5x$ 2. $4 - 8v = 6 - 3v$ 3. $3x + 7x - 1 = 12 + 2x$ 4. $19x - 2 = 12 - 15x$ 5. $2x - 10 = 4x - 36$ 6. $5u - 3u = 5 - 3u$ 7. $2u + 6 = 5u - 3$ 8. $8y - 4 + 3y = 7y + y + 14$ 9. $-x + 5x + 3 - 4 = x + 2$ 10. $y - 12 + 44y = 18 - 15y$ 11. $3v + 2 + 5v = 18 - 2v + 3v$ 12. $35v + 5 = 21v + 15$ 13. $50b + 5 + 3b = 58 + b$ 14. $10z - 2 + 5z = 14 - 2z$ 15. $9y + 5 + 3y = 149 + 5y$ 16. $7u - 4 = 8u + 3 - 5u$ 17. $4z - 7z = 9 - 6z$ 18. $8v + 3v = 5 - 8v + 2$ 19. $10 - 3 + u = 5u - 2 + u$ 20. $w + 12 + 3w = 5 + 9w - 9$

5.6.2 Conclusiones del estudio de las textualidades del cuaderno.

El tratamiento que realiza el profesor a la unidad de ecuaciones de primer grado plasmado en las textualidades del cuaderno, a través de ejemplos, definiciones y actividades, se basa casi en su totalidad en las presentadas en el texto para el estudiante. Dejando en evidencia que el saber, en este caso ecuaciones de primer grado, con el fin de ser enseñado, no sufre ningún tipo de transformación, ya que las actividades ejemplos o definiciones escogidas por el profesor son de expresa autoría del texto del estudiante, por lo que no se adoptan esos problemas a la realidad de sus alumnos.

Con respecto a la organización y secuenciación de las sesiones se puede afirmar que no existe una explicitación de los objetivos en cada clase, a raíz de que la presentación o inicios de cada sesión es través de un título. No se realizan representaciones de los contenidos, dejando a la tarea matemática y los recursos, sin una finalidad clara para el estudiante, en consecuencia cabe destacar que las actividades solo producen en el alumno un trabajo algorítmico de los contenidos de la unidad,

No existe una estructura de clase definida, la cual permita diferenciar sus distintas etapas, ya que, aunque independientes de las actividades o estrategias plasmadas en el cuaderno, el tratamiento que se da al trabajo de contenido es muy amplio, ignorando la síntesis de los aprendizajes de cada contenido, es decir, resolver ejercicios mecánicamente sin la debida evaluación o institucionalización de estos. En cada sesión se desarrolla un nuevo contenido y no se retoma lo visto en la clase anterior, esto se podría deducir que se debe al expreso trabajo al momento planificar la clase por parte del profesor y llevarla a la práctica, sin embargo cabe mencionar que en la quinta sesión perteneciente a la clase número 9 de septiembre, es la única vez que se presenta el objetivo de la clase, en la que se muestra explícitamente que se debe "traducir *del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa"*, aunque no se ahonda en el tema, dado que se da paso a una actividad del texto para el estudiante ejercicios 15 al 41 pagina 77 perteneciente a la sección de lenguaje algebraico, quedando en el aire uno de los pasos más importes en la matemática como lo es el traspaso de la aritmética al algebra.

En síntesis se puede determinar de que no existe atención profundidad en el desarrollo de los contenidos apropiados al nivel de enseñanza, puesto que no se trabaja el concepto de igualdad, el tratamiento al significado de solución de una ecuación, ni tampoco el método de resolución formal de soluciones , realizando un uso poco profundo de la utilización de propiedades ,si no que, todo se limita a trabajar actividades de cálculo algorítmico las cuales son copia casi exacta del texto para el estudiante, lejano a lo que pretende el marco de la buena enseñanza que es que "*el alumno logre interpretar resultados o a que los estudiantes saquen conclusiones*".

<u>5.7 Estudio de textos</u>

En esta sección analizaremos el texto guía del profesor y el texto del alumno para octavo año básico, el que es presentado por el ministerio de educación para los colegios municipalizados, bajo los siguientes criterios:

El texto guía del profesor

- Existe una introducción en donde se explica la estructura de la unidad
- Considera el marco curricular vigente
- Declara y considera los OFT, OF, CMO y AE a tratar en la unidad
- Activa los conocimientos previos necesarios para el tratamiento de la unidad
- Presenta con claridad los objetivos de cada actividad
- La organización de la unidad responde a un orden lógico matemático
- En la organización correspondiente a la unidad de ecuaciones, está articulada, jerarquizada y secuencia los contenidos para la unidad.
- Las actividades de evaluación son coherentes con el desarrollo de la unidad
- Hay actividades de exploración que ayuden a construir los conceptos
- Las actividades permiten el uso de variados procedimientos

- Las actividades permiten el desarrollo de comunicación (de procedimiento de respuestas).

El texto del alumno

- Existe un tratamiento de los conocimientos previos al desarrollo de la unidad de ecuaciones de primer grado
- La unidad de primer grado propicia el uso de sistemas de Sistemas de registro de representación
- Se Declaran en la unidad de ecuaciones de primer grado la cobertura de los contenidos mínimos obligatorios del programa de estudio de 8ª año básico y los consideran en
- Actividades propuestas en la unidad de ecuaciones de primer grado, tratan, utilizan o promueven el desarrollo de los OFT declarados en el programa de estudio
- Actividades presentes en el texto para el estudiante, facilitan el desarrollo de los objetivos fundamentales declarados en los planes y programas de estudio del Mineduc
- Las secuencias del texto ayudan a lograr los objetivos
- Uso del lenguaje en la unidad de ecuaciones de primer grado correspondientes al texto para el estudiante
- Estímulos en las situaciones problemáticas, son necesarios para la resolución de problemas, aportan información o solo es ilustrativo
- Calidad de los instrumentos y actividades de evaluación en la unidad de ecuaciones de primer grado
- Las actividades de exploración presentadas en la unidad de ecuaciones de primer grado, ayudan a los alumnos a construir los conceptos.
- Las actividades presentes en la unidad de ecuaciones de primer grado permiten el uso de variedad de procedimientos de resolución.
- Efectos que acontecen en las situaciones didácticas propuestas en el texto para el estudiante.

Ambos textos corresponde a la editorial Santillana para los años 2009 y 2010. Cuyo autor es Cristian Vergara Bize.

5.7.1 Descripción del texto guía del profesor

El texto guía de matemática de octavo año básico para el profesor, es un material creado como apoyo al proceso de enseñanza- aprendizaje. En este texto guía se distinguen diversos elementos que se desarrollan en el interior de sus páginas.

1**.- Cuadro Sinóptico**: Este cuadro resume el marco curricular de la unidad para cada momento pedagógico: En el cual encontramos los contenidos mínimos de la unidad, los aprendizajes esperados y los objetivos fundamentales transversales.

2.- **Propósito de la unidad**: Luego de ser presentado el cuadro sinóptico, se entrega el propósito de la unidad, siendo esta una instancia de introducción a los temas a tratar. Esta sección consta con un esquema que relaciona los conceptos claves de la unidad.

3.- **Orientaciones didácticas**: Se entregan orientaciones didácticas para cada momento pedagógico las cuales podemos encontrar las siguientes orientaciones didácticas:

Actividades previas: Se proponen actividades de motivación para introducir a los alumnos el contenido que se va a trabajar.
Actividades complementarias: Se plantean variadas actividades cuyo propósito es ejercitar, reforzar, ampliar o profundizar los contenidos de trabajo.
Información para el docente: Esta sección está destinada al profesor, cuyo objetivo es entregar información anexa que profundiza y complementa la entregada en el texto del alumno. En algunos casos se sugiere direcciones de Internet, datos curiosos relacionados con el contenido.
Tarea: Se sugieren actividades para trabajar en la casa, que permiten reforzar y/o ampliar el contenido tratado.
Hipertexto: Icono que indica cuales son las páginas del texto del alumno en donde se trabaja con el hipertexto.

4.- **Evaluación**: En esta sección se presenta un material complementario de evaluación de los contenidos de la unidad, para que el docente utilice según los requerimientos del grupo curso.

5.7.2 Descripción del texto del alumno

El texto del alumno está organizado en 8 unidades y dos talleres de evaluación. A continuación describiremos los tipos de página y secciones que se encuentran en las unidades.

1**.- Páginas de inicio de la unidad:** Su función es motivar y evaluar los contenidos que ya se conocen e informar los contenidos que se van a aprender en la unidad.

2.- **Páginas de desarrollo de la unidad**: En estas páginas se desarrollan los contenidos y se presentan situaciones problemáticas resueltas que se pueden usar como modelos.

3.- **Más problemas**: Presenta un problema resuelto paso a paso, la comprensión del problema, la planificación, la resolución y su revisión. Se deja en evidencia la estrategia utilizada y se dan actividades para que ejerciten las estrategias presentadas. Luego se propone un problema de dificultad similar al que el alumno debe resolver.

4.- **Cálculo mental**: Se entregan distintas estrategias que permiten realizar cálculos de una manera más rápida y ágil.

5.- **Uso de la calculadora**: Se pone a disposición el uso de la calculadora como una herramienta tecnológica

6.- **Síntesis**: Es un espacio en que los alumnos encontrarán un resumen de los conceptos y definiciones tratadas en la unidad. Además se les propone la creación de su propio esquema.

7.- **Uso del computador**: Se dan a conocer diversos programas y de conectar los contenidos trabajados en la unidad con esta herramienta tecnológica.

8.- **Evaluación:** Son páginas con preguntas de selección múltiple y de desarrollo orientadas a evaluar el aprendizaje de los contenidos trabajados en la unidad.

5.7.3 Análisis texto guía del profesor

Con el fin de saber si el profesor utiliza la información entregada por el ministerio y si esta información propone actividades suficientes para que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo, además saber si existe una coherencia con el programa de estudio actual y el texto guía del profesor. Hemos decidido levantar los siguientes criterios para analizar el texto guía del profesor para la unidad de ecuaciones de primer grado.

Criterio	En el texto guía del profesor
Existe una introducción en donde se explica la estructura de la unidad	En el texto guía del profesor existe un cuadro sinóptico en donde se declaran los CMO, los contenidos de la unidad, los aprendizajes esperados, los OFT, e incluye cuadro donde se estructura de la unidad de la siguiente manera: - paginas de inicio - pagina de desarrollo de contenido - más problemas - calculo mental - uso de la calculadora - síntesis - evaluación luego se incluye un mapa conceptual donde se organiza la unidad de ecuaciones de primer grado (ver página 56 y 57)
Considera el marco curricular vigente	Se adecua al marco curricular del año 2003 las indicaciones posteriores al libro de uso exclusivo del profesor, pero el libro que los precede no usa el orden que este plantea, por lo que no existe una coherencia entre los contenidos que se le sugieren al profesor y la estructura que presenta el libro. La contradicción que existe entre el marco curricular y el libro guía del alumno no permite que la jerarquización de los contenidos sea desarrollada con la finalidad progresiva que se desea. Por lo tanto no existe una consideración del marco curricular vigente, para la creación del libro guía del profesor.

Declara los OFT, OF, CMO y AE a tratar en la unidad	El libro guía del profesor presenta un cuadro sinóptico, el cual, describe desde los CMO, la estructura de los contenidos (ubicación en la páginas del libro), contenidos de la unidad (descripción de los contenidos y paginas donde estos se encuentran), aprendizajes esperados y los OFT. El cuadro presentado clarifica cuales son los contenidos del libro y en que ubicación se encuentran, presentado de forma ordenada y de fácil comprensión Lo que podemos destacar es que los objetivos fundamentales se encuentran descritos al comienzo del libro, no particularizados en la unidad de ecuaciones de primer grado.
Activa los conocimientos previos necesarios para el tratamiento de la unidad	El texto guía del profesor presenta en sus orientaciones didácticas. Actividades previas para cada contenido presentado en la unidad. Pero las actividades propuestas no son suficientes para el tratamiento de cada contenido. En la primer actividad previa. Se le pide a los alumnos que expresen numéricamente las siguientes expresiones y luego calculen - El doble de veinte. - El cuádruple de seis - El doble de ocho, aumentado en dos - El triple de cuatro, disminuido en doce - Un medio de dos, elevado a ocho. - Tres cuartos de veinte, aumentado en uno Estas actividades previas son similares a la del texto del alumno no proponen una actividad de distinta naturaleza en la que el alumno pueda activar sus conocimientos previos necesarios. No presenta un problema aritmético de un mayor grado de dificultad No es necesario utilizar un lenguaje algebraico Otro problema de las actividades previas es que no son motivadoras para el alumno como dice (Brousseau) Falta una actividad en la que se verifique el valor de verdad de una igualdad. No existe una actividad previa en la que se pueda introducir simbología algebraica (Arcavi)

La siguiente actividad previa que propone es para introducir el contenido de igualdad y ecuaciones en la que se sugiere lo siguiente:

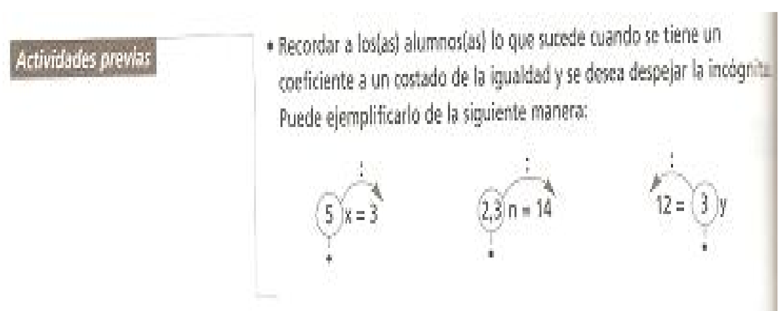
Escribir en la pizarra

$3x + 4 = 16 \qquad 5☆ + 4 = 12 \qquad 4y – 5 = 20$

Luego preguntar ¿Cuál de estas expresiones es una ecuación? ¿Por qué?

El propósito de esta actividad es introducir el concepto de igualdad y ecuación. Pero el problema que se presenta es que los alumnos todavía no conocen lo que es una ecuación. Aun no la han visto. Este tipo de problemas podría ser más bien una actividad complementaria una vez que reconozcan lo que es una ecuación.

Para el contenido ecuaciones con multiplicaciones se sugiere recordar a los alumnos lo que sucede cuando se tiene un coeficiente a un costado de la igualdad y se desea despejar la incógnita. Puede ejemplificarlo de la siguiente manera:


Actividades previas

• Recordar a los(as) alumnos(as) lo que sucede cuando se tiene un coeficiente a un costado de la igualdad y se desea despejar la incógnita. Puede ejemplificarlo de la siguiente manera:

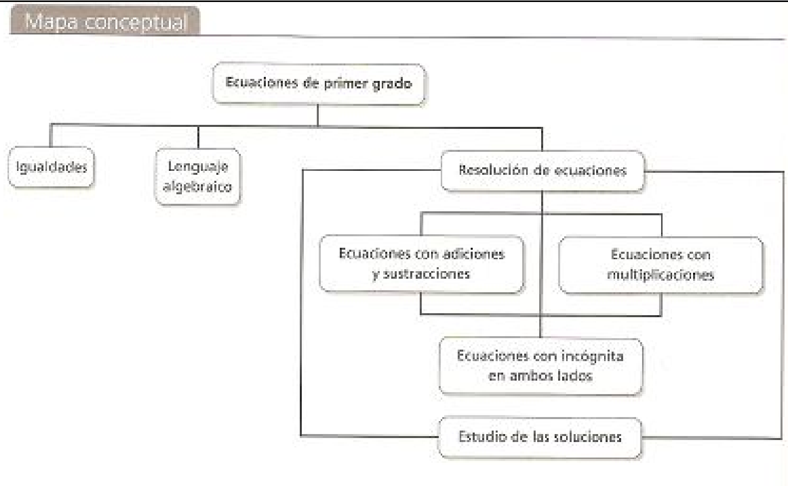
$5x = 3 \qquad 2,3n = 14 \qquad 12 = 3y$

Podemos observar con el ejemplo presentado incita al alumno a cometer un error al realizar el traspaso del coeficiente que acompaña a la incógnita. Sin explicar claramente que para despejar la incógnita lo que se debe hacer es multiplicar el coeficiente por su inverso multiplicativo.

Los errores que pueden tener los alumnos al observar el ejemplo es que al “pasar” el coeficiente que acompaña la incógnita al otro lado de la igualdad y no tener claro que lo que se hace es multiplicar por el inverso multiplicativo

	ambos lado de la igualdad para despejar la incógnita. Los alumnos cometen el error de pasar el coeficiente sumando o restando al otro lado de la igualdad. No se institucionaliza la forma correcta de resolver la ecuación como expone (Brousseau)

Se presentan con claridad los objetivos de cada actividad	Describe claramente en un cuadro sinóptico cuales son los objetivos de las actividades (OFT), planteando según la estructura del libro y los ejercicios presentados, cuáles serán los objetivos a desarrollarse y a fomentarse en cada resolución de las actividades.
La organización de la unidad responde a un orden lógico matemático	Podemos destacar que los contenidos necesarios para la comprensión y desarrollo de ecuaciones de primer grado son nombrados y descritos. Según (Malisani, 1990 y1993) en la fase de transición entre pensamiento aritmético y pensamiento algebraico, ciertos Obstáculos a nivel aritmético pueden retardar el desarrollo del lenguaje algebraico y la introducción de nuevas estrategias y de nuevos contenidos algebraicos puede eclipsar los conocimientos aritméticos, debido a esto es importante y necesario seguir cierto orden lógico. Según investigadores como (Capenter, Franke y Levi, 2003, 2005), el pensamiento relacional puede ayudar a desarrollar un aprendizaje semántico y estructural de la aritmética, lo que como señala (Booth, 1989) Es uno de los requisitos para el desarrollo de la habilidad para comprender y manipular las convenciones notacionales del álgebra. El pensamiento relacional tiene el potencial de favorecer y facilitar la algebrización de la aritmética. Por lo tanto podemos decir que el orden lógico matemático presentado por el libro dentro de las ecuaciones de primer grado es correcto según lo planteado por los autores ya mencionados.
En la organización correspondiente a la unidad de ecuaciones, está articulada, jerarquizada y	La unidad presenta un mapa conceptual, el cual, describe niveles de tratamiento que se le da al contenido de ecuaciones de primer grado, junto con su estructuración y desarrollo secuenciado en la unidad.

secuencia los contenidos para la unidad.	 En el cuadro sinóptico pagina 56 se muestra el orden de los contenidos de la unidad en el cual podemos ver que muestra un contenido como ecuaciones con multiplicaciones y adiciones y el texto del alumno aparece ecuaciones con divisiones lo que demuestra que no existe una coherencia entre los contenidos del libro del profesor con el texto del estudiante. También podemos apreciar que el orden de las unidades según el marco curricular presentado. No es consecuente con el orden del texto del profesor. Por ejemplo la unidad de ecuaciones de primer grado en el marco curricular corresponde a la unidad número 3 y en el libro del profesor corresponde a la unidad número 4.
Las actividades de evaluación son coherentes con el desarrollo de la unidad	Existe una evaluación la cual es centrada netamente en las actividades que presentan alternativas como posibles respuestas la cual propensa que el alumno desarrolle el problema y selecciones la alternativa correcta. Se proponen en estas actividades, solo problemas de planteo y desarrollo de ecuaciones de primer grado sin dar espacio a la evaluación que se debe hacer con el uso de cambios de registros los que son presentados en toda sección de la unidad dentro de las actividades usadas para abordar los problemas.

Hay actividades de exploración que ayuden a construir los conceptos	No presenta ninguna actividad de exploración, que pueda ser planteada al estudiante para indagar dentro de los conocimientos que se desean entregar, cabe destacar que se propician páginas web como información paralela, la cual, presenta recursos educativos que permitan complementar actividades y profundizaciones en los contenidos a entregar.
Las actividades permiten el uso de variados procedimientos	Podemos observar diversas actividades propuestas en el texto las cuales permiten variados procedimientos. De tipo aritmético y algebraico. Cabe destacar que en algunos problemas planteados no será fácil para los alumnos plantear una ecuación. El texto en “posibles dificultades” sugiere utilizar algún tipo de grafico, como estrategia de resolución.
Las actividades permiten el desarrollo de comunicación (de procedimiento de respuestas)	Las actividades propuestas no permiten el desarrollo de la comunicación, ni el trabajo en grupo como propone (Brousseau). Son actividades en las que los alumnos solamente deben calcular y determinar pero no propone la participación ni comentar como obtuvieron sus resultados.

5.7.3.1 Conclusión del análisis del texto guía del profesor

Usando los criterios de evaluación se puede ver que no se cumplen, por lo tanto podemos concluir que el texto guía del profesor se encuentra mal estructurado no existe coherencia entre el marco curricular – Texto guía del profesor – Texto guía del alumno. Las actividades que sugiere el libro en la sección orientaciones didácticas son muy similares a las presentadas en el texto del alumno, no proponen actividades nuevas donde exista participación en grupo o actividades exploratorias, actividades de investigación…

5.7.4 Análisis texto del alumno

Con el fin de saber si las actividades que presenta el texto del alumno son suficientes para que se forme un aprendizaje significativo, si existe una coherencia entre lo que plantea el programa de estudio del ministerio y lo que expone el texto del estudiante, hemos decidido levantar los siguientes criterios para analizar el texto del alumno en la unidad de ecuaciones de primer grado.

Criterio	En el texto guía alumno
Existe un tratamiento de los conocimientos previos al desarrollo de la unidad de ecuaciones de primer grado	La unidad de ecuaciones presenta una sección, dedicada a la activación de aprendizajes previos, en la cual se proponen actividades para recordar aspectos importantes relacionados con los contenidos, antes de iniciar el trabajo de la unidad donde el propósito de esta, es que se repasen contenidos anteriores, introduciendo o haciendo hincapié en igualdades ya que será el pilar fundamental que el estudiante debe comprender, para la resolución de ecuaciones. Los recursos y medios utilizados en la unidad de ecuaciones de primer grado propicia que los alumnos traten nuevamente y recuerden en la praxis los aprendizajes previos los cuales se desglosan de la siguiente manera. Actividades relacionadas con el cálculo aritmético donde se debe hacer la conversión de lenguaje natural al algebraico, actividades donde se deba verificar si una igualdad es verdadera, donde en el encabezado se presenta una proposición, y se pregunta por el grado de verdad. De la misma manera se presenta una actividad en la cual se debe completar el término que falta para que una igualdad se cumpla, finalizando con actividades, en que se debe realizar cálculos para resolver situaciones relacionadas con la vida cotidiana.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


En la fotografía aparece Don Pedro y su puesto de frutas. Observa los datos que ahí aparecen y responde.
1. ¿Cuánto cuestan 6 kg de limones?
2. ¿Cuánto cuestan 4 kg de manzanas?
3. ¿Qué es más barato, comprar 4 kg de limones o 5 kg de manzanas?
4. Si el precio de los tomates es $700 por kg, ¿cuánto cuestan 5 kg de tomates?
5. Si tienes $2800, ¿cuántos kilogramos de paltas le puedes comprar a Don Pedro?

Si bien todas las actividades tienen distintos propósitos como calcular, verificar, completar y resolver, el hincapié general es el tratamiento de la igualdad, pilar fundamental en el aprendizaje de ecuaciones de primer grado, aunque cabe señalar que las actividades se centran más en el cálculo, y no así en la comprobación justificada de las soluciones entregadas después del desarrollo correspondiente del problema.
</td>
</tr>
<tr>
<td>**La unidad de primer grado propicia el uso de sistemas de Sistemas de registro de representación**</td>
<td>
En la unidad de ecuaciones se presenta una sección "*lenguaje algebraico*", donde las actividades propuestas, plantean en su encabezado, de forma explícita, que se deben expresar los ejercicios en otro registro, estas conversiones van desde un lenguaje natural, a un lenguaje algebraico y de un lenguaje algebraico al lenguaje natural. Enunciados pertenecientes a la sección de lenguaje algebraico.

Observa los ejemplos y expresa en lenguaje algebraico las siguientes frases.
Escribe en lenguaje corriente las siguientes expresiones matemáticas. Fíjate en el ejemplo.
Expresa en lenguaje algebraico las siguientes situaciones:
Si x representa la edad de Eduardo, expresa en lenguaje algebraico las siguientes proposiciones.
Expresa usando el lenguaje algebraico el área de las siguientes figuras.

En secciones posteriores a "*lenguaje algebraico*", se presentan actividades en que se debe realizar cambios de registros para su resolución, aunque, están de forma implícita en cada actividad, ya que es el estudiante el que debe realizar cambios de registros para llegar a la solución. Por ejemplo en la sección ecuaciones con
</td>
</tr>
</table>

adiciones y sustracciones se plantea lo siguiente:

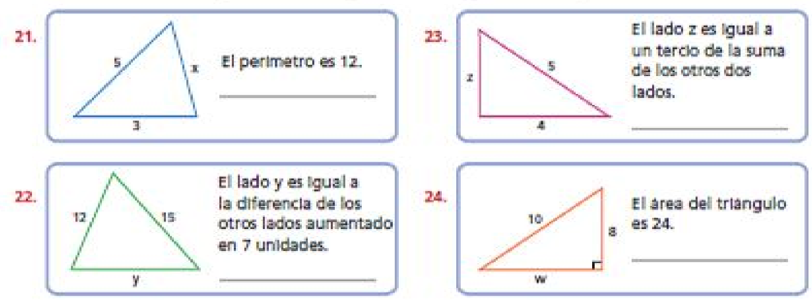
Plantea la ecuación correspondiente y resuelve.

25. Felipe quiere comprar un libro que vale $5600. Si tiene $3800, ¿cuánto dinero le falta?
26. Carolina compró una guitarra en $42 000. Si pagó con $50 000, ¿cuánto dinero recibió de vuelto?
27. Mónica tenía una deuda de $17 000. ¿Cuánto dinero debe pagar para que su deuda se reduzca a la mitad?
28. Si Carlos pagó con $1000 un kilogramo de naranjas y recibió de vuelto $170, ¿cuánto cuesta cada kilo de naranjas?
29. Felipe desea invitar a su hermana a la piscina, pero como ella es pequeña su entrada vale $3000. Si Felipe debe pagar $5700 por su entrada, ¿cuánto dinero debe tener para pagar ambas entradas?

En cuanto a otras secciones de la unidad, no se presentan actividades en las que el estudiante deba realizar otros cambios de registros, puesto que las situaciones en que aparece figuras *geométricas.*

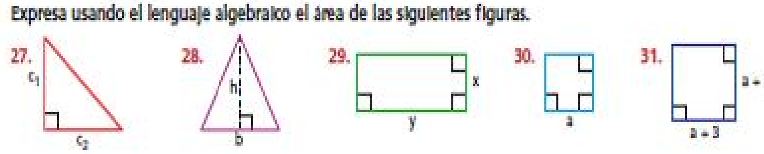
Actividad perteneciente a la sección de lenguaje algebraico.

Calcula la medida del lado que falta en los siguientes triángulos sabiendo que:



Actividad perteneciente a la sección de ecuaciones con adiciones y sustracciones.

Expresa usando el lenguaje algebraico el área de las siguientes figuras.



En síntesis estas son solo figuras ilustrativas que no permiten al estudiante realizar una conversión de lenguaje grafico al lenguaje algebraico.

Se Declaran en la unidad de ecuaciones de primer grado una amplia cobertura de los contenidos mínimos obligatorios del programa de estudio de 8ª año básico	Contenidos mínimos obligatorios del programa de estudio correspondiente al marco curricular vigente hasta el año 2009. 1. Noción de igualdad de expresiones algebraicas. 2. Traducción de situaciones problema a ecuaciones con una incógnita. 3. Creación de diversos problemas con sentido a partir de ecuaciones con una incógnita. 4. Uso de las propiedades de los números y de las operaciones para encontrar soluciones. En el texto para el estudiante en la unidad de ecuaciones de primer grado página 74 se hace referencia a lo que el alumno deberá aprender en el transcurso de la unidad: ver figura 1. ¿Qué aprenderás? • A comprender las igualdades y sus propiedades. • A traducir enunciados verbales al lenguaje matemático. • A planear y resolver ecuaciones. • A resolver problemas usando ecuaciones. Bajo este criterio podemos concluir que el texto del alumno declara una cobertura de los contenidos mínimos obligatorios del programa de estudio correspondiente al marco curricular vigente hasta el año 2009.
Actividades propuestas en la unidad de ecuaciones de primer grado, tratan, utilizan o promueven el desarrollo de los OFT declarados en el programa de estudio	Las actividades presentes en la unidad de ecuaciones, no promueven el desarrollo de los OFT .Dado que en relación con el crecimiento y la autoafirmación personal se puede mencionar que no hay espacio para que los alumnos puedan ejercitar la habilidad de expresar y comunicar sus opiniones, ideas o convicciones propias, puesto que no hay instancias de trabajo en grupos, o de comparación de respuestas con sus pares. Si bien se podría decir que si se desarrolla la capacidad de resolver problemas, debido a la gran cantidad de ejercicios presentados en la unidad, estos no permiten que el alumno logre un auto aprendizaje, puesto que las actividades de exploración, se encuentran desarrolladas por el texto, no dando lugar a un pensamiento reflexivo y la capacidad de creatividad del estudiante.

Actividades presentes en el texto para el estudiante, facilitan el desarrollo de los objetivos fundamentales declarados en los planes y programas de estudio del Mineduc	El Texto prioriza la aplicación de algoritmos, por sobre la comprensión de los procesos involucrados dado que Solo se limitan a trabajar desde un ejemplo, que lo que hace es mostrar una forma de desarrollar específicos los cuales se vuelven modelos de reproducción, que esquematizan el desarrollo de ejercicios de parte de los estudiantes en problemas de igual naturaleza. Como bien indica Brousseau, existe un fenómeno que sucede cuando el profesor decide apresurar la resolución de un conflicto didáctico, y para ello cría un clima de mal entendimiento con el alumno, pues el profesor muestra al alumno un algoritmo, el alumno lo ejercita y lo aplica correctamente, sin posibilidad que el alumno logre una reflexión y sea capaz de indagar o investigar sobre el problema propuesto. Bajo este enfoque, se puede decir que el texto recurre a lo mismo, a la algoritmización de los contenidos, donde se evidencia que no existe una formalización a través de la praxis, lo cual no permite y no facilita, el desarrollo de los objetivos fundamentales.
Las secuencias del texto ayudan a lograr los objetivos	La unidad de ecuaciones de primer grado se encuentra secuenciada en secciones que desglosan la unidad, cada una de estas presenta un problema al inicio de ella, dando a conocer su resolución. Si la praxis como tal, permite que los objetivos sean logrados, (lo cual por la naturaleza del problema parece poco probables), puesto que fueron presentados al inicio de la unidad en la pagina 72 en la sección (¿Qué aprenderás?) ,esta cae en la reproducción de un modelo ya explicado y no en la profundidad del contenido. Se puede destacar también que una forma de lograr que el aprendizaje sea logrado es que las actividades que ayudan a ejercitar los contenidos tratados, vayan siendo más complejos durante su desarrollo, para así, dar una perspectiva distinta a la forma de abordar cada problema y el razonamiento que se debe realizar para resolverlo. Lamentablemente en la unidad, la complejidad presente no es de un nivel a apropiado para facilitar el proceso de aprendizaje esto se puede evidenciar en las activación de aprendizajes previos, en la que se da un tratamiento al concepto de igualdad , situación que en las sesiones siguientes , no se retoma , trabajando con ejercicios que mas que lleven al estudiante a un análisis profundo , lo llevan al trabajo algorítmico y mecánico , como se muestra en ejercicios de la pagina 81 pertenecientes a la sección de ecuaciones con multiplicaciones.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
24. 1 kg de papas vale $278, ¿cuántos kilos se pueden comprar con $1390?
25. Si una caja de 24 lápices vale $1260, ¿cuál es el valor aproximado de cada lápiz?
26. Un paquete con 10 cuadernos vale $6729. ¿Cuál es el valor aproximado de cada cuaderno?
27. Se ofrece una oferta de 3 litros de leche por $1000. ¿Cuál es el valor de cada litro?
28. Si 24 lechugas valen $2136, ¿cuál es el valor de cada lechuga?
29. En un supermercado se ofrece el choclo congelado en tres paquetes de distintas masas. El de 500 gramos cuesta $499, el de 1000 gramos, $999 y el de 1500 gramos, $1499. Si compras 3 kg de choclo, ¿cuál de los tres paquetes conviene comprar?
30. Un terreno rectangular de 365,5 m^2 de área tiene 8,6 m de frente. ¿Cuántos metros tiene de largo?


En esta actividad no es necesario trabajar a través de ecuaciones, solo se limita, al cálculo aritmético, quedando de manifiesto, la poca profundidad de los contenidos.
</td>
</tr>
<tr>
<td>Uso del lenguaje en la unidad de ecuaciones de primer grado correspondientes al texto para el estudiante</td>
<td>
Existe la unión de dos tipos de lenguaje el formal (lenguaje que describe las actividades a desarrollarse, también formaliza contenidos matemáticos entregados en la unidad). Y el informal, (lenguaje con el que se describen problemas en los que situaciones de la vida cotidiana.) Son los que, permiten expresar las actividades y definiciones entregadas por el libro, junto con esto cabe destacar que el texto privilegia el uso de expresiones neutrales sin abundar en un género determinado.

Podemos destacar que el desarrollo de las actividades son descritas con un lenguaje que no permite la formalización de los contenidos al momento de su desarrollo puesto que, la praxis no va dirigida a la institucionalización de los contenidos y tampoco formaliza definiciones con un lenguaje técnico adecuado. Esto se puede verificar que en cada institucionalización carecen de precisión y profundidad como por en ejemplo en la definición.
Definiciones entregadas en la unidad de ecuaciones :

Igualdades y ecuaciones.
Una ecuación (por ahora llamada de primer grado) es una igualdad que contiene un valor desconocido llamado incógnita. Resolver una ecuación equivale a encontrar este valor desconocido.

Se puede evidenciar que no hace referencia a que ese valor desconocido es solución, tampoco se explica que significa “primer grado”, dejando abierta la interpretación de la definición por parte del estudiante
</td>
</tr>
</table>

Lenguaje algebraico.

> El lenguaje algebraico es el que nos permite expresar matemáticamente la información, es decir, con operaciones matemáticas, que contienen números y letras.
> En adelante, evitaremos escribir el símbolo de la multiplicación: para $2 \cdot a$ escribiremos $2a$.

Aquí se considera que el estudiante ya comprende el significado de la multiplicación que existe entre 2 y a, y no entregando una explicación más profunda a este traspaso que se está efectuando de la aritmética al álgebra.

Ecuaciones con adiciones y sustracciones.

> Resolver una ecuación equivale a determinar el valor de la incógnita. A veces lo puedes hacer mentalmente pero en otras ocasiones deberás usar las propiedades de las operaciones para despejar o aislar la incógnita. Por ahora debes recordar que a ambos lados de una igualdad puedes sumar o restar un número y la igualdad se mantiene.
>
> Ejemplo: $-2 + x = 3$ / sumar 2
>
> $$-2 + 2 + x = 3 + 2$$
> $$0 + x = 5$$
> $$x = 5$$

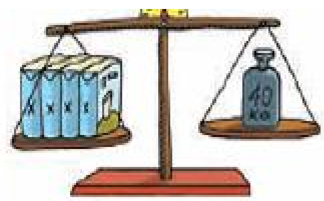
No se da una debida explicación o ejemplos en los que se indique que una ecuación puede tener infinitas soluciones, o simplemente no puede tener soluciones.

Ecuaciones con multiplicaciones.

> Si se multiplican o dividen por un mismo número ambos miembros de la igualdad, esta se mantiene.

No se hace restricción para la división por cero.

Podemos concluir , que no existe una profundización en algunas definiciones , dejando abierta la interpretación de las definiciones por parte del alumno , dado que no se realizan restricciones que son fundamentales , como por ejemplo en el caso de dividir por cero , quedando sin una debida formalización de cada contenido.

Los estímulos en las situaciones problemáticas, son necesarios para la resolución de problemas, aportan información o solo es ilustrativo	Existen diversos tipos de estímulos en el texto del estudiante los cuales en su mayoría son de uso ilustrativo puesto que no generan algún tipo de dato o información que aporte a la resolución de problemas ya que generalmente son actividades resueltas, las cuales sirven de guía para el estudiante. Cabe destacar que en la sección de igualdades y ecuaciones la actividad de exploración, que presenta su solución correspondiente. La ilustración en la que aparece la balanza entrega información necesaria para la resolución del problema, pero pasa a segundo plano al momento que el texto entrega las características de estas : La balanza que aparece en la ilustración está en equilibrio. En el lado izquierdo hay 4 cajas de x kg cada una, y en el lado derecho hay una caja con una masa de 40 kilogramos. ¿Cual es la masa de cada caja que permite que la balanza se mantenga equilibrada? Para responder esta pregunta es necesario plantear una ecuación. Si la balanza está en equilibrio, es porque en ambos platos hay igual cantidad de kilogramos, es decir, $x + x + x + x = 40$ en donde, sumar 4 veces la misma cantidad es lo mismo que multiplicarla por 4. $x + x + x + x = 4x$  Si bien la ilustración en la que aparece la balanza entrega información necesaria para la resolución del problema, esta queda restringida al momento en que se resuelve paso a paso la problemática e indicando lo que sucede en la balanza, no dando lugar a la interpretación del alumno a tal situación. Otra actividad que podemos mencionar es la que se presenta en la página 71 del libro correspondiente a la sección de ecuaciones con multiplicaciones, se presenta una situación en la cual se muestran dos tipos de de propaganda,(*" lleve 4 y pague 3, y 2 en 400"*), si bien es cierto de esa información el estudiante debe deducir ciertas interrogantes , la información entregada por la ilustración es necesaria para la resolución del problema , puesto que esta se debe complementar , con el enunciado del mismo , pero se genera una situación que no tiene sentido , la cual llevaría al estudiante a la no comprensión del problema , ya que como indica el enunciado *"cada papel higiénico por separado cuesta $270 pesos"*, no existe una coherencia con lo que indica el cartel , lleve 4 y pague 3 por 1000 pesos, en lo que se evidencia un mal planteamiento de la situación.

Lee atentamente y resuelve.

23. Observa los datos que aparecen en el cartel de un supermercado. Cada papel higiénico por separado cuesta $270. Analiza las ofertas, plantéalas y decide cuál es la mejor.

a. Si quieres llevar 4 rollos, ¿cómo te conviene hacer tu compra?

____

b. Si quieres llevar solo 6 rollos, ¿cómo lo harías? ¿Cuánto gastas?

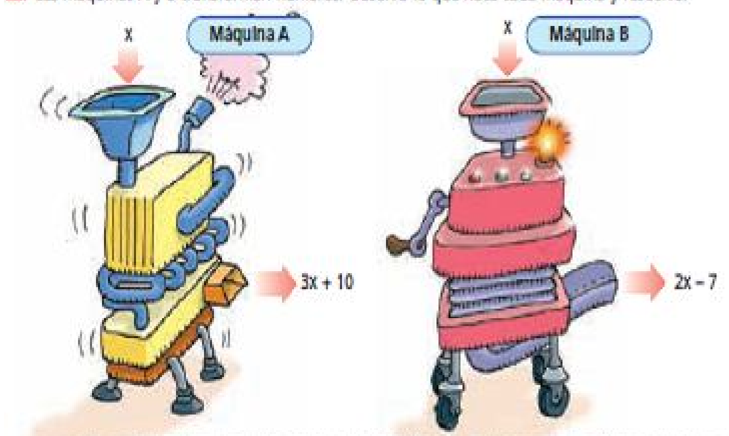
____

c. ¿De cuántas maneras puedes comprar 8 rollos de papel? Compara con tus compañeros y compañeras.

____

Podemos destacar que la única situación problemática , donde existe un estimulo , para la resolución de problema , ocurre en la sección de ecuaciones con la incógnita a ambos lados , donde la información entregada en la actividad es necesaria para la resolución del problema:

22. Las máquinas A y B transforman números. Observa lo que hace cada máquina y resuelve.



a. ¿Cuál es el número que puede entrar a la máquina A y no tener cambio alguno? ¿Cuál en la máquina B?

b. ¿Cuál es el número que ingresa a la máquina A y su transformación es igual a la producida por la máquina B pero aumentada en 25?

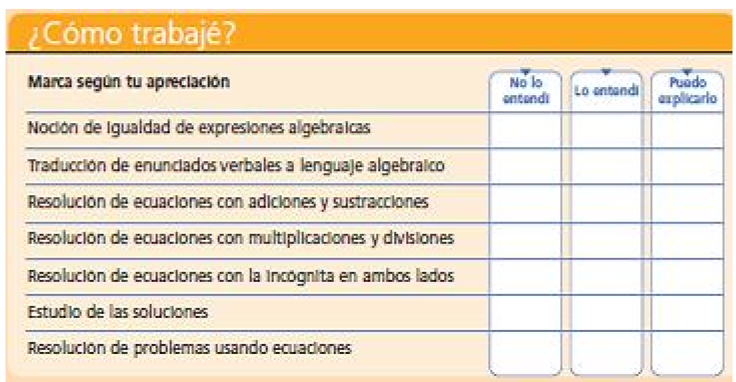
c. ¿Cuál es el número que ingresa a la máquina B y su transformación es igual a la producida por la máquina A pero disminuida en 20?

Calidad de los instrumentos y actividades de evaluación en la unidad de ecuaciones de primer grado

No existe una evaluación al final de cada sección de la unidad, simplemente se limita a la reiteración de actividades, como práctica de los contenidos entregados sin ahondar en la evaluación como una forma de aplicación o reiteración de los elementos entregados, así con esto comprometer al alumno con las secciones en cuestión.

Solo podemos encontrar al final de la unidad una sección de evaluación, en la que se destaca el uso de distintos ítems. Las alternativas las cuales presentan posibles respuestas al ejercicio planteado *(problemas de planteo, ecuaciones y reemplazos de valores en ecuaciones*) los que necesariamente necesitan desarrollarse para poder referirse a una única solución presentada en las alternativas. Luego se encuentran con un ítem que presenta problemas de planteo que necesariamente se desarrollan con el conocimiento del alumno sin una respuesta previamente vista o formulada como tal.

Dentro de esta evaluación existe el recuadro donde se le permite al alumno hacer una auto evaluación, en que, desde su perspectiva podrá referirse a si la información entregada en cada sección de la unidad lograron ser entendidos

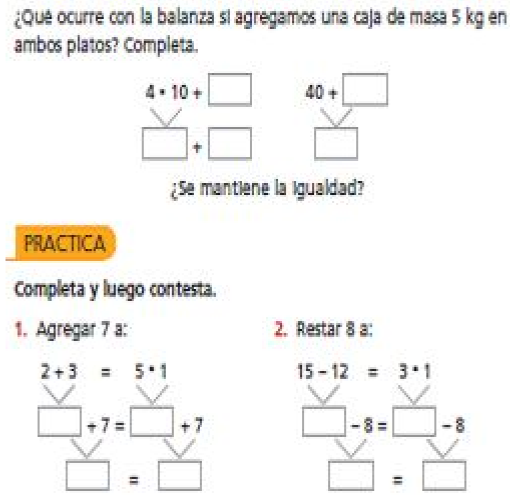


¿Cómo trabajé?

Marca según tu apreciación	No lo entendí	Lo entendí	Puedo explicarlo
Noción de igualdad de expresiones algebraicas			
Traducción de enunciados verbales a lenguaje algebraico			
Resolución de ecuaciones con adiciones y sustracciones			
Resolución de ecuaciones con multiplicaciones y divisiones			
Resolución de ecuaciones con la incógnita en ambos lados			
Estudio de las soluciones			
Resolución de problemas usando ecuaciones			

Cabe mencionar que no se permite que él se refiera con sus propias palabras a la calidad de los contenidos o al nivel de dificultad que este encontró durante el proceso de uso de su libro, lo cual sería enriquecedor para conocer más profundamente el aprendizaje de los alumnos, lo cual sería un precedente para futuras creaciones.

Las actividades de exploración presentadas en la unidad de ecuaciones de primer grado, ayudan a los alumnos a construir los conceptos.	En toda la unidad de ecuaciones, no se encuentran actividades de exploración que permitan construir conceptos, aunque si bien se le da el nombre de explora, el estudiante no realiza ninguna exploración debido a su estructura, la cual solo se limita a la presentación de problemas de planteo que son formulados como ejemplos y resueltos, convirtiéndose así en modelos a replicar por el estudiante. Al momento de presentarse a los problemas que subsiguen dentro de la unidad, los cuales son de igual naturaleza que el encabezado y permiten que el alumno replique el esquema de desarrollo que se realizo en la actividad de exploración.
Las actividades presentes en la unidad de ecuaciones de primer grado permiten el uso de variedad de procedimientos de resolución.	Existen una diversa cantidad de ejercicios y problemas planteados por el libro, donde cada uno de estos divididos en ítems contiene variada forma de abordarlos siendo una de estas y la principal el cambio de registro. También existen ejercicios que instan a plantear ecuaciones a través de la invención de un problema pero sin hondar en la naturaleza de que es lo especifico que se desea (problema del encabezado). En síntesis el texto induce al estudiante a trabajar a través de un modelo a seguir, no permitiendo la interpretación, análisis o conjeturas, en cada sección, se trabaja el cálculo reiterado de ejercicios, los cuales previamente han sido demostrados a través de su resolución paso a paso.
Efectos que acontecen en las situaciones didácticas propuestas en el texto.	Se puede verificar que el texto cae en un reiterativo efecto Topaze, Brousseau (1986) Lo identifica como "*aquella situación en que le estudiante llega a la solución del problema, pero no ha sido por sus propios medios*". En la sesión de igualdades y ecuaciones, al alumno se le solicita resolver actividades como:


¿Qué ocurre con la balanza si agregamos una caja de masa 5 kg en ambos platos? Completa.

$4 \cdot 10 + \square \qquad 40 + \square$

$\square + \square \qquad \square$

¿Se mantiene la igualdad?

PRACTICA

Completa y luego contesta.

1. Agregar 7 a:

$2 + 3 = 5 \cdot 1$

$\square + 7 = \square + 7$

$\square = \square$

2. Restar 8 a:

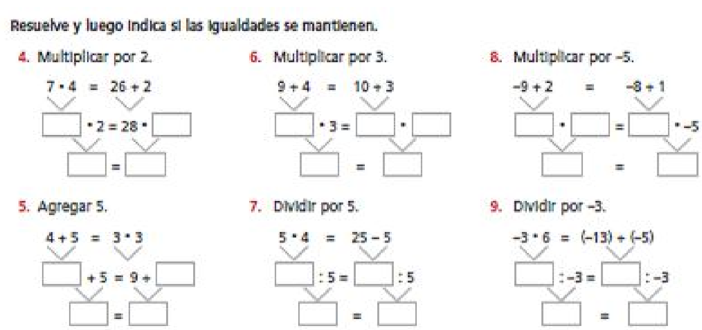
$15 - 12 = 3 \cdot 1$

$\square - 8 = \square - 8$

$\square = \square$

Este tipo de preguntas, las solución guiada por el texto, ya que como primicia se indica que la primera operación a utilizar es la multiplicación y luego a la operación suma, cayendo en una evidente ayuda hacia el estudiante y en la poca capacidad que se le deja para su comprensión, esta situación no solo ocurre ahí, ya que posteriormente en la parte de práctica de la misma sesión y en la sesión de ecuaciones con multiplicaciones.

El libro reitera actividades de este tipo donde a través de figuras y flechas , se le solicita al alumno que resuelva e indique si las igualdades se mantienen, realizando operaciones de multiplicación, suma o división, pero recurriendo a la necesidad de indicar cuál es el procedimiento que deben seguir los estudiantes. Dejando claro Con esto que no se permite la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes y solo trabajando con operaciones aritméticas, dejando de lado la finalidad de lograr comprender lo que sucede a ambos lados de una igualdad si se operan números a ambos miembros de la igualdad.


Resuelve y luego indica si las igualdades se mantienen.

4. Multiplicar por 2.

$7 \cdot 4 = 26 + 2$

$\square \cdot 2 = 28 \cdot \square$

$\square = \square$

5. Agregar 5.

$4 + 5 = 3 \cdot 3$

$\square + 5 = 9 + \square$

$\square = \square$

6. Multiplicar por 3.

$9 + 4 = 10 + 3$

$\square \cdot 3 = \square \cdot \square$

$\square = \square$

7. Dividir por 5.

$5 \cdot 4 = 25 - 5$

$\square : 5 = \square : 5$

$\square = \square$

8. Multiplicar por –5.

$-9 + 2 = -8 + 1$

$\square \cdot \square = \square \cdot -5$

$\square = \square$

9. Dividir por –3.

$-3 \cdot 6 = (-13) + (-5)$

$\square : -3 = \square : -3$

$\square = \square$

	Completa. 1. $2x = 24 \quad /: \square$ $\quad \frac{2x}{\square} = \frac{24}{\square}$ $\quad x = \square$ 2. $5x = -25 \quad /: \square$ $\quad \frac{5x}{\square} = \frac{-25}{\square}$ $\quad x = \square$ 3. $6x = 36 \quad /: \square$ $\quad \frac{6x}{\square} = \frac{36}{\square}$ $\quad x = \square$ **Completa.** 1. $1500 + 5 \cdot x = 3500$ $\square - \square + 5x = 3500 - \square$ $5x = \square$ $\frac{5x}{5} = \frac{\square}{5}$ $x = \square$ 2. $3600 + 4 \cdot x = 4000$ $\square - \square + 4x = 4000 - \square$ $4x = \square$ $\frac{4x}{4} = \frac{\square}{4}$ $x = \square$

5.7.4.1 Conclusión del texto para el estudiante

Si bien las actividades son tareas que deben ser llevadas a cabo por el estudiante para el logro de un determinado aprendizaje. Estás deben ser relevantes, consistentes, precisas y con un objetivo claro, evitando sobrecargar el texto con ellas. No obstante a través del análisis de la unidad de ecuaciones de primer grado perteneciente al texto para el estudiante, se puede evidenciar de que no existe un estimulo al desarrollo del pensamiento creativo de los estudiantes ni tampoco a estrategias que estimulen , el análisis de hechos y fenómenos a partir de los propios conocimientos y experiencias de los estudiantes, por el hecho de que las situaciones problemáticas o actividades propuestas por el texto, no apelan al interés de este para que así el llegue a indagar, buscar, analizar, investigar , interpretar, generalizar o seleccionar la información necesaria para fundamentar los propios juicios y evaluar los de sus compañeros . Ahora bien, en las situaciones en que se puede dar este fenómeno de interés, estas son abarcadas por el texto, dando a conocer su resolución, traduciendo las actividades en poco desafiantes y poco significativas, no proporcionando así la posibilidad de que el alumno pueda enfrentar o interactuar con una situación desconocida para él, en las que pueda generar sus propias ideas.

Las actividades de inicio en las distintas secciones del texto, si bien están orientadas a rescatar e identificar los conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes como punto de partida para futuros aprendizajes, estos no están profundizados, dejando de lado, conceptos fundamentales como: el significado de solución de una ecuación, cuantas soluciones puede tener una ecuación o el tratamiento del Concepto de igualdad.

En este sentido se puede mencionar que la unidad carece de actividades finales o de síntesis en cada sección, que recojan los contenidos centrales los cuales evalúen los aprendizajes adquiridos por los estudiantes ,a cambio, sólo se realiza una institucionalización del contenido , la cual no se encuentra debidamente formalizado (ver criterio de lenguaje).

Junto con esto destacamos que los problemas ya evidenciados en el libro del estudiante, son reiterativos y cada criterio nos muestra la complejidad o notoriedad de su naturaleza.

Capítulo 6

Conclusión final

Al finalizar el presente trabajo de investigación, las evidencias de los análisis nos muestran que al dar por finalizada la unidad de ecuaciones de primer grado en un liceo municipal de la V región, las alumnas solo aprenden un medio mecánico de resolución de ecuaciones, no comprenden el significado de la relación de igualdad entre dos números, no comprenden el concepto de solución de una ecuación, solo saben resolverla por un medio algorítmico.

Respecto al trabajo del profesor frente al proceso enseñanza-aprendizaje el solo realiza una copia textual del libro que entrega el ministerio a los alumnos, la falta de preparación en el tratamiento de los contenidos de parte del profesor se hace evidente en las textualidades plasmadas en el cuaderno de los estudiantes.

El texto del profesor que ofrece como material de guía el ministerio de educación, no innova en nuevos métodos o estrategias para abordar la unidad y hacer más efectiva su labor.

Respecto a los contenidos tratados en la unidad, se puede mencionar que existe una carencia en el tratamiento de las soluciones de una ecuación de primer grado, en el texto del alumno y del profesor, ya que solo se habla de pertinencia de soluciones, y no de cuando un número es solución de una ecuación. Si bien se preocupa de revisar los conocimientos previos de la igualdad de dos números, no se preocupa del concepto de solución de pertinencia de la solución.

El programa de estudio correspondiente a la unidad de ecuaciones de primer grado del presente año, todavía no está actualizado, lo que conlleva a que el texto guía del profesor este creado bajo el marco curricular año 2003. El ajuste curricular que se entrego este año no indica orientaciones didácticas sino más bien muestra el cambio de algunas unidades.

Al finalizar la presente investigación se plantea la siguiente interrogante:

¿Qué acciones debe llevarse a cabo en el tratamiento de las ecuaciones de primer grado para que los alumnos se apropien del conocimiento no por un medio mecánico de resolución, sino comprensivamente?

Bibliografía.

Il Trattato DÁlgibra (1988) (manuscrito anónimo del siglo XIV).

Alcalá, M. (2002) La construcción del lenguaje matemático. Editorial Grao

Arcavi, A. (2007) El desarrollo y uso del sentido de los símbolos.

Arcavi, A (1994) Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics.

Bergamini D. (1968) “Colección científica de Time- Life Matemáticas” Editado por Offiset Multicolor. S.A.

Bortolotti E. (1950) “Storia del la Matemática Elementare” (Historia de la matemática elemental) L. Berzolari (ed). Vol III parte 2

Bombelli R. (1966) “LÁlgebra con la introducción de U. Forti. Y el prefacio y el análisis de E. Bortolotti”” (Feltrinelli: Milano)

Bachelard G (1972) “La formación del espíritu científico. Contribución al psicoanálisis del conocimiento objetivo” (Siglo XX!: Buenos Aires)

Brousseau G. (1986) “Theorisation des Phenomenes D´Enseignament des Mathematiques these d´Etat” (Bordeaux)

Brouseau G. (1986) Fundamentos y Métodos de la didáctica de las matemáticas. Universidad de Burdeos.

Brousseau G. (1994) “Los diferentes roles del maestro” en Didáctica de matemáticas.

Brousseau G. (1995) “Glossaire de didactique des mathématiques”

Brousseau G. (1998) Theorie des situations didactiques, Grenoble, La Pensée

Brousseau G. (1999) “Educación y Didáctica de las matemáticas” en Educación Matemática, México.

Booth, L. R. (1989) A question of structure or a reaction to: “the early learning algebra: a structural perspective”

Bouvier, A. y George, M. (2000) Diccionario de matemáticas.

Brugger, W. (1965) Diccionario de Filosofía

Carpenter, T. P. y Franke, M. L. (2001) Developing algebraic reasoning in the elementary school: generalization and Prof..

Chávez y León (2003) La biblia de las matemáticas. México Editorial Letrarte

Chevallard, Y. (1997) La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado

Drijvers, P. y Hendrikus, M. (2003) Learning algebra in a computer algebra enviroment: design research on the understanding of the concept f parameter.

Davis (1964) Discovery in mathematics: a text for teachers.

Fregoso, A. (1977) Los elementos del lenguaje de la matemática. Lógica y teoría d conjuntos.

Ferrater, J. (1988) Diccionario de Filosofía. Editorial Alianza. Madrid

Freire, P. (2004) Filosofía y educación.

Gómez B. (1995b) "Los viejos métodos de cálculo. Un dominio para transitar de la Aritmética al álgebra y viceversa.

Gómez B (1988) "Numeración y Cálculo. Matemáticas: cultura y aprendizaje Madrid Editorial Síntesis.

Godino, J. y Font, V. (2003) Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Granada: Departamento de Didáctica de la matemática, Universidad de Granada.

Hoffman J (1961) "Historia de la Matemática" volumen 1 Editorial Hispano americano México.

Hewitt, D (1998) Approaching Arithmetic Algebraically. Mathematics Teaching.

Hercovis, N. y Kieran, C. (1980) Constructing meaning for the concept of equation.

Honderich, T. (2001) Enciclopedia Oxford de Filosofía. Editorial Tecnos.

http://www.scribd.com/doc/2388276/investigacion-cualitativa

Kenny, A. (1997) Introducción a Frege.

Kline M. (1991) "Historia del pensamiento matemático" volumen 1 (Einaudi. Torino)

Kieran C. y Filloy E. (1989) "El aprendizaje del algebra escolar desde una perspectiva psicológica" Enseñanza de las Ciencias. 7(3) Pág. 229 – 240

Kieran, C (1989) The early learning of algebra: a structural perspective.

Kieran, C. (1992) The learning and teaching of school algebra.

Loria G. (1929) “Storia delle Matematiche” Volumen 1 (Einaudi Torino)

Lins, R y Kaput, J (2004) The early development of algebraic reasoning: the current state of the field.

Lee, L. y Wheeler, D. (1989) The arithmetic connection. Educational Studies in Mathematics.

Liebenberg, R. (1999) From numerical equivalent to Algebraic equivalent.

Malisani (1999) “los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento del algebra” Artículo publicado en la revista “IRICE” del “Instituto Rosario de investigaciones en Ciencias de la Educación”.

MacGregor, M. (1996) Aspectos curriculares en las materias aritmética y algebra.

Postigo, L. (1991) Matemática practica. Editorial Ramón Sopena.

Pimm, D. (1999) El lenguaje matemático en el aula. Ediciones Morata

Rapisardi F. (1865) “Uno sguardo agli algerbristi italiani. Giornale del Gabinetto Letterario dellÁccademia Gioenia.” 4(3), Pág. 165 – 180 (Recopilación sobre el Bolletino dellÁccademia Gioenia di scienze Naturali, 24 (338). Pág. 41 – 56, 1991

Rico L. (1995) “Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas” Editorial Iberoamericana México

Resnick, L. B. (1992) From protoquantities to operators: Building mathematical competente on a foundation of everyday knowledge.

Schifter, D. (1999) Reasoning about operations. Early algebraic thinking in grades.

Vinogradov, I. M. (1860) Enciclopedia de las matemáticas. Editorial Rubiños

Vera F. (1961) “Breve Historia de la matemática” Editorial Losada S.A. Buenos Aires.

Anexos

Test

Dada la ecuación $x - 3 = 2$ *; responde las siguientes preguntas, justificando tu respuesta.*

a) ¿-1 es solución de la ecuación?

b) ¿5 es solución de la ecuación?

Alumna 1: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No sé lo que es, ni por que salió cero b) ¿5 es solución de la ecuación? No sé lo que es	**Alumna 2:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No entiendo la pregunta b) ¿5 es solución de la ecuación?
Alumna 3: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No sé qué significa solución de la ecuación. b) ¿5 es solución de la ecuación? No sé qué significa solución de una ecuación.	**Alumna 4:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No sé resolver una ecuación b) ¿5 es solución de la ecuación? 5 es el resultado.
Alumna 5: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No lo sé desarrollar, ya que no sé el significado de x. b) ¿5 es solución de la ecuación? .	**Alumna 6:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No , porque el -3 se cambia a +3 x-3=2 x=2+3 x=5 b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque 2+3 es 5, porque al cambiar el -3 al otro lado pasa a +3.
Alumna 7: a) ¿-1 es solución de la ecuación?	**Alumna 8:** a) ¿-1 es solución de la ecuación No, porque la ecuación nunca

No, porque la solución es 5 b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque se baja la x y el -3 se pasa al otro lado y se le pone el signo contrario +3, después el +2 y el +3 se suman y da 5.	puede dar de resultado un número menos. b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque 3+2 es 5
Alumna 9: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No entiendo. b) 5 es solución de la ecuación. No entiendo	**Alumna 10:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, pero no sé cómo explicarlo b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, pero no sé cómo explicarlo
Alumna 11: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, porque sume y no reste b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque pase el número 3 a la izquierda y luego sume 2+3 =5	**Alumna 12:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, porque es ilógico que salga -1 en una ecuación. b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque es positivo, y es 5.
Alumna 13: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, porque no puede dar negativo b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque el número es distinto que el de arriba	**Alumna 14:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, ya que el resultado es 5. b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, sumo dos más tres me da resultado 5 y no -1.
Alumna 15: a) ¿-1 es solución de la ecuación? No, porque la ecuación no me da	**Alumna 16:** a) ¿-1 es solución de la ecuación? No porque arriba ni hay signo para

ese resultado b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, ya que la suma final es 5	que pueda restar o cambiar la suma. b) ¿5 es solución de la ecuación? Sí, porque al 2+3 se suma y eso me da 5.