UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

FACULTAD DE CIENCIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CARRERA DE MATEMÁTICA

Propuesta de enseñanza para un aprendizaje significativo de las inecuaciones de primer grado, con dos variables NM3 diferenciado: PREPASIV.

Tesis para optar al grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de Matemática de Educación Media, Mención Didáctica,

Dagne Isca Aguilera Aranda

Carmen Gloria Quiroz Moya

Profesor Guía: Dr. Carlos Silva Córdova

Septiembre 2013

Valparaíso - Chile

Índice General

En las siguientes líneas, agradezco a quienes han sido parte de mi formación tanto personal como profesional en estos largos años, ya sean docente, compañeros, amigos y en especial a mi familia, eje importante en esta formación, pero palpar este sentimiento en palabras es complicado, así que no puedo decir más que muchas gracias por estar ahí, especialmente a los pilares de mi familia, mis padres.

También quisiera agradecer a mi profesor guía Don Carlos Silva Córdova quien nos ha tenido paciencia, dedicación y esmero en este último paso, para así comenzar una nueva etapa, la que espero personalmente que sea plenamente reconfortante para mí como persona.

Y por último, pero no por ello menos importante, le agradezco una enormidad a nuestro secretario del departamento de Matemática Gerardo Araya, quien siempre ha tenido la mayor disponibilidad cuando uno le ha pedido algún favor o una simple información, en donde pequeños gestos hacen dejar una gran imagen de él como persona.

Gracias a todos por confiar en mí.

Carmen Quiroz.

Finalizo esta etapa, dando mis agradecimientos a quienes formaron parte de este largo camino que llega a su término con la presentación de este trabajo.

Primeramente, a mis padres, que siempre han creído en mis capacidades y que se sienten felices de este gran paso, Nelly, mi madre, que con mucho esfuerzo y trabajo logró que yo pudiera estudiar en la universidad y Manuel, mi padre, que desde el cielo debe sentirse muy orgulloso de mi, que como él, también seré una futura profesora.

A mi familia y amigos (as) y a nuestro profesor guía Don Carlos Silva, que también formaron parte de este proceso, gracias por su energía y sus buenas vibras.

Y finalizo, con una persona que se integro a este proceso últimamente y que me ha ayudado en todo, mi pareja Iván, que me apoya constantemente y que por sobre todo cree en mi.

Los quiero y amo. Gracias por todo su apoyo y cariño.

Dagne Aguilera.

Resumen

El propósito de este trabajo es elaborar una propuesta que plantea una enseñanza diferente a convencional, para así lograr un aprendizaje significativo en las inecuaciones en matemáticas, en el nivel de Tercer Año de Enseñanza Media, que llamaremos PREPASIV.

A través de esta propuesta, se busca no tan sólo conseguir que los alumnos construyan su propio conocimiento, sino también poner en evidencia que los resultados finales de una enseñanza constructivista es más exitosa en cuanto a conocimiento que una enseñanza conductista, resultados que serán manifestados en las conclusiones de nuestra propuesta.

Esta propuesta se presentó y se aplicó en colegios de la región de Valparaíso.Al respecto podemos decir que la propuesta se dividió en dos grupos los cuales llamamos grupos experimentales y grupos control. Para un aprendizaje significativo, la propuesta PREPASIV fue diseñada en base a guías fundada en los aprendizajes esperados, los cuales se plantearon en forma secuencial, de manera tal que cada una dependiera de la otra. Estas guías proponen la construcción de mapas conceptuales al inicio y al final de la propuesta de manera tal que ellos entrelacen conceptos claves de la unidad así como también describir en cada una de las guías lo que aprendieron y lo que cada uno adjudicó como conceptos necesarios de estudio.

El resultado más importante desde el punto de vista didáctico, demuestra la importancia del diseño de la propuesta PREPASIV, que aporta una nueva concepción en los estilos de aprendizajes presentes actualmente en las salas de clases, donde la práctica conductista domina en gran mayoría los establecimientos educacionales de nuestro país.

El estudio de los resultados manifestó la importancia de una enseñanza que se base en la real adjudicación de conocimientos de manera significativa, entendiendo que esto conlleva como conclusión al enriquecimiento de las estrategias pedagógicas.

Palabras Claves: Aprendizaje Significativo, Mapas Conceptuales, Enseñanza Constructivista.

Abstract

The purpose of this work is to develop a proposal that raises a different conventional learning in order to achieve meaningful learning in math inequalities in the level of Third Year of High School , we will call PREPASIV .

Through this proposal , we seek not only to get students to construct their own knowledge, but also bring out the final results of a constructivist teaching is most successful in terms of a behavioral teaching knowledge , results that will be manifested in the conclusions of our proposal.

This proposal is presented and applied in schools in the region of Valparaíso. In this respect we can say that the proposal was divided into two groups which we call experimental groups and control groups. For meaningful learning, the proposal PREPASIV was designed based on guidelines established in the learning outcomes, which are raised sequentially, so that each depended on the other. These guidelines propose the construction of concept maps at the beginning and end of the proposal so that they interlock key concepts of the unit as well as described in each of the guides what they learned and what each awarded as necessary concepts of study.

The most important from the educational point of view, the result shows the importance of the design of the proposal PREPASIV, which brings a new concept in learning styles currently present in the classroom, where behavioral practice dominates most establishments' education in our country.

The study results showed the importance of an education that is based on the actual allocation of knowledge significantly, understanding that this conclusion leads to the enrichment of the pedagogical strategies.

Key words: Significant learning, concept map, constructivist teaching.

Introducción

La UNESCO ha señalado que las demandas que establece el siglo XXI al desarrollo mundial, obligan al sector educativo a realizar una profundas reflexión y revisión, de manera que se haga una adecuación del currículo escolar para que los usuarios puedan incorporarse a ese mundo globalizado e informatizado, si se intenta lograr aprendizajes efectivos y los niveles de calidad educativa pretendidos a nivel mundial, es por esto que si nos posicionamos como profesores tenemos el deber dereinventarnos en las aéreas en que nos especializamos cada uno y de esta manera ir cambiando el actual sistema educacional. Más aun nosotros como futuros profesores, en el área de la matemática nos damos cuenta que cada vez que se aborda un tema en esta materia, generalmente, carece de elementos que permitan establecer una relación que se torne amigable o significativa para el estudiante, volviéndose una asignatura sin sentido para él. Por esta razón analizar situaciones cotidianas llevándolas al aula, es el trabajo que tendremos cuando seamos profesores, para que de este modo el estudiante pueda darle sentido significativo a esta asignatura o como se dice de modo coloquial "que el estudiante le tome el gustito a la matemática".

Por lo antes señalado, es que analizamos situacionesen el ámbito económico, específicamente en el área de la contabilidad, ya que el mundo gira en un constaste crecimiento y los estudiantes no pueden ser ajeno a ello. Estas situaciones financieras, se presentan específicamente en las inecuaciones de primer grado con dos variables, las cuales son reflejadas en la unidad de Programación Lineal.

Para ello, PREPASIV se presentará aquí como una metodología de enseñanza que tiene como objetivo primordial el aprendizaje significativode las inecuaciones de primer grado con dos variables, la cual es expuesta mediante guías en donde se dirigen a comprender la resolución de situaciones problemas que involucren dicho tema.Para ello,la metodología de resolución de problema es esencial en algunas de nuestras guías, el cual está compuesto por tres grandes objetivos: la comprensión del problema; la creación de una estrategia de intervención y el logro del mejoramiento o la solución al problema. Sin embargo antes de resolver cualquier problema, hay que saber qué es un problema, para que de ese modo se inicie la metodología de resolución del problema. Hay que tener claro que a grandes rasgos un problema es la identificación de una dificultad de una aspiración o necesidad, pero este concepto lo desarrollaremos con más profundidad más adelante en el marco metodológico.

Además cabe mencionar que esta metodología de resolución de problema la sustentaremos en siete etapas, las cuales son: identificar el problema; explicar el problema; idear las estrategias alternativas; decidir la estrategia; diseñar la intervención; desarrollar la intervención; y evaluar los logros. Cada una de estas etapas cumple un rol fundamental, como es por ejemplo el identificar el problema, en esta etapa de delimita el área la situación problema, se estudia los indicadores del problema, en fin de cosa desglosarlo.

La lluvia de idea, en esta metodología es una de las herramientas que se puede utilizar para tratar de explicar el problema, el cual es otra etapa de esta resolución, la que ayudará a llegar a los logros de la solución de este.

Para llevar a cabo esto, el estudiante debe manejar conceptos anteriores importantes, que serán vistos a modo de repaso en clases y evaluaciones previas, reflejándoseen una evaluación inicial llamada pre-test y en la elaboración individual de un mapaconceptual para ver exactamente el enlace cognitivo que tienen cada uno referente al tema. Esto ayudará a presentarnos la estructura conceptual que tienen los estudiantes sobre esta unidad, ya que los mapas conceptuales son vistos como diagramas jerárquicos, los que al construirlos, presentarlos y rehacerlos son procesos que facilitan un aprendizaje significativo.

Una vez llevado a cabo esto lo anterior, podemos decir de manera concisa que, PREPASIV tendrá como finalidad crear una alternativa diferente para abordar la unidad Programación Lineal dentro del aula y con la esperanza de que un aporte para las futuras generaciones de profesionales en la educación.

Capítulo I

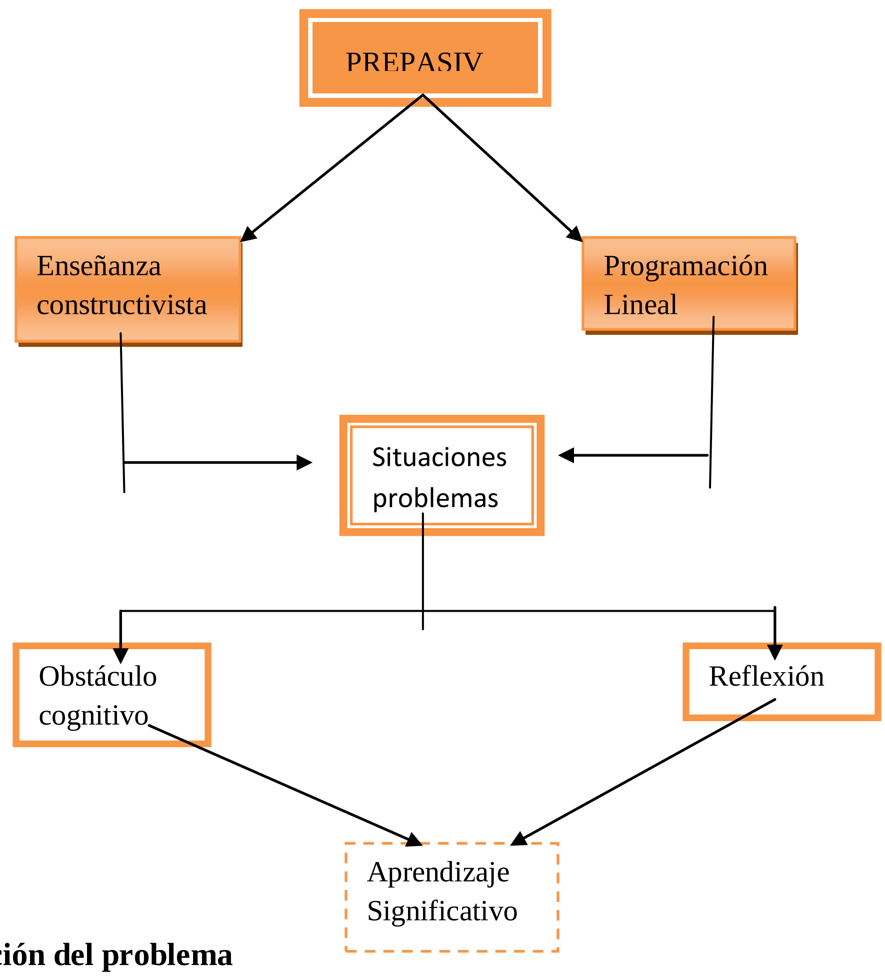
Planteamiento del Problema

1.1 Planteamiento del Problema

Hoy en día, en la mayoría de las escuelas de nuestro país se ha impuesto el modelo de enseñanza tradicional. Entiéndase por tradicional un tipo de enseñanza que no se fundamenta en una investigación científica en matemática educativa, que sólo está basada en el uso de la pizarra y lápiz. “Es un proceso imitativo, sin crítica, en el cual las respuestas no son producidas por un individuo, o un grupo de individuos, a partir de reflexiones sobre su acción en una realidad dada. El profesor habla y los alumnos escuchan sin hacer preguntas” (Alvarenga, 2006). Si bien desde un tiempo, se ha tratado de incorporar el modelo constructivista a nuestro sistema, hay varios profesores que se resisten a este cambio, argumentando que el sistema tradicional “les funciona” para obtener los resultados requerido. Además se puede concluir que“las disciplinas como matemática, al ser la cara visible de la “calidad de los aprendizajes” institucionales, reciben constantes presiones de las pruebas SIMCE y PSU, que determinan ranking y estatus, y de los padres y apoderados, que exigen rendimiento en ese tipo de pruebas que determinan el futuro profesional de los estudiantes.”(Olfos, Soto &Silva, 2007*)*, sin embargo los estudiantes egresados de estos colegios son simples entes mecánicos en donde no pueden relacionar más allá de “las islas de conocimientos” que se les entrego en su escolaridad. Sin lugar a dudas “este tipo de enseñanza, en general, no ha causado efectos reales de avance en el aprendizaje de conceptos matemáticos, especialmente en la enseñanza-aprendizaje de inecuaciones” (Alvarenga, 2006), ya que los estudiantes de hoy en día se han convertido en meros algebristas. Referido a este tema, profesores han realizado investigaciones sobre la conceptualización de la inecuación, terminaron por concluir la deficiencia de este concepto, ya que los estudiantes no diferencian entre la inecuación y la ecuación en un problema, desarrollando dicho problema de inecuación de la misma manera que lo hiciera en una ecuación, teniendo como único objetivo el tener un resultado sin saber representar dicho resultado.

Es por esto que se espera que se implemente el modelo constructivista en el sistema educacional, lo antes posible por nuestros profesores, el que consiste en una metodología en donde el estudiante es el protagonista activo de su aprendizaje, pero también coloca al profesor como un ente activo el cual diseña y organiza las situaciones para que este construya su conocimiento produciéndose un aprendizaje. Mirada como la acción docente y sus efectos observables, Silva, C. (2012), nos plantea que es en el dominio de la acción donde tiene lugar realmente la enseñanzaen el aula. Además, en lugar de representar la forma lineal la dirección de la causalidad, pensamos que es más exacto representarla en forma cíclica o circular.

Es por ello que PREPASIV consistirá en una secuencia de situaciones problemas, relacionadas con inecuaciones lineales, con dos variables, en donde los estudiantes tengan que enfrentar algún obstáculo cognitivo, teniendo que reflexionar sobre los posibles caminos a seguir para llegar a una solución, llegando de esta manera a un aprendizaje significativo sobre el tema.



1.2 Justificación del problema

Durante los años de estudios que hemos cursado a lo largo de nuestra vida escolar, podemos decir específicamente que, respecto al sector de matemática, gran parte de este tiempo lo hemos dedicado al sub-sector de álgebra, de ahí surge la siguiente pregunta, ¿por qué hay tantos estudiantes que les cuesta la visualización gráfica del algebra?, este tema es preocupante ya que toda matemática se puede visualizar en la vida diaria de alguna u otra manera y ellos no se dan cuenta de esto ya que su propósito al tener una expresión algebraica es tener un resultado, no comprendiendo dicho resultado y por ende no sabiendo dar respuesta al problema y menos aún visualizarlo en un gráfico. Este tipo de problemática lo han podido captar varios profesionales de la educación mediantes sus investigaciones, entre ellos podemos mencionar a Garrote Sánchez (2004) en su investigación que lleva por título "Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de bachillerato" en la cual concluye que los estudiantes no ven más allá de las expresiones algebraicas expuestas por el profesorado en aula, y es más, no reconocen las diferencias significativas que existen entre las ecuaciones e inecuaciones dando a conocer la carencia que existe en el valor semántico de los signos "=, >,<" ya que para ellos es sólo un símbolo que une dos expresiones algebraicas cosa que no es así.

Diferentes investigaciones se han dirigido al hecho que los estudiantes entienden que álgebra es "operar" con números y el único objetivo de esto es encontrar el resultado de la expresión, es por ello que nosotros como profesores de aula tenemos que empezar a mostrar el algebra con los diferentes sistemas de representación, favoreciendo la comprensión del álgebra, ya que esto proporciona distintas estrategias complementarias. Por lo antes señalado es que usaremos en nuestra propuesta de enseñanza-aprendizaje, la unidad de programación lineal, una unidad que conlleva en su gran parte el traspaso de los diferentes sistemas de representación, abarcando el pobre valor semántico que se le da a los símbolos de desigualdad mediante guías propuestas para que los estudiantes aprendan de una manera significativa los contenidos.

1.3 Importancia del Problema

Sin duda la importancia del problema como es la falta de conceptualización del término de inecuación, que es preocupante, ya que no tan sólo sucede esto con las inecuaciones sino con cada uno de los términos que involucran el sub-sector de Álgebra. Pero ¿por qué inecuaciones con dos variables?, ¿Por qué no se hizo una propuesta para algún tema diferente de álgebra? Si bien pudimos haber elegido otro tema que refleje la misma falta de conceptualización que tiene la inecuación, hemos creído que dicho tema es importante ya que podemos encontrarla reflejada en la economía, la computación, como también en la ingeniería. Estas tres áreas están hoy en día en la palestra del mundo entero y creemos que como profesores tenemos la obligación de formar entes pensantes los cuales en el futuro serán los que lleven al mundo en sus manos.

Podemos notar que esta unidad no es considerada en las pruebas de medición como es la PSU, pero no por ello es menos relevante ya que ésta involucra diferentes unidades importantes para dicha prueba como son las ecuaciones, desigualdades, inecuaciones con una variable, entre otras, además ayuda a la mejor comprensión de estas y por ende al álgebra.

1.4 Limitaciones y Delimitaciones del Problema

1.4.1 Limitaciones del Problema

Al iniciar con nuestra propuesta de enseñanza aprendizaje, no teníamos en cuenta los obstáculos que podría haber, solo nos percatamos de ello al iniciar la etapa de implementación.

Algunos de los obstáculos que no tomamos en cuenta al principio, se pueden traducir en dos grandes temas los cuales son:

- El acotado universo de colegios científico-humanista: Actualmente han ido en aumento los colegios Técnico Profesional, esto se puede deducir por la fuerte demanda, por parte de los alumnos, de tener la posibilidad de obtener un título de grado al finalizar el curso de cuarto año medio y así, en algunos casos, poder salir al campo laboral lo antes posible.

- La poca cantidad de establecimientos educacionales que implementan esta unidad: Varios liceos y colegios científico-humanista no presentan a los estudiantes dicha unidad, expuesta por el Ministerio de Educación a través de los Programas de Estudio, esto está ocurriendo por dos razones:

- Por lo atrasados que van los profesores en las unidades según el programa de estudio, obligando a este a rechazar esta unidad como parte del programa de estudio; o
- No es considerada relevante en la enseñanza de aprendizaje de los estudiantes, ya que ellos están siendo preparados para rendir la PSU (prueba de selección universitaria) y en dicha prueba esta unidad no es considerada, es por ellos que los profesores rechazan el tema ocupando su tiempo en "repasar o profundizar unidades más relevantes".

1.4.2 Delimitaciones del Problema

Son cuatro establecimientos Científico-Humanista mixtos que están involucrados en nuestra propuesta, en donde dos de ellos son colegios subvencionados y los dos restantes son colegios particulares, los cuales se encuentran en la Quinta región, específicamente en las comunas de Viña del mar, Valparaíso, Cartagena.

Estos colegios tienen matrículas desde Kinder a Cuarto Año de Enseñanza Media, implementándose la jornada completa en su totalidad. La buena conducta es un punto esencial, para la buena convivencia en su comunidad escolar, cada uno establece sus medidas disciplinarias.

Dichos establecimientos están enfocados en preparar a estudiantes en miras a la Enseñanza Superior, ya sean estatal o privada, es a causa de esto que el rendimiento de ellos, son regularmente buenos.

1.5 Formulación del Problema

Actualmente Chile está constantemente comparándose con el resto del mundo en todas las áreas y la Educación no es una excepción, es por ellos que pruebas Internacionales como la TIMSS y PISA son estándares que miden la calidad de la educación en el mundo, en las áreas de Lenguaje y Matemática. Respecto a esta última área es donde nos vamos a centrar, ya que es la asignatura en cuestión.

Los distintos gobiernos que han estado a la cabeza de Chile como también la sociedad, han querido que nuestro país mejore estos estándares que miden dichas pruebas mencionadas en donde los países asiáticos lideran dicho ranking. Este deseo ha hecho creer a las autoridades como también a la comunidad escolar que debemos “entrenar” a nuestros estudiantes de tal manera que los resultados producidos por este entrenamiento hagan cumplir tal deseo, pero lo que no se dan cuenta que ese es el inicio del problema, ya que a los estudiantes se les muestran una serie de fórmulas y caminos para resolver problemas específicos, no contando que los estudiantes tienen que crear un pensamiento reflexivo, en donde ellos hacen un encadenamiento cognitivo matemático y con esto serán capaces de resolver cualquier tipo de problema en sus distintos registros.

Capítulo II

Objetivos y Preguntas de la Investigación

2.1 Objetivo General

- Producir un quiebre cognoscitivo, a través de PREPASIV.

- Construir el concepto de inecuaciones de primer grado con dos variables de una manera significativa.

- Generar un aprendizaje significativo en los estudiantes, reflejándose en logros académicos.

2.2 Objetivos Específicos

- Apropiación del concepto de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

- Manejo adecuado de los distintos registros y la trasposición de estos.

- La adecuada resolución de problemas en planteo de inecuaciones de primer grado con dos variables.

- Propender, en los alumnos, un pensamiento reflexivo con el que logren apropiarse del concepto en estudio.

- Desarrollar en los alumnos la capacidad de que construyan estrategias personales para la resolución de problemas que involucren inecuaciones de primer grado con dos variables.

- Comparar resultados finales de grupos experimentales y grupos control comprobando así que la propuesta PREPASIV logra resultados exitosos.

2.3 Preguntas de Investigación

Las interrogantes que se producen al querer realizar esta propuesta son las siguientes:

- ¿Se produce una mejora en el rendimiento académico de los alumnos al hacer uso de la propuesta PREPASIV?
- ¿Al hacer uso de las guías con aprendizajes esperados (propuesta en PREPASIV), genera un incremento en el aprendizaje significativo?

Capítulo III

Marco Teórico

Marco teórico

Contextualizando nuestro trabajo primeramente tenemos que entender los conceptos claves de este, como son: Didáctica, Aprendizaje Significativo, Constructivismo, resolución de problema, Mapas Conceptuales.

3.1 Didáctica

Didáctica de cualquier materia significa, en palabras de Freudenthal (1991), la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia. Los didactas son organizadores: desarrolladores de educación, autores de libros de texto, profesores de toda clase, incluso los estudiantes que organizan su aprendizaje individual o grupal.

Para Brousseau (Kieran, 1998), la didáctica es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento. Saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza es el objetivo de la didáctica.

Para Steiner (1985) la complejidad de los problemas planteados en la didáctica de las matemáticas produce dos reacciones extremas. En la primera están los que afirman que la didáctica de la matemática no puede llegar a ser un campo con fundamentación científica y, por lo tanto, la enseñanza de la matemática es esencialmente un arte. En la segunda postura encontramos aquellos que piensan que es posible la existencia de la didáctica como ciencia y reducen la complejidad de los problemas seleccionando sólo un aspecto parcial al que atribuyen un peso especial dentro del conjunto, dando lugar a diferentes definiciones y visiones de la misma. Steiner considera que la didáctica de la matemática debe tender hacia lo que Piaget denominó transdisciplinariedad lo que situaría a las investigaciones e innovaciones en didáctica dentro de las interacciones entre las múltiples disciplinas, (Psicología, Pedagogía, Sociología entre otras sin olvidar a la propia Matemática como disciplina científica) que permiten avanzar en el conocimiento de los problemas planteados.

Para Silva, C.(2013) la didáctica es la disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza en cuanto propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos; con singular incidencia en la mejora de los sistemas educativos reglados y las comunidades implicadas, ya sean escolar, familiar, multicultural e intelectual, como también los espacios no formales.

Por consiguiente, la didáctica como actividad general ha tenido un amplio desarrollo en las cuatro últimas décadas de este siglo. Sin embargo, no ha acabado la lucha entre el idealista, que se inclina por potenciar la comprensión mediante una visión amplia de la matemática, y el práctico, que clama por el restablecimiento de las técnicas básicas en interés de la eficiencia y economía en el aprendizaje. Ambas posturas se pueden observar tanto en los grupos de investigadores, innovadores y profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos.

3.1.1 Teorías del Aprendizaje Significativo

3.1.1.1 El Aprendizaje Significativo según Ausubel

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos, son relacionados de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983).

Por tanto un aprendizaje significativo ocurre cuando una idea nueva se conecta mediante un concepto preexistente en una estructura cognitiva en un individuo.

Contrariamente al aprendizaje significativo, se produce el aprendizaje mecánico, cuando no existen conceptos amplios o claros adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre - existentes, un ejemplo de ello sería el simple aprendizaje de fórmulas en física, esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que consta de puras asociaciones arbitrarias, cuando "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo" siendo independiente de la cantidad de significado potencial que la tarea tenga. (Ausubel, 1983).

Por tanto, un aprendizaje mecánico ocurre cuando un individuo carece de conceptos preexistentes, para desarrollar una idea nueva utilizando sólo la aplicación de fórmulas, locual las investigaciones establecen que es un mecanismo muy utilizado por los profesores, especialmente en las matemáticas.

El conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, si no que es algo que se construye mediante habilidades y operaciones cognoscitivas que se inducen en la interacción social.

Obviamente, el aprendizaje mecánico no se da en un “vacío cognitivo “puesto que debe existir algún tipo de asociación, pero no en el sentido de una interacción como en el aprendizaje significativo. El aprendizaje mecánico puede ser necesario en algunos casos, por ejemplo en la fase inicial de un nuevo cuerpo de conocimientos, cuando no existen conceptos relevantes con los cuales pueda interactuar, en todo caso el aprendizaje significativo debe ser preferido, pues, este facilita la adquisición de significados, la retención y la transferencia de lo aprendido.

Finalmente Ausubel no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una separación, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir simultáneamente en la misma tarea de aprendizaje (Ausubel, 1983); por ejemplo la simple memorización de fórmulas se ubicaría en uno de los extremos de ese continuo “aprendizaje mecánico” y el aprendizaje de relaciones entre conceptos podría ubicarse en el otro extremo “Aprendizaje Significativo” cabe resaltar que existen tipos de aprendizaje intermedios que comparten algunas propiedades de los aprendizajes antes mencionados, por ejemplo Aprendizaje de representaciones o el aprendizaje de los nombres de los objetos.

3.1.1.2 Características del Aprendizaje Significativo

David P. Ausubel acuña la expresión Aprendizaje Significativo para contrastarla con el Aprendizaje Memorístico.

Así, afirma que las características del Aprendizaje Significativo se centran en la incorporación de los nuevos conocimientos en forma sustantiva en la estructura cognitiva del estudiante, esto se logra gracias a un esfuerzo deliberado del estudiante por relacionar los nuevos conocimientos a los conocimientos previos, y todo lo anterior se lleva a cabocon un compromiso del estudiante del querer aprender, es decir, lograr una implicación afectiva en donde aquello que se le presente lo considere valioso

3.1.1.3 Ventajas del Aprendizaje Significativo

El Aprendizaje Significativo tiene claras ventajas sobre el Aprendizaje Memorístico:

i. Produce una retención más duradera de la información. Modificando la estructura cognitiva del alumno mediante reacomodos de la misma para integrar a la nueva información.
ii. Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos en forma significativa, ya que al estar clara mente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos.
iii. La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la llamada memoria a largo plazo, en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios concretos.
iv. Es activo, pues depende de la asimilación deliberada de las actividades de aprendizaje por parte del alumno.
v. Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del alumno, estos están dados por los conocimientos previos y la forma como éstos se organizan en la estructura cognitiva.

A pesar de estas ventajas, muchos alumnos prefieren aprender en forma memorística, convencidos por triste experiencia que frecuentemente los profesores evalúan el aprendizaje mediante instrumentos que no comprometen otra competencia que el recuerdo de información, sin verificar su comprensión.

Es útil mencionar que los tipos de aprendizaje memorístico y significativo son los extremos de un continuo en el que ambos coexisten en mayor o menor grado y en la realidad no podemos hacerlos excluyentes. Muchas veces aprendemos algo en forma memorista y tiempo después, gracias a una lectura o una explicación, aquello cobra significado paranosotros; o lo contrario, podemos comprender en términos generales el significado de un concepto, pero no somos capaces de recordar su definición o su clasificación.

3.1.1.4 Requisitos para lograr el Aprendizaje Significativo

De acuerdo a la Teoría de Ausubel, para que se puedan lograr aprendizajes significativos es necesario se cumplan tres condiciones:

- ***Significatividad lógica del material.***

Esto es, que el material presentado tenga una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados. Los conceptos que el profesor presenta, siguen una secuencia lógica y ordenada. Es decir, importa no sólo el contenido, sino la forma en que éste es presentado.

- ***Significatividad psicológica del material.***

Esto se refiere a la posibilidad de que el alumno conecte el conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva.
Los contenidos entonces son comprensibles para el alumno. El alumno debe contener ideas inclusoras en su estructura cognitiva, si esto no es así, el alumno guardará en memoria a corto plazo la información para contestar un examen memorista, y olvidará después, y para siempre, ese contenido.

- ***Actitud favorable del alumno*.**

Bien señalamos anteriormente, que el alumno quiera aprender no basta para que se dé el aprendizaje significativo, pues también es necesario que pueda aprender (significación lógica y psicológica del material). Sin embargo, el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere aprender. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en el que el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

3.1.1.5 Tipos de Aprendizaje Significativo

Ausubel señala tres tipos de aprendizajes, que pueden darse en forma significativa:

- ***Aprendizaje de Representaciones***

Es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo aún no los identifica como categorías. Por ejemplo, el niño aprende la palabra "mamá" pero ésta sólo tiene significado para aplicarse a su propia madre.

- ***Aprendizaje de Conceptos***

El niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus propias madres. Lo mismo sucede con "papá", "hermana", "perro".

También puede darse cuando, en la edad escolar, los alumnos se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos tales como "gobierno", "país", "democracia", "mamífero".

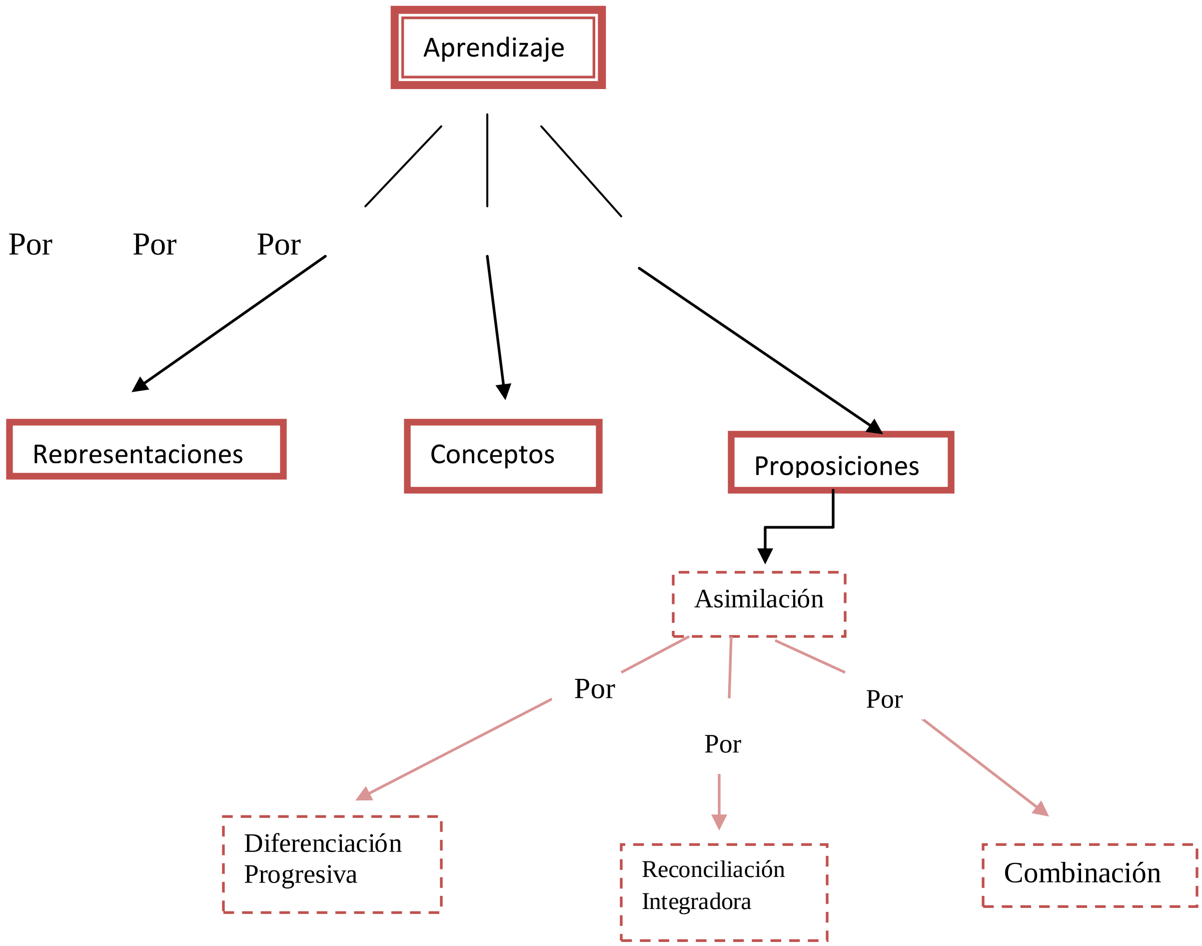
- ***Aprendizaje de Proposiciones***

Cuando el alumno conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en las que se afirme o niegue algo. Así un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Dicha asimilación puede asimilarse mediante uno de los siguientes procesos:

a) ***Por diferenciación progresiva.*** Cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce el concepto de triángulo y al conocer su clasificación puede afirmar: *"Los triángulos pueden ser isósceles, equiláteros o escalenos"*.

b) ***Por reconciliación integradora.*** Cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía. Por ejemplo, el alumno conoce los perros, los gatos, las ballenas, los conejos y al conocer el concepto de "*mamífero"* puede afirmar: "*Los perros, los gatos,las ballenas y los conejos son mamíferos"*.

c) **Por combinación de los dos anteriores.**



3.1.1.6Aprendizaje de diversos contenidos curriculares

- **El Aprendizaje de Contenidos Declarativos**

Se refiere al conjunto de objetos, propiedades y relaciones generales que se transmite a la persona que tendrá que resolver el problema, según su criterio de razonamiento.

- **El Aprendizaje de Contenidos Procedimentales**

  Se refiere al conjunto de acciones y/o estrategias, que están planeadas para promover el proceso de enseñanza y aprendizaje, que faciliten a los participantes desarrollar secuencias de habilidades para resolver problemas.

- **El Aprendizaje de Contenidos Actitudinales- Valores**

  Se refiere a la motivación generada en el proceso de enseñanza y aprendizaje, reestructurando actitudes congruentes para aprender.

3.2 Conceptos de la Innovación Didáctica

3.2.1 El Constructivismo Pedagógico

El constructivismo pedagógico es un modelo reciente que no es aplicado al cien por ciento en nuestro contexto educativo, sin embargo se han podido realizar algunas aplicaciones en algunos niveles educativos por algunos docentes. A continuación se abordarán aspectos principales del constructivismo, tales como: conceptualización, contexto de origen, la enseñanza constructivista, el papel del profesor y el del estudiante.

- ***Conceptualización del Constructivismo Pedagógico.***

"Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo, tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día con día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posesión del constructivismo, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción?, fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con la que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea"(Carretero, M. 1997).

"El constructivismo es una confluencia de diversos enfoques psicológicos que enfatizan la existencia y prevalencia en los sujetos cognoscentes de procesos activos en la construcción del conocimiento, los cuales permiten explicar la génesis del comportamiento y el aprendizaje. Se afirma que el conocimiento no se recibe pasivamente ni es copia fiel del medio". (Díaz, F, 2004)

- ***Contexto De Origen***

El llamado Constructivismo, como corriente pedagógica contemporánea, representa quizá la síntesis más elaborada de la Pedagogía del siglo XX, porque constituye una aproximación integral de un movimiento histórico y cultural de mayores dimensiones: la Escuela Activa. Movimiento que en su tiempo asumió una concepción reformista y una actitud transformadora de los procesos escolares. El Constructivismo en otras palabras sería, en todo caso, una corriente que se desprende de ese gran movimiento pedagógico cuyas implicaciones ideológicas y culturales están aún vigentes en las prácticas educativas de hoy en día.

En sus orígenes, el constructivismo surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano. Según Martínez (2004), se encuentran algunos elementos del constructivismo en el pensamiento de autores, tales como: Vico, Kant, Marx o Darwin. En estos autores, así como en los actualesexponentes del constructivismo en sus múltiples variantes, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y controlar propositivamente la naturaleza, y construir la cultura.

Algunos autores se centran en el estudio del funcionamiento de la mente de los individuos: el constructivismo psicogénetico de Piaget. El foco de interés se ubica en el desarrollo de dominios de origen social, como el constructivismo social de Vygostky, y la escuela sociocultural o socio histórico.
También es posible identificar un constructivismo radical, planteado por autores como Von Glaserfeld o Matarona, quienes postulan que la construcción del conocimiento es

enteramente subjetiva, por lo que no es posible formar representaciones objetivas ni verdaderas de la realidad, sólo existen formas viables o efectivas de actuar sobre la misma.

- ***La Enseñanza Constructivista***

La enseñanza constructivista considera que el aprendizaje humano, es siempre una construcción interior, aún en el caso de que el educador acuda a una exposición magistral, pues ésta no puede ser significativa si sus conceptos no corresponden ni se insertan en los conceptos previos de los estudiantes. Con mayor razón en la enseñanza constructivista, cuyo propósito es precisamente facilitar y potenciar al máximo ese procesamiento interior del estudiante con miras a su desarrollo.

Las características esenciales de la acción constructivista son básicamente cuatro:

i. Se apoya en la estructura conceptual de cada estudiante: parte de las ideas y preconceptos de que el estudiante trae sobre el tema de la clase.

ii. Anticipa el cambio conceptual que se espera de la construcción activa del nuevo concepto y su repercusión en la estructura mental.

iii. Confronta las ideas y preconceptos afines del tema de la enseñanza, con el nuevo concepto científico que enseña.

iv. Aplica el nuevo concepto a situaciones concretas y lo relaciona con otros conceptos de la estructura cognitiva con el fin de ampliar su transferencia.

Las condiciones necesarias para potenciar la enseñanza constructivista son:

i. Generar insatisfacciones con los prejuicios y preconceptos, facilitando que los estudiantes caigan en cuenta de sus incorrecciones.

ii. Que el nuevo concepto empiece a ser claro y distinto al anterior.

iii. Que el nuevo concepto muestre su aplicabilidad a situaciones reales.

iv. Que el nuevo concepto genere nuevas preguntas y expectativas.

v. Que el estudiante observe, y comprenda las causas que originaron sus prejuicios y nociones erróneas.

vi. Crear un clima para la libre expresión del estudiante, sin coacciones ni temor a equivocarse.

vii. Propiciar las condiciones para que el estudiante sea partícipe del proceso de enseñanza-aprendizaje, desde la planeación de la misma, desde la selección de las actividades, desde las consultas de fuentes de información, entre otras.

- ***Papel del profesor.***

El profesor es considerado un mediador entre el conocimiento y el aprendizaje de los estudiantes, comparte sus experiencias y saberes en una actividad conjunta de construcción de los conocimientos.

Es facilitador del conocimiento, dando a los estudiantes una plataforma necesaria para acceder, lograr, alcanzar y en consecuencia construir aprendizajes significativos.

Las características del profesor podrían quedar resumidas de la siguiente manera:

i. Persona reflexiva, capaz de tomar decisiones y resolver los problemas de la mejor manera, tomando en cuenta el contexto socio-cultural del centro docente.

ii. Consciente y analizador de sus propias ideas y paradigmas sobre el proceso enseñanza-aprendizaje.

iii. Abierto a cambios e innovaciones.

iv. Promotor de los aprendizajes significativos, aplicables en la vida cotidiana del estudiante.

v.Capaz de prestar ayuda pedagógica a la diversidad de necesidades e intereses de sus estudiantes. La finalidad última de la intervención pedagógica es desarrollar en el estudiante la capacidad de realizar aprendizajes significativos por si solo en una amplia gama de situaciones y circunstancias, "aprender a aprender" (Coll, 1988).

Para nosotros, un profesor constructivista debe reunir las siguientes características:

a) Promueve aprendizajes significativos, que tengan sentido y sean funcionales para los estudiante.

b) Presta una ayuda pedagógica ajustada a la diversidad de necesidades o intereses y situaciones en que se involucran los estudiantes.

c) Es un mediador entre el conocimiento y el aprendizaje de sus estudiantes.

d) Es un profesional reflexivo que piensa críticamente en su práctica- toma decisiones y soluciona problemas pertinentes al contexto de su clase.
e) Respeta a sus estudiantes, sus opiniones, aunque no las comparta.
f) Evita apoderarse de la palabra y convertirse en un simple transmisor de información, es decir, no caer en la enseñanza verbalista o unidireccional.
g) Establece una buena relación interpersonal con los estudiantes basada en valores que intenta enseñar: el respeto, la tolerancia, la empatía, la convivencia.

- ***Papel del Estudiante***

Con lo que respecta al papel del estudiante, trata de subrayar la importancia de la actividad constructivista o reconstructivista del educando en su aprendizaje, mediante actividades de asimilación y acomodación de nuevos conocimientos a esquemas precedentes, los cuales a su vez se van construyendo a partir de los nuevos datos.
El estudiante que aprende no es meramente pasivo ante el docente o el entorno. El conocimiento no es un mero producto del ambiente, ni un simple resultado de las actividades internas del aprendiz, sino una construcción por interacción, que se va produciendo y enriqueciendo cada día como resultado entre el aprendiz y los estímulos externos.
Tal actividad se propicia mediante el ejercicio de la investigación, el fomento de la autonomía intelectual y moral, el aprendizaje significativo o la memorización comprensiva, la aplicación de lo aprendido y los procesos de individualización y socialización.
Se trata de motivar y enseñar al estudiante a pensar y actuar a través de contenidos significativos y contextualizados. En este proceso, el estudiante es el responsable de su proceso de aprendizaje. Parte de las características del estudiante son:

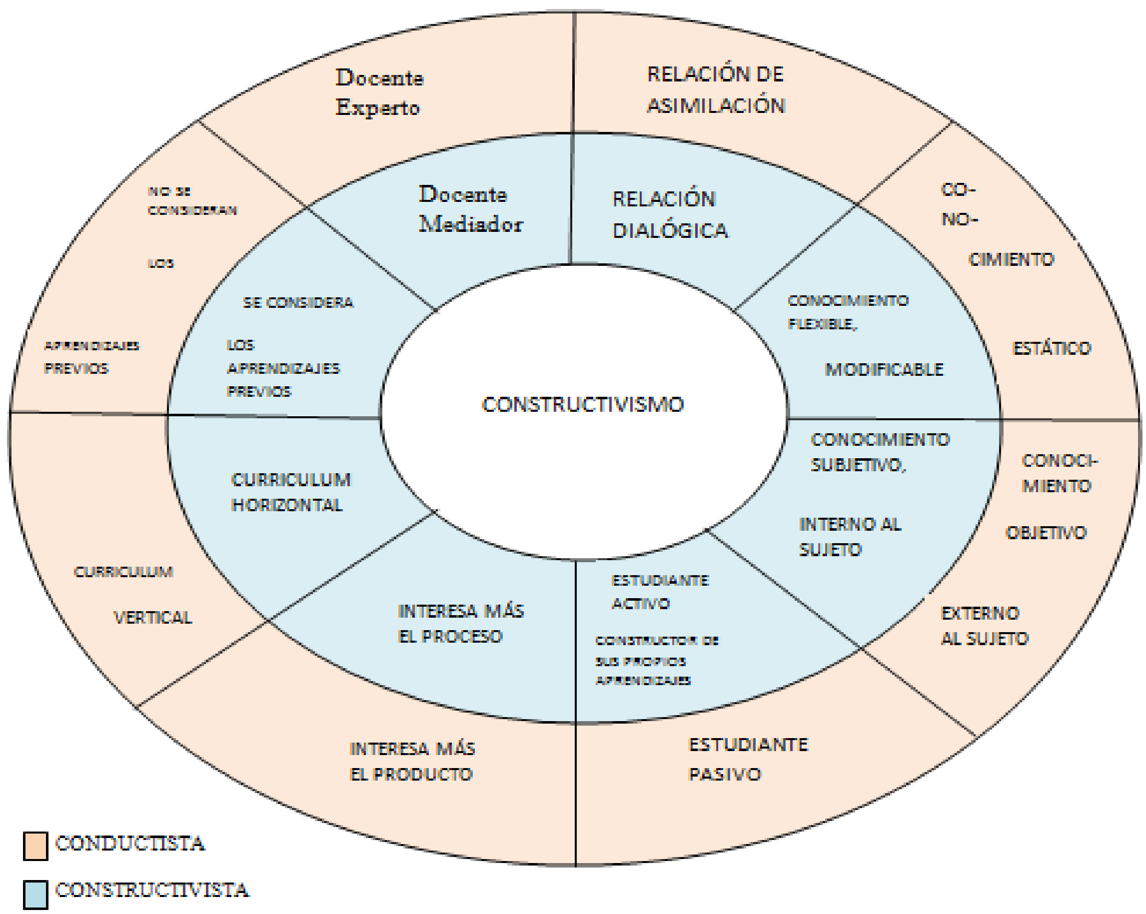
- ✓ Es autónomo, para ello es conveniente diseñar actividades en las que el alumno pueda aprender a investigar de manera autónoma y ponga en práctica el aprendizaje por descubrimiento.
- ✓ Es activo, el aprendizaje es un proceso activo en el que el estudiante tiene que buscar soluciones. Es importante que el estudiante participe en actividades.
- ✓ Desarrolla su creatividad y actitud crítica. De ahí que haya que fomentar la reflexión y el pensamiento divergente.

- ✓ Es responsable de su propio proceso de aprendizaje.

La experiencia previa del estudiante es un remanente de gran valor. De ahí que su visión del mundo sea difícil de modificar.

- ***Relación entre profesor y estudiantes***
    - ✓ Participar activamente en las actividades propuestas.
    - ✓ Proponer ideas.
    - ✓ Defender ideas.
    - ✓ Vincular sus ideas y las de los demás.
    - ✓ Preguntar a otros para comprender y clarificar.
    - ✓ Proponer soluciones.
    - ✓ Escuchar tanto a sus pares como al coordinador o facilitador.
    - ✓ Cumplir con las actividades propuestas.
    - ✓ Cumplir con los plazos estipulados.

Gráfico que explica las diferencias entre el aprendizaje constructivista y el conductista.



Silva, C 2012

3.3 Mapas Conceptuales

Los mapas conceptuales dirigen la atención, tanto del estudiante como del profesor, sobre el reducido número de ideas importantes en las que deben concentrarse en cualquier tarea específica de aprendizaje. Un mapa conceptual también puede hacer las veces de “mapa de carreteras” donde se muestran algunos de los caminos que se pueden seguir para conectar los significados de los conceptos de forma que resulten proposiciones. Una vez que se ha completado una tarea de aprendizaje, los mapas conceptuales proporcionan un resumen esquemático de todo lo que se ha aprendido. (Novak, Gowin, 1988).
Es por los dichos de Novak y Gowin, que nos interesa utilizar este tipo de herramientas para la aplicación de nuestras clases y también para el trabajo de cada uno de nuestros estudiantes.

3.3.1 Relación entre los Mapas Conceptuales y el Aprendizaje Significativo

El conocimiento se construye a partir de conceptos y relaciones entre conceptos. Para Novak, los mapas conceptuales, se basan en la teoría constructivista del aprendizaje de Ausubel, donde un concepto es una regularidad en sucesos o hechos, que se “etiqueta” con una palabra.

De acuerdo con la teoría constructivista del aprendizaje desarrollada por Ausubel, a mediados del siglo pasado, el estudiante construye el nuevo conocimiento, sobre la base de conocimientos previos. Dicho de otra manera, para que aquél sea significativo (no memorístico) no basta con añadir piezas de información aisladas, sino que es preciso establecer relaciones significativas (para el estudiante) entre lo nuevo y lo prexistente. Para ello es necesario procesar la información, organizarla y, posteriormente, memorizarla. Pues bien, resulta que los mapas conceptuales son especialmente útiles para el aprendizaje significativo y para su evaluación.

Como se explicó anteriormente es significativo para el estudiante o aprendiz cuando adquiere un significado para él, a partir de la relación que establece entre el conocimientonuevo que está adquiriendo y las estructuras cognitivas que él ya ha desarrollado. En elaprendizaje significativo hay una interacción entre el nuevo conocimiento y el ya existente, en la cual ambos se modifican.

En la medida en que el conocimiento sirve de base para la atribución de significados a la nueva información, él también se modifica, o sea, los conceptos van adquiriendo nuevos significados, tornándose más diferenciados, más estables.

La estructura cognitiva está constantemente reestructurándose durante el aprendizaje significativo. El proceso es dinámico, por lo tanto el conocimiento va siendo construido, de aquí que se relaciona con las teorías constructivistas del aprendizaje. Éste aprendizaje, según Coll, C. (1997) consiste en establecer jerarquías conceptuales que prescriben una secuencia descendente: partir de los conceptos más generales e inclusivos hasta llegar a los más específicos, pasando por los conceptos intermedios.

De acuerdo a la teoría del aprendizaje significativo, es necesario conocer que conocimientos tiene el estudiante antes de comenzar la adquisición de los conceptos y es a partir de lo que el estudiante conoce (conocimiento previo), que se debe diseñar el programa. Debido a que este es quien debe adaptarse al conocimiento inicial que tiene el estudiante.

Por esta situación se hace imprescindible antes de comenzar a trabajar con el estudiante, realizar un diagnostico inicial, si se quiere lograr un aprendizaje significativo. Si el estudiante no ha logrado alcanzar el conocimiento necesario se trabaja en función de las individualidades.

Los primeros niveles de jerarquía de los mapas conceptuales son útiles para conseguir el aprendizaje significativo del estudiantado de aprendizaje más lento, ya que tienen los conceptos más básicos de la unidad didáctica, por lo que son un instrumento potente para las adaptaciones curriculares.

3.3.2 Elementos de un Mapa Conceptual

En la estructuración de un Mapa Conceptual se consideran los siguientes elementos:

- **Concepto:** Es un evento o un objeto que con regularidad se denomina con un nombre o etiqueta (Novak y Gowin). Gramaticalmente los conceptos se identifican como nombres, adjetivos y pronombres. Los conceptos son, según Novak, J. (1984) desde la perspectiva del individuo, las imágenes mentales que provocan en nosotros las palabras o signos con los que nos expresamos.

  Esas imágenes mentales tienen elementos comunes en todos los individuos y matices personales. Es decir nuestros conceptos no son exactamente iguales, aunque usemos las mismas palabras. “Los significados son idiosincrásicos”, porque explican la forma peculiar de cada uno de captar inicialmente el significado de un término, la experiencia acumulada sobre la realidad a la que alude, los sentimientos que provoca.Por ejemplo el término petróleo no significa lo mismo para un transportista, que para un ecologista.

  Hay diferencia entre concepto e imágenes mentales: estas tienen un carácter sensorial y aquellos abstractos. Un número reducido de conceptos se adquiere tempranamente mediante el descubrimiento. La mayor parte de los significados asignados a las palabras se aprende a través de proposiciones que incluyen el nuevo concepto. Aunque la práctica facilite este aprendizaje. De lo anterior se deduce la importancia del uso en grupos del mapa conceptual para descubrir el conocimiento previo y socializarlo ante otros alumnos, tal vez discutirlos e uniformar criterios en torno a significados. Es en este ambiente donde se hacen evidentes errores de conceptos por parte de los alumnos.

- **Proposición:** son dos o más conceptos ligados por palabras en una unidad semántica.

- **Enlaces o Conectores:** son las palabras utilizadas para ligar los conceptos. Son los verbos, las preposiciones, las conjunciones, el adverbio y en general todas las palabras que no sean un concepto.

- **Enlaces cruzados:** Relacionan un conjunto de conceptos o proposiciones con otros.

3.3.3 Utilidad Educativa de los Mapas Conceptuales

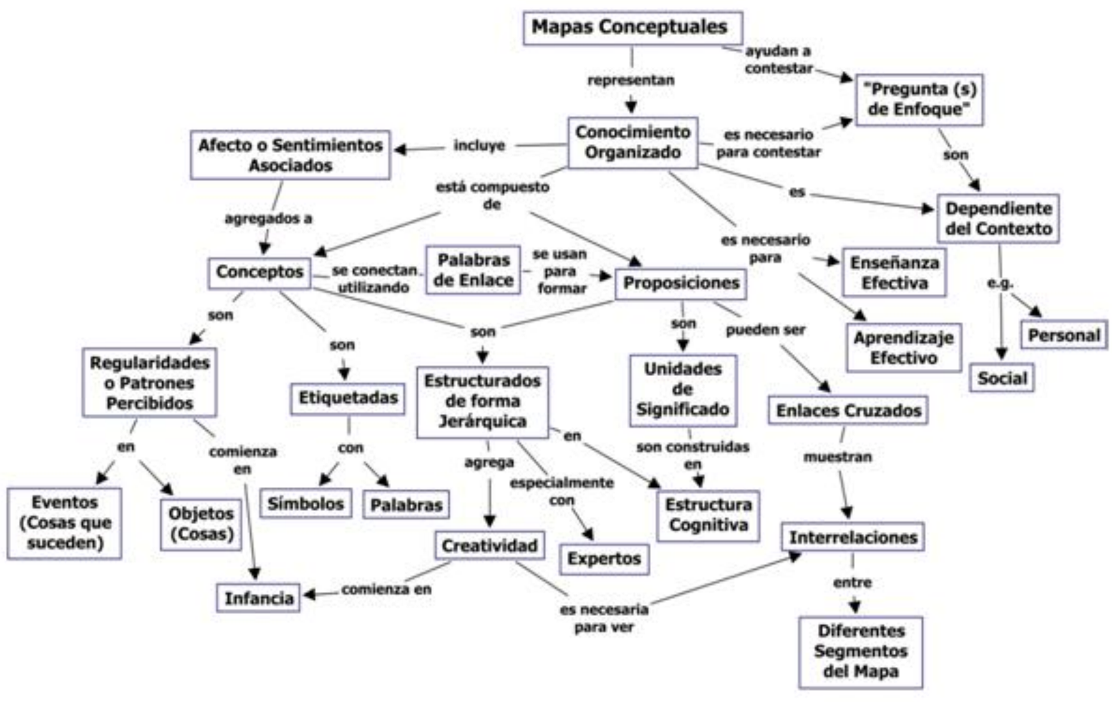
El profesor puede utilizar los mapas conceptuales para planificar el currículum, seleccionando los contenidos significativos y determinando qué rutas se siguen para organizar los significados y negociarlos con los estudiantes, así como para señalar las concepciones equivocadas que puedan tener. Se puede construir un mapa conceptual global en el que aparezcan las ideas más importantes que se van a tener en cuenta durante el curso, para pasar luego a los mapas conceptuales más específicos que agrupan temas o bloques de contenidos y, finalmente, al mapa conceptual detallado de uno o pocos días de clase. Esto ayuda a los estudiantes a relacionar de forma coordinada los distintos niveles de trabajo y a encajar los detalles en el entramado de relaciones globales. Podemos ayudarlos visualmente colgando en las paredes de la clase todos nuestros mapas (globales, específicos y detallados), de modo que profesores y alumnos puedan ver fácilmente dónde se encuentran, de dónde vienen y a dónde van. Ilustrándolos con fotos o dibujos que representen los conceptos claves de forma que los hagan atractivos.

Extracción del significado de los libros de texto. Los mapas conceptuales ayudan al que aprende a hacer más evidentes los conceptos clave o las proposiciones que se van a aprender, a la vez que sugieren conexiones entre los nuevos conocimientos y lo que ya sabe el alumno. Se hace necesario trabajar con los estudiantes para hacer juntos un bosquejo de un mapa con las ideas clave de un apartado o de un capítulo. El tiempo que se dedica a ello es un ahorro de tiempo para los estudiantes en lecturas posteriores y resaltan de manera sustancial los significados que extraigan del texto.

Herramienta para ilustrar el desarrollo conceptual. Una vez que los estudiantes han adquirido las habilidades básicas necesarias para construir mapas conceptuales, se pueden seleccionar seis u ocho conceptos clave que sean fundamentales para comprender el tema o el área que se quiere cubrir, y requerir de los estudiantes que construyan un mapa que relacione dichos conceptos, añadiendo después otros conceptos relevantes adicionales que se conecten a los anteriores para formar proposiciones que tengan sentido. Al cabo de tres semanas, los estudiantes pueden quedar sorprendidos al darse cuenta de hasta qué punto han elaborado, clarificado y relacionado conceptos en sus propias estructuras cognitivas.No hay nada que tenga mayor impacto motivador para estimular el aprendizaje significativo, que el éxito demostrado de un alumno que obtiene logros sustanciales en el propio aprendizaje significativo.

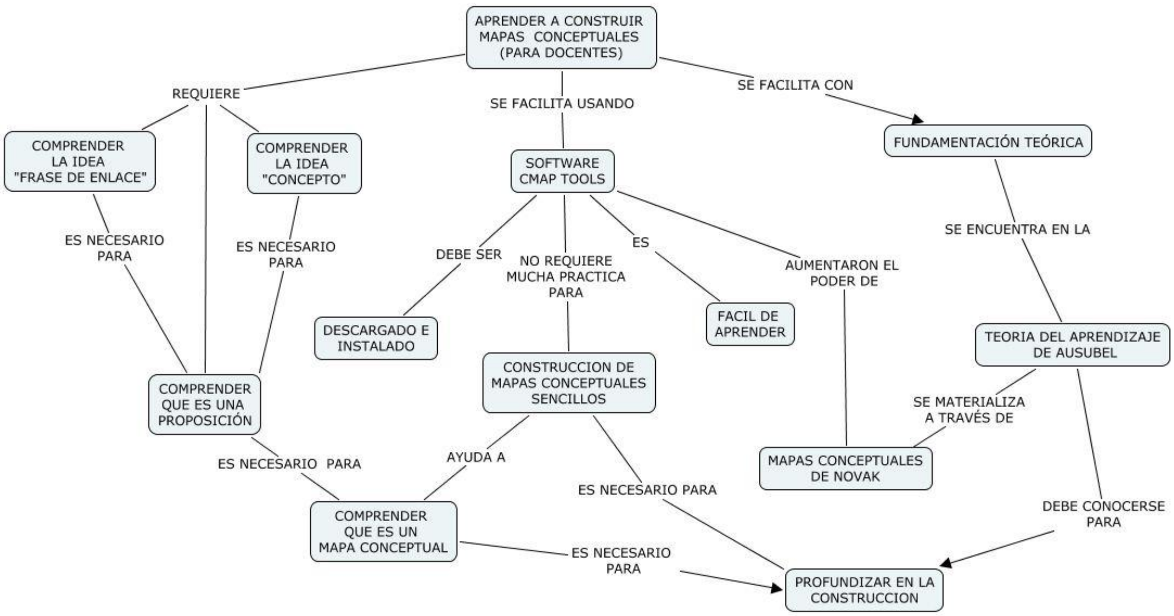
Instrumento de evaluación. La elaboración de mapas conceptuales posibilita diseñar pruebas que evalúen si los alumnos y alumnas han analizado, sintetizado, relacionado y asimilado los nuevos conocimientos.

CREACIÓN DE MAPAS CONCEPTUALES.



Silva, (2012)

ºMAPAS CONCEPTUALES (para profesores)



3.4 Metodología de Resolución de Problemas

¿Qué es un problema?

Consideramos que es un término de origen latino que proviene a su vez del griego y significa "lanzar hacia adelante". Presenta además las siguientes acepciones: "cuestión que se trata de aclarar, proposición o dificultad de solución dudosa; conjunto de hechos y circunstancias que dificultan la consecución de algún fin; proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos".

La identificación de una dificultad o del entorpecimiento de una aspiración o necesidad. En la expresión de Fustier (1989) todo problema humano nace de necesidades humanas; existe una estrecha relación entre necesidad y los problemas a resolver, porque estos no son evidentes en sí mismos. Ellos pueden presentarse en los resultados, en los procesos para obtener tales logros; pueden asimismo ser problemas de instrumentos, de organización, de estructuras, o estar relacionados con la formación, información, motivación o las competencias de las personas. Unos y otros son problemas que obstaculizan los logros de las acciones o propósitos. Es por esto que el elegir el problema adecuado para el estudiante,es una tarea importantísima, ya que dicho problema estaría cumpliendo con dos intenciones primordiales: la motivación del estudiante y/o la de inducir el objetivo de la clase al estudiante o ayudar en ese proceso.

En este proceso de motivación identificamos dos fases: la primera se motiva con el análisis del problema y la segunda se motiva con la vía de solución encontrada por todos los miembros que participan de la clase.

Motivación

Primera fase: se motiva con el análisis del problema

Segunda fase: Se motiva con la vía de solución encontrada por todos.

Motivación práctica o extra-materia → El problema es tomado de la practica que rodea al estudiante.

Motivación Intra-materia → El problema surge de la construcción de las diversas asignaturas de estudio.

Es por esto, que el foco metodológico de la resolución de problemas, es develar “qué hacer” y también trabajar sobre los “cómo hacer”. Respecto a lo anterior, la resolución de problemas es una competencia primordial de la gestión estratégica del campo educativo, porque su preocupación es qué hacer con los problemas, de forma tal de asegurar calidad y realización de los mismos. En la resolución de problemas como método nos concentraremos en encarar y generar las mejores condiciones en tres grandes objetivos:

- La comprensión del problema,

- La creación de una estrategia de resolución o intervención y
- El logro del mejoramiento o la solución al problema.

Para ello, la metodología se organiza en siete etapas a transitar; pero, si bien estas se presentan en forma sucesiva, en los hechos se desarrollan en formas no lineales, es decir, avanzando y algunas veces retrocediendo sobre la etapa anterior para establecer mayorclaridad y decisión. Hemos considerado que es un método analítico de estudio y reflexión que no debería perder su naturaleza más intrínseca: la de ser un método global.

ADOPCIÓN DE METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

OBJETIVOS	ETAPAS
COMPRENDER EL PROBLEMA En su complejidad y su resonancia para los grandes objetivos educativos.	**1. Identificar el problema** **2. Explicar el problema**
CREAR UNA ESTRATEGIA DE SOLUCIÓN Apoyada en las fortalezas, que minimice los efectos negativos y que asegure logros reales.	**3. Idear las estrategias alternativas.** **4. Decidir la estrategia** **5. Diseñar la intervención.**
LOGRAR EL MEJORAMIENTO Del problema, permitiendo además la transferencia y acumulación de los conocimientos aprendidos.	**6. Desarrollar la intervención** **7. Evaluar los logros.**

- **Identificar el problema**

  La resolución de un problema o la intervención en una situación educativa problemática con fines de mejoramiento requieren un conocimiento profesional que “defina, delimite y explique cuál es el problema, por qué se genera y cuáles son las variables susceptibles” (Blanco J, 1993) de ser manipuladas a través de una estrategia racional.

La identificación de la situación problemática es la primera etapa que se ocupa de estudiar las manifestaciones visibles del problema, conocerlo a través de indicadores y registros, cercarlo en sus efectos, delimitar el área y población de influencia, cuantificarlo, compararlo con la situación existente en otras regiones o provincias. Para estudiar el problema será imprescindible interrogarse sobre la forma en que este se manifiesta, como es que se lo detecta, cómo se cuantifica o se lo registra.

- **Explicar el problema**

La identificación de los factores explicativos del problema es un paso imprescindible para descomponer y recomponer los aspectos manifiestos y sintomáticos en los procesos que le dieron origen. Definir el problema y delimitarlo de forma tal de poder reconocer dónde se inicia, dónde ocurre, cómo ocurre y a quiénes afecta. En este momento, el estudiante se encuentra en condiciones de profundizar la comprensión del problema, elaborar una explicación satisfactoria y fundamentada de sus causas y, con ello, establecer una primera aproximación sobre los puntos nodales en los que se puede y debe basar la creación de una estrategia de solución.

Esta metodología para la acción tiene por primer propósito construir el problema de forma tal que los diferentes actores implicados puedan entender y consensuar su delimitación, causas y tiempos pertinentes.

Estudiar el problema: objetivos, pasos heurísticos.

¿Qué es necesario hacer? **(OBJETIVO)**	**¿Cómo se puede llevar a cabo?** **(HERRAMIENTA - HEURÍSTICAS)**
Identificar todos los factores potenciales que pueden causar el problema.	• **"Lluvia de ideas".** • **El método de las seis interrogantes.** • **Lista con 20 o más causas.**

Formular un modelo explicativo para la intervención.	• **Diagrama de Pareto.**
Seleccionar las causas más relevantes.	• **Diagrama de Ishikawa**

Posteriormente, el trabajo de análisis le permitirá avanzar en un consenso más firme y extendido sobre la naturaleza del problema. Entre las técnicas para el análisis de problemas más útiles, pueden mencionarse:

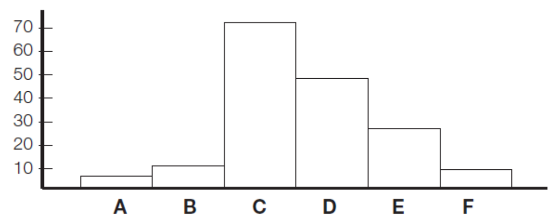
- ✓ ***La lluvia de ideas.*** Consiste en una técnica muy simple y útil a través de la cual todos los participantes del equipo proponen, sin ningún tipo de autocensura, todas las causas que se les ocurre que puedan estar generando el problema.

  Constituye un buen procedimiento cuando se desea firmemente ir más allá de las respuestas rutinarias y pre-establecidas a los problemas. El inconveniente es que luego exige un paciente trabajo inductivo consistente en ordenar y agrupar las ideas mencionadas bajo algún esquema de análisis apropiado.
- ✓ ***El método de los seis interrogantes.***Para comenzar a ordenar las manifestaciones del problema, se utilizan estas preguntas:

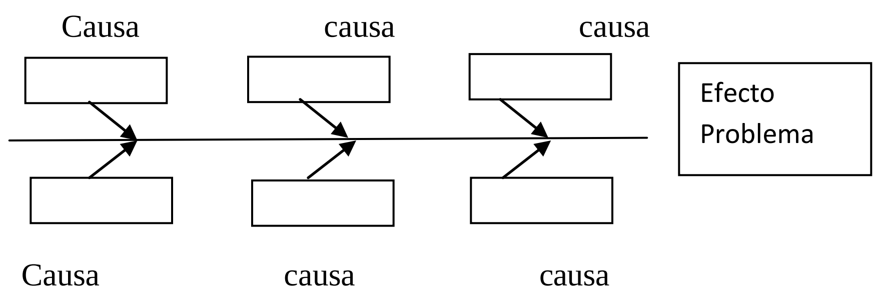
¿Cuál es el problema?	¿Dónde sucede?
¿Cuándo sucede?	¿Por qué existe?
¿Cómo sucede?	¿A quiénes afecta?

- ✓ ***La lista de 20 causas.***Se realiza preparando una lista amplia de causas potenciales: el objetivo básico es expandir los posibles factores que comúnmente se mencionan como generadores del problema. El listado de causas tiene que ser luego depurado para seleccionar las más importantes y con ellas comenzar a formular un modelo para la intervención, reconociendo que no todas las causas potenciales tienen el mismo peso en la determinación de un problema.

- *__El Diagrama de Pareto.__* Es una técnica gráfica útil para observar los problemas.
  Posibilita centrarse en los problemas y determinar prioridades, tomar decisiones.
  Para ello una vez planteado el problema, habrá que tabular los datos, expresarlos en el diagrama colocando las causas (por ejemplo: A, B, C, D, E, F) en el eje horizontal y las observaciones en el vertical.



- *__El diagrama de Ishikawa o diagrama espina de pez.__* Es una técnica que permite relevar las causas, organizándolas y ponderándolas según un enfoque conceptual preexistente. Como se expresaba más arriba, por ejemplo: recursos, contexto social y local, personales y profesionales, métodos y culturas, entre otros.



- **Idear estrategias alternativas de intervención**

Esta fase es eminentemente creativa, aunque tiene su punto de partida en el modelo explicativo elaborado. Las competencias personales e interpersonales, los métodos, los pasos y las técnicas requeridas para que el equipo gestor pueda avanzar son distintos y adicionales a las requeridas en la fase anterior. A las competencias heurísticas involucradas en el análisis de sistemas se agregan ahora competencias ligadas al desarrollo de la creatividad personal y la creación de entornos de trabajo que efectivamente permitan a los distintos actores involucrados alcanzar el mismo nivel de creatividad.

¿Qué es necesario hacer? (OBJETIVO)	¿Cómo se puede llevar a cabo? (HERRAMIENTA – HEURÍSTICAS)
Proponer Soluciones	**1. Lluvias de ideas** **2. El "sistema ideal"** **3. La analogía** **4. La matriz FODA. (Fortalezas, Oportunidades, Debilidades, Amenazas).** **5. Lista de acciones y decisiones para cada ámbito del problema o para cada tipo de población afectada por el problema**
Pasar de acciones a estrategias	**1. Combinación de acciones inmediatas con acciones a largo plazo.** **2. Matriz de agregación por pares.**

En este momento los estudiantes se abocan a proponer soluciones. El desafío es lograr una diversidad de ideas de acciones, de procedimientos, roles, proyectos, equipamientos, apoyaturas, que puedan contribuir al mejoramiento de la situación actual y que a la vez permitan avanzar hacia la situación propuesta como ideal.

"Este es el tiempo en que se requiere el máximo de creatividad" (Pólya G, 1965). Enfrentados a un problema, generalmente se tiende a abreviar la búsqueda de soluciones; la más típica es proponer una y luego completar una lista de tres con "ideas de relleno".

En realidad, una vez que pensamos tener una buena idea nos cuesta mucho pensar en otras. Sin embargo, la gestión educativa requiere ampliar la calidad de las soluciones. Entre las técnicas más utilizadas para idear soluciones pueden identificarse:

La “lluvia de ideas”(ya mencionada en etapas anteriores)**.**

- **El “sistema ideal”.**Consiste en no considerar en este momento las restricciones, sino desplegar al máximo las posibilidades y utopías, lo que permitiría visualizar el máximo de realización a alcanzar.
- **La analogía.** *C*onsiste en estudiar cómo se han solucionado problemas en estos ámbitos, similares a nuestro problema. Rescatar nuevas formas de plantearse las interrogantes, de visualizar nuevos horizontes, nuevas alternativas.
- **La matriz FODA.**El análisis de fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas en la situación problemática es un instrumento heurístico, que en esta etapa, nos posibilitaría recuperar al máximo las oportunidades y las fortalezas que se presentan alrededor del problema. De esta forma, ampliamos nuestros márgenes de intervención reduciendo amenazas y debilidades.
- **Transformaciones creativas.**Esta técnica genera alternativas de las siguientes formas: agrandando el problema, reduciéndolo, magnificándolo, invirtiéndolo, entre otras.

Si se desea utilizar estratégicamente la resolución de problemas como factor de innovación, es importante liberar a las personas de la reacción instalada de pensar primero en los obstáculos, las resistencias, la escasez; en las normas y en los procedimientos que podrían reducir las posibilidades de resolución.

La experiencia de estas personas, lo que piensan, lo aceptable para los gestores, lo que funcionó antes y todo tipo de otras limitaciones restringe la creatividad, las posibilidades de resolución y, por último, pueden perderse oportunidades de innovación. Sin duda que el equipo tendrá que contar con experiencia y competencias comunicacionales, de negociación, de trabajo en colaboración, en la generación de ideas y acciones, en el trabajo por resultados.

- **Decidir la estrategia**

La cuarta etapa en esta metodología de resolución de problemas tiene por objetivo decidir cuál es la estrategia más efectiva para lograr el mejoramiento de la situación actual, y lo primero a destacar de este asunto es que no existe una única mejor estrategia. Consideramos que la mejor estrategia es aquella que relaciona el problema a resolver, es decir, que parte del reconocimiento de las mayores debilidades del sistema o de la situación y que, apoyándose en las fortalezas, reconoce ese "punto crucial" que posibilitaría una profunda transformación y acrecentaría la capacidad institucional de lograr sus propósitos. Estrictamente, la decisión elige una estrategia o un conjunto de ellas, "definiendo cuándo se hará, quién lo realizará, cómo se llevará a cabo, con qué presupuesto e identificando asimismo qué ayudas se requerirán" (Pólya G, 1965).

Es una decisión que tiene varios aspectos complejos. Entre ellos, los criterios que permiten afirmar que una solución es mejor que las restantes. El proceso de elección empieza sintetizando en un cuadro las distintas estrategias alternativas de solución que se han ido proponiendo y elaborando a lo largo de los pasos de la etapa anterior. Una visión sintética de estos aspectos involucrados puede obtenerse auxiliándose con el gráfico que permite observar el grado de generalidad e integralidad de las diversas estrategias elaboradas.

- **Diseñar la intervención**

El diseño de la intervención es la programación cuidadosa y minuciosa de todas las acciones, roles, recursos, decisiones auxiliares, plazos, instrumentos, métodos y asesoramientos necesarios para llevar adelante el proceso de mejoramiento.

Hasta aquí, el problema ha sido comprendido y se han identificado y seleccionado las estrategias que más efectivamente podían incidir en su resolución. Ahora, es el momento en que la estrategia seleccionada debe ser transformada en programa para la acción, con sus tareas, roles y plazos, en nuestro caso corresponde a la construcción de las actividades operativas. (Silva, C. 2012)

Las propuestas de solución han sido progresivamente enriquecidas en su proceso de discusión, al punto que más que soluciones puntuales tenemos una estrategia, es decir, un camino de aproximaciones sucesivas que nos permitirá avanzar desde la situación actual hasta la situación deseada, a través de una serie de logros intermedios, los cuales han sido evaluados permanentemente.

El programa de intervención es más que una estrategia: supone una larga serie de decisiones que hagan posibles las acciones respectivas de todos los actores involucrados. Se trata de decisiones de previsión y de anticipación que aseguren realmente los mejoramientos y cambios previstos. El programa requiere, por lo tanto, no sólo de actividades o acciones sino también de roles (individuales o grupales), de supervisiones y asesoramientos, de recursos económicos y tecnológicos, de comunicaciones abiertas para la actualización y la información.

- **Desarrollar la intervención**

Esta metodología general de resolución de problemas que se expuso hasta aquí, transitó dos fases fundamentales: la comprensión del problema y la creación de una estrategia para su resolución. El acento en la primera fase ha sido puesto en comprensión del problema en toda su complejidad; hemos distinguido entre síntomas y causas, y entre causas próximas y causas remotas.

El objetivo desarrollado a través de los momentos de análisis y síntesis fue elaborar no sólo una explicación sino un modelo que permitiera orientar la intervención a través del señalamiento de las variables críticas a manipular. El equipo gestor tiene que buscar información, organizarla, analizarla y luego sintetizarla. Las competencias fundamentales a rescatar son de tipo heurístico, es decir, aquellas ligadas a la duda metódica, a la formulación y la prueba de hipótesis y a la modelización. La teoría de sistemas es el paradigma de análisis más útil y necesario en estos momentos.

En la segunda fase se enfatizó la creación de una alternativa de intervención capaz de apoyarse en las fortalezas, de minimizar los obstáculos y de fundar consensos. Hemos marcado la necesidad de pensar más allá de “lo que siempre se hizo” y de “lo que hasta ahora fue aceptable”. La creación de estrategias exige a la vez ser creativos y estar bien atentos al horizonte de desarrollo marcado por los grandes objetivos educativos nacionales, provinciales e institucionales. Las capacidades profesionales que se demandan a los gestores en esta fase son aquellas ligadas a la creatividad, la innovación, la imaginación y aquellas de tipo meta cognitivo, ligadas al examen de los propios procesos de razonamiento y expresión. El pensamiento estratégico ha estado en la base de todo este proceso de creación, ponderación y decisión como disciplina del desempeño de los gestores. Hasta aquí, el problema ha sido tratado y resuelto "sólo en el papel”. “Contar con una muy fundada explicación o con un potente plan de acción no implica asegurar la resolución del problema” (Pólya G, 1965).

La tercera fase es precisamente la de resolución del problema o la del desarrollo de la intervención y es el momento clave en esta metodología. En décadas anteriores, la metodología clásica intentó avanzar en la comprensión y en el diseño profesionalizado de planes; ahora, las necesidades y experiencias en materia de intervención llevan a poner el acento también en la implementación de los planes. Buena parte de las más novedosas investigaciones de la década de los noventa se han dirigido a mostrar los caminos en que transcurren los planes, desde el equipo que los diseñó hasta las aulas. Tanto los diseños curriculares como los programas de formación de docentes o los planes de fortalecimiento de la gestión, hasta los programas para mejoramiento de los aprendizajes sufren un proceso de redefinición y reorientación durante su desarrollo. Incluso aquellas reformas que concitaron menores resistencias iniciales son redefinidas y reorientadas en razón de diversas contingencias, algunas de ellas no anticipadas.

Fases	**Se trata de....**
Primera Fase	Transformar la estrategia en programa para la acción.
Segunda Fase	Crear una estrategia alternativa, capaz de apoyarse en las fortalezas, minimizar los obstáculos y de fundar consensos.
Tercera Fase	La Resolución del problema.

La resolución de los problemas educativos requiere que se comunique de modo convincente que la estrategia es un camino posible de transformación. Es por ello que el proceso de implementación necesita prácticas de liderazgo del equipo gestor, para motivar e inspirar elsentido de la transformación propuesta en todos los actores. Las comunicaciones escritas, verbales y, sobre todo, aquellas que se comunican con la conducta, son parte esencial de la puesta en marcha de una transformación.

Desarrollar la intervención: objetivos, pasos heurísticos.

¿Qué es necesario hacer? (OBJETIVO)	***¿Cómo se puede llevar a cabo? (HERRAMIENTA - HEURÍSTICAS)***
Poner en marcha el programa	**1. Primeras 5 medidas a tomar, si es necesario.** **2. Integración de equipos, delegación de poderes.** **3. Asignación de los recursos necesarios.**
Monitorear y regular el desarrollo de la intervención.	**1. Sistema de indicadores para el monitoreo.** **2. Reuniones periódicas con los equipos**

El desarrollo de una intervención también entendido como la implementación que se ha establecido.

Este término, y no el viejo concepto de ejecución, resultan más fieles para entender cuáles son los supuestos que el pensamiento estratégico y sistémico coloca en este proceso educativo.

Implementar es más que ejecutar. La implementación está más allá de una mera conducta exterior y mecánica de cumplir, de hacer. Detrás de la implementación se mueven aspectos tan fundamentales de la gestión educativa como la credibilidad en el horizonte de la intervención, la factibilidad instrumental de la estrategia, la disponibilidad de los recursos humanos calificados para su realización.

El conjunto de las primeras medidas estratégicas es un paso inicial de la implementación. La celeridad y firmeza con que se tomen las decisiones acordadas y la coherencia delcomportamiento de todos los implicados en su resolución contribuyen, sin dudas, a incrementar la convicción general en que se empieza a transitar por un camino cierto.
El desarrollo de una estrategia de resolución requiere una importante cantidad de decisiones más allá de aquellas imprescindibles para su inicio.

- **Evaluar los logros**

La última etapa en la metodología de resolución de problemas está marcada por la evaluación del logro, del cambio de comportamiento organizacional y del mejoramiento de la calidad registrada. Esto no debe entenderse como que anteriormente no haya habido momentos y espacios de evaluación. El desarrollo y liderazgo de la intervención incluyen momentos específicos y especiales de evaluación.

La instrumentación de indicadores y espacios de monitoreo y regulación durante el tiempo de implementación provee de los primeros datos y registros necesarios para la evaluación. Sin embargo, la evaluación que se realiza al final de la intervención tiene un significado particular y especial.

El tiempo de evaluación concreta el sentido más profundo de una metodología de la acción que utiliza los problemas como factor de mejora. Se trata más específicamente de la posibilidad de transformar las acciones, experiencias, fracasos y descubrimientos en aprendizaje organizacional: nuevos criterios de prioridad, métodos de trabajo, premisas de decisión, nuevas imágenes de la organización y de los procesos educativos, que es necesario insertar en la cultura de la organización y así hacerlas trascender el episodio problemático.

Evaluar los logros: objetivos, pasos heurísticos.

¿Qué es necesario hacer? ***(OBJETIVO)***	***¿Cómo se puede llevar a cabo?*** ***(TÉCNICAS Y HERRAMIENTAS)***
Diseñar los objetivos de la evaluación	1. 5 primeras medidas a tomar. 2. Integración de equipos, delegación de tareas y funciones. 3. Asignación de los recursos necesarios.
Decidir la estrategia de investigación – evaluación y desarrollar el trabajo de recopilación y análisis.	1. Sistema de indicadores para el monitoreo. 2. Reuniones periódicas con los estudiantes.

Existe otra poderosa razón para incluir este momento dentro del gran objetivo de lograr el mejoramiento. La evaluación se vincula estrechamente con mejoramiento y con aprendizaje. El esfuerzo de renovación conceptual y práctica que la Pedagogía está realizando en torno a la idea de evaluación se relaciona con autoevaluación, con evaluaciones en colaboración, con evaluación formativa y, fundamentalmente con la instalación de una “cultura de la evaluación”.

La evaluación requiere ser especialmente diseñada y, aunque es un momento de una metodología general para la resolución de problemas, la evaluación exige un diseño específico que establezca cuáles serán sus objetivos, las técnicas de relevamiento de datos, los tiempos que durará la evaluación, las personas que participarán en ella y, fundamentalmente, las modalidades en que los resultados serán devueltos y comunicados.

Los especialistas clasifican a los diseños de evaluación en los siguientes tipos:

- Intermedia y final del proyecto;
- De logros finales y evaluación de los procesos;
- Del logro de la intervención y de los impactos generales causados;
- Externa, interna (autoevaluación) y co-evaluación;
- Cualitativa, cuantitativa y cuali-cuantitativa; y
- Evaluación económica y evaluación social.

Por lo tanto, el primer paso es tomar decisiones respecto al tipo de evaluación que se quiere según lo que se quiere evaluar, para qué se va a evaluar y quiénes van a evaluar. La evaluación es una investigación. En consecuencia, debe desenvolverse según los cánones científicos para su desarrollo en materia de validez y confiabilidad de los resultados. El diseño de la evaluación idealmente tendría que desarrollarse sobre la base de un trabajo interdisciplinario. Las asesorías son siempre convenientes en materia de diseños técnicos, de organización de información y de análisis.

Puede ser habitual que grandes esfuerzos de evaluación queden archivados porque no fueron cumplidos requisitos técnicos básicos que validaran el trabajo.Por ello, la etapa de evaluación requiere de estrictos, válidos y confiables resultados.

"La evaluación tendrá que retroalimentar al sistema, posibilitando instancias de aprendizaje" (Cárdenas J, 2011). Lo más importante de la evaluación viene una vez que el "informe" está listo: es la comunicación, el diálogo y la discusión sobre los resultados.
La articulación de instancias de reflexión y aprendizaje son buenos espacios para asegurar niveles aceptables de retroalimentación, a la vez que verdaderos sistemas preventivos de problemas. También generan capacidades y competencias compartidas entre los integrantes

de los equipos de gestión. Para ello habrá que establecer procedimientos de comunicación especialmente elaborados, ya que se sabe que los informes generalmente no son aprovechados al máximo.

3.5 Metodología para la utilización de la rúbrica.

Este instrumento de evaluación se puede considerar como una guía para la lectura e interpretación de mapas conceptuales. Aunque se ha diseñado pensando en el docente, la guía puede ser compartida con los alumnos, ayudando a ambos en el proceso de valoración de calidad de los mapas conceptuales.

Los niveles de desempeño: Se determinaron cuatro niveles de desempeño a evaluar, mismos que se expresaron con la escala de tres, dos, uno y cero, siendo el tres, el nivel más alto para asignar a la ejecución de la tarea y, el nivel cero, la valoración mínima. Las categoríasseleccionadas son representativas de los elementos destacados en la teoría del mapa conceptual: se reconocen conceptos, proposiciones, jerarquías, tipo de estructuración y relaciones válidas cuya expresión pueden servir para valorar conocimientos, en este caso, relacionados con la lectura.

De acuerdo con la teoría y técnica del mapa conceptual se determinaron como categorías a evaluar:

a) el concepto principal,

b) los conceptos subordinados,

c) las relaciones (flechas) junto con las proposiciones en una sola unidad evaluativa,

d) los enlaces cruzados para evidenciar la creatividad general del mapa,

e) los niveles jerárquicos, y por último

f) la complejidad estructural del mapa conceptual.

Las categorías valoran también los aspectos de la técnica de elaboración mapa.

- *Concepto principal*: Para la valoración de los conceptos se hace distinción entre el concepto principal y los conceptos subordinados, ya que si bien todos los conceptos tienen importancia dentro del mapa, el concepto principal orienta en parte el desarrollo de la jerarquía y se relaciona directamente con la pregunta de enfoque. Considerando que un mapa conceptual nunca es total y que representa una parte del dominio de conocimiento, la pregunta de enfoque sirve para limitar y seleccionar los conceptos más relevantes a incluir en el mapa conceptual.
- *Conceptos subordinados:* Esta categoría considera aquellos conceptos importantes según la temática de la lectura y la pregunta de enfoque. Para valorarlos es recomendable que el evaluador elabore un mapa conceptual propio que podrá utilizar como guía para hacer explícitos los conceptos principales del tema, y con base en esto, identificar si están todos o sólo algunos de éstos en el mapa conceptual.
- *Las relaciones o flechas y las proposiciones:* Las relaciones constituyen una ayuda gráfica para reconocer las proposiciones, por ello son consideradas en la rúbrica junto con las proposiciones. En el nivel más alto de la rúbrica se especifica que los enlaces deben ser adecuados y pertinentes de acuerdo con el texto y el dominio de conocimiento. La proposición puede considerar más de dos conceptos, sin embargo diferirá de las cadenas de conceptos.
- *Enlaces cruzados:* En cuanto a los *enlaces cruzados*, se ubican en el nivel más alto aquellos que resultan novedosos o creativos. Aquí, lo creativo tiene que ver con las relaciones inusitadas pero ilustrativas o sorprendentes que se generan al formar una proposición. Lo novedoso presenta relaciones que pueden tener un carácter idiosincrático, es decir, expresiones de la interpretación del estudiante y que incluso, podrían no haber sido observadas por el profesor. En cualquier proceso educativo, y en particular en educación superior y en el campo de las ciencias sociales, las relaciones conceptuales surgen de procesos interpretativos y no solamente de lo explicitado en el texto/lectura sobre el cual se ha elaborado el mapa conceptual. El nivel más bajo del desempeño en este criterio lo determina la inclusión, en el mapa, de enlaces cruzados completamente irrelevantes, redundantes o erróneos, tanto

semántica como gramaticalmente, es decir, cuando las palabras de enlace no adjudican a la unión de conceptos sentido, ni muestren pertinencia.

- *Estructura jerárquica*: Para determinar la cualidad de la *estructura jerárquica,* la rúbrica considerara el número de niveles y de ramificaciones. El nivel más alto corresponde a la estructura en la que los conceptos estén ordenados jerárquicamente, es decir, que cada concepto subordinado es más específico y menos general que el concepto ubicado arriba de él, y que el mapa esté conformado por al menos 4 niveles y más de 7 ramificaciones. En el nivel más bajo se encuentra mapas conceptuales sin estructura jerárquica, es decir, mapas con estructuras redundantes, radiales o lineales.
- *Complejidad estructural*: Se valora la composición general del mapa conceptual y se toman en consideración aspectos como complejidad, organización, claridad y equilibrio. La complejidad alude a la cantidad de niveles jerárquicos, ramificaciones y valoraciones sobre el diseño del alumno al distribuir los elementos en el plano. Estos elementos contribuyen a dar claridad y legibilidad al mapa conceptual para evitar ambigüedades o confusiones en la lectura. La valoración del equilibrio en el desarrollo de los conceptos sirve para reconocer procesos de comparación y diferenciación importantes, pues son reflejo de estrategias analíticas esto es, que las "ramas" del mapa conceptual se han desarrollado equilibradamente.

- **Asignación de valores y puntaje mediante la rúbrica.**

Para otorgar el mayor puntaje al mejor mapa conceptual, la rúbrica hace énfasis en los siguientes elementos:

a) que el mapa responda la pregunta de enfoque,

b) que presente un concepto principal relacionado y utilizado en la redacción de la pregunta de enfoque,

c) que presente los conceptos importantes de la temática o problemática,

d) que se estructure con las proposiciones válidas de acuerdo con la pregunta de enfoque, tema o problema,

e) que integre enlaces cruzados creativos, relevantes y novedosos,

f) que muestre una organización jerárquica a manera de red compleja, pero de fácil interpretación, y

g) que su lectura permita la comprensión global. La rúbrica retomó elementos del sistema de puntaje del mapa conceptual de Novak y Gowin (1988) y se dio énfasis a otros elementos y relaciones, por ello aparecen categorías como la de concepto principal o la de complejidad estructural. Está ultima retomó elementos de Cañas y otros (2006) e incluye los aspectos de claridad y organización, tan importantes para una buena interpretación del mapa.

- **Recomendaciones en el uso de la rúbrica.**

La rúbrica tiene una guía y se recuerda que el límite de este sistema de evaluación, es la imposibilidad de comparar puntajes entre mapas conceptuales de distintos alumnos: es posible encontrar un buen mapa conceptual que obtuvo puntaje de 40 y otro igualmente bueno que obtuvo 80 puntos. Este aspecto, consideramos no es una anomalía del sistema, sino una característica que lo hace pertinente para reconocer el cambio en procesos de reelaboración de un mismo mapa o proyecto y tener elementos para evidenciar o reconocer de qué manera se mejora en cada versión. Algunas recomendaciones generales al momento de evaluar son:

• La *pregunta de enfoque* es importante porque la perspectiva del alumno en la interpretación del texto. En caso de que el mapa conceptual no presente pregunta de enfoque, y aunque sea marcado/evidenciado por la rúbrica, el profesor debe dar sentido general al mapa conceptual para poder evaluar los otros elementos presentes.

• El *concepto principal* se determina a través de la pregunta de enfoque, esto es, tiene que ser pertinente y relevante en términos de lo que se está preguntando, o en su defecto, del tema que se aborda. Con respecto a los conceptos subordinados, se sugiere al docente elaborar previamente su propio mapa conceptual de la lectura y hacer una lista de los conceptos principales del tema. El mapa ayudará también a identificar las proposiciones más relevantes.

• En la *valoración de los enlaces cruzados* se requiere tomar en cuenta aspectos más globales del mapa conceptual, de manera tal que se puedan identificar aquellos enlaces creativos que conectan distintas partes del mapa respecto de aquello que son redundantes.

• El ***concepto de jerarquía*** implica conocimiento a profundidad del tema para poder ubicar los conceptos más generales, los específicos y los ejemplos, mismos que dependen directamente de la pregunta de enfoque y de la temática.

• La ***complejidad estructural*** se refiere sobre todo a la apariencia general del mapa, que hace que éste sea clara y de fácil lectura e interpretación.

Capítulo IV

Marco Metodológico

4.1 Marco Metodológico de nuestra investigación

Nuestro trabajo se guiará en estudios exploratorios con el fin primeramente de obtener evidencias concretas de lo que realmente tienen por conocimiento los estudiantes, las ideas principales. Esto lo podemos acreditar en la práctica educativa que hemos tenido, primero como escolares y luego como profesores en formación. No obstante, necesitábamos pruebas o documentos escritos que nos demuestren este problema. Seguido a esto, se muestra a los estudiantes un pre-test que es un cuestionario con diversas preguntas relacionadas a los conocimientos previos que debieran tener los alumnos con respecto a las inecuaciones, de esta manera observar su reacción, responder a sus dudas e inquietudes al comenzar esta prueba. Previo a esto se conversa con el profesor para saber de qué manera él abarco el tema y cuál fue su forma de enseñanza.

4.2 Tipo de Metodología

4.2.1 Tipo de Estudio

El diseño de investigación se puede dividir en dos grandes grupos: investigación Experimental y la Investigación no Experimental.

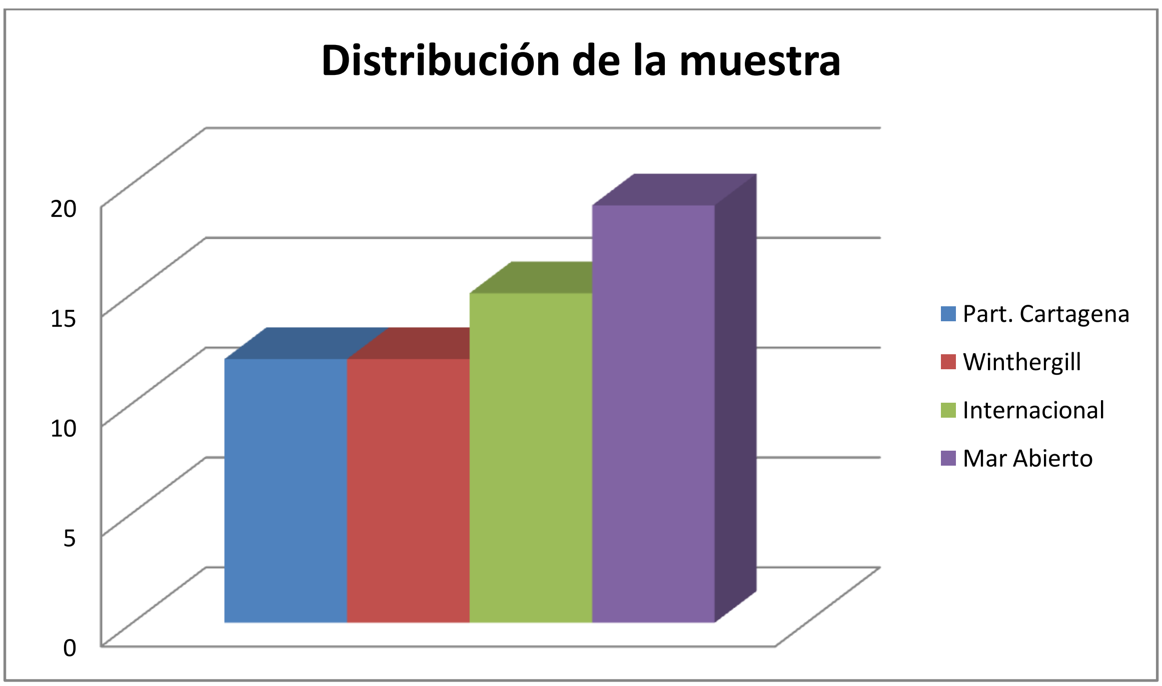
- **Investigación Experimental**: Este tipo de investigación involucra que dentro de un estudio, se lleve a cabo un experimento, construyendo una realidad. Según Campbell y Stanley (1966) la investigación experimental se divide en tres categorías: Pre Experimentos, Experimentos Puros y Cuasi experimentos.
- **Investigación no Experimental**: Este tipo de investigación se realiza sin manipular variables, es por esto que Hernández, Fernández y Baptista (2003) la define como la acción de observar contextos y analizarlos como se desarrollan en su entorno.

Como respecto a lo anterior el tipo de estudio realizado en nuestra propuesta PREPASIV, utilizamos el diseño de estudio cuasi experimental, en donde recogemos los resultados de cuatro cursos de Tercer Año de Enseñanza Media, los cuales son todos establecimientos Científicos- Humanistas.

PREPASIV, se basa en planificaciones, que están elaboradas respecto a los aprendizajes esperados, según el Ministerio de Educación (MINEDUC). Estas planificaciones están plasmadas en las guías que manejamos en la propuesta intervenida.

4.2.2 Muestra Representativa

La muestra seleccionada para nuestra investigación, estuvo constituida por un total de 58 estudiantes de las cuales: doce estudiantes son de tercer año Medio del colegio Winterhill, diecinueve estudiantes del colegio Mar abierto, quince estudiantes del colegio Internacional y doce estudiantes del Nuevo Colegio Particular de Cartagena.



4.3 Hipótesis

4.3.1Hipótesis (H)

H01: La utilización de la propuesta PREPASIV en el estudio de inecuaciones de primer grado con dos variables mejora el rendimiento académico los estudiantes.

H02: La utilización de la propuesta PREPASIV, mejora el aprendizaje significativo de los estudiantes.

4.3.2 Hipótesis Nula (HN)

HN 01: La utilización de la propuesta PREPASIV en el estudio de inecuaciones de primer grado con dos variables no mejora el rendimiento académico los estudiantes.

HN 02: La utilización de la propuesta PREPASIV, no mejora el aprendizaje significativo de los estudiantes.

4.4Metodología de Intervención PREPASIV

4.4.1¿En qué consiste?

A partir de los datos de la prueba pret-test, nuestra intervención PREPASIV, se diseñaron seis Guías didácticas que propenden a un aprendizaje significativo por parte de cada estudiante.

Es por ello que la Guía N°1, se basa en los siguientes objetivos:Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas;Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades; Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos; Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y gráficas.

Estos objetivos, se desarrollarán gracias a la resolución de inecuaciones con una variable junto con el planteo y resolución que involucren a estas, relacionándolas también con las ecuaciones.

Por su parte la Guía N°2, se sustenta en el uso de conceptos asociados a expresiones gráficas como también analíticas. Estos se lograrán al desarrollar inecuaciones con dos variables y relacionándolas a su vez con ecuaciones con la misma cantidad de variables.

En la Guía N°3, se construyen estrategias para la resolución de problemas cuyo concepto de estudio son las inecuaciones con dos variables y su construcción gráfica. Lo anterior se llevará a cabo resolviendo y graficando sistemas de inecuaciones lineales, además se describirá un semiplano con la intersección de estas.

Maximizar y minimizar una función lineal son los objetivos claves de la Guía N°4, que serán logrados a través de la utilización de conceptos de geometría analítica que ayudarán al descubrimiento de la función objetivo.

En cuanto a la Guía N°5, los estudiantes deberán analizar problemas de la vida cotidiana, en donde la optimización de estas situaciones planteadas es el objetivo central de nuestra clase, para ello gracias a la función objetivo que se adquirió en la clase anterior, lograrán plantear y resolver problemas sencillos de inecuaciones de primer grado con dos variables.

Por último en la Guía N°6,analizar y construir estrategias personales para la realización de mapas conceptuales es el objetivo fundamental de esta clase y para esto los estudiantes tienen que identificar y jerarquizar los conceptos de un texto, construyéndolos sin la mayor dificultad.

Cabe mencionar que todas las guías, las que están detalladas en cada planificación, se sustentan en dos grandes objetivos fundamentales transversales, los cuales son: El crecimiento y Autoafirmación Personal; y el Desarrollo del Pensamiento. Estos objetivos se verán sutilmente plasmados en las clases, los que ayudaran a evolucionar el conocimiento del estudiante.

4.4.2 Planificaciones

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 1
Objetivo Fundamental Vertical: - Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de los sistemas de inecuaciones, mejorando en rigor y precisión la capacidad de análisis, de formulación, verificación o refutación de conjeturas. - Aplicar y ajustar modelo matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas. - Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades. - Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos. - Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y graficas. -	
Contenidos: - Puntos en el plano cartesiano - Ecuación de la recta - Conjunto solución y gráfica de una inecuación - Conjunto solución y gráfica de un sistema de inecuaciones - Desigualdades e inecuaciones en la recta - Semiplanos de una inecuación con 2 variables - Problemas de planteo que involucran una inecuación con una variable	
Aprendizajes Esperados: - Identifican el intercepto con el eje de la ordenada y de la abscisa; traducen de un registro a otro. - Distinguen entre inecuaciones y desigualdades - Resolver sistemas de ecuaciones lineales con 2 incógnitas, gráfica y algebraicamente. - Conocen y aplican procedimientos para resolver inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita; analizan la existencia y pertinencia de las soluciones y utilizan la notación apropiada. - Plantean y resuelven problemas que involucran inecuaciones y sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita; analizan la existencia y pertinencia de las soluciones. - Interpretan gráficamente la solución de una inecuación lineal con 2 incógnitas.	
Objetivo Fundamental Transversal: - Crecimiento y autoafirmación personal - Desarrollo del pensamiento	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos:	**Evaluación:**
Guía y Lápiz	Guía tipo Diagnóstica- Formativa

Inicio	Desarrollo	Cierre
Entrega de nuestra propuesta al curso, indicando que mediremos sus conocimientos previos por medio de nuestra primera prueba diagnóstica (PRETEST) Desarrollo del pre-test de forma individual.	Terminado el tiempo de trabajo individual, los alumnos se reúnen en grupos y comparten opiniones con respecto a los resultados obtenidos por parte de cada uno.	Institucionalizamos los conceptos claves de la guía y reactivamos los conocimientos previos en el pizarrón. Además de introducir a grandes rasgos conceptos nuevos que fueron preguntados de igual manera en este pre-test (Problema 8 y 9), conceptos que irán descubriendo en las próximas guías de la intervención.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 2
Objetivo Fundamental Vertical - Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas. - Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades. - Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos. - Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y gráficas.	
Contenidos: - Resolución de inecuaciones lineales sencillas con una incógnita. - Intervalos en los números reales. - Planteo y resolución de problemas que involucren inecuaciones con una incógnita. Análisis y pertinencia de las soluciones. - Relación entre las ecuaciones y las inecuaciones lineales.	
Aprendizajes Esperados: - Aplican procedimientos para resolver inecuaciones lineales con una incógnita; analizan la existencia y pertinencia de las soluciones utilizando la notación apropiada. - Resuelven problemas que involucran inecuaciones lineales con una incógnita; analizan la existencia y pertinencia de las soluciones. - Distinguen ecuaciones e inecuaciones y entre inecuaciones y desigualdades. - Interpretan gráficamente la solución de una inecuación con una incógnita.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Data, PC, Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Formativa	
Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se entrega guía de trabajo, de manera individual los alumnos tendrán que activar sus conocimientos previos; definir con sus propias palabras conceptos a utilizar, conceptos que siguen siendo previos (P1), representan en la recta numérica desigualdades e inecuaciones (P2,P6,P7), resolverán problemas (P8) y darán solución a inecuaciones con una incógnita (P4, P5)	Luego de transcurrido el tiempo individual se reúnen en grupos y mediante esto comparan sus resultados fundamentando sus respuestas en conjunto.	Entrega de la pauta de corrección a los alumnos. Se comienza con un breve exposición donde recordamos el significado y uso de conceptos como: 1) Ecuación, donde valorizamos el concepto de igualdad para aplicarlo a su contexto. 2) Desigualdad, donde realizamos la práctica equitativa de su formulación como aplicación a su vida cotidiana. 3) Inecuaciones y su relación con las desigualdades. Institucionalización de los contenidos de la guía en la pizarra.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 3
Objetivo Fundamental Vertical: - Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y gráficas.	
Contenidos: - Intervalos en los números reales. - Planteo y Resolución de inecuaciones lineales sencillas con 2 incógnitas. Análisis y pertinencia de las soluciones. - Relación entre las ecuaciones y las inecuaciones lineales con 2 incógnitas.	
Aprendizajes Esperados: - Conocen y aplican procedimientos para resolver inecuaciones lineales con 2 incógnitas algebraicamente y/o gráficamente. - Plantean y resuelven problemas que involucran inecuaciones lineales con 2 incógnitas. - Distinguen ecuaciones e inecuaciones con 2 incógnitas en términos del tipo de fenómeno que cada una puede modelar y entre inecuaciones y desigualdades.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Formativa

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se entrega guía de trabajo, de manera individual los alumnos la resuelven, trabajando esta vez, con resolución de inecuaciones con 2 incógnitas (P2), identifican los semiplanos (P3, P4, P5)y aplican su estrategia de resolución en problemas de planteo (P6)	Luego de transcurrido el tiempo individual se reúnen en grupos y mediante esto comparan sus resultados fundamentando sus respuestas.	Se comienza con un breve exposición donde se explican las principales características de una inecuación con 2 incógnitas y la diferencia existente entre esta y la que presenta 1 incógnita. Luego se procede a la explicación de la guía en la pizarra.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 4
Objetivo Fundamental Vertical: Analizar, Confrontar y Construir estrategias personales para la resolución de problemas o desafíos que involucren sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas y construcción gráfica.	
Contenidos: - Resolución y gráfica de sistemas de inecuaciones lineales con 2 incógnitas. - Descripción de un semiplano e intersección de estos por medio de un sistema de inecuaciones lineales con 2 incógnitas.	
Aprendizajes Esperados: - Interpretan gráficamente la solución de un sistema de inecuaciones con dos variables.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Data, PC, Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Formativa

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se entrega guía de trabajo, De manera individual, los alumnos resuelven la guía de trabajo donde tendrán que trabajar esta vez con sistemas de inecuaciones con 2 incógnitas, graficar las rectas identificando la intersección de estos semiplanos, resolverlas y dar solución e identificarlas en problemas de planteo.	Luego de transcurrido el tiempo individual se reúnen en grupos y mediante esto comparan sus resultados fundamentando sus respuestas.	Se comienza con una breve exposición donde se explica el traspaso de una inecuación de 2 variables a un sistema de inecuaciones con 2 incógnitas ¿Para qué sirve el sistema? Luego se procede a la explicación de la guía en la pizarra.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 5
Objetivo Fundamental Vertical: - Analizar, Confrontar y Construir estrategias personales para la resolución de problemas o desafíos que involucren maximizar o minimizar una función. - Conocer y utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y gráficas.	
Contenidos: - Función objetivo - Maximizar y minimizar una función - Planteo y Resolución algebraica y gráfica de problemas sencillos de planteo que impliquen el uso de función objetivo.	
Aprendizajes Esperados: Reconocen y Plantean la función objetivo maximizando y minimizando esta.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Formativa

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se entrega guía de trabajo, De manera individual, los alumnos resuelven la guía de trabajo donde tendrán que trabajar esta vez con funciones, con inecuaciones con 2 variables y reconocer en su grafica puntos extremos de maximización y minimización.	Luego de transcurrido el tiempo individual se reúnen en grupos y mediante esto comparan sus resultados fundamentando sus respuestas.	Esta vez, la guía de trabajo contiene una breve introducción donde explica ¿Qué es la Programación Lineal?, características, el uso y la importancia que tienen las inecuaciones y lo visto en las guías anteriores para poder resolver ejercicios de regiones acotadas y no acotadas.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 6
Objetivo Fundamental Vertical: - Analizar, Confrontar y Construir estrategias personales para la resolución de problemas que involucren procesos de optimización. - Conocer y Utilizar conceptos y lenguaje matemático asociados a expresiones analíticas y gráficas.	
Contenidos: - Función objetivo - Programación lineal en dos variables - Planteo y Resolución gráfica de problemas sencillos de programación lineal	
Aprendizajes Esperados: - Reconocen y plantean la función objetivo en problemas de programación lineal. - Resuelven problemas sencillos que involucren procesos de optimización.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Cuaderno, Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Formativa

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se entrega guía de trabajo, De manera individual, los alumnos resuelven la guía de trabajo donde tendrán que trabajar esta vez con problemas de la vida cotidiana que involucren el uso de la programación lineal.	Luego de transcurrido el tiempo individual se reúnen en grupos y mediante esto comparan sus resultados fundamentando sus respuestas.	Formalización del contenido en la pizarra. Uso de la maximización y minimización para resolver problemas de la vida cotidiana. Resolución de la guía.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 7
Objetivo Fundamental Vertical: Analizar y construir estrategias personales para la realización de mapas conceptuales.	
Contenidos: Mapas Conceptuales.	
Aprendizajes Esperados: - Identifican conceptos de un texto. - Jerarquizan conceptos de un texto. - Construyen mapas conceptuales.	
Objetivo Fundamental Transversal: - Desarrollo del pensamiento - Persona y su entorno.	
Tiempo: 1 horas pedagógicas	

Recursos: Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Sumativaq

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se resuelve en conjunto la actividad 1, de construir un concepto general que abarque todos los entregados en la tabla (1.1) y de categorizar a cada grupo en una sola palabra (1.2). Al igual que la actividad 2, se realiza grupalmente, el objetivo es que categoricen según sus cualidades los conceptos entregados, de esta forma con ambas actividades comienzan a entender lo que son los conceptos en estudio.	De forma individual trabajan en la actividad 3, 4 y 5. - Entrelazan conceptos. - Definen conceptos. - Jerarquizan conceptos.	Se institucionaliza en el pizarrón y se revisa las actividades 3, 4 y 5. De esta forma identifican los conceptos más importantes para la construcción de un mapa conceptual.

Planificación Clase a Clase	
Subsector: Matemáticas	**Clase**: n° 8
Objetivo Fundamental Vertical: - Analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas que involucran inecuaciones con una y dos variables, sistemas de inecuaciones con dos incógnitas, maximizar y expresiones gráficas -	
Contenidos: - Inecuaciones lineales con dos incógnitas. - Gráfico de semiplanos. - Relación entre ecuaciones e inecuaciones lineales. - Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas. - Máximos y mínimos de una función. - Programación lineal en dos variables.	
Aprendizajes Esperados: - Distinguen ecuaciones e inecuaciones y entre inecuaciones y desigualdades. - Interpretan gráficamente la solución de una inecuación lineal con dos incógnitas. - Interpretan algebraicamente la solución de una inecuación lineal con incógnitas. - Maximizar y minimizar una función lineal. - Reconocen y plantean la función objetivo en problemas de programación lineal.	
Objetivo Fundamental Transversal: -Crecimiento y Autoafirmación Personal. -Desarrollo del Pensamiento.	
Tiempo: 2 horas pedagógicas	

Recursos: Guía y Lápiz	**Evaluación:** Guía tipo Diagnóstica- Sumativa

Inicio	**Desarrollo**	**Cierre**
Se hace entrega del Post-test, se les explica a los alumnos que ésta será la prueba que resumirá todo lo visto en estas clases, donde pondrán a prueba todos los conocimientos aprendidos durante la intervención.	Desarrollan individualmente.	Entrega de pauta de corrección al final de la entrega individual de los alumnos. Formalización de contenidos últimos 15 minutos luego de la entrega en totalidad de la evaluación.

4.4.3 Guías Didácticas PREPASIV

PRE-TEST

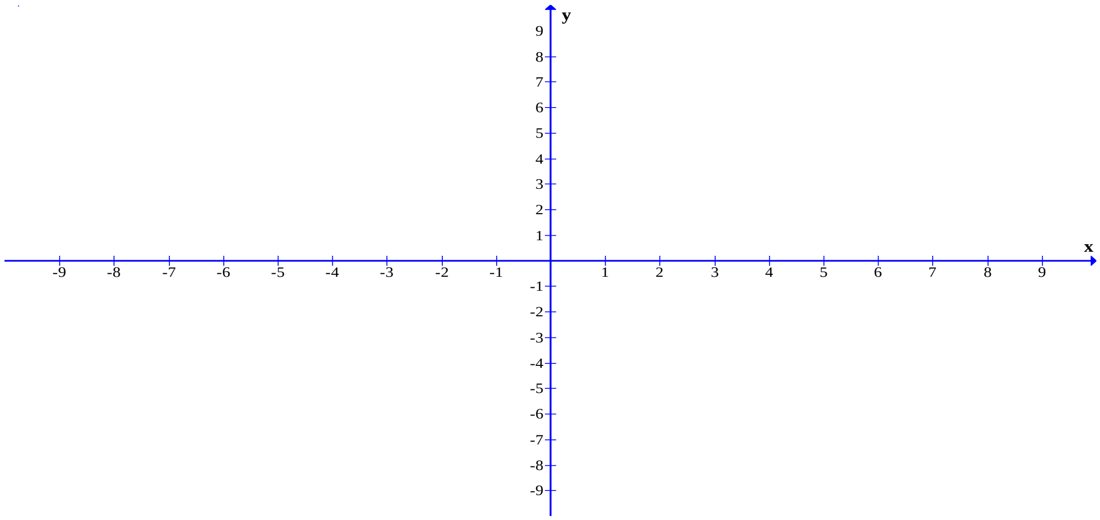
Nombre: ……………………………………………………………. Curso: ……………

Establecimiento: ……………………………………………………………………….

Contenidos: ❖ Puntos en el plano cartesiano ❖ Ecuación de la recta ❖ Conjunto solución y gráfica de una inecuación. ❖ Conjunto solución y gráfica de un sistema de inecuaciones. ❖ Desigualdades e inecuaciones en la recta. ❖ Semiplanos de una inecuación con 2 variables. ❖ Problemas de planteo que involucran una inecuación con una variable. ❖ Maximizar y minimizar una función.
Objetivos: ❖ Recordar y utilizar puntos en el plano cartesiano. ❖ Analizar la solución y grafica de una inecuación y de un sistema de inecuaciones. ❖ Analizar las desigualdades e inecuaciones. ❖ Identificar semiplanos de inecuaciones con dos variables. ❖ Resolver problemas de planteo que involucren inecuaciones con una variable. ❖ Identificar el máximo y mínimo de una función.
Instrucciones: ❖ La prueba es individual. ❖ Responder todo en la hoja del pretest, no se permiten hojas anexas.

Problema 1 (5 puntos)

Identifica el eje de la abscisa y la ordenada respectivamente en el plano cartesiano; y ubica los siguientes puntos en este plano: (0,3), (2,5), (-1,4), (5,1), (6,2).



Problema 2 (9 puntos)

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones mediante los 3 métodos (igualación, reducción, sustitución):

$$\left.\begin{array}{r} x + 3y = -1 \\ 3x - 4y = 6 \end{array}\right\}$$

¿Cuál es el método más fácil para resolver esta ecuación según usted?¿Por qué?

Problema 3 (4 puntos)

Resuelve el sistema de ecuaciones y luego grafica su solución.

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 5y = 1 \\ 3x + 2y = -6 \end{array}\right\}$$

Pregunta 4 (4 puntos)

Representa en una recta numérica para cada caso, las siguientes desigualdades e inecuaciones.

a) 6 > 3

b) $3 < x < 8$

c) $y \geq 5$

d) $-2 \leq y \leq 0$

Problema 5 (5 puntos)

Según la siguiente inecuación:

$$\frac{3x - 1}{x + 2} > 0$$

a) ¿Para qué valores la expresión se hace cero y se indefine? Justifique su respuesta.
b) ¿Cuál es el conjunto solución final de ésta inecuación? Justifique su respuesta.

Problema 6 (4 puntos)

Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{x/x \in \mathcal{R} \wedge \quad 2x - 4 > 0\}$$

$$B = \{x/x \in \mathcal{R} \wedge \quad 3 - x \geq 0\}$$

a) Determinar la solución de cada uno de ellos.

b) Determinar el conjunto solución de la intersección de ambos conjuntos.

Problema 7 (2 puntos)

La relación de grados Celsius C y grados Fahrenheit F está dada por:

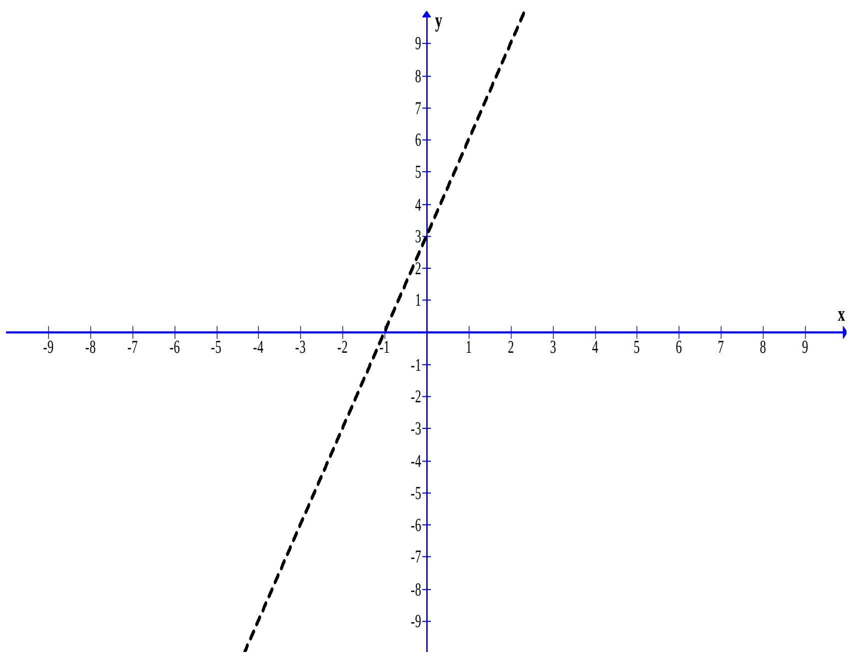
$$C = \frac{5}{9}\,(F - 32)$$

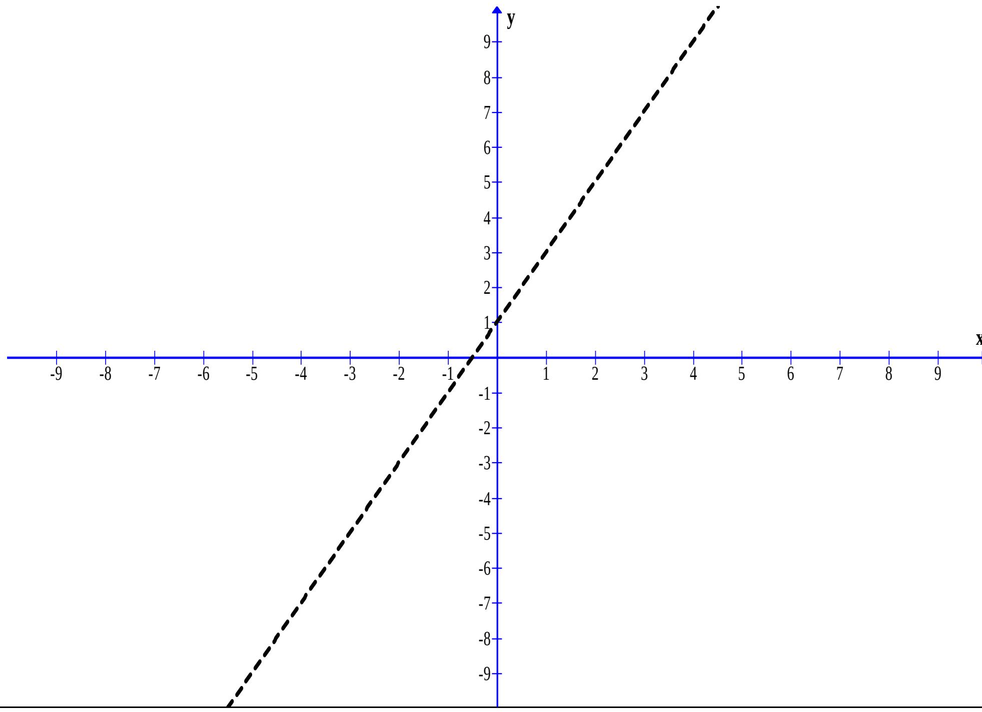
a) Determine el intervalo en la escala Fahrenheit que corresponde a $20 \leq C \leq 30$

b) Determine el intervalo en la escala Celsius que corresponde a $50 \leq F \leq 95$

Problema 8 (2 puntos)

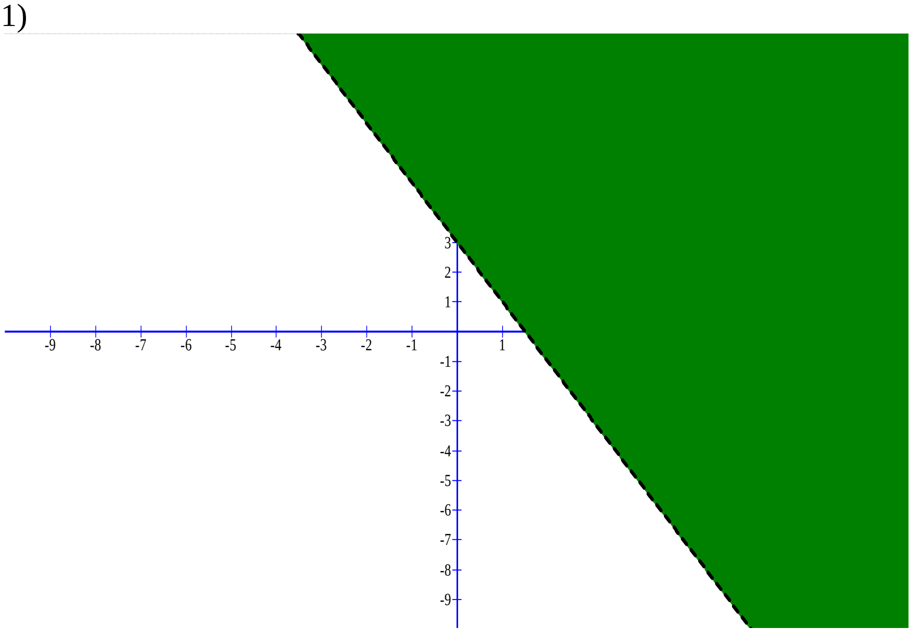
Pinta la región solución de la inecuación según corresponda en los siguientes ejercicios:

a) 	$y < 3x + 3$

b) 	$2x + 1 < y$

Problema 9 (2 puntos)

Marca la alternativa correcta según corresponda al gráfico.

1) 	a) $3>2x+y$ b) $2y<3+x$ c) $3<2x+y$ d) $2y> 3-x$

CLASE N°2

Pregunta 1

Escribe con tus propias palabras las siguientes definiciones:

Ecuación:

Desigualdad:

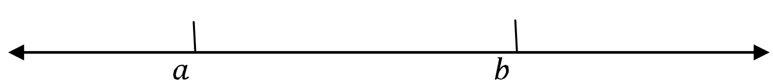
Intervalo:

Inecuación:

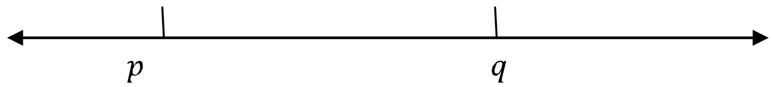
Pregunta 2

Sabiendo que $a, b, p, q, w, z \epsilon \mathbb{R} \wedge a < b$; $p < q$ representa:

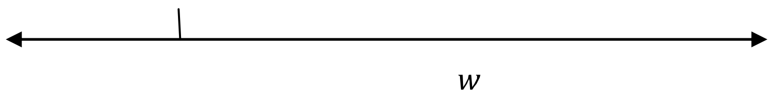
$[a, b]$:



$]p, q]$:



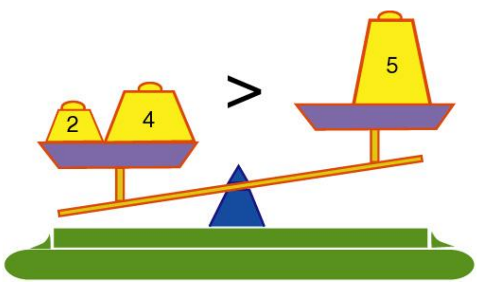
$[w, \infty[$:



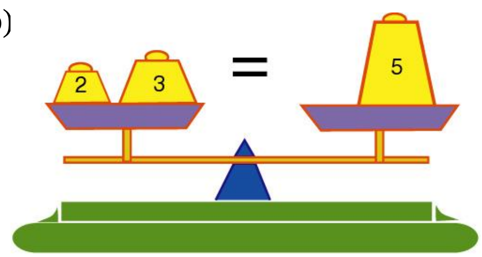
Pregunta 3

Observa los siguientes esquemas.

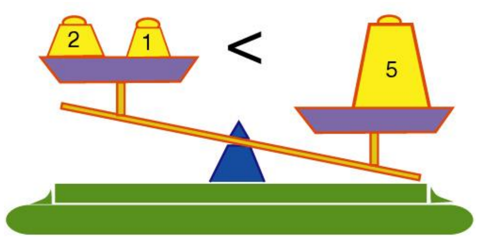
a)



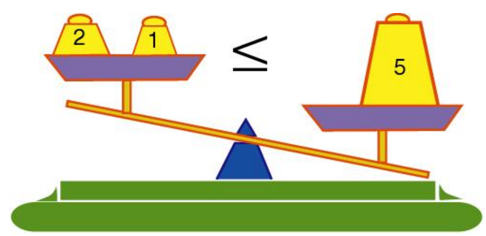
b)



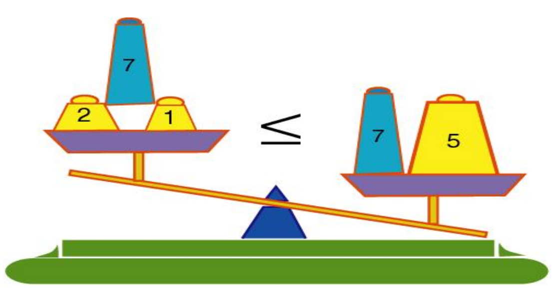
c)



d)



e)



Para cada uno de los ejemplos anteriores, responda las siguientes preguntas:

i. Súmale 3 a cada ejemplo ¿ocurre algo respecto a las desigualdades? Y si le sumas cantidades negativas ¿ocurre algo? Escribe tus conclusiones.

ii. Multiplica por 4 cada desigualdad anterior ¿cambian las desigualdades? Y si las multiplicas por -1/4 ¿Qué ocurre? Escribe tus conclusiones.

iii. ¿Ves alguna diferencia entre las igualdades y las desigualdades?

Pregunta 4

Comprueba que cualquier número mayor a 3 es solución de las siguientes inecuaciones:
$5x > 4x + 3$; $3x - 9 > -3x + 9$; $4x - 2 > 3x + 1$

¿Son equivalentes estas inecuaciones?

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………

No olvidar!!!!!

Una inecuación es equivalente a otra siempre y cuando tengan el mismo conjunto desolución.

Pregunta 5

Busca 3 valores que sean soluciones y otros 3 valores que no lo sean de la siguiente inecuaciones.

Inecuación	Son soluciones	No son soluciones
$\frac{(4x+5)}{2} < 3$		
$\frac{(3x-6)}{3} \geq 2$		

Pregunta 6

Dadas las siguientes inecuaciones, exprese su conjunto solución como conjunto, gráficamente y como intervalo:

i. $\frac{x-6}{3} + \frac{x+4}{2} \geq \frac{x-5}{6}$

ii. $\frac{3x-8}{4} + \frac{x+7}{2} < 3x - 2 - \left(\frac{x+3}{6}\right)$

Pregunta 7

Represente gráficamente los siguientes conjuntos de números reales.

$$A = \left\{ y \setminus y \in \mathbb{R} \parallel \frac{y-9}{y+2} < 0 \right\} \qquad B = \left\{ z \setminus z \in \mathbb{R} \parallel \frac{3z-7}{z-4} \geq 0 \right\}$$

Pregunta 8

Resuelva los siguientes problemas:

i. Un estudiante debe mantener un promedio numérico final en cinco exámenes de 80% a 89% para obtener una nota final de B en el curso de cálculo. Si en los primeros cuatro exámenes obtuvo calificaciones de 96%, 70%, 81% y 95%. ¿Qué calificación deberá obtener en el examen final para obtener una nota de B?

ii. El perímetro de un rectángulo de 10 cm de largo, debe ser al menos de 50 cm, pero no mayor de 75 cm. ¿Cuál es el valor permitido para el ancho de este rectángulo ?

Pregunta 9

Recopilando todo lo anterior, haga un resumen según lo aprendido en esta clase.

Clase N°3

Pregunta 1

Observando las siguientes expresiones:

i. $x = 6$
ii. $x + y = 6$
iii. $x + y > 6$

a) ¿Qué representan cada expresión en el plano cartesiano?

b) Al interceptar estas expresiones, ¿se obtiene algún conjunto solución?

Pregunta 2

Dada la siguiente inecuación $2x + 3 \geq y$

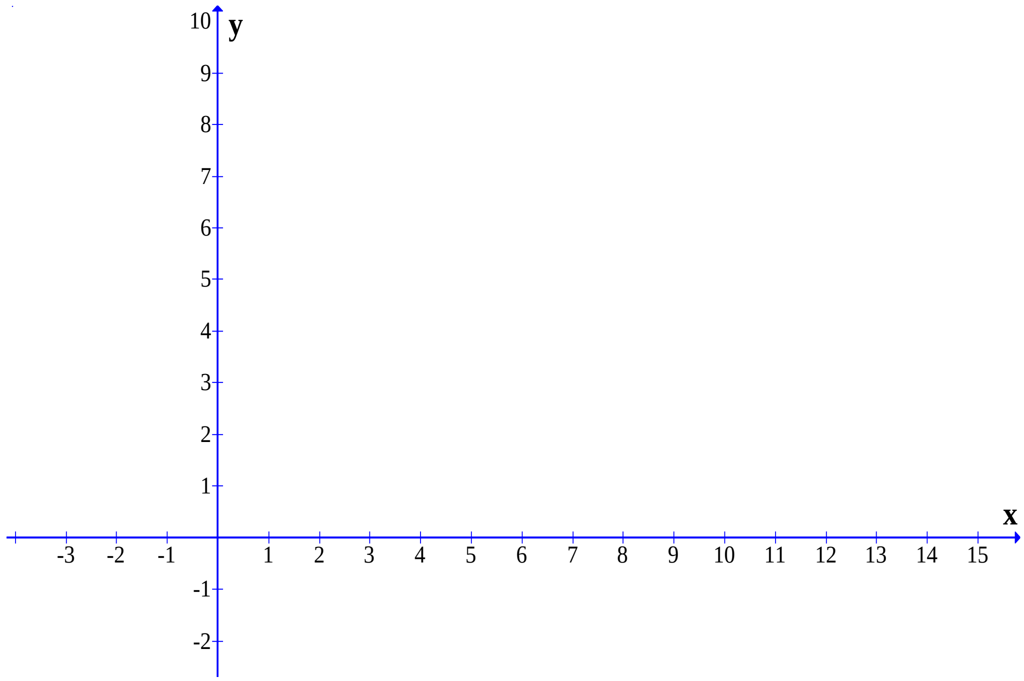
a) Verifique que los siguientes puntos satisfacen la desigualdad

Puntos	Desarrollo	V ó F
(0,1)		
(-1,3)		
(-2,0)		
(2,3)		
(-1,1)		
(1,0)		
(0,3)		

b) ¿Qué representan todos los puntos que satisfacen la desigualad?

Pregunta 3

Grafica la siguiente ecuación $3x - y = 6$



Sabiendo lo anterior ¿Cómo se grafica $3x - y < 6$? Indique los pasos a seguir según usted y grafique dicha inecuación.

Pregunta 4

Podemos decir que la recta $3x + 2y - 6 = 0$, separa al plano en dos semiplanos; uno de ellos es $3x + 2y - 6 > 0$ y el otro semiplano es $3x + 2y - 6 < 0$, según esto grafique estas dos inecuaciones (con distintos colores).

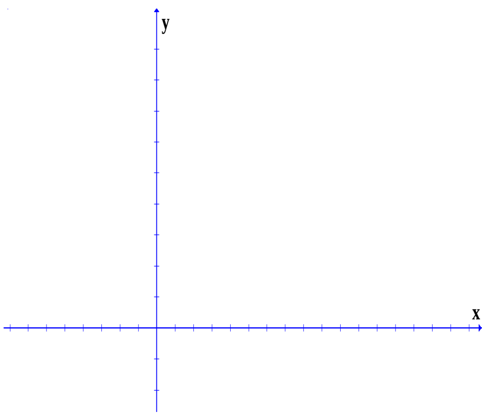
Pregunta 5

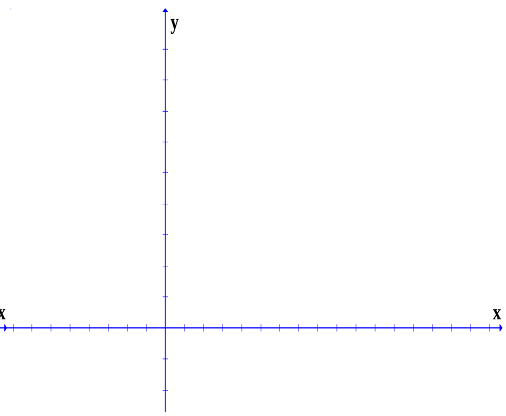
Dadas las siguientes inecuaciones; grafique cada una de ellas y determine cuáles son equivalentes.

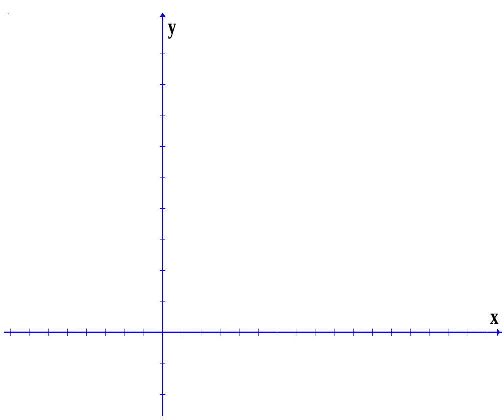
i. $4x + 2 > y + 3$ ii. $2x + 1 < y$

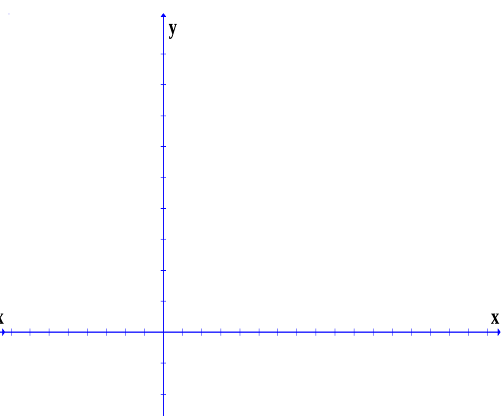
iii. $x - \frac{1}{4} > y$iv. $5x + 3 \leq y$

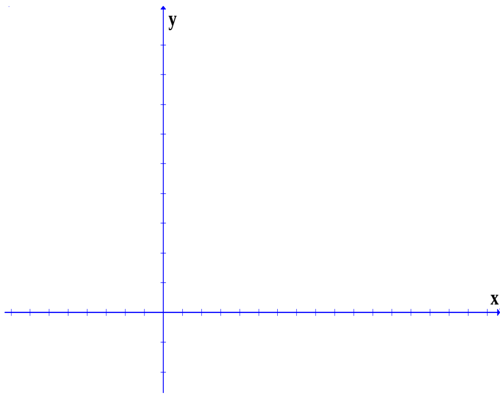
v. $x + \frac{3}{5} \leq \frac{y}{5}$ vi. $10x + 6 \geq 2y$

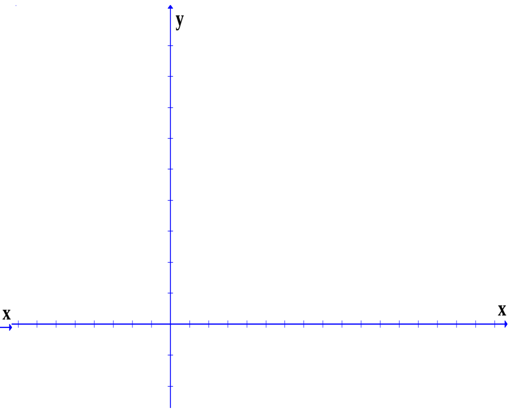












Pregunta 6

Una fábrica elabora dos productos A y B. cada unidad del articulo A producida requiere dos horas de trabajo en una máquina y cada unidad del articulo B requiere de 5 horas de trabajo en la misma máquina. La fábrica tiene un máximo de 40 horas de trabajo en la máquina durante la semana.

Grafica la relación que muestra la combinación de ambos artículos y lo que la fabrica es capaz de producir semanalmente.

Pregunta 7

Recopilando todo lo anterior, haga un resumen según lo aprendido en esta clase.

Clase n°4

Pregunta 1

Resolver y graficar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{array}\right\}$$

Pregunta 2

Representar en el plano cartesiano la región que cumple con las siguientes inecuaciones simultáneamente:

$$\left.\begin{array}{c} 3x + y \leq 6 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Pregunta 3

Describir mediante un sistema de desigualdades la región interior del polígono convexo con vértices en los puntos A(0,0), B(1,4), C(4,0), D(3,3)

Pregunta 4

El alimento para un animal ha de ser una mezcla de dos productos alimenticios, cada unidad de los cuales contiene proteínas, grasas y carbohidratos en el número de gramos que se da en el cuadro siguiente:

	Producto Alimenticio	
	I	II
Proteínas	10	5
Grasas	0,1	0,9
Carbohidratos	10	30

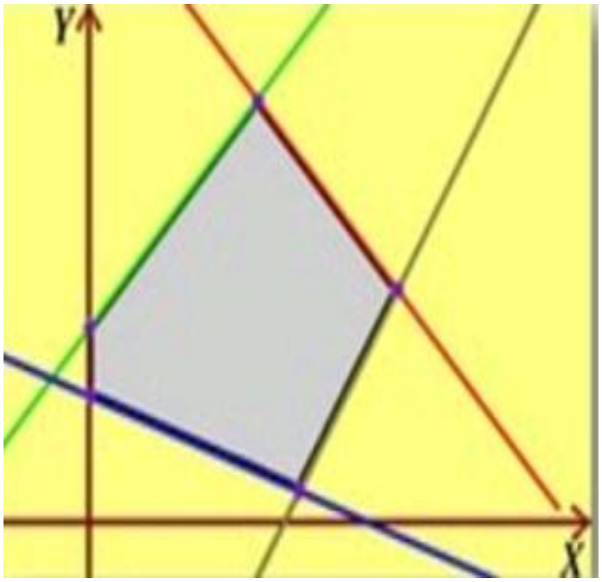
Cada bolsa de la mezcla resultante tiene que contener cuando menos 40 gramos de proteínas; 1,8 gramos de grasas y 120 gramos de carbohidratos. Grafíquese el sistema de desigualdades que muestra las mezclas que satisfacen estos requisitos.

Pregunta 5

Según lo aprendido en la clase, haz un resumen (un diagrama, un mapa conceptual) de eso.

Clase N°5

Es importante saber que…



La programación lineal es una técnica matemática utilizada para dar solución a problemas que se plantean comúnmente en diversas disciplinas como Economía, Ingeniería, Sociología, Biología, etc.

En esencia trata de maximizar y/o minimizar una función lineal en dos o más variables teniendo en cuenta que las mismas deben cumplir con determinadas exigencias derivadas de la escasez de recursos disponibles en la realidad.

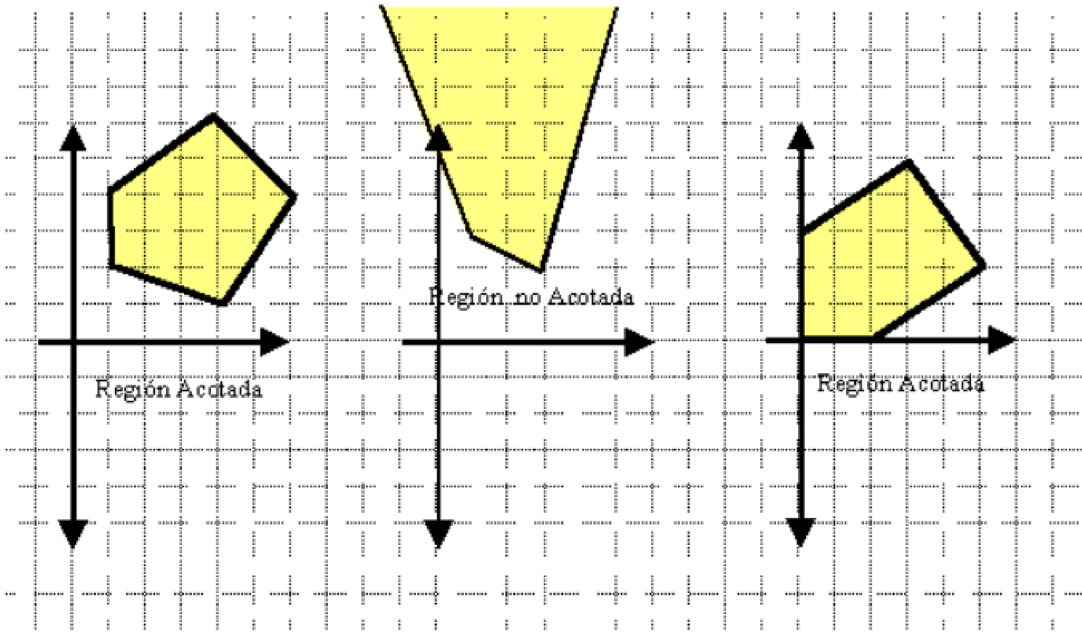
El problema de asignar convenientemente recursos escasos es un problema conocido desde la antigüedad, especialmente en el mundo de la economía, aunque una solución para el área de matemáticas es reciente.

Esta técnica nación en los años 40’ donde gracias al trabajo de matemáticos, físicos y economistas como George B. Dantzing, se sentaron las bases para la resolución de problemas de Programación lineal.

Cuando nos propongan un problema de programación lineal, nos encontraremos con inecuaciones, que debemos representar en un eje de coordenadas. Llamaremos ***región factible*** a la solución común a todas las inecuaciones planteadas.

Cuando hayamos representado todas las inecuaciones, nos podemos encontrar que la solución común es un polígono cerrado, que llamaremos ***región acotada***, pero en algunas ocasiones nosencontraremos con problemas donde la región factible no es un polígono cerrado, sino una ***región abierta*** o ***no acotada***.

En los siguientes ejemplos, observamos diferentes regiones, unas acotadas y otras no acotadas:



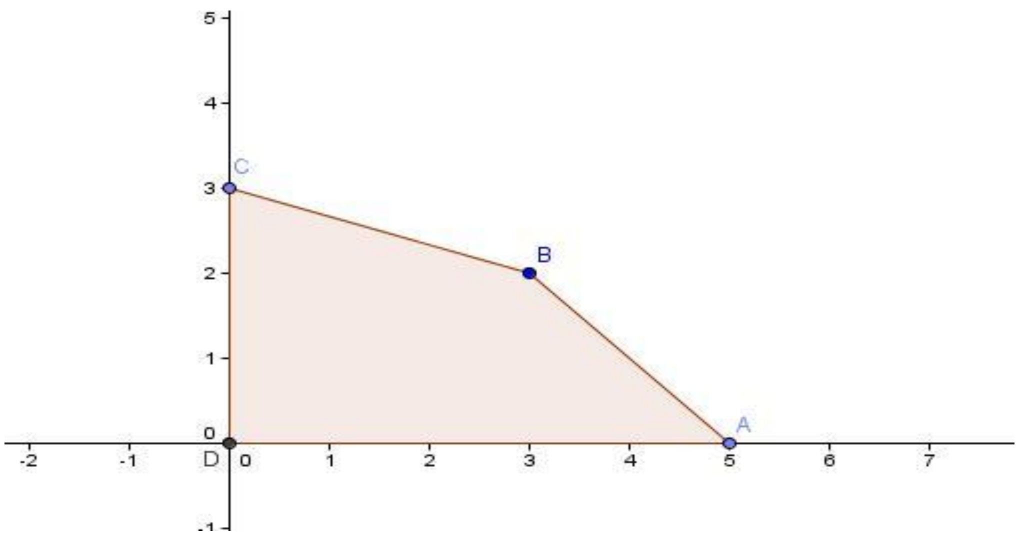
Pregunta 1

En la siguiente función $F(x,y) = x + y$. Evaluar para los siguientes puntos:

(x,y)	$(1,2)$	$(3,-5)$	$(-4,5)$	$(-1,2)$
$F(x,y)$				

Pregunta 2

Según la siguiente región:



a) Identifique los vértices de dicha región

b) Si reemplazas estos vértices en la función: $F(x, y) = 2x + 3y$

- ¿Cuál es el valor más alto que encontraste? ¿Qué representa este valor?
- ¿Cuál es el menor valor? ¿Qué representa este valor?

Pregunta 3

Considera el triángulo de vértices (0,0), (2,8) y (10,3) y determina:

a) El punto del triángulo donde la función $F(x, y) = -4x + y + 9$ alcanza el máximo.

b) El punto del triángulo donde la función $F(x, y) = 4x + y + 12$ alcanza el mínimo.

Pregunta 4

En la región determinada por $3x + y \geq 5$; $x - y \leq 0$; $y \geq 0$. Halla el punto en que la función $F(x, y) = 2x + 4y$ alcanza su valor mínimo. ¿Puede alcanzar su máximo en la región?

Continuando con lo anterior, decíamos que el objetivo de la programación lineal es maximizar o minimizar una función de dos variables sujeta a ciertas restricciones.

La ***función objetivo*** es la expresión que se desea hacer máxima o mínima una función.

Pasos para encontrar el máximo y el mínimo de una función objetivo sujeta a restricciones:

Paso 1: Se igualan las restricciones.

Paso 2: Se grafican estas restricciones.

Paso 3: Los vértices encontrados en la gráfica se sustituyen en la función objetivo.

Paso 4: Estos valores encontrados serán tu guía para conocer el máximo y el mínimo de la función objetivo.

Pregunta 5

Y ahora para finalizar, responde a lo siguiente:

¿Qué conocimientos previos necesite para resolver esta guía?

Haz un resumen de lo aprendido en esta clase

Clase N°6

Pregunta 1

Una fábrica quiere producir bicicletas de paseo y de montaña. La fábrica dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio. Para construir una bicicleta de paseo se necesitan 1kg de acero y 3kg de aluminio y para construir una bicicleta de montaña se necesitan 2 kg de acero y otros 2 kg de aluminio. Si se venden las bicicletas de paseo a 200 euros y las de montaña a 150 euros.

Si x representa el número de bicicletas de Paseo e y representa el número de bicicletas de Montaña

a) Completar la siguiente tabla:

	B. de Paseo	B. de Montaña	Restricciones
Numero de bicicletas	X	Y	$x \geq 0$; $y \geq 0$
Acero		2y	$X + 2y \leq 80$
Aluminio	3x	2y	
Beneficio	200x		

b) ¿Cómo representarías la función objetivo de acuerdo a los datos que completaste en la tabla?

c) De acuerdo a la función objetivo encontrada, ¿es posible maximizarla?

d) Si es posible, ¿en qué punto se logra esto?

Pregunta 2

Un proyecto de ingeniería puede llevarse a cabo por dos grupos diferentes de una misma empresa: G1 y G2. El objetivo es jardinear tres sectores A, B y C. En la siguiente tabla se recoge el número de unidades, que puede jardinear cada grupo, en cada uno de los sectores, por un tiempo de una semana.

N° de semanas	Sector A	Sector B	Sector C
Grupo 1 (G1)	4	10	7
Grupo 2 (G2)	10	5	7

Se necesita jardinear un mínimo de 40 unidades en el sector A, 50 unidades en el sector B y 49 unidades en el sector C. su costo semanal se estima en aproximadamente $330.000 para el grupo G1 y en $400.000 en el grupo G2.

a) ¿Cuáles son las restricciones del problema anterior? Justifique su respuesta.

b) Identifica la función objetivo.

c) ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para que su costo final sea mínimo?

d) Traduce tus respuestas anteriores en una tabla con todos los datos.

Pregunta 3

Y finalmente responde a estas preguntas:

a) ¿Qué conocimientos previos necesite para resolver esta guía?

----

b) Haz un resumen de lo aprendido en esta clase.

Glosario

Programación lineal: Trata de optimizar, es decir, de maximizar o minimizar una función lineal con dos variables sujeta a unas restricciones que están dadas por inecuaciones lineales.

Función Objetivo: Es la función lineal en dos variables que se desea optimizar. Se representa por:

$$F(x, y) = ax + by$$

Región Factible: Es un polígono convexo finito o infinito en el que toma valores la función objetivo, es decir, son todos los puntos del plano que verifican todas las restricciones del enunciado del problema.

Solución óptima: Son los puntos de la región factible donde la función objetivo alcanza el valor óptimo, es decir, el valor máximo o mínimo.

Es bueno saber que…

Procedimiento de resolución

Para resolver un problema de programación lineal se siguen los siguientes pasos:

- Se hace una tabla con los datos del problema
- Se representa la región factible
- Se calculan los valores de la función objetivo en los vértices de la región factible
- Se escribe la solución

Clase N°7. Mapas Conceptuales

Actividad 1

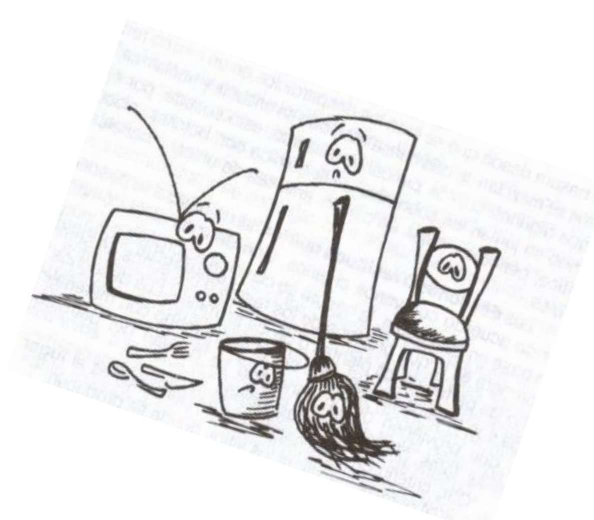
De acuerdo a los siguientes objetos:

Silla	Sábana	Plato	Refrigerador	Escoba
Cama	Funda	Tenedor	Estufa	Trapeador
Mesa	Toalla	Vaso	Aspiradora	
Sofá	Servilleta	Cuchillo	Televisión	

1. Escoge el concepto más importante, inclusivo o general que abarque a todos los mostrados en la tabla. ¿Cuál crees tú que es el más apropiado para describir a todos?

2. Si tuvieras que darle un nombre a cada grupo de conceptos mostrados en la tabla. ¿Cuál sería? Escríbelo en el espacio en blanco con *

*	*	*	*	*
Silla	Sábana	Plato	Refrigerador	Escoba
Cama	Funda	Tenedor	Estufa	Trapeador
Mesa	Toalla	Vaso	Aspiradora	
Sofá	Servilleta	Cuchillo	Televisión	



Actividad 2

De acuerdo a los siguientes conceptos:

-mochila -bandera

-correr - silla

-nacimiento de un niño (a) - vender

-manzana - gato

-escribir - jugar

- pizarrón - leer

a) ¿Cuáles de estos conceptos son **objetos**? ¿Cuáles **acontecimientos**? Nómbralos y ordénalos en la siguiente tabla:

Objetos	Acontecimientos

Actividad 3

Describe con tus propias palabras que piensas al leer estos conceptos:

- Auto
- Perro
- Llover
- Jugar

¿Podrías relacionarlos unos con otros, y para ello crear una breve historia (de 5 líneas mínimo) donde estos estén involucrados?

Actividad 4

Utiliza las siguientes palabras para crear frases cortas a tu elección:

Las palabras son: Donde, él, es, y, entonces, con, está.

Actividad 5

Lee el siguiente texto y en base a él contesta las preguntas a continuación:

“Existen muchas clases de animales que pueden ser vertebrados o invertebrados. Dentro de los invertebrados encontramos insectos y arácnidos como la hormiga o el escarabajo y la araña roja o la tarántula respectivamente, que son todos ellos artrópodos”.

a) selecciona los conceptos más importantes.

b) identifica cuál de ellos es el más importante.

c) jerarquiza los conceptos, es decir, elige el de mayor importancia y de ahí sigue hasta los restantes. De esta forma estarás construyendo tu propio mapa conceptual.

Evaluación Final (Post-Test)

Nombre: ……………………………………………………………Curso: ………………….

Establecimiento: ……………………………………………………………………………….

Puntaje Total: ……………………………………Puntaje obtenido:…………………………....

Nota: ………………………………………………………………………………………………..

Contenidos: ❖ Inecuaciones lineales con dos incógnitas. ❖ Gráfico de semiplanos. ❖ Relación entre ecuaciones e inecuaciones lineales. ❖ Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas. ❖ Máximos y mínimos de una función. ❖ Programación lineal en dos variables.
Objetivos: ❖ Evaluar los conocimientos que aprendiste. ❖ Analizar la materia de estudio.
Instrucciones: ❖ La prueba es individual y tiene un tiempo estimado de 75 minutos. ❖ Responder todo en la hoja de prueba, no se permiten hojas extras. ❖ Recordar que esta evaluación es con nota.

Cómo pudiste ver en las clases anteriores gran cantidad de problemas prácticos en la vida real conducen a la resolución de una ecuación y también de una desigualdad. De acuerdo a esto:

Pregunta 1

Según lo estudiado: ¿Qué entendiste por ecuación? /(1 punto) -- --	Según lo estudiado: ¿Qué entendiste por desigualdad? /(1 punto) -- ---

-- --- --	-- -- --

Pregunta 2

Escribe las siguientes informaciones utilizando desigualdades.

a) He sacado, por lo menos, un 7 en el examen./(1 punto)

b) Estoy en la oficina de ocho de la mañana a seis de la tarde./(1 punto)

Pregunta 3

Escribe el resultado al operar con las siguientes características la desigualdad 12 > 2.

a) Sumándole 3 /(1 punto)	b) Multiplicándola por -2 /(1 punto)
c) Restándole 2 /(1 punto)	d) Dividiendo entre 3 /(1 punto)

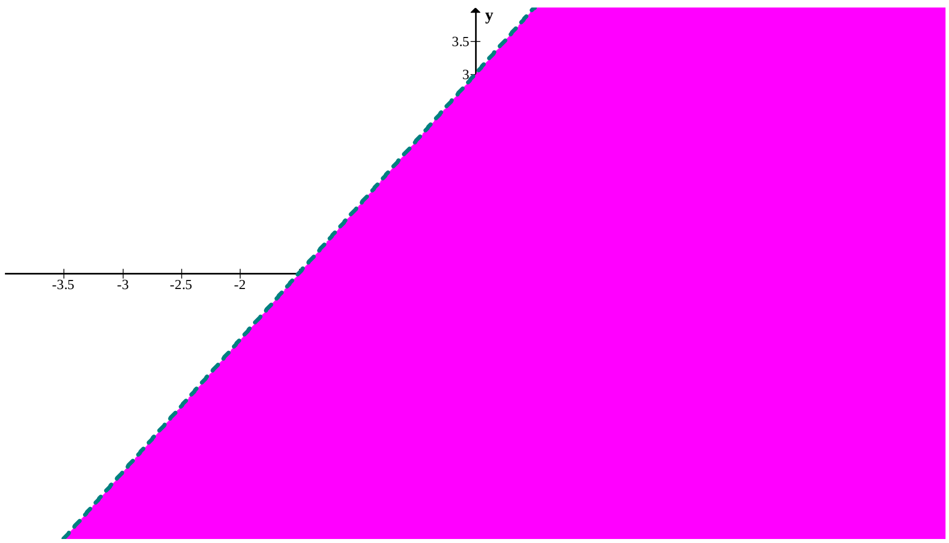
Pregunta 4

Distingue cual de las siguientes expresiones son desigualdades y cuales inecuaciones. Si son inecuaciones escribe su solución en forma de intervalo.

a) $-5 > 0$/(1 punto)	d) $-y \geq 2$ /(2 puntos)
b) $7 \leq 7$/(1 punto)	e) $y > 4$ /(2 puntos)
c) $x - 2 \leq x + 6$/(1 punto)	f) $-8 < 9$ /(1 punto)

Pregunta 5

Escribe la inecuación cuya solución es el siguiente semiplano./(3 puntos)



Inecuación:

Pregunta 6

Dado el sistema
$$\left.\begin{array}{r} y > -2x + 3 \\ y \leq -x + 7 \end{array}\right\}$$

y los puntos: $A(3,2)$; $B(5,3)$; $C(-2,8)$; $D(4,2)$; $E(0,0)$; $F(-1,7)$

a) Indica cuál de ellos son solución del sistema./(4 puntos)

b) ¿Cuáles son solución **solo** de la primera inecuación? /(1 punto) ¿Cuáles **solo** de la segunda?/(1 punto)

c) ¿Cuáles **no son** solución de ninguna de ellas?/(1 punto)

Pregunta 7

Si tenemos la región determinada por:

$$\left.\begin{array}{c} 3x + y \geq 5 \\ x - y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

y la función: $F(x, y) = 2x + 4y$

a) ¿En qué punto esta función según las restricciones dadas alcanza su valor mínimo?/(13 puntos)

b) ¿Puede alcanzar su máximo en esa región?/(1 punto)

Pregunta 8

Un sastre tiene 80 m² de tela de algodón y 120 m² de tela de lana. Un traje de caballero requiere 1 m² de algodón y 3m² de lana y un vestido de señora necesita 2m² de cada una de las telas. Calcular el número de trajes y vestidos que debe confeccionar el sastre para maximizar los beneficios si un traje y un vestido se venden al mismo precio.

a) Completar la siguiente tabla: /(3 puntos)

	N°	Algodón	Lana
Traje	X	x	
Vestido	Y		2y
Total		x+2y	

b) ¿Cómo representarías la función objetivo de acuerdo a esta tabla?/(1 punto)

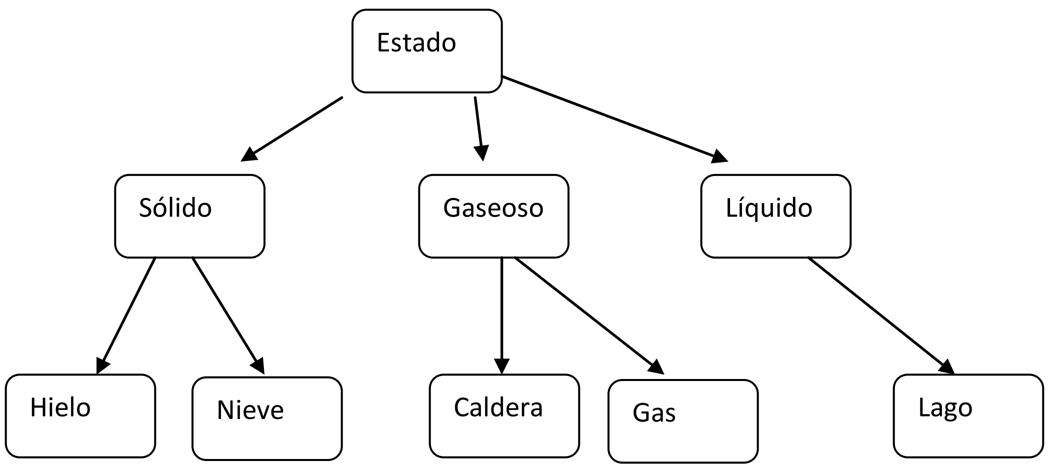
c) De acuerdo a la función objetivo encontrada, ¿es posible maximizarla?/(4 puntos)

d) Si es posible, ¿En qué punto se logra esto?¿qué significa este resultado? /(1 punto)

Pregunta 9

Dados los siguientes términos o conceptos, únalos con flechas, relacionándolos jerárquicamente según se criterio.

Ejemplo: lago, sólido hielo, nieve, estado, gaseoso, líquido, gas, caldera.



Conceptos:

- ❖ Ecuaciones
- ❖ Igualdades
- ❖ Inecuaciones
- ❖ Desigualdades
- ❖ Dos incógnitas
- ❖ Una incógnita
- ❖ Puntos de un intervalo
- ❖ Puntos de un semiplano

¿Cuáles son los conocimientos que consideras relevantes para resolver la prueba?

¿Cuáles son las dificultades que tuviste para resolver esta prueba?

4.5 Unidad de Análisis

En nuestra investigación la unidad de análisis fueron los alumnos de tercer año medio diferenciado, en la asignatura de matemática, donde se aborda el tema de inecuaciones de primer grado con dos variables.

4.5.1 Identificación de la Variables

Las variables las clasificaremos en:

Variables dependientes: - Rendimiento;

- Aprendizaje significativo.

Gráfico

4.5.2Población

La población en estudio estuvo compuesta por estudiantes que cursan Tercer Año de Enseñanza Media de establecimientos subvencionados que fueron elegidos al azar, en un universo de Instituciones Científico-Humanista,donde se creó dos grupos con características similares para ser comparados como son Mar Abierto y Winterhill ambos son instituciones que mantienen un curso por nivel, como también llevan un común denominador que es la integración e interacción entre el arte y la ciencia.

El otro grupo (colegio Internacional y nuevocolegio particular de Cartagena) también reúnen condiciones similares, que a su vez se diferencian del primer grupo, estos colegios son instituciones más tradicionales.

4.5.2.1 Características de los Colegios Experimentales.

- **Nuevo Colegio Particular de Cartagena**

El Colegio Particular de Cartagena nació hace cincuenta años atrás, en la ciudad de Cartagena y hoy cuenta con más de cuatrocientos estudiantes en su institución desde kínder a Cuarto año de Enseñanza Media, impartiendo enseñanza Científico-Humanista a los cuatro niveles de Enseñanza Media.

Esta institución cuenta con 26 docentes que hacen su labor en la educación, apoyados por 14 para-docentes y 7 profesores del área técnica profesional. Todos ellos están guiados por el director don Juan José Ramírez Vásquez, que ha hecho una excelente labor en su cargo ya que además de las asignaturas correspondientes a la malla dictada por Ministerio de Educación, ellos realizan talleres de radio, danza, música, teatro escolar, taller deportivo, taller de banda, taller de artes, entre otros, dando una presentación cada taller al final del año escolar en sus diferentes niveles.

Misión:

Este colegio tiene como misión que los estudiantes desarrollen sus potencialidades al máximo y que este desarrollo este basado en valores y respeto hacia su entorno, para que con eso al egresar de esta institución los estudiantes sean personas que contribuyan al país, en el margen del respeto, colaboración y armonía.

Visión:

El Nuevo colegio particular de Cartagena vislumbra un desarrollo integral de la niñez a la juventud en los estudiantes de esta institución, mediante el fortalecimiento de modales y profundizaciones de carácter académico tecnológico e investigativo.

- **Colegio Mar Abierto**

El colegio mar abierto, es una institución ubicada en el Cerro Concepción, Valparaíso cuya dependencia es particular subvencionada con financiamiento compartido, trabajando en Jornada Escolar Completa. Sus cursos son mixtos y posee una matrícula que fluctúa entre los 24 y 30 estudiantes por curso.

El colegio Mar Abierto abre sus puertas en marzo de 2008, con una matrícula de 298 estudiantes abarcando los tres niveles de enseñanza: Pre-Básica, Básica y Media. En la actualidad el colegio posee una matrícula superior a los 320 estudiantes.

El ambiente escolar se desenvuelve en un clima de trabajo tranquilo y ameno, donde niños, niñas, jóvenes y adultos se interrelacionan afectivamente al ritmo de la creatividad, la música, el arte y la investigación.

El diseño metodológico del Colegio Mar Abierto se nutre con la capacidad innovadora de sus maestros y maestras que propician el desarrollo de una cosmovisión en el estudiante que le permita perfilar su individualidad como ser único y valioso.

Enfoque Educativo:

El enfoque educativo del colegio mar abierto es el paradigma constructivista que define el surgimiento del aprendizaje significativo cuando él y la estudiante, como constructores de su propio conocimiento, relacionan los conceptos a aprender y les dan un sentido a partir de la estructura conceptual que ya poseen. El aprendizaje significativo a veces se incorpora al relacionar los conceptos nuevos con los que se poseen, a partir del autoconocimiento o por transmisión cultural, dándose cuando las tareas están relacionadas de manera congruente y el sujeto decide aprenderlas.

Es así entonces que el denominador común del colegio es la interacción e integración entre ciencia y arte. El arte es representación y la ciencia explicación de la misma realidad.

Valores Institucionales:

Los valores que están a la base del proceso educativo son:

- Respeto por los demás en su espacio favoreciendo una convivencia armónica

- Tolerancia en la aceptación del otro en su particularidad
- Libertad en la expresividad
- Afectividad en la relación dialógica
- Autonomía para construir su propio proyecto de vida

4.5.2.2 Características de Colegios Controles

- **Colegio Internacional**

El colegio Internacional, es una institución particular subvencionada fundada el año 1967 por la señora Orfelia Valenzuela Saavedra en la avenida Alemania del Cerro Alegre. Inicia sus actividades el 1°de marzo de 1968 con una matrícula de 128 alumnos de 1° a 6°año básico.

A la fecha son 661 los jóvenes egresados, quienes se desempeñan en los distintos ámbitos del quehacer nacional; la Educación, las Artes y la Cultura, la Tecnología, las Ciencias, las Empresas, las Comunicaciones, las Leyes, el Deporte, los Servicios y la Familia. Son testigos y testimonio de lo que significa la impronta del Colegio Internacional Valparaíso.

El Colegio entrega una educación que potencia en los alumnos el desarrollo de la inteligencia, el dominio de la voluntad y el perfeccionamiento de la sensibilidad con el propósito de que en el futuro sean impulsores del bien común a través de la verdad, la justicia, la honradez, la tolerancia y la solidaridad.

Misión:

Entregar una excelente educación, en una ambiente familiar personalizado con diversidad cultural preparando a personas integras que aporten al desarrollo de la sociedad, sujeta a los constantes cambios que surgen en el mundo de hoy.

Visión:

Ser un colegio integro, en todos los ámbitos de la educación, desarrollar a personas fuertes, éticas e innovadoras capaces de enfrentar los desafíos que vienen en el futuro. Enseñar valores basados en la familia, las relaciones humanas, el medio ambiente logrando que la persona se adapte de la mejor forma posible en sus distintas etapas de la vida.

- **Colegio Winterhill**

El colegio particular Winterhill, nació en la vida educacional en Viña del Mar, el año 1975. Inicia las actividades educacionales con kínder (educación pre básica) y enseñanza básica completa (1° a 8°). El año 1976 se crea la enseñanza media y en consecuencia la primera promoción egresa el año 1980, ese año egresa del colegio la primera generación de alumnos de cuarto año medio. El colegio se define como laico y fundamenta su acción educacional a partir de una visión humanista, integral y liberadora de la persona.

El colegio en ambos niveles, trabaja con los planes y programas del ministerio de educación, definiendo un currículo para cada nivel de enseñanza conforme a las directrices ministeriales. Dado que su proyecto incluye como principio pedagógico el desarrollo máximo de las potencialidades de sus estudiantes, respondiendo a los múltiples intereses y habilidades de niños y jóvenes que se incorpora en el Plan de Estudios en ambos niveles de enseñanza.

Misión

Desarrollando un proceso pedagógico que se sustenta en la comunicación y la confianza mutua entre quienes componen su comunidad educativa y donde las relación pedagógica, la convivencia escolar y la gestión educativa se caracterizan por ser participativas, democráticas, tolerantes, solidarias y creativas. Construyendo vínculos con su entorno que le permitan nutrir su proyecto educativo y ofrecerlo a otros.Siendo fiel al Proyecto que le dio vida contextualiza permanentemente su propuesta educativa al momento histórico y cultural que vive.

Visión

Queremos que estos valores se expresen en la convivencia cotidiana ya que alumnos y alumnas aprenden lo que viven; si viven en ambiente de respeto aprenden a respetar, si viven en ambiente de libertad aprenden a valorar la libertad; si viven con afecto aprenden a expresar y encontrar amor en el mundo. Así buscamos desarrollar un proceso de formación que se viva en armonía y felicidad.

Queremos que nuestro Colegio establezca vínculos con su entorno, en una relación que nutra el proceso formativo y que nos permita aportar, desde la vivencia de los valores que nos sustentan, a la construcción de la realidad sociocultural.

4.5.3 Tipo de Muestreo

La muestra fue separada en dos grupos, los cuales tienen similares características que designaremos de la siguiente manera:

- E_1 grupo experimental de Tercer año Medio de Mar Abierto y C_1 grupo control de tercer año Medio del Colegio Winterhill
- E_2 grupo experimental de Tercer año Medio de Nuevo Colegio Particular de Cartagena y C_2 grupo control de Tercer año Medio del Colegio Internacional

Se expone a los grupos E_1 y E_2 a la metodología PREPASIV, mientras que a los grupos control (C_1 y C_2) se le expone la metodología tradicional.

Al finalizar la unidad se les presenta a todos los estudiantes, una prueba estandarizada en donde se medirá el grado de Aprendizaje Significativo alcanzado.

4.6 Diseño de la Investigación

En nuestra propuesta se emplea un diseño cuasi experimental, con 4 grupos:

	Grupos Control		Grupos Experimentales	
	Internacional	Winterhill	Mar Abierto	Nuevo Colegio de Cartagena
Pre- test	✓	✓	✓	✓
PREPASIV	✗	✗	✓	✓
Post- test	✓	✓	✓	✓

El número de estudiantes participantes en cada establecimiento de educación, se distribuirá de la siguiente manera:

	Grupos Control		Grupos Experimentales		
	Internacional	Winterhill	Mar Abierto	Nuevo Colegio de Cartagena	Total
Pre- test	11	12	15	11	49
PREPASIV	✗	✗	18	14	32
Post- test	11	12	17	14	54

Nota: Es importante mencionar que la cantidad de alumnos que participaron en la prueba pret- test, post- test y en la misma propuesta PREPASIV, difiere en cantidad ya que, hubo inasistencia por parte de los estudiantes en determinadas clases de la intervención.

4.7Técnicas e Instrumentos para Recopilar Datos

La información fue recolectada de acuerdo a las variables involucradas en la propuesta, para esto se emplearon los siguientes instrumentos:

- Como diagnóstico, un Pre-test.
- Como procedimiento, guías constructivistas.
- Como evaluación, un Post-test.

4.8 Forma de Presentación de los Datos

Análisis general de los establecimientos.

Como ya lo habíamos mencionados, contaremos con cuatro establecimientos subvencionados, los cuales se dividirán en dos grupos. Esta división se interpuesta por sus similares características, es por ello que el primer grupo a comparar serán los establecimientos Nuevo Colegio particular de Cartagena (E1) y el Liceo Internacional (C1). Estos establecimientos mencionados anteriormente son Liceos con una enseñanza tradicional, refiriéndonos particularmente al hecho de la utilización de uniforme, correspondiente a cada colegio según corresponde.

El segundo grupo en cuestión, estará formado por los establecimientos Mar Abierto (E2) y Winterhill (C2). Estos establecimientos comparten la misma insignia de enseñanza que es desarrollar el lado artístico de los estudiantes, y es por esto que los convierte en establecimientos artísticos, en donde ambos centro de educación se permiten la no utilización de uniforme, teniendo así una educación "más liberal", desarrollando las aptitudes y habilidades de cada uno en particular.

4.8.1 Datos de los Establecimientos en la prueba pre-test.

En primera instancia, todos los establecimientos realizaron una prueba llamada Pre-test, los resultados de dicha prueba, se mostraran a continuación mediante gráficos de barras múltiples. Estos gráficos se construyeron de acuerdo a los aprendizajes esperados de cada prueba, los que fueron evaluados de acuerdo a 5 tipos de criterios, que son:

- Completamente logrado
- Logrado
- Medianamente logrado
- Por lograr
- No logrado

A tales criterios se les agrego puntajes de evaluación dependiendo de la dificultad y los aprendizajes esperados de cada pregunta, es por ello que se realizaron tablas, tanto como para los aprendizajes esperados como los puntajes correspondientes a cada pregunta que a continuación serán presentadas.
Tabla de criterios de evaluación según los aprendizajes esperados.

Ítem	Completamente Logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr	No logrado
1	Identifican correctamente todos los puntos en el plano cartesiano	Identifican correctamente cuatro puntos en el plano cartesiano	Identifican correctamente tres puntos en el plano cartesiano	Identifican correctamente dos o un punto en el plano cartesiano	Identifican correctamente ningún punto en el plano cartesiano.
2	Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones identificando el punto solución utilizando los tres métodos	Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones identificando el punto solución utilizando dos métodos	Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones identificando el punto solución utilizando un método	Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones utilizando un sólo método, identificando erróneamente una de las coordenadas del punto solución.	Resuelven incorrectamente el sistema de ecuaciones
3	-Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones. - Grafican de forma correcta el sistema de ecuaciones.	-Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones. -Grafica de forma correcta sólo una ecuación del sistema.	-Resuelven correctamente el sistema de ecuaciones. - Grafica de forma incorrecta el sistema de ecuaciones.	-Resuelven incorrectamente el sistema de ecuaciones, en donde encuentran sólo un eje de coordenada. - No grafica el sistema de ecuaciones.	-Resuelven incorrectamente el sistema de ecuaciones. - Grafican de forma incorrecta el sistema de ecuaciones
4	Representan en la recta numérica los cinco tres de desigualdades e inecuaciones dadas	Representan en la recta numérica dos casos de desigualdades e inecuaciones dadas.	Representan en la recta numérica 1 casos de desigualdades e inecuaciones dadas	Representan parcialmente incorrecta la recta numérica de las desigualdades e inecuaciones dadas.	Representan en ningún caso desigualdades e inecuaciones
5	-Resuelven correctamente el conjunto solución de la inecuación. - Determina	-Resuelven correctamente el conjunto solución de la inecuación. - Determina	-Resuelven correctamente el conjunto solución de la inecuación. - Determina	- Resuelven incorrectamente el conjunto de solución de la inecuación. - Determina	-Resuelven incorrectamente el conjunto solución de la inecuación. - Determina

	correctamente los valores de la expresión cuando se indefine y/o se hace cero. - Justifica correctamente cuando la expresión se hace cero y se indefine.	correctamente los valores de la expresión cuando se indefine y/o se hace cero. - Justifica incorrectamente cuando la expresión se hace cero y/o se indefine.	incorrectamente los valores de la expresión cuando se indefine y/o se hace cero. - Justifica incorrectamente cuando la expresión se hace cero y se indefine.	correctamente el valor sólo de una expresión cuando se indefine y/o se hace cero. - Justifica incorrectamente cuando la expresión se hace cero y se indefine.	incorrectamente los valores de la expresión cuando se indefine y/o se hace cero. - Justifica incorrectamente cuando la expresión se hace cero y se indefine.
6	Resuelven correctamente el conjunto solución de cada uno de los conjuntos. Resuelven correctamente el conjunto solución de la intersección de ambos conjuntos	Resuelven correctamente el conjunto solución de cada uno de los conjuntos. Resuelven incorrectamente el conjunto solución de la intersección de ambos conjuntos		Resuelven correctamente el conjunto solución de uno de los conjuntos. Resuelven incorrectamente el conjunto solución de la intersección de ambos conjuntos.	Resuelven incorrectamente el conjunto solución de cada uno de los conjuntos. Resuelven incorrectamente el conjunto solución de la intersección de ambos conjuntos.
7	-Resuelven correctamente la inecuación en ambas preguntas. -Determinan correctamente el intervalo en ambas preguntas.	-Resuelven correctamente la inecuación en ambas preguntas. -Determinan correctamente el intervalo en una pregunta.	Resuelve correctamente la inecuación en ambas preguntas. Determinan incorrectamente el intervalo en ambas preguntas.	Resuelven correctamente la inecuación en una pregunta. Determinan correctamente el intervalo en una pregunta.	Resuelven incorrectamente la inecuación en ambas preguntas. Determinan incorrectamente el intervalo en ambas preguntas.
8	Interpretan correctamente el semiplano de ambas inecuaciones lineales con dos incógnitas	--	Interpretan correctamente el semiplano de una inecuación lineal con dos incógnitas.	--	Interpretan incorrectamente el semiplano de ambas inecuaciones lineales con dos incógnitas.

9	Identifica correctamente dos inecuaciones con dos incógnitas referentes al semiplano dado		Identifica correctamente una inecuación con dos incógnitas referentes al semiplano dado	--	Identifica incorrectamente todas las inecuaciones con dos incógnitas referentes al semiplano dado.
10	Relacionan correctamente los nueve conceptos de forma jerárquica	Relacionan correctamente entre ocho a siete conceptos de forma jerárquica	Relacionan correctamente entre seis a cuatro conceptos de forma jerárquica.	Relacionan correctamente tres o menos conceptos de forma jerárquica.	No relacionan ningún concepto.

<u>Nota</u>:En la pregunta N°4, en el nivel "Por Lograr", el término "parcialmente incorrecto" se refiere a la posibilidad que los estudiantes representen en la recta numérica los intervalos cerrados en intervalos abiertos.

En la pregunta n°6, en el nivel "medianamente logrado", no se encuentra ningún comentario ante los aprendizajes que se esperan ya que las posibilidades de contestar esta pregunta así lo permiten.

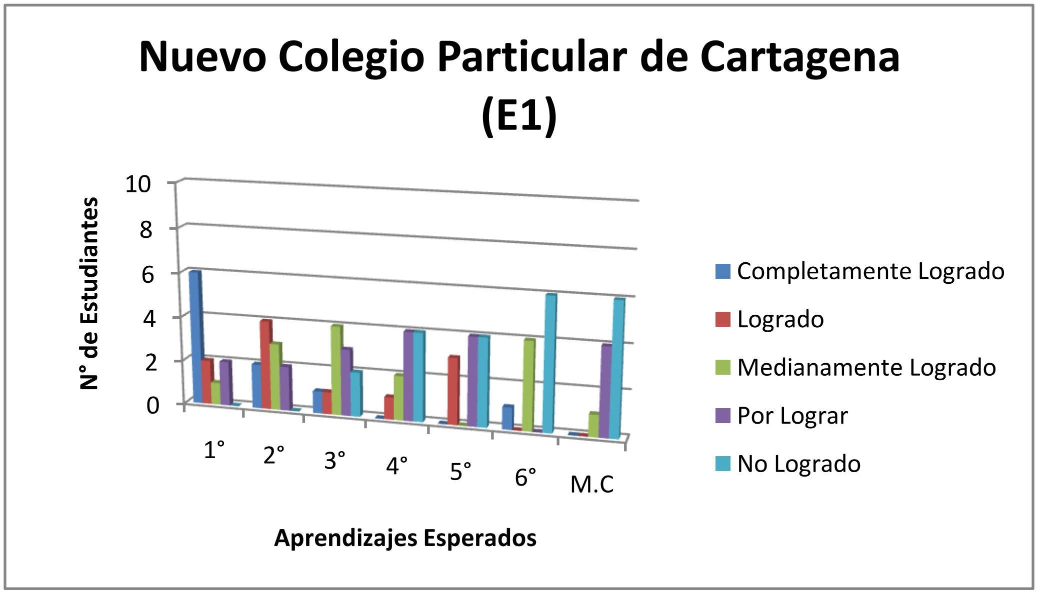
En cuanto a las preguntas n°8 y n°9, en los niveles"logrado" y "por lograr" se encuentran sin comentarios ya que son preguntas de alternativas las cuales sólo tienen tres posibilidades de contestar y es por eso que se divide de tal manera.

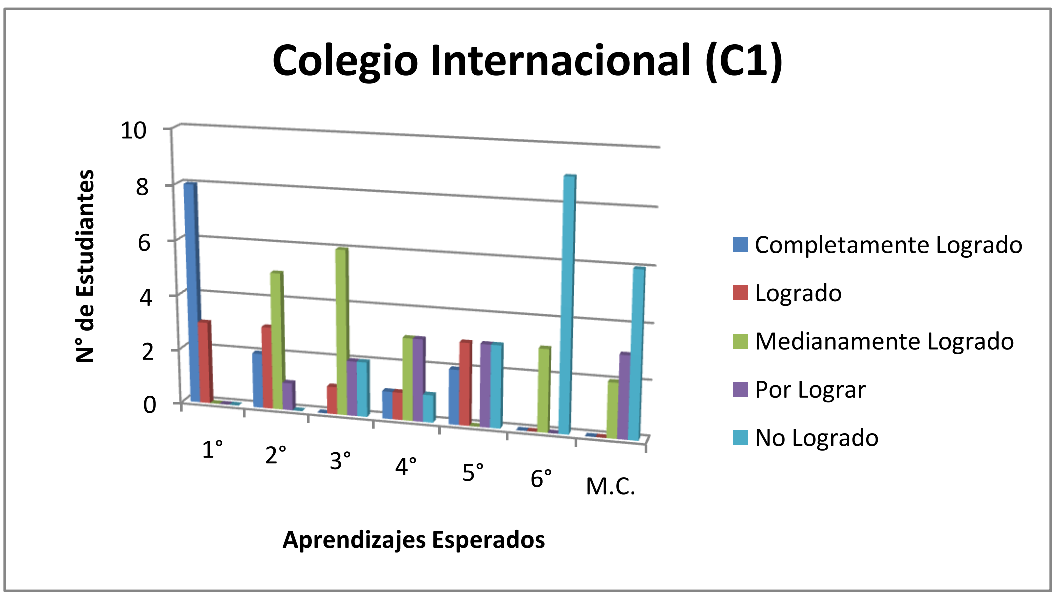
Tabla de criterios de valuación según puntajes establecidos.

N° de Preg.	Completamente Logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr	No logrado
1	5	4	3	2 ó1	0
2	9	6	3	2	0
3	4	3	2	1	0
4	4	3	2	1	0
5	5	4	3	1	0
6	3	2		1	0
7	4	3	2	1	0
8	2	--	1	--	0
9	2	--	1	--	0
10	9	8-7	6-4	3 ó menos	0

Con estas tablas fuimos capaces de ordenar los datos recogidos de los estudiantes para organizar y analizar dichos datos. Este ordenamiento se puede reflejar en los siguientes gráficos.

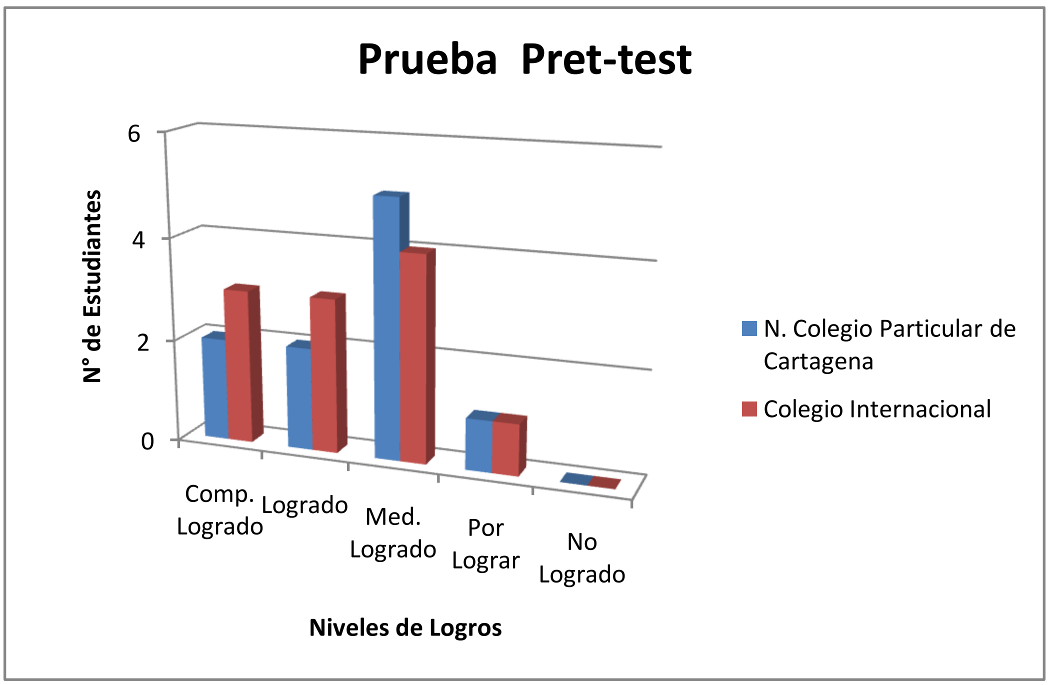
- **Datos de los establecimientos del Primer Grupo.**





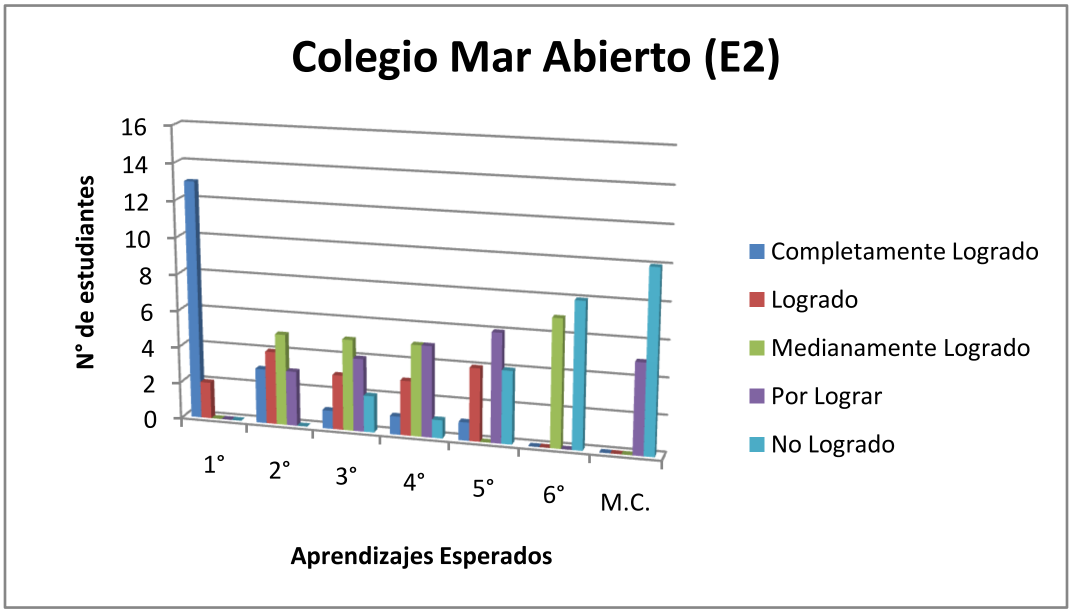
En ambos colegios, la gran mayoría de los estudiantes tuvieron un buen rendimiento en el primer aprendizaje esperado, sin embargo, a medida que estos aprendizajes esperados se acercaban a los necesarios para esta unidad, el número de estos estudiantes iban en disminución. Esta situación fue más notoria en el establecimiento E1, es más, la gráfica que representa los mapas conceptuales que se les pidió a los estudiantes, nos muestra la falta de enlaces cognitivos que tienen estos, respecto a los conocimientos previos de la unidad, en comparación con los estudiantes del establecimiento C1, que si bien no fueron satisfactorios los resultados, pero fueron mejores que del establecimiento E1.
Por lo anterior podemos verificarlo en el siguiente gráfico.

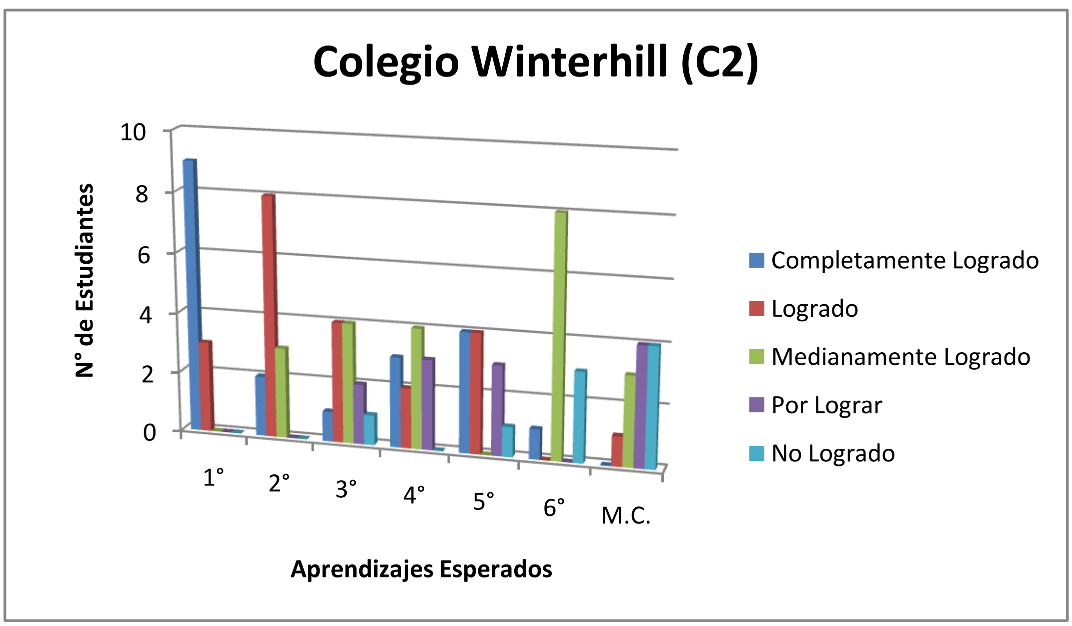
Otra manera de visualizar los resultados en general de estos dos establecimientos, se refleja en el siguiente gráfico.



El gráfico expresa una pequeña diferencia entre los establecimientos en cuestión, especialmente en los dos primeros niveles (Com. Logrado y Logrado) en donde el Colegio Internacional tiene mejor rendimiento que el Nuevo Colegio de Cartagena. Además podemos notar que los estudiantes del establecimiento Nuevo Colegio Particular de Cartagena se centrar en el tercer nivel, lo cual refleja la “mecanización” en algunos casos, pero hay que recalcar que no fue así en todos los estudiantes de este grupo ya que también hubieron en los niveles superiores como son el Comp. Logrado y Logrado, lo que demuestra que los conocimientos tratados en esta evaluación fueron tratados por los profesores anteriormente.

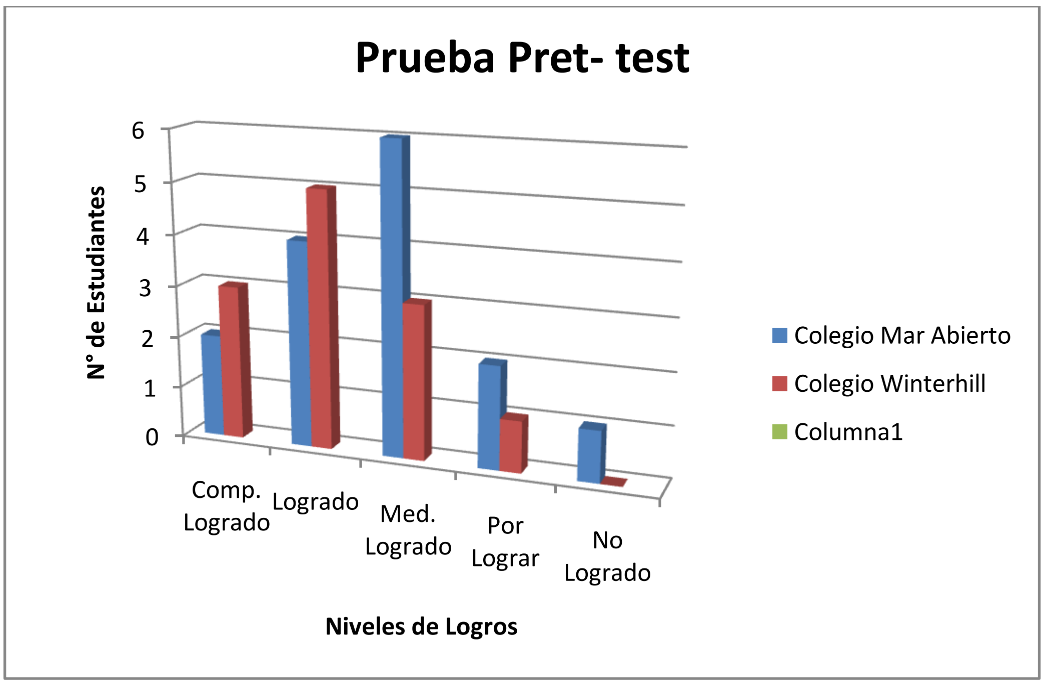
- **Datos de los Establecimientos del Segundo Grupo.**





En cuanto al análisis general de este grupo a comparar, ocurre algo muy similar a lo que ocurrió con el primer grupo, en donde en ambos establecimientos los estudiantes, a medida que iban avanzando en los aprendizajes esperados, el nivel de logro iba disminuyendo, es más, ocurre exactamente lo mismo en cuanto a los mapas conceptuales, los cuales reflejan que el establecimiento que pertenece al grupo control muestra un esquema cognitivo superior que del curso experimental, en donde los enlaces que unen dicho esquema están unidos con mucho más coherencia que el curso que se intervendrá (E2).

Otra manera de visualizar los resultados de esta prueba, se refleja en el siguiente gráfico.



Expresa con mayor notoriedad la distinción que existe entre ambos establecimientos, ahora ya no es tan sólo en los tres primeros niveles sino que en todos los niveles, demostrando un mayor dominio en los conocimientos vistos en la esta evaluación, mientras que los estudiantes del Establecimiento Mar Abierto, no reflejan este total dominio, dejando entre ver que se centran en los problemas de cálculos no así en los problemas de reflexión.

4.8.2Datos de los Establecimientos en la prueba de evaluación pos-test.

Después de la implementación PREPASIV a los establecimientos experimentales, esta intervención fue evaluada a través de una prueba llamada post- test que se realizó a dichos establecimientos, comparándose con las pruebas post-test de los grupos control que se realizaron una vez terminada la unidad en cada establecimiento respectivamente.

Al igual que en la prueba pre-test, en esta prueba se realizaron tablas de evaluación las cuales nos ayuda al ordenamiento de los datos recogidos.

Tabla de criterios de evaluación según los aprendizajes esperados.

Ítem	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr	No logrado
1	Definen correctamente ambos conceptos		Definen correctamente un solo concepto.		Definen incorrectamente ambos conceptos.
2	Traducen correctamente ambos problemas simples a un registro algebraico.		Traducen correctamente un solo problema simple a un registro algebraico.		Traducen incorrectamente ambos problemas simples a un registro algebraico.
3	Resuelven correctamente las cuatro operaciones básicas de la desigualdad dada.	Resuelven correctamente tres operaciones básicas de la desigualdad dada	Resuelven correctamente dos operaciones básicas de la desigualdad dada.	Resuelven correctamente una operación básica de la desigualdad dada.	Resuelven incorrectamente todas las operaciones básicas de la desigualdad dada.
4	-Distinguen de forma correcta todas las desigualdades e inecuaciones. -Indican de forma correcta el intervalo solución de todas las inecuaciones.	-Distinguen de forma correcta todas las desigualdades e inecuaciones. -indican de forma correcta el intervalo solución de una inecuación.	-Distinguen de forma correcta todas las desigualdades e inecuaciones. -indican de forma incorrecta el intervalo solución de todas las inecuaciones.	-Distinguen de forma incorrecta todas las desigualdades e inecuaciones. -Indican de forma correcta el intervalo solución de todas las inecuaciones.	-Distinguen de forma incorrecta todas las desigualdades e inecuaciones. -indican de forma incorrecta el intervalo solución de una inecuación.

5	-Identifican correctamente la ecuación de la recta. - Identifican correctamente la inecuación del semiplano dado.		-Identifican correctamente la ecuación de la recta. -Identifican incorrectamente la inecuación del semiplano dado.		-identifican incorrectamente la ecuación de la recta. -Identifican incorrectamente la inecuación del semiplano dado.
6	-Indican correctamente los 4 puntos que son solución del sistema de inecuaciones. -Identifican correctamente todos los puntos que son solución de la primera inecuación. -Identifican correctamente todos los puntos que son solución de la segunda inecuación. -Identifican correctamente todos los puntos que no son solución de ninguna de las inecuaciones.	-Indican correctamente los 4 puntos que son solución del sistema de inecuaciones. -Identifican correctamente todos los puntos que son solución de la primera inecuación. -Identifican correctamente todos los puntos que son solución de la segunda inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que no son solución de ninguna de las inecuaciones	-Indican correctamente los 4 puntos que son solución del sistema de inecuaciones. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la primera inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la segunda inecuación. -Identifican correctamente todos los puntos que no son solución de ninguna de las inecuaciones	Indican correctamente 3 o menos puntos que son solución del sistema de inecuaciones. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la primera inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la segunda inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que no son solución de ninguna de las inecuaciones	-Indican incorrectamente los 4 puntos que son solución del sistema de inecuaciones. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la primera inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que son solución de la segunda inecuación. -Identifican incorrectamente todos los puntos que no son solución de ninguna de las inecuaciones.
7	-Grafican correctamente las cuatro inecuaciones en el plano cartesiano. -Reconocen correctamente	-Grafican correctamente las cuatro inecuaciones en el plano cartesiano. -Reconocen correctamente	-Grafican correctamente tres inecuaciones en el plano cartesiano. -Reconocen correctamente	-Grafican correctamente dos o menos inecuaciones en el plano cartesiano. -Reconocen correctamente	-Grafican incorrectamente las cuatro inecuaciones en el plano cartesiano. -Reconocen incorrectamente

	los puntos de intersección de las rectas. -Determinan correctamente los puntos en la función para obtener máximos y mínimos.	los puntos de intersección de las rectas. -Determinan incorrectamente los puntos en la función para obtener máximos y mínimos.	los puntos de intersección de las tres rectas. -Determinan incorrectamente los puntos en la función para obtener máximos y mínimos.	dos o menos puntos de la intersección de dos o menos rectas. -Determinan incorrectamente los puntos en la función para obtener máximos y mínimos.	los puntos de intersección de las rectas. -Determinan incorrectamente los puntos en la función obteniendo máximos y mínimos.
8	-Señalan correctamente los tres datos en la tabla. -Representan correctamente la función objetivo del problema. -Interpretan correctamente la región factible en el plano cartesiano. -Determinan Correctamente los máximos y mínimos de la función.	-Señalan correctamente los tres datos del problema en la tabla. -Representan correctamente la función objetivo del problema. -Interpretan correctamente la región factible en el plano cartesiano. -Determinan incorrectamente los máximos y mínimos de la función.	-Señalan correctamente los tres datos del problema en la tabla. -Representan correctamente la función objetivo del problema. -Interpretan incorrectamente la región factible en el plano cartesiano. -Determinan incorrectamente los máximos y mínimos de la función.	-Señalan correctamente dos o menos datos del problema en la tabla. -Representan incorrectamente la función objetivo del problema. -Interpretan incorrectamente la región factible en el plano cartesiano. -Determinan incorrectamente los máximos y mínimos de la función.	-Señalan incorrectamente los datos del problema en la tabla. -Representan incorrectamente la función objetivo del problema. -Interpretan incorrectamente la región factible en el plano cartesiano. -Determinan incorrectamente los máximos y mínimos de la función.
9	Relacionan correctamente los nueve conceptos de forma jerárquica	Relacionan correctamente entre ocho a siete conceptos de forma jerárquica	Relacionan correctamente entre seis a cuatro conceptos de forma jerárquica.	Relacionan correctamente tres o menos conceptos de forma jerárquica.	No relacionan ningún concepto.

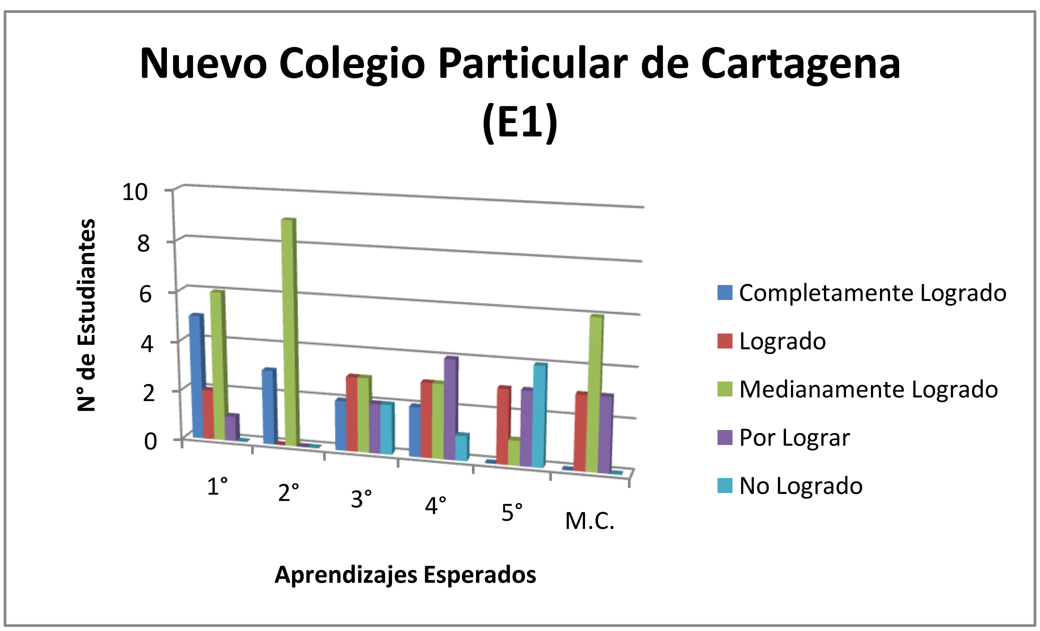
Nota: en los niveles “logrado” y “por logrado” de las preguntas n°1 y n°2 se encuentran sin comentarios ya que en el caso de la pregunta n°1 los estudiantes deben escribir definiciones de los términos perdidos, así que la respuesta se reducen a estar completa, parcial o incorrecta, y en el caso de la pregunta n°2, se trata de cambio de registro por lo que las respuestas estarían correctas o incorrectas.

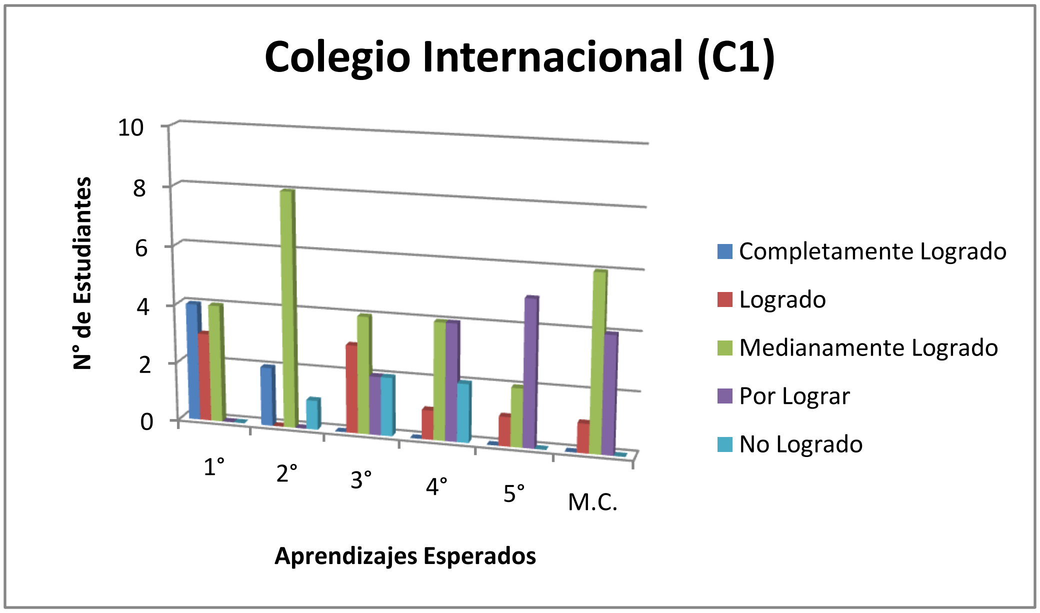
Tabla de criterio de evaluación según puntajes establecidos

Ítem	Completamente Logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr	No logrado
1	2	--	1	--	0
2	2	--	1	--	0
3	4	3	2	1	0
4	8	7	5	2	0
5	3	--	2	--	0
6	7	6	5	3	0
7	10	8	6	4 o menos	0
8	9	7	5	3	0
9	9	8-7	6-4	3 ó menos	0

A continuación presentaremos los gráficos que reflejan los resultados de dichas pruebas.

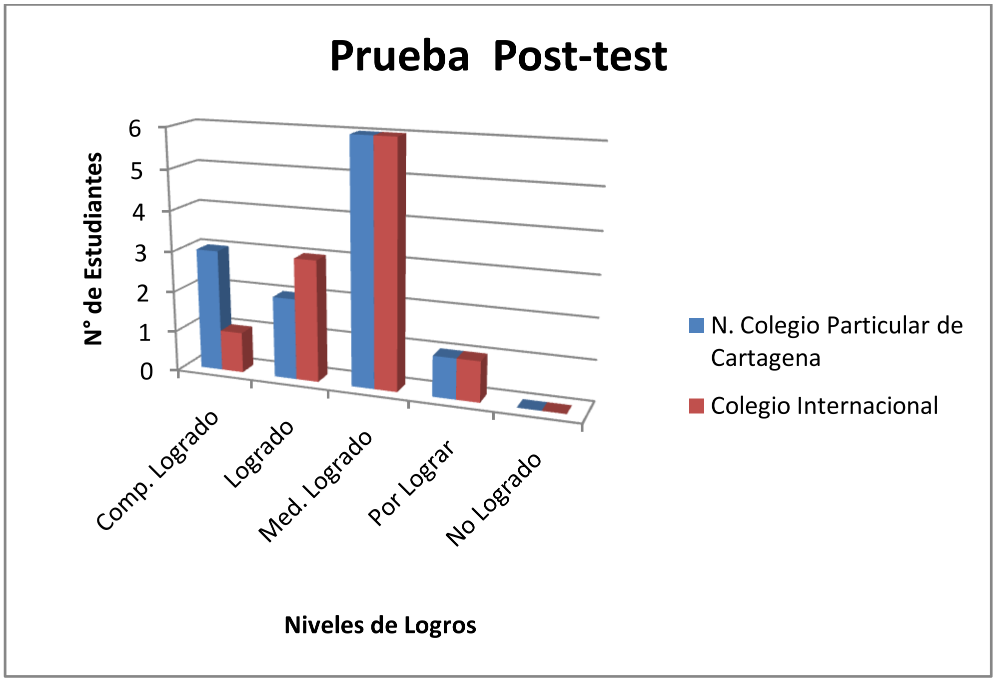
- **Datos de los Establecimientos del Primer Grupo.**





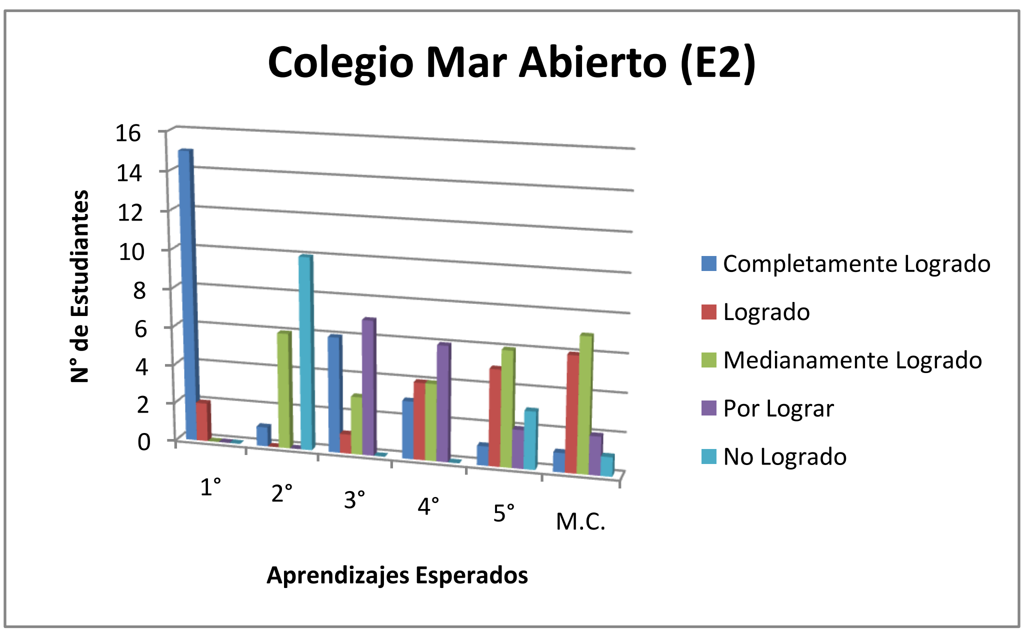
Como podemos ver, tanto como en el establecimiento E1 como C1 pasa algo similar a lo que ocurre en la prueba pre-test pero en una menor medida, ya que, si bien el 1° aprendizaje esperado lo desarrollaron de una manera adecuada, sin embargo a medida del avance de la prueba y de los aprendizajes esperados de la unidad, los estudiantes con un nivel “completamente logrado” va en disminución hasta llegar al 5° aprendizaje, en donde en ambos establecimientos, los estudiantes aumentan los niveles de “medianamente logrado” y “por lograr.”

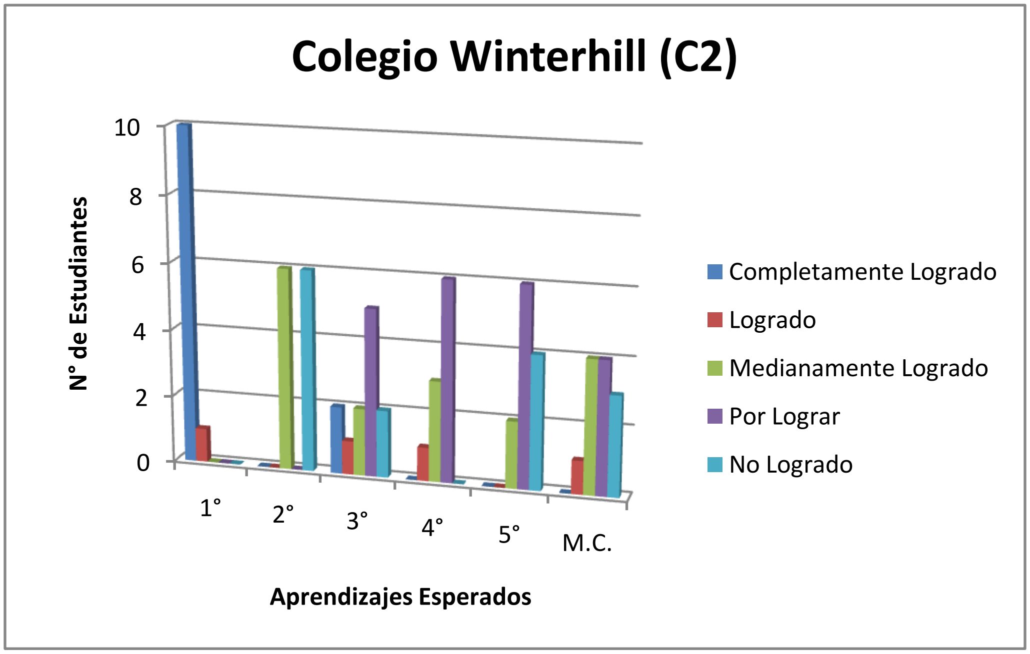
Hay que considerar que en esta prueba, hay un leve aumento en E1 a consideración con el establecimiento C1, esperamos que este aumento se deba a nuestra intervención.



Si bien la diferencia que existe entre ambos establecimiento es pequeña, pero hay que rescatar que ahora el establecimiento experimental, o sea, el Nuevo Colegio Particular de Cartagena es quien tiene la ventaja ante al establecimiento Internacional, todo lo contrario que ocurrió en la prueba pretest en donde los papeles estaban invertidos.

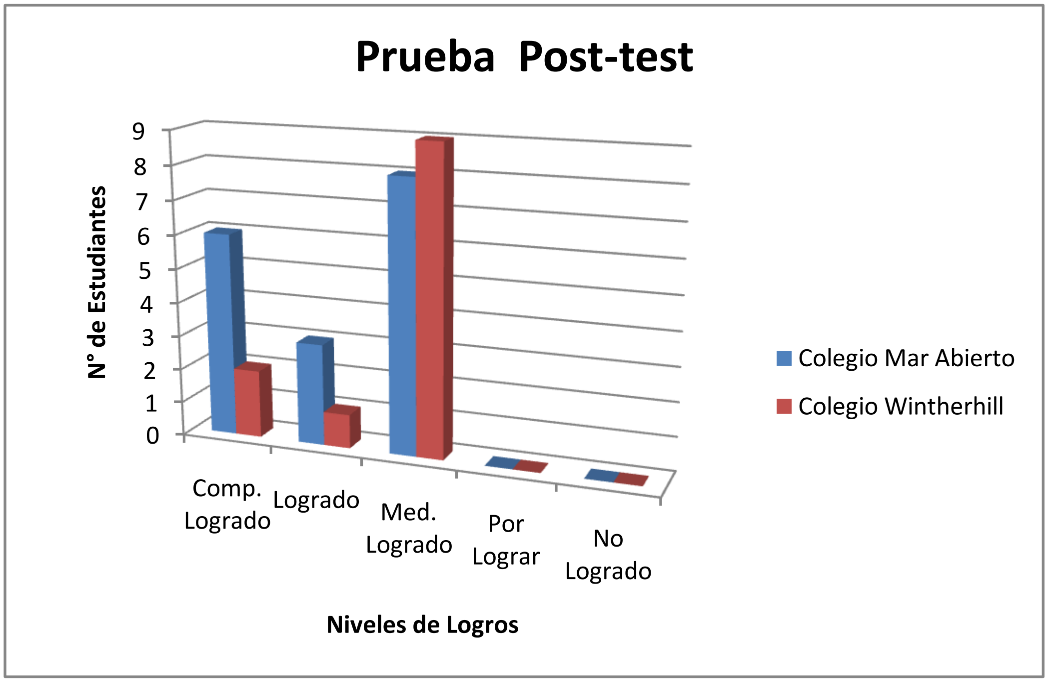
- **Datos de los Establecimientos del Segundo Grupo en el pos-test.**





Algo similar ocurre con este grupo, en donde el establecimiento E2 y C2, desarrollaron bien el 1° aprendizaje esperado, sin embargo fue disminuyendo la cantidad de los estudiantes en el nivel de "completamente logrado" a medida del avance de la prueba, pero hay que rescatar que en donde en ambos establecimientos, los estudiantes aumentan los niveles de "medianamente logrado" y "por lograr" disminuyendo el nivel "no logrado", en cada aprendizaje esperado.

También hay que considerar, al igual que en el otro grupo, que en esta prueba, hay un leve aumento en E2en comparación con el establecimiento C2, esperamos que este aumento se deba a nuestra propuesta.



Acá los resultados es evidente especialmente en los dos primeros niveles donde el establecimiento Mar Abierto tiene una pequeña notoriedad en el rendimiento de sus estudiantes ante los estudiantes de establecimiento Winthergill. Al igual que ocurrió con el anterior grupoel avance que tuvieron los estudiantes intervenidos es evidente, en donde de alguna manera estaría avalando nuestra propuesta.

4.9 Forma de Análisis de los Datos

- **Análisis de los establecimientos del Primer Grupo**

Los resultados del establecimiento E1 en el post-test, nos muestra una considerable mejoría a comparación con la primera prueba que era el pre-test, específicamente en el primer aprendizaje esperado, que se trataba de diferenciar ecuación, inecuación, igualdad y desigualdad, esto nos demuestra que la base de la unidad está bien adquirida. Con respecto al traspaso de registro entre lo grafico a lo algebraico, el segundo aprendizaje esperado en el gráfico, nos muestra que aún les cuesta bastante, por lo que no se cumplió con el objetivo de la propuesta, pero no fue así el cuarto aprendizaje, el cual consistía en maximizar y minimizar una función, este tema si bien no se desarrollo de la mejor manera, se puede rescatar que la gran mayoría de los estudiantes se concentran en los tres primeros niveles, por lo que estamos satisfecha con los logros alcanzados ante este aprendizaje.

En cuanto al quinto aprendizaje, que se trata de encontrar la función objetivo en un problema de maximización y todas las variantes que esto conlleva para desarrollar dicho problema, los estudiantes lo desarrollaron bien pero no a su cabalidad, así lo muestra los niveles en donde se concentraron la mayoría de los estudiantes que fueron en primera instancia en nivel medianamente logrado, seguido por el nivel logrado, lo cual nos deja contentas pero no satisfechas ya que este el aprendizaje clave de la unidad. Sin embargo los mapas conceptuales muestran un avance considerable en sus enlaces cognitivos, ya que si los comparamos con los de la prueba pre-test en donde la mayoría no supó o no contestó la instrucción a desarrollar, podemos ver un avance notorio.

En cuanto al establecimiento C1, ocurre algo similar,en el primer aprendizaje esperado, que en el establecimiento E1 en donde se centra la mayoría de los estudiantes en el nivel completamente logrado, no tanto así en el segundo aprendizaje esperado, que nos demuestra una leve diferenciación entre los establecimientos. El traspaso de registro fue la causa de esta diferenciación que la encabezó el establecimiento C1, demostrando que E1 aún tiene deficiencias para obtener los objetivos esperados de este aprendizaje.

En el quinto aprendizaje esperado, los estudiantes de C1, lo desarrollaron medianamente, esto lo podemos ver en el gráfico G8, lo que claramente muestra que en los tres últimos niveles son en donde están alojados la mayoría de los resultados de los estudiantes, al igual que los resultados de sus mapas conceptuales pero en estos últimos resultados predomina el nivel medianamente logrado al igual que en los resultados en esta misma materia en la prueba pre-test, por lo que podemos ver es que no hubo avance alguno, en comparación con E1 en donde se noto este avance.

- **Análisis de los establecimientos del Segundo Grupo.**

El establecimiento E2, en el Post-test visiblemente muestra una mejoría en comparación con el Pre-test. Los estudiantes que obtuvieron la clasificación de Completamente Logrado para el aprendizaje esperado 1, donde debían distinguir la diferencia de ecuación e inecuación como también entre inecuación y desigualdad es del 100%, por lo tanto, se consigue un resultado exitoso en cuanto a conceptos básicos de la unidad tratada. Un punto importante a señalar es que no se logró con la propuesta que los estudiantes pudieran pasar del registro grafico al algebraico, tal como se quería obtener en el aprendizaje 2, como se observa en el gráfico gran porcentaje de los estudiantes obtuvo “no logrado”.

Destacable a mencionar son también a favor de la propuesta el alza en los aprendizajes 5 y en el mapa conceptual, donde se presentan como es el caso del aprendizaje 5 la mejoría en conceptos claves de la unidad de programación lineal, como lo son reconocer y plantear la función objetivos en problemas de optimización. Esta mejoría no se logra por completo, pero sí los estudiantes pudieron identificar la función objetivo en un problema de planteo. En el mapa conceptual, los estudiantes obtuvieron una destacado incremento en la construcción de este, en el grafico se evidencia tal situación ya que gran parte de los estudiantes obtuvieron la categoría de “Logrado” otro grupo un poco mayor obtuvo “Medianamente Logrado”, pero aún así la relación con el mismo mapa conceptual del pre-test fue mayor, pues en este los estudiantes prácticamente no lo construyeron.

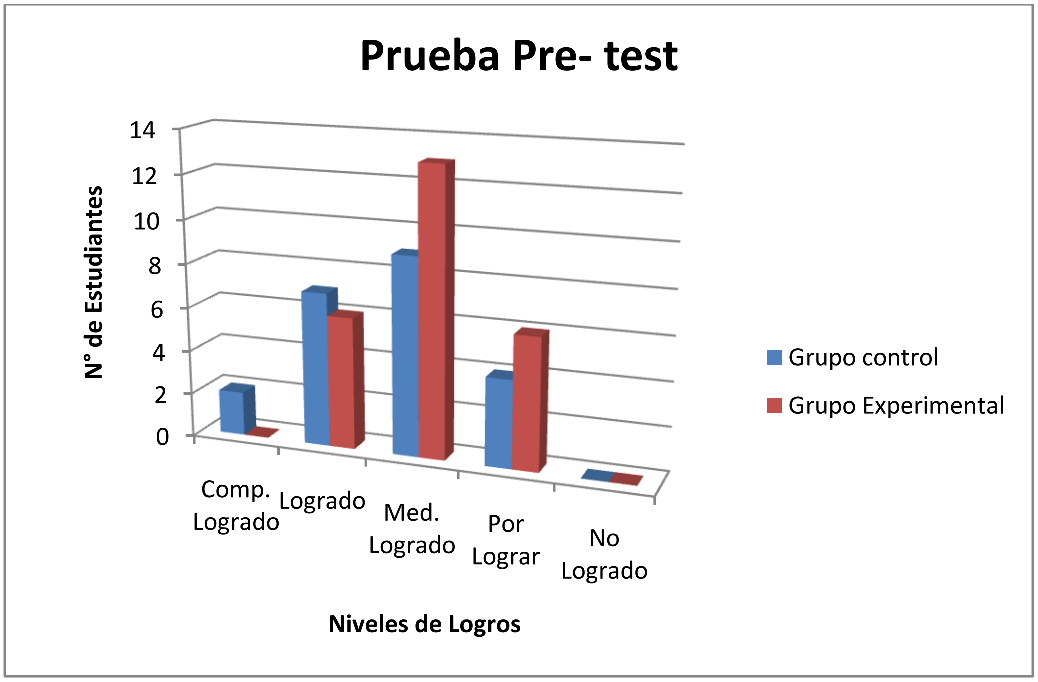
En cuanto al establecimiento C2, se observa un resultado importante y destacable en el aprendizaje 1, donde la gran mayoría obtuvo “completamente logrado” de esta forma se concluye que los conceptos básicos de la unidad si los obtuvieron con el profesor a cargo. A diferencia de la propuesta en el establecimiento E2, el establecimiento C2 obtuvo mejores resultados en el aprendizaje 2, gran parte de los estudiantes obtuvieron “logrado” en el traspaso de la grafica de un semiplano a la descripción de la inecuación.

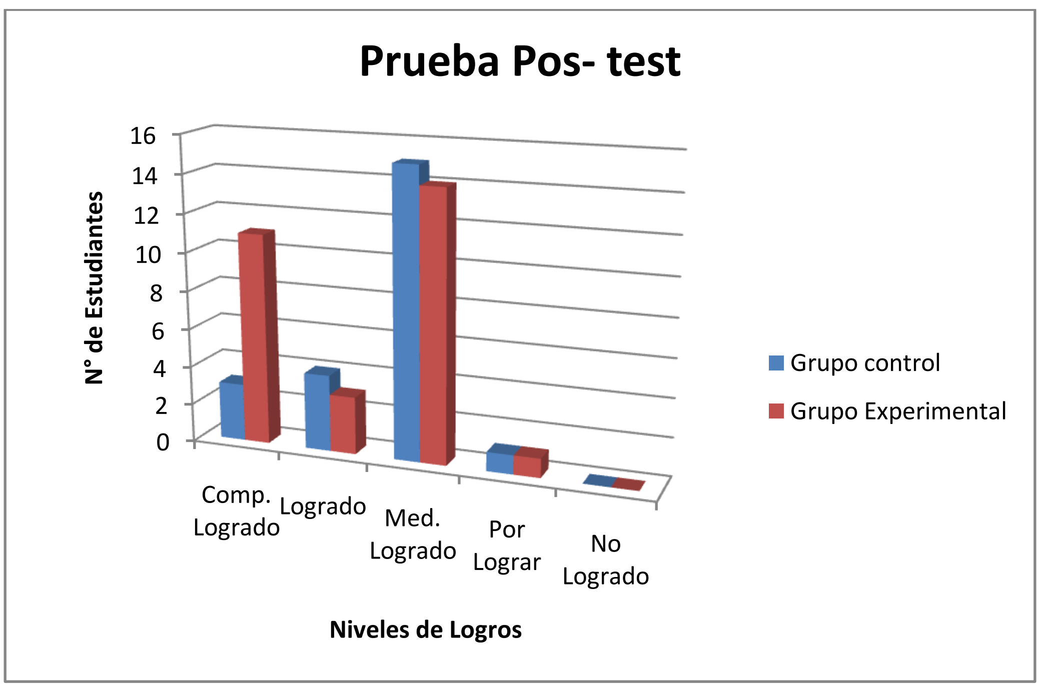
Si comparamos el aprendizaje 5 de este grupo con el anterior, se evidencia que la propuesta PREPASIV obtuvo mejores resultados, ya que en el establecimiento C2 la mayoría de los estudiantes obtuvieron “por lograr” en un aprendizaje que es clave en la unidad, un porcentaje mayor también no lo logró.

En la construcción del mapa conceptual, los estudiantes del establecimiento C2 mostraron un desempeño medianamente insuficiente, gran parte de ellos no lograron lo que se esperaba, no así en el establecimiento E2.

Ante los resultados mencionados con anterioridad, realizamos una gráfica en general donde demuestra que la propuesta PREPASIV, si tuvo una mejora en los resultados académicos en comparación con el grupo control, esto lo evidencia los siguientes gráficos.

Realizado el análisis de los datos por alumno, de cada curso intervenido, realizamos guías remediales (Anexo CD).





Podemos evidenciar con el segundo gráfico la mejora del grupo experimental sobre el grupo control, lo cual estaría avaluando la propuesta PREPASIV. Esta conclusión se verá con más detalles en las conclusiones mas adelante.

CAPÍTULO V

BIBLIOGRAFÍA

5.1 Bibliografía

- Alvarenga, Karly B. (2006). Inecuaciones: un análisis de las construcciones mentales de estudiantes universitario. Doctor en ciencias en Matemáticas Educativas. Instituto Politécnico Nacional. D.F, México.

- Ausubel, David (1983) Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. 2° Editorial trillas,México.

- Blanco, L. J.(1993). Una clasificación de problemas matemáticos. Épsilon n°25. Pág.49- 60, Sevilla.

- Campbell, D.T. y Stanley, J.C. 1996. Experimental and quasi-experimental designs for research. Chicago: Rand McNally & Company.

- Cañas, A. J., Novak, J., Miller, N. L., Collado, C., Rodríguez, M., Concepción, M., et al. (2006). Confiabilidad de una taxonomía topológica para mapas conceptuales. Paper presented at the Concept Maps: Theoría, Metodology and Technology, San José, Costa Rica.

- Cárdenas J. (2011). La evolución de la resolución de problemas en las aulas. Revista de Investigación Educativa conect@2, mayo-agosto 2011, Año II, n°4, pág.122-138.

- Carretero, Mario (1997). Constructivismo y educación, Progreso.México, pp. 39-71.

- Coll, C. (1988): «Significado y sentido en el aprendizaje escolar». Infancia y Aprendizaje, N° 41, 131-142.

- Coll, C. (1997). Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. México, Paidos.

- Diaz Barriga, F. (2004). Las rubricas: su potencial como estrategias para una enseñanza situada y una evaluación auténtica del aprendizaje. Rev. Perspectiva Educacional, Instituto de Educación PUCV, Chile, N° 43, pág. 51-62.

- Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education. Kluwer academic publishers.

- Fustier, Michel (1989), La résolution de problémes, Francia, 1989.

- Garrote, M; hidalgo, M. & Blanco, L (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de bachillerato. Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones. Suma 46. 37- 44.

- Hernández R, Fernández C & Bastista P (2003). Metodología de Investigación. Tercera Edición. Editorial McGraw-Hill Interamericana. ISBN 970-10-3632-2.

- Kieran, C. (1998). Complexity and insight. Journal for research in mathematics education, vol. 29, 5, pp 595-601.

- Martínez E. (2004). Revista ciencias de la educación año 4 • vol. 2 • nº 24 • valencia, julio-diciembre 2004 pp. 69-90.

- Novak J.D. &Cañas A.J. (2006), The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them, Technical Report IHMC CmapTools 2006-01, Florida Institute for Human and Machine Cognition, 2006.

- Novak, J.; Gowin, D. (1988). Aprendiendo a prender. Barcelona: Martínez roca. Libro básico y clásico en la formación teórico-práctica para el diseño y aplicación de mapas conceptuales en el aula.

- Novak, J.D. &Gowin, D.B. (1984). Learning how to learn. New York, Cambridge University press.

- Olfos, Raimundo; soto Daniela & Silva Héctor (2007). Renovación de la enseñanza del algebra elemental: un aporte desde la didáctica. Estudios pedagógicos xxxiii, n°2: 81-100, doi: 124.707/2006.

- Pólya, G.(1965). Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México.

- Silva, C (2012). Didáctica y modelo de enseñanza en el aprendizaje de las ciencias. Universidad de Playa Ancha. Valparaíso, Chile.

- Silva, C (2013). Modelos didácticos innovativos para la enseñanza de las ciencias. Kindle Edition. Amazón Digital Service, Inc.
- Silva, C.(2012). Visualización en la resolución de problemas matemáticos: una propuesta constructivista. Revista Chilena de Educación Matemática RECHIEM. Vol 6, N°1, pág. 47-57.

- Steiner, H. (1985). Theory of mathematics education (tme): an introduction. For the learning of mathematics, 5(2), 11-17.

CAPÍTULO VI

Conclusiones.

6.1 Conclusiones

A partir de nuestra preocupación en la dificultad que presentan los alumnos al trabajar con situaciones problemáticas haciendo uso de las inecuaciones de primer grado con dos variables, nació este trabajo de tesis que se fue desarrollando en una constante investigación, en donde se usaron estrategias y métodos pedagógicos paulatinamente de acuerdo a las necesidades y los objetivos a lograr.

La conclusión de nuestra tesis se basa en responder las preguntas iniciales que guiaron la propuesta PREPASIV, basándonos en la preocupación expuesta anteriormente, es por ello que los resultados generados por la propuesta muestran la importancia de una enseñanza en que el alumno pueda reflexionar sobre lo que está aprendiendo, de estos resultados podemos destacar que los alumnos en los colegios intervenidos lograron un alza en sus aprendizajes, es decir, en relación con los que mantuvieron la enseñanza clásica comúnmente entrega por sus profesores respectivamente. Además PREPASIV logró que los alumnos construyeran estrategias personales para la construcción de problemas que involucraran inecuaciones de primer grado con dos variables, tema que generalmente los profesores no logran enseñar en sus clases por diversos motivos, uno de los cuales es el tiempo, pues lo delegan ya que no le toman la importancia que merece.

Más explícitamente, podemos señalar que el uso de las guías de la propuesta PREPASIV genera un incremento en los aprendizajes significativos de los estudiantes, ya que mediante los mapas conceptuales así se demostró (anexo CD), un mayor enlazamiento cognitivo, una reflexión más aguda, en fin más interesado en el tema. En cuanto al rendimiento académico de los estudiantes experimentales, nos damos cuenta con los resultados de los análisis, que es mayor que los estudiantes control, por tanto el rendimiento de los estudiantes mediante la propuesta PREPASIV mejora, ante la manera tradicional de enseñanza. Si bien esta mejora no es sustancial pero si hay una diferencia evidente entre ambos grupos, avalando la propuesta.

Destacamos la metodología de trabajo de nuestra propuesta, donde la característica principal fue la construcción del propio conocimiento en base a guías basadas en los aprendizajes esperados, logró diferencias notorias en cuanto a la enseñanza convencional, verificándose esto en que el rendimiento de los alumnos que mejoró académicamente, demostrando así que este incremento se debió a la intervención de la propuesta PREPASIV.

Por lo planteado anteriormente, podemos demostrar la veracidad de nuestras palabras a través de los resultados que se obtuvieron en los análisis de esta propuesta, respaldando y/o verificando así nuestras hipótesis, las cuales se centran en el mejoramiento del estudio de las inecuaciones de primer grado con dos variables en los alumnos a través de la propuesta PREPASIV, lo cual se cumplió y además también a través de esta propuesta se mejoro el aprendizaje significativo de los estudiantes del grupo experimental, como se había mencionado antes.

Finalizando nuestra investigación, esperamos que sea un gran aporte a la comunidad escolar en general, para que ocurra el equilibrio tan esperado por todos, entre los colegios municipales, subvencionados y particulares.

CAPÍTULO VII

Anexos

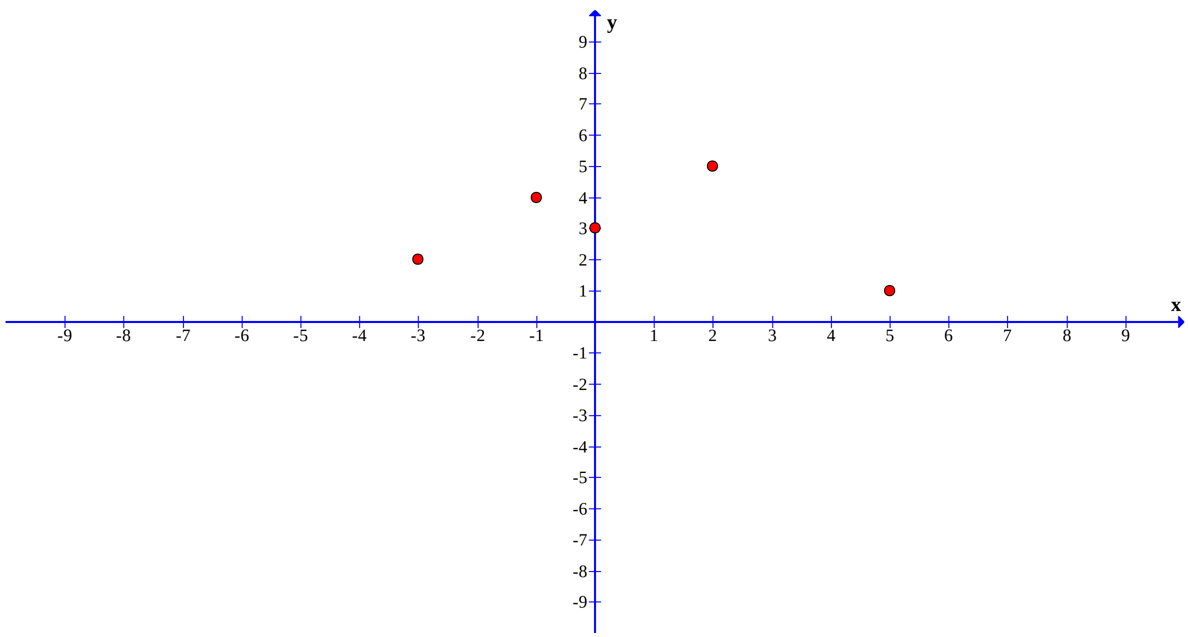
ANEXOS

- **Pautas de Corrección Guías**
- **Mapas conceptuales**

Anexo 1.1

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°1 (PRE-TEST)

Problema 1



Problema 2

Método 1: Igualación

1) $$x = -1 - 3y \qquad \text{(a)}$$

$$3x = 6 + 4y$$
$$x = \frac{6+4y}{3} \qquad \text{(b)}$$

2) (a) = (b)
$$-1 - 3y = \frac{6 + 4y}{3}$$

3) $$3(-1 - 3y) = 6 + 4y$$
$$-3 - 9y = 6 + 4y$$
$$-3 - 6 = 4y + 9y$$
$$-9 = 13y$$
$$-\frac{9}{13} = y$$

4) Reemplazamos la incógnita y en (a) o (b)

En (a) $$x = -1 - 3(-\frac{9}{13})$$
$$= -1 + \frac{27}{13}$$
$$= \frac{-13+27}{13}$$
$$x = \frac{14}{13}$$

Método 2: Reducción

1)

$$\left.\begin{array}{r} x+3y = -1 \\ 3x-4y = 6 \end{array}\right\} \quad /\cdot -3$$

$$\begin{array}{r} -3x-9y = 3 \\ 3x-4y = 6 \end{array}$$

$$-13y = 9$$

$$y = -\frac{9}{13}$$

2) Reemplazamos el valor de y en la primera ecuación

$$x+3\left(-\frac{9}{13}\right) = -1$$
$$x-\frac{27}{13} = -1$$
$$x = -1+\frac{27}{13}$$
$$x = \frac{-13+27}{13}$$

$$x = \frac{14}{13}$$

Método 3: Sustitución

1)

$$\left.\begin{array}{r} x+3y = -1 \\ 3x-4y = 6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(b)} \end{array}$$

2) En (a) $x = -1-3y$

3) Reemplazamos en (b) $3(-1-3y)-4y = 6$

$$-3-9y-4y = 6$$

$$-3-13y = 6$$

$$-13y = 9$$

$$y = -\frac{9}{13}$$

4) Reemplazamos en (a) $\quad x = -1 - 3\left(-\frac{9}{13}\right)$

$$= -1 + \frac{27}{13}$$

$$= \frac{-13 + 27}{13}$$

$$x = \frac{14}{13}$$

¿Cuál es el método más fácil para resolver esta ecuación según usted? ¿Por qué?

R: Contestan según sus propias razones.

Problema 3

Resolvemos el sistema de ecuaciones, por cualquiera de los 3 métodos, en este caso utilizamos el método de sustitución:

$$3x - 5y = 1$$

$$3x = 1 + 5y$$

$$x = \frac{1+5y}{3} \quad (*)$$

Se reemplaza en $$3\left(\frac{1+5y}{3}\right) + 2y = -6$$

$$1 + 5y + 2y = -6$$

$$1 + 7y = -6$$

$$7y = -6 - 1$$

$$7y = -7$$

$$y = -1 \quad (**)$$

Reemplazamos (**) en (*), nos queda: $$x = \frac{1+5(-1)}{3}$$

$$x = \frac{1-5}{3}$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

Por lo tanto, el punto de intersección de ambas rectas es; $\left(-\frac{4}{3}, -1\right)$

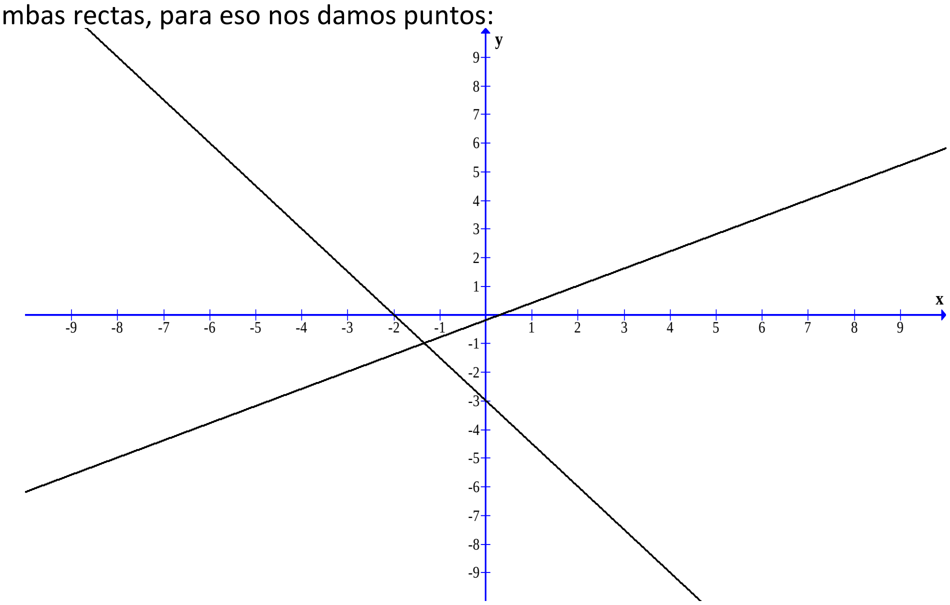
Tenemos que graficar ambas rectas, para eso nos damos puntos:

$3x - 5y = 1$

x	y
0	-1/5
1/3	0

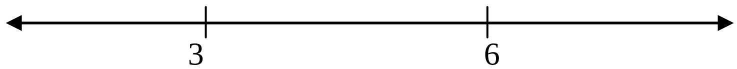
$3x + 2y = -6$

x	y
0	-3

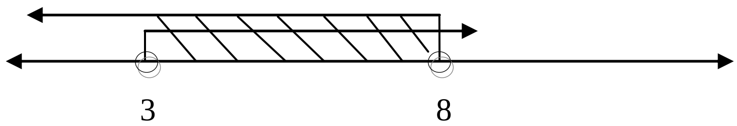


Pregunta 4

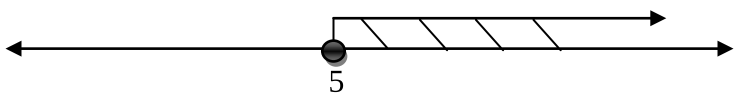
a)



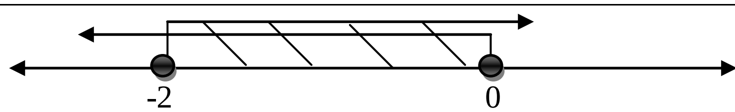
b)



c)



c)



Problema 5

a)

La expresión se hace cero si: $$3x-1=0$$ $$3x=1$$ $$x=\frac{1}{3}$$	La expresión se indefine si: $$x+2=0$$ $$x=-2$$

Cabe destacar que la inecuación no se indefinirá ya que su desigualdad que es (> 0) no toma el valor cero dentro de sus opciones.

b) Si resolvemos la inecuación nos queda:

$$\underbrace{(3x+1>0 \quad \wedge \quad x+2>0)}_{\text{(a)}} \;\vee\; \underbrace{(3x+1<0 \quad \wedge \quad x+2<0)}_{\text{(b)}}$$

$$(\;3x>-1 \qquad \wedge \qquad x>\;-2\,) \quad \vee \quad (3x<-1 \qquad \wedge \qquad x<-2)$$

$$x>-\tfrac{1}{3} \qquad\qquad\qquad\qquad x<-\tfrac{1}{3}$$

Problema 6

a)

Para el conjunto A: $$2x>4$$ $$x>\frac{4}{2}$$ $$x>2$$ Solución A: $]2,+\infty[$	Para el conjunto B: $$3\geq x$$ $$x\leq 3$$ Solución B: $]-\infty,3[$

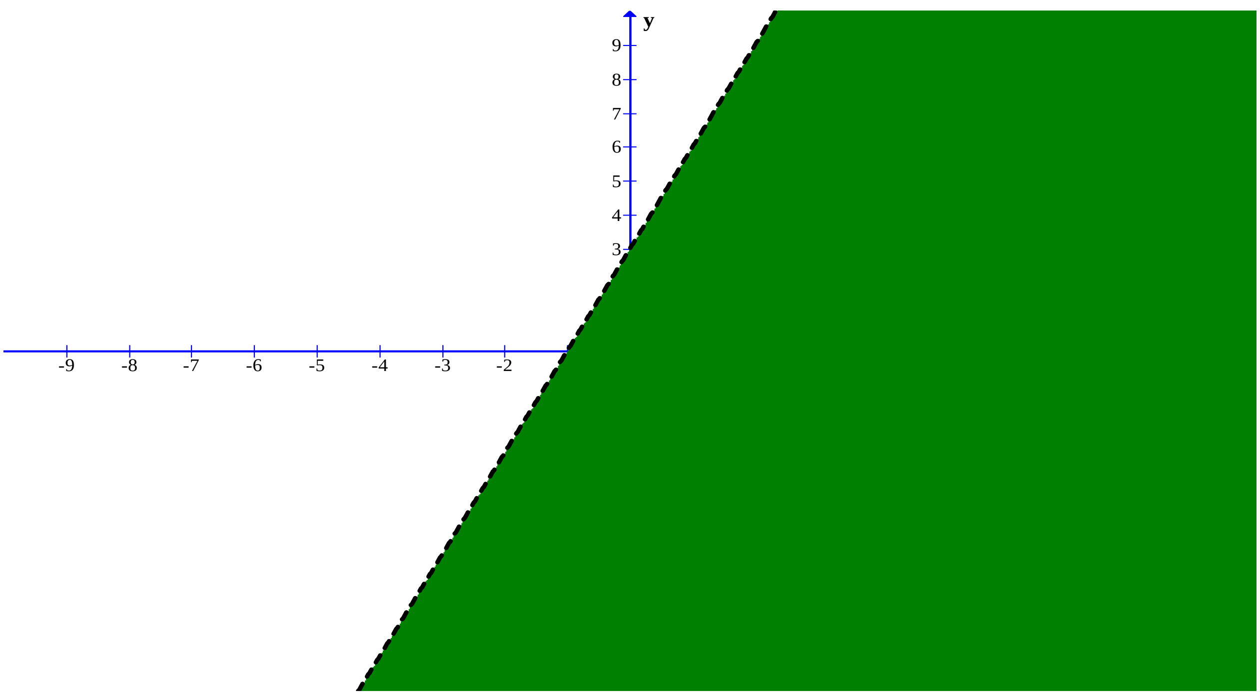
b) El conjunto solución de la intersección de A y B es: Solución A ∩ B= $]2,3[$

Problema 7

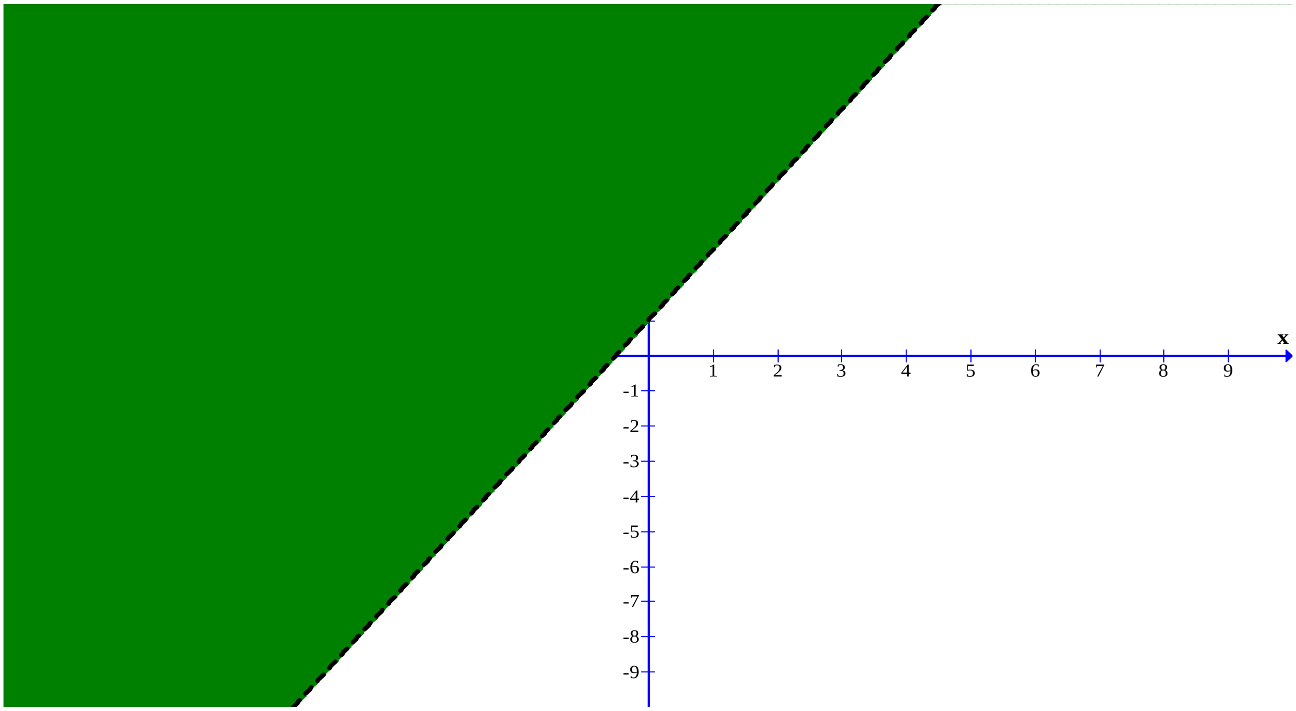
a) $20 \leq \frac{5}{9}(F-32) \leq 30$ $180 \leq 5(F-32) \leq 270$ $180 \leq 5F - 160 \leq 270$ $180 + 160 \leq 5F \leq 270 + 160$ $340 \leq 5F \leq 430$ $\frac{340}{5} \leq F \leq \frac{430}{5}$ $68 \leq F \leq 86$	b) Despejamos la variable F; $C = \frac{5}{9}(F-32)$ $9c = 5F - 160$ $\frac{9c+160}{5} = F$ Ahora reemplazamos: $50 \leq \frac{9c+160}{5} \leq 95$ $250 \leq 9c + 160 \leq 475$ $250 - 160 \leq 9c \leq 475 - 160$ $90 \leq 9c \leq 315$ $\frac{90}{9} \leq c \leq \frac{315}{9}$ $10 \leq c \leq 35$

Problema 8

a)



b)



Problema 9

1) Alternativa C es la correcta.

Si nos damos puntos podemos comprobar que estos pertenezcan al semiplano y descubrir de esta forma que inecuación es la correcta.

En el semiplano se encuentran, por ejemplo, los puntos (-1,2) si este lo reemplazamos en la inecuación $5y > 3x + 1$ nos da lo siguiente:

$$5(2) > 3(-1) + 1$$

$$10 > -3 + 1$$

$10 > -2$ Que es verdadero

2) Alternativa C es la correcta.

El punto (4,2) pertenece a la región achurada. Reemplazamos en la inecuación $3 < 2x + y$

Nos da lo siguiente: $3 < 2(4) + 2$

$$3 < 8 + 2$$

$3 < 10$ Que es verdadero

3) Alternativa D es la correcta.

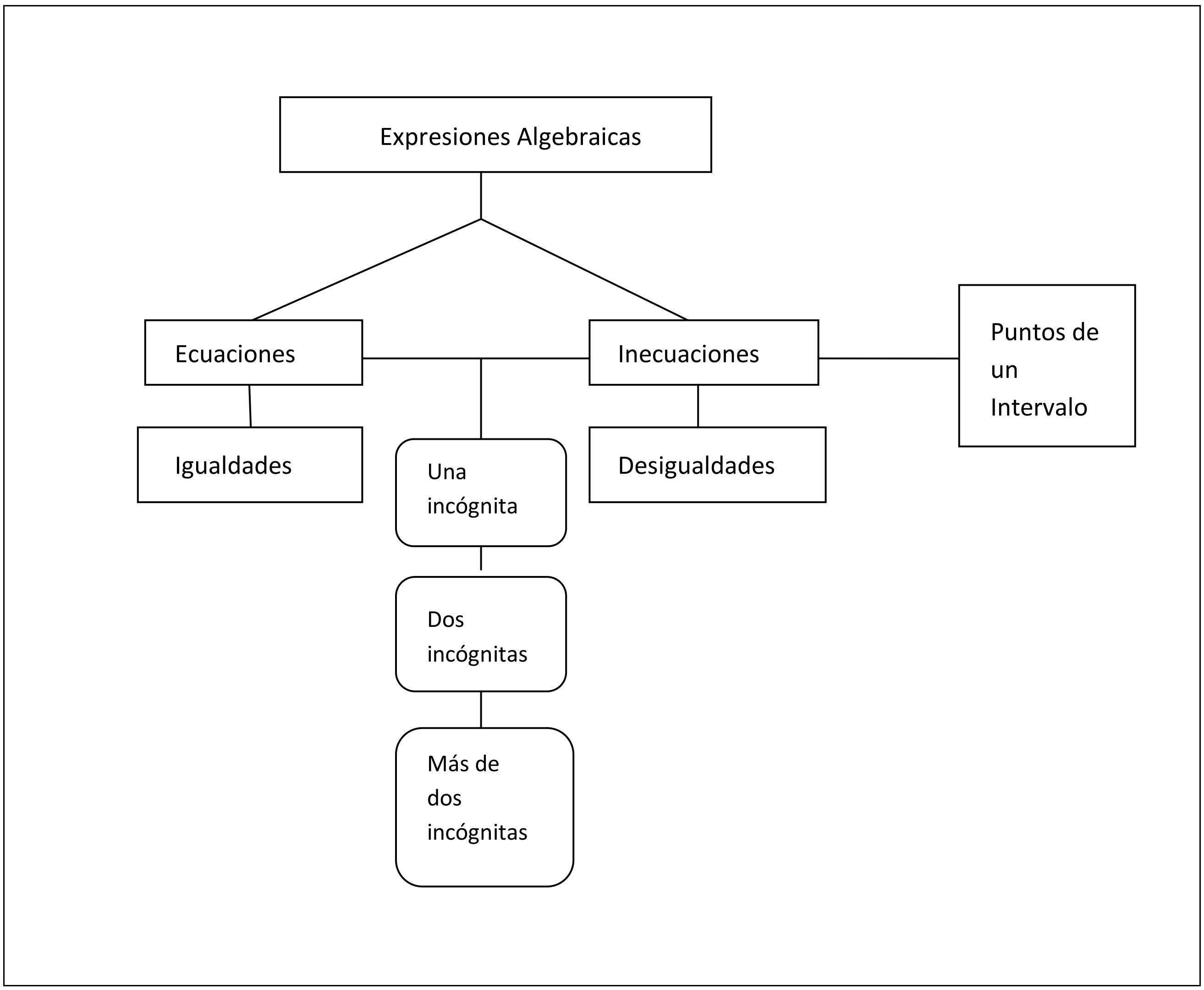
El punto (-1,-2) pertenece a la región achurada. Reemplazamos en la inecuación $3x - y \geq -3$. Nos da lo siguiente:

$$3(-1) - (-2) \geq -3$$

$$-3 + 2 \geq -3$$

$-1 \geq -3$ Que es verdadero

Problema 10



Anexo 1.2

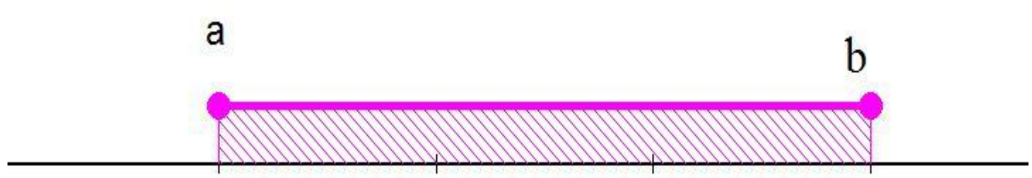
PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°2

Pregunta 1

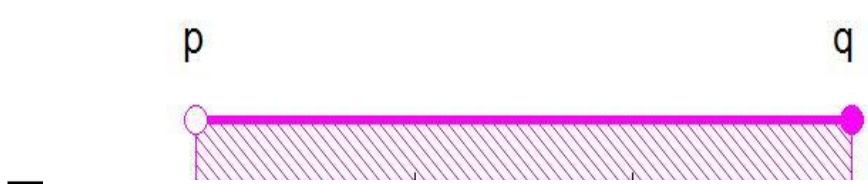
Ecuación: Es una comparación, mediante un signo de igual, de dos expresiones algebraicas, en donde se puede encontrar una o más incógnitas (valor desconocido). Además de la(s) incógnita(s), podemos encontrar números, coeficientes (números que acompañan a las incógnitas).
Desigualdad: Relación entre dos expresiones que no son iguales, con frecuencia se escriben con los símbolos >, ≥, < y ≤, que significan mayor que, mayor o igual que, menor que, menor o igual que, respectivamente.
Intervalo: Es un conjunto de números reales comprendidos entre dos datos: a y b que se llaman extremos del intervalo. Existen distintos tipos de intervalos: Intervalo Cerrado ([a,b]), Intervalo Abierto (]a, b[), Intervalo semi-abierto por la derecha ([a, b[), Intervalo semi-abierto por la izquierda (]a, b]), semirrectas ([a, ∞[,]a, ∞[,]-∞,a],]-∞,a[).
Inecuación: Es una desigualdad entre dos expresiones matemáticas, en la que figuran una o más incógnitas, y que sólo se verifica para algunos valores de estas: a diferencia de las ecuaciones, las inecuaciones suelen tener infinitas soluciones, aunque en ocasiones la solución es única o inexistente.

Pregunta 2

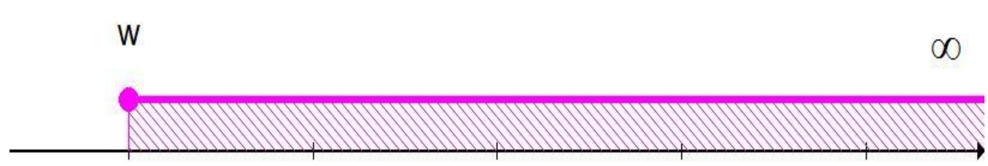
$[\,a, b]$:



$]p, q]$:



$[w, \infty[$:



Pregunta 3

i)

a) $6 + \mathbf{3} > 5 + \mathbf{3}$ $9 > 8$ Sigue siendo verdadera la desigualdad	b) $5 + \mathbf{3} = 5 + \mathbf{3}$ $8 = 8$ Sigue siendo verdadera la desigualdad
c) $3 + \mathbf{3} < 5 + \mathbf{3}$ $6 < 8$ Sigue siendo verdadera la desigualdad	d) $3 + \mathbf{3} \leq 5 + \mathbf{3}$ $6 \leq 8$ Sigue siendo verdadera la desigualdad

e) $10 + \mathbf{3} \leq 12 + \mathbf{3}$ $13 \leq 15$ Sigue siendo verdadera la desigualdad

ii)

a) $6 \cdot \mathbf{4} > 5 \cdot \mathbf{4}$ $24 > 20$ Sigue siendo verdadera la desigualdad $6 \cdot -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} < 5 \cdot -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ $-\frac{6}{4} < -\frac{5}{4}$ Se invierte el sentido de la desigualdad	b) $5 \cdot \mathbf{4} = 5 \cdot \mathbf{4}$ $20 = 20$ Sigue siendo verdadera la desigualdad $5 \cdot -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = 5 \cdot -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ Se invierte el sentido de la desigualdad
c) $3 \cdot \mathbf{4} < 5 \cdot \mathbf{4}$ $12 < 20$ Sigue siendo verdadera la	d) $3 \cdot \mathbf{4} \leq 5 \cdot \mathbf{4}$ $12 \leq 20$ Sigue siendo verdadera la

desigualdad $3 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}} > 5 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}}$ $-\frac{3}{4} > -\frac{5}{4}$ Se invierte el sentido de la desigualdad	desigualdad $3 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}} \geq 5 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}}$ $-\frac{3}{4} \geq -\frac{5}{4}$ Se invierte el sentido de la desigualdad

e) $10 \cdot \mathbf{4} \leq 12 \cdot \mathbf{4}$ $40 \leq 48$ Sigue siendo verdadera la desigualdad $10 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}} \geq 12 \cdot -\mathbf{\frac{1}{4}}$ $-\frac{10}{4} \geq -\frac{12}{4}$ Se invierte el sentido de la desigualdad

Por conclusión, al multiplicar cada una de las inecuaciones por un número negativo la desigualdad se invierte.

iii) Sí, que en las desigualdades se observa siempre un desequilibrio en las expresiones, además la diferencia lo vemos en las propiedades donde nos dice por ejemplo que al multiplicar cualquiera de estas por un número negativo la desigualdad cambiará de sentido y en las igualdades siempre está en equilibrio sea cual sea la operación que le apliquemos.

Pregunta 4

i. $5x > 4x + 3$
ii. $3x - 9 > -3x + 9$
iii. $4x - 2 > 3x + 1$

$5x > 4x + 3$ $5x - 4x > 3$ $x > 3$	$3x - 9 > -3x + 9$ $3x + 3x - 9 > 9$ $6x > 9 + 9$ $6x > 18$ $x > 3$	$4x - 2 > 3x + 1$ $4x - 3x > 1 + 2$ $x > 3$

¿Son equivalentes estas inecuaciones?

Las inecuaciones i), ii) y iii) son equivalentes ya que tienen el mismo conjunto solución el cual es $\{x \setminus x \in \mathbb{R} \ \wedge \ x > 3\}$

Pregunta 5

Inecuación	Son soluciones	No son soluciones
$\frac{(4x+5)}{2} < 3$	$x_1 = \frac{1}{8}$; $x_2 = 0$; $x_3 = -\frac{1}{2}$	$x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{4}$; $x_3 = 1$
$\frac{(3x-6)}{3} \geq 2$	$x_1 = 4$; $x_2 = \frac{9}{2}$; $x_3 = 7$	$x_1 = \frac{3}{2}$; $x_2 = 3$; $x_3 = 1$

$\frac{(4x+5)}{2} < 3$	$\frac{(3x-6)}{3} \geq 2$
$\frac{(4x+5)}{2} < 3$ $4x + 5 < 3 * 2$ $4x < 6 - 5$ $x < \frac{1}{4}$	$\frac{(3x-6)}{3} \geq 2$ $3x - 6 \geq 2 * 3$ $3x \geq 6 + 6$ $3x \geq 12$ $3x * \frac{1}{3} \geq 12 * \frac{1}{3}$ $x \geq 4$

Pregunta 6

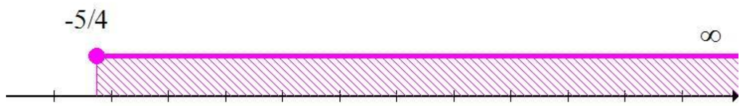
i.

$$\frac{x-6}{3}+\frac{x+4}{2}\geq\frac{x-5}{6}$$
$$\frac{2(x-6)+3(x+4)}{6}\geq\frac{x-5}{6}$$
$$\frac{2x-12+3x+12}{6}\geq\frac{x-5}{6}$$
$$\frac{5x}{6}\geq\frac{x-5}{6}$$
$$5x\geq x-5$$
$$4x\geq -5$$
$$x\geq -\frac{5}{4}$$

Solución por Extensión: $\{x \backslash x\in\mathbb{R}\wedge x\geq -\frac{5}{4}\}$

Solución por Intervalo: $[-\frac{5}{4}, +\infty[$

Solución por gráfica:



$$\frac{3x-8}{4}+\frac{x+7}{2}<3x-2-\left(\frac{x+3}{6}\right)$$

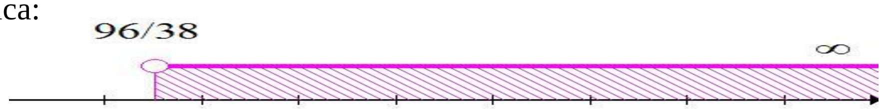
ii.

$$\frac{3x-8+2(x+7)}{4}<\frac{6(3x-2)-(x+3)}{6}$$
$$\frac{3x-8+2x+14}{4}<\frac{18x-12-x-3}{6}$$
$$\frac{5x+6}{4}<\frac{17x-15}{6}$$
$$6(5x+6)<4(17x-15)$$
$$30x+36<68x-60$$
$$36+60<68x-30x$$
$$96<38x$$
$$\frac{96}{38}<x$$

Solución por Extensión: $\{x \backslash x\in\mathbb{R}\wedge x>\frac{96}{38}\}$

Solución por Intervalo: $]\frac{96}{38}, +\infty[$

Solución por gráfica:



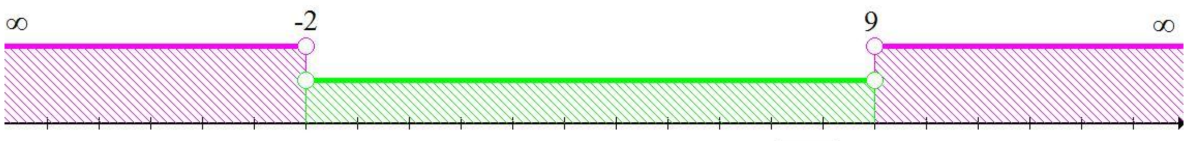
Pregunta 7

$$A = \left\{ \boldsymbol{y} \setminus \boldsymbol{y} \, \boldsymbol{\epsilon} \, \mathbb{R} \parallel \frac{\boldsymbol{y}-\boldsymbol{9}}{\boldsymbol{y}+\boldsymbol{2}} < 0 \right\}$$

Restricción: $y + 2 \neq 0$

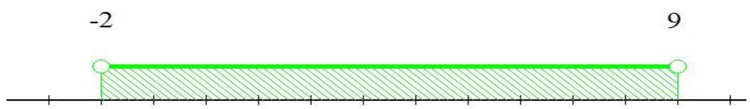
$y \neq -2$

$$(y-9>0 \;\wedge\; y+2<0) \;\vee\; (y-9<0 \;\wedge\; y+2>0)$$
$$(y>9 \;\wedge\; y<-2) \;\vee\; (y<9 \;\wedge\; y>-2)$$



Por lo tanto;

Solución Final:

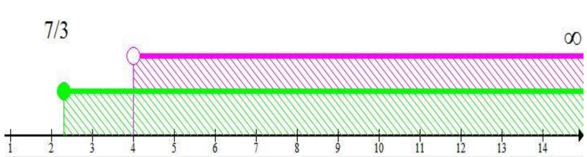


$$\boldsymbol{B} = \left\{ \boldsymbol{z} \setminus \boldsymbol{z} \, \boldsymbol{\epsilon} \, \mathbb{R} \parallel \frac{\boldsymbol{3z-7}}{\boldsymbol{z-4}} \geq \boldsymbol{0} \right\}$$

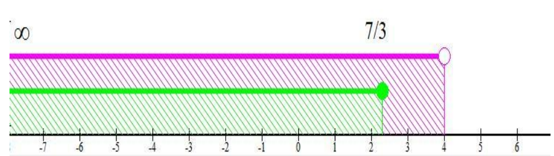
Restricción: $z - 4 \neq 0$

$z \neq 4$

$$(3z-7 \geq 0 \wedge z-4>0) \vee (3z-7 \leq 0 \;\wedge\; z-4<0)$$
$$(3z \geq 7 \;\wedge z>4) \;\vee\; (3z \leq 7 \;\wedge\; z<4)$$
$$\left(z \geq \frac{7}{3} \;\wedge\; z>4\right) \;\vee\; \left(z \leq \frac{7}{3} \;\wedge\; z<4\right)$$

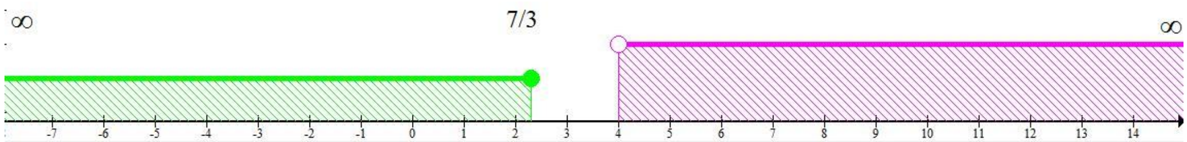


V



Por lo tanto;

Solución final:



Pregunta 8

i)

$x \to (0 \leq x \leq 100)$ Calificación que debe obtener el estudiante en el examen final

$\frac{96+70+81+95+x}{5}$ Promedio final del estudiante

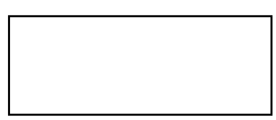
Queremos que el promedio final quede entre 80% y 90%, inclusive el 80.
Por lo tanto:

$$80 \leq \frac{342 + x}{5} < 90$$
$$400 \leq 342 + x < 450$$
$$58 \leq x < 108$$

Significa que el estudiante no puede sacar menos del 58% en el examen final

ii)

x

10  10

x

$$50 \leq 2x + 20 < 75$$
$$30 \leq 2x < 55$$
$$15 \leq x < \frac{55}{2}$$

Pregunta 9

R: *Responden según sus propias razones.*

Anexo 1.3

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°3

Pregunta 1

a) Las dos primeras expresiones representan rectas en el plano, en donde la primera es una recta vertical, esto nos podemos dar cuenta ya que en la ecuación general de la recta el valor de y es igual a 0; mientras que en la segunda expresión representa una recta trasladada con pendiente negativa. La tercera expresión representa un semiplano en el plano cartesiano, podríamos hablar que es la parte superior de la recta siendo limitada estrictamente por la segunda expresión.

b)

• $x = 6$ • $x + y = 6$ $(2) - (1)$: $x - x + y = 6 - 6$ $y = 6 - 6$ $y = 0$ $\therefore$ *el punto* $(6,0)$ *es la intersección de las dos primeras expresiones*	Su intersección está representada por un punto en el plano.

• $x = 6$ • $x + y > 6$ Reemplazando ec. (1) en la ec. (2): $(6) + y > 6 \quad / -6$ $6 - 6 + y > 6 - 6$ $y > 0$ $\therefore$ *la interseccion de la primera expresion y la tercera es*: $y \epsilon \ ]0, \infty^{+}[\ \wedge \ x = 6.$	Su intersección está representada por una recta.
• $x + y = 6$ • $x + y > 6$ Reemplazando (1) en la (2): $6 > 6 \quad \equiv \mathcal{F} \quad \Rightarrow \quad no\ hay\ intersección$	No hay intersección.

Pregunta 2

Dada la siguiente inecuación $2x + 3 \geq y$

Puntos	Desarrollo	V ó F
(0,1)	$2 * 0 + 3 \geq 1 \longrightarrow 3 \geq 1$	$\mathcal{V}$
(-1,3)	$2 * (-1) + 3 \geq 3 \longrightarrow -2 + 3 \geq 3$ $1 \geq 3$	$\mathcal{F}$
(-2,0)	$2(-2) + 3 \geq 0 \longrightarrow -4 + 3 \geq 0$ $-1 \geq 0$	$\mathcal{F}$
(2,3)	$2(2) + 3 \geq 3 \longrightarrow 4 + 3 \geq 3$ $7 \geq 3$	$\mathcal{V}$

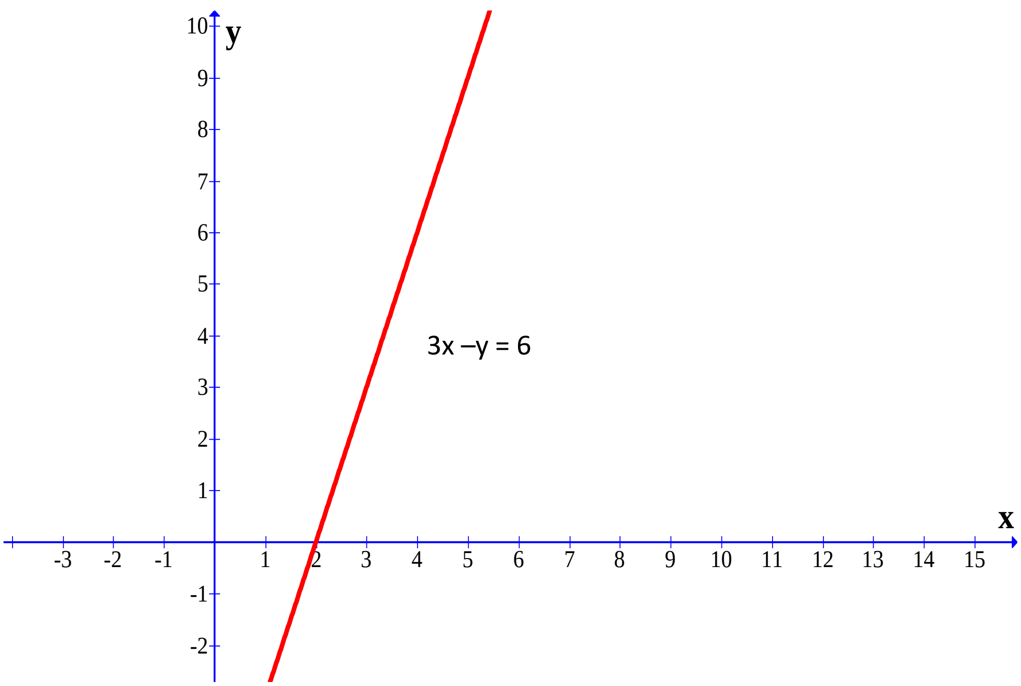
i)

(-1,1)	$2(-1) + 3 \geq 1 \longrightarrow$	$-2 + 3 \geq 1$ $1 \geq 1$	$\mathcal{V}$
(1,0)	$2(1) + 3 \geq 0 \longrightarrow$	$2 + 3 \geq 0$ $5 \geq 0$	$\mathcal{V}$
(0,3)	$2(0) + 3 \geq 3 \longrightarrow$	$3 \geq 3$	$\mathcal{V}$

ii) Los puntos que satisfacen la desigualdad representan a unas de las tantas soluciones que tiene dicha inecuación.

Pregunta 3

a)



b) **Pasos**

Paso 1: La inecuación se transforma en una ecuación

$$3x - y < 6 \longrightarrow 3x - y = 6$$

Paso 2: Se grafica la ecuación.

Grafica realizada anteriormente

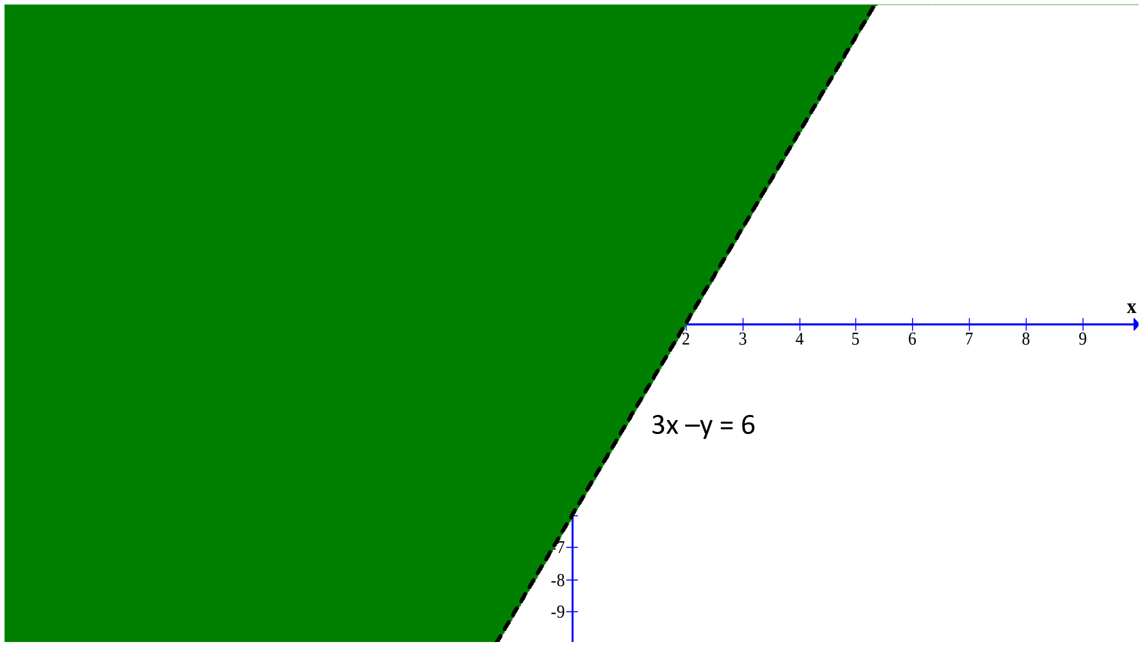
Paso 3: Se eligen una serie de puntos y se reemplaza en la inecuación original

Puntos	Desarrollo	V ó F
(0,1)	$3(0) - 1 < 6$ $\quad -1 < 6$	$\mathcal{V}$
(-1,3)	$3(-1) - 3 < 6 \longrightarrow - - 3 - 3 < 6$ $-6 < 6$	$\mathcal{V}$
(6,2)	$3(6) - 2 < 6 \longrightarrow 16 < 6$	$\mathcal{F}$
(2,0)	$3(2) - 0 < 6 \longrightarrow 6 < 6$	$\mathcal{F}$
(-1,1)	$3(-1) - 1 < 6 \longrightarrow -3 - 1 < 6$ $-4 < 6$	$\mathcal{V}$
(5,2)	$3(5) - 2 < 6 \longrightarrow 15 - 2 < 6$ $13 < 6$	$\mathcal{F}$

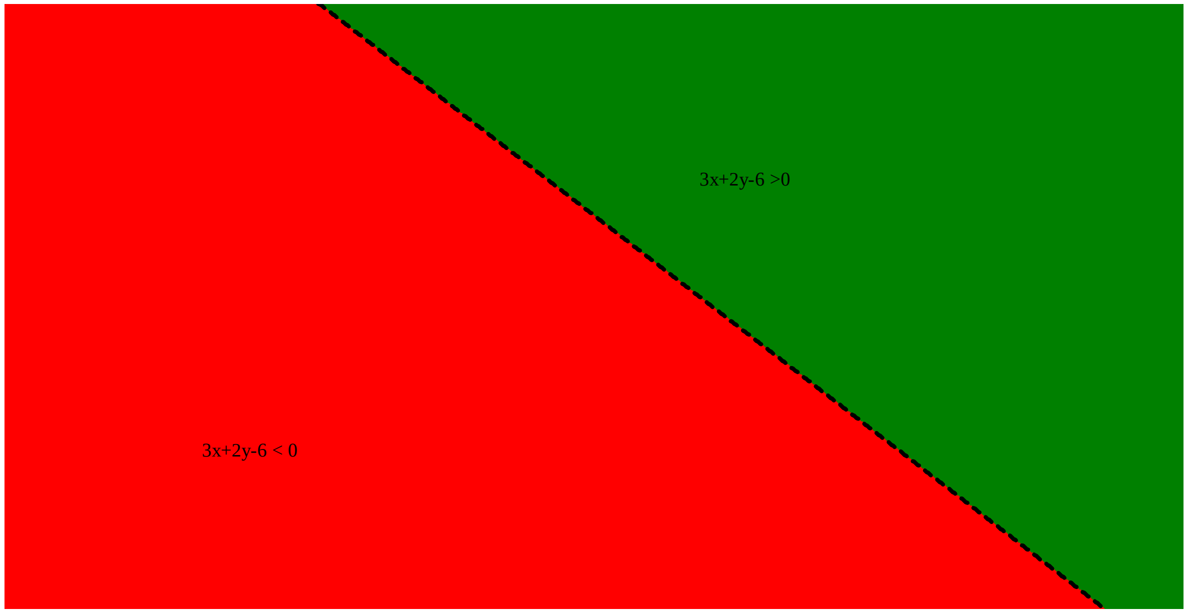
Paso 4: Los puntos que cumplan dicha desigualdad, pertenecen al semiplano el cual representa el conjunto solución de la inecuación.

Los puntos que resultan verdaderos en el cuadro anterior, son los que pertenecen a la región achurada.

Paso 5: Se colorea el semiplano correspondiente a la inecuación.

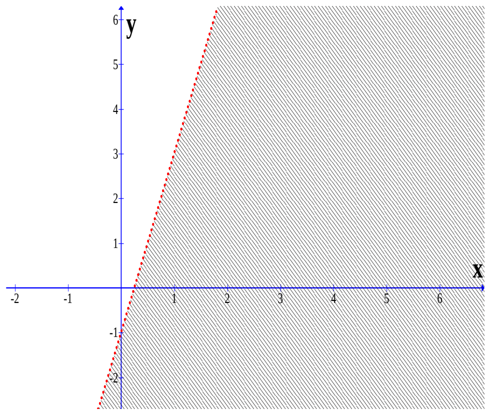


Pregunta 4

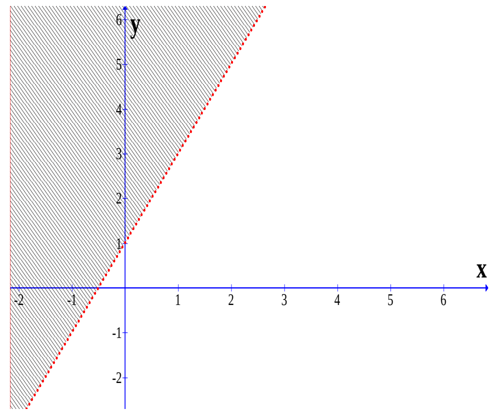


Pregunta 5

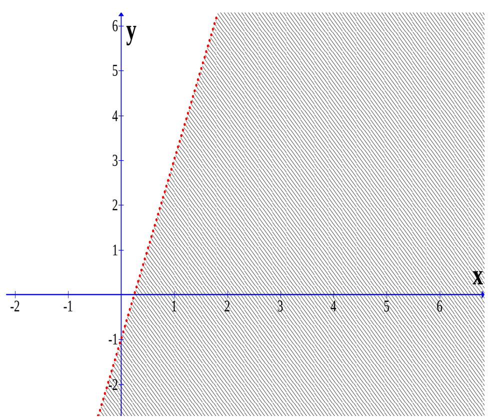
i)



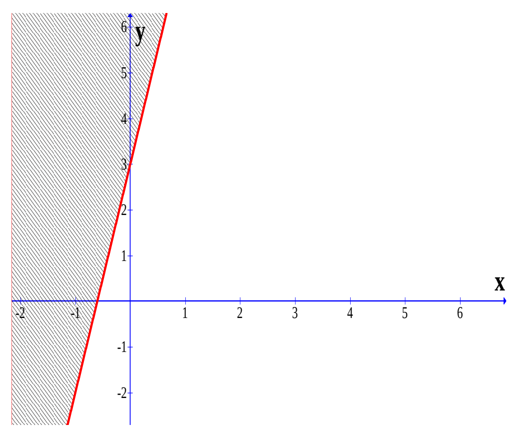
ii)



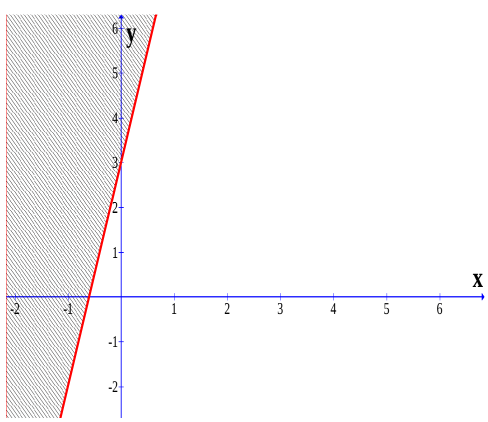
iii)



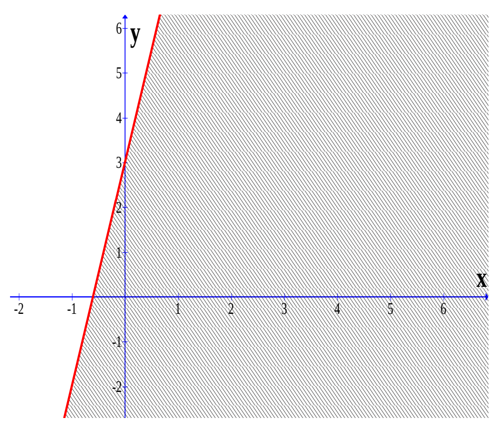
iv)



v)



vi)



Dos inecuaciones son equivalentes cuando tienen el mismo conjunto solución. Se puede ver directamente por la gráfica o también podemos visualizarlo despejando una variable (en este caso, la variable "y"):

i. $4x + 2 > y + 3 \longrightarrow 4x - 1 > y$

ii. $2x + 1 < y \longrightarrow 2x + 1 < y$

iii. $x - \frac{1}{4} > y \longrightarrow x - \frac{1}{4} > y$

iv. $5x + 3 \leq y \longrightarrow 5x + 3 \leq y$ *

v. $x + \frac{3}{5} \leq \frac{y}{5} \longrightarrow 5x + 3 \leq y$ *

vi. $10x + 6 \geq 2y \longrightarrow 5x + 3 \geq y$

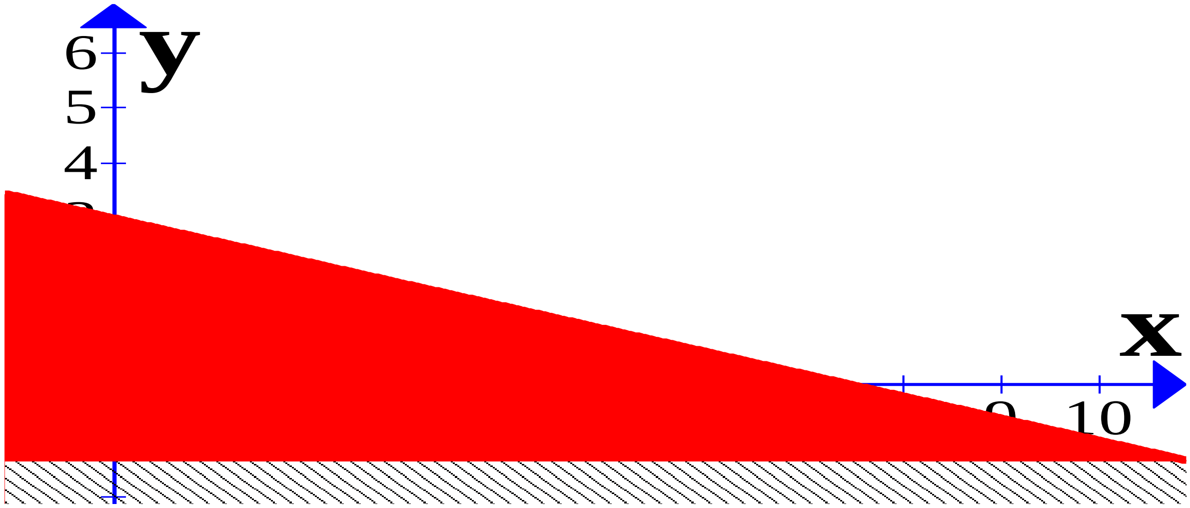
Como podemos observar; la inecuación (iv y v) presentan el mismo conjunto solución, por lo tanto son equivalentes.

Pregunta 6

Sea x el número de unidades del articulo A producidas semanalmente, y sea y el número de unidades del producto B que semanalmente se producen. Como cada unidad producida del articulo A requiere de dos horas de trabajo en la maquina, el producto 2x representará el número de horas de máquina necesarias para producir A unidades y, análogamente, 5y será el número de horas de trabajo en la máquina requeridos para producir B unidades. Como el número total de horas destinadas a la producción de ambos productos no puede exceder a 15, podemos escribir:

$$2x + 5y \leq 15$$

Graficamos 2x+5y=15 y la solución gráfica de la desigualdad es:



El conjunto de solución para la desigualdad se define como:

1. Si sólo se puede producir unidades enteras, entonces el conjunto solución será el conjunto de todos los pares ordenados (x,y), donde x e y son enteros no negativos y $y < \frac{15-2x}{5}$. La grafica será, entonces, un conjunto de puntos en o debajo de la recta definida por $2x + 5y = 15$ cuyas coordenadas sean enteras, por ejemplo, (4,2),(3,1) etc.

2. Si podemos incluir partes de unidades, entonces el conjunto solución contendrá todos los pares ordenados (x,y) tales que x y y sean números racionales y $y < \frac{15-2x}{5}$. La grafica será el conjunto el conjunto de puntos en o debajo de la recta cuyas coordenadas sean números racionales, por ejemplo, $(0, \frac{15}{2})$, etc.

Pregunta 7

R: Responden según sus propias razones

Anexo 1.4

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°4

Pregunta 1

Recordar los siguientes pasos para graficar inecuaciones:

Paso 1: $\left.\begin{array}{l} 3x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l}\text{Ecuación 1} \\ \text{Ecuación 2}\end{array}$

Paso 2: Podemos resolver este sistema por cualquiera de los 3 métodos. Utilizamos el de sustitución:

$$3x + y = 0 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$y = -3x \quad (1)$$

Sustituimos (1) en la ecuación 2

$$x - (-3x) = 0$$

$$x + 3x = 0$$

$$4x = 0$$

$$x = 0 \quad (2)$$

Sustituimos (2) en (1)

$$y = -3(0)$$

$$y = 0$$

Por lo tanto el punto de intersección es (0,0)

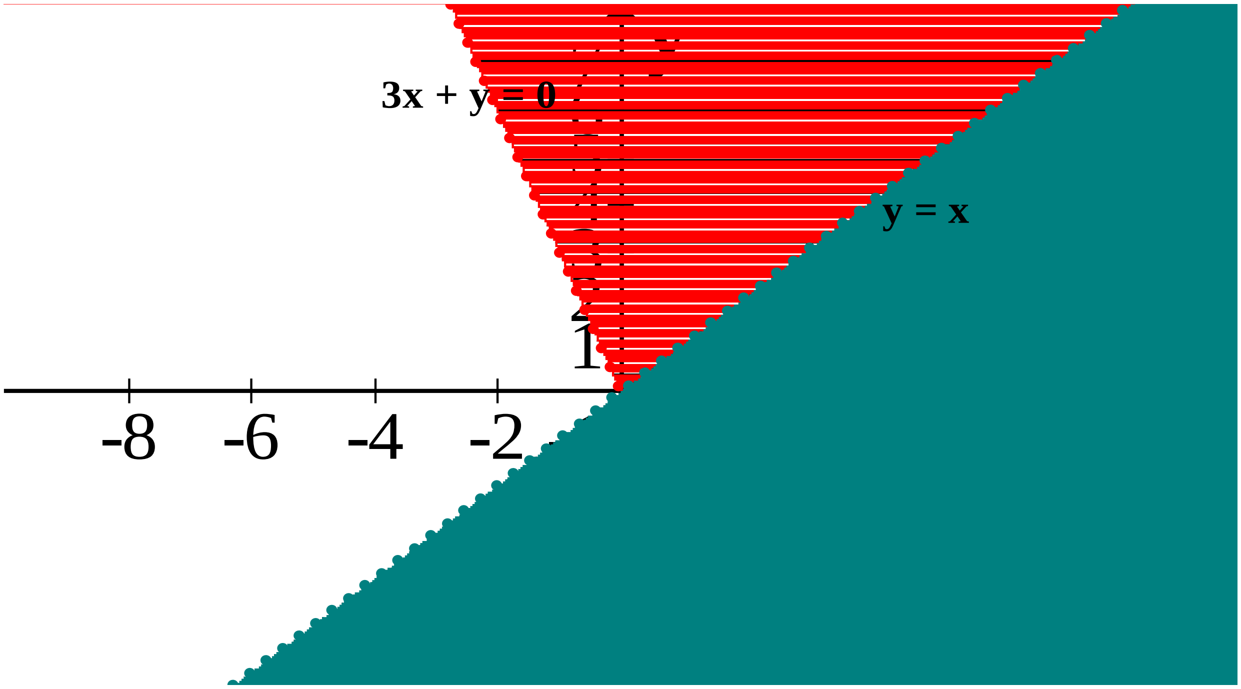
$3x + y = 0$

x	Y
0	0
1	-3

$x - y = 0$

x	Y
0	0
1	1

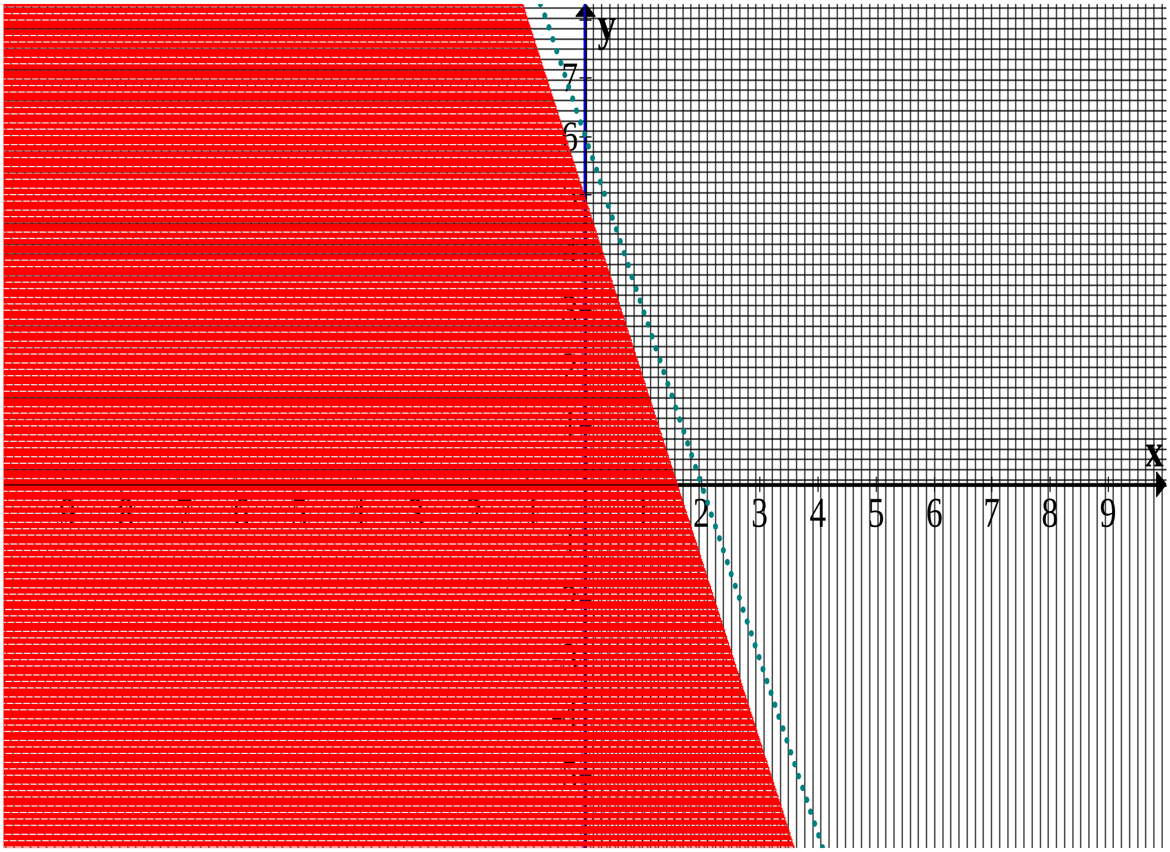
Luego de darnos puntos para la gráfica, procedemos:



Pregunta 2

<table>
<tr><td>$3x + y = 6$
<table><tr><td>x</td><td>y</td></tr><tr><td>0</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td></tr></table></td><td>$x = 0$</td><td>$y = 0$</td></tr>
</table>

Ahora, graficamos:



Pregunta 3

Recordamos que

$y - y1 = m(x - x1)$ Ecuación de la recta
$m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$ Pendiente

Comenzamos calculando la ecuación de la recta de cada uno de los lados del polígono, esto lo conseguimos utilizando los puntos que forman a éste:

A(0,0) y B(1,4) Donde A(0,0) = (x1, y1) B(1,4) = (x2,y2) $m = \frac{4-0}{1-0} = \frac{4}{1} = 4$ → Pendiente de AB $y - 0 = 4(x - 0)$ $\boldsymbol{y = 4x}$ → Ecuación de la recta AB	B(1,4) y D(3,3) Donde B(1,4) = (x1, y1) D(3,3) = (x2, y2) $m = \frac{3-4}{3-1} = -\frac{1}{2}$ → Pendiente de BD $y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 1)$ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 4$ $\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}}$ → Ecuación de la recta BD

C(4,0) y D(3,3) Donde C(4,0) = (x1, y1) D(3,3) = (x2,y2) $m = \frac{3-0}{3-4} = \frac{3}{-1} = -3$ → pendiente $y - 0 = -3(x - 4)$ $y = -3x + 12$ → ecuación de la recta CD	A(0,0) y C(4,0) Donde A(0,0) = (x1, y1) C(3,3) = (x2,y2) $m = \frac{0-0}{4-0} = \frac{0}{4} = 0$ → pendiente $y - 0 = 0(x - 0)$ $y = 0$ → Ecuación de la recta AC

De lo anterior entonces, tenemos 4 ecuaciones de la recta diferentes que, forman nuestro polígono:

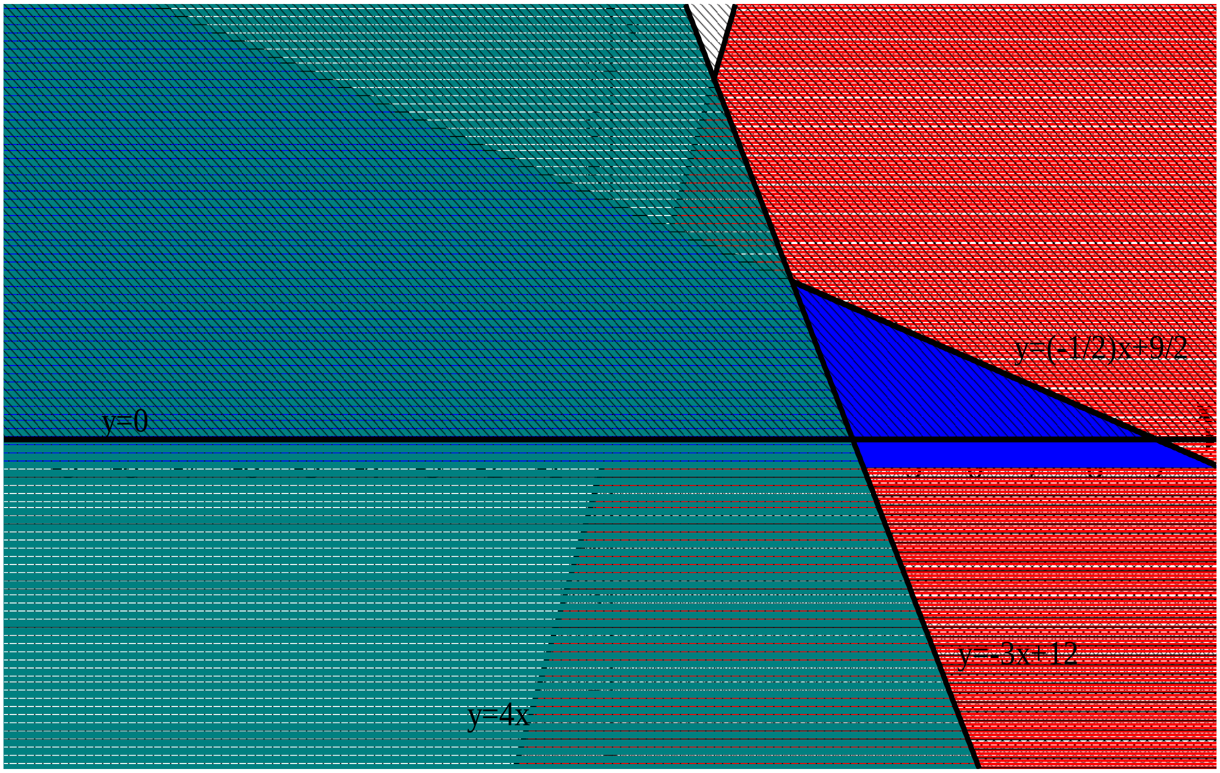
(a) $y = 4x$

(b) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

(c) $y = -3x + 12$

(d) $y = 0$

Gráficamente, esto se representa de la siguiente manera:



Por lo tanto, nuestras ecuaciones de la recta quedan representadas como desigualdades de esta forma:

$$\left.\begin{aligned} y &\leq 4x \\ y &\leq -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \\ y &\leq -3x + 12 \\ y &\geq 0 \end{aligned}\right\}$$

Pregunta 4

Como cada unidad del producto alimenticio I contiene 10 gramos de proteínas y cada unidad del producto II contiene 5 gramos de proteínas y como cada bolsa de la mezcla debe contener al menos 40 gramos de proteínas, una desigualdad que debe satisfacerse es:

$$10x + 5y \geq 40$$

Donde ‘x’ representa el número de unidades del producto alimenticio I e ‘y’ el número de unidades del producto alimenticio II en la mezcla. Análogamente, las otras desigualdades relevantes son:

$$0{,}1x + 0{,}9y \geq 1{,}8 \quad \text{para grasas}$$

$$10x + 30y \geq 120 \quad \text{para carbohidratos}$$

Tenemos también, como dato anexo la limitación de la no negatividad, es decir;

$$x \geq 0, y \geq 0$$

De esta forma, tenemos 3 inecuaciones que, debemos graficar:

$$\left.\begin{aligned} 10x + 5y &\geq 40 \\ 0{,}1x + 0{,}9y &\geq 1{,}8 \\ 10x + 30y &\geq 120 \end{aligned}\right\}$$

$10x + 5y = 40$

x	y
0	8
2	4

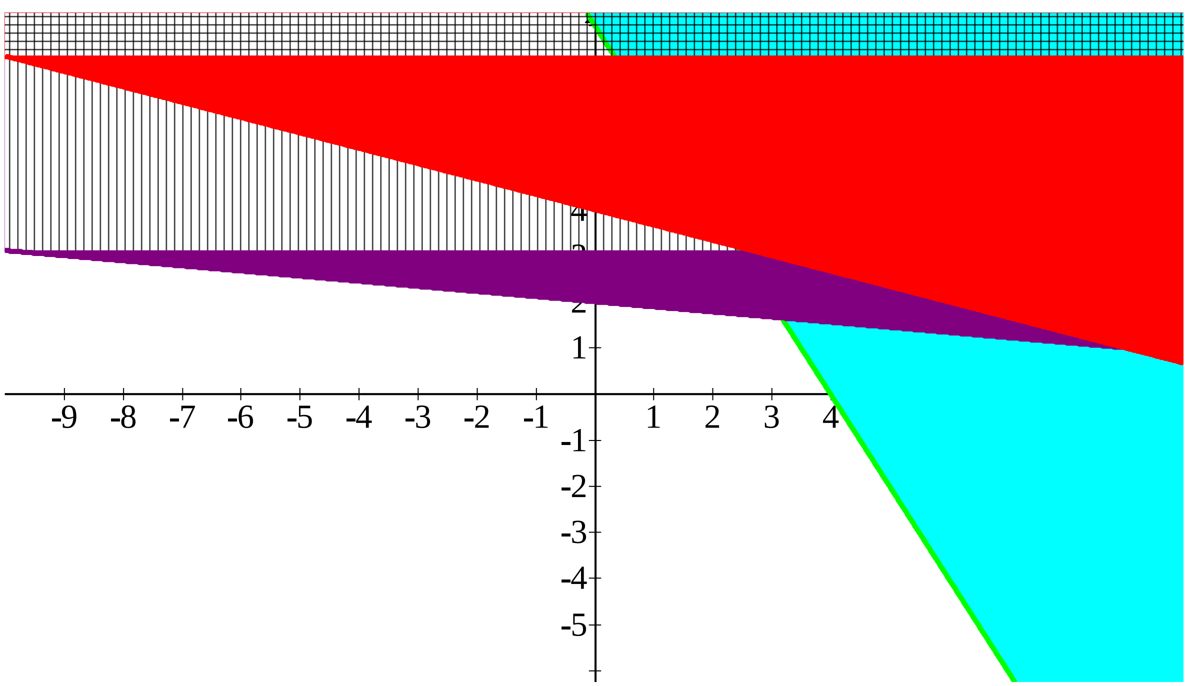
$0{,}1x + 0{,}9y = 1{,}8$

X	y
0	2
-1	2.1

$10x + 30y = 120$

x	y
0	4
3	3

De lo anterior obtenemos puntos para poder graficar así nuestras rectas. Quedando de esta forma:



Pregunta 5

R: Contestan según sus propias razones.

Anexo 1.5

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°5

Pregunta 1

(x, y)	$(1,2)$	$(3, -5)$	$(-4,5)$	$(-1,2)$
$F(x, y)$	1 + 2 = 3	3 + – 5 = -2	-4 + 5 = 1	-1 + 2 = 1

Pregunta 2

a) (5,0), (3,2), (0,3), (0,0)

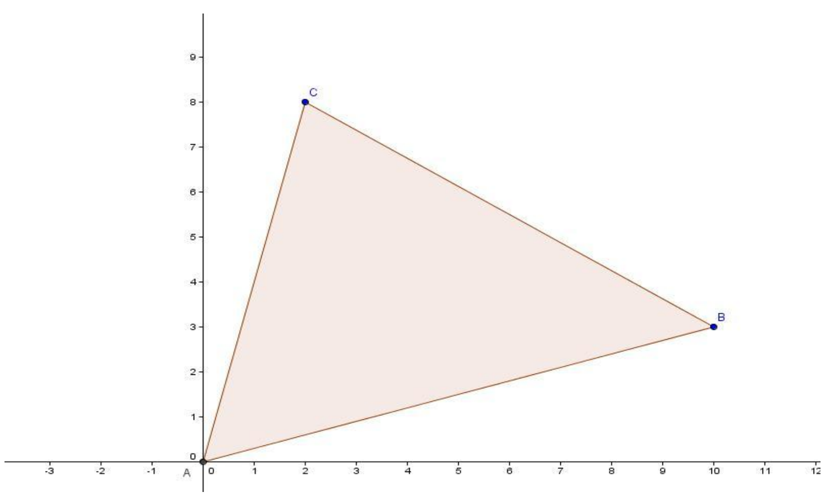
b)

$F(5,0) = 2(5) + 3(0)$ $= 10 + 0$ $= 10$	$F(3,2) = 2(3) + 3(2)$ $= 6 + 6$ $= 12$	$F(0,3) = 2(0) + 3(3)$ $= 0 + 9$ $= 9$	$F(0,0) = 2(0) + 3(0)$ $= 0 + 0$ $= 0$

- El valor más alto es en el punto (3,2). Este valor significa que no existe otro punto más alto que este situado en la región acotada.
- El menor valor nos da en el punto (0,0). Este valor significa que no existe otro punto más pequeño que este situado en la región acotada.

Pregunta 3

Graficamos dicho triángulo y nos queda así:



a) Reemplazamos cada uno de los puntos en nuestra función, quedando:

$F(0,0) = -4(0) + 0 + 9$ $= 0 + 0 + 9$ $= 9$	$F(2,8) = -4(2) + 8 + 9$ $= -8 + 8 + 9$ $= 9$	$F(10,3) = -4(10) + 3 + 9$ $= -40 + 3 + 9$ $= -28$

De lo anterior se concluye que el valor máximo lo alcanza en dos puntos: (0,0) y (2,8)

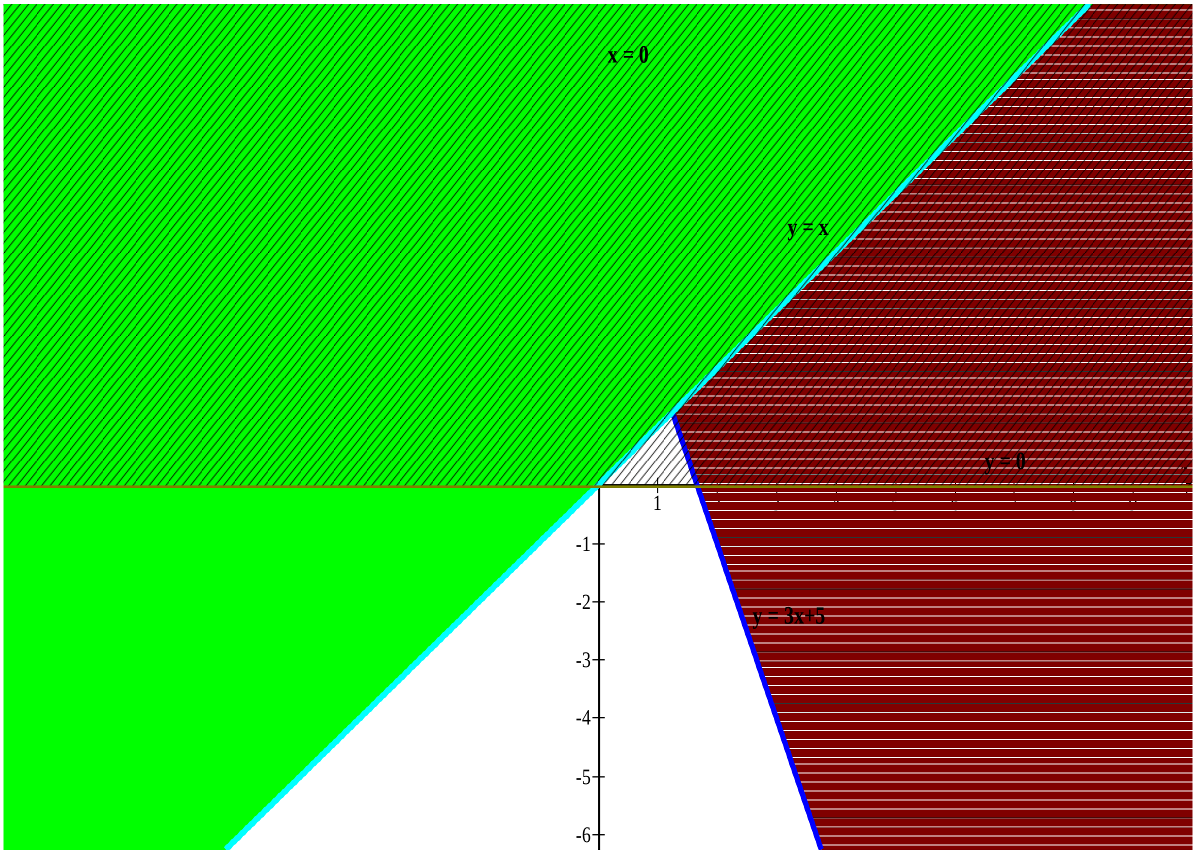
b) Reemplazamos cada uno de los puntos en nuestra nueva función, quedando:

$F(0,0) = 4(0) + 0 + 12$ $= 0 + 0 + 12$ $= 12$	$F(2,8) = 4(2) + 8 + 12$ $= 8 + 8 + 12$ $= 28$	$F(10,3) = 4(10) + 3 + 12$ $= 40 + 3 + 12$ $= 55$

De lo anterior, concluimos que la función alcanza el mínimo en el punto (0,0)

Pregunta 4

Graficamos la zona restringida y nos queda la siguiente región no acotada:



Luego resolvemos las 3 rectas para conocer en qué punto se interceptan unas con otras:

$$\left.\begin{array}{c} 3x + y \geq 5 \\ x - y \leq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

<table>
<tr>
<td>$3x + y = 5$
<table><tr><td>X</td><td>y</td></tr><tr><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>5/3</td><td>0</td></tr></table></td>
<td>$x - y = 0$
<table><tr><td>X</td><td>y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td>$y = 0$</td>
</tr>
</table>

Para conocer donde se interceptan ambas rectas formaremos un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 3x + y &\geq 5 \\ x - y &\leq 0 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{aligned} 3x + y &= 5 \\ x - y &= 0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\text{ecuación 1} \\ &\text{ecuación 2} \end{aligned}$$

De la ecuación 1: $3x + y = 5$

$$y = 5 - 3x \quad (1)$$

(1) será reemplazado en la ecuación 2: $x - (5 - 3x)=0$

$$x - 5 + 3x = 0$$

$$4x - 5 = 0$$

$x = \frac{5}{4}$ que será reemplazado en (1)

$$y = 5 - 3\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$y = 5 - \frac{15}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}$$

Por lo tanto el punto de intersección de ambas rectas es $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$

Por consiguiente observando el gráfico y el punto de intersección, este será: $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$

Este punto será reemplazado en la función: $F(x, y) = 2x + 4y$

$$F\left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right) = 2\left(\frac{5}{4}\right) + 4\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{5}{2} + 5$$

$$= \frac{15}{2}$$

Obtenemos así que el valor mínimo lo alcanza en el punto $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$

En cambio no tiene valor máximo ya que la región graficada **no es acotada**

Pregunta 5

a) *Responden según sus propias razones.*

b) *Responden según sus propias razones.*

Anexo 1.6

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE N°6

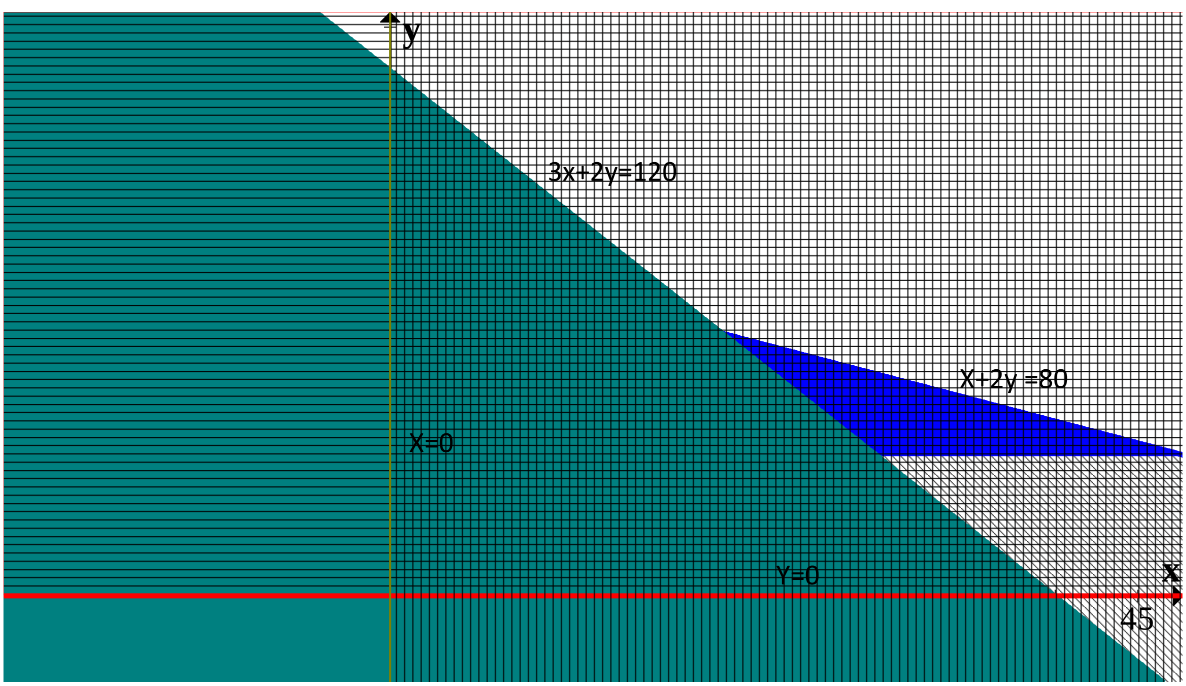
Pregunta 1

a)

	B. de paseo	B. de montaña	Restricciones
Numero de bicicletas	X	y	x≥0 ; y≥0
Acero	X	2y	X+ 2y ≤ 80
Aluminio	3x	2y	3x + 2y ≤ 120
Beneficio	200x	150y	F(x,y) = 200x + 150y

b) $F(x, y) = 200x + 150y$

c)



Graficando encontramos los vértices de la zona acotada, estos puntos son: (0,0), (40,0), (20,30) y (0,40).

Reemplazando estos vértices en la función objetivo encontrada, nos queda:

$$F(0,0) = 200(0) + 150(0) = 0$$

$$F(40,0) = 200(40) + 150(0) = 8000$$

$$F(20,30) = 200(20) + 150(30) = 4000 + 4500 = 8500$$

$$F(0,40) = 200(0) + 150(40) = 6000$$

Sí es posible maximizarla.

d) De acuerdo a lo anterior; la función objetivo se maximiza en el punto (20,30), es decir X=20 bicicletas de paseo e y=30 bicicletas de montaña.

Pregunta 2

a) ¿Cuáles son las restricciones del problema anterior?

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

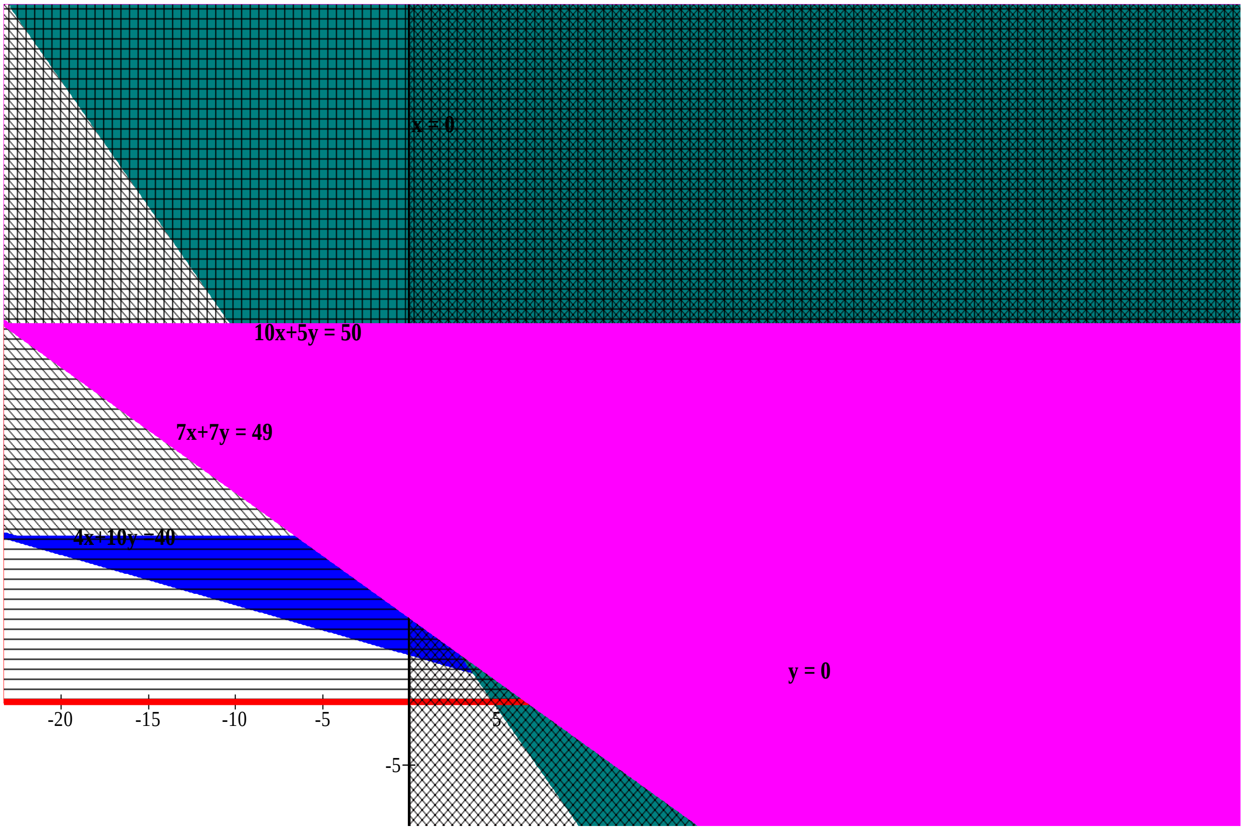
$$4x + 10y \geq 40$$

$$10x + 5y \geq 50$$

$$7x + 7y \geq 49$$

b) $F(x, y) = 330000x + 400000y$

c)



Graficando obtendremos los vértices de la región; estos son (5,2), (10,0), (0,10), (3,4).

Ahora, si queremos minimizar tendremos que reemplazar estos puntos en la función objetivo encontrada:

$$F(5,2) = 330000(5) + 400000(2) = 1650000 + 800000 = 2.450.000$$

$$F(10,0) = 330000(10) + 400000(0) = 3.300.000$$

$$F(0,10) = 330000(0) + 400000(10) = 4.000.000$$

$$F(3,4) = 330000(3) + 400000(4) = 990000 + 1600000 = 2.590.000$$

De acuerdo a lo anterior, se minimiza en el punto (5,2), es decir, x=5 semanas para el grupo G1 e y=2 semanas para el grupo G2.

d)

	Grupo G1	Grupo G2	Restricciones
N° de semanas	X	y	$x\geq 0$; $y\geq 0$
A	4	10	$4x + 10y \geq 40$
B	10	5	$10x + 5y \geq 50$
C	7	7	$7x + 7y \geq 49$
Costo	3300x	4000y	$F(x,y)= 3300x + 4000y$

Pregunta 3

a) *Responden según sus propias razones.*

b) *Responden según sus propias razones.*

Anexo 7.3

PAUTA DE CORRECCIÓN CLASE Nº 7

Actividad 1

1. El concepto más inclusive o general de la lista es "objetos de una casa", ya que en la lista hay cosas que comúnmente se usan en casa.

2.

MUEBLES	**ROPA**	**UTENSILIOS**	**APARATOS ELÉCTRICOS**	**ARTICULOS DE LIMPIEZA**
Silla	Sábana	Plato	Refrigerador	Escoba
Cama	Funda	Tenedor	Estufa	Trapeador
Mesa	Toalla	Vaso	Aspiradora	
Sofá	Servilleta	Cuchillo	Televisión	

Actividad 2

Objetos	Acontecimientos
Manzana	Correr
Silla	Escribir
Pizarrón	Jugar
Gato	Leer
Bandera	Vender
Mochila	Nacimiento de una niña (o)

Actividad 3

R: *Responden según sus propias razones*

Actividad 4

R. *Responden según sus propias razones*

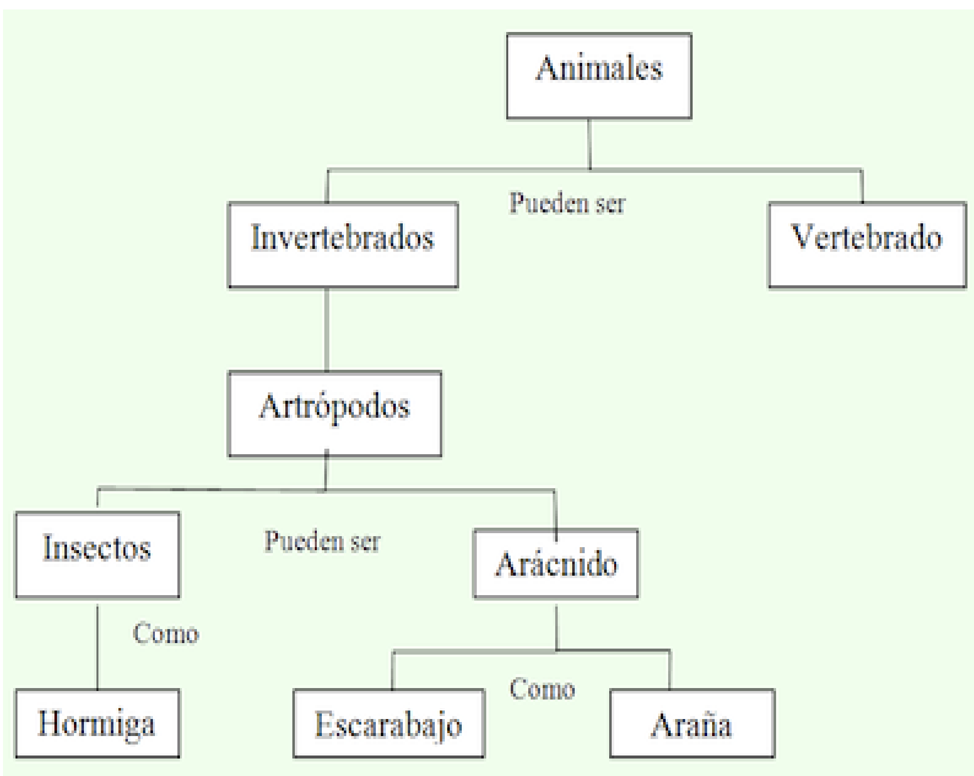
Actividad 5

a) - Animales

- Invertebrados
- Vertebrado
- Insectos
- Arácnido
- Hormiga
- Escarabajo
- Araña
- Artrópodos

b) Animales

c)



Anexo 1.8

PAUTA DE CORRECCIÓN EVALUACIÓN FINAL POST-TEST

Pregunta 1

Es una comparación, mediante un signo de igual, de dos expresiones algebraicas, en donde se puede encontrar una o más incógnitas (valor desconocido). Además de la(s) incógnita(s), podemos encontrar números, coeficientes (números que acompañan a las incógnitas).	Relación entre dos expresiones que no son iguales, con frecuencia se escriben con los símbolos >, ≥, < y ≤, que significan mayor que, mayor o igual que, menor que, menor o igual que, respectivamente.

Pregunta 2

a) $x \geq 7$

b) $8 \leq x \leq 18$

Pregunta 3

a) $12 + \mathbf{3} > 2 + \mathbf{3}$ $15 > 5$	b) $12 \cdot -2 < 2 \cdot -2$ $-24 < -4$
c) $12 - 2 > 2 - 2$ $10 > 0$	d) $12:3 > 2:3$ $4 > 0.7$

Pregunta 4

a) Es una desigualdad. Falsa	d) Es una inecuación $y \leq -2$ $]-\infty, -2]$

b) Es una desigualdad Verdadera	e) Es una inecuación $]4, +\infty[$
c) Es una desigualdad $-2 \leq 6$	f) Es una desigualdad Verdadera

Pregunta 5

$$y < 2x + 3$$

Pregunta 6

a)

$A(3,2)$ $2 > -2 \cdot 3 + 3$ $2 > -6 + 3$ $2 > -3$ Si cumple $A(3,2)$ $2 \leq -3 + 7$ $2 \leq 4$ Si cumple $\therefore$ $(3,2)$ *es solución del sistema*	$B(5,3)$ $3 > -2 \cdot 5 + 3$ $3 > -10 + 3$ $3 > -7$ Si cumple $B(5,3)$ $3 \leq -5 + 7$ $3 \leq 2$ No cumple $\therefore$ $(5,3)$ *no es solución del sistema*
$C(-2,8)$ $8 > -2 \cdot -2 + 3$ $8 > 4 + 3$ $8 > 7$ Si cumple $C(-2,8)$ $8 \leq - \cdot (-2) + 7$	$D(4,2)$ $2 > -2 \cdot 4 + 3$ $2 > -8 + 3$ $2 > -5$ Si cumple $D(4,2)$ $2 \leq -4 + 7$

$8 \leq 4 + 7$ $8 \leq 11$ Si cumple $\therefore (-2{,}8) es\ solución\ del\ sistema$	$2 \leq 3$ Si cumple $\therefore (4{,}2) es\ solución\ del\ sistema$
$E(0{,}0)$ $0 > -2 \cdot 0 + 3$ $0 > 3$ No se cumple $E(0{,}0)$ $0 \leq -0 + 7$ $0 \leq 7$ Si cumple $\therefore (0{,}0)\ no\ es\ solución\ del\ sistema$	$F(-1{,}7)$ $7 > -2(-1) + 3$ $7 > 2 + 3$ $7 > 5$ Si cumple $F(-1{,}7)$ $7 \leq -(-1) + 7$ $7 \leq 1 + 7$ $7 \leq 8$ Si cumple $\therefore (-1{,}7)\ es\ solución\ del\ sistema$

b) Del cuadro anterior, se puede concluir lo siguiente:

Es solución sólo de la primera inecuación, el siguiente punto:

B(5,3)

Son solución sólo de la segunda inecuación, el siguiente punto:

E(0,0)

c) Ningún punto.

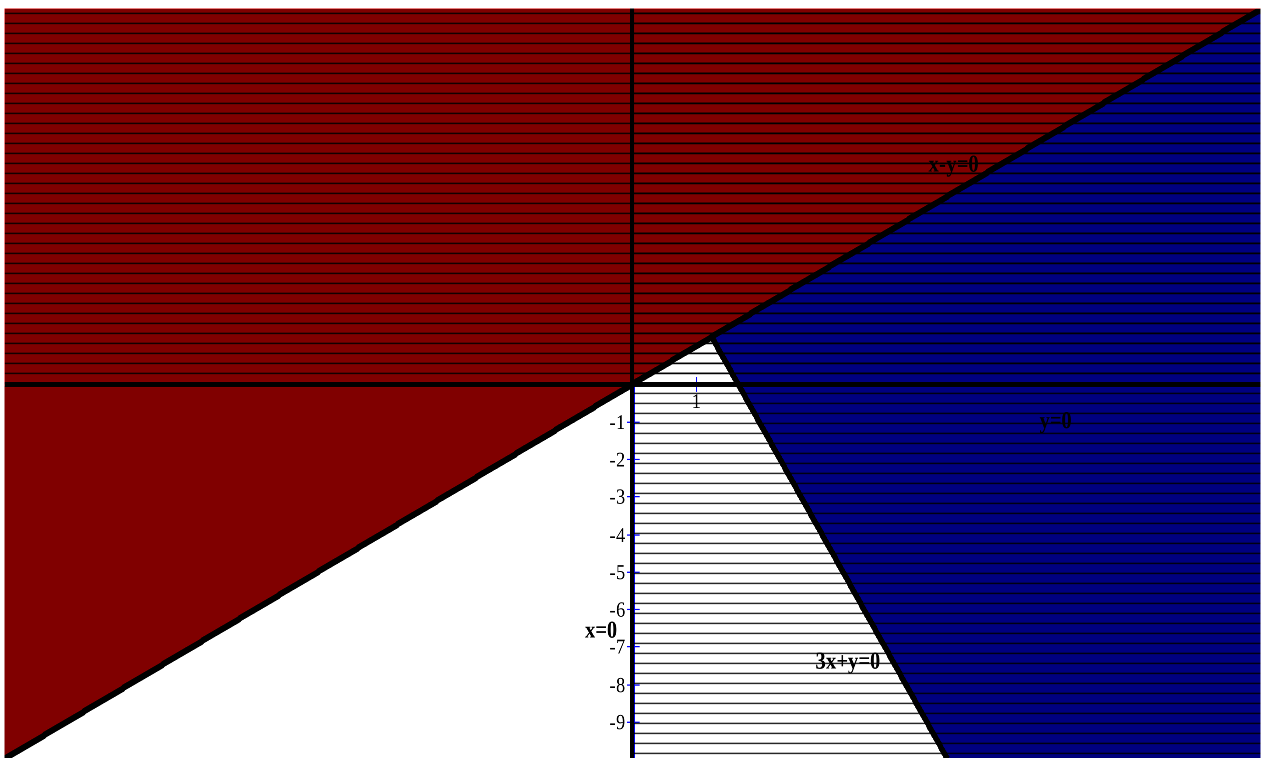
Pregunta 7

Nos damos puntos para cada recta, de ésta forma sabremos dibujarlas y saber gráficamente si se intersectan o no.

$3x + y = 5$; $x - y = 0$; $x = 0$; $y = 0$

x	y	x	y
0	5	0	0
5/3	0	1	1

Ahora, teniendo en cuenta porque puntos pasa cada recta, graficamos:



El punto de intersección de las rectas $3x + y = 5$ y $x - y = 0$ lo obtenemos resolviendo el sistema de ecuaciones de ambas rectas:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + y = 5 \\ x - y = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} (*) \\ (**) \end{array}$$

De (**) tenemos que; $x = y$

Reemplazamos en (*) y nos queda; $3x + x = 5$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Como $x = y$ entonces se concluye que $y = \frac{5}{4}$

Por lo tanto, el punto de intersección de ambas rectas es $(\frac{5}{4}, \frac{5}{4})$

Estos puntos, se remplazan en la función objetivo $F(x, y) = 2x + 4y$

Si $(x, y) = (0,5) \Longrightarrow F(x, y) = 2(0) + 4(5)$

$$= 0 + 20$$

$$= 20$$

Si $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right) \Longrightarrow F(x, y) = 2\left(\frac{5}{4}\right) + 4\left(\frac{5}{4}\right)$

$$= \frac{5}{2} + 5$$

$$= \frac{15}{2}$$

a) De lo anterior, concluimos que alcanza su valor mínimo en el punto $\left(\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right)$

b) No puede alcanzar un máximo ya que, la región del semiplano no es una región acotada, por ende, es una región abierta.

Pregunta 8

a)

	N°	Algodón	Lana
Traje	X	x	3x
Vestido	Y	2y	2y
Total		x+2y	3x+2y

Sean $x: numero\ de\ trajes$

$y: numero\ de\ vestidos$

$a: precio\ comun\ del\ traje\ y\ el\ vestido$

b) $F(x, y) = ax + by$

c) Restricciones:

$$\left.\begin{array}{c} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 80 \\ 3x + 2y \leq 120 \end{array}\right\}$$

De acuerdo a esto; nos damos puntos para graficar las rectas anteriores;

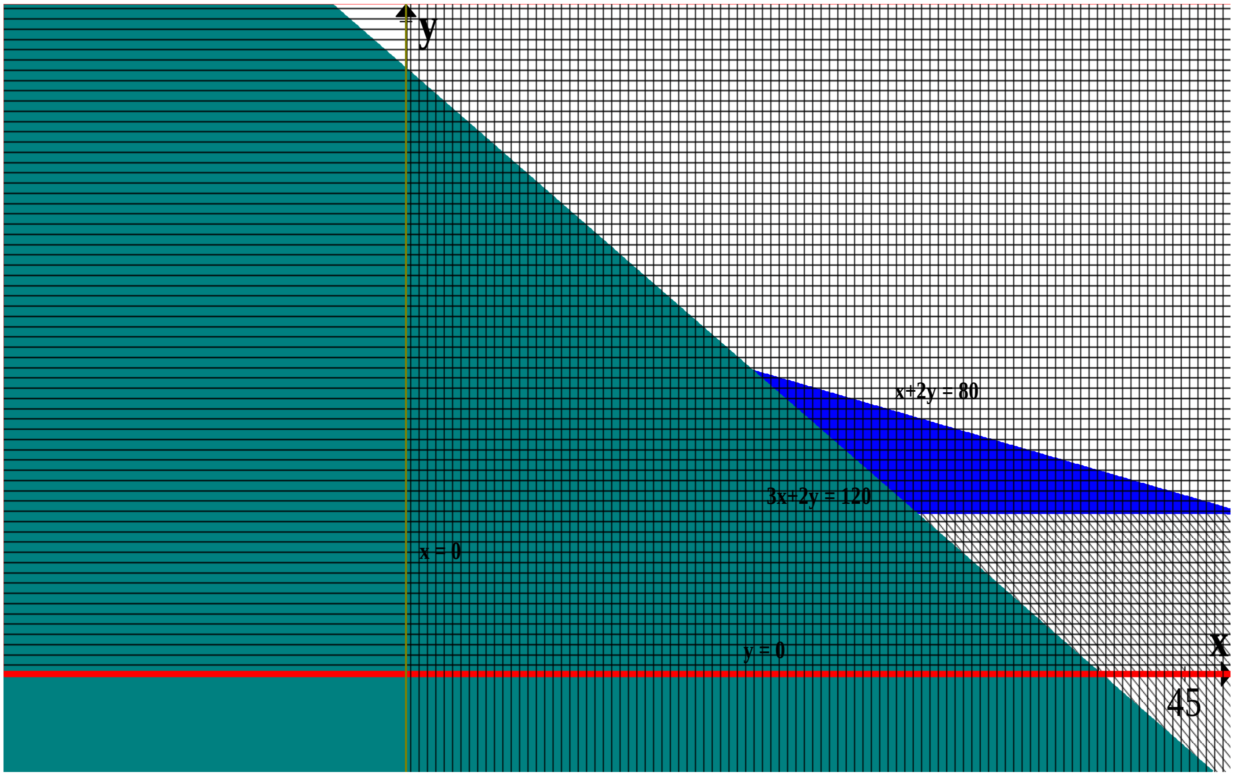
$x + 2y = 80$

x	y
0	40
80	0

$3x + 2y = 120$

x	y
0	60
40	0

Graficamos:



c) Observando el gráfico se concluye que es posible maximizar la función, ya que la región resultante es acotada.

d) La zona acotada tiene los siguientes vértices: (0,0) ; (0,40) ; (20,30) ; (40,0)

Reemplazamos estos valores en la función objetivo:

$$F(0,0) = a \cdot 0 + a \cdot 0 = 0$$

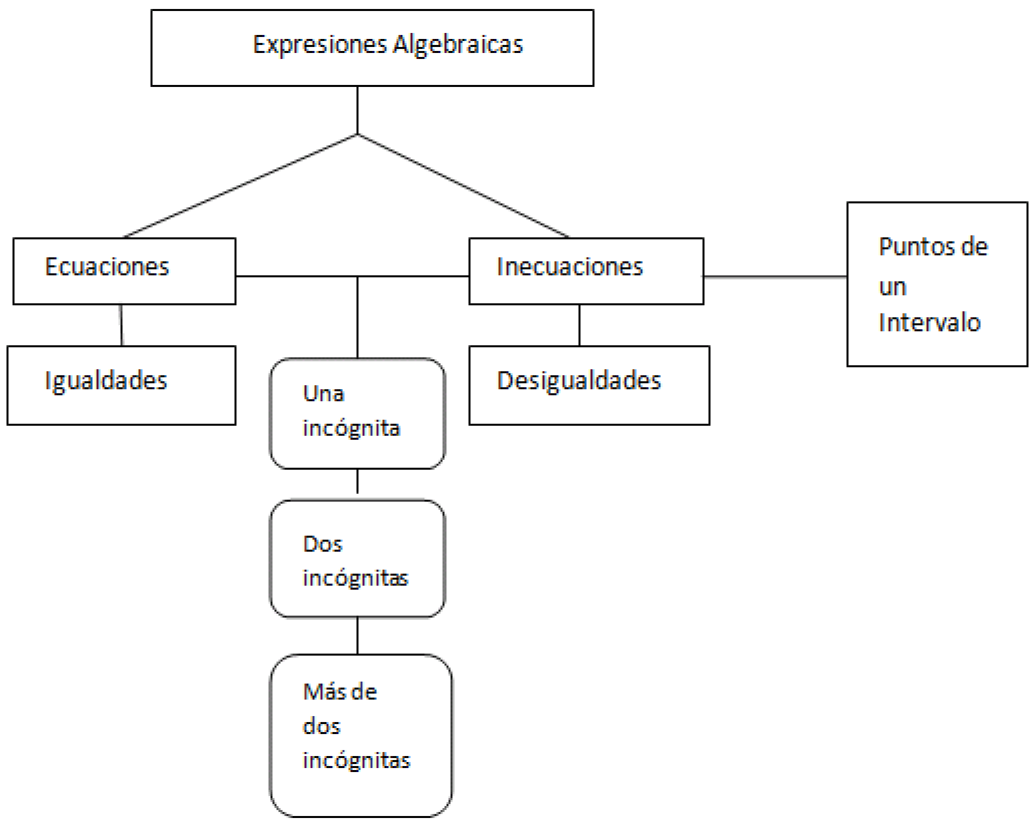
$$F(0,40) = a \cdot 0 + a \cdot 40 = 40a$$

$$F(20,30) = a \cdot 20 + a \cdot 30 = 50a$$

$$F(40,0) = a \cdot 40 + a \cdot 0 = 40a$$

De lo anterior se concluye que; el máximo beneficio se obtendrá fabricando 20 trajes y 30 vestidos.

Pregunta 9



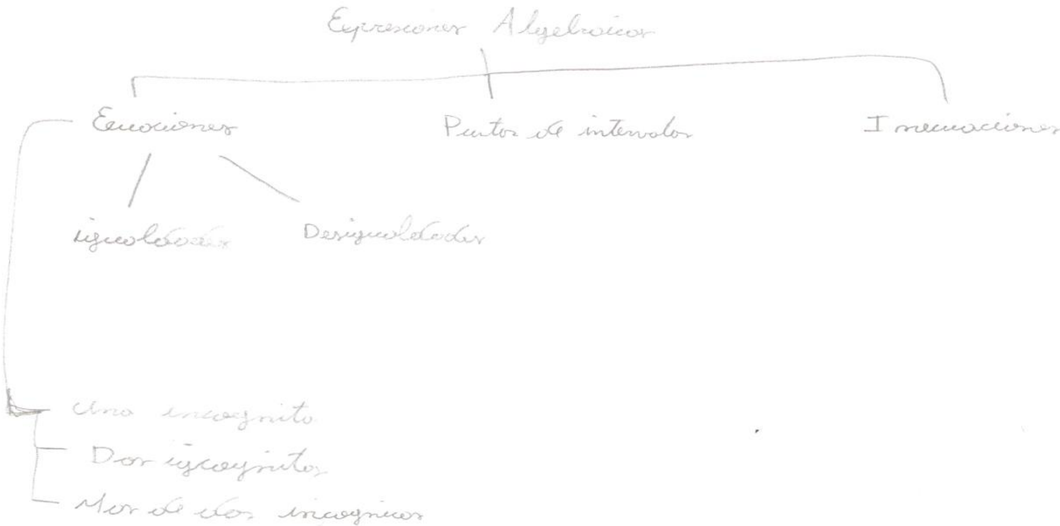
a) Criterio del alumno

b) Criterio del alumno

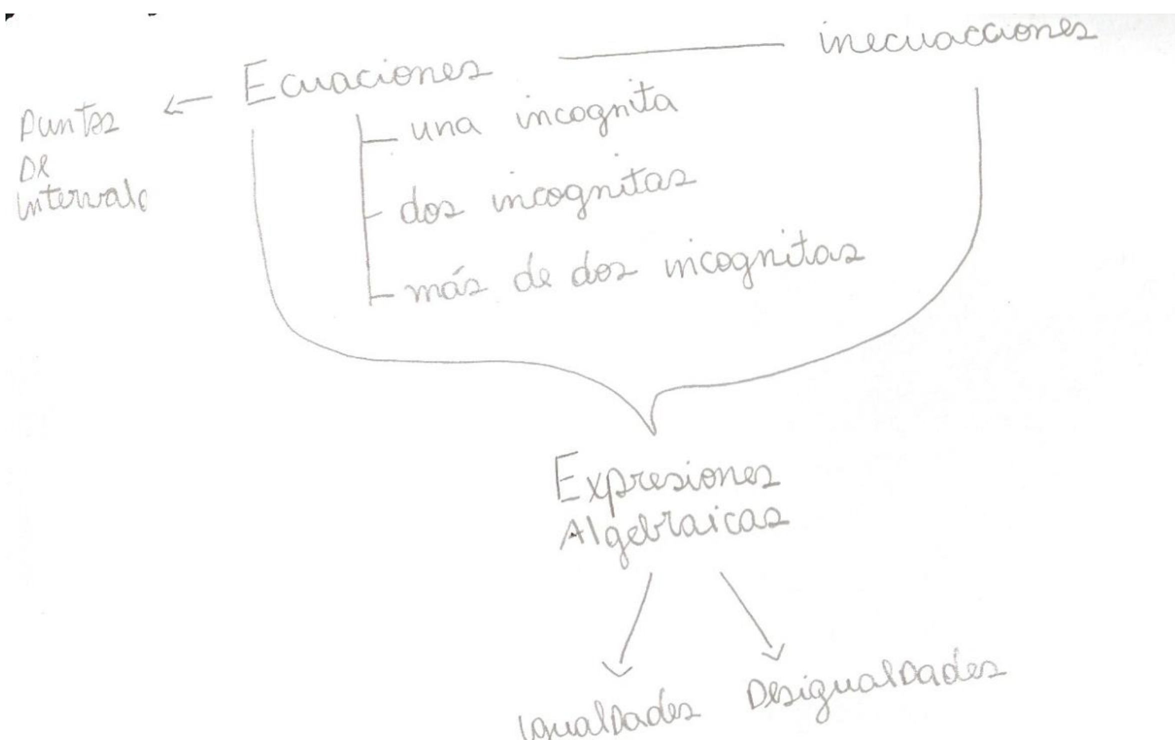
Anexo 2.1

Mapas conceptuales de los estudiantes del grupo experimental. (PRETEST)

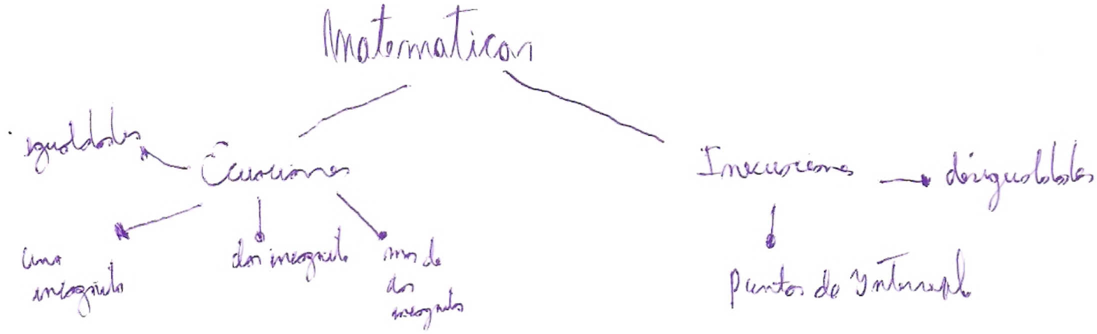
Alumno E1



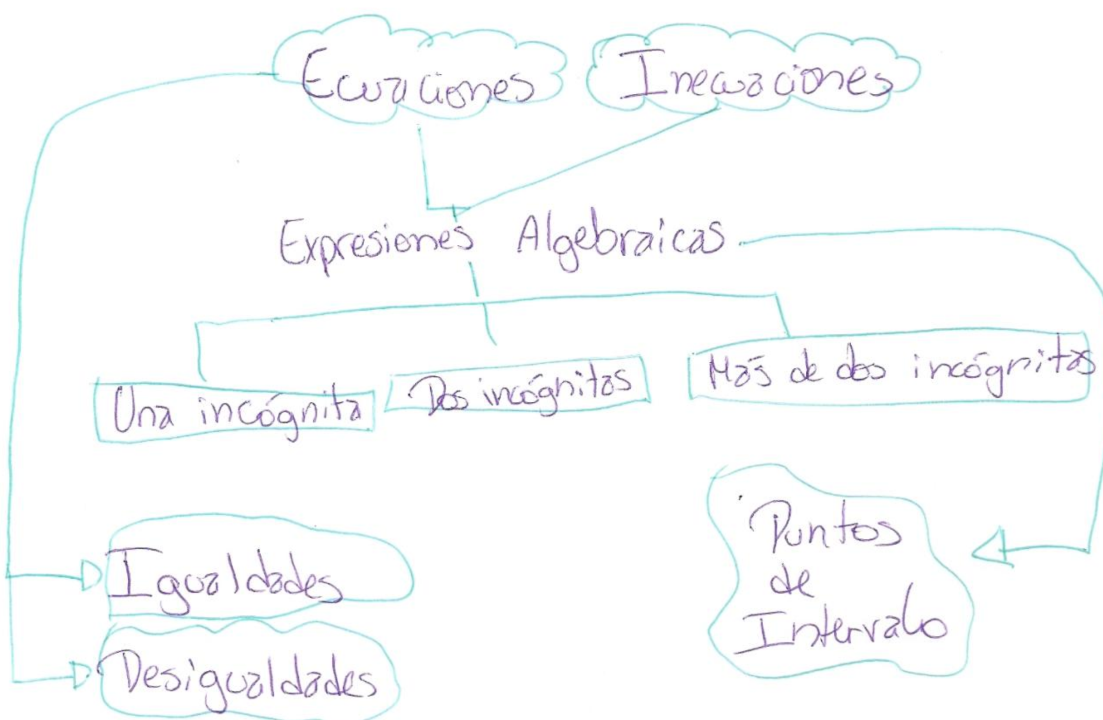
Alumno E2



Alumno E3

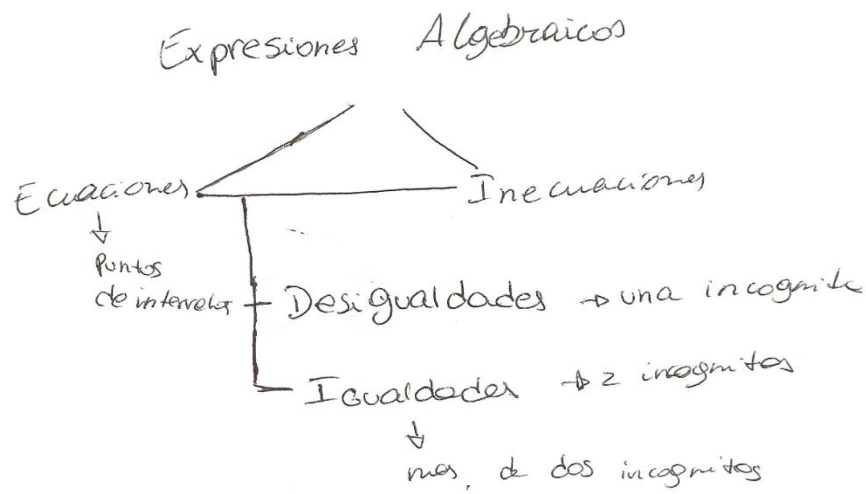


Alumno E4

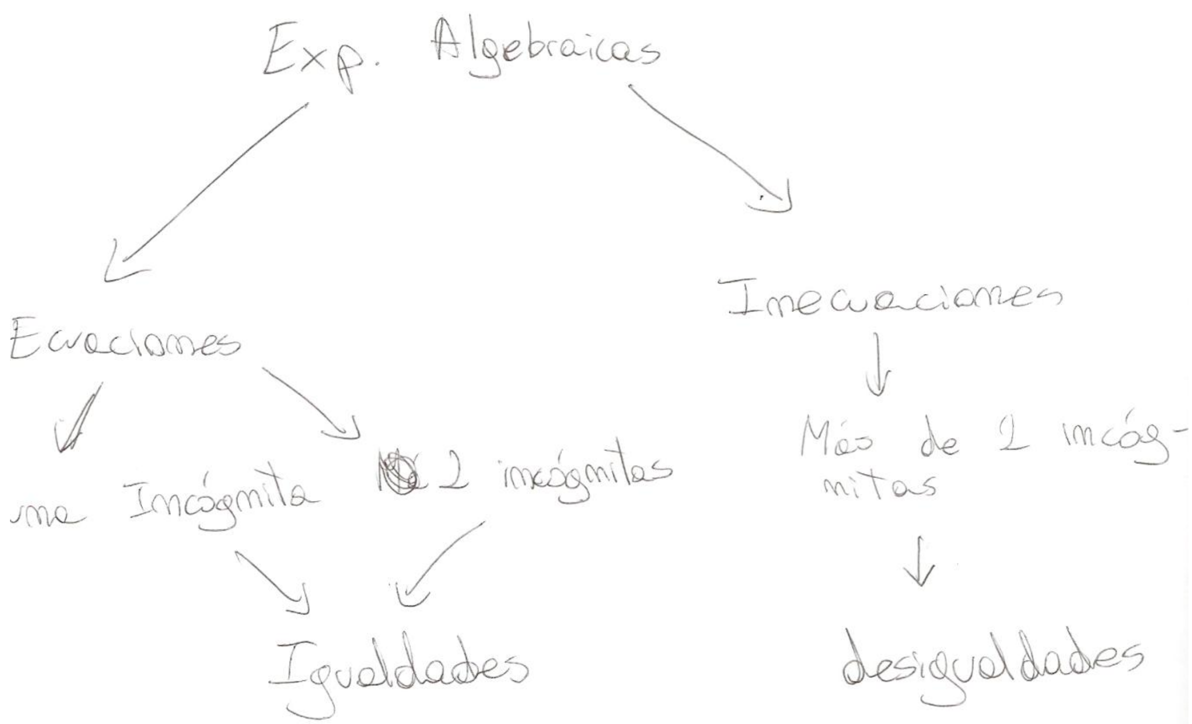


Mapas conceptuales de los estudiantes del grupo control. (PRETEST)

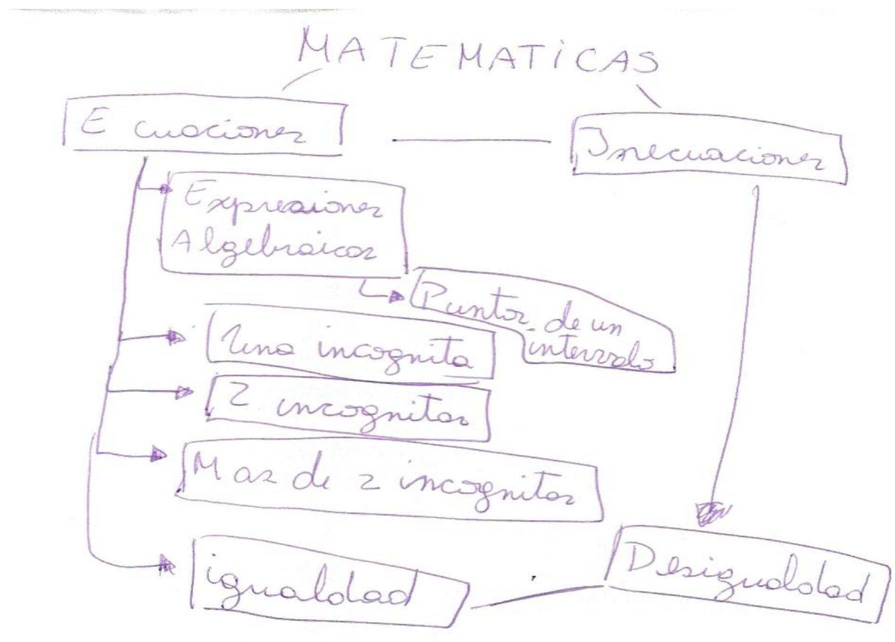
Alumno C1



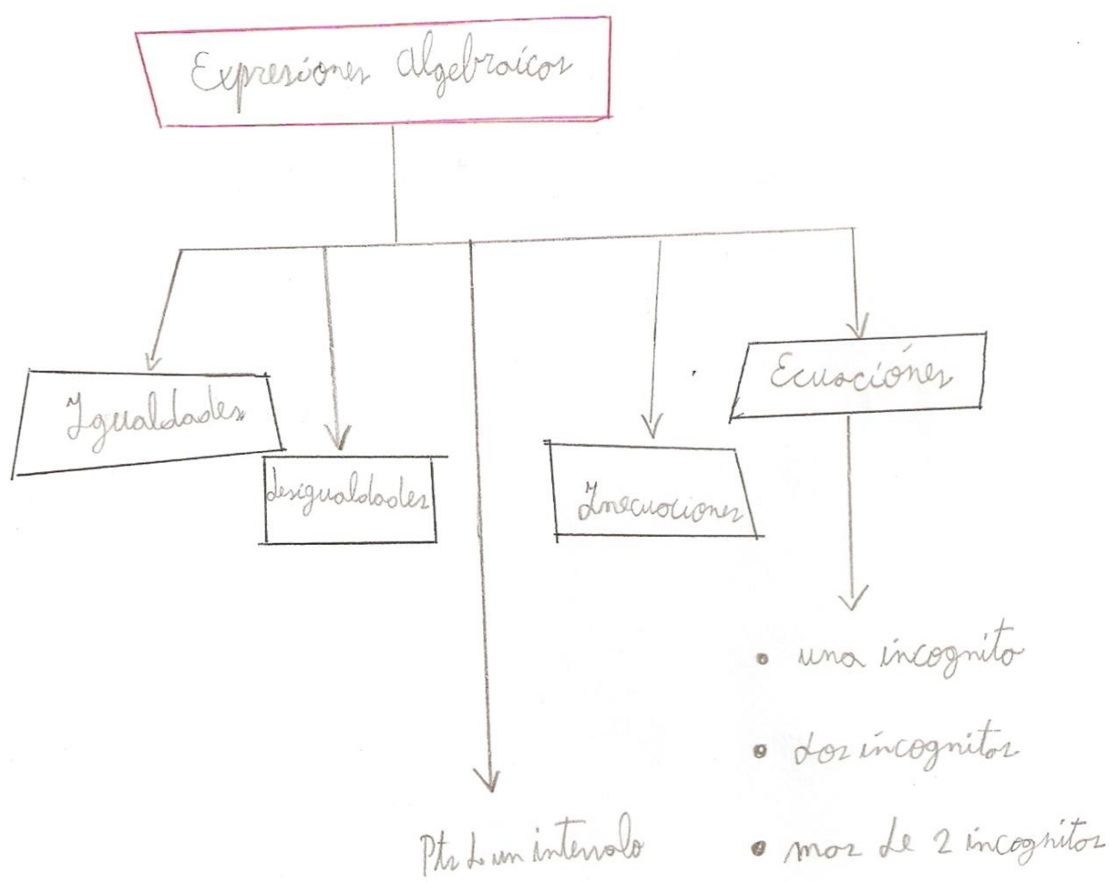
Alumno C2



Alumno C3



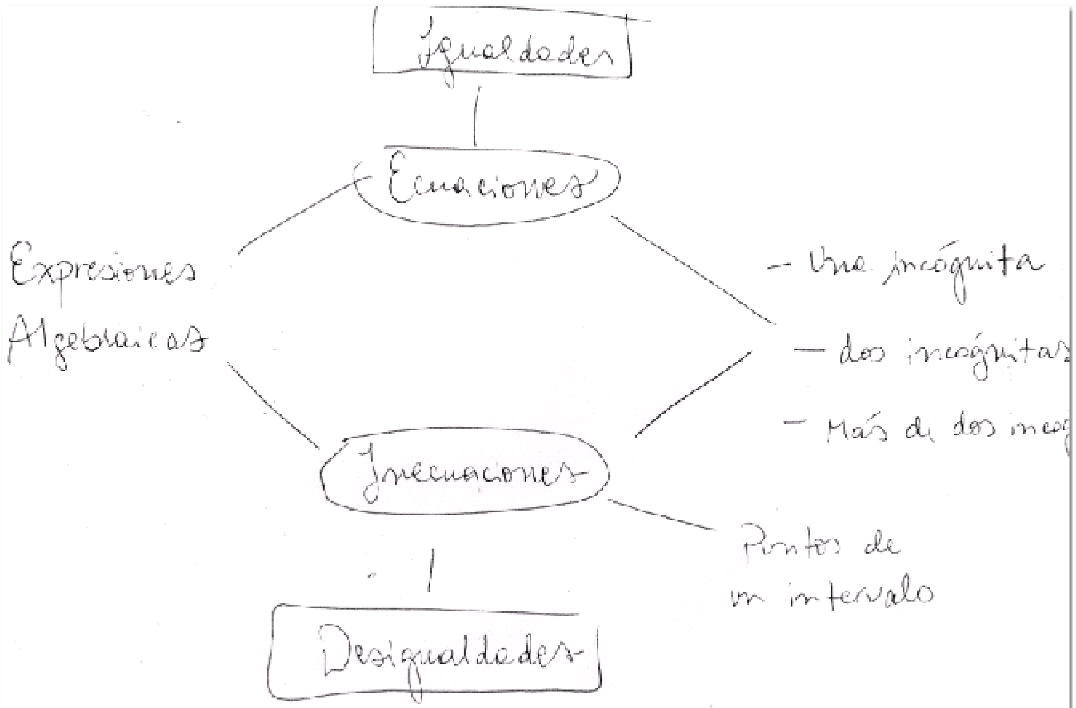
Alumno C4



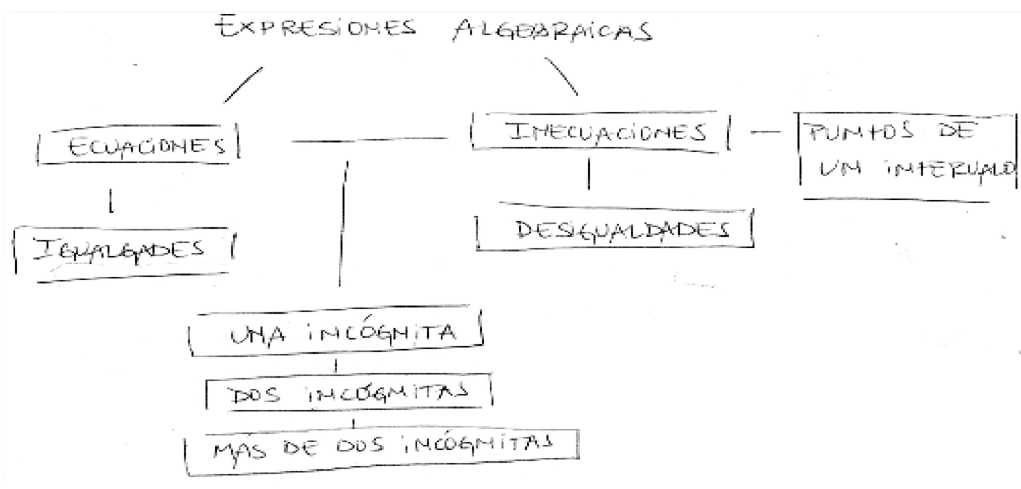
Anexo 2.2

Mapas conceptuales de los estudiantes del grupo experimental. (POST-TEST)

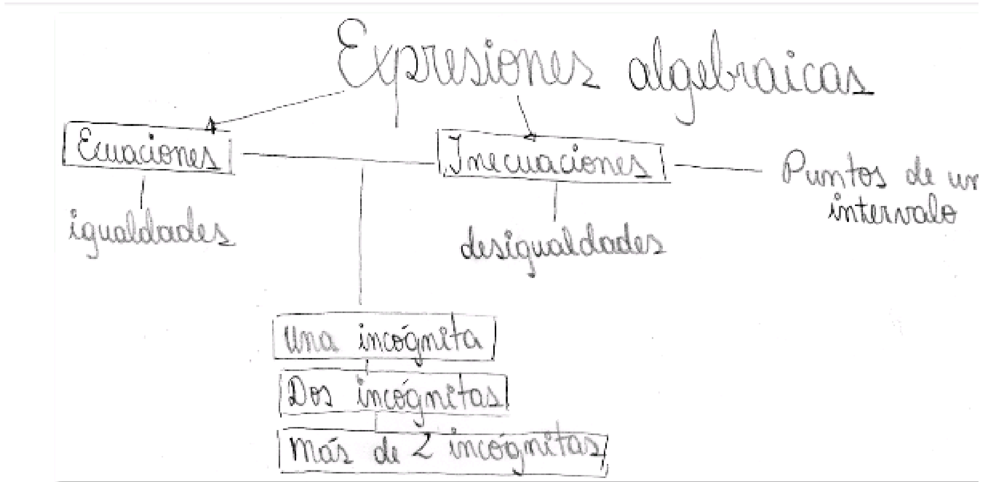
Alumno E1



Alumno E2

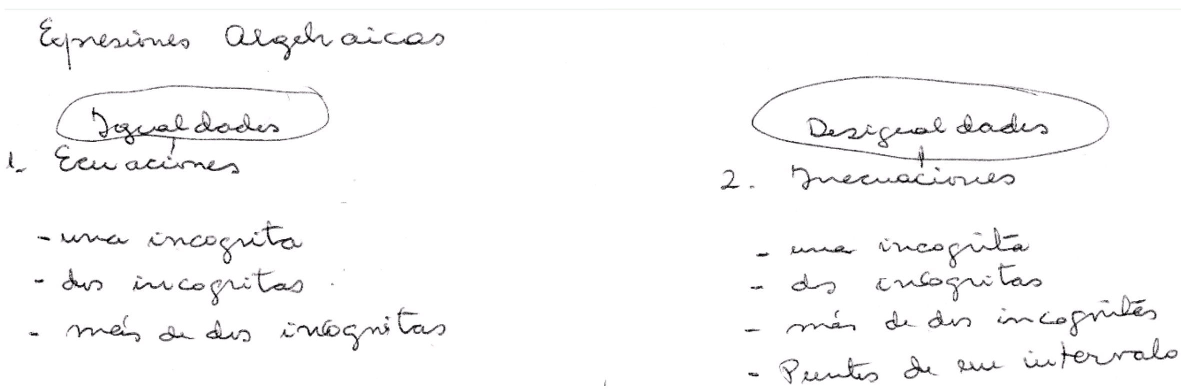


Alumno E3

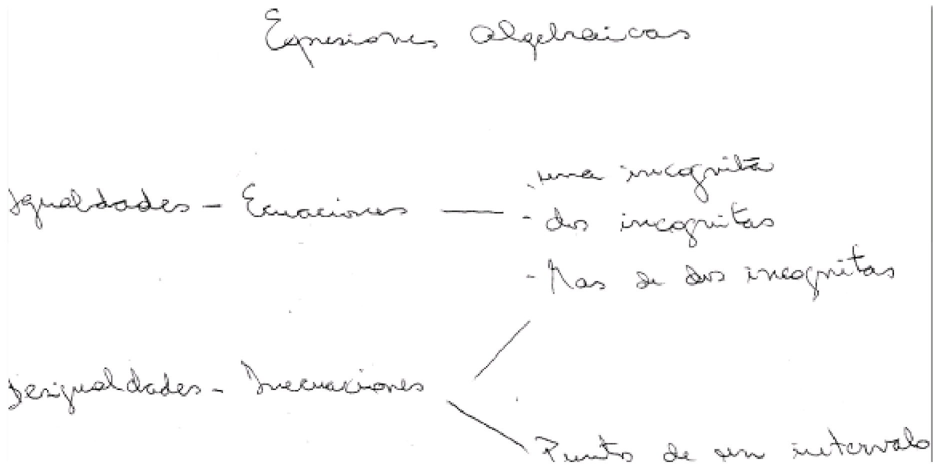


Mapas conceptuales de los estudiantes del grupo control (POST-TEST)

Alumno C1



Alumno C2



Alumno C3