

UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CARRERA DE MATEMÁTICA



**PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA LA VISUALIZACIÓN Y LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS RELACIONADOS CON CUERPOS
GENERADOS POR ROTACIÓN Y TRASLACIÓN EN EL NIVEL NM4, CON
LA AYUDA DEL SOFTWARE AUTOGRAPH.**

PEVIREP

Seminario de Título para optar al Título de Profesor de Enseñanza Media en
Matemática con Mención en Didáctica y el grado de Licenciado en Educación.

Daniela Alejandra Cárdenas Gómez

Javier Andrés Herrera Silva

Marcelo Andrés Ortiz Marabolí

Profesor Guía: Dr. Carlos Enrique Silva Córdova

Valparaíso, Chile

2012

*No es lo precioso de las joyas o lo firme del oro,
es lo que representa y la fuerza de sus principios
lo que le da valor.*

En estos momentos se me vienen muchos recuerdos a mi mente, tantas alegrías y tristezas que me ha tocado vivir estos últimos cinco años, inolvidable serán para mí todos los profesores que han hecho de mí la profesora que soy hoy en día, especialmente a mi estimado Profesor Carlos Silva.

Principalmente le agradezco a mi madre María, quien ha estado conmigo durante todo este largo camino, dándome su apoyo incondicional y su cariño en todos los momentos y a mis ángeles guardianes mi Padre y mi Abuela, quienes me han acompañado y protegido siempre.

Del mismo modo le agradezco a mi esposo Javier, a quien yo conocí durante mi estadía en la universidad y ha sido mi pilar en todo este proceso, nos hemos complementado y juntos hemos trabajado arduamente para un futuro mejor. Te amo.

Y para finalizar les agradezco a mi familia y amigos, quienes han compartido mis alegrías y tristezas durante todo este camino, a mi suegra y suegro, mi adorada Noelia, mi queridísima María Eugenia y mi hermano Eduardo.

A todos muchas gracias, este trabajo y años de estudio van dedicados a todos ustedes.

Daniela.

Este es un momento muy importante en mi vida, me faltan palabras para agradecer a todas las personas que se me vienen a la mente en este momento, en primer lugar me gustaría agradecer a mi madre Mireya que fue la que me empujo a venir a estudiar a Valparaíso, además me gustaría agradecer a mi padre Javier y a mi hermana Noelia que han estado conmigo en todo momento.

También me gustaría agradecer a mi suegra María, la cual me acogió como un hijo más, a toda mi familia, tíos, abuelos, los cuales han estado en las buenas y en las malas conmigo, además le quisiera agradecer a nuestro profesor guía Carlos, el cual nos ha apoyado en todo este proceso.

Y por último y no menos importante, me gustaría agradecer a mi esposa querida Daniela, la cual ha sido mi amiga y compañera en todo momento, quien me ayudado en las buenas y en las malas, te amo con todo mi corazón mi niña y este trabajo está dedicado para cada uno de ellos.

Javier.

Quiero agradecerle a mi madre, que desde tengo memoria siempre ha presentado su apoyo incondicional y confianza en mí, para enfrentarme a los desafíos que la vida me ha presentado, y en este no es la excepción. También agradecerles a familiares, amigos y profesores, que me hayan apoyado, dándome su confianza y brindarme oportunidades.

Marcelo.

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN.....	k
ABSTRACT.....	l
INTRODUCCIÓN.....	m
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A INVESTIGAR.....	2
1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	6
1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	7
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	8
1.4.1 OBJETIVOS GENERALES.....	8
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	8
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	9
2.1 CONSTRUCTIVISMO.....	10
2.1.1 FACTORES ASOCIADOS AL CONSTRUCTIVISMO.....	11
2.1.2 DEFINICIONES DE COSTRUCTIVISMO.....	15
2.1.3 EL CONSTRUCTIVISMO SOCIAL DE VYGOTSKY.....	16
2.1.3.1 LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO.....	17
2.1.4 IDEAS FUNDAMENTALES DE LA CONCEPCIÓN CONSTRUCTIVISTA DEL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA.....	18
2.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	20
2.2.1 DEFINICIONES.....	21
2.2.2 DIFERENCIA ENTRE PROBLEMA Y EJERCICIO.....	22
2.2.3 RESOLVER PROBLEMAS.....	24
2.2.4 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS.....	25
2.2.5 VARIABLES A CONSIDERAR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	26
2.2.6 FASES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	28
2.2.7 METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	29

2.2.8	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN G. PÓLYA.....	29
2.3	APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	33
2.3.1	TEORÍA DE AUSUBEL.....	34
2.3.2	TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	34
2.3.3	CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	36
2.3.4	TEORÍA DE ASIMILACIÓN.....	37
2.3.4.1	APRENDIZAJE SUBORDINADO.....	37
2.3.4.2	APRENDIZAJE SUPRAORDINARIO.....	38
2.3.4.3	APRENDIZAJE COMBINATORIO.....	39
2.3.5	CLASIFICACIONES Y FUNCIONES DE LAS ESTRATÉGIAS DE ENSEÑANZA.....	39
2.3.6	CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA SEGÚN EL PROCESO COGNITIVO.....	43
2.3.7	ESTRATEGIAS PARA ORIENTAR LA ATENCIÓN DE LOS ALUMNOS.....	43
2.3.8	ESTRATEGIAS PARA ORGANIZAR LA INFORMACIÓN QUE SE HA DE APRENDER.....	44
2.3.9	ESTRATEGIAS Y EFECTOS ESPERADOS EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES.....	44
2.3.10	ESTRATEGIAS PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.....	46
	CAPÍTULO III: SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN.....	51
3.1	CONTENIDOS.....	52
3.1.1	CONTENIDOS PREVIOS.....	52
3.1.1.1	CONCEPTOS ELEMENTALES.....	52
3.1.1.2	CONCEPTOS DE ÁREAS Y VOLÚMENES.....	53
3.1.1.3	FORMULAS DE ÁREAS Y VOLÚMENES.....	54
3.1.1.4	SECCIONES DE UNA ESFERA	57
3.1.2	CONTENIDOS ESPERADOS.....	58
3.1.2.1	CUERPOS GENERADOS POR ROTACIÓN.....	58
3.1.2.2	CUERPOS GENERADOS POR TRASLACIÓN.....	60
3.1.2.3	PRINCIPIO DE CAVALIERI.....	60
3.1.2.4	ÁREAS.....	60

3.1.2.4.1	ÁREA DEL CILINDRO.....	61
3.1.2.4.2	ÁREA DEL CONO.....	62
3.1.2.5	VOLÚMENES.....	63
3.1.2.5.1	VOLUMEN DEL CILINDRO.....	63
3.1.2.5.2	VOLUMEN DEL CONO.....	64
3.1.2.5.3	VOLUMEN DE LA ESFERA.....	65
3.2	VISUALIZACIÓN.....	67
3.3	SOFTWARE EDUCATIVO “AUTOGRAPH”.....	72
3.3.1	HERRAMIENTAS GENERALES.....	73
3.3.2	CREACIÓN Y EDICIÓN DE FIGURAS.....	74
3.3.3	CREACIÓN DE FIGURAS DEPENDIENTES.....	75
3.3.4	ANIMACIÓN DE UNA FIGURA TRANSFORMADA DEPENDIENTE.....	76
3.3.5	VOLÚMENES GENERADOS POR REVOLUCIÓN.....	76
3.3.6	OTRAS OPCIONES.....	79
CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO.....		80
4.1	TIPO DE METODOLOGÍA.....	81
4.2	DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	81
4.3	HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN.....	83
4.3.1	Hipótesis general.....	83
4.3.2	Hipótesis nula.....	83
4.4	UNIDADES DE ANÁLISIS.....	83
4.5	IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES.....	84
4.5.1	Variables independientes.....	84
4.5.2	Variables dependientes.....	84
4.6	POBLACIÓN.....	85
4.7	MUESTRA.....	86
4.8	INSTRUMENTOS EVALUATIVOS.....	87
4.9	DESCRIPCIÓN DE LOS ESTABLECIMIENTOS.....	88

4.9.1	ESTABLECIMIENTO E_1	88
4.9.2	ESTABLECIMIENTO C_1	90
4.9.3	ESTABLECIMIENTO E_2	93
4.9.4	ESTABLECIMIENTO C_2	96
CAPÍTULO V: PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....		98
5.1	DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	99
5.2	CARTA GANTT DE LA INTERVENCIÓN PEVIREP.....	100
5.3	DETALLE DE LA INVESTIGACIÓN.....	100
5.3.1	VISITA PREVIA.....	100
5.3.2	PRE-TEST.....	101
5.3.2.1	Diseño del pre-test.....	102
5.3.2.2	Pautas de corrección del Pre-Test.....	105
5.3.3	INTERVENCIÓN PEVIREP.....	108
5.3.3.1	Guía N°1: Cuerpos Generados por Rotación.....	108
5.3.3.1.1	Diseño.....	110
5.3.3.2	Guía N°2: Cuerpos Generados por Traslación.....	114
5.3.3.2.1	Diseño.....	116
5.3.3.3	Guía N°3: Complementaria.....	121
5.3.3.3.1	Diseño.....	122
5.3.4	POST-TEST.....	128
5.3.4.1	Diseño del post-test.....	130
5.3.4.2	Diseño de encuesta.....	133
5.3.4.3	Pautas de corrección del Post-Test.....	134
5.3.4.4	Pauta de corrección de la encuesta.....	137
CAPÍTULO VI: ANÁLISIS DE DATOS.....		139
6.1	TABLAS LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM (GC_1).....	140
6.2	GRÁFICOS LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM.....	142
6.3	TABLAS COLEGIO ALEMÁN (GC_2).....	146

6.4	GRÁFICOS COLEGIO ALEMÁN.....	148
6.5	TABLAS COLEGIO CHARLES DARWIN (GE1).....	152
6.6	GRÁFICOS COLEGIO CHARLES DARWIN.....	154
6.7	TABLAS SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA (GE2).....	158
6.8	GRÁFICOS SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA.....	160
6.9	TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS DE PRE-TEST Y POST-TEST ENTRE GRUPOS.....	164
6.10	TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS ENTRE GRUPOS DE MAPAS CONCEPTUALES.....	173
6.11	TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS ENTRE GRUPOS DE PREGUNTAS DE DESARROLLO.....	181
6.12	TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS DE MEDIAS Y MODAS ENTRE GRUPOS.....	190
6.13	TABLAS Y GRÁFICOS DE COLEGIOS EXPERIMENTALES CORRESPONDIENTES A RESULTADOS DE ENCUESTA.....	195
6.14	CONFIABILIDAD DEL PRE-TEST Y POST-TEST SEGÚN GRUPOS.....	201
CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES, CRÍTICAS Y SUGERENCIAS.....		205
7.1	CONCLUSIONES, CRÍTICAS Y SUGERENCIAS.....	206
CAPÍTULO VIII: BIBLIOGRAFÍAS.....		211
8.1	BIBLIOGRAFÍAS.....	212
8.2	ANEXOS.....	216

RESUMEN

Según nuestra experiencia en aulas durante muchos años en Chile se ha procurado un enfoque conductista en las metodologías de enseñanza que se emplean en las aulas, en relación a la enseñanza y aprendizaje de la asignatura de matemática. Esta situación se ha dado sobre todo en el área de geometría, lo que ha provocado un aprendizaje más bien mecánico en esta área, teniendo como resultado, que los estudiantes no perciban el real significado de los procesos aplicados sobre un determinado problema o ejercicio. Por otro lado, las políticas educacionales chilenas, a través de sus programas de estudios, están implementando planes tecnológicos para una educación de calidad y equidad, las cuales están basadas en estrategias metodológicas con las TIC, cuya finalidad es utilizarlas para luego realizar estudios de su efecto sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

La propuesta de investigación se fundamenta en la Teoría de Aprendizaje Significativo de D. Ausubel, la Teoría de Desarrollo Humano y Cultural de L. Vygostky, las Estrategias para la Resolución de Problemas de G. Polya y el Software Matemático Autograph. La investigación es de tipo cuasi-experimental, puesto que considera grupos intactos, siendo el objeto de estudio los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media de cuatro establecimientos educacionales, seleccionando dos grupos de tipo experimental, a los cuales se les intervino con la propuesta de enseñanza PEVIREP, y dos grupos de tipo control que siguieron la metodología tradicional. Para la propuesta metodológica se realizó un diseño de Pre-Test, una intervención a través de fichas didácticas, el Software Matemático Autograph, y un Post-Test, los cuales se aplicaron a los dos grupos experimentales. Por otra parte a los dos grupos de tipo control se les aplicó solo el Pre-test y el Post-test.

Finalmente se compararon los resultados realizándose el análisis correspondiente a los grupos controles y a los grupos experimentales. Los resultados arrojaron mejorías sustanciales en el rendimiento, en el aprendizaje significativo y en la visualización de los estudiantes de los grupos experimentales, gracias a nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP.

ABSTRACT

Based on our experience in classroom for many years, Chile has given a behavioral approach to the teaching methodologies in the classroom, in relation to the teaching and learning math process. This situation has been established specially in the geometry area, which has provoked a much more mechanic learning process in this area, having as a result that students do not perceive the real meaning of the applied procedures related to a specific problem or exercise. On the other hand, the Chilean educational politics, through their study programs, are implementing technological plans for a quality and egalitarian education based on the TIC methodological strategies, which purpose is to use them and performing studies related to their effects on the math teaching and learning process.

The research proposal is supported on the D. Ausubel's Meaningful Learning Theory, the Vygostky's Human and Cultural Development Theory, the G. Polya's Problem Resolutions Strategies, and the Mathematical Software Autograph. This research is virtually experimental, due to it considers intact groups, being the study target the secondary education fourth grade students of four schools, selecting two experimental groups, which were intervened with the teaching proposal PEVIREP, and two control groups which followed the traditional methodology. A pre-test was designed for the methodological proposal, an intervention through didactic cards, the Mathematical Software Autograph, and a post-test, which were applied to both experimental groups. Nonetheless, the pre-test and the post-test were applied to both control groups.

Finally, the results were compared through the analysis to both control and experimental groups. The results showed considerable improvements in the performance, as well as in the meaningful learning and the students' visualization of the experimental groups, thanks to our teaching proposal PEVIREP.

INTRODUCCIÓN

La educación chilena ha pasado por varias etapas en el transcurso de los años. A si mismo, aún sigue siendo un desafío hoy en día. El mejoramiento en los aprendizajes de los estudiantes es clave para que su rendimiento sea favorable. Según los antecedentes que ha entregado SIMCE el año 2010 nos indica que en Segundo Año de Enseñanza Media en Matemáticas, el aprendizaje a sufrido un retroceso o estancamiento en los niveles socioeconómicos más bajos.

Para esto es primordial dar alternativas viables de implementación de modelos y enfoques educacionales que permitan avanzar en los distintos tipos de aprendizaje, ya que las propuestas que se han presentado no han sido capaces de lograr grandes cambios.

Unos de los desafíos que nos hemos propuesto para el aprendizaje, ha sido en geometría, en particular en la resolución de problemas y visualización de los distintos cuerpos geométricos que se pueden presentar, a partir de una traslación o rotación de una figura plana, unidad que corresponde a Cuarto Año de Enseñanza Media, llamada Sólidos de Revolución.

La tecnología y su avance en el área educacional permiten nuevas aplicaciones de los contenidos. Por su parte, la visualización es primordial en geometría, debido a que: "El elemento básico y central en todas las concepciones de percepción visual, son las imágenes mentales, es decir las representaciones mentales que las personas podemos hacer de los objetos físicos, las relaciones, los conceptos, entre otros" (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Esta investigación pretende realizar un diseño de propuesta con el uso de las TIC para un mayor aprendizaje significativo, visualización y como consecuencia se espera un adecuado rendimiento diferenciado, para esto la propuesta llamada PEVIREP (Propuesta de Enseñanza para la visualización y resolución de problemas). Posee una estructura esquematizada, compuesta por un Pre-Test, 3 fichas didácticas con el uso del Software Autograph y un Post-Test, considerando una metodología de investigación de tipo cuantitativa.

CAPÍTULO I:
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A INVESTIGAR

La ciencia de las matemáticas está presente en la sociedad actual e influye en cada uno de los individuos que forman parte de ella. Indiscutiblemente la Educación Matemática en Chile está “en crisis” y realizar innovaciones es una preocupación inminente en las políticas educacionales (Mineduc, 2010).

Las metodologías de enseñanzas han sido ineficientes y poco atractivas para los alumnos adquiriendo en ellos un desinterés por las matemáticas, podemos ver que diversas investigaciones lo acreditan, tales como las que se mencionarán a continuación:

Si estudiamos el rendimiento como el producto de una metodología de enseñanza, inmerso dentro de la educación matemática en Chile, nos encontraremos con resultados desfavorables obtenidos en mediciones, tales como en el Sistema de Medición Nacional SIMCE.

Tras analizar los datos entregados en el SIMCE realizado en el año 2010 (Gráfico N°1), pertenecientes a Segundo Año De Enseñanza Media, se puede establecer que muestra el porcentaje de estudiantes según los niveles socioeconómicos (bajo, medio bajo, medio, medio alto, alto) a cuales pertenecen.

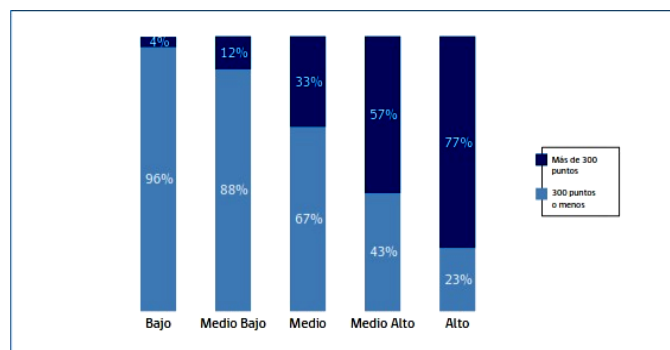


Gráfico N°1

Se puede observar del gráfico anterior que en matemática, el porcentaje de estudiantes con más de 300 puntos aumenta a medida que el Grupo Socioeconómico es más alto, sin embargo, en todos los grupos hay estudiantes que obtienen puntajes sobre los 300 puntos. Por ejemplo, en Matemática un 4% de los estudiantes pertenecientes al nivel socioeconómico bajo, obtienen puntajes que superan los 300 puntos. Por lo tanto, tal como se ha señalado anteriormente, es fundamental realizar el análisis de los resultados SIMCE considerando el Grupo Socioeconómico, ya que representa una de las principales variables asociadas a los logros de aprendizaje de los estudiantes.

De la misma manera, se puede apreciar la si Tabla N°1 de puntajes de segundo año de enseñanza media 2010 según grupo socioeconómico y dependencia administrativa, realizada por el SIMCE.

Grupo Socioeconómico	Matemática		
	MUN	PSUB	PPAG
Bajo	213	(+) 219	-
Medio Bajo	232	(+) 243	-
Medio	(+) 280	272	-
Medio Alto	(++) 336	(+) 301	285
Alto	-	-	329
Nacional	235	261	326

Tabla N°1

MUN: Establecimientos Municipales.

PSUB: Establecimientos Particulares Subvencionados.

PPAG: Establecimientos Particulares Pagados.

Cabe destacar que los símbolos presentes en la tabla (+, ++,-) hace referencia a lo siguiente:

- (+): Indica que el puntaje promedio es significativamente superior al puntaje promedio de otra categoría al interior del Grupo Socioeconómico.
- (++): Indica que el puntaje promedio es significativamente superior al puntaje promedio de las dos categorías al interior del Grupo Socioeconómico.
- (-): Indica que la categoría no tiene estudiantes o tiene menos del 0,5% del total de estudiantes.

Nota: El promedio total se calcula sobre la base de todos los estudiantes de cada Dependencia y Grupo Socioeconómico, incluidos los alumnos y alumnas de categorías con menos del 0,5% del total.

Se observa que, al comparar los resultados según Dependencia Administrativa, los establecimientos Particulares Subvencionados, en los grupos socioeconómicos Bajo y Medio Bajo, obtienen puntajes promedio más altos que los Municipales, con al menos cinco puntos de diferencia entre ambas pruebas. En cambio, los establecimientos Municipales en el grupo Medio, obtienen puntajes promedio más altos que los Particulares Subvencionados.

Del mismo modo, actualmente Chile se somete a evaluaciones internacionales, dentro de las cuales encontramos TIMSS y PISA.

El proyecto TIMSS por su parte, evalúa el rendimiento de los estudiantes en matemática, y pretende encontrar factores directamente relacionados con el aprendizaje, los cuales sirvan para modificar políticas educativas, tales como el currículo, las prácticas de enseñanza y la asignación de recursos educacionales.

Por otro lado encontramos PISA, que corresponde a un proyecto promovido por la OCDE (Organización para la cooperación y el desarrollo económico), para evaluar los sistemas educativos en alumnos con una edad de 15 años.

En consecuencia, percibimos que la metodología actual de enseñanza utilizada por gran parte de los colegios en Chile, corresponde a una metodología guiada por un hilo conductista, privilegian los aprendizajes memorísticos y la ejercitación, pues, gracias a nuestras prácticas nos hemos encontrado con estudiantes que ejecutan ejercicios rutinarios, aplicando fórmulas y técnicas, generando una baja comprensión de los contenidos, lo que hace que el educando no sea consciente de su aprendizaje y no le dé sentido a éste, provocando así una actitud negativa y por lo tanto un bajo rendimiento escolar, en contrario al aprendizaje significativo el cual dentro de otras, involucra organización jerárquica de estructuras cognitivas.

Al mismo tiempo las tecnologías de la información y comunicación (tics) han acelerado y modificado los procesos de manejo de información, éstas no afectan al aprendizaje y es trascendental que a través de las nuevas tecnologías se creen ambientes propicios para la educación, de tal manera que las nuevas TIC pueden contribuir en el desarrollo de las competencias.

La presente investigación se contextualiza principalmente en metodologías de enseñanza constructivistas, rendimiento, aprendizaje significativo y visualización, abordando los temas de la geometría a nivel de enseñanza media en Chile.

El problema a resolver es actual, porque incorpora una metodología innovadora en donde las Tics son un medio para lograr aprendizajes significativos.

1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

A través de la aplicación de **PEVIREP** (Propuesta de Enseñanza para la visualización y resolución de problemas), surgen las siguientes preguntas:

¿Será posible mejorar la **Visualización** en alumnos del nivel NM4, en el área de Matemática, específicamente en el tema “Sólidos generados por rotación y traslación”, con la ayuda del programa Autograph y fichas didácticas?

¿Será posible mejorar el **Aprendizaje Significativo** en alumnos del nivel NM4, en el área de Matemática, específicamente en el tema “Sólidos generados por rotación y traslación”, con la ayuda del programa Autograph y fichas didácticas?

¿Será posible mejorar el **Rendimiento** en alumnos del nivel NM4, en el área de Matemática, específicamente en el tema “Sólidos generados por rotación y traslación”, con la ayuda del programa Autograph y fichas didácticas?

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

En estos últimos años el Gobierno de Chile ha puesto en el centro de sus prioridades la educación, con el fin de lograr una mayor igualdad de oportunidades, mejorar la cobertura, acceso, calidad y financiamiento de la educación. Es por esto que se ha conducido en la creación de proyectos e iniciativas en múltiples áreas y para todos los niveles, desde educación preescolar hasta superior, como por ejemplo el incremento de horas en algunas asignaturas y la posible eliminación de otras.

Por el contrario, las competencias extranjeras en matemática que logran los estudiantes chilenos son deficientes y están muy lejos de compararse con las que han obtenido países desarrollados pertenecientes tanto a Europa y Asia, como lo demuestra el informe Pisa 2009.

Por lo anterior y atendiendo a las necesidades educacionales respecto al área de matemática, específicamente en el ámbito de geometría, surge la Propuesta de Enseñanza PEVIREP (Propuesta de Enseñanza para la Visualización y Resolución de Problemas), enfocada principalmente en una enseñanza constructivista.

Aspira a contribuir con posibles soluciones a los problemas educativos en matemática, en relación a las metodologías de enseñanza innovadoras con un enfoque centrado en el aprendizaje significativo, abordando problemas tales como el bajo rendimiento e incorporación efectiva de las TIC.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 OBJETIVOS GENERALES

- Diseñar una propuesta metodológica de enseñanza, PEVIREP, basada en el software Autograph que permita mejorar los rendimientos académicos, los aprendizajes logrados y la visualización en geometría.
- Afirmar o refutar la hipótesis de investigación.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar análisis teóricos para fundamentar la propuesta de enseñanza PEVIREP.
- Elaborar actividades para diseñar la propuesta de enseñanza PEVIREP.
- Elaborar los instrumentos de evaluación.
- Crear y definir cada una de las etapas de la propuesta.
- Precisar el grupo control y experimental.
- Implementar el pre-test a los grupos experimentales y grupos control.
- Aplicar el prototipo PEVIREP.
- Efectuar el post-test a ambos grupos.
- Analizar y presentar los resultados obtenidos en los test de los grupos experimentales y control.

CAPÍTULO II:
MARCO TEÓRICO.

2.1 CONSTRUCTIVISMO

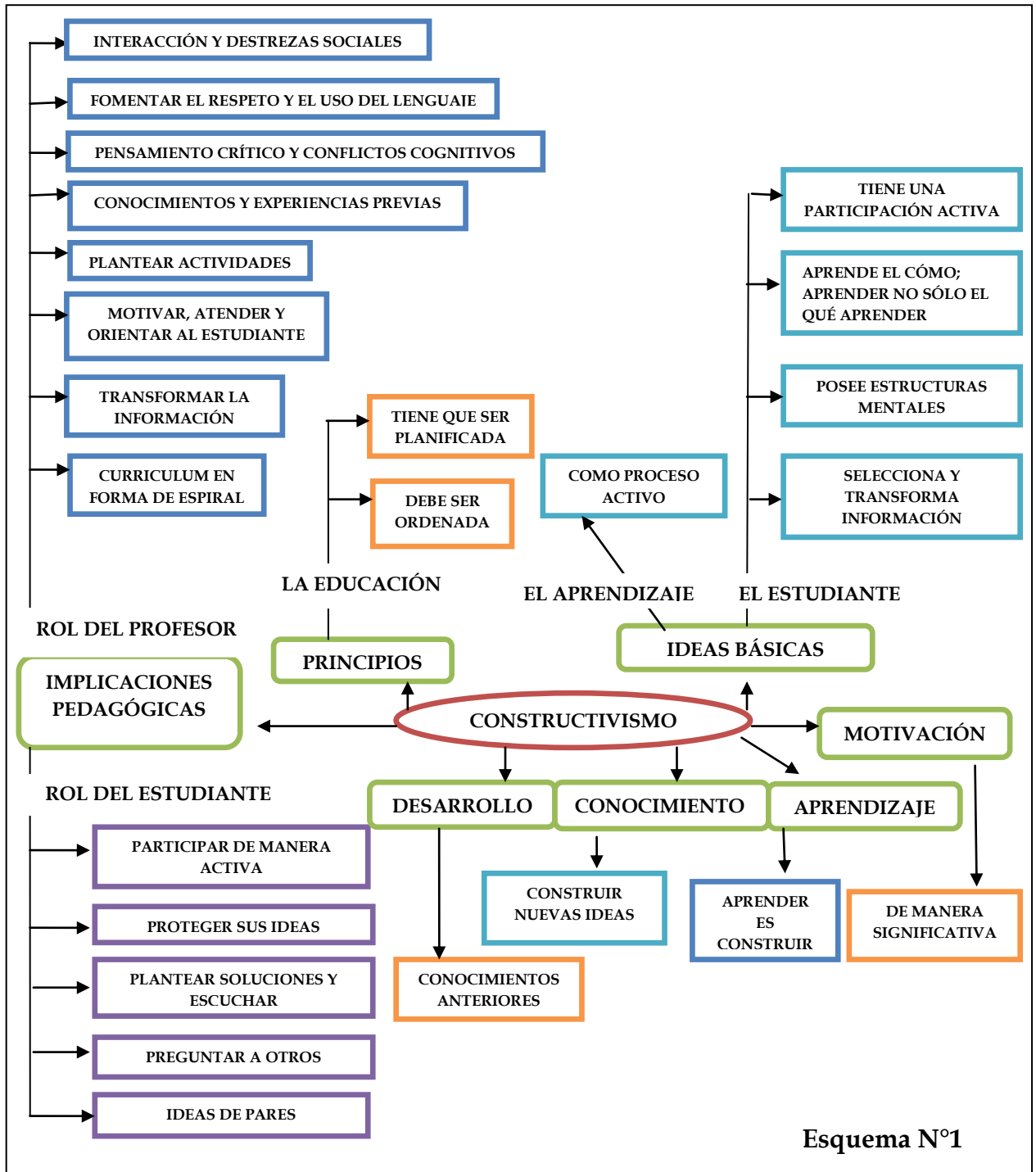
El siguiente trabajo está orientado sobre la base de un modelo de enseñanza constructivista, el cual se enfoca principalmente en el aprendizaje del alumno, en este sentido, se considera que el estudiante es el único capacitado en construir y reconstruir el ideal pensamiento para dirigir su conducta.

A continuación, se señalan algunas de las ideas que son características del constructivismo (Gómez. P, 1995):

- Todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.
- Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.
- Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo, es decir, la actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes.
- Una posición cognitiva conduce a adoptar el constructivismo metodológico.

2.1.1 FACTORES ASOCIADOS AL CONSTRUCTIVISMO

En el siguiente esquema se pueden ver los distintos factores asociados al constructivismo:



A continuación se despliegan los factores vistos en el Esquema N°1(Rodrigo, Arnay. 1997):

Ideas básicas:

- En primera instancia el aprendizaje es un proceso activo en el cual el estudiante construye nuevas ideas y conceptos basados en sus conocimientos previos. Lo más importante es el proceso no el resultado.
- El estudiante selecciona y transforma la información, construye hipótesis y toma decisiones apoyándose en su estructura cognitiva.
- El estudiante posee estructuras mentales previas que cambian a través del proceso de adaptación.
- El sujeto que conoce, es quien construye adecuadamente la representación de la realidad.
- El aprendizaje se construye a partir de acciones sobre la realidad.
- El estudiante aprende el *cómo aprende* no simplemente el *qué aprende*.
- El estudiante tiene una participación activa en todo el proceso en la creación de un saber.

Principios:

- La educación debe ser ordenada de tal manera que sea fácilmente aprovechada por el estudiante de acuerdo a sus experiencias y contextos.
- La educación tiene que ser planificada con el objetivo de facilitar la extrapolación y/o completar vacíos.

Implicaciones pedagógicas (rol del profesor):

- El currículum tiene que desarrollarse en forma de espiral para que el estudiante construya nuevos conocimientos a partir de los que ya posee.
- El rol del profesor es transformar la información en forma adecuada para la comprensión del estudiante.
- El profesor tiene que motivar al estudiante a descubrir principios por él mismo.
- Debe plantear y coordinar actividades o situaciones de aprendizaje que sean atractivos para los estudiantes.
- Motivar, atender y orientar a los estudiantes.
- Fomentar el respeto entre los pares del estudiante.
- Promover el uso del lenguaje oral y también escrito del estudiante.
- Promover el pensamiento crítico del estudiante.

- Proponer conflictos cognitivos al estudiante.
- Promover la interacción entre estudiante-profesor y estudiante-estudiante.
- Ayudar a la adquisición de destrezas sociales en el estudiante.
- Validar los conocimientos previos de los estudiantes.
- Valorar las experiencias previas de los estudiantes.

Implicaciones pedagógicas (rol del estudiante):

- Participar de manera activa en las actividades propuestas por el profesor.
- Proponer y proteger sus ideas.
- Aceptar e integrar las ideas de sus pares.
- Preguntar a otros para entender y clarificar sus ideas.
- Proponer y plantear soluciones.
- Escuchar tanto a sus pares como al profesor.

Desarrollo:

- Se basa en conocimientos anteriores, lo planteado como conocimientos previos.

Conocimiento:

- Se origina al construir nuevas ideas y conceptos, en base a conocimientos previos.

Aprendizaje:

- Se proporciona a partir de la construcción de un saber, *aprender es construir*.

Motivación:

- Importancia de que lo aprendido sea de manera significativa.

2.1.2 DEFINICIONES DE COSTRUCTIVISMO

A continuación se darán algunas definiciones de constructivismo:

Según **Carretero, M (1993)**, el constructivismo plantea que la persona en sus aspectos sociales, cognitivos y afectivos, no es solamente fruto del ambiente ni resultado de sus habilidades internas, sino que es una construcción adecuada, producida día a día como resultado de la interacción entre todos los factores.

Coll, C (2000). La idea constructivista que se tiene de la enseñanza y del aprendizaje, es a partir del hecho que el aprendizaje es un producto de una construcción personal, en la cual no se interpone la persona que aprende, sino que además intervienen los agentes culturales.

Silva, C (2010). En educación se denomina como **constructivismo** a la corriente que afirma que el conocimiento de todas las cosas surge a partir de la actividad intelectual del sujeto, quien alcanza su desarrollo según la interacción que entabla con su medio, es personal, dinámica y progresiva.

Nosotros podemos mencionar que el constructivismo en **matemática** requiere, para probar la existencia de un concepto matemático, que éste pueda ser *construido* y lo importante es contrastar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos.

Ahora se fundamentará la propuesta con el epistemólogo Vygotsky en una visión constructivista, la cual se explicara a continuación:

2.1.3 EL CONSTRUCTIVISMO SOCIAL DE VYGOTSKY

Lev Vygotsky fue un filósofo y psicólogo ruso, uno de los precursores en la teoría del constructivismo social. Ésta teoría subraya la influencia de los contextos culturales y sociales sobre el aprendizaje, del mismo modo afirma un modelo por descubrimiento, el cual enfatiza en el rol activo que tiene el profesor durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje e insiste en las habilidades mentales que tienen los estudiantes para desenvolverse habitualmente, a partir de distintos caminos *por descubrimiento*. Esto es lo que en este trabajo prevalece.

A continuación se nombran y explican los tres principales supuestos de Vygotsky:

1. Construyendo significados:

- Tiene un rol concentrado en la comunidad.
- Un factor a tomar en cuenta son los elementos presentes en el entorno del estudiante, ya que interfiere considerablemente en forma en que él percibe el mundo.

2. Instrumentos para el desarrollo cognoscitivo:

- La calidad y el tipo de instrumentos, son los que instauran el modelo de desarrollo.
- Los instrumentos tienen que tener: adultos importantes para el estudiante la cultura y el lenguaje.

2.1.3.1 LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

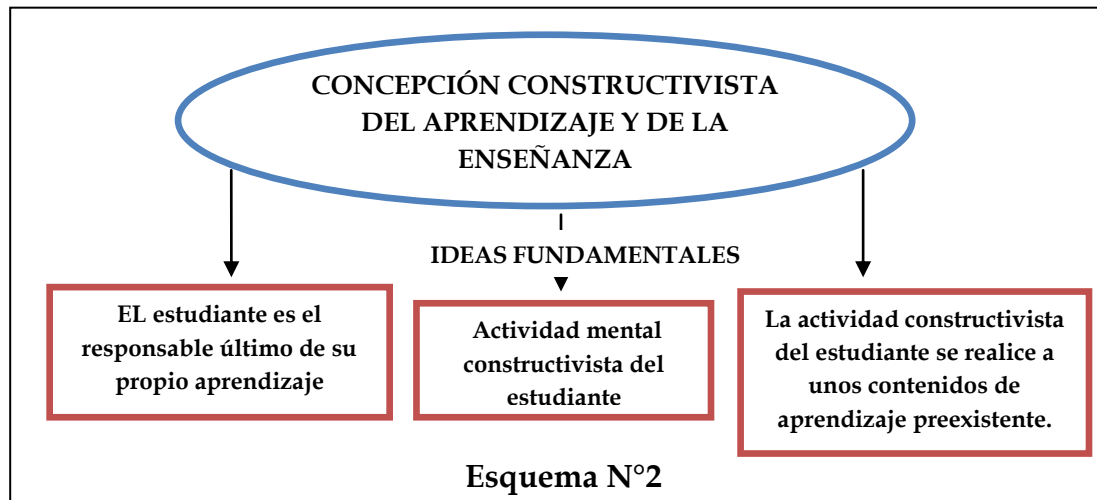
A partir de la teoría del desarrollo de Vygotsky, se pueden tomar tres tipos de capacidades de solución de problemas:

- Las que son realizadas independientemente por el estudiante.
- También las que no puede realizar, aunque tenga ayuda.
- Las presentes entre estos dos extremos, es decir, las que puede realizar con la ayuda de otras personas.

Los principales principios vygotskyanos que se dan en la sala de clases son:

- En primera instancia se tiene que el aprendizaje y el desarrollo, son una actividad social y colaborativa, la cual no puede ser enseñada a ninguna persona. Pues el estudiante es quien construye su propia comprensión en su propia mente.
- Luego, la zona de desarrollo próximo puede ser utilizada para diseñar situaciones preparadas, a partir de las cuales el estudiante podrá satisfacerse de un apoyo apropiado para tener un aprendizaje óptimo.
- También cuando es respaldado por situaciones apropiadas, se tiene que tomar en cuenta que el aprendizaje toma lugar en contextos significativos, principalmente en el contexto en el cual el conocimiento va a ser realizado.

2.1.4 IDEAS FUNDAMENTALES DE LA CONCEPCIÓN CONSTRUCTIVISTA DEL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA SEGÚN COLL



A continuación se desglosan las ideas anteriores (Esquema N°2):

- **El estudiante es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje.** El estudiante es quien construye su conocimiento y nadie puede suplantarle en esa tarea. El valor prestado a la actividad del estudiante no debe interpretarse como un hecho de descubrimiento o de invención, sino como un proceso individual de aprendizaje, por lo tanto, si él no lo hace, ni siquiera el facilitador, puede hacerlo en su lugar. La enseñanza está totalmente mediatizada por la actividad mental constructiva del estudiante. Es decir que éste no es "activo" solamente cuando maneja, explora, descubre o inventa, sino también cuando lee o escucha las explicaciones del facilitador.
- **La actividad mental constructiva del estudiante** se emplea en contenidos que ya tienen un desarrollado grado de elaboración, es decir, que es el resultado de un innegable proceso de construcción a nivel social.

Los estudiantes tienden a construir o reconstruir objetos de conocimiento, que de hecho ya están contruidos. Por ejemplo, los estudiantes construyen operaciones aritméticas elementales, estando estas operaciones ya definidas.

- **El hecho de que la actividad constructiva del estudiante se realice sobre unos contenidos de aprendizaje preexistente**, condiciona el papel que está llamado a desempeñar el profesor. Su función no puede limitarse únicamente a crear las condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva rica y diversa; el profesor debe además, orientar esta actividad con la finalidad que el estudiante se acerque, en su construcción del aprendizaje, a lo que significan y representan los contenidos como saberes culturales.

Además de lo señalado anteriormente el constructivismo propone un ambiente afectivo, armónico, de recíproca confianza, el cual ayude a que los estudiantes se relacionen positivamente con el conocimiento y más importante aún con su proceso de adquisición.

Las cosas que debe hacer el profesor como mediador del aprendizaje, son:

- Conocer los intereses de los estudiantes y sus diferencias individuales.
- Conocer las necesidades evolutivas de cada uno de ellos.
- Conocer los estímulos de sus contextos: familiares, comunitarios, educativos y otros.
- Contextualizar las actividades.

El concepto constructivista, brinda al profesor un marco para estudiar y fundamentar muchas de las decisiones que toma, para planear y dirigir el proceso de enseñanza, proporciona algunos criterios o indicadores que le permiten llegar a comprender lo que ocurre dentro de la sala de clases y corregir o cambiar el rumbo de los hechos.

2.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Una actividad constante entre los profesores de matemática, es la de investigar sobre la resolución de problemas. Notables son los descubrimientos relativos a este tema, ya que al parecer, lo referente a los problemas y su didáctica, serán un tema de investigación actual en el ámbito de la educación de las matemáticas.

En relación con la resolución de problemas y el uso de procesadores simbólicos, que orienten la implementación de un modelo de intervención de aula que promueva el trabajo de los elementos mencionados y cuyo eje central sea el desarrollo de competencias, para la consecución de un aprendizaje más significativo, flexible, autónomo y atingente a las necesidades socioculturales actuales, poniendo de relieve tanto aspectos cognitivos como afectivos.

A continuación se nombran dos factores importantes a destacar:

1. El uso didáctico en la resolución de problemas por parte de los profesores de matemática.
2. La posibilidad de generar saberes matemáticos mediante la participación en actividades de resolución de problemas matemáticos en el ámbito estudiantil.

2.2.1 DEFINICIONES

En primer lugar se distinguirá lo que significan las expresiones más comunes nombradas en esta materia: **problema y resolución de problemas**.

Según **Dumas-Carré, (1987)**. El “**problema** “se puede definir de la siguiente manera:”Corresponde a una situación incierta que provoca en quién la padece una conducta tendente a hallar la solución y reducir de esta forma la tensión inherente a dicha incertidumbre”.

Por otro lado la **resolución de problemas** es utilizada para nombrar el proceso, el cual la situación incierta es aclarada, implicando, en mayor o menor medida la aplicación de un conocimiento y procedimiento por parte del solucionador. Se entiende además como la reorganización de la información recopilada en la estructura cognitiva según **Novak, J. D. (1977)**, es decir, un aprendizaje.

2.2.2 DIFERENCIA ENTRE PROBLEMA Y EJERCICIO

Son muchos los estudios referidos a la resolución de problemas, por lo tanto, son muchas las definiciones que se desprenden en relación al concepto “problema” y muchos los autores que hacen una diferenciación entre resolver un problema y resolver un ejercicio.

Citando algunos de los matemáticos y psicólogos que definieron el concepto “problema”, destacamos a:

Rubinstein (1965), Leontiev (1986) y Gonzales (1995), definieron el concepto de problema y destacaron: “En todo verdadero problema el sujeto olvida el camino de solución y al estar frente al problema mismo acoge un carácter activo” (Sigarreta, A, Arias, R, 2006).

Además determinaron que la ejecución de ejercicios se fundamenta en el uso de destrezas y técnicas sobre aprendidas, sin embargo, un problema es un escenario nuevo que necesita utilizar de forma importante técnicas ya conocidas (Pozo. J y Otros, 1994).

Tanto los problemas como los ejercicios necesitan de los estudiantes la activación del conocimiento, actitudes, conceptos y motivaciones. La solución de problemas presume para el estudiante una solicitud cognitiva y motivacional mayor que la realización de un ejercicio y aquellos que no están acostumbrados a resolver problemas son dejados a intentarlo (Pozo, J y Otros, et al., 1994).

A continuación se realizó una tabla mostrando algunas de las diferencias que se dan entre problema y ejercicio (tabla 2):

EJERCICIO	PROBLEMA
Es una tarea únicamente escolar.	Es una tarea que puede ser tanto escolar como extraescolar.
Se trata del realizar o ejecutar.	Se trata del resolver.
No involucra una actividad cognitiva complicada.	Involucra una actividad cognitiva, en la cual se interpone la imaginación, creatividad, conocimiento, estrategias.
Es una actividad de aplicación mecánica, sistemática y memorística.	Es una actividad de aplicación funcional del conocimiento matemático.
Su propósito educativo tiene que ver con el entrenamiento y fortalecimiento de contenidos.	Su propósito educativo es desarrollar y promover habilidades de pensamiento, estrategias de resolución, creatividad, imaginación, concentración, autonomía y experiencia a partir de la utilidad del conocimiento matemático.
El enunciado es escueto y directo.	El enunciado describe una situación complicada con aspectos indeterminados.
Es una actividad frecuente con resultados previsibles y únicos.	Es una actividad ignorada que puede tener más de un resultado impredecible o no tener respuesta.
Necesita poco tiempo de ejecución.	Necesita más tiempo y concentración para poder resolverlo.
Son cuantiosos en los libros escolares.	Son insuficientes en los libros escolares.

Tabla N°2

2.2.3 RESOLVER PROBLEMAS

Según Perales. J (1998), si nos detenemos a observar las clases tradicionales, nos surge la siguiente pregunta **¿Para qué resolver problemas?**, la pregunta aplicada a la resolución de problemas, podría tener un primer nivel de respuesta a partir del análisis de su utilización habitual, como se muestra a continuación.

En una primera instancia, las clases que están dedicadas a la resolución de problemas, tienen como finalidad que los alumnos sepan aplicar los aprendizajes previos y del mismo modo que aprendan a resolverlos. Por otro lado, se prevé que los alumnos presentan un buen medio para la adquisición de habilidades y destrezas consustanciales con el aprendizaje científico.

Luego la inclusión del “problema” en las pruebas de las asignaturas científicas, propone su consideración como una herramienta evaluadora, principalmente indicado para estas disciplinas.

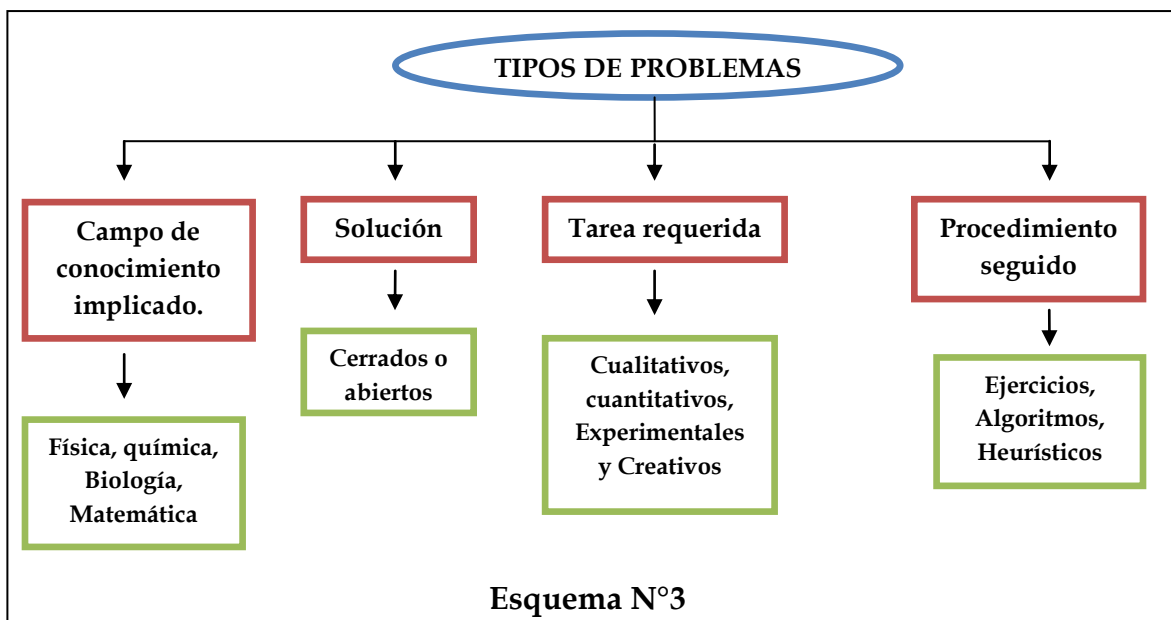
Por lo tanto si se combina y complementan estos objetivos tradicionales con aquellos propuestos por las tendencias más progresistas en educación, se podría afirmar que la resolución de problemas podría permitir lo siguiente:

- Establecer las ideas y conocimientos previos de los estudiantes y ayudarles a construir sus nuevos conocimientos a partir de estos.
- Lograr diversas habilidades y destrezas de distintas clases cognitivas en los alumnos.

- Promover en los alumnos actitudes positivas hacia la ciencia.
- Aplicar los ámbitos de conocimiento científico y cotidiano, de tal manera que se faculte al estudiante, en la resolución de situaciones problemáticas.
- Evaluar el aprendizaje científico en estudiantes.

2.2.4 CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS

Aunque existen diversas clasificaciones de los problemas, nos hemos guiado según la que plantea Polya, G (1945):



A continuación se explican cada uno de los criterios señalados en el Esquema N°3:

- **Campo de conocimiento implicado:** La principal discordancia que se tiene entre los problemas planteados en la enseñanza y los que tienen lugar en la vida diaria, es que lo importante no es la creación de la

solución, sino el proceso para llegar a ésta; sin embargo ocurre lo inverso en los problemas diarios.

- **Tipo de tarea (cualitativa-cuantitativa):** considerando el contexto de la enseñanza, se entenderá por problemas cualitativos, los que en su resolución no se especifica acudir a determinaciones numéricas, y en consecuencia, se resuelven de manera verbal-escrita. Por otro lado, los problemas cuantitativos, requieren de cálculos numéricos realizados a partir de las ecuaciones correspondientes y de los datos propuestos en el enunciado.
- **Naturaleza del enunciado y características del proceso de resolución (problemas abiertos-cerrados):** los problemas que se denominan cerrados, corresponden a tareas que tienen información precisa y son posibles de resolver mediante el uso de un determinado algoritmo por parte del solucionador. Ahora bien, los problemas denominados abiertos, por el contrario, son los que implican la presencia de una o más etapas en su resolución, las cuales deben ser contribuidas por el solucionador mediante un ejercicio de pensamiento productivo según López, F. (1989).

2.2.5 VARIABLES A CONSIDERAR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Las variables pueden agruparse alrededor de:

- **La naturaleza del problema:** Las variables que se descubren tratan principalmente sobre los aspectos más serios del problema, tales como la precisión, el lenguaje, la estructura del enunciado; complejidad y ejemplo

de tarea requerida en la resolución; solución abierta o cerrada, la cual puede ser conocida o desconocida; entre otros.

Según Dumas-Carré, A. (1987), el enunciado de un problema comporta cinco elementos:

1. La descripción de un dispositivo y su funcionamiento eventualmente acompañado de un esquema.
 2. Las condiciones experimentales a que está sometido.
 3. Simplificaciones o modificaciones parciales que inscriben el fenómeno estudiado en un marco teórico simple.
 4. Datos, valores tomados por ciertas magnitudes físicas que se llaman a menudo “condiciones iniciales o condiciones en los límites”.
 5. Consignas de repuesta implícitas, interviniendo en la formulación de la pregunta.
- **El contexto de la resolución del problema:** Aquí habría que remediar en las variables que están en el proceso de resolución, sin tomar en cuenta al solucionador. Por lo tanto se puede hablar de la maniobración o no de cosas reales, la sugerencia o no de fuentes de información, la verbalización o no de la resolución, si se provee o no el algoritmo puesto en juego, tiempo de resolución, entre otros.
 - **El solucionador del problema:** En última instancia, tomamos en cuenta las características del solucionador, algunas como por ejemplo, el conocimiento teórico, las destrezas cognitivas, la creatividad, ansiedad,

actitud, edad, sexo. Según Klausmeier, H. J. y Goodwin, W. (1975), podríamos hablar de solucionador individual o grupal.

2.2.6 FASES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Según Hadamard, J. (1945) a partir del estudio de los fenómenos que ocurren en el cerebro durante el proceso de resolución de problemas, determina en su libro “An essai on the psychology of invention in the mathematical field” publicado en 1945, existen seis fases para la resolución de problemas:

1. **Documentación:** Se refiere a la búsqueda de información, en las lecturas previas, en la discusión del problema.
2. **Preparación:** Se trata de buscar y considerar diferentes alternativas de solución.
3. **Incubación:** Consiste en cambiar de actividad y no continuar trabajando en el problema.
4. **Iluminación:** Consiste en el instante en que las ideas surgen súbitamente.
5. **Verificación:** Se trata de analizar críticamente y comprobar que la solución del problema sea correcta.
6. **Conclusión:** Consiste en establecer y mostrar los resultados.

2.2.7 METODOLOGÍA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Es evidente que, el éxito obtenido en la resolución de problemas está relacionado con diferentes variables que inquietan, tanto al problema como tal, como también al instructor, al solucionador y al contexto de la resolución. Luego, resulta difícil y arriesgado establecer fórmulas o procedimientos para una resolución exitosa, sin embargo se pueden expresar algunas sugerencias de carácter genérico, nombradas a continuación:

- En primera instancia, la resolución de problemas debe ser enfrentada, preferentemente de forma individual o también dentro de un grupo pequeño, resultando suficientemente inútiles las resoluciones pasivas y combinadas o su lectura simple a partir de los libros de problemas.
- Además no se debe dejar de tener presente que la mayor garantía del éxito, para la adecuada resolución de problemas es un profundo conocimiento teórico.

2.2.8 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN G. PÓLYA

Para Pólya, G. (1981) “resolver un problema es hallar una vía donde no se conocía camino alguno, buscar la forma de salir de un aprieto, de sortear un obstáculo, conseguir el fin anhelado que no es conseguible de forma inmediata utilizando los medios adecuados”. Además menciona que cuando se resuelve un problema se establecen habilidades que permiten luego resolver cualquier otro tipo de problema, y en esta formación de habilidades, el desarrollo de esta última fase, permitirá determinar si el método de resolución puede ser efectuada en otros problemas, sin embargo, forjar la idea de un plan es la fase

principal del proceso de resolución, ya que es en esta fase donde el estudiante deberá sugerir alguna heurística que le permita hallar la solución del problema.

Este proceso no es fácil, para lograrlo hace falta una serie de sucesos, por ejemplo, conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento y concentración, entre otros (Sigarreta, J. M. Rodríguez J. M. y Ruesga 2006).

Los trabajos realizados por G. Pólya en los distintos libros referidos a la matemática y la resolución de problemas que publicó a lo largo de su vida y los realizados por Hadarmar, crearon las plataformas para que otros autores entre ellos matemáticos y psicólogos, estudiaran y precisaran conceptos utilizados en matemáticas, por ejemplo el concepto de problema.

El modelo teórico de resolución de problemas de Pólya se ocasiona a partir de su libro “Como planear y resolver problemas” y de ciertos cuestionamientos e inquietudes, él decía “sí, yo tengo claro el razonamiento, pero no tengo claro cómo se produce, como fundar las ideas, porqué se debe hacer así, por que se pone de tal orden y no de otro”. Para poder responder a estas inquietudes Pólya desarrolla un modelo de resolución de problemas en el cual se manifiestan cuatro fases:

1. **Comprender el problema:** Es en la cual se debe establecer la o las incógnitas, los datos principales, las condiciones de los datos. Determinar qué datos son aptos, no reiterados ni contradictorios.
2. **Concebir un plan:** Implica corresponder el problema con problemas similares y resultados útiles. Hallar alguna estrategia que proporcione la resolución del problema, por ejemplo, el uso de tablas, diagramas, listas.

3. **Ejecución del plan:** Consiste en comprobar cada uno de los pasos efectuados con anterioridad y verificar que estén correctos.
4. **Examinar la solución:** Etapa de reflexión de la resolución del problema, verificar el resultado y el razonamiento utilizado.

Para cada una de estas fases Pólya plantea las siguientes preguntas:

Comprender el problema:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es insuficiente?
- ¿Es redundante?
- ¿Es contradictoria?

Concebir un plan:

Para Pólya esta etapa debe relacionarse con buscar problemas más sencillos y resultados útiles. Las preguntas que se plantea son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?

Ejecución de un plan:

Según Pólya en esta etapa se debe indagar en todos los detalles y entender la diferencia de un problema por resolver y un problema por demostrar. Por ello se plantea lo siguiente:

- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Examinar la solución:

También llamada la etapa de visión retrospectiva ya que se observa todo lo que se hizo durante el desarrollo del problema. Es en donde se verifica el razonamiento que hubo y el resultado obtenido, por esto se pregunta lo siguiente:

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Pólya plantea que cuando se resuelve un problema, se fundan habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema, ya que la estrategia efectuada puede ser utilizada para cualquier otro problema.

2.3 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

En educación se utiliza mucho el concepto de **aprendizaje significativo**, pero este concepto se puede interpretar de diversas maneras, a partir de esto se plantea la siguiente interrogante. ¿Qué se entiende por aprendizaje significativo? Para responder a esta interrogante se dará a conocer el concepto de aprendizaje significativo por diversos autores.

A continuación se presentarán los diferentes conceptos de aprendizaje significativo con su respectivo autor:

- Para **David Ausubel (1963)**, el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e información, y representarlas en cualquier campo del conocimiento.
- Para **George Kelly (1963)**, el progreso del ser humano a lo largo de los siglos no ocurre en función de necesidades básicas, sino de su permanente tentativa de controlar el flujo de eventos en el cual está inmerso.
- Para **Lev Vygotsky (1987,1988)**, el desarrollo cognitivo no puede entenderse sin referencia al contexto social, histórico y cultural en el que ocurre. Para él, los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje, comportamiento voluntario) tienen su origen en procesos sociales; el desarrollo cognitivo es la conversión de relaciones sociales en funciones mentales.

Después de nombrar diversas definiciones de aprendizaje significativo con su respectivo autor, tomaremos como referencia para nuestra investigación la siguiente:

2.3.1 TEORÍA DE AUSUBEL

En la teoría de Ausubel, se entiende como el proceso que relaciona un nuevo concepto con la estructura cognitiva propia, se utilizan aspectos relevantes de esta estructura cognitiva llamados subsimidores o ideas de anclaje (Moreira, M.A. 1997). Los primeros subsimidores se adquieren a través del proceso de la adquisición de conceptos, como consecuencia a llegar a la edad escolar ya poseen los conceptos permitiendo que la adquisición de nuevos conceptos por asimilación.

Cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

2.3.2 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Para Ausubel existen tres tipos de aprendizaje que se adquieren de forma significativa:

- **Aprendizaje de representaciones:** Es cuando el estudiante adquiere el vocabulario, es decir, aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo no es capaz de identificarlas y clasificarlas en categorías.

- **Aprendizaje de conceptos:** El estudiante, a partir de experiencias concretas, es capaz de comprender que un concepto puede ser utilizado por cualquier persona dependiendo del contexto que se utilice.
- **Aprendizaje de proposiciones:** Cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan más de un concepto en alguna afirmación negación de algo. De esta manera un concepto nuevo puede ser asimilado e integrado en su estructura cognitiva y relacionarlo con los conocimientos previos.

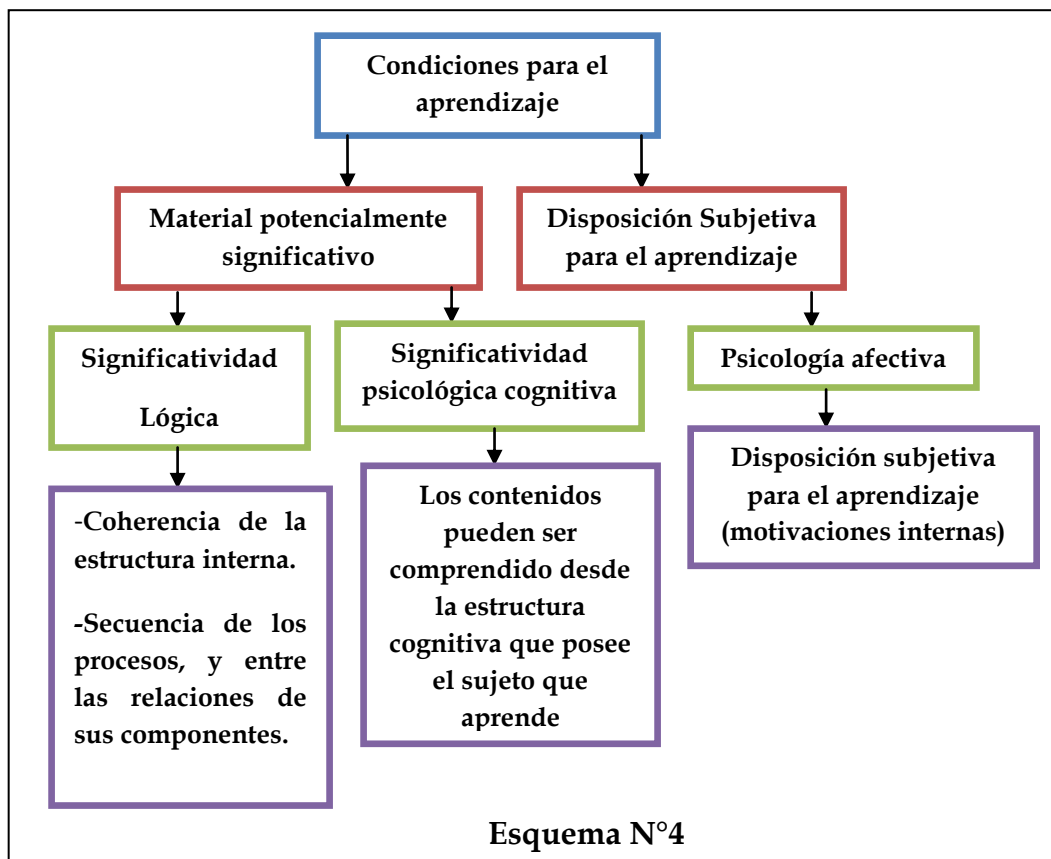
A continuación, en la tabla N°5 se resumen los tres puntos mencionados anteriormente:

Representaciones	Adquisición de vocabulario.	Previo a la formación de conceptos. Posterior a la formación de conceptos.
Conceptos	Formación (a partir de los objetos).	Posterior a la formación de conceptos. Comprobación de hipótesis.
Proposiciones	Adquisición (A partir de los conceptos preexistentes).	Combinación (concepto del mismo nivel jerárquico).

Tabla N°3

2.3.3 CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Para que un aprendizaje sea significativo se debe hacer bajo ciertas condiciones, estas condiciones destacan que el aprendizaje no se realiza a partir de exposición, ni del ejercicio de la memoria. Las condiciones que plantea Moreira. M. A.(2009), son las siguientes:



Del esquema N°4, podemos establecer algunas consideraciones que son necesarias considerar:

- **Significatividad lógica:** se refiere a la estructura interna del contenido.
- **Significatividad psicológica:** se refiere a que puedan establecerse relaciones no arbitrarias entre los conocimientos previos y los nuevos. Es relativo al individuo que aprende y depende de sus representaciones anteriores.

- **Motivación:** Debe existir además una disposición subjetiva para el aprendizaje en el estudiante. Existen tres tipos de necesidades: poder, afiliación y logro. La intensidad de cada una de ellas, varía de acuerdo a las personas y genera diversos estados motivacionales que deben ser tenidos en cuenta.

2.3.4 TEORÍA DE ASIMILACIÓN

El Principio de asimilación consiste en la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva que existe en cada individuo, originando una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una nueva estructura cognoscitiva, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician su asimilación. Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzado. (Ausubel,D. 1983).

Dentro de este proceso de asimilación, los nuevos conocimientos se pueden relacionar de diversas maneras con la estructura cognitiva establecida, dependiendo de la forma que se relacionan se establecen tres tipos de aprendizaje planteadas por la teoría de asimilación, las cuales son las siguientes:

2.3.4.1 APRENDIZAJE SUBORDINADO

Este aprendizaje se presenta cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos pertinentes de la estructura cognoscitiva previa del alumno, es decir cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material y la estructura cognitiva pre existente.

El aprendizaje subordinado puede a su vez ser de dos tipos: Derivativo y Correlativo. El primero ocurre cuando el material es aprendido y entendido

como un ejemplo específico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida. El significado del nuevo concepto surge sin mucho esfuerzo, debido a que es directamente derivable o está implícito en un concepto o proposición más inclusiva ya existente en la estructura cognitiva.

El aprendizaje subordinado es correlativo, "si es una extensión elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas" (Ausubel, D.1983). En este caso la nueva información también es integrada con los conceptos más relevantes pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser modificados. Este es el típico proceso a través del cual un nuevo concepto es aprendido.

2.3.4.2 APRENDIZAJE SUPRAORDINARIO

Ocurre cuando una nueva información se relaciona con ideas o conceptos específicos ya establecidos en la estructura cognoscitiva del individuo, es decir, las ideas se reconocen como ejemplos más específicos de la nueva idea, que se define a través de un conjunto de criterios que abarcan a las ideas supraordinadas.

El hecho que el aprendizaje supraordinado se torne subordinado en determinado momento, nos confirma que la estructura cognitiva cambia constantemente; pues el individuo puede estar aprendiendo nuevos conceptos por subordinación y a la vez, estar realizando aprendizajes supraordinados.

2.3.4.3 APRENDIZAJE COMBINATORIO

La nueva información que es potencialmente significativa se relaciona con otras ideas o información preexistentes, pero ésta no es ni más inclusiva ni más específica que estas, es decir, Se considera que esta nueva información es

incorporada a la estructura cognoscitiva como un todo y no con aspectos específicos de esa estructura.

2.3.5 CLASIFICACIONES Y FUNCIONES DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

A continuación (Tabla N°4) presentaremos algunas de las estrategias de enseñanza que el docente puede emplear con la intención de facilitar el aprendizaje significativo de los alumnos. Las estrategias seleccionadas han demostrado, en diversas investigaciones su efectividad al ser introducidas como apoyos en textos académicos así como en la dinámica de la enseñanza (exposición, negociación, discusión, etc.) ocurrida en la clase. Las principales estrategias de enseñanza según Díaz, F. y Hernández, G. (1999), son las siguientes:

<p style="text-align: center;">Objetivos</p>	<p>Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Generación de expectativas apropiadas en los alumnos.</p>
<p style="text-align: center;">Resumen</p>	<p>Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, términos y argumento central.</p>

<p style="text-align: center;">Organizador previo</p>	<p>Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.</p>
<p style="text-align: center;">Ilustraciones</p>	<p>Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones, etcétera)</p>
<p style="text-align: center;">Analogías</p>	<p>Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).</p>
<p style="text-align: center;">Preguntas intercaladas</p>	<p>Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.</p>
<p style="text-align: center;">Pistas topográficas y discursivas</p>	<p>Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.</p>

<p align="center">Mapas conceptuales y redes semánticas</p>	<p>Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).</p>
<p align="center">Uso de estructuras textuales</p>	<p>Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.</p>

Tabla N°4

De las diversas estrategias de enseñanza se encuentran las preinstruccionales, coinstruccionales y posinstruccionales que se clasifican de acuerdo al momento del uso, es decir, se puede presentar antes, durante o después de un contenido curricular específico.

Las estrategias preinstruccionales por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimientos y experiencias previas pertinentes) y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente. Algunas de las estrategias preinstruccionales típicas son: los objetivos y el organizador previo.

Las estrategias coinstruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza o de la lectura del texto de enseñanza. Cubren funciones como las siguientes: detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías, entre otras.

A su vez, las estrategias posinstruccionales se presentan después del contenido que se ha de aprender y permiten al alumno formar una visión

sinéctica, integradora e incluso crítica del material. En otros casos le permiten valorar su propio aprendizaje. Algunas de las estrategias posinstruccionales más reconocidas son: pospreguntas intercaladas, resúmenes finales, redes semánticas y mapas conceptuales.

A continuación se darán a conocer estrategias para activar (o generar) conocimientos previos y establecer expectativas adecuadas en los alumnos.

Estas estrategias son principalmente del tipo preinstruccionales y se recomienda usarlas sobre todo al inicio de la clase, debido a que están dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan. Esta activación puede servir al profesor en dos sentidos: para conocer cuánto saben sus alumnos o para utilizar tal conocimiento como base para promover nuevos aprendizajes.

En este grupo podemos incluir también a aquellas otras que se concentran en el esclarecimiento de las intenciones educativas que el profesor pretende lograr al término del ciclo o situación educativa.

2.3.6 CLASIFICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA SEGÚN EL PROCESO COGNITIVO



2.3.7 ESTRATEGIAS PARA ORIENTAR LA ATENCIÓN DE LOS ALUMNOS

Esta estrategia es del tipo coinstruccional, dado que pueden aplicarse de manera continua durante una sesión, para indicar a los alumnos sobre que puntos, conceptos o ideas deben centrar sus procesos de atención, codificación y aprendizaje.

2.3.8 ESTRATEGIAS PARA ORGANIZAR LA INFORMACIÓN QUE SE HA DE APRENDER

Esta estrategia es del tipo posinstruccionales, debido a que permite un mayor contexto organizativo a la información nueva que se aprenderá al representarla en forma gráfica o escrita. De esta manera se va proporcionar una adecuada organización a la información que se ha de aprender, trayendo como consecuencia una mejora en su significatividad lógica y haciendo más probable el aprendizaje significativo de los alumnos.

2.3.9 ESTRATEGIAS Y EFECTOS ESPERADOS EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES.

Estrategias de Enseñanza	Efectos esperados en el alumno
Objetivos	Conoce la finalidad y alcance del material y cómo manejarlo El alumno sabe qué se espera de él al terminar de revisar el material Ayuda a contextualizar sus aprendizajes y a darles sentido
Ilustraciones	Facilita la codificación visual de la información
Preguntas intercaladas	Permite practicar y consolidar lo que ha aprendido Resuelve sus dudas Se autoevalúa gradualmente
Pistas tipográficas	Mantiene su atención e interés Detecta información principal Realiza codificación selectiva

Resúmenes	Facilita el recuerdo y la comprensión de la información relevante del contenido que se ha de aprender
Organizadores previos	Hace más accesible y familiar el contenido Elabora una visión global y contextual
Analogías	Comprende información abstracta Traslada lo aprendido a otros ámbitos
Mapas conceptuales y redes semánticas	Realiza una codificación visual y semántica de conceptos, proposiciones y explicaciones Contextualiza las relaciones entre conceptos y proposiciones
Estructuras textuales	Facilita el recuerdo y la comprensión de lo más importante de un texto

Tabla N°5

Los objetivos o intenciones educativos son enunciados que describen con claridad las actividades de aprendizaje a propósito de determinados contenidos curriculares, así como los efectos esperados que se pretenden conseguir en el aprendizaje de los alumnos al finalizar una experiencia, sesión, episodio o ciclo escolar.

Shuell(1988), Cooper(1990), García, Cordero, Luque y Santamaría(1995), señalaron: **Las funciones de los objetivos como estrategias de enseñanza son las siguientes** (Citado por Díaz, F y Hernández, G; 1999):

- Actuar como elementos orientadores de los procesos de atención y de aprendizaje.

- Servir como criterios para poder discriminar los aspectos relevantes de los contenidos curriculares (sea por vía oral o escrita), sobre los que hay que realizar un mayor esfuerzo y procesamiento cognitivo.
- Permitir generar expectativas apropiadas acerca de lo que se va a aprender.
- Permitir a los alumnos formar un criterio sobre que se esperara de ellos al término de una clase, episodio o curso.
- Mejorar considerablemente el aprendizaje intencional; el aprendizaje es más exitoso si el aprendiz es consciente del objetivo.
- Proporcionar al aprendiz los elementos indispensables para orientar sus actividades de auto monitoreo y de autoevaluación.

2.3.10 ESTRATEGIAS PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Se ha conseguido identificar que los estudiantes que obtienen resultados satisfactorios, a pesar de las situaciones didácticas a las que se han enfrentado, muchas veces han aprendido a aprender porque:

- Controlan sus procesos de aprendizaje.
- Se dan cuenta de lo que hacen.
- Captan las exigencias de la tarea y responden consecuentemente.

- Planifican o examinan sus propias realizaciones, pudiendo identificar los aciertos o dificultades.
- Emplean estrategias de estudio pertinentes para cada situación.
- Valoran los logros obtenidos y corrigen sus errores.

Para lograr lo mencionado, es necesario tener estrategias de aprendizaje para poder concretar un aprendizaje. A pesar de las múltiples definiciones de estrategia, en general, una gran parte de ellas coinciden con los siguientes puntos:

- Son procedimientos.
- Pueden incluir varias técnicas, operaciones o actividades específicas.
- Persiguen un propósito determinado: el aprendizaje y la solución de problemas académicos o aquellos otros aspectos vinculados con ellos.
- Pueden ser abiertas (públicas) encubiertas (privadas).
- Son instrumentos socioculturales aprendidos en contextos de interacción con alguien que sabe más.

Las estrategias de aprendizaje son ejecutadas voluntaria e intencionalmente por un estudiante, cualquiera que éste sea, siempre que se le demande aprender, recordar o solucionar problemas.

La ejecución de las estrategias de aprendizaje es asociada a otros tipos de recursos y procesos cognitivos que dispone cualquier estudiante. Entre los cuales encontramos (Brown en Díaz y Hernández; 1999):

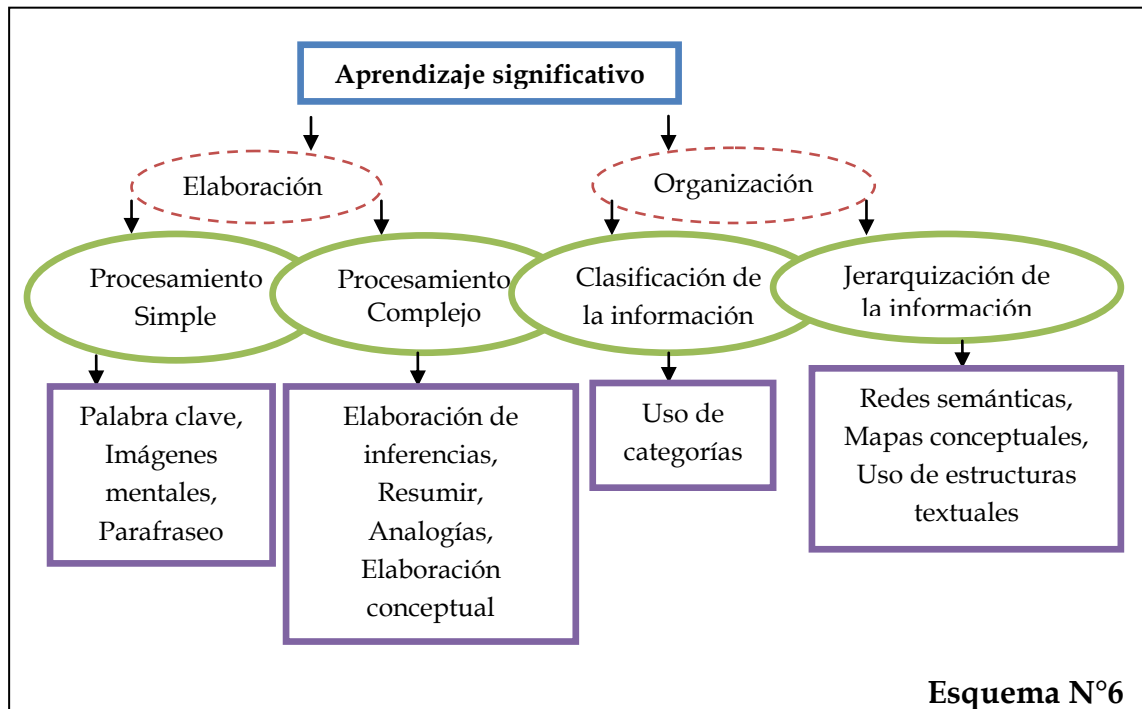
- **Procesos cognitivos básicos:** se refieren a todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, percepción, codificación, almacenaje, recuperación, entre otros.
- **Base de conocimientos:** se refiere al bagaje de hechos, conceptos y principios que poseemos, el cual está organizado en forma de un reticulado jerárquico (constituido por esquemas). Se denomina *saber* a este tipo de conocimiento o conocimientos previos.
- **Conocimiento estratégico:** este tipo de conocimiento tiene que ver directamente con lo que se denomina “estrategias de aprendizaje” y describe con el nombre de: *saber cómo conocer*.
- **Conocimiento metacognitivo:** se refiere al conocimiento que poseemos sobre qué y cómo lo sabemos, así como al conocimiento que tenemos sobre nuestros procesos y operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas. Se describe con la expresión *conocimiento sobre el conocimiento*.

Para poder lograr que el aprendizaje sea significativo, el uso de la estrategia es fundamental. Los tipos de estrategia son los siguientes:

Las estrategias de elaboración suponen básicamente integrar y relacionar la nueva información que ha de aprenderse con los conocimientos previos pertinentes (Elosúa y García, 1993). Pueden ser básicamente de dos tipos: simple y compleja; la distinción entre ambas radica en el nivel de profundidad con que se establezca la integración. También puede distinguirse entre elaboración visual (imágenes visuales simples y complejas) y verbal-semántica (estrategia de "parafraseo", elaboración inferencial o temática, etcétera). Es evidente que estas estrategias permiten un tratamiento y una codificación más sofisticados de la información que se ha de aprender, porque atienden de manera básica a su significado y no a sus aspectos superficiales.

Las estrategias de organización de la información permiten hacer una reorganización constructiva de la información que ha de aprenderse. Mediante el uso de dichas estrategias es posible organizar, agrupar o clasificar la información, con la intención de lograr una representación correcta de la información, explotando ya sea las relaciones posibles entre distintas partes de la información y/ o las relaciones entre la información que se ha de aprender y las formas de organización esquemática internalizadas por el estudiante (Monereo, 1990; Pozo, J 1990).

ESTRATEGIAS DE ELABORACIÓN Y ORGANIZACIÓN



CAPÍTULO III:
SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN.

3.1 CONTENIDOS

3.1.1 CONTENIDOS PREVIOS

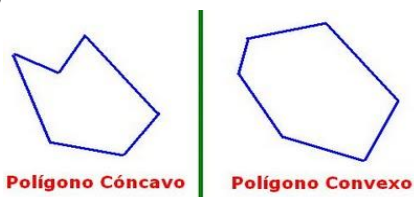
3.1.1.1 CONCEPTOS ELEMENTALES

- **Definición de “polígono”**

Un polígono es una figura geométrica plana cerrada, la cual esta formada por la unión de un conjunto de segmentos consecutivos que se interceptan a lo más en un extremo en común, donde cualquier par de ellos con un extremo común no es colineal.

- **Definición de “polígono convexo y cóncavo”**

Un polígono es convexo si cualquier par de puntos que pertenece a su interior, determina un segmento totalmente contenido en él. De lo contrario, es un polígono cóncavo. Ej:



- **Definición de “polígono regular”**

Se llama polígono regular a todo polígono convexo cuyos lados y ángulos son congruentes (ejemplos: cuadrado, pentágono regular, triángulo equilátero, etc.).

- **Definición de “polígono inscrito y circunscrito a una circunferencia”**

Se llama polígono inscrito en una circunferencia a todo polígono cuyos vértices son puntos de ella y se llama polígono circunscrito a una circunferencia si todos sus lados son tangentes a la circunferencia.

- **Definición de “poliedro”**

Un poliedro es un cuerpo geométrico cerrado delimitado por cuatro o más regiones poligonales. Las regiones poligonales que limitan al poliedro se llaman caras del poliedro, los lados de estos reciben el nombre de aristas y concurren a un punto llamado vértice.

- **Equivalencias entre unidades de medida.**

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000000 \text{ cm}^3$$

3.1.1.2 CONCEPTOS DE ÁREAS Y VOLÚMENES

Entendemos por superficie aquellas formas que caracterizan a un cuerpo. Una superficie puede ser plana, como es en el caso de las caras de prismas, pirámides, entre otros., o bien, curvas, como por ejemplo, en el cono y en el cilindro.

El área es la medida que se asocia a una superficie, el área de un cuerpo será entonces, la suma de las medidas de la superficie de cada una de sus caras. El área se mide en unidades tales como, centímetros cuadrados, metros cuadrados, entre otros.

El volumen de un cuerpo es la medida del espacio que ocupa, la cual está limitada por una o más superficies.

3.1.1.3 FORMULAS DE ÁREAS Y VOLÚMENES

- **Área de prismas y Volumen de prismas**

El área total de un prisma es igual a la suma de las áreas de cada una de sus caras laterales y basales. Es decir:

$$AT = AL + 2AB$$

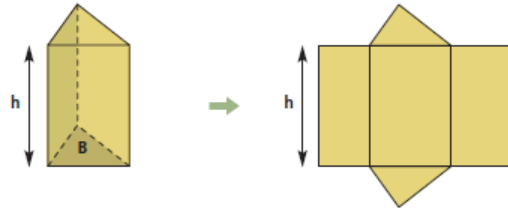
con **AT**: área total; **AL**: suma de áreas laterales; **AB**: área basal.

El volumen de un prisma está dado por la expresión:

$$V = B \cdot h$$

donde **B** es el área de la base y **h** la altura del prisma.

Un ejemplo de prisma:



- **Área y Volumen de pirámides**

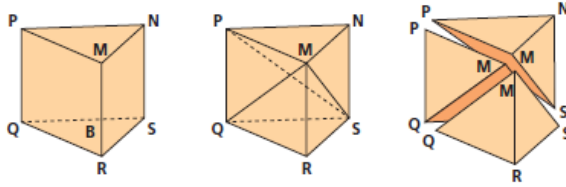
Al igual que en el caso de los prismas o de cualquier otro poliedro, el área de una pirámide se calcula sumando el área de cada una de sus caras.

El volumen de una pirámide equivale a un tercio del volumen del prisma, es decir:

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{1}{3} V_{\text{prisma}} = \frac{1}{3} B \cdot h$$

con **B**: área de la base; **h**: altura

Ejemplos de pirámides:



- **Área y Volumen de cilindros**

El área de un cilindro es igual a la suma del área lateral, dada por un rectángulo, y sus áreas basales, dadas por dos circunferencias congruentes. Esto es:

$$A_{\text{cilindro}} = 2 \cdot \pi \cdot r (r + g)$$

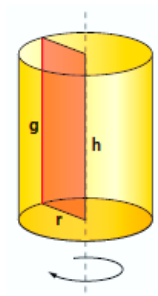
con **g**: generatriz o altura del rectángulo; **r**: radio de la circunferencia de la base

El volumen de un cilindro se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

con **r**: radio de la circunferencia de las bases

Ejemplo de cilindro:



- **Área y Volumen de conos**

El área de un cono está dada por la expresión:

$$A_{\text{cono}} = \pi \cdot r (g + r)$$

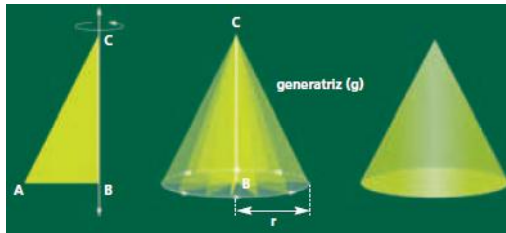
con **r**: radio de la circunferencia de la base del cono, **g**: generatriz del cono

El volumen de un cono está dado por la expresión:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

con **r**: radio de la base del cono; **h**: altura del cono

Ejemplo de cono:



- **Área y Volumen de la esfera**

El área de la esfera está dada por la expresión:

$$A_{\text{esfera}} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

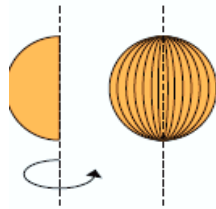
con **r**: radio de la esfera

El volumen de la esfera está dado por la expresión:

$$V \text{ esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

con r : radio de la esfera

Ejemplo de una esfera:

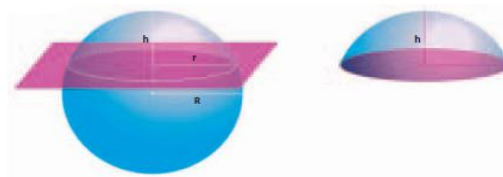


3.1.1.4 SECCIONES DE UNA ESFERA

Al cortar una esfera por uno o más planos secantes, estos generan diferentes secciones. A continuación estudiaremos algunos casos particulares.

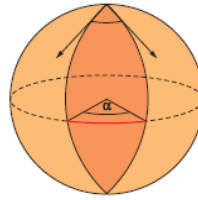
- **Casquete esférico:** parte de la superficie esférica formada al cortar una esfera por un plano secante.

Ejemplo de casquete esférico:



- **Huso esférico:** parte de la superficie de la esfera limitada por dos semicircunferencias máximas que tienen un diámetro en común.

Ejemplo de huso esférico:



- **Formula de área de “casquete esférico y huso esférico”**

Para calcular el área de un casquete esférico, necesitamos conocer la medida de la altura de este y el radio de la esfera. Con estos datos, el área está dada por la expresión:

$$A_{\text{casquete}} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Con **r**: radio; **h**: altura

Para determinar el área de un huso, utilizaremos proporciones. Tenemos:

$$\frac{360^\circ}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{\alpha}{A_{\text{huso}}}$$

con **r**: radio de la esfera; **α**: ángulo formado por las semicircunferencias

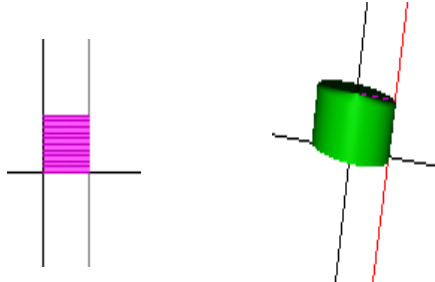
3.1.2 CONTENIDOS ESPERADOS

3.1.2.1 CUERPOS GENERADOS POR ROTACIÓN

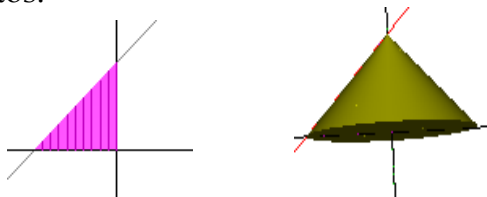
Estos cuerpos generados por rotación tienen un nombre en particular, llamándose; cuerpos de revolución. Estos son aquellos que pueden obtenerse mediante la rotación de una curva o una figura plana alrededor de un eje, por ejemplo la llamada generatriz.

Los cuerpos de revolución como el cilindro, cono y esfera son generados a partir de una figura plana.

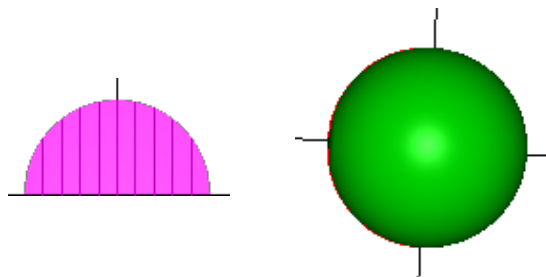
- Cilindro: Es generado por la rotación de un rectángulo alrededor de uno de sus lados.



- Cono: Es generado por la rotación de un triángulo rectángulo respecto a uno de sus catetos.



- Esfera: Es generado por la rotación de un semicírculo alrededor de su diámetro.



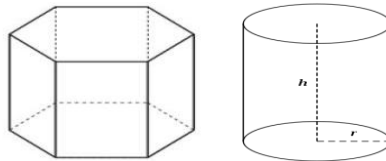
Un caso particular de un cuerpo en revolución es el tronco de un cono o también conocido como cono truncado. Este se genera mediante la rotación de un trapecio rectángulo cuyo eje corresponde al lado que forma los ángulos rectos. Ej:



3.1.2.2 CUERPOS GENERADOS POR TRASLACIÓN

Dentro de los cuerpos de revolución generados por traslación están:

- Prismas: Generados por la traslación de un polígono en dirección a un plano que lo contiene.
- Cilindro: Es generado por la traslación de un círculo en dirección a un plano paralelo respecto al plano que lo contiene.



3.1.2.3 PRINCIPIO DE CAVALIERI

Si dos cuerpos tienen la misma altura y bases de igual área, y al cortarlos por cualquier plano paralelo a las bases el área de las secciones es la misma, ambos tienen el mismo volumen.

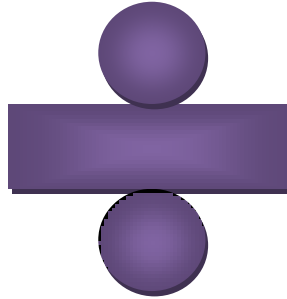
3.1.2.4 ÁREAS

El concepto de área hace referencia a la medida de un cuerpo o figura geométrica. De esta se puede distinguir:

- Área lateral: medida de las superficies de un cuerpo sin considerar sus bases.
- Área total: Medida de toda la superficie de un cuerpo geométrico.

3.1.2.4.1 ÁREA DEL CILINDRO

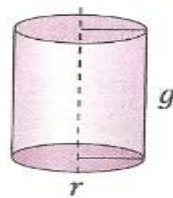
Un cilindro está formado por un rectángulo, en donde el rectángulo corresponde a la superficie lateral del cilindro, mientras que las bases del cilindro corresponden a círculos.



El ancho del rectángulo corresponde también a la altura del cilindro, y su largo, al perímetro de la base.

Luego, el área del cilindro está determinada por:

$$\begin{aligned} A_{cilindro} &= 2 \cdot A_{circulo} + A_{rectangulo} \\ &= 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r g \\ &= 2\pi r \cdot (r + g) \end{aligned}$$



Donde g corresponde a la generatriz o altura del cilindro y r al radio del círculo de la base.

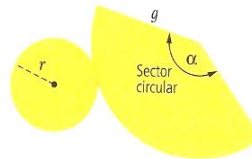
3.1.2.4.2 ÁREA DEL CONO

El área del cono está formado por un círculo (en su base) y por un sector circular. El arco del sector circular tiene longitud $2\pi r$ (porque corresponde a la longitud de la circunferencia de la base).

Por consiguiente, el área lateral de un cono es igual al área del sector circular.

$$A_{sc} = \frac{S \cdot r}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot g}{2} = \pi \cdot r \cdot g$$

con S es el sector circular tiene longitud $2\pi r$



El área de la base corresponde al área de un círculo, es decir, πr^2 , entonces, el área total de un cono se puede calcular mediante la siguiente expresión.

$$A_{cono} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

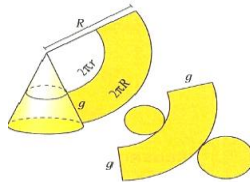
El área de un cono truncado corresponde a la suma de las áreas de las bases del tronco del cono y el área lateral.

El área lateral se puede calcular como la diferencia entre el área lateral del cono mayor menos el área del cono menor que lo complementa, es decir:

$$AL_{tronco\ del\ cono} = \pi \cdot R \cdot (g + h) - \pi \cdot r \cdot g$$

Utilizando el teorema de Tales, se puede demostrar que el área lateral del tronco de cono está dada por la expresión:

$$AL_{\text{tronco de cono}} = \pi \cdot [(R + r) \cdot g + R^2 + r^2]$$

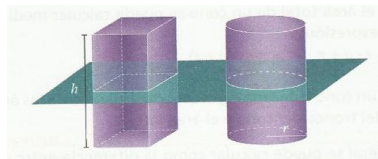


3.1.2.5 VOLÚMENES

El **volumen de un cuerpo** es la medida del espacio que ocupa, la cual está limitada por una o más superficies.

3.1.2.5.1 VOLUMEN DEL CILINDRO

Como se puede observar en la imagen, los cuerpos tienen igual altura, y si sus secciones planas tienen igual área, se puede aplicar el principio de Cavalieri; por lo tanto, el volumen del cilindro depende de la altura y del área de la base, al igual que en el caso del volumen del prisma, luego se tiene que:



$$V_{\text{cilindro}} = h \cdot B$$

$$V_{\text{cilindro}} = h \cdot \pi \cdot r^2$$

con **B** corresponde al área de la base.

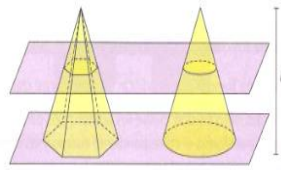
3.1.2.5.2 VOLUMEN DEL CONO

La pirámide y el cono de la imagen tienen la misma altura y sus bases tienen igual área. Según el principio de Cavalieri, si sus secciones planas a la misma altura son iguales, los volúmenes también lo son; por tanto, se puede calcular el volumen a partir del volumen de la pirámide.

$$V_{pirámide} = V_{cono} = \frac{1}{3} h \cdot B$$

con **B** corresponde al área de la base, luego:

$$V_{cono} = \frac{1}{3} h \cdot \pi \cdot r^2$$



Del mismo modo que en otros cuerpos, la expresión para calcular el volumen del cono no cambia si se trata de un cono recto u oblicuo; de hecho, no depende de su inclinación, sino de su altura.

Esto también se explica por el principio de Cavalieri.

En el caso de un tronco de cono, el volumen se puede calcular como la diferencia entre el volumen del cono, si estuviera completo, y el cono menor que lo complementa, es decir:

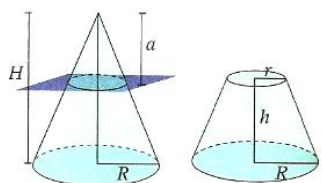
$$V_{tronco\ de\ cono} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot H \cdot R^2 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot r^2$$

Utilizando el teorema de Tales, se puede demostrar que el volumen del tronco del cono está dado por la expresión:

$$V_{\text{tronco de cono}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h(r^2 + R^2 + r \cdot R)$$

con **R** y **r** son los radios de las bases y **h** es la altura del tronco de cono.

Observa que esta expresión depende solo de la altura y del radio de cada base.



3.1.2.5.3 VOLUMEN DE LA ESFERA

Uno de los hallazgos más apreciados del matemático griego Arquímedes fue determinar cómo calcular el volumen de la esfera. El procedimiento que utilizó consistió en relacionar las secciones planas de una semiesfera, un cilindro y un cono, todos de altura y radio R, generada al intersecar estos cuerpos por un plano paralelo a las bases a una distancia h del punto O. Observa.



Arquímedes observó que cuando se corta la semiesfera, el cilindro y el cono por un plano paralelo a las bases, las áreas de las secciones producidas en la semiesfera (A_1), en el cilindro (A_2) y en el cono (A_3) verifican la siguiente relación: $A_1 = A_2 - A_3$

En la imagen de la situación inicial se puede observar que:

$$\begin{aligned} A_1 &= \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot (R^2 - h^2) \text{ Por teorema de Pitágoras} \\ &= \pi \cdot R^2 - \pi \cdot h^2 \text{ Por distributividad} \\ &= A_2 - A_3 \text{ Ya que, en este cono, } h = r_2 \end{aligned}$$

Entonces, se puede aplicar el principio de Cavalieri para calcular el volumen de la semiesfera, si se considera el cilindro y el cono. Como estos cuerpos tienen la misma área basal y la misma altura, se tiene que $V_{semiesfera} = V_{cilindro} - V_{cono}$

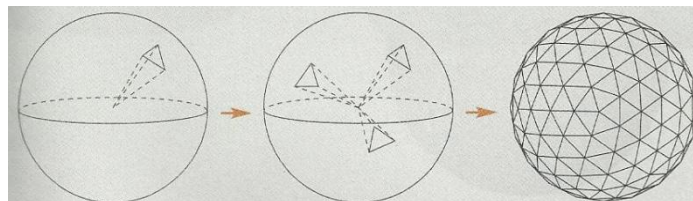
$$V_{semiesfera} = \pi \cdot R^2 \cdot R - \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot R, = \pi \cdot R^3 - \frac{1}{3} \pi \cdot R^3$$

Finalmente, el volumen de la esfera es claramente el doble del de la semiesfera, esto es:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi R^3$$

A diferencia de los poliedros, del cono y del cilindro, en el caso de la esfera no es posible dibujar su red, por lo que para calcular el área de la esfera nos apoyaremos en el cálculo de su volumen.

El volumen de la esfera se puede aproximar sumando los volúmenes de muchas pirámides triangulares iguales, cuyas bases están inscritas en la esfera y cuyos vértices están en el centro de la esfera, como se muestra en la siguiente imagen:



El volumen de la esfera equivale a la suma de los volúmenes de todas las pirámides (supongamos n pirámides). Se obtiene:

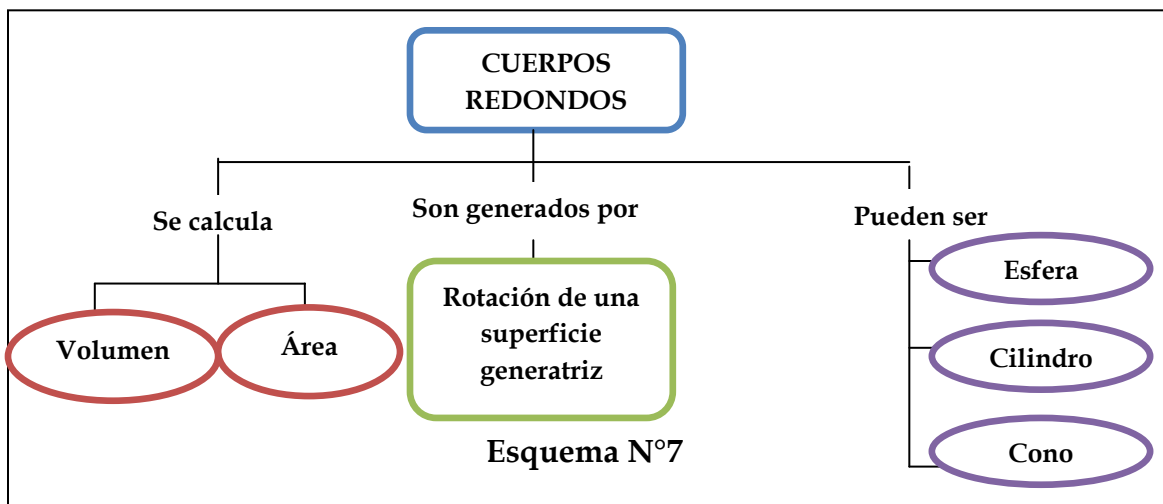
$$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot B_1 \cdot h + \frac{1}{3} \cdot B_2 \cdot h + \dots + \frac{1}{3} \cdot B_n \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (B_1 + B_2 + \dots + B_n) \cdot h$$

Se observa que la suma de las bases de las pirámides $B_1 + B_2 + \dots + B_n$ equivale al área total de la esfera, y h, en este caso, es igual a r, el radio de la esfera; entonces:

$$V_{esfera} = \frac{1}{3} \cdot A_{esfera} \cdot r = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$$

Luego, despejando, $A_{esfera} = 4\pi r^2$.

A continuación en el Esquema N°7, se presenta un resumen de los contenidos:



3.2 VISUALIZACIÓN

Diversos investigadores se han preocupado de estudiar esta área, a la que se le suele dar diversos nombres tales como percepción espacial o visual, imaginación espacial, visión espacial o visualización.

Sin duda la visualización está adquiriendo una mayor importancia en la educación matemática, pudiendo favorecer el aprendizaje, asimismo posibilita crear en la mente una imagen visual de un concepto abstracto.

Según **Gutiérrez. A. (1991)** "El elemento básico central en todas las concepciones de percepción visual son las imágenes mentales, es decir las representaciones mentales que las personas podemos hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos, entre otros". Dentro de las cuales encontramos:

- **Imágenes concretas pictóricas:** corresponden a imágenes simbólicas de objetos físicos.
- **Imágenes de fórmulas:** consiste en la visualización mental de fórmulas o relaciones esquemáticas de la misma manera como se las vería, por ejemplo en libro de texto.
- **Imágenes de patrones:** son imágenes de esquemas visuales correspondientes a relaciones abstractas.
- **Imágenes cinéticas:** se trata de imágenes en parte físicas y en parte mentales, ya que en ellas tiene un papel importante el movimiento de manos, cabeza, etc.
- **Imágenes dinámicas:** son imágenes mentales en las que los objetos o algunos de sus elementos se desplazan.

De acuerdo a **Bishop, A.J. (1989)** Las imágenes visuales son objetos que se manipulan en la actividad de visualización, la cual se realiza según dos tipos de procesos:

- **Proceso visual:** consiste en una transformación de información abstracta de imágenes visuales y también el proceso de transformación de unas imágenes visuales ya formadas en otras.
- **Interpretación de información figurativa:** este es el proceso de comprensión e interpretación de representaciones visuales para extraer la información que contiene.

En el contexto de la didáctica matemática existen diversas investigaciones sobre la visualización desde tres diferentes perspectivas: cultural, cognitiva y sociológica **Dreyfus, T. (1994)**

En el ámbito cultural, una demostración visual logra ser realmente una demostración matemática, debido a que se asume un lenguaje implícito en el cual han de expresarse las demostraciones, teniendo consecuencias sobre la concepción que se tiene acerca de la matemática. Activa la metodología del hacer matemático. Juegan en este sentido un papel fundamental la contextualización histórica de los problemas, el reconocimiento de construcciones llevadas a cabo en otro momento histórico y la discusión y puesta en común de conjeturas y estrategias que parten de diferentes niveles conceptuales.

Desde un enfoque cognitivo, el proceso de traducción entre una imagen visual y su correspondiente analítica, y las condiciones que pueden hacer que una imagen intuitiva facilite o limite el razonamiento y la resolución de un problema. Así mismo el modo en el que los estudiantes construyen estas imágenes es fundamental y revela diferentes niveles de maduración matemática.

El enfoque sociológico, por último, aportará las referencias necesarias para atender la diversidad de estudiantes y su galería de imágenes visuales, los diferentes niveles de conocimiento en matemáticas y el nivel de experto del profesor. Fundamentalmente considerar que relación con la matemática ha establecido quien resuelve el problema, para poder determinar cuando un diagrama visual puede conducir a la solución de un problema o no.

Este trío de perspectivas serán utilizadas como soporte teórico, las cuales demandan de una definición del término visualización. Por esto nos referiremos a la visualización como: “Un proceso que se comparte entre estudiante-profesor, el cual requiere de la actividad de encontrar la imagen o relación entre esa imagen y el problema que se está resolviendo, además de las representaciones intuitivas y geométricas que pueden presentar las ideas y los conceptos matemáticos, que permiten al estudiante la exploración de un problema y, al menos, una primera aproximación a su solución”.

Para el estudiante de matemáticas la visualización debe ostentar los siguientes roles (Arcavi, A. 2003):

- Ejercer como base e ilustración de resultados simbólicos.
- Absolver los problemas existentes entre resultados correctos simbólicos y percepciones incorrectas.
- Innovar ciertas características en los conceptos, muchas de las cuales pueden ser obviadas por las soluciones formales.

Estos aspectos otorgan a los alumnos ver la matemática con otra mirada, distinto al de una ciencia aplicada. Así mismo, un estudiante que no necesariamente participa de forma clara en la resolución de problemas, puede ser un espectador de las imágenes, las cuales pueden llegar a influir en el significado que otorga a la demostración y en particular al papel que juegan las construcciones geométricas en el proceso de solución de un problema.

Actualmente los avances de la ciencia y la tecnología han puesto a disposición del docente variados instrumentos que pueden ser utilizados como elementos mediadores en el proceso de visualización en el desarrollo de su actividad didáctica.

En cuanto a sus precursores **Plasencia, I. (2000)** señala variadas interrogantes sobre tecnología y visualización, tales como: ¿de qué manera el computador en general y los gráficos posibles a realizar con algún software interactivo, pueden ser utilizados de manera efectiva para promover el conocimiento matemático?, ¿de qué manera ayuda el computador a enseñar positivamente, y que nuevos problemas, temas o campos de las matemáticas se plantean con las nuevas tecnologías? Además plantea, que el pensamiento visual proporciona a los alumnos nuevos caminos para pensar y hacer matemáticas.

Por su parte **Hitt, F. (2003)** hace una reflexión sobre las nuevas tecnologías en el aula de las matemáticas y protege su uso como un instrumento, no como un fin. Insiste que el fin de la utilización del ordenador en el aula, debe ser un recurso didáctico, disponible tanto para el profesor como para los alumnos, además de ser un medio para coordinar los diferentes registros de representación de un concepto.

Por otro lado **Malbran, M. y Pérez, V.(2002)** Señalan que el uso de imágenes para acceder, procesar y manipular información reúne representaciones exclusivas del aprendizaje. Estas pueden consistir en los diversos procesos cognitivos. Las imágenes más que suplir o complementar la lectura de textos de enseñanza, favorecen la comunicación de ideas y la flexibilidad cognitiva, enfatizan en la autonomía y la participación activa en el enseñar y aprender.

Finalmente el objetivo de adaptar a los estudiantes con la interpretación de diagramas visuales en el proceso de resolución de un problema no es exclusivamente hacer que una imagen conduzca a la solución, si no activar tanto sus herramientas conceptuales como su reflexión sobre lo que significa resolver el problema y sobre el significado mismo de la demostración.


3.3 SOFTWARE EDUCATIVO “AUTOGRAPH”


En la actualidad existe suficiente prueba de que la enseñanza de las matemáticas en los niveles medios y superiores con un software dinámico es más efectiva, eficiente y, sobre todo, divertida (tanto para el profesor como para el estudiante). Autograph 3 está en la avanzada del uso de objetos matemáticos dependientes y seleccionables para trabajar con principios de probabilidad y estadísticas, así como de la geometría analítica 2D/3D.


El programa mencionado anteriormente tiene como objetivo ayudar al alumno a obtener una visualización de cómo obtener sólidos generados por rotación o traslación, para eso se presentará a continuación las herramientas del programa.


3.3.1 HERRAMIENTAS GENERALES


El programa consta de diversas herramientas, dependiendo de la funcionalidad que el individuo desea. Sin embargo están las herramientas básicas, que va desde cómo se abre una página a como se debe guardar.

 Agregar nueva página estadísticas 1D.


 Agregar nueva páginas gráficos 2D.

 Agregar nueva página gráficos 3D.


 Abrir nuevo archivo de Autograph.

 Guardar página activa como archivo.


 Deshacer.

 Clave de ecuación/ objeto debajo.


 Clave de ecuación / objeto al lado.

 Ajuste de enteros [sólo nivel estándar].


 Ajuste de 0,1 [predeterminado en nivel avanzado].


 Ángulos en grados, radianes [sólo avanzado].

 Cuadro de resultados (un archivo de texto con los resultados recientes).

 Historial de ecuaciones (2D y 3D).


 Editar ejes.


 Cuadro de texto.

 Barra de estado modos activada/ desactivada.


 Controladores de constantes.

 Controladores de animación.

 Modo pizarra.


 Grosor de línea.


 Color de línea.

 Modo Selección. Selecciona si se encuentra sobre un objeto:

En 2D, arrastra un rectángulo alrededor de puntos para seleccionarlos.


En 3D, actúa igual que el modo arrastre.

 Modo punto: Coloca puntos libres o sobre objetos. Si se utiliza el modo punto + Ctrl: busca intersecciones en $f(x)=0$ o $f(x)=g(x)$. El punto del ratón se convierte en un pequeño círculo cuando se encuentra sobre una intersección.

 Modo arrastre, en 1 y 2D: Arrastra los ejes completos; todo se vuelve a dibujar y en 3D, rota la escena.

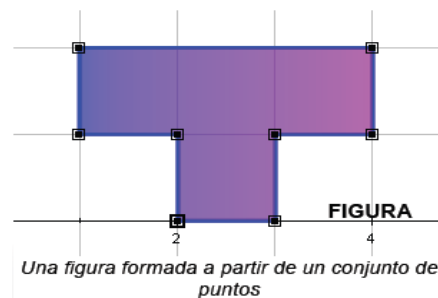
En lo anterior se dio a conocer las herramientas básicas del programa, ahora es necesario enfocarse en herramientas más específicas para poder lograr nuestro objetivo, el cual es generar figuras a partir de rotación o traslación.

3.3.2 CREACIÓN Y EDICIÓN DE FIGURAS

 Las figuras se pueden crear en Autograph seleccionando un número de puntos y usando la opción de menú contextual “Agrupar en figura”. Otra opción es usar el botón “Agregar figura” para introducir las coordenadas, o usar una figura preestablecida (banderín, cuadrado unitario, rectángulo). La opción predeterminada es rellenar la figura.

Para seleccionar una figura, haga clic en la parte sombreada. Puede alterar su aspecto mediante la opción de menú contextual “Opciones de dibujo”.

Puede arrastrar una figura (arrastrando la parte sombreada), o arrastrar cualquiera de sus puntos por separado. Para editar una figura, haga doble clic en la misma. Una figura seleccionada también se puede mover mediante las flechas de dirección.



3.3.3 CREACIÓN DE FIGURAS DEPENDIENTES

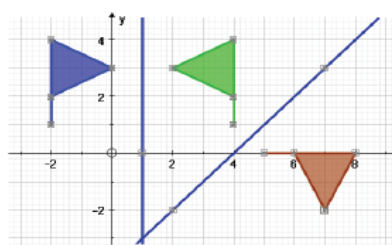
Con una figura seleccionada, puede crear otra dependiente:

- Una reflexión en el eje x o y.
- Un recorte en el eje x o y (introducir el factor de recorte).
- Un estiramiento en el eje x o y (introducir el factor de estiramiento).
- Una transformación introduciendo una matriz de 2x2 [sólo nivel Avanzado].

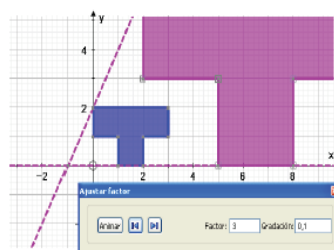
Con una Figura y un punto seleccionados, puede crear otra figura:

- Una ampliación (introducir el factor inicial).
- Una rotación (introducir el ángulo inicial).

- Con una FIGURA y cualquier LÍNEA RECTA (creada o mediante una ecuación) seleccionadas, puede crear una figura dependiente
- Se puede crear una reflexión con una FIGURA y un VECTOR seleccionados, puede crear una segunda figura dependiente
- Se puede crear una traslación si el vector se basa en dos puntos, puede animar esta traslación moviendo el punto final del vector



Seleccione una figura y una línea para la reflexión



Seleccione una figura y un punto para la ampliación

3.3.4 ANIMACIÓN DE UNA FIGURA TRANSFORMADA DEPENDIENTE

⚡ Para animar un recorte, estiramiento, una ampliación o rotación, se debe seleccionar la figura nueva y usar el controlador de animación para modificar el factor o ángulo dinámicamente, o para configurar una animación automática.

3.3.5 VOLÚMENES GENERADOS POR REVOLUCIÓN

El entorno 3D de Autograph proporciona una configuración natural para el estudio de volúmenes de revolución. La secuencia que se debe seguir es:



1. **Seleccione "Orientación x-y"** en una página 3D



2. **Introduzca un gráfico $y = f(x)$ y seleccione "Trazar como ecuación 2D"**

P. ej.: $y = \text{sen}x$, o $2y = 4 - x^2$



2. Cree un área debajo de la curva

Bien puede: seleccionar el gráfico o seleccionar dos puntos adjuntos al gráfico.

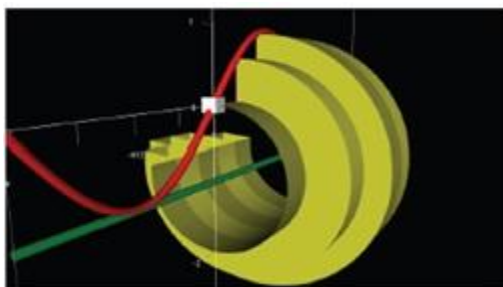
Use entonces la opción de menú contextual “Área”. Funciona exactamente igual que en 2D con las cuatro opciones:

Rectángulo (+), Rectángulo (-), Regla de trapecio, Regla de Simpson e introduzca los límites x para el área (si aún no están definidos por puntos) e introduzca el número de divisiones (que posteriormente se puede modificar de forma dinámica).

“Mostrar centroide”: (;) para el área como un punto “calculado”.



4. “Trazado lento”: verá abrirse lentamente el volumen.



Si se usa el trazado lento, el volumen puede mostrarse lentamente. El controlador de animación también puede realizar esta acción manual o automáticamente.



5. Seleccione el área. Use la opción de menú contextual


“Calcular volumen”. Introduzca eje de rotación y = ...

(Introduzca un número o una constante. Valor predeterminado:

y = 0, el eje x).

“Mostrar centroide”: (;) para el volumen como un punto “calculado”.

Barra de estado: muestra el volumen (como múltiplo de π , y área).

 6. Seleccione el volumen: use el **“Controlador de animación”** para modificar:

- El volumen (de 0 a 2π , o 360°).
- El número de divisiones.

Se pueden variar manualmente mediante las teclas de dirección Arriba/Abajo, o mediante las opciones de “Animar”.

Si se utiliza la **regla de Simpson**, el volumen aparecerá muy uniforme y el cálculo (en la barra de estado) será el más exacto.

3.3.6 OTRAS OPCIONES

◆ **Volumen entre $x = f(y)$ y un eje $x = k$.**

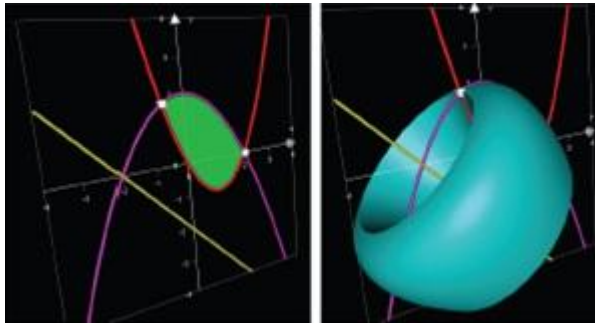
Todo funciona a la inversa.

◆ **Volumen de un área entre dos funciones**

Cree un área como en 2D: seleccione las dos funciones o un punto en cada una.

◆ **Volumen de revolución de un área sobre cualquier línea recta.**

Seleccione el área y cualquier línea recta. El volumen resultante se crea, pero no se calculan las líneas con pendiente



Se pueden crear volúmenes entre dos curvas cualesquiera y sobre cualquier línea recta. Aquí la regla de Simpson crea una superficie uniforme.

**CAPÍTULO IV:
MARCO METODOLÓGICO.**

4.1 TIPO DE METODOLOGÍA

Consideramos las metodologías utilizadas en nuestra investigación, corresponden a un **enfoque cuantitativo y cualitativo**.

La investigación cuantitativa es aquella que emplea la recolección y el análisis de datos sobre variables, para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, del mismo modo, determina la fuerza de asociación o correlación entre variables, la generalización y objetivación de los resultados a través de una muestra para hacer inferencia a una población de la cual toda muestra procede. Tras el estudio de la asociación o correlación pretende, a su vez, hacer inferencia causal que explique por qué las cosas suceden o no de una forma determinada. Por lo demás confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento de una población.

Por otro lado la investigación cualitativa busca la subjetividad, y explicar y comprender las interacciones y los significados subjetivos individuales o grupales de una muestra.

4.2 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Un diseño de investigación es un plan o estrategia que se despliega para alcanzar la información que se solicita en una investigación. Por lo demás se trata de corroborar si es o no cierto el estudio elegido para resolver la investigación, del mismo modo si es que resultó interesante su organización de solución.

El diseño de esta investigación de carácter **cuasi experimental**, debido a que los grupos de estudiantes (experimentales y/o control), son aquellos que los sujetos no se determinan al azar, al contrario, son grupos experimentales

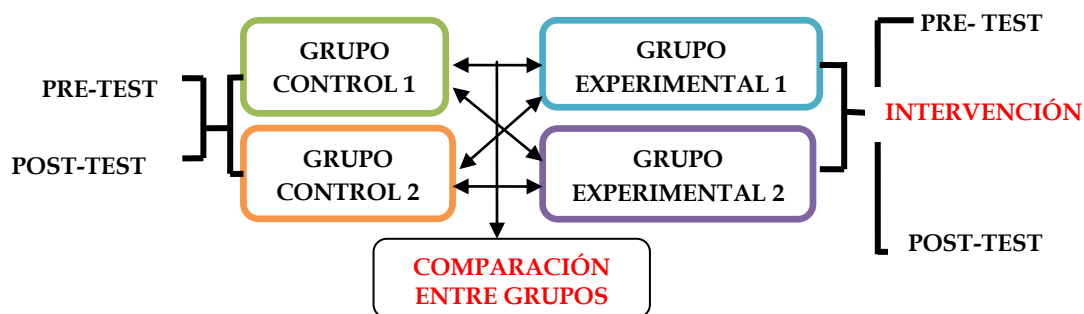
intactos, esto quiere decir que la razón por la que surgen y la manera como se constituyeron es independiente del experimento.

Al mismo tiempo, logran su validez interna a medida que se demuestre la equivalencia inicial de los grupos participantes y la equivalencia en el proceso de experimentación.

En esta investigación se tendrán dos grupos experimentales (Colegio Charles Darwin y Scuola Italiana), a los cuales se les aplico el Pre-Test, la Intervención a través de fichas didácticas, con el uso del Software Autograph y un Post-test.

Por otro lado tenemos dos grupos controles (Colegio bicentenario Mary Graham y Colegio Alemán) a los cuales se les aplico solo el pre-test y el post-test. Ahora una vez aplicados los test se hicieron las comparaciones correspondientes entre los grupos controles y los grupos experimentales.

En el Esquema N° 8 se refleja la intervención a realizar:



Esquema N° 8

4.3 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Las hipótesis a considerar, corresponden a hipótesis de tipo “causales bivariadas” ya que estas establecen una relación causa-efecto, en donde se plantea una relación entre una variable independiente y una variable dependiente.

A continuación presentamos las hipótesis establecidas para nuestro trabajo de investigación:

4.3.1 Hipótesis general

La propuesta metodológica PEVIREP, mejorará el rendimiento, el aprendizaje significativo y la visualización, correspondiente al tema de “Volúmenes generados por rotación y traslación de figuras planas” en alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media.

4.3.2 Hipótesis nula

La propuesta metodológica PEVIREP, no mejorará el rendimiento, el aprendizaje significativo y la visualización, correspondiente al tema de “Volúmenes generados por rotación y traslación de figuras planas” en alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media.

4.4 UNIDADES DE ANÁLISIS

En nuestra investigación la unidad de análisis fue el estudiante de enseñanza media, específicamente los alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media, en la asignatura de matemática, donde se aborda el tema de sólidos generados por rotación o por traslación de figuras planas.

4.5 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES

4.5.1 Variables independientes:

- **Propuesta de enseñanza para la visualización en la resolución de problemas.**

Propuesta de enseñanza basada en el uso del software AUTOGRAPH, que implica el diseño de guías didácticas, las cuales estimulan el aprendizaje significativo y cooperativo. La cual involucra la resolución de problemas, elaboración de mapas conceptuales y el uso mismo del programa. Considerando a los estudiantes de la muestra.

- **Metodología tradicional.**

La propuesta utilizada actualmente, la cual consta de clases expositivas y resolución de guías conductistas. Los alumnos reciben toda la información en lo referente a definición conceptual y aplicación. Considerando a los estudiantes de la muestra.

4.5.2 Variables dependientes:

- **Aprendizaje significativo**

Definición conceptual: Proceso interno del estudiante, en el cual relaciona un nuevo concepto con la estructura cognitiva propia.

Definición Operacional: Comparación del aprendizaje obtenido en el pre-test y el post- test, a través de los mapas conceptuales y el trabajo colaborativo.

- **Rendimiento Académico**

Definición Conceptual: Las calificaciones que presenta un determinado estudiante en una determinada asignatura y durante un periodo de tiempo establecido.

Definición Operacional: comparación del rendimiento académico obtenido en el pre-test y el post-test.

- **Visualización**

Definición Conceptual: Generación de una imagen mental o una imagen real de un estudiante sobre un objeto matemático.

Definición Operacional: comparación de la visualización obtenida en el pre-test, post-test y encuestas.

4.6 POBLACIÓN

La población en estudio estuvo compuesta por alumnos que cursan Cuarto Año de Enseñanza Media de los establecimientos, a continuación señalados:

- Colegio Charles Darwin de Villa Alemana.
- Colegio Bicentenario Mary Graham de Villa Alemana.
- Scuola Italiana de Villa Alemana.
- Colegio Alemán de Villa Alemana.

Los cuales cursan la asignatura de matemáticas en el segundo semestre del año 2012, donde a los alumnos se les ha instruido sobre los conceptos preliminares y condicionales para introducirse a la unidad de geometría, específicamente en sólidos generados por rotación o traslación de figuras planas.

4.7 MUESTRA

La muestra seleccionada para nuestra investigación, está constituida por un total de:

- 23 alumnos del Colegio Charles Darwin de Villa Alemana.
- 28 alumnos del Colegio Bicentenario Mary Graham de Villa Alemana.
- 27 alumnos de la Scuola Italiana de Villa Alemana.
- 28 alumnos del Colegio Alemán de Villa Alemana.

Los datos nombrados anteriormente, se presentan en la tabla N°6:

Tipo de grupo	Establecimientos	N° de alumnos
E1	Colegio Charles Darwin	23
C1	Colegio Bicentenario Mary Graham	28
E2	Scuola Italiana	27
C2	Colegio Alemán	28
Tabla N° 6		106

Ahora se presentan en el grafico N° 2, la cantidad de estudiantes en investigación, el cual nos indica que los grupos son homogéneos.

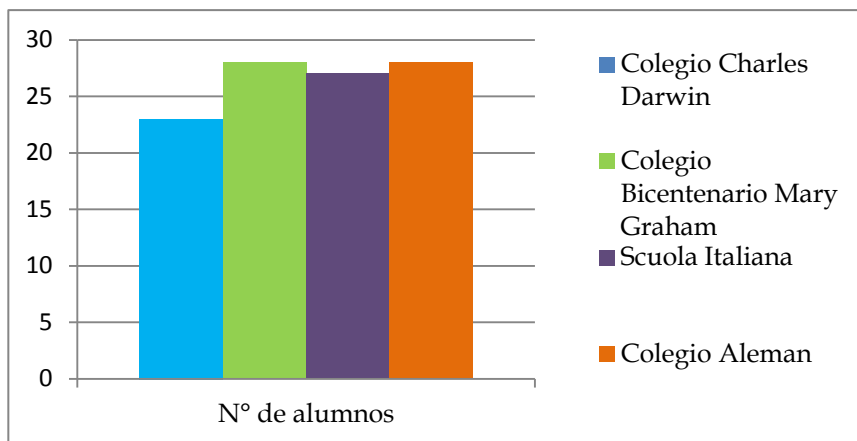


Gráfico N°2

4.8 INSTRUMENTOS EVALUATIVOS

- **Pre- test:** Prueba que consta de dos ítems, el primer ítem corresponde a 3 preguntas de selección múltiple y el segundo ítems a 7 preguntas de desarrollo, de las cuales 2 preguntas son dirigidas a la creación de mapas conceptuales. Su finalidad es medir los conocimientos previos que tengan los alumnos.
- **Fichas didácticas:** En el desarrollo se designaron e implementaron 3 guías didácticas. La primera corresponde a cuerpos generados por rotación, la cual consta de 12 ejercicios de desarrollo. La segunda guía es de sólidos generados por traslación, la cual consiste en 13 ejercicios de desarrollo y la tercera es una guía complementaria la cual posee 15 ejercicios de desarrollo.
- **Post-test:** Prueba que consta de dos ítems, el primer ítem corresponde a 3 preguntas de selección múltiple y el segundo ítems a 7 preguntas de desarrollo, de las cuales 2 preguntas son dirigidas a la creación de mapas conceptuales. Su finalidad es medir el aprendizaje, el rendimiento y la visualización de los alumnos adquiridos después de la intervención PEVIREP.
- **Encuesta (post-test):** Encuesta que consta de 5 preguntas, la cual tiene como finalidad verificar la variable de visualización.

4.9 DESCRIPCIÓN DE LOS ESTABLECIMIENTOS

4.9.1 ESTABLECIMIENTO E₁

Colegio Charles Darwin.

- **UBICACIÓN:**

Paradero 10 de Villa Alemana en la Calle Venecia 336 a tres cuadras del camino troncal.

- **CONTACTO**

Mail: contacto@charlesdarwinva.cl

Teléfono: Secretaría-Dirección: 032-324347

- **HISTORIA**

En un comienzo el predio que actualmente es el Colegio, pertenecía a la familia Martínez Pereira, quienes cedieron la casa patronal y terrenos de la Quinta Vicente Martínez para que sirviera de escuela pública. Con fecha 11 de abril de 1963, fue creada la Escuela Mixta de Segunda Clase Rural N° 163, que era una casa de dos pisos con una gran piscina. La planta docente estaba compuesta por cinco profesores a cargo de seis cursos, con una matrícula de 230 niños, que iban de primero a sexto año preparatoria, y su primer Director fue el Sr. Enrique La barca Guerra. En febrero de 1982, los establecimientos educacionales de la comuna fueron traspasados a los Municipios, siendo Alcalde Don Raúl Bustamante Bertoglio. En el año 1983, durante la Dirección del señor Luís Morales Videla, es entregada la nueva estructura, pasando a ser "Colegio

F - 403", se creó el Primer Año de Enseñanza Media, dando lugar a dos cursos.

En el año 1984, aumenta la matrícula al crearse el segundo y tercer año de enseñanza media, bajo la Dirección de la Sra. Mirta Guzmán Letelier. De acuerdo a los Decretos Supremos de Educación números 1.673/79; 10.274/81 y 632/83 Resolución N° 1.50/80 de la Contraloría General de la República denomina al Colegio F- 403 con el nombre de "Charles Darwin", en memoria del ilustre científico inglés, quién prestó valiosos servicios al país. En el año 1988 asume la Dirección del Establecimiento, la Sra. Teresa Villarroel Toledo, quién crea el primer cuarto año medio, edificando para ello dos salas de clases, completándose así la enseñanza media. Actualmente el Colegio Charles Darwin de Villa Alemana, cuenta con 17 cursos, que van desde Prekinder a Cuarto de Enseñanza Media, con un total de 622 alumnos, una planta docente de 32 profesores y dieciocho asistentes de la educación.

En el año 2010 el profesor de educación musical Sr. Patricio Santibáñez Gaete junto con la colaboración de los alumnos de educación musical crearon el himno del establecimiento.

El Colegio está ubicado en el paradero 10 de Villa Alemana en la Calle Venecia 336 a tres cuadras del camino troncal, atiende a una población que corresponde al estrato medio bajo.

El Colegio está rodeado de una plazoleta y de casas de población lo que permite que el entorno sea agradable y de buen aspecto. Lugar tranquilo y también lo es el comportamiento de las familias donde no se aprecian discusiones, gritos ni peleas.

- **VISIÓN**

Ser una comunidad educativa que propicie un proceso de enseñanza y aprendizaje efectivo, con capacidad de liderazgo; a fin de promover y desarrollar en el alumno capacidades y competencias personales que le permitan una adecuada inserción social, que le posibilite adaptarse a los cambios de un mundo globalizado.

4.9.2 ESTABLECIMIENTO C1

Liceo Bicentenario Mary Graham

- **UBICACIÓN**

Calle Porvenir 1135 Villa Alemana.

- **CONTACTO**

Sitio web: <http://www.liceobicentenariomarygraham.cl/>

Teléfono: (032) 324 34 69

- **HISTORIA**

La historia del Liceo Técnico Profesional Mary Graham, comienza el 15 de Julio de 1929, cuando bajo el gobierno de Carlos Ibáñez del Campo por decreto se establece: Vista la nota 3202 de la Dirección General de Educación Primaria, Se decreta:

“Crease a contar de esta fecha, una escuela mixta en “Quebrada de Escobares”, que funcionara con el N° 136 del Departamento de Valparaíso.”

Dicha escuela estaría en funcionamiento en Quebrada de Escobares, hasta el año 1965, cuando fue trasladada a una propiedad ubicada en calle Arrieta N° 596, Comuna de Villa Alemana.

El año 1966, producto del sismo del año 1965, bajo la presidencia de Don Eduardo Frei Montalva, el establecimiento fue reubicado en un local provisorio en calle Maturana esquina Almirante Neff, gracias al Plan Extraordinario de Construcciones Escolares.

El año 1978 pasa a denominarse Escuela F-400, hasta el año 1982 la escuela dependía del Ministerio de Educación, a partir de ese año y según convenio celebrado el 18 de Enero de 1982, entre el Ministerio de Educación Pública y la ilustre Municipalidad de Villa Alemana se realizó el traspaso a la administración municipal.

En 1985, bajo la dirección de la Sra. Teresa Holger Osorio, y a partir de una solicitud emanada de toda la comunidad educativa, se dicta con fecha 16 de Septiembre el decreto N° 308 que la denominara “Escuela F-400 Mary Graham”. El nombre en honor de la escritora y poetisa inglesa Mary Graham quien llegó a Chile el 28 de Abril de 1822 permaneciendo en el país hasta el año 1823. El nombre se asocia a la inquietud de impartir el idioma inglés en el establecimiento, desde el ciclo Pre-básico hasta 8° Básico, lo que se hará efectivo a partir del año 1986.

En el año 1987 se crea la banda de guerra del establecimiento, dicha banda ha sido reconocida a nivel municipal y regional, siendo nombrada “Embajadora Turística y Cultural” de Villa Alemana mediante Decreto Alcaldicio N° 716 en el año 1994.

Uno de los hitos importantes en la historia del Liceo, es cuando el año 1991, a partir de un proyecto elaborado por el profesorado, y con fecha 28 de Junio, y según lo dispuesto en Resolución Exenta N° 939 que complementa el Decreto 364 de 1982:

“Se autoriza a la Escuela F-400, para impartir la Enseñanza Media Técnica Profesional gratuita, el establecimiento también está autorizado para impartir Enseñanza Media Científico Humanista.”
La especialidad impartida por el establecimiento es la Marítima: Técnico portuario.

El 3 de Agosto de 1994 por Decretos Supremos de Educación, la Escuela F-400 Mary Graham pasa a denominarse Liceo Técnico Profesional” Mary Graham”, nombre que conserva hasta la fecha. Ese año también egresa la primera promoción.

En Agosto de 1997 comienza la transformación del establecimiento para lo cual los alumnos de Enseñanza Básica es trasladada al Centro de Atención Diurna (CAD). La Enseñanza Media a la escuela D-398 Miguel de Cervantes y la Educación Pre-básica a dependencias de la Escuela D-411.

En Noviembre del año 1998 se termina la obra de construcción, encontrándonos el año lectivo de 1999 con un establecimiento recién inaugurado y dirigido por la Sra. Teresa Holger Osorio. De ahí en adelante debido a diferentes iniciativas gubernamentales y al trabajo colaborativo de la comunidad educativa, el Liceo Mary Graham en su continuo esfuerzo por mejorar el aprendizaje de sus alumnos, ha destacado a nivel comunal y regional en el logro de las metas de

aprendizajes siendo uno de los 30 Liceos Bicentenarios a nivel nacional y uno de cuatro a nivel regional.

- **VISIÓN**

“Queremos ser una Comunidad Educativa de referencia, al servicio del crecimiento y desarrollo de todos sus integrantes, respetando la diversidad; y, donde se conjuguen la tradición nacional, la cultura y la innovación; en la que nuestros alumnos logren una sólida formación como personas capaces de empatizar, solidarizar y relacionarse, utilizando el diálogo y la comunicación como un instrumento de realización, en un ambiente de respeto, justicia y equidad en la convivencia, posibilitando su integración a diferentes propuestas educativas como agentes y protagonistas de su propio aprendizaje”.

4.9.3 ESTABLECIMIENTO E₂

Scuola Italiana de Villa Alemana.

- **UBICACIÓN**

Maturana 246 / Villa Alemana

- **CONTACTO**

Sitio web: www.scuolaitalianava.cl

Teléfono: (032) 2950247 - 2955621

- **HISTORIA**

El 12 de octubre de 1912 se fundó en Valparaíso la Società Italiana d'Istruzione, iniciativa destinada a traducir en una institución educativa

los valores, tradición y cultura de Italia. Esta idea surgió a raíz de la inquietud de la colonia italiana residente tanto por aportar al desarrollo del país que los había acogido con la riqueza de la milenaria civilización itálica y, al mismo tiempo, superar la lejanía física y espiritual con su patria materna.

Luego, en la década de los '50, la Società Italiana d'Istruzione amplió su radio de acción hasta la vecina comuna de Villa Alemana, en donde administró por muchos años un establecimiento como filial del colegio en Valparaíso, hasta que por diversas razones de buen funcionamiento, y reconocimiento la capacidad de la colonia italiana residente en Villa Alemana completa, decidió entregar directamente la gestión de esta escuela a la comunidad italiana de Villa Alemana.

Así fue que la creación de la Scuola Italiana Girolamo Longhi y su posterior crecimiento constituyó por años un desafío para los directivos del Sportivo Italiano, constituidos en un comité responsable de llevar adelante una ambiciosa obra como era la mantención de una escuela italiana que no sólo sirviera para la educación de sus propios hijos, sino que, por sobre todo, fuera un referente de la cultura italiana y un aporte, por lo tanto, a la formación de todos los jóvenes de Villa Alemana que pudieran recibir los beneficios de este auténtico faro de la civilización italiana. El 23 de enero de 1951 el Comité Pro-Scuola acordó adquirir la propiedad ubicada en el sector de calle Maturana esquina Victoria, dándose inicio a las clases el 16 de marzo del mismo año con una matrícula de 96 alumnos.

Desde esa fecha y hasta el año 1970 se impartieron los cursos de 1° a 6° año básico, pero como se trataba de entregar un servicio integral, se fueron ampliando los niveles. Desde 1971 a 1976 se incorporó la

Educación Pre-Básica y se completaron todos los cursos de la Enseñanza Básica.

En 1978, bajo el Decreto Cooperador 2708, la Scuola comienza con la Enseñanza Media, lográndose en 1982 el egreso de los primeros alumnos de 4º año medio, en respuesta a las necesidades de la colonia y de la comunidad general de Villa Alemana. Todo esto surge como una respuesta de una demanda del entorno social, que requería contar con establecimientos educacionales de calidad que proporcionaran a los estudiantes la posibilidad de cursar la enseñanza básica y media completa.

Hoy, la Scuola Italiana Girolamo Longhi cuenta con una matrícula total de 363 alumnos, distribuidos de Pre- Giardino a Cuarto Medio, todos los cuales, al igual que quienes los antecedieron se han venido formando bajo la referencia de la cultura italiana, heredera directa de la civilización latina que ha dado al mundo actual elementos tan relevantes como el Lenguaje y el Derecho, por lo que se ha mantenido la enseñanza trilingüe como sello característico de la Scuola. Todas estas contribuciones han sido el resultado directo del esfuerzo de decenas de personas, entre los directivos, docentes y el personal auxiliar, que a lo largo de los años han comprendido la relevancia de su compromiso y han demostrado su capacidad para entregar a los jóvenes una formación que trasciende de lo netamente.

- **VISIÓN**

Sustenta una visión en la que le interesa entregar **formación y educación** para sus estudiantes pero también, quiere brindar a todos los alumnos y alumnas una efectiva oportunidad de desarrollar **valores**,

capacidades y destrezas que les permitan crecer como hombres y mujeres íntegros, contribuir al bienestar de la sociedad en la que se insertan y ayudar al propósito de construir un país mejor para todas las personas.

4.9.4 ESTABLECIMIENTO C₂

Colegio Alemán de Villa Alemana.

- **UBICACIÓN**

Arrieta N° 460. Villa Alemana

- **CONTACTO**

Sitio web: <http://www.colegioalemanvillaaalemana.cl/>

Teléfono: 2950076

- **HISTORIA**

El Colegio Internado Alemán fue fundado en Octubre de 1918, siendo el establecimiento más antiguo de la ciudad de Villa Alemana. En el año 1954 un grupo de ciudadanos alemanes crea un internado para acoger a los numerosos alumnos procedentes de los más apartados lugares del país. A partir del año 1972 el colegio se abre a la comunidad recibiendo alumnos externos provenientes de la comuna y de otras ciudades cercanas a Villa Alemana. Nuestro Colegio, Particular, Privado y Laico centra su quehacer en la formación de un alumno como persona que posea un desarrollo integral.

- **VISIÓN**

Una formación valórica que le permita discernir y trascender enfatizando el amor al prójimo como un elemento esencial de solidaridad

y justicia social, a través de conductas éticas y morales que las manifiestan.

Promover los vínculos de unión, respeto y amistad con la tradición y la cultura germana, incentivando el amor al trabajo, la perseverancia y la excelencia en todo su quehacer estudiantil y la enseñanza del idioma alemán.

Estimular y fortalecer el desarrollo físico a través del deporte y la recreación. Creando las condiciones para desarrollar habilidades y destrezas.

Ofrecer una visión cristiana del hombre, orientando su conducta moral y ética, sin discriminación frente a otros cultos religiosos, con tolerancia y respeto por el ser humano.

CAPÍTULO V:
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.

5.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Nuestra Propuesta de Enseñanza para la visualización y resolución de problemas (**PEVIREP**), posee una estructura esquematizada, compuesta de 3 fichas didácticas: Guía N°1: Cuerpos Generados por Rotación, Guía N°2: Cuerpos Generados por Traslación, Guía N°3: Complementaria, con una duración cada una de estas, de dos horas pedagógicas, distribuidas en 4 semanas de trabajo, en los horarios de la Asignatura de Educación Matemática.

Tales fichas didácticas están confeccionadas con un hilo conductor constructivista, en donde el alumno es el principal autor de los aprendizajes tratados en toda la propuesta, con el uso del software AUTOGRPH éstos van reconociendo, descubriendo y desarrollando sus propios aprendizajes, en base a una considerable visualización e involucrándose en la creación de su propio aprendizaje. Así mismo, cada una de las fichas tiene una intención, la cual corresponde a un posible aprendizaje significativo, el cual se refleja en los mapas conceptuales elaborados por los alumnos.

PEVIREP, se estableció fundamentalmente del siguiente modo:

Corresponde a un proyecto cuasi-experimental, puesto que consideró grupos intactos, siendo objeto de estudio los alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media de los establecimientos educacionales: Colegio Charles Darwin de Villa Alemana (E1) y Scuola Italiana de Villa Alemana (E2), correspondientes a los grupos experimentales, Liceo Bicentenario Mary Graham de Villa Alemana (C1) y Colegio Alemán de Villa Alemana (C2), como grupos controles, donde se verifico, según las variables consideradas en esta intervención, que dichos grupos eran homogéneos.

Las variables dependientes que se consideraron fueron el aprendizaje significativo, el rendimiento y la visualización. La primera medible a través de

la pauta para mapas conceptuales, la segunda a través de la pauta de evaluación para los puntajes obtenidos en pre-test y post test y la tercera medible con los resultados de la encuesta final a través de la Escala de Likert y los bosquejos pre-post test.

5.2 CARTA GANTT DE LA INTERVENCIÓN PEVIREP

A continuación se muestra la organización que tuvo el proyecto PEVIREP.

ACTIVIDADES	OCTUBRE				NOVIEMBRE				DICIEMBRE			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Visita previa	■											
Pre-test	■	■	■									
Ficha didáctica N°1		■	■									
Ficha didáctica N°2			■	■	■							
Ficha didáctica N°3				■	■	■						
Post-test					■	■						
Encuesta final					■	■						
Procesamiento de datos						■	■					
Análisis de datos							■	■	■			
Entrega de resultados									■			

5.3 DETALLE DE LA INVESTIGACIÓN

5.3.1 VISITA PREVIA

Reunión con los encargados de los cuatro establecimientos educacionales, ya sea el Director, el jefe de unidad técnica pedagógica y/o el profesor del curso, con el fin de solicitar autorización para la pronta intervención PEVIREP, al mismo tiempo exponer en qué consiste tal investigación.

5.3.2 PRE-TEST

❖ **Descripción general:**

Previo a la intervención PEVIREP, los estudiantes son sometidos a un test con la finalidad de evaluar y analizar los conocimientos previos e interiorizarlos en las distintas actividades en las que trabajaran las siguientes clases, a continuación se da a conocer la distribución de este:

❖ **Duración:** 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana de trabajo.

❖ **Objetivos del test:**

- Conocer el rendimiento en los estudiantes.
- Conocer el aprendizaje significativo en los estudiantes.
- Conocer la visualización en los estudiantes.

❖ **Variables a medir:**

- Rendimiento.
- Aprendizaje significativo.
- Visualización.

❖ **Descripción de los momentos:**

1. **Momento de inicio:** Presentación del grupo de investigación a los alumnos, presentación de las indicaciones y los aprendizajes esperados.
2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo del pre- test.

3. **Momento de término:** Agradecimiento por la colaboración de los alumnos.

❖ **Materiales:**

- Pre-test.

5.3.2.1 Diseño del pre-test:

PRE-TEST

Nombre de la institución: _____.

Curso: _____.

Sector: Matemática.

Unidad: N°3 Geometría.

Aprendizajes esperados:

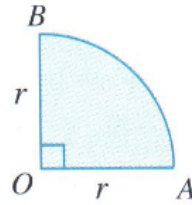
- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

ÍTEMS N°1: Selección múltiple

- I. **Lea cuidadosamente cada pregunta y responda con una X la alternativa que consideres correcta.**

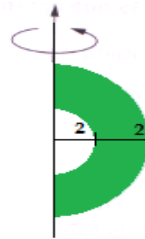
I.1 El sector circular AOB de radio r se hace girar en torno a \overline{OB} . ¿Cuál es el volumen del cuerpo generado?

- a) $\frac{1}{3}\pi r^3$
- b) $\frac{2}{3}\pi r^3$
- c) $\frac{4}{3}\pi r^3$
- d) $2\pi r^3$



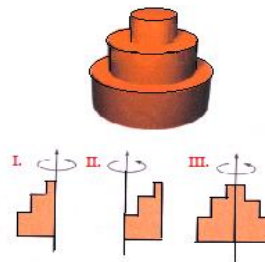
I.2 En la figura se representa la mitad de un anillo circular. El volumen generado al girar este anillo en torno al eje indicado es:

- a) $\frac{16}{3}\pi cm^3$
- b) $128\pi cm^3$
- c) $32\pi cm^3$
- d) $\frac{224}{3}\pi cm^3$
- e) $208\pi cm^3$



I.3 En la imagen está representado un cuerpo generado por una revolución de alguna figura plana. Indica la(s) posible(s) figura(s) generadora(s).

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) I y II
- e) I y III

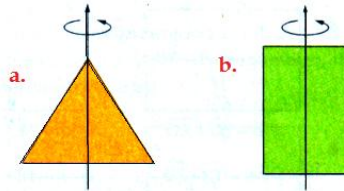


ÍTEMS N°2: Ejercicios de desarrollo

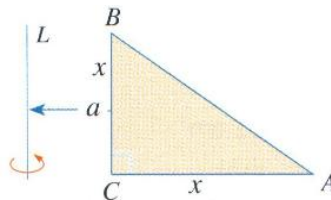
II. Resuelve los siguientes ejercicios propuestos.

II.1 ¿Qué es lo que entiende por sólido de revolución? De una definición.

II.2 Un triángulo isósceles de 16 (cm) de base y 13 (cm) de altura, es equivalente en superficie a un rectángulo de 12 (cm) de base. Halla las áreas laterales de los cuerpos que se generan al girar cada figura en torno a su eje de simetría, ¿estas áreas son equivalentes?, entonces ¿se generan volúmenes equivalentes? , justifica tu respuesta.



II.3 El $\triangle ABC$ es rectángulo isósceles con $\overline{BC} // L$. Si la distancia del centro de gravedad del triángulo a la recta L es a. Bosqueja gráficamente el cuerpo que se genera al hacer girar el $\triangle ABC$, respecto a: la recta L, su lado x y su hipotenusa, ¿tienen alguna característica en común los cuerpos generados?, si es así nómbrala.



II.4 Determina las condiciones que debe haber entre los lados de un rectángulo para que el volumen del sólido generado por rotación en torno a uno de sus lados, sea igual al doble del volumen del sólido que se genera al rotar sobre el otro lado.

II.5 Suponga que un cuadrado tiene uno de sus vértices en el origen, con uno de sus lados sobre los ejes de coordenadas y con una arista de 4 unidades de longitud.

- a) ¿Qué cuerpo se genera al trasladar este cuadrado por un vector $(0, 0, 4)$?
- b) ¿Cuál es el volumen de este cuerpo?
- c) ¿Cuál es el área total del cuerpo generado?

- d) Si el vector de traslación fuera $(0, 0, -8)$, ¿qué cuerpo se generaría?, ¿sería el mismo que el anterior? y ¿cuánto sería su volumen?
- e) ¿Cuál debería ser el vector de traslación que se aplique al cuadrado para generar un paralelepípedo que tenga un volumen igual a 1000 unidades cúbicas?

II.6 Considera el tronco de cono generado por la rotación de un trapecio recto cuyas bases miden 10 (cm), 6 (cm) y cuya generatriz mide 8 (cm).

- a) Bosqueje gráficamente la figura nombrada con anterioridad.
- b) ¿Qué dato es necesario para el cálculo del área y volumen?

II.7 Realiza un mapa conceptual, resumiendo tus conocimientos acerca del tema.

Cabe destacar que el pre-test fue validado a través de un juicio de expertos, tales como: Prof. Oscar Caneo, Prof. Patricio Canelo y el Dr. Carlos Silva, pertenecientes a la Universidad de Playa Ancha y a la Universidad de Valparaíso, además del análisis de confiabilidad expuesto en el capítulo 6 correspondientes a análisis de datos.

5.3.2.2 Pautas de corrección del Pre-Test:

- **Pauta de corrección Ítem N°1.**

	ÍTEM N°1		
	I.1	I.2	I.3
Respuesta correcta	b	d	e
Puntaje máximo (pts.)	1	1	1
Puntaje mínimo (pts.)	0	0	0

- **Pauta de corrección Ítem N°2, pregunta II.0.**

Indicadores	5 pts.	4 pts.	3 pts.	1 pts.	0 pts.
Definición	Muestra entendimiento en conceptos de propiedades de sólidos.	Comete algunos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	Identifica pocos conceptos de las propiedades de sólidos.	No identifica conceptos de las propiedades de sólidos.	No aplica.

- **Pauta corrección Ítem N°2.**

ITEM N°2					
	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
Desarrollo	4 pts.	2 pts.	3 pts.	3 pts.	2 pts.
Bosquejo	1 pts.	3 pts.	2 pts.	2 pts.	3 pts.
Resultado	5 pts.	5 pts.	5 pts.	5 pts.	5 pts.

- **Rúbrica para corrección de mapas conceptuales.**

Indicadores	7 PTS (C/U)	6 PTS (C/U)	5 PTS (C/U)	4 PTS (C/U)
Cantidad de conceptos.	Identifica todos los conceptos importantes de las propiedades de sólidos.	Identifica importantes conceptos de las propiedades de sólidos.	Comete diversos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	No muestra ningún conocimiento en torno a las propiedades de sólidos.

Definición conceptual.	Muestra entendimiento en conceptos de propiedades de sólidos.	Comete algunos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	Identifica pocos conceptos de las propiedades de sólidos.	No identifica conceptos de las propiedades de sólidos.
Relaciones conceptuales.	Muestra conocimiento de las relaciones entre las propiedades de sólidos.	Realiza algunas conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.	Realiza muchas conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.	Realiza en su totalidad conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.
Ejemplos.	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos sin equivocación en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos con algunas equivocaciones en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo pocos ejemplos con varias equivocaciones en su desarrollo.	El resultado final no es un mapa conceptual.
Relaciones entre conceptos de diferentes jerarquías.	Coloca los conceptos en jerarquías y conexiones adecuadas.	Coloca algunos de los conceptos en jerarquías y conexiones con equivocaciones.	Coloca sólo unos pocos conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.	No coloca conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.

Trabajo en equipo.	Respeto en todo momento las opiniones de los integrantes del grupo. Siempre aportó al logro de los objetivos. Buscó y sugirió soluciones a los problemas.	Casi siempre respetó las opiniones de los integrantes del grupo. Casi siempre aportó al logro de los objetivos. Casi siempre buscó y sugirió soluciones a los problemas.	Pocas veces respetó las opiniones de los integrantes del grupo. Pocas veces aportó al logro de los objetivos. Pocas veces buscó y sugirió soluciones a los problemas.	No respetó las opiniones de los integrantes del grupo. No aportó al logro de los objetivos. Muy pocas veces o ninguna buscó y sugirió soluciones a los problemas.

5.3.3 INTERVENCIÓN PEVIREP

La propuesta PEVIREP se compone de 3 fichas, expresadas a continuación:

5.3.3.1 Guía N°1: Cuerpos Generados por Rotación:

❖ **Duración:** 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana.

❖ **Objetivo:**

Entregar las herramientas necesarias para resolución de ejercicios referentes a “**cuerpos generados por rotación**” de una figura plana, mediante el uso del software educativo AUTOGRAPH.

❖ **Aprendizajes esperados:**

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotación de figuras planas.

- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación de figuras planas

❖ **Contenidos a tratar:**

- Cuerpos generados por Rotación.

❖ **Descripción de los momentos:**

1. **Momento de inicio:** Presentación de los aprendizajes esperados e indicaciones de la ficha didáctica.
2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica a través del software AUTOGRAPH.
3. **Momento de término:** Síntesis de los contenidos vistos durante la clase.

❖ **Materiales:**

- Guía N°1: Cuerpos generados por rotación
- Computador y proyector.
- Software AUTOGRAPH.

5.3.3.1.1 Diseño:

GUÍA DE CUERPOS GENERADOS POR ROTACIÓN

Nombre: _____.

Nombre de la institución: _____.

Curso: _____.

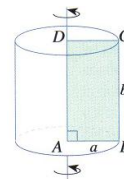
Sector: Matemática.

Unidad: N°3 Geometría.

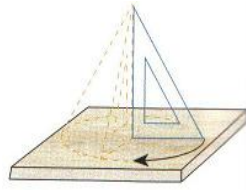
Aprendizajes esperados:

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

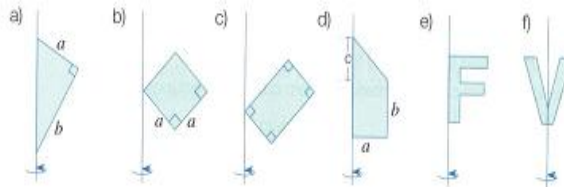
- 1) En el dibujo, el rectángulo rota en torno al lado de medida b . ¿Cuánto miden el radio y la altura del cilindro generado?, ¿cuál es el volumen del cilindro?, ¿es el mismo volumen, si el rectángulo se rotara en torno al lado a ?, justifique, compare ambos volúmenes, dando alguna característica en común, ¿por qué el lado \overline{BC} del rectángulo recibe también el nombre de generatriz del cilindro?



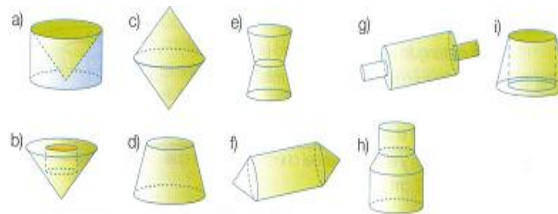
- 2) La ilustración muestra una escuadra apoyada sobre una mesa con un cateto perpendicular a la cubierta, ¿qué cuerpo se obtiene al girar la escuadra en torno al cateto vertical?, realice esta actividad junto a tu compañero de puesto.



- 3) ¿Qué cuerpos de revolución se obtienen al rotar cada polígono dibujado en torno al eje que se indica?, realice esta actividad junto con dos compañeros y comparen sus respuestas.



- 4) ¿Qué región poligonal, y en torno a qué eje, se debe hacer rotar para generar cada cuerpo de revolución dibujado?, realice esta actividad junto a tu compañero de banco y comparen sus respuestas.

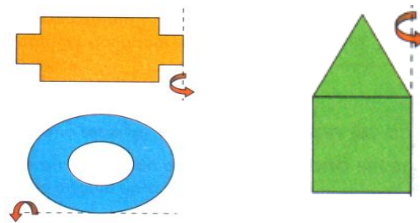


- 5) Compare y calcule la diferencia entre los volúmenes que tienen los cuerpos que se generan al hacer rotar un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 (cm), en torno a su cateto mayor y menor. Si las medidas de sus catetos aumentan en 2 (cm) respectivamente, ¿la diferencia de sus volúmenes sigue siendo la misma?

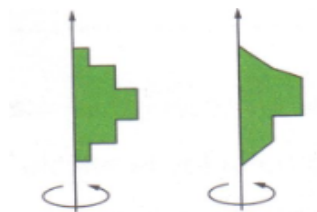
- 6) ¿Qué área tiene el cuerpo que se genera al hacer rotar un rectángulo de ancho 4 (cm) y largo el triple, ósea 12 (cm), en torno al largo?, compare el área obtenida, si es que el rectángulo se roto en torno al ancho, ¿los resultados de las áreas siguen siendo una el triple de al otra, al igual que la medida de los lados del rectángulo?, justifique su respuesta.
- 7) Considere un rectángulo de lados 4 (cm) y 6 (cm) que gira en torno a su lado menor.
- ¿Cuál es el sólido que se genera?
 - Calcule su volumen.
 - Considere los distintos volúmenes de la figura. ¿Puedes ver cuáles pueden ser generados por rotación? ¿Cómo?, realice esta actividad junto con dos compañeros y comparen sus respuestas.



- 8) En grupo, dibujen el cuerpo que se genera al rotar las siguientes figuras alrededor del eje indicado, realicen la misma actividad, pero cambiando el eje indicado por uno que elijan como grupo, comparen los cuerpos generados inicialmente con los posteriores, ¿existe similitud y/o diferencias?, justifiquen su respuesta.

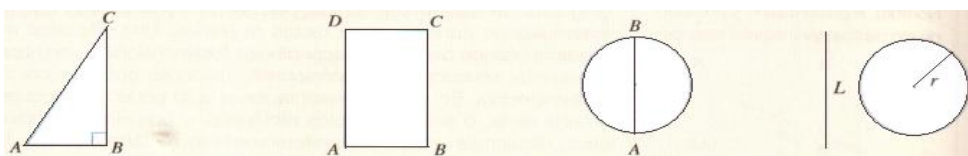


- 9) Dibuje los cuerpos generados por rotación que se obtienen al girar las siguientes figuras alrededor del eje, en cada caso. Compare ambas figuras, existe alguna diferencia y/o similitud entre los cuerpos generados.

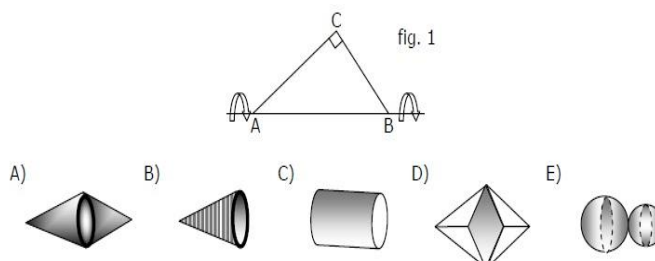


- 10) Identifique junto a su compañero de puesto que cuerpo se genera al hacer rotar:

- El triángulo ABC rectángulo en B, en torno al cateto \overline{BC} , ¿es el mismo al hacerlo girar en torno al cateto \overline{AB} ? , justifique su respuesta.
- El rectángulo ABCD en torno a \overline{BC} , ¿es el mismo al hacerlo girar en torno al cateto \overline{AD} ? , justifica tu respuesta.
- El círculo en torno al diámetro \overline{AB} .
- El círculo en torno a la recta L.



- 11) Dado un triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1). ¿Cuál es el cuerpo generado por la rotación de dicho triángulo en torno a su hipotenusa?



12) Realice un mapa conceptual donde se resuman los temas y contenidos vistos en esta guía de cuerpos generados por rotación, luego compare su mapa conceptual con el de tu compañero de puesto y complémtalo con el del.

5.3.3.2 Guía N°2: Cuerpos Generados por Traslación:

❖ **Duración:** 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana.

❖ **Objetivo:**

Entregar las herramientas necesarias para resolución de ejercicios referentes a “**cuerpos generados por traslación**” de una figura plana, mediante el uso del software educativo AUTOGRAPH.

❖ **Aprendizajes esperados:**

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por traslación de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan al trasladar una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por traslación de figuras planas

❖ **Contenidos a tratar:**

- Cuerpos generados por Traslación.

❖ **Descripción de los momentos:**

1. **Momento de inicio:** Presentación de los aprendizajes esperados e indicaciones de la ficha didáctica.
2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica a través del Software AUTOGRAPH.
3. **Momento de término:** Síntesis de los contenidos vistos durante la clase.

❖ **Materiales:**

- Guía N°2: Cuerpos generados por traslación.
- Computador y proyector.
- Software AUTOGRAPH.

5.3.3.2.1 Diseño

GUÍA DE CUERPOS GENERADOS POR TRASLACIÓN

Nombre: _____.

Nombre de la institución: _____.

Curso: _____.

Sector: Matemática.

Unidad: N°3 Geometría.

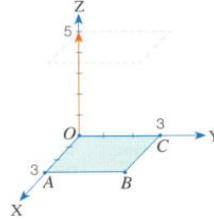
Aprendizajes esperados:

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

Desarrolla los siguientes ejercicios:

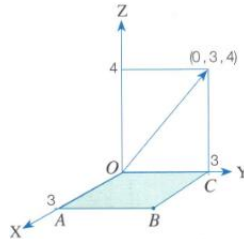
- 1) El cuadrado OABC está en el plano XY de un sistema de coordenadas tridimensional. La flecha dibujada en el eje Z indica la traslación que experimentará el cuadrado.
 - a) Indique las coordenadas de O, A, B y C.
 - b) Obtén las coordenadas de O', A', B' y C' al efectuar la traslación.

- c) ¿Cuál es el cuerpo que se genera al realizar la traslación?, calcule el área del cuadrado OABC, además determine el volumen del cuerpo generado, siempre y cuando se pueda.



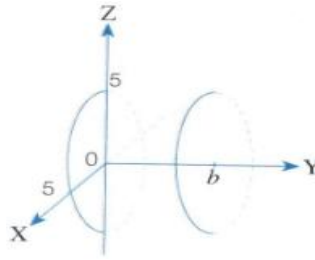
- 2) Considere la misma situación anterior, pero donde la traslación está indicada por la flecha que parte del origen y termina en el punto $(0,3,4)$.
- ¿Cuáles son las coordenadas de O' , A' , B' y C' ?
 - ¿Qué sólido se genera?
 - ¿Cuál es la longitud de la flecha?
 - ¿Cuál es el volumen del sólido generado por la traslación?

Compare las respuestas con las del ejercicio anterior, ¿tienen alguna similitud o diferencia los sólidos que se generan?, justifique su respuesta.

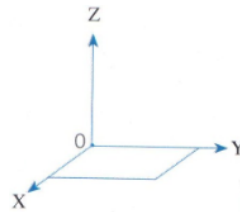


- 3) Un círculo de radio 5 (cm) y centro en el origen está ubicado en el plano (XZ).
- ¿Qué sólido se obtiene al efectuar una traslación dada por la flecha que parte del origen y termina en el punto $(0, 0, b)$? ¿Cuál es su volumen?, ¿cómo cambia la situación si la traslación está dada por la

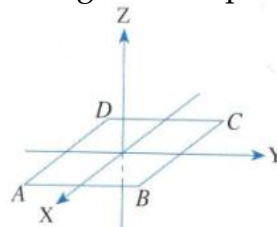
flecha que parte del origen y termina en (3, 4, 12)?, justifique su respuesta.



- 4) El cuadrado ABCD de lados 4 (cm) se ubica en el plano XY tal como se ilustra en la figura: El cuadrado se traslada 5 unidades en la dirección positiva del eje Z, formándose un cubo, si además el cuadrado se traslada 5 unidades en la dirección negativa del eje Z, formándose un cubo, determine y compare los volúmenes de los cuerpos generados por dichas traslaciones, ¿tienen alguna similitud?, justifique su respuesta.



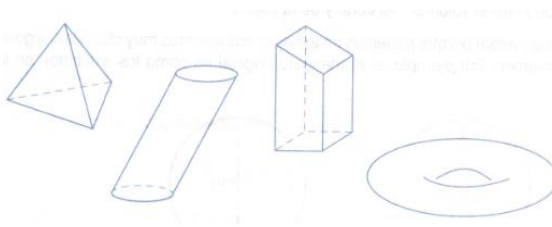
- 5) El cuadrado ABCD de la figura tiene su centro en el origen del sistema y sus lados son paralelos a los ejes. Si el lado del cuadrado mide 6 (cm),
- ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices?
 - Si los vértices se trasladan paralelamente al eje Z en la dirección positiva, en tres unidades, ¿qué cuerpo se genera? ¿Cuál es su volumen?, ¿existe alguna diferencia si es que el cuadrado de la figura no tuviera su centro en el origen?, compare con su compañero de banco.



- 6) ¿Qué área tiene el cuerpo que se genera al trasladar 5 unidades hacia arriba, sabiendo que es un círculo, de radio 3 unidades, que está en el plano XY?
- 7) Considere un cuadrado con uno de sus vértices en el origen, con dos de sus lados sobre los ejes de coordenadas y con una arista de 4 unidades de longitud;
- ¿Qué se genera al trasladar este cuadrado por un vector $(0, 0, 4)$?
 - ¿Cuál es el volumen de este cuerpo?
 - ¿Cuál es el área total del cuerpo generado?

Realice lo anterior en grupo, sabiendo que no tiene uno de sus vértices en el origen, por lo contrario ustedes como grupo ubicaran el vértice donde estimen conveniente, comparen estas respuestas con las anteriores, ¿encuentren alguna similitud y/o diferencia?, justifiquen su respuesta.

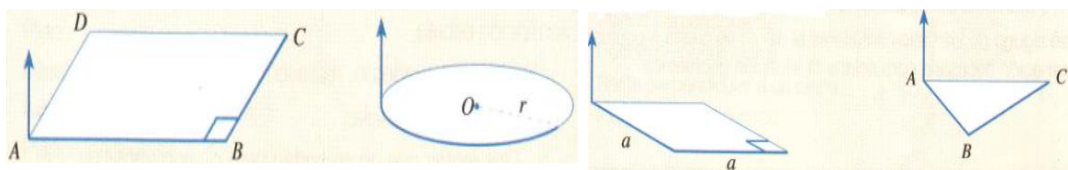
- 8) Determine el cuerpo generado por la traslación recta de un triángulo rectángulo, bosquejelo y compárelo con el de un compañero, ¿llegaron a la misma figura?, ¿por qué?
- 9) Determine que cuerpos de los dibujados a continuación pueden ser generados por traslación, indique con que traslación.



10) Identifique que cuerpo se genera al trasladar:

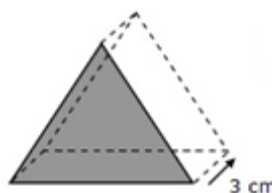
- a) El rectángulo ABCD en dirección perpendicular al plano del rectángulo.
- b) El círculo (O,r) en dirección perpendicular al plano de la circunferencia.
- c) El cuadrado ABCD de lado a (cm), en dirección perpendicular al plano del cuadrado, en a (cm).
- d) El triángulo ABC en dirección perpendicular al plano del triángulo.

¿Es lo mismo al hacerlo de forma no perpendicular?, justifique su respuesta



11) Al trasladar 3 cm un triángulo equilátero de altura $\sqrt{3}$ cm, se obtiene un prisma recto. ¿Cuál es el área del cuerpo, en centímetros cuadrados?

- a) $3+\sqrt{3}$
- b) $3\sqrt{3}$
- c) $6\sqrt{3}$
- d) $18+\sqrt{6}$
- e) $18+2\sqrt{3}$



12) Realice un mapa conceptual, referente a los contenidos vistos en esta guía, luego intercámbialo con el de su compañero de banco y recomiéndale un ajuste a su mapa conceptual que tú estimes conveniente.

13) Realice un mapa conceptual donde se diferencien los cuerpos generados por rotación y los cuerpos generados por traslación.

5.3.3.3 Guía N°3: Complementaria.

❖ **Duración:** 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana de trabajo.

❖ **Objetivo:**

Entregar las herramientas necesarias para resolución de ejercicios referentes a “**cuerpos generados por rotación y traslación**” de una figura plana, mediante el uso del software educativo AUTOGRAPH.

❖ **Aprendizajes esperados:**

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

❖ **Contenidos:**

- Sólidos generados por Rotación y Traslación.

❖ **Descripción de los momentos:**

1. **Momento de inicio:** Presentación de los aprendizajes esperados e indicaciones de la ficha didáctica.

2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica a través del software AUTOGRAPH.
3. **Momento de término:** Síntesis de la clase.

❖ **Materiales:**

- Guía complementaria.
- Computador y proyector.
- Software AUTOGRAPH.

5.3.3.3.1 **Diseño:**

GUÍA COMPLEMENTARIA

Nombre: _____.

Nombre de la institución: _____.

Curso: _____.

Sector: Matemática.

Unidad: N°3 Geometría.

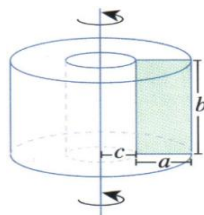
Aprendizajes esperados:

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

- 1) El dibujo muestra un rectángulo, de lados a y b , que se hace rotar de modo que: El lado más cercano del eje permanezca paralelo a éste a una distancia c .

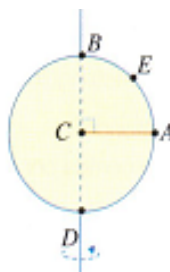
El eje y el rectángulo están en un mismo plano.

- Describe el cuerpo que se genera por rotación.
- ¿Cómo calcularías el volumen del cuerpo generado?
- ¿Cómo calcularías el área total del cuerpo generado?
- Calcule el volumen y el área total del cuerpo suponiendo que $a = 10$ (cm), $b = 12$ (cm) y $c = 7$ (cm).
- ¿Es igual de simple la situación si el rectángulo rota, pero sin estar en un mismo plano con el eje? ¿Puedes hacer un bosquejo en un caso como éste?



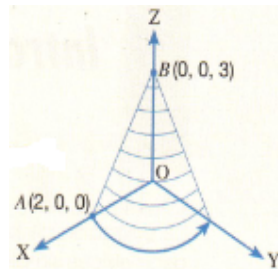
- 2) Observando el círculo del dibujo, responde:

- Al rotar el círculo en torno al diámetro \overline{BD} , ¿qué línea describe el punto A ? ¿Y los puntos B y E ?
- ¿Qué figura describe el radio \overline{CA} ?
- ¿Qué cuerpo se obtiene al hacer girar en torno de \overline{BD} el sector circular determinado por C, B, E, A ?, justifique su respuesta



3) En el sistema cartesiano tridimensional de la figura: A (2, 0, 0) y B (0, 0, 3). Si AB se hace girar en torno al eje OZ,

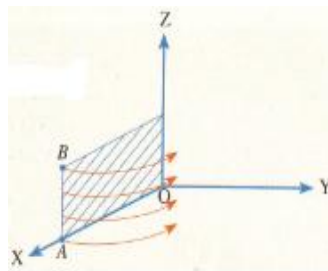
- ¿Qué cuerpo se genera?, ¿qué cuerpo se genera al hacer girar en torno al eje OX?, compare los dos cuerpos generados y encuentre alguna similitud.
- Calcule el volumen generado de los dos cuerpos, ¿existe alguna diferencia y /o similitud entre estos?



4) Un rectángulo de vértices A (3, 0, 0) y B (3, 0, 2) se apoya en el plano XZ tal como se ilustra en la figura: Si el rectángulo se hace girar en torno al eje OZ:

- ¿Qué cuerpo se genera?
- Calcule el área lateral y volumen del cuerpo generado.

Qué ocurre si se hace el mismo procedimiento anterior, suponiendo que el rectángulo está apoyado en el plano YZ, compare los resultados

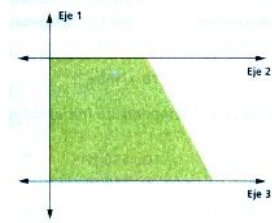


- 5) Considere el tronco de cono generado por la rotación de un trapecio recto cuyas bases miden 11 (cm), 6 (cm) y cuya generatriz mide 13 (cm).
- Calcule la altura del tronco de cono.
 - Calcule el área del tronco de cono.
- 6) Imagine que un rectángulo de lados 4 (cm) y 6 (cm) gira en torno a su lado menor.
- Bosqueje el sólido que se genera.
 - Calcule el volumen del sólido.
 - Compare el volumen del sólido anterior con el que se genera si la rotación es respecto al lado mayor.
 - Calcule el área de cada uno de los sólidos.
 - ¿Qué condiciones debe satisfacer el rectángulo para que el volumen del sólido generado por la rotación en torno a uno de sus lados sea igual al doble del volumen del sólido generado por una rotación en torno al otro lado?

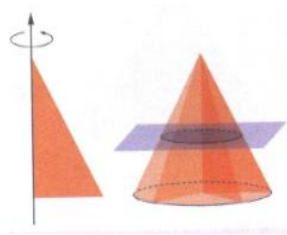
¿Qué ocurriría si girara en torno a su lado mayor?, compare sus respuestas con un compañero.

- 7) ¿Cuáles son los cuerpos geométricos que se pueden generar mediante rotaciones?, ¿Qué tipo de rotaciones?, bosquejelos.
- 8) Dada la región trapezoidal de la figura:
- Represente cada uno de los cuerpos de revolución generados por su rotación respecto de cada uno de los ejes indicados.

- b) Calcule el volumen de cada uno de los cuerpos generados, considerando que los lados paralelos miden 12 y 8 (cm) y su altura 5 (cm). Compare las respuestas y busque al menos dos similitudes entre los cuerpos generados.



- 9) Un cono generado por rotación de 6 (cm) de radio y 8 (cm) de altura es cortado por un plano paralelo a la base en el punto medio de su altura. Determine el área del tronco de cono resultante. ¿Qué ocurriría si el triángulo se hiciera girar a partir de su hipotenusa?, ¿existe alguna similitud con el cuerpo generado inicialmente?



- 10) ¿Cuál es el volumen del cono generado por la rotación de un triángulo rectángulo isósceles, en torno a uno de sus catetos de longitud 3 cm?

- a) $3\pi \text{ cm}^3$
- b) $6\pi \text{ cm}^3$
- c) $9\pi \text{ cm}^3$
- d) $27\pi \text{ cm}^3$
- e) Se requiere información adicional

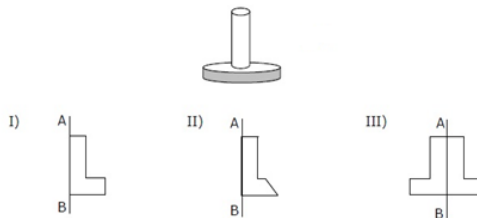
11) El cuadrilátero ABCD es un rectángulo. Si $AD = 2DC = 2x$, entonces el área del cilindro generado al rotar el rectángulo respecto del lado AD es:

- a) $4 \pi x^2$
- b) $6 \pi x^2$
- c) $8 \pi x^2$
- d) $12 \pi x^2$
- e) $16 \pi x^2$

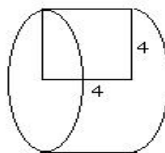


12) En la figura, se muestra un cuerpo de revolución. ¿Con cuál(es) de las opciones siguientes se puede generar el cuerpo al rotar la figura plana en torno al eje AB?

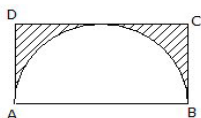
- a) Sólo I
- b) Sólo I y II
- c) Sólo I y III
- d) Sólo II y III
- e) Sólo I, II y III



13) ¿Cuál es el volumen del cuerpo generado al girar el cuadrado a partir de uno de sus lados?, el cuadrado genera un cilindro de base y altura 4 cm:



- 14) En el rectángulo de la figura está inscrita una semicircunferencia. Si el largo del rectángulo mide 12 cm, ¿cuál es el volumen del cuerpo que se genera al hacer girar indefinidamente la figura sombreada en torno al lado AB?, ¿cambia el volumen si es que el cuerpo se generara a partir del lado BC?, justifique su respuesta.



- 15) Realice un mapa conceptual a partir de los conceptos que tu consideras más importantes vistos a través de las distintas guías, intercámbialo con el de un compañero y recomienden mejorarlo como estimen conveniente.

5.3.4 POST-TEST

❖ **Descripción general:**

Posterior a la intervención PEVIREP, los estudiantes son sometidos a un test con la finalidad de evaluar y analizar los aprendizajes esperados, su rendimiento y su visualización, adquiridos en las distintas actividades desarrolladas durante la propuesta PEVIREP, a continuación se da a conocer la distribución de este:

- ❖ **Duración:** 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana de trabajo.
- ❖ **Objetivos:**
- Analizar el rendimiento, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta PEVIREP.
 - Analizar el aprendizaje significativo, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta PEVIREP.

- Analizarla visualización, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta PEVIREP.

❖ **Variables a medir:**

- Rendimiento.
- Aprendizaje significativo.
- Visualización.

❖ **Descripción de los momentos:**

1. **Momento de inicio:** presentación de las indicaciones y los aprendizajes esperados.
2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo del post- test.
3. **Momento de término:** Desarrollo de la encuesta y agradecimiento por la colaboración de los alumnos.

❖ **Materiales:**

- Pre-test.
- Encuesta.

5.3.4.1 Diseño del post-test:

POST-TEST

Nombre de la institución: _____.

Curso: _____.

Sector: Matemática.

Unidad: N°3 Geometría.

Aprendizajes esperados:

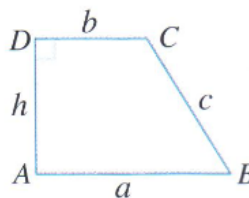
- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas.
- Visualizar y representar los cuerpos que se generan por traslación o rotación de una figura geométrica.
- Resolver problemas relativos al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

ÍTEMS N°1: Selección múltiple

II. Lea cuidadosamente cada pregunta y responda con una X la alternativa que consideres correcta.

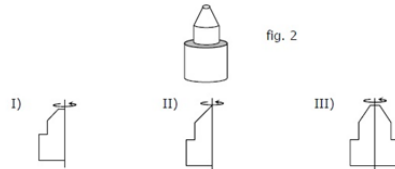
I.1 El cuadrilátero de la figura corresponde a un trapecio rectángulo. Si el lado c se hace girar en torno al lado de longitud h , se obtiene un cuerpo de volumen:

- a) $\frac{\pi}{2}h(a^2 + b^2 + ab)$
- b) $\frac{\pi}{3}h(a^2 + b^2 + ab)$
- c) $\frac{\pi}{2}h(a^2 - b^2)$
- d) $\frac{\pi h}{2}(a + b)^2$



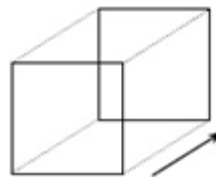
I.2 En la figura 2, se muestra un cuerpo de revolución. Este cuerpo puede ser generado por la rotación de la región:

- a) Sólo I
- b) Sólo II
- c) Sólo III
- d) Sólo I y II
- e) Sólo I y III



I.3 Un cuadrado de lado 3 cm se traslada 4 cm apoyado sobre uno de sus lados en un plano perpendicular a él, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el volumen del cuerpo generado?

- a) 9 cm^3
- b) 12 cm^3
- c) 27 cm^3
- d) 36 cm^3
- e) 64 cm^3



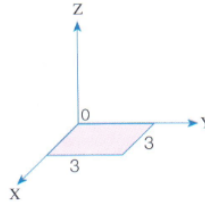
ÍTEMS N°2: Ejercicios de desarrollo

III. Resuelva los siguientes ejercicios propuestos.

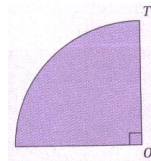
II.0 ¿Que es lo que entiende por sólido de revolución?, de una definición.

II.1 Realice con tu compañero de puesto un mapa conceptual, en el cual se diferencien los cuerpos generados por traslación con los cuerpos generados por rotación.

II.2 Un cuadrado de lado 3 (cm) está ubicado en el plano XY con dos lados sobre los ejes. Si el cuadrado se traslada 2 unidades en la dirección del eje OZ, ¿se forma un cuerpo geométrico?, si es así, ¿qué cuerpo geométrico es? ¿Se puede calcular su volumen?, justifique su respuesta.

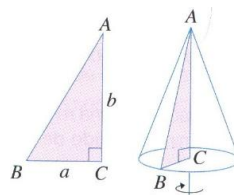


II.3 En la figura, se tiene un cuarto de círculo de centro O. Se hace rotar la figura indefinidamente en torno al eje \overline{OT} , sabiendo que $OT=3$ (cm), si ahora $OT=20$ y luego OT es indefinido. Determine como varían los sólidos.

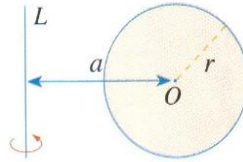


II.4 Si los catetos del triángulo rectángulo miden a y b y el eje de rotación contiene el cateto de longitud b:

- ¿Cuál es el radio del cono?, ¿y su altura?
- Da una expresión para el volumen, área basal y área del manto del cono.
- ¿Se obtienen el mismo volumen y la misma área si el triángulo rota en torno al cateto de medida a?, ¿se puede considerar cualquier valor los lados del triángulo?, ¿Qué relación hay entre ellos?, encuentre tres valores para estos.
- ¿Por qué la hipotenusa del triángulo se denomina generatriz del cono?



II.5 La circunferencia de centro O y radio r se hace girar en torno a la recta L . La distancia de O a la recta L es a (cm), bosqueja gráficamente el cuerpo generado, según la situación anterior y además suponiendo que la distancia de O a la recta L es $\frac{a}{2}$, da al menos una diferencia de los dos cuerpos generados.



II.6 Los lados de un rectángulo miden $a=15$ (cm) y $b= 20$ (cm), respectivamente.

- Describe el cuerpo que se genera por la rotación del rectángulo en torno al lado b .
- Calcule el volumen y el área del cuerpo generado.
- Haz los mismos cálculos anteriores, pero cuando el rectángulo gira en torno al lado de 15 (cm). Compare junto con un compañero los resultados obtenidos.
- Compare los resultados obtenidos en a) con los obtenidos en b).

Cabe destacar que el post-test fue validado a través de un juicio de expertos, tales como: Prof. Oscar Caneo, Prof. Patricio Canelo y el Dr. Carlos Silva, pertenecientes a la Universidad de Playa Ancha y a la Universidad de Valparaíso, además del análisis de confiabilidad expuesto en el capítulo 6 correspondientes a análisis de datos.

5.3.4.2 Diseño de encuesta

Preguntas/Indicadores	Si	No
El uso del programa Autograph como instrumento en el proceso de enseñanza - aprendizaje, te permitió una mayor comprensión de los contenidos a tratar.		
A través del programa utilizado obtuviste una mejor visualización de los sólidos generados.		
Tras la visualización de los sólidos generados, lograste una mejor comprensión de los problemas a resolver.		
Si no se hubiese usado el programa, usted hubiera visualizado los sólidos de igual manera, tratados en cada problema.		
Sin la visualización de los sólidos, hubiera podido comprender los problemas planteados para posteriormente resolverlos.		

5.3.4.3 Pautas de corrección del Post-Test:

- Pauta de corrección Ítem N°1.

	ÍTEM N°1		
	I.1	I.2	I.3
Respuesta correcta	b	d	d
Puntaje máximo (pts)	1	1	1
Puntaje mínimo (pts)	0	0	0

- **Pauta de corrección Ítem N°2, pregunta II.0.**

Indicadores	5 pts.	4 pts.	3 pts.	1 pts.	0 pts.
Definición	Muestra entendimiento en conceptos de propiedades de sólidos.	Comete algunos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	Identifica pocos conceptos de las propiedades de sólidos.	No identifica conceptos de las propiedades de sólidos.	No aplica.

- **Pauta corrección Ítem N°2.**

ITEM N°2					
	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
Desarrollo	4 pts.	4 pts.	4 pts.	3 pts.	4 pts.
Bosquejo	1 pts.	1 pts.	1 pts.	2 pts.	1 pts.
TOTAL	5 pts.	5 pts.	5 pts.	5 pts.	5 pts.

- **Rúbrica para corrección de mapas conceptuales.**

Indicadores	7 PTS (C/U)	6 PTS (C/U)	5 PTS (C/U)	4 PTS (C/U)
Cantidad de conceptos.	Identifica todos los conceptos importantes de las propiedades de sólidos.	Identifica importantes conceptos de las propiedades de sólidos.	Comete diversos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	No muestra ningún conocimiento en torno a las propiedades de sólidos.

Definición conceptual.	Muestra entendimiento en conceptos de propiedades de sólidos.	Comete algunos errores en los conceptos de las propiedades de sólidos.	Identifica pocos conceptos de las propiedades de sólidos.	No identifica conceptos de las propiedades de sólidos.
Relaciones conceptuales.	Muestra conocimiento de las relaciones entre las propiedades de sólidos.	Realiza algunas conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.	Realiza muchas conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.	Realiza en su totalidad conexiones erradas entre las propiedades de sólidos.
Ejemplos.	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos sin equivocación en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos con algunas equivocaciones en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo pocos ejemplos con varias equivocaciones en su desarrollo.	El resultado final no es un mapa conceptual.
Relaciones entre conceptos de diferentes jerarquías.	Coloca los conceptos en jerarquías y conexiones adecuadas.	Coloca algunos de los conceptos en jerarquías y conexiones con equivocaciones.	Coloca sólo unos pocos conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.	No coloca conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.

Trabajo en equipo.	Respetó en todo momento las opiniones de los integrantes del grupo, aportó al logro de los objetivos, Buscó y sugirió soluciones a los problemas.	Casi siempre respetó las opiniones de los integrantes del grupo. Casi siempre aportó al logro de los objetivos. Casi siempre buscó y sugirió soluciones a los problemas.	Pocas veces respetó las opiniones de los integrantes del grupo. Pocas veces aportó al logro de los objetivos. Pocas veces buscó y sugirió soluciones a los problemas.	No respetó las opiniones de los integrantes del grupo. No aportó al logro de los objetivos. Muy pocas veces o ninguna buscó y sugirió soluciones a los problemas.
--------------------	---	--	---	---

5.3.4.4 Pauta de corrección de la encuesta

La pauta de corrección de la encuesta aplicada a los estudiantes se encuentra validada por los profesores Patricio Canelo, Oscar Canelo y Dr. Carlos Silva (profesores de la Universidad de Valparaíso y Universidad de Playa Ancha) y además por la escala de Likert la cual mide actitudes o predisposiciones individuales en contextos sociales particulares (Briones, G. 1995). Se le conoce como escala sumada debido a que la puntuación de cada unidad de análisis se obtuvo mediante la sumatoria de las respuestas obtenidas en los dos ítems, los cuales reflejan una actitud positiva o negativa acerca de un estímulo o referente, en conclusión:

- **Menos de 40%:** El estudiante obtiene una regular visualización de la Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

- **Entre 40% y 70%:** El estudiante obtiene una óptima visualización de la Propuesta de Enseñanza PEVIREP.
- **Más de 70%:** El estudiante obtiene una sobresaliente visualización de la Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

**CAPÍTULO VI:
ANÁLISIS DE DATOS.**

6.1 TABLAS LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM (GC₁)

TABLA DE RESULTADOS PRE-TEST LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM

Antes de comenzar con nuestros análisis, cabe destacar que la pregunta II.1 de los Pre-Test, no se tomara en cuenta en este capítulo, ya que solo se utilizó para verificar los conocimientos previos de los estudiantes.

Alumnos	ÍTEMS												PUNTAJE
	ÍTEM I			ÍTEM II									
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.7	S2	
GC1A01	0	0	1	1	2	1	1	1	0	1	11	17	18
GC1A02	0	0	1	1	2	1	1	0	2	0	10	16	17
GC1A03	0	0	1	1	1	1	1	0	0	3	10	16	17
GC1A04	1	0	1	2	0	1	1	0	0	1	7	10	12
GC1A05	0	0	1	1	1	2	1	0	1	1	0	6	7
GC1A06	0	1	1	2	0	1	1	0	4	3	0	9	11
GC1A07	0	0	1	1	3	0	1	0	1	0	0	5	6
GC1A08	1	0	1	2	2	1	1	0	0	0	0	4	6
GC1A09	0	0	1	1	0	2	4	1	2	1	15	25	26
GC1A10	1	0	1	2	2	1	1	0	2	0	0	6	8
GC1A11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	3	3
GC1A12	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	3	3
GC1A13	0	0	1	1	0	1	1	2	1	2	9	16	17
GC1A14	1	1	1	3	2	4	1	2	3	2	12	26	29
GC1A15	0	0	1	1	2	3	2	1	0	2	11	21	22
GC1A16	0	0	1	1	1	1	1	2	1	0	6	12	13
GC1A17	0	0	1	1	2	1	1	2	2	0	6	14	15
GC1A18	1	1	1	3	3	3	2	2	3	2	0	15	18
GC1A19	1	1	1	3	0	2	1	2	0	2	0	7	10
GC1A20	1	1	1	3	2	2	1	0	4	2	6	17	20
GC1A21	0	1	1	2	2	1	1	0	0	1	0	5	7
GC1A22	0	0	1	1	3	0	1	1	0	1	6	12	13
GC1A23	0	0	1	1	3	0	1	1	1	1	0	7	8
GC1A24	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	4	4
GC1A25	1	0	0	1	0	1	1	0	2	1	0	5	6
GC1A26	0	0	0	0	0	1	1	0	2	1	0	5	5
GC1A27	0	0	1	1	1	1	1	2	1	1	7	14	15
GC1A28	0	0	1	1	3	1	1	2	2	1	7	17	18
TOTAL	8	6	23		37	35	33	23	35	31	123		

GC1An= Grupo Control 1, Alumno n, $0 < n < 29$.

I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$, II.n= Ítem II. Pregunta n, $0 \leq n < 8$.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

TABLA DE RESULTADOS POST-TEST LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM (GC1)

Alumnos	ÍTEMS											PUNTAJE	
	ÍTEM I			ÍTEM II									
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6		S2
GC1A01	0	0	1	1	0	0	0	0	1	2	0	3	4
GC1A02	1	0	1	2	1	2	2	0	1	0	1	7	9
GC1A03	0	0	0	0	0	15	2	0	2	1	0	20	20
GC1A04	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	2	3
GC1A05	1	1	0	2	3	0	3	1	3	2	1	13	15
GC1A06	0	1	1	2	0	0	4	1	1	0	2	8	10
GC1A07	0	1	0	1	0	0	2	0	1	0	0	3	4
GC1A08	1	0	1	2	0	0	5	2	2	2	1	12	14
GC1A09	1	1	0	2	1	14	2	1	2	0	1	21	23
GC1A10	1	1	0	2	2	14	1	1	1	0	1	20	22
GC1A11	0	0	0	0	1	14	3	0	2	0	1	21	21
GC1A12	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	3	3
GC1A13	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	0	4	4
GC1A14	1	1	1	3	0	0	5	1	3	1	2	12	15
GC1A15	1	1	0	2	2	6	2	0	1	0	11	22	24
GC1A16	1	1	0	2	1	0	3	0	1	0	1	6	8
GC1A17	0	0	0	0	2	0	4	1	4	3	0	14	14
GC1A18	1	0	1	2	2	10	4	2	4	2	1	25	27
GC1A19	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	4	6	7
GC1A20	0	0	0	0	0	0	3	1	0	2	0	6	6
GC1A21	1	0	0	1	1	0	3	2	1	0	2	9	10
GC1A22	0	0	0	0	2	14	2	0	1	1	1	21	21
GC1A23	1	1	0	2	0	0	2	1	1	2	0	6	8
GC1A24	1	0	1	2	0	0	3	1	3	0	1	8	10
GC1A25	1	0	0	1	1	14	3	0	1	0	1	20	21
GC1A26	0	0	1	1	0	14	2	0	1	2	1	20	21
GC1A27	0	0	0	0	2	0	1	1	1	1	1	7	7
GC1A28	0	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	12	14
TOTAL	14	11	9		23	119	68	19	43	23	36		

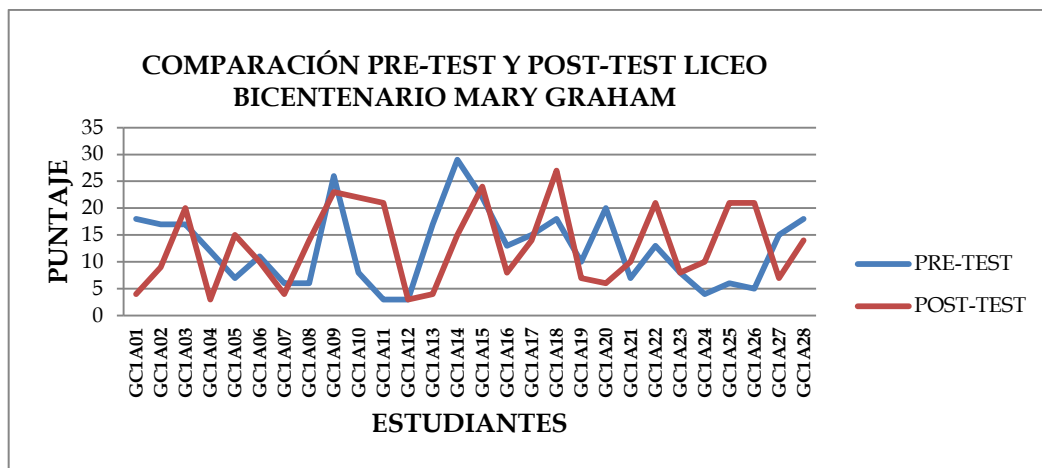
GC1An= Grupo Control 1, Alumno n, 0<n<29.

I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4. II.n= Ítem II. Pregunta n, 0≤n<8.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

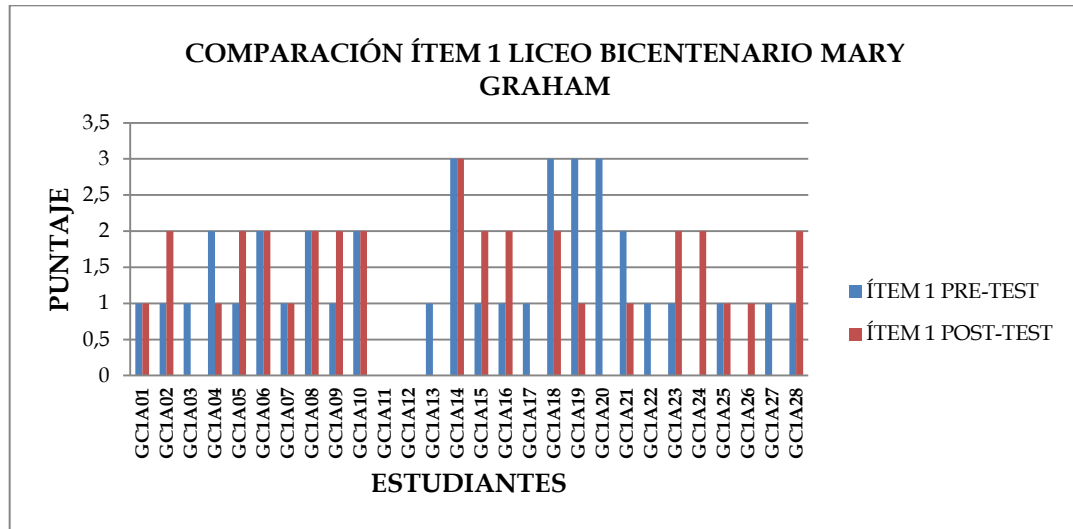
6.2 GRÁFICOS LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM (GC1)

COMPARACIÓN PRE-TEST Y POST-TEST LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM



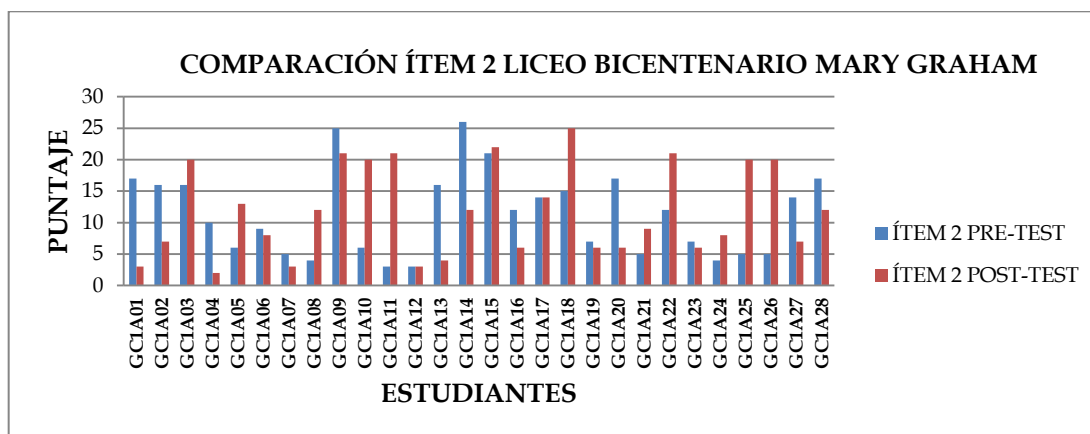
El gráfico anterior, representa los puntajes totales obtenidos en el Pre-Test y Post-Test del Liceo Bicentenario Mary Graham. La línea azul, representa como variaron los puntajes de los estudiantes en el Pre-Test y la línea roja, representa como variaron los puntajes de los estudiantes en el Post-Test, al observar y comparar las dos líneas, se puede notar que solo 12 estudiantes aumentaron su puntaje en el Post-Test, respecto del Pre-Test, sin embargo la mayor parte del curso obtuvo menos puntaje en el Post-Test en comparación del Pre-Test, pero además hay que tomar en cuenta que este grupo era de tipo control, por lo cual no se le hizo ninguna intervención luego del Pre-Test, por ende era más complicado que los estudiantes subieran su puntaje en el Post-Test.

COMPARACIÓN ÍTEM 1 LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM



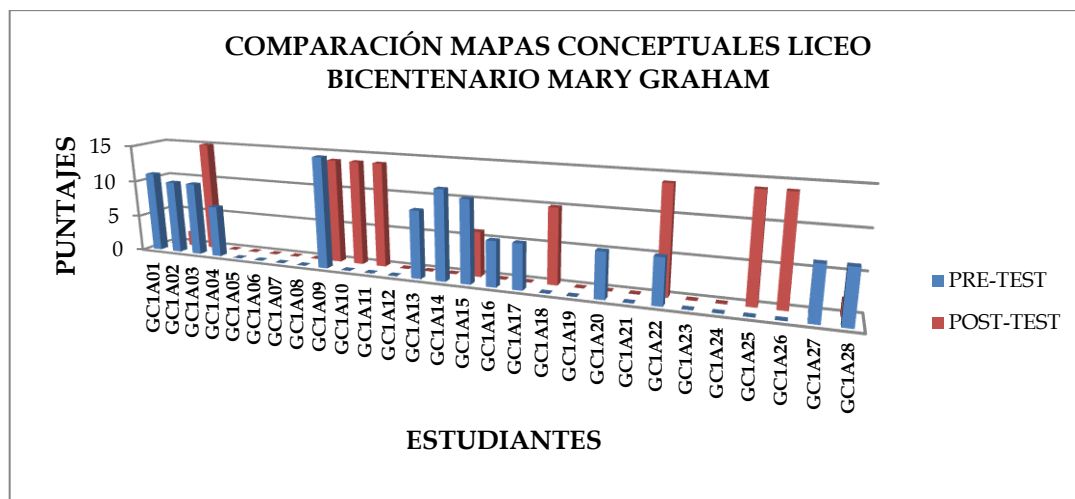
El gráfico anterior es de tipo Histograma, el cual sirve para expresar información sobre datos que están agrupados, en este caso las barras azules representan el puntaje total obtenido por cada estudiante en el ítem 1 del Pre-Test y las barras rojas representan el puntaje total obtenido por cada estudiante en el ítem 1 del Post-Test. Como se puede observar en el gráfico, no queda claro si es que son más los estudiantes que suben su puntaje en el Post-Test o que lo bajan, además hay bastantes estudiantes que mantienen su puntaje en ambos test, también hay que destacar que este grupo es de tipo control, por lo cual no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

COMPARACIÓN ÍTEM 2 LICEO BICENTENARIO MARY GRAHAM



Al igual que en el gráfico 6.2.2., el gráfico 6.2.3. es de tipo histograma, en este caso las barras azules representan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem 2 del Pre-Test y las barras rojas representan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem 2 del Post-Test. Observando el gráfico, es más notoria la baja de los puntajes en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que fueron 14 estudiantes los que bajaron su puntaje, 12 los que aumentaron y 2 los que mantuvieron su puntaje, en este caso nos podemos dar cuenta que este grupo control le faltó que fuera grupo de tipo experimental, para que hubieran sido intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual los hubiese ayudado a mejorar su rendimiento.

COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES BICENTENARIO MARY GRAHAM



El siguiente gráfico está compuesto por barras que están unas tras otras (azules y rojas), en este caso las barras azules representan el puntaje total obtenido por cada estudiante en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test y las barras rojas representan el puntaje total obtenido por cada estudiante en la pregunta de mapa conceptual del Post-Test, como se puede notar al observar el gráfico, es notoria la baja de puntaje de los estudiantes en el Post-Test, ya que 12 estudiantes bajaron su puntaje, solo 7 lo aumentaron y 9 lo mantuvieron. Cabe destacar, que como este grupo es de tipo control, por lo cual no fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual hubiera ayudado a mejorar los aprendizajes significativos (a partir de la construcción de los mapas conceptuales) de los estudiantes.

6.3 TABLAS COLEGIO ALEMÁN (GC2)

TABLA DE RESULTADOS PRE-TEST COLEGIO ALEMÁN

Alumnos	ÍTEMS												PUNTAJE
	ÍTEM I			ÍTEM II									
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.7	S2	
GC2A01	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	2
GC2A02	1	1	1	3	1	1	2	1	4	0	9	18	21
GC2A03	1	1	1	3	1	1	1	0	0	0	0	3	6
GC2A04	1	1	1	3	1	1	1	0	0	0	7	10	13
GC2A05	1	0	1	2	0	0	1	0	1	1	0	3	5
GC2A06	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	7	11	12
GC2A07	1	0	1	2	1	1	1	0	1	1	9	14	16
GC2A08	1	1	0	2	1	1	3	3	5	2	0	15	17
GC2A09	1	1	1	3	1	1	0	0	0	1	7	10	13
GC2A10	1	1	1	3	1	1	1	1	0	0	0	4	7
GC2A11	1	1	1	3	1	0	1	1	0	1	0	4	7
GC2A12	1	1	1	3	1	1	1	0	0	1	11	15	18
GC2A13	1	1	1	3	0	0	1	2	0	0	0	3	6
GC2A14	1	1	1	3	1	0	1	1	1	1	0	5	8
GC2A15	1	1	1	3	1	0	1	2	1	0	0	5	8
GC2A16	1	1	1	3	1	1	1	0	1	1	0	5	8
GC2A17	1	0	1	2	2	2	1	1	0	1	9	16	18
GC2A18	1	1	1	3	1	0	1	2	0	1	9	14	17
GC2A19	1	1	1	3	3	1	0	1	0	1	11	17	20
GC2A20	1	1	0	2	1	1	1	1	0	1	0	5	7
GC2A21	1	1	1	3	0	1	0	2	1	2	0	6	9
GC2A22	1	1	0	2	0	1	1	2	1	0	0	5	7
GC2A23	1	1	1	3	1	1	1	1	0	2	10	16	19
GC2A24	1	0	1	2	1	1	1	2	0	1	0	6	8
GC2A25	1	0	1	2	0	0	1	2	1	2	0	6	8
GC2A26	1	1	1	3	0	0	1	2	2	1	0	6	9
GC2A27	1	1	1	3	0	1	1	2	0	1	9	14	17
GC2A28	1	1	0	2	0	1	1	1	2	1	0	6	8
TOTAL	27	21	22		22	20	27	31	21	25	98		

GC2An= Grupo control 2, Alumno n, $0 < n < 29$.

I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$. II.n= Ítem II. Pregunta n, $0 \leq n < 8$.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

TABLA DE RESULTADOS POST-TEST COLEGIO ALEMÁN (GC2)

Alumnos	ÍTEMS											PUNTAJE	
	ÍTEM I				ÍTEM II								
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6		S2
GC2A01	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	3	4
GC2A02	0	1	1	2	2	6	1	1	1	1	1	13	15
GC2A03	1	1	0	2	2	0	1	0	2	0	0	5	7
GC2A04	1	0	1	2	1	8	4	1	2	2	3	21	23
GC2A05	1	0	1	2	1	0	3	1	0	1	0	6	8
GC2A06	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	3	3
GC2A07	1	0	1	2	1	14	3	0	0	0	3	21	23
GC2A08													
GC2A09	1	1	1	3	3	0	1	1	2	1	1	9	12
GC2A10	1	1	0	2	0	0	1	1	1	0	0	3	5
GC2A11	1	0	1	2	1	0	1	0	2	0	1	5	7
GC2A12	1	0	1	2	2	0	3	2	1	1	2	11	13
GC2A13	1	1	1	3	4	0	3	2	1	1	0	11	14
GC2A14	1	0	1	2	1	0	2	1	0	1	0	5	7
GC2A15	1	1	0	2	2	0	1	1	0	1	0	5	7
GC2A16	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	3	3
GC2A17	1	0	1	2	1	8	3	1	3	1	0	17	19
GC2A18	1	0	1	2	1	0	1	0	0	1	1	4	6
GC2A19	1	0	1	2	1	17	3	1	3	1	3	29	31
GC2A20	1	0	1	2	1	14	2	1	1	1	3	23	25
GC2A21	1	1	0	2	1	0	2	0	1	1	2	7	9
GC2A22	0	1	1	2	0	0	2	1	0	1	0	4	6
GC2A23	0	0	1	1	2	4	1	0	0	1	0	8	9
GC2A24	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	4	5
GC2A25	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	3	3
GC2A26	1	0	1	2	3	0	2	2	0	1	0	8	10
GC2A27	0	1	1	2	2	14	3	3	1	1	3	27	29
GC2A28													
TOTAL	19	9	17		34	85	46	24	22	21	26		

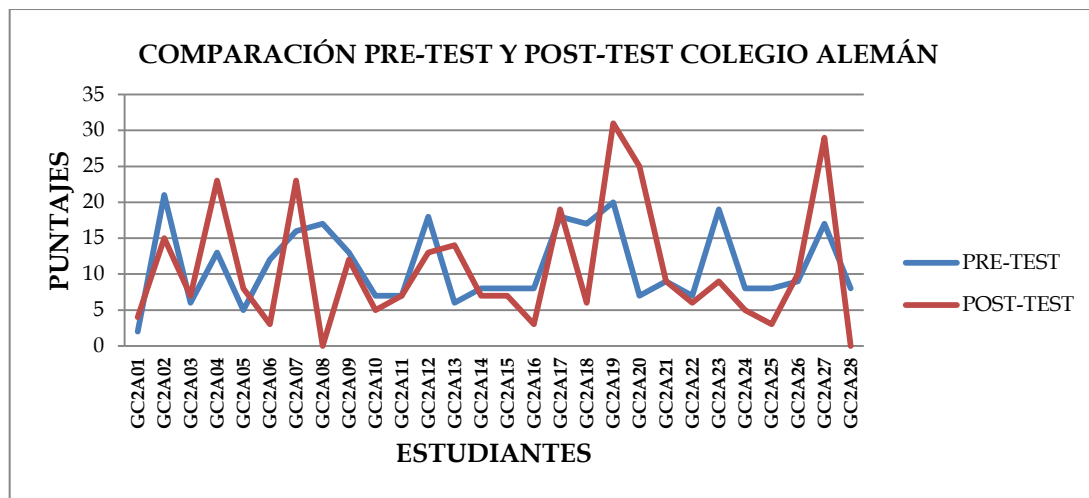
GC2An= Grupo control 2, Alumno n, $0 < n < 28$.

I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$. II.n= Ítem II. Pregunta n, $0 \leq n < 8$.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2. : No Rinde.

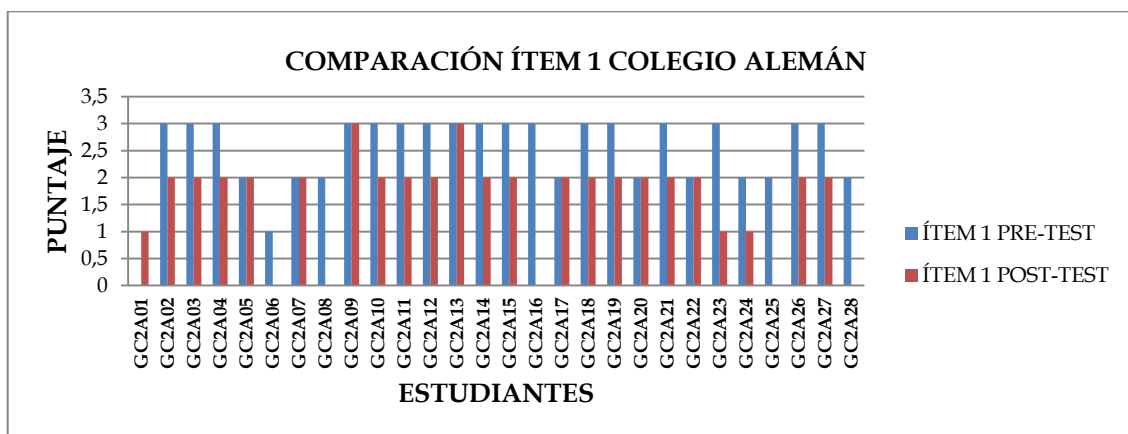
6.4 GRÁFICOS COLEGIO ALEMÁN (GC2)

COMPARACIÓN PRE-TEST Y POST-TEST COLEGIO ALEMÁN



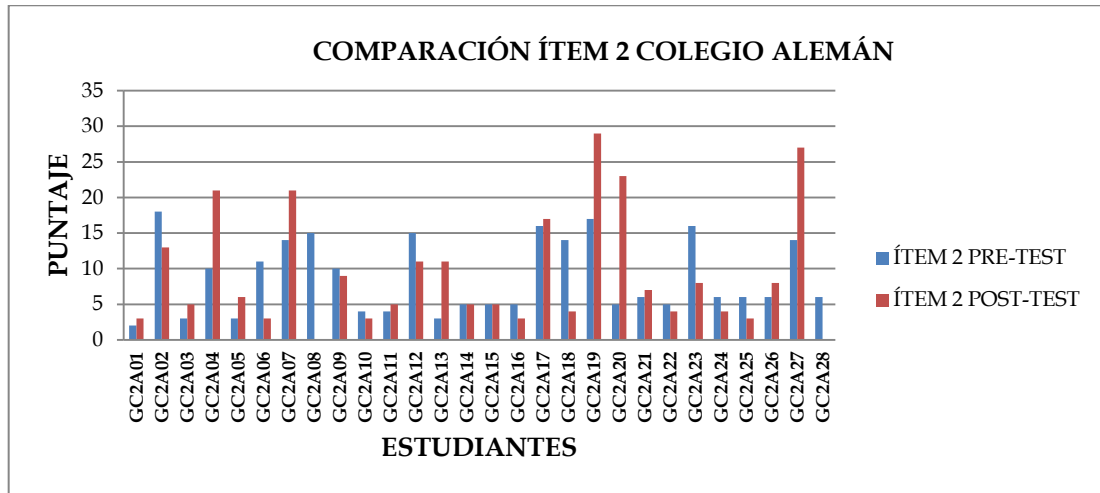
El gráfico de líneas anterior representa los puntajes obtenidos por cada estudiante del Colegio Alemán en el Pre-Test y en el Post-Test. La línea azul representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el Pre-Test y la línea roja representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el Post-Test. Al observar este gráfico se puede notar que en el Post-Test no hay un claro aumento de los resultados, ya que 12 estudiantes aumentaron su puntaje, la misma cantidad lo bajó y 2 se mantuvieron, los otros dos estudiantes que faltan (GC2A08 y GC2A28) no se tomaron en cuenta en nuestro análisis, ya que no rindieron el post-Test, con estos datos queda demostrado la falta que le hizo al curso haber sido intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, con lo cual queda reflejado que este grupo es de tipo control.

COMPARACIÓN ÍTEM 1 COLEGIO ALEMÁN



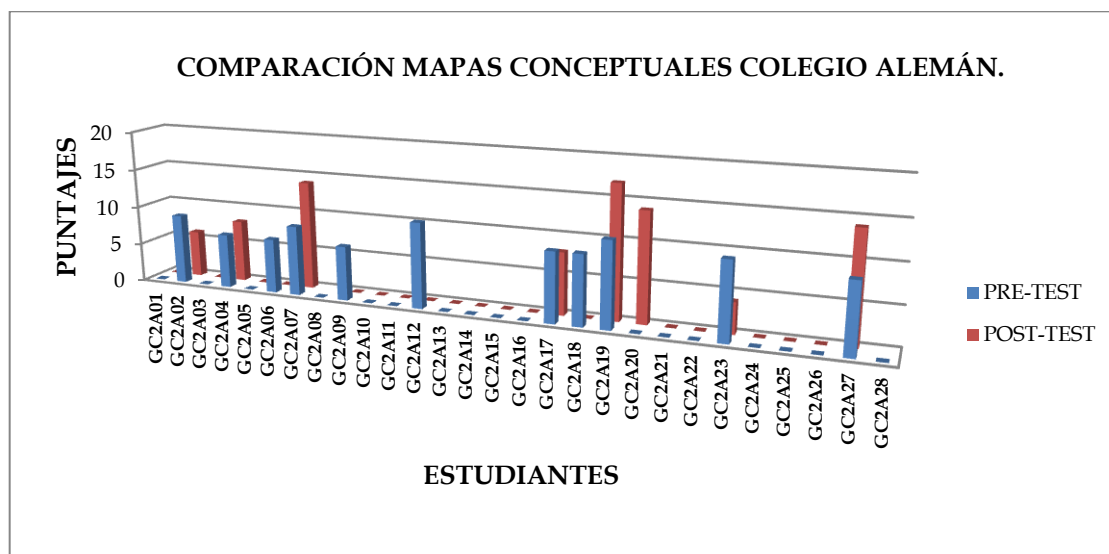
En el histograma anterior, las barras azules representan los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en el ítem 1 del Pre-Test y las barras rojas representan los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en el ítem 1 del Post-Test. Al observar el gráfico se puede notar que la mayor parte de los estudiantes bajaron su rendimiento (mirando los puntajes) en el Post-Test en comparación de muy pocos estudiantes que mantuvieron su rendimiento en el transcurso de los dos test, al notar esta baja de puntaje de los estudiantes, cabe destacar que el grupo es de tipo control, por lo cual no fue intervenido con nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

COMPARACIÓN ÍTEM 2 COLEGIO ALEMÁN



Observando el gráfico anterior, las barras azules representan los puntajes totales que obtuvieron los estudiantes en el ítem 2 del Pre-Test y las barras rojas representan los puntajes totales que obtuvieron los estudiantes en el ítem 2 del Post-Test. Al igual que en los gráficos anteriores del Colegio Alemán, en este gráfico no hay un claro aumento en los resultados del Post-Test, ya que 13 estudiantes aumentaron su puntaje, 11 lo bajaron y 2 se mantuvieron, al igual que en el gráfico anterior, no se tomaron en cuenta dos estudiantes que no rindieron el Post-Test, todo esto para poder realizar un análisis de cada estudiante referente a su Pre-Test y Post-Test. Debido a que el grupo no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, no obtuvieron un claro aumento en el Post-Test en comparación del Pre-Test.

COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES COLEGIO ALEMÁN



Al igual que en el gráfico de mapas conceptuales del Liceo Bicentenario Mary Graham, en el Colegio Alemán los estudiantes bajaron su puntaje en el Post-Test, en este caso 7 estudiantes disminuyeron su puntaje, solo 5 lo aumentaron y 14 lo mantuvieron, al igual que en los casos anteriores de este grupo, dos estudiantes no se tomaran en cuenta en el análisis, por no rendir el Post-Test, sin embargo cabe destacar que el Colegio Alemán fue de tipo control al igual que el Liceo Bicentenario Mary Graham, por ende no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual hubiera ayudado a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (el cual se mide a partir de la construcción de los mapas conceptuales).

6.5 TABLAS COLEGIO CHARLES DARWIN (GE1)

TABLA DE RESULTADOS PRE-TEST COLEGIO CHARLES DARWIN

Alumnos	ÍTEMS												PUNTAJE
	ÍTEM I				ÍTEM II								
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.7	S2	
GE1A01	0	0	0	0	1	1	0	2	0	1	15	20	20
GE1A02	1	1	1	3	1	1	1	0	1	0	7	11	14
GE1A03	1	1	1	3	1	2	1	0	2	1	13	20	23
GE1A04	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	11	15	16
GE1A05	1	1	1	3	2	1	1	1	0	1	9	15	18
GE1A06	0	0	1	1	0	1	1	0	0	2	9	13	14
GE1A07	1	0	1	2	0	1	1	1	0	1	12	16	18
GE1A08	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	7	11	12
GE1A09	1	0	0	1	0	1	1	2	0	1	11	16	17
GE1A10	1	1	1	3	2	1	1	2	1	0	14	21	24
GE1A11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	9	12	12
GE1A12	0	0	0	0	0	2	1	0	0	1	9	13	13
GE1A13	1	1	1	3	2	1	1	0	0	1	11	16	19
GE1A14	1	1	1	3	2	0	1	0	0	1	11	15	18
GE1A15	1	0	1	2	3	0	1	1	0	0	13	18	20
GE1A16	1	0	1	2	0	0	1	0	1	1	15	18	20
GE1A17	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	7	11	12
GE1A18	1	0	1	2	1	1	1	0	1	0	13	17	19
GE1A19	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	4	4
GE1A20	1	1	1	3	1	1	0	0	1	0	11	14	17
GE1A21	1	1	1	3	3	2	1	1	0	0	0	7	10
GE1A22	1	0	1	2	2	2	1	0	0	1	13	19	21
GE1A23	0	0	0	0	1	1	1	0	0	2	9	14	14
TOTAL	14	8	17		25	516	496	484	475	458	229		

GE1An= Grupo Experimental 1, Alumno n, $0 < n < 24$.

I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$. II.n= Ítem II. Pregunta n, $0 \leq n < 8$.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

**TABLA DE RESULTADOS POST-TEST COLEGIO CHARLES DARWIN
(GE1)**

Alumnos	ÍTEMS											PUNTAJE	
	ÍTEM I			ÍTEM II									
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6		S2
GE1A01	1	1	1	3	4	25	4	4	3	5	3	48	51
GE1A02	1	1	1	3	5	27	4	3	4	5	4	52	55
GE1A03	1	1	1	3	4	26	5	3	5	3	4	50	53
GE1A04	1	1	1	3	5	28	5	3	4	4	3	52	55
GE1A05	1	0	1	2	4	25	5	5	4	4	4	51	53
GE1A06	1	1	1	3	4	28	5	4	4	4	5	54	57
GE1A07	1	1	1	3	4	27	4	4	3	5	5	52	55
GE1A08	1	1	1	3	4	26	2	4	5	5	5	51	54
GE1A09	1	1	1	3	5	27	5	3	4	5	4	53	56
GE1A10	1	1	1	3	5	28	5	4	4	4	3	53	56
GE1A11	1	1	1	3	5	30	5	5	5	5	5	60	63
GE1A12	0	1	1	2	5	26	4	3	3	5	5	51	53
GE1A13	1	1	1	3	4	27	5	4	3	5	4	52	55
GE1A14	1	1	1	3	4	27	3	5	4	4	4	51	54
GE1A15	1	1	1	3	3	25	5	4	4	5	5	51	54
GE1A16	1	1	1	3	4	28	5	5	3	5	4	54	57
GE1A17	0	1	1	2	3	25	3	3	4	5	5	48	50
GE1A18	1	1	1	3	5	26	3	4	4	5	4	51	54
GE1A19	1	1	1	3	3	27	4	5	5	5	4	53	56
GE1A20	1	0	1	2	5	28	4	4	4	4	5	54	56
GE1A21	1	1	1	3	5	29	5	4	4	4	5	56	59
GE1A22	1	1	1	3	4	29	5	3	4	5	4	54	57
GE1A23	1	1	1	3	3	27	4	5	3	5	4	51	54
GE1A24	1	1	1	3	4	28	4	3	4	5	5	53	56
GE1A25	1	1	1	3	4	29	4	4	4	5	5	55	58
GE1A26	1	0	1	2	4	27	5	4	4	5	4	53	55
GE1A27	1	0	1	2	3	10	0	0	0	0	0	13	15
GE1A28	1	1	1	3	4	17	4	5	4	4	5	43	46
GE1A29	0	1	1	2	4	17	4	5	4	4	5	43	45
TOTAL	26	25	29		120	749	120	112	110	129	122		

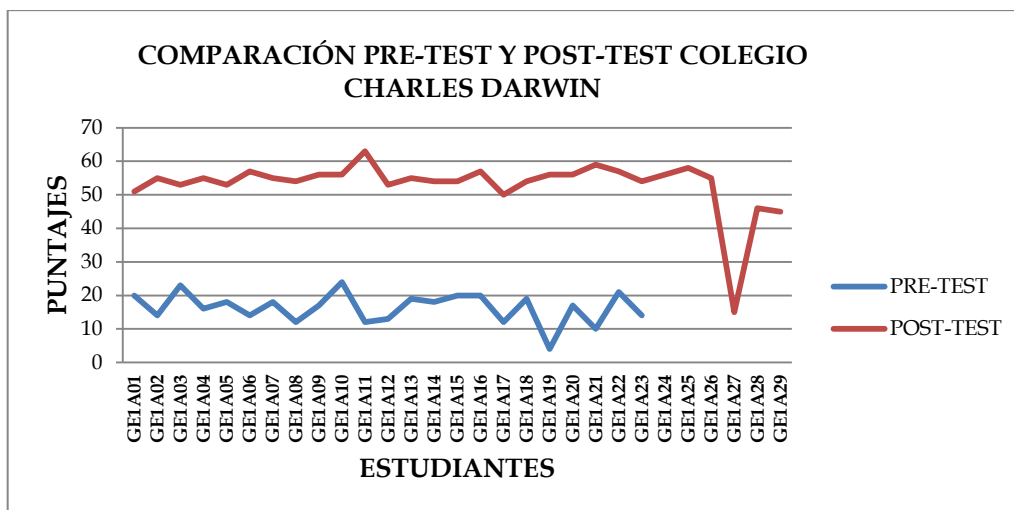
GE1An= Grupo Experimental 1, Alumno n, 0<n<30.

I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4. II.n= Ítem II. Pregunta n, 0≤n<8.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

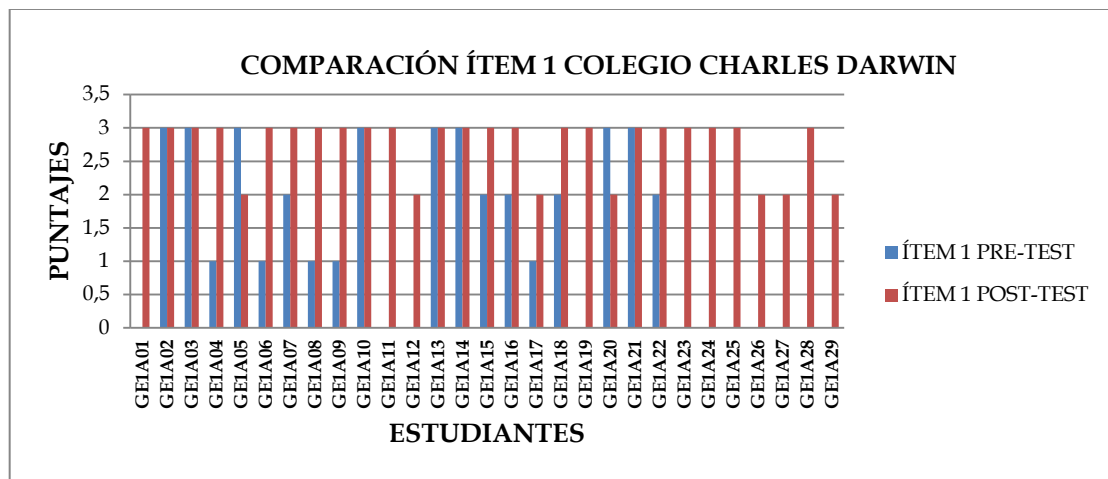
6.6 GRÁFICOS COLEGIO CHARLES DARWIN (GE1)

COMPARACIÓN PRE-TEST Y POST-TEST COLEGIO CHARLES DARWIN



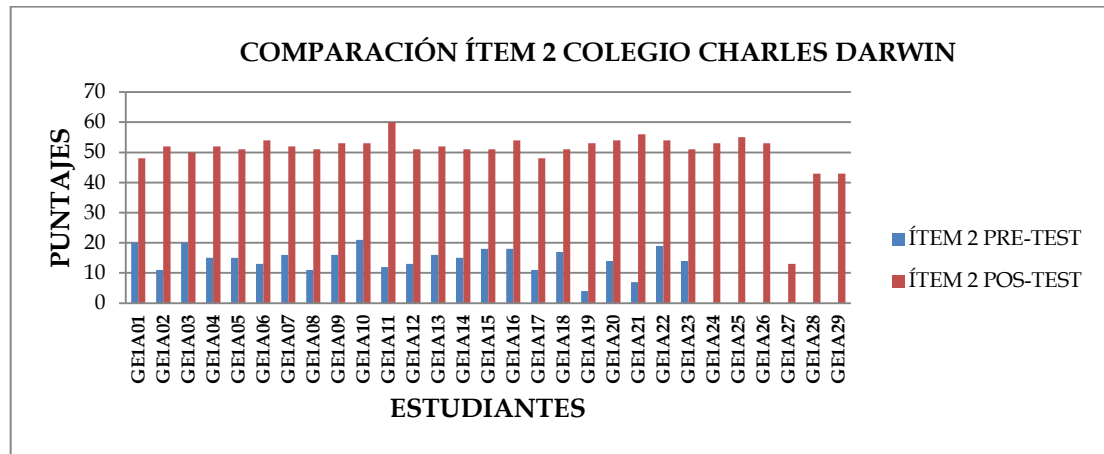
El gráfico anterior es de líneas, en las cuales la azul representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes del Colegio Charles Darwin en el Pre-Test y la línea roja representa los puntajes totales obtenidos en el Post-Test. Al observar el gráfico, podemos notar que los estudiantes GE1A24, GE1A25, GE1A26, GE1A27, GE1A28 y GE1A29 no rindieron el Post-Test, por lo cual no los tomaremos en cuenta en nuestro análisis, con el fin de realizar un análisis de cada estudiante, viendo sus resultados en el Pre-Test y luego en el Post-Test. Además se puede notar al mirar el gráfico que todo el grupo de estudiantes aumentaron su puntaje en el Post-Test en comparación del Pre-Test, por lo cual su rendimiento mejoro notablemente a partir de nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual se les realizo a los estudiantes luego de haber rendido el Pre-Test y antes de rendir el Post-Test.

COMPARACIÓN ÍTEM 1 COLEGIO CHARLES DARWIN



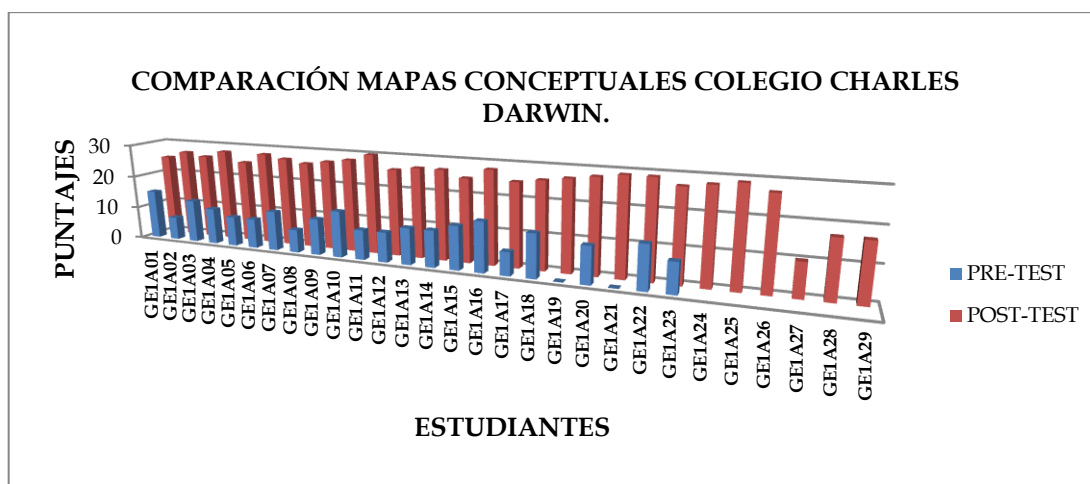
El gráfico mostrado anteriormente compara los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem 1 del Pre-Test en comparación del ítem 1 del Post-Test (barras azules representan el ítem 1 del Pre-Test y barras rojas representan el ítem 1 del Post-Test), además se puede decir de manera clara al observar las barras del gráfico, que la mayor parte del grupo de estudiantes obtuvo mejores resultados en el ítem 1 del Post-Test que en el ítem 1 del Pre-Test, ya que 15 estudiantes aumentaron su puntaje. Al igual que en el gráfico anterior, no tomaremos en cuenta a 6 estudiantes por no haber rendido el Pre-Test. Ahora, debido a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, los estudiantes mejoran su rendimiento, por ejemplo el estudiante GE1A09, que obtuvo 1 punto en el Pre-Test y 3 puntos en el Post-Test.

COMPARACIÓN ÍTEM 2 COLEGIO CHARLES DARWIN



El gráfico de tipo Histograma anterior, representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem 2 del Pre-Test (barras azules) y el ítem 2 del Post-Test (barras rojas). Si observamos y comparamos desde el estudiante GE1A01 hasta el GE1A23, ya que los demás no los tomaremos en cuenta en nuestro análisis por no haber rendido el Pre-Test. Se puede concluir que el grupo de estudiantes mencionados anteriormente mejoraron su rendimiento en el Post-Test en comparación del Pre-Test, debido a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP que se les realizó, como por ejemplo el estudiante GE1A19, que obtuvo 4 puntos al realizar el Pre-Test y 53 puntos al realizar el Post-Test, con lo cual queda a la vista el aumento en el rendimiento de los estudiantes.

COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES COLEGIO CHARLES DARWIN



El gráfico que se muestra con anterioridad, representa los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test (barras azules) y el Post-Test (barras rojas). Ahora observando el gráfico, se puede notar que el grupo de estudiantes en su totalidad aumentaron su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, por ejemplo el estudiante GE1A09, que obtuvo 11 puntos en el Pre-Test y 27 puntos en el Post-Test, ahora bien, más que validar la variable de rendimiento, lo que se busca es validar la variable de aprendizaje significativo, la cual se hace a partir de la construcción de mapas conceptuales y a partir del gráfico queda comprobado que luego de la intervención, los estudiantes en su totalidad aumentaron su puntaje de los mapas conceptuales, por lo cual la variable de aprendizaje significativo queda demostrada, gracias a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

6.7 TABLAS SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA (GE2)

TABLA DE RESULTADOS PRE-TEST SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA

Alumnos	ÍTEMS												PUNTAJE
	ÍTEM I				ÍTEM II								
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.7	S2	
GE2A01	0	0	1	1	1	1	1	3	4	1	13	24	25
GE2A02	0	0	1	1	1	2	1	2	0	0	7	13	14
GE2A03	1	1	1	3	4	1	4	5	0	3	11	28	31
GE2A04	0	0	1	1	2	1	1	0	0	0	10	14	15
GE2A05	1	1	1	3	2	1	2	1	3	2	9	20	23
GE2A06	1	1	1	3	1	2	1	5	3	2	9	23	26
GE2A07	1	1	1	3	4	2	1	1	0	0	13	21	24
GE2A08	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	7	11	12
GE2A09	1	1	1	3	0	2	1	2	5	1	14	25	28
GE2A10	0	1	1	2	1	0	1	0	0	1	15	18	20
GE2A11	0	1	1	2	2	1	1	2	0	0	11	17	19
GE2A12	1	1	1	3	2	1	0	1	0	0	13	17	20
GE2A13	0	0	1	1	3	1	1	0	0	0	9	14	15
GE2A14	0	0	1	1	2	1	1	1	0	0	3	8	9
GE2A15	1	1	1	3	1	1	1	0	0	0	12	15	18
GE2A16	1	1	1	3	3	1	0	0	0	1	13	18	21
GE2A17	0	1	1	2	2	1	1	0	0	0	11	15	17
GE2A18	0	1	1	2	1	2	1	1	0	0	11	16	18
GE2A19	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	7	11	12
GE2A20	0	0	1	1	2	1	1	2	0	0	11	17	18
GE2A21	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	9	13	13
GE2A22	1	0	0	1	0	1	2	1	0	1	7	12	13
GE2A23	0	0	0	0	0	1	2	0	0	2	7	12	12
GE2A24	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	11	15	16
GE2A25	1	0	0	1	2	1	1	2	0	0	9	15	16
GE2A26	0	0	1	1	2	1	1	0	1	0	15	20	21
GE2A27	0	0	0	0	0	1	2	0	0	2	0	5	5
TOTAL	11	12	21		41	29	30	35	16	19	267		

GE2An= Grupo Experimental 2, Alumno n, $0 < n < 28$.

I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$. II.n= Ítem II. Pregunta n, $0 \leq n < 8$.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2.

**TABLA DE RESULTADOS POST-TEST SCUOLA ITALIANA DE VILLA
ALEMANA**

Alumnos	ÍTEMS											PUNTAJE	
	ÍTEM I				ÍTEM II								
	I.1	I.2	I.3	S1	II.0	II.1	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6		S2
GE2A01	1	1	1	3	4	25	5	5	4	5	4	52	55
GE2A02	0	1	1	2	4	26	5	5	4	5	3	52	54
GE2A03	1	1	1	3	5	27	5	4	5	4	5	55	58
GE2A04													
GE2A05	1	0	1	2	5	27	5	3	4	5	4	53	55
GE2A06	1	1	1	3	5	29	5	5	4	5	3	56	59
GE2A07	1	1	1	3	5	26	5	5	4	5	4	54	57
GE2A08	1	1	1	3	5	30	5	3	5	4	3	55	58
GE2A09	1	1	1	3	5	29	5	4	4	5	4	56	59
GE2A10	1	1	1	3	5	28	4	4	5	4	3	53	56
GE2A11	1	1	1	3	5	30	5	3	4	5	3	55	58
GE2A12													
GE2A13	1	1	1	3	5	26	4	4	3	5	5	52	55
GE2A14	1	1	0	2	5	27	5	4	3	5	3	52	54
GE2A15													
GE2A16	1	1	1	3	4	25	5	4	4	5	4	51	54
GE2A17	1	1	1	3	5	28	5	4	5	5	3	55	58
GE2A18	0	1	1	2	5	26	4	5	4	5	5	54	56
GE2A19	1	1	0	2	5	27	5	5	4	4	3	53	55
GE2A20	1	1	1	3	5	28	5	4	4	5	3	54	57
GE2A21	1	1	1	3	5	27	5	5	4	4	5	55	58
GE2A22	1	1	1	3	5	30	4	4	4	5	4	56	59
GE2A23	0	1	1	2	4	26	4	5	4	5	4	52	54
GE2A24													
GE2A25													
GE2A26	0	1	1	2	5	28	5	5	5	5	4	57	59
GE2A27	0	1	1	2	5	27	5	5	5	5	4	56	58
TOTAL	17	21	20		106	602	105	95	92	105	83		

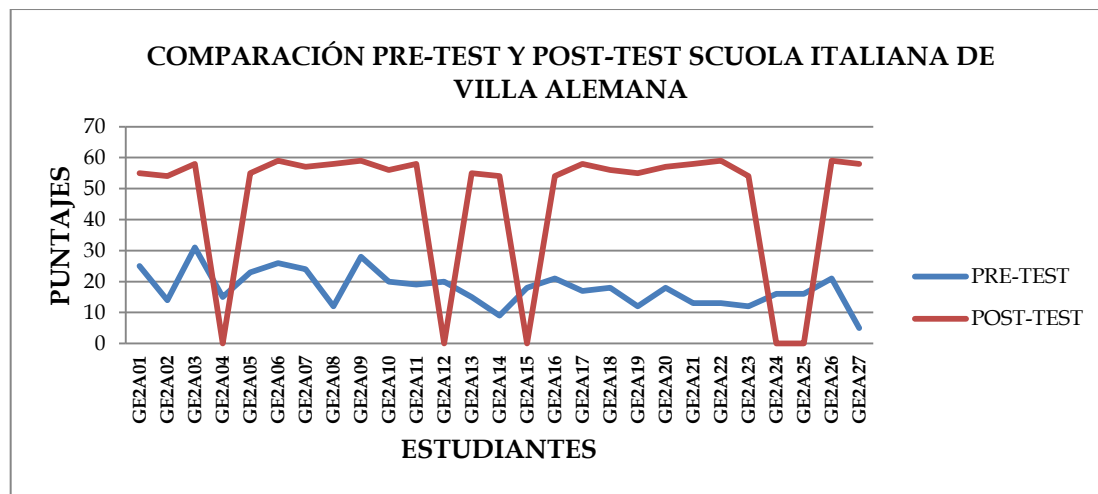
GE2An= Grupo Experimental 2, Alumno n, 0<n<28.

I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4. II.n= Ítem II. Pregunta n, 0≤n<8.

S1: Suma Ítem 1. S2: Suma Ítem 2. : No Rinde.

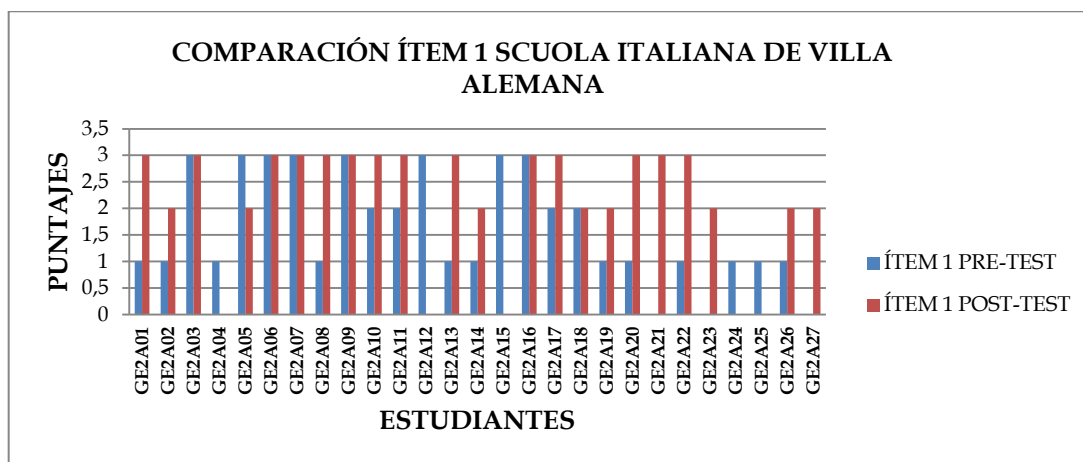
6.8 GRÁFICOS SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA

COMPARACIÓN PRE-TEST Y POST-TEST SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA



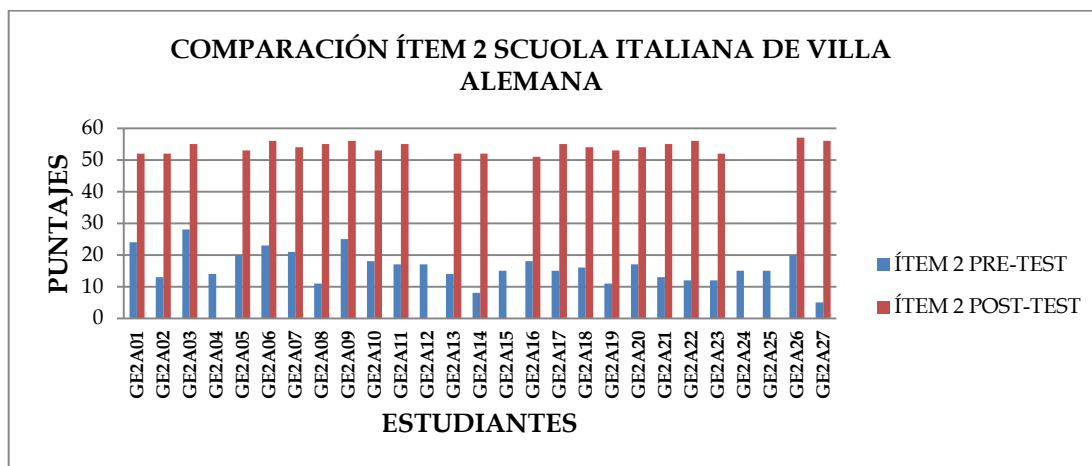
El gráfico de líneas anterior representa los puntajes totales obtenidos por el grupo experimental de estudiantes de la Scuola Italiana de Villa Alemana, la línea azul representa los totales obtenidos por cada estudiante en el Pre-Test y la línea roja representa los totales obtenidos por cada estudiante en el Post-Test. En el análisis de este establecimiento no tomaremos en cuenta a los estudiantes GE2A04, GE2A12, GE2A15, GE2A24 y GE2A25, ya que estos no rindieron el Post-Test y para poder realizar un análisis de cada alumno referente a su Pre-Test y Post-Test. Ahora mirando el gráfico se concluye que el GE2 (grupo experimental 2) en su totalidad aumentó considerablemente su puntaje en el Post-Test en comparación del Pre-Test, como por ejemplo el estudiante GE2A13 que obtuvo 15 puntos en el Pre-Test y 55 puntos en el Post-Test, en conclusión se dice que la Propuesta de Enseñanza PEVIREP mejora el rendimiento de los estudiantes.

COMPARACIÓN ÍTEM 1 SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA



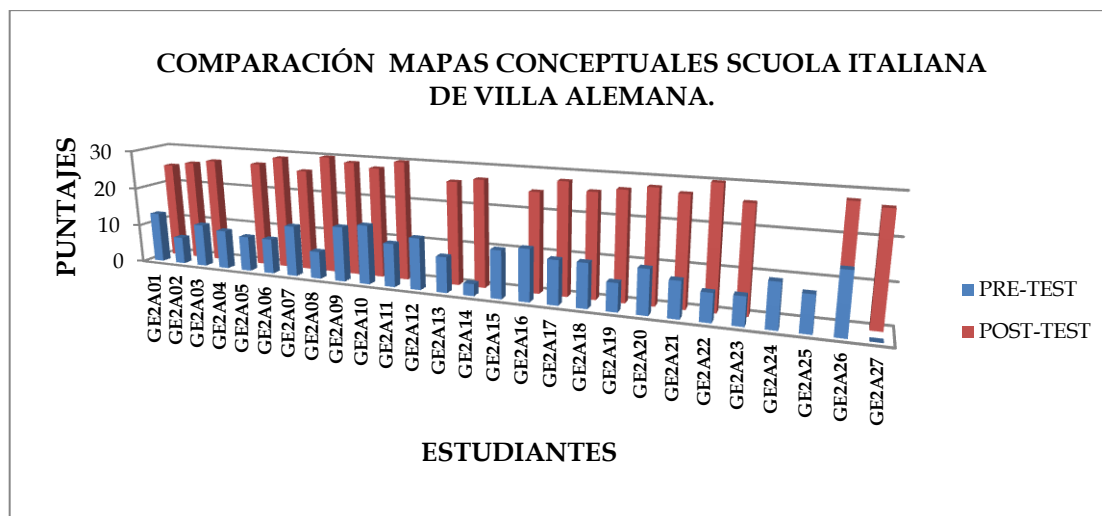
El gráfico de tipo Histograma anterior representa los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en el ítem 1 del Pre-Test (barras azules) y del Post-Test (barras rojas), además si se observa el gráfico, se puede notar que 12 estudiantes aumentaron su puntaje en el Post-Test en comparación del Pre-Test, 1 estudiante bajo su puntaje, 6 lo mantuvieron y 8 no rindieron ya sea el pre-test o el Post-Test, por lo cual no se les tomara en cuenta en este análisis, por ser un análisis de cada estudiante a partir del Post-Test en comparación del Pre-Test, por ejemplo tenemos al estudiante GE2A22, que obtuvo 1 punto en el Pre-Test y 3 puntos en el Post-Test. Al igual que en el gráfico 6.8.1., cabe destacar que nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP ayudo a mejorar los puntajes de los estudiantes en el Post-Test y por ende mejorar su rendimiento.

COMPARACIÓN ÍTEM 2 SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos de cada estudiante en el ítem 2 del Pre-Test (barras azules) y del ítem 2 del Post-Test (barras rojas), cabe destacar que al observar el gráfico todos los estudiantes aumentaron su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, por lo cual aumentaron su rendimiento, como por ejemplo el estudiante GE2A17, el cual obtuvo 15 puntos en el Pre-Test y 55 puntos en el Post Test. Al igual que en los gráficos anteriores de la Scuola Italiana de Villa Alemana y los del Colegio Charles Darwin, se repite la idea de que los grupos que son experimentales aumentan su rendimiento gracias a la Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA



El gráfico anterior muestra los puntajes totales obtenidos por cada estudiante en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test (barras azules) y la pregunta de mapa conceptual del Post-Test (barras rojas). Se puede notar que al observar las barras de cada estudiante, se dice que todos ellos aumentaron su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, como por ejemplo el estudiante GE2A19 que obtuvo 7 puntos en el Pre-Test y 27 puntos en el Post-Test.

Como se nombró anteriormente, la confección de mapas conceptuales que se les pidió realizar a los estudiantes, es para validar la variable del aprendizaje significativo y como se puede observar en el gráfico, todos los estudiantes aumentaron en el Post-Test, respecto de los mapas conceptuales, entonces se demuestra la variable de aprendizaje significativo, gracias a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual se les realizó a los estudiantes luego de haber rendido el Pre-Test y antes de rendir el Post-Test.

TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS DE PRE-TEST Y POST-TEST ENTRE GRUPOS

TABLA DE COMPARACIÓN GE1-GC1

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST			POST-TEST		
	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GE1	14	8	17	26	25	29
GC1	8	6	23	14	11	9

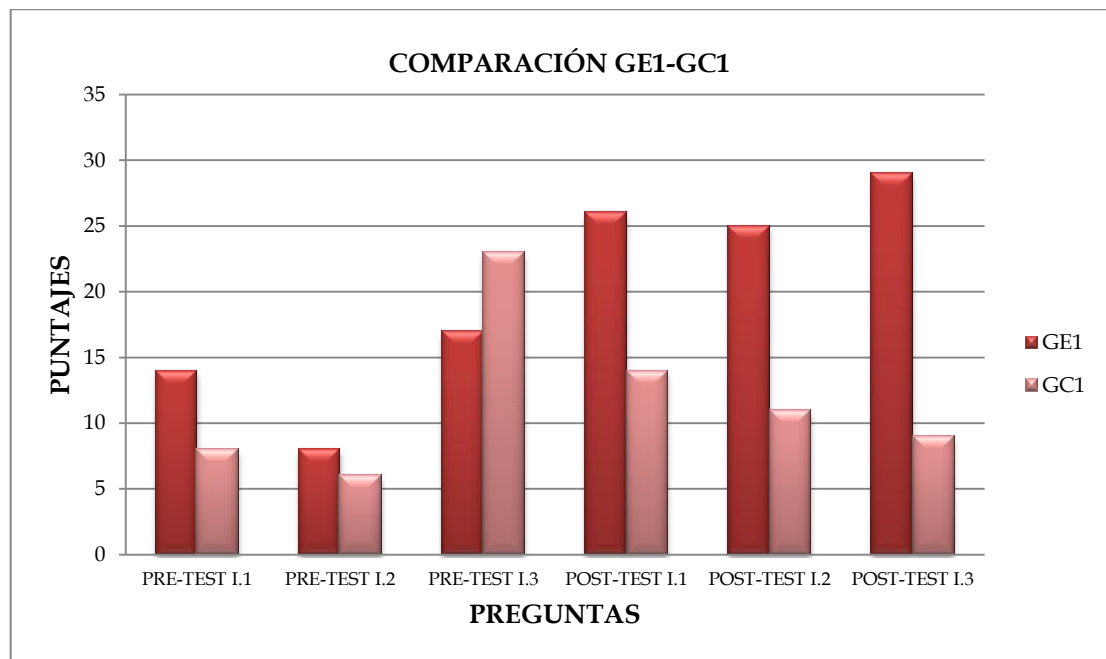
GE1= Grupo experimental 1.

GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GE1-GC1



El gráfico de tipo Histograma anterior, representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en cada pregunta del ítem 1 del Pre-Test y del ítem 1 del Post-Test. Las barras rojas corresponden a los puntajes totales del GE1 y las barras de color más claro representan los puntajes totales del GC1. Cabe destacar, que al observar el gráfico se puede concluir que en 5 de las 6 preguntas evaluadas en este gráfico, el GE1 obtiene puntajes más altos que el GC1, en la única pregunta que el GC1 fue mayor su puntaje es en la I.3 del Pre-Test que obtuvo 23 puntos, contra 17 puntos que obtuvo el GE1. Además podemos concluir que gracias a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP el GE1 obtuvo un mejor rendimiento en este ítem, en comparación del GC1 que no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN GE2-GC2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST			POST-TEST		
	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GE2	11	12	21	17	21	20
GC2	27	21	22	19	9	17

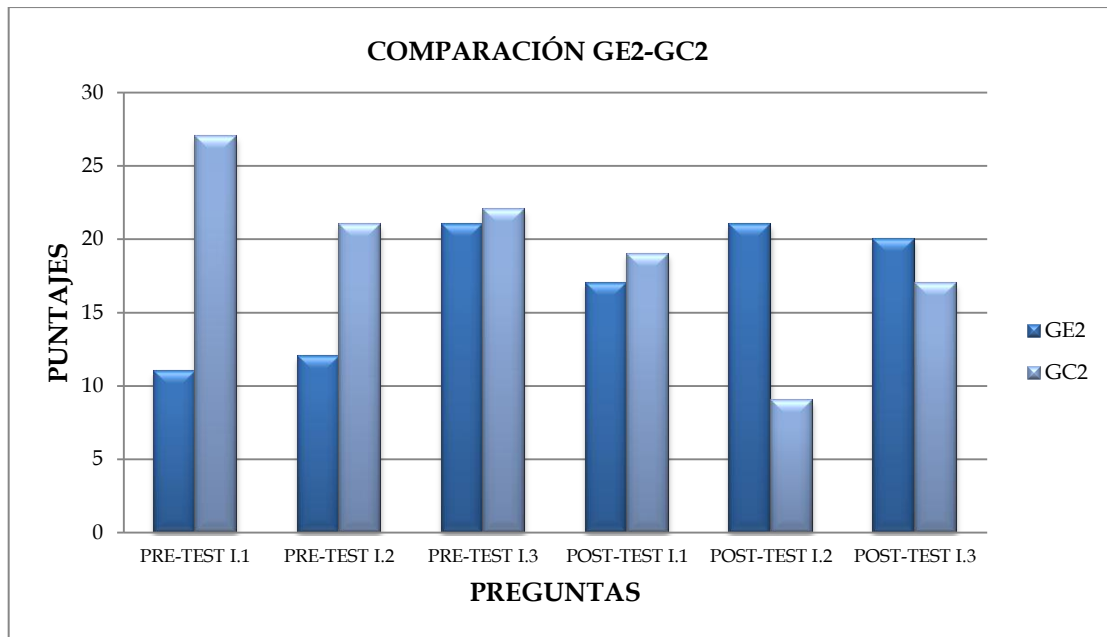
GE2= Grupo experimental 2.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, 0<n<4.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GE2-GC2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem 1 del Pre-Test y el ítem 1 del Post-Test, las barras azules representan al GE2 y las barras celestes representan al GC2, sin embargo, al observar el gráfico y al comparar las barras, en 4 de 6 preguntas el GC2 obtuvo más puntos que el GE2, pero hay que destacar que el GC2 en el Pre-Test rindieron 28 estudiantes y en el Post-Test lo rindieron 27 estudiantes, a diferencia que en el GE2 fueron menos estudiantes, ya que en el Pre-Test lo rindieron 27 estudiantes y en el Post-Test lo rindieron 22 estudiantes. Además si nos fijamos en los puntajes totales que obtuvo cada grupo en el Pre-Test y en el Post-Test, se tiene que el GC2 obtuvo 70 puntos en total en el Pre-Test, pero en el Post-Test obtuvo 45 puntos, por lo cual bajo su rendimiento, a diferencia del GE2 que obtuvo en total en el Pre-Test 44 puntos y en el Post-Test obtuvo en total 58 puntos, por ende subió su rendimiento y se comprueba que la Propuesta de Enseñanza PEVIREP mejora el rendimiento de los estudiantes.

TABLA DE COMPARACIÓN GE1-GC2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST			POST-TEST		
	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GE1	14	8	17	26	25	29
GC2	27	21	22	19	9	17

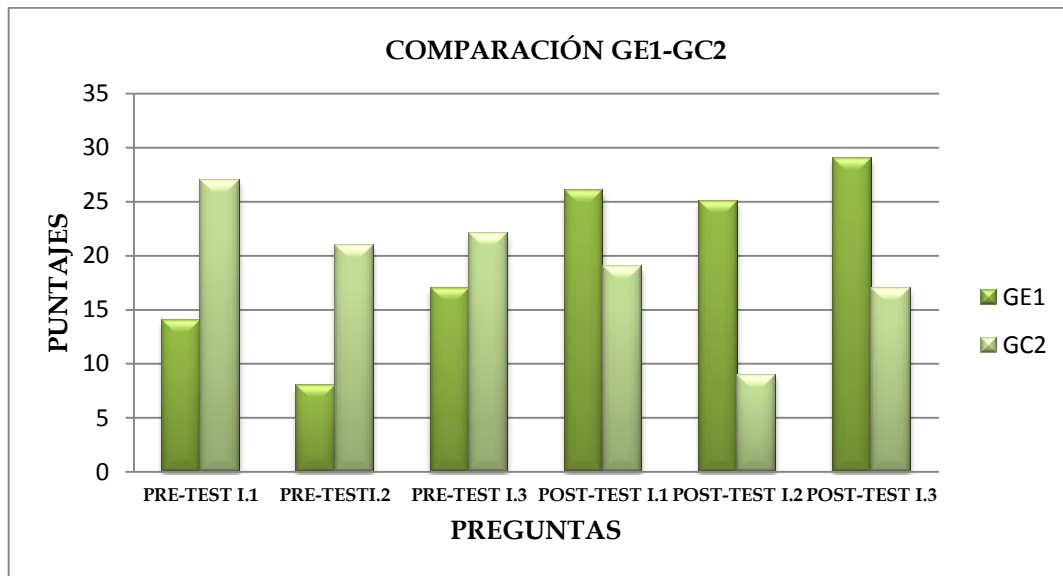
GE1= Grupo experimental 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GE1-GC2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos de los estudiantes del GE1 y del GC2 en el ítem 1 del Pre-Test y del Post-Test, las barras verdes representan al GE1 y las barras de color más claro representan GC2. Al observar el gráfico podemos notar que en el Pre-Test, el GC2 obtuvo

mejores puntajes que el GE1, sin embargo cabe destacar que en el GC2, la cantidad de estudiantes que rindieron el Pre-Test fueron 28, a diferencia del GE1, que fueron solo 23. Luego al observar el Post-Test, se puede notar que el GE1 obtuvo mejores puntajes que el GC2, gracias a nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP, por ejemplo si hablamos de los puntajes totales que se obtuvieron en el Post-Test, el GE1 obtuvo 80 puntos en total, a diferencia del GC2 que obtuvo solo 45 puntos, de esta manera queda demostrada la variable de rendimiento, con lo cual se puede concluir que la Propuesta de Enseñanza PEVIREP ayuda a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

TABLA DE COMPARACIÓN GE2-GC1

	PRE-TEST			POST-TEST		
GRUPO/ÍTEM	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GE2	11	12	21	17	21	20
GC1	8	6	23	14	11	9

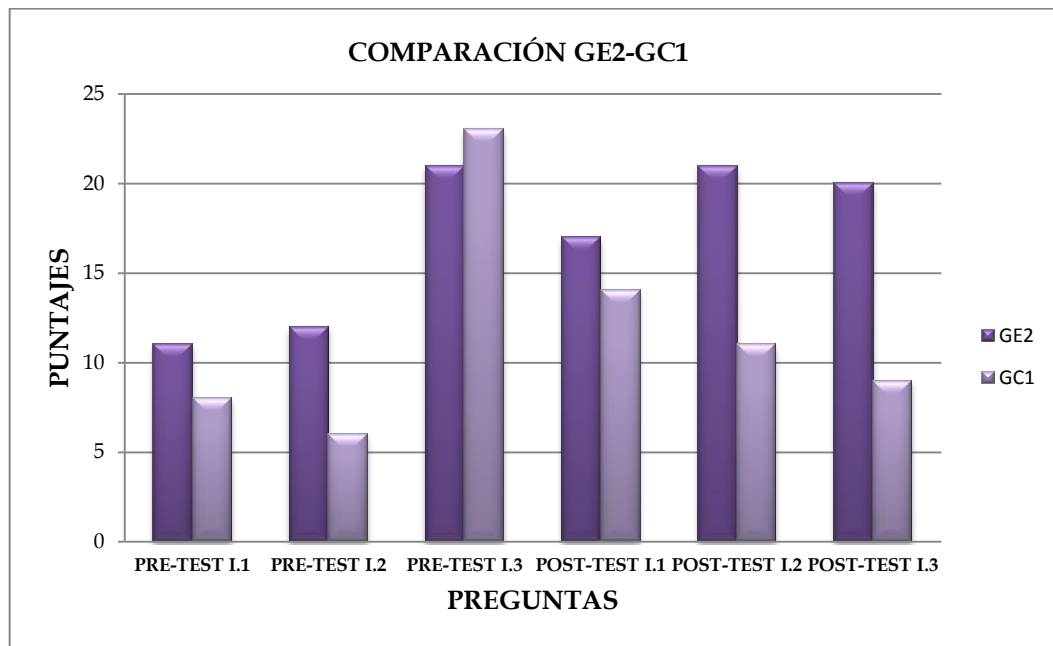
GE2= Grupo experimental 2.

GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GE2-GC1



El gráfico anterior muestra los puntajes totales obtenidos por el GE2 y GC1 en el ítem 1 del Pre-Test y Post-Test, las barras más oscuras representan los puntajes del GE2 y las barras más claras representan los puntajes del GC1. Como se puede notar al observar el gráfico, el GE2 obtiene más puntaje en 5 de 6 preguntas que se están analizando en este caso, por ejemplo en la pregunta I.2 del Post-Test, el GE2 obtuvo 21 puntos contra 11 puntos que obtuvo el GC1, además si tomamos en cuenta los puntajes totales del Pre-Test y Post-Test, se tiene que el GE2 obtuvo 44 puntos y en el Post-Test obtuvo 58 puntos, a diferencia del GC1 que obtuvo en el Pre-Test 37 puntos y en el Post-Test solo 34 puntos, con lo cual se demuestra que el GE2 mejora su rendimiento en el Post-Test en comparación del GC1, gracias a la Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN GE1-GE2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST			POST-TEST		
	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GE1	14	8	17	26	25	29
GE2	11	12	21	17	21	20

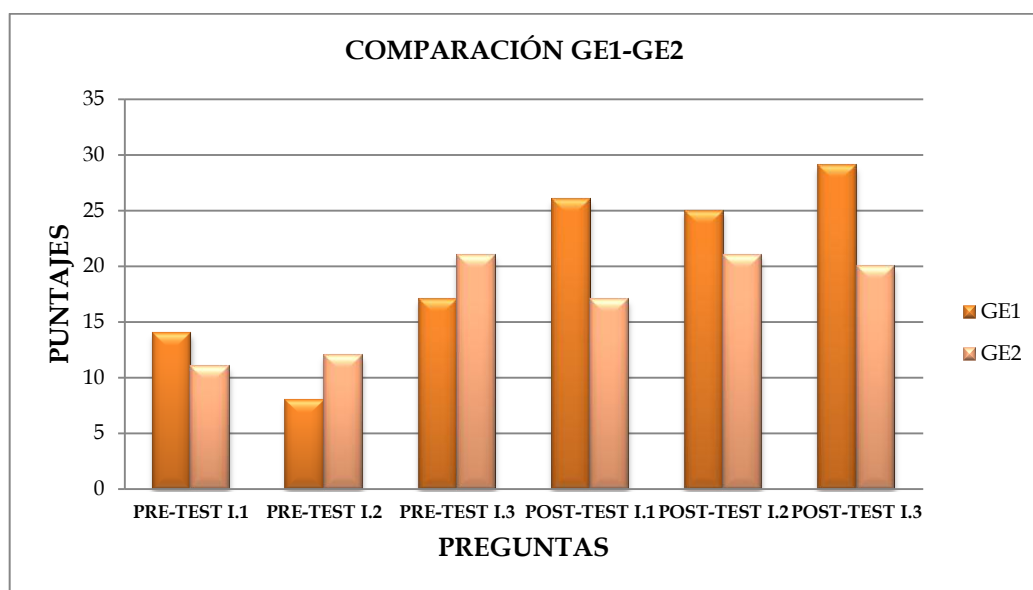
GE1= Grupo experimental 1.

GE2= Grupo experimental 2.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GE1-GE2



El gráfico anterior compara los puntajes totales obtenidos por el GE1 y el GE2 en el ítem 1 del Pre-Test y del Post-Test, las barras naranjas representan los puntajes del GE1 y las barras más claras representan los puntajes del GE2. Al observar y comparar cada pregunta se puede notar que en 4 de 6 preguntas el

GE1 obtuvo más puntaje que el GE2, sin embargo cabe destacar que si nos fijamos en los puntajes totales que obtuvieron cada grupo en el Pre-Test y en el Post-Test se tiene que el GE1 obtuvo en el Pre-Test 39 puntos y en el Post-Test 80 puntos, además el GE2 obtuvo en el Pre-Test 44 puntos y en el Post-Test 58 puntos, por lo cual ambos grupos aumentaron su puntaje en el Post-Test, lo cual demuestra que como los dos grupos son de tipo experimental, se tiene que la Propuesta de Enseñanza PEVIREP a la cual fueron sometidos estos grupos, ayuda a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

TABLA DE COMPARACIÓN GC1-GC2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST			POST-TEST		
	I.1	I.2	I.3	I.1	I.2	I.3
GC1	8	6	23	14	11	9
GC2	27	21	22	19	9	17

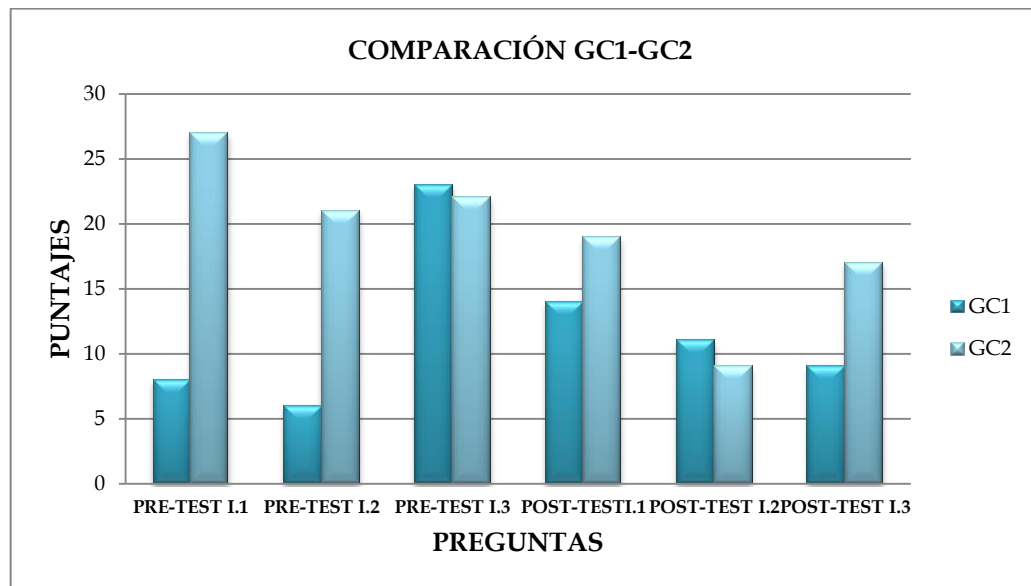
GC1= Grupo control 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

POST-TEST I.n= Ítem I. Pregunta n, $0 < n < 4$.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN GC1-GC2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos en el ítem 1 del Pre-Test y del Post-Test del GC1 y GC2, las barras más oscuras representan los puntajes del GC1 y las barras más claras representan los puntajes del GC2. Ahora cabe destacar que al observar el gráfico y fijarnos en los puntajes totales que obtuvo cada grupo de tipo control en el Pre-Test y en el Post-Test, se tiene que el GC1 obtuvo en el Pre-Test 37 puntos y en el Post-Test 34 puntos, además el GC2 obtuvo en el Pre-Test 70 puntos y en el Post-Test 45 puntos, con lo cual se concluye que ambos grupos bajaron su puntaje en el Post-Test en comparación del Pre-Test, más aún queda demostrado que al no ser intervenidos estos grupos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, no subieron su rendimiento.

6.10 TABLAS Y GRÁFICOS COMPARATIVOS ENTRE GRUPOS DE MAPAS CONCEPTUALES

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GC1

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GE1	229	749
GC1	123	119

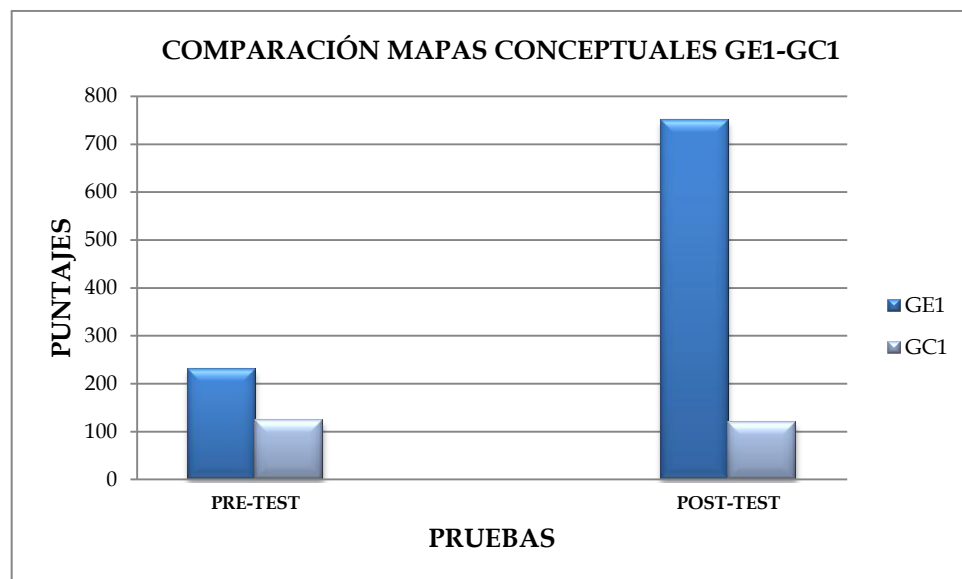
GE1= Grupo experimental 1.

GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GC1



El gráfico anterior compara los puntajes totales por pregunta de mapa conceptual realizada en el Pre-Test y en el Post-Test del GE1 y del GC1, las barras azules representan los puntajes totales del GE1 y las barras celestes

representan los puntajes totales del GC1. Ahora si nos fijamos en el gráfico, se puede notar que el GC1 bajo su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 123 puntos en el Pre-Test y 119 puntos en el Post-Test, acá se nota que el grupo es de tipo control, ya que no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, a diferencia del GE1, el cual aumentó su puntaje considerablemente en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 749 puntos en el Post-Test y 229 puntos en el Pre-Test, todo esto gracias a que este grupo fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (su medición fue a partir de la construcción de los mapas conceptuales).

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE2-GC2

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GE2	267	602
GC2	98	85

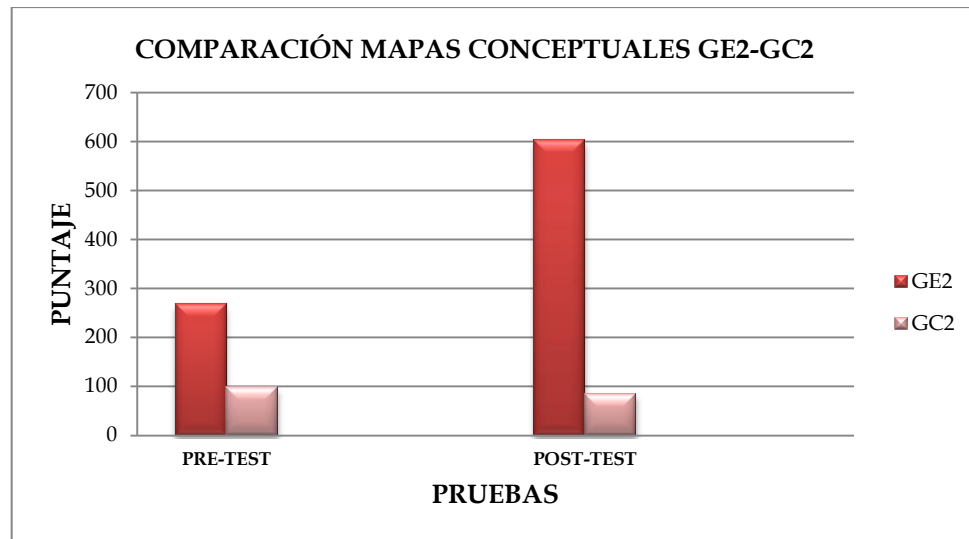
GE2= Grupo experimental 2.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE2-GC2



El gráfico anterior muestra los puntajes totales obtenidos en las preguntas de mapas conceptuales del GE2 y GC2 en el Pre-Test y en el Post-Test, las barras rojas representan los puntajes del GE2 y las barras más claras representan los puntajes obtenidos por el GC2. Ahora bien, si nos fijamos en las barras y comparamos los puntajes totales obtenidos por el GC2, se tiene que en el Post-Test disminuyó su puntaje, ya que obtuvo 85 puntos y en el Pre-Test obtuvo 98 puntos, con lo cual se refleja que este grupo no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, a diferencia del GE2, que en el Post-Test aumentó su puntaje considerablemente en comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 602 puntos en el Post-Test y 267 puntos en el Pre-Test, estos resultados se dan gracias a que el GE2 fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudó a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (su medición fue a partir de la construcción de mapas conceptuales).

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GC2

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GE1	229	749
GC2	98	85

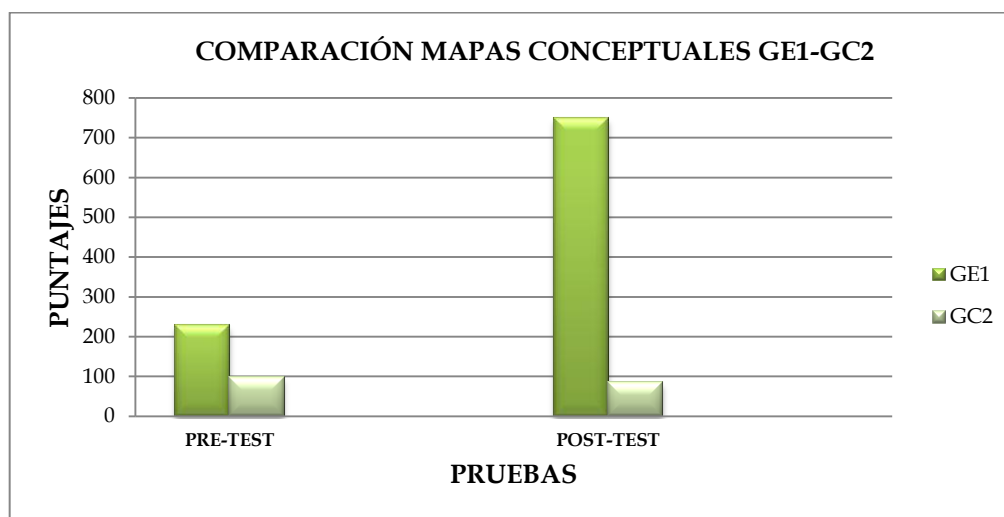
GE1= Grupo experimental 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GC2



El gráfico anterior corresponde a una comparación de los puntajes totales obtenidos por los estudiantes del GE1 y del GC2 en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test y del Post-Test, las barras verdes corresponden a los puntajes totales obtenidos por el GE1 y las barras de color más claro corresponden a los puntajes totales obtenidos por el GC2. Ahora si nos fijamos en el gráfico, se puede notar que el GC2 bajo su puntaje en el Post-Test, en

comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 85 puntos en el Post-Test y 98 puntos en el Pre-Test, estos resultados son consecuencia de que el GC2 no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP. Por lo contrario el GE1 aumentó su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 749 puntos en el Post-Test y 229 puntos en el Pre-Test, estos resultados se dan gracias a que el GE1 fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (se midió a partir de la construcción de mapas conceptuales).

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE2-GC1

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GE2	267	602
GC1	123	119

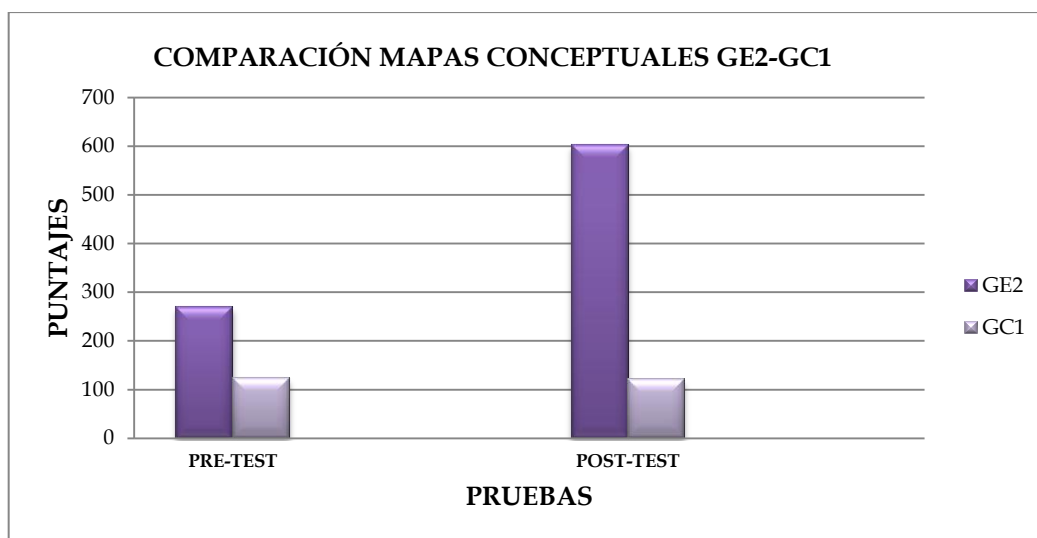
GE2= Grupo experimental 2.

GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE2-GC1



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos por el GE2 y el GC1 en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test y del Post-Test, además las barras de color más oscuro representan los puntajes totales del GE2 y las barras de color más claro representan los puntajes totales del GC1. Al observar el gráfico, se puede notar que al igual que en los casos anteriores donde intervienen grupos de tipo control, el GC1 bajo su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que obtuvo 119 puntos en el Post-Test y 123 puntos en el Pre-Test, estos resultados son consecuencia de que el GC1 no fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, a diferencia del GE2, el cual obtuvo 267 puntos en el Pre-Test y 602 puntos en el Post-Test, este aumento de puntaje se da gracias a que el GE2 fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (el cual se mide a partir de la construcción de mapas conceptuales).

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GC1-GC2

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GC1	123	119
GC2	98	85

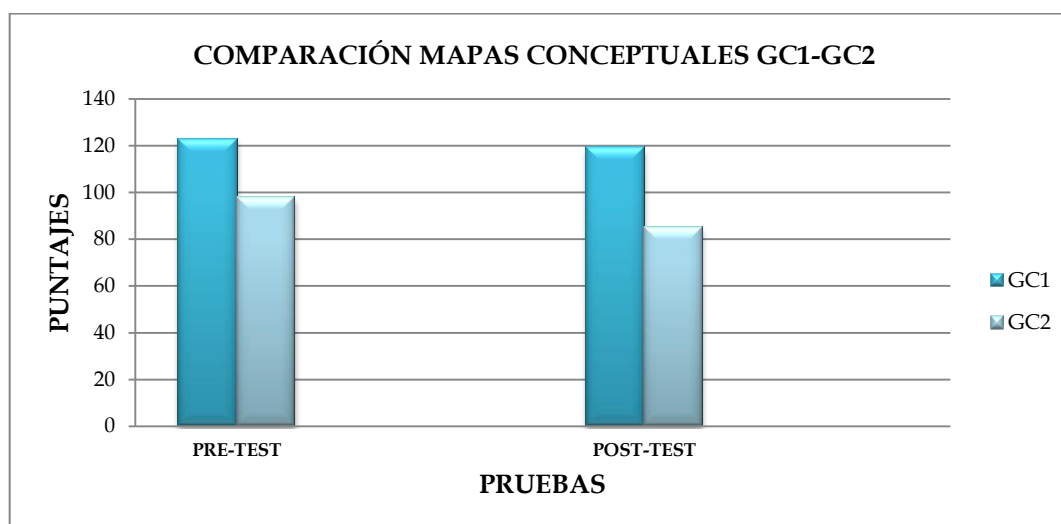
GC1= Grupo control 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GC1-GC2



El gráfico anterior muestra los puntajes obtenidos por el GC1 y por el GC2 en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test y del Post-Test, las barras más oscuras representan los puntajes del GC1 y las barras de más claras

representan los puntajes del GC2. Al observar el gráfico se puede notar que ambos grupos bajaron su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que el GC1 obtuvo 119 puntos en el Post-Test y 123 puntos en el Pre-Test y el GC2 obtuvo 85 puntos en el Post-Test y 98 puntos en el Pre-Test. Estos resultados son consecuencia de que ambos grupos son de tipo control, por lo cual no fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GE2

	PRE-TEST	POST-TEST
GRUPO/ITEM	II.7	II.1
GE1	229	749
GE2	267	602

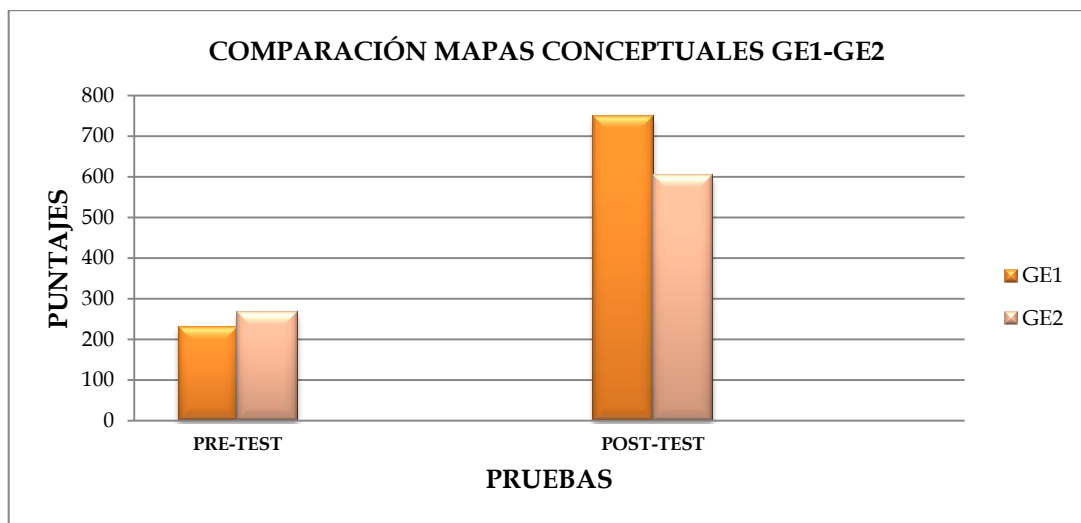
GE1= Grupo experimental 1.

GE2= Grupo experimental 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 1.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES GE1-GE2



El gráfico anterior representa los puntajes totales del GE1 y del GE2 en la pregunta de mapa conceptual del Pre-Test y del Post-Test, las barras naranjas representan los puntajes totales del GE1 y las barras de color más claro representan los puntajes totales del GE2. Al observar el gráfico se puede notar que ambos grupos suben su puntaje en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que el GE1 obtuvo 749 puntos en el Post-Test y 229 puntos en el Pre-Test y el GE2 obtuvo 602 puntos en el Post-Test y 267 puntos en el Pre-Test. Estos resultados son consecuencia de que ambos grupos son de tipo experimental, por lo cual fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el aprendizaje significativo de los estudiantes (el cual se mide a partir de la construcción de mapas conceptuales).

6.11 TABLAS Y GRAFICOS COMPARATIVOS ENTRE GRUPOS DE PREGUNTAS DE DESARROLLO

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE1-GC1

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST						POST-TEST					
	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GE1	25	24	20	12	9	17	120	120	112	110	129	122
GC1	37	35	33	23	35	31	23	68	19	43	23	36

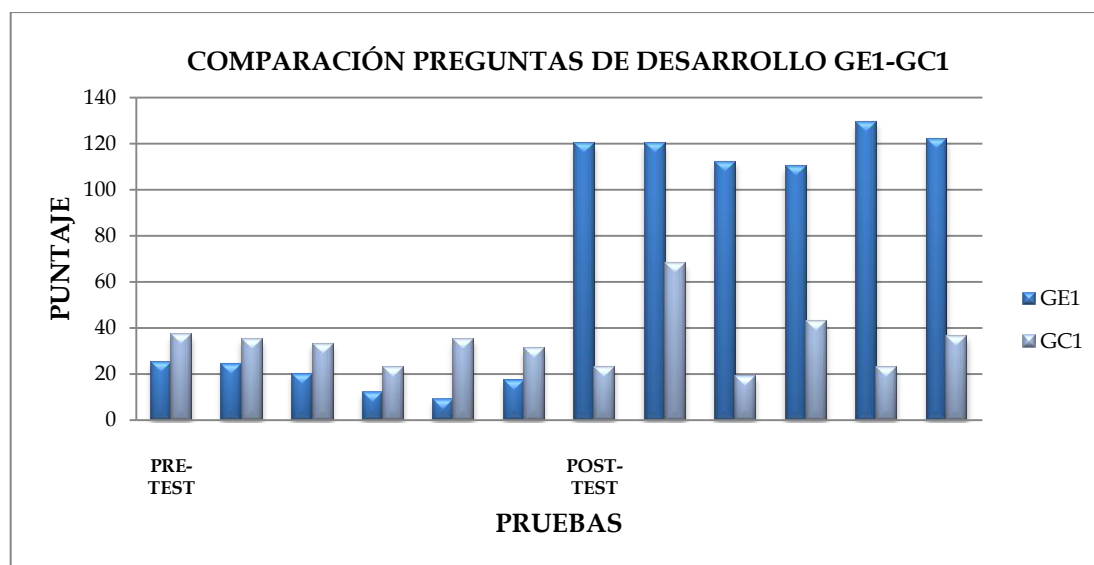
GE1= Grupo experimental 1.

GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o $1 < n < 7$.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o $1 < n < 7$

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE1-GC1



El gráfico anterior compara los puntajes totales obtenidos por el GE1 y el GC1 en las preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras azules representan los puntajes del GE1 y las barras de color celeste representan los puntajes del GC1. Como se puede observar en el gráfico, los puntajes de todas las preguntas de desarrollo del Post-Test del GE1 superan en puntaje a las preguntas de desarrollo del GC1, por ejemplo la pregunta II.3 del Post-Test arroja que el GE1 obtuvo 112 puntos y el GC1 obtuvo 19 puntos, además al observar los puntajes totales del Pre-Test y del Post-Test, se nota de manera clara que el GE1 es el que sube sus puntajes considerablemente en el Post-Test en comparación del Pre-Test, todo esto gracias a que el grupo de tipo experimental fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudó a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE2-GC2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST						POST-TEST					
	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GE2	41	29	30	35	16	19	106	105	95	92	105	83
GC2	22	20	27	31	21	25	34	46	24	22	21	26

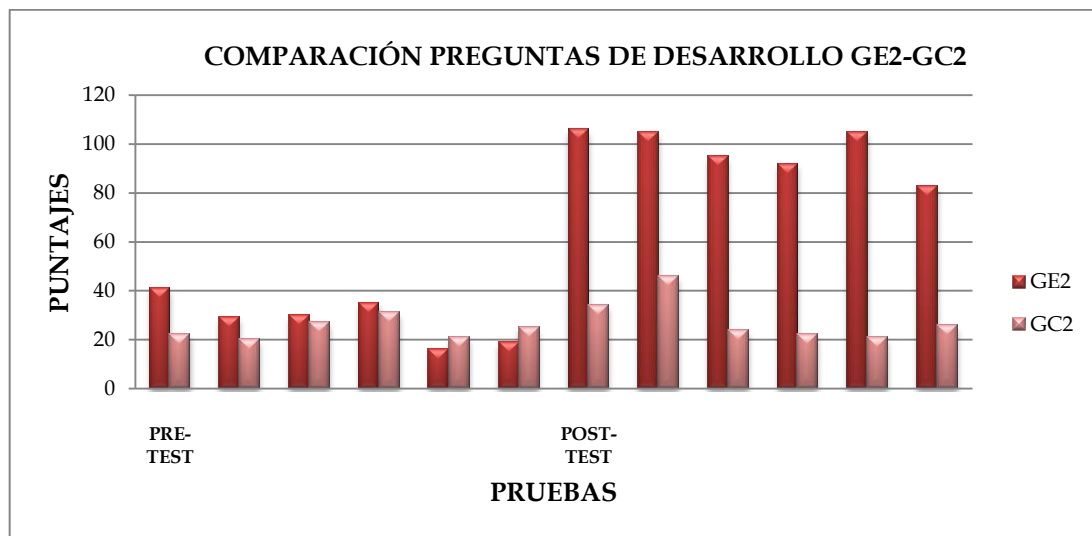
GE2= Grupo experimental 2.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o $1 < n < 7$.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o $1 < n < 7$

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE2-GC2



El gráfico anterior muestra los puntajes totales obtenidos por el GE2 y el GC2 en la preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras de color rojo representan los puntajes totales del GE2 y las barras de color más claro representan los puntajes del GC2. Al observar el gráfico y comparar los

puntajes del Pre-Test y del Post-Test se tiene de manera clara que el GE2 aumentó considerablemente sus puntajes en el Post-Test, por ejemplo en la pregunta II.2 del Post-Test obtuvo 105 puntos, el cual supera considerablemente el promedio de los puntajes que obtuvo en el Pre-Test, a diferencia del GC2, que en solo tres preguntas del Post-Test subió muy poco el puntaje, en comparación del promedio obtenido en el Pre-Test. Tal diferencia que se da entre el grupo de tipo experimental con el de control es gracias a que el grupo experimental fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP y el grupo control no, con lo cual la Propuesta de Enseñanza PEVIREP, ayudo a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO

GE1-GC2

	PRE-TEST						POST-TEST					
GRUPO/ÍTEM	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GE1	25	24	20	12	9	17	120	120	112	110	129	122
GC2	22	20	27	31	21	25	34	46	24	22	21	26

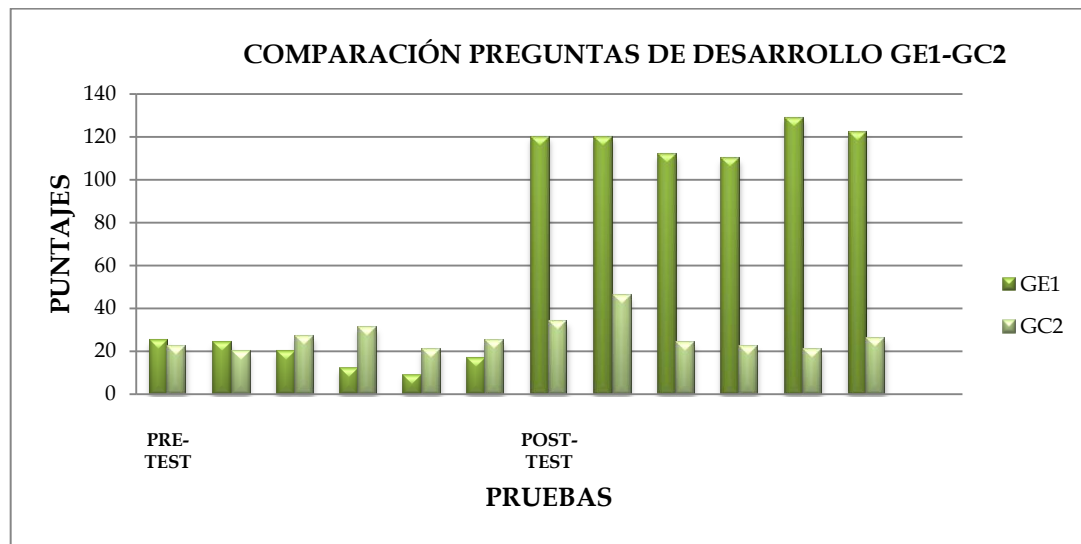
GE1= Grupo experimental 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE1-GC2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos por el GE1 y el GC2 en las preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras de color verde representan los puntajes del GE1 y las barras de color más claro representan los puntajes del GC2. Además al observar el gráfico queda a la vista que en todas las preguntas de desarrollo del GE1 en el Post-Test, aumentó su puntaje de manera clara con respecto al promedio de los puntajes obtenidos en el Pre-Test, por ejemplo en la pregunta II.4 del Post-Test, el GE1 obtuvo 110 puntos, el cual supera abundantemente el promedio de los puntajes obtenidos en el Pre-Test, a diferencia del GC2 que en solo tres preguntas del Post-Test aumentaron su puntaje muy poco en comparación del promedio obtenido en el Pre-Test. Esta diferencia entre experimental y control, se da gracias a que el grupo experimental fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el rendimiento de los estudiantes y que el grupo control no fue intervenido.

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE2-GC1

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST						POST-TEST					
	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GE2	41	29	30	35	16	19	106	105	95	92	105	83
GC1	37	35	33	23	35	31	23	68	19	43	23	36

GE2= Grupo experimental 2.

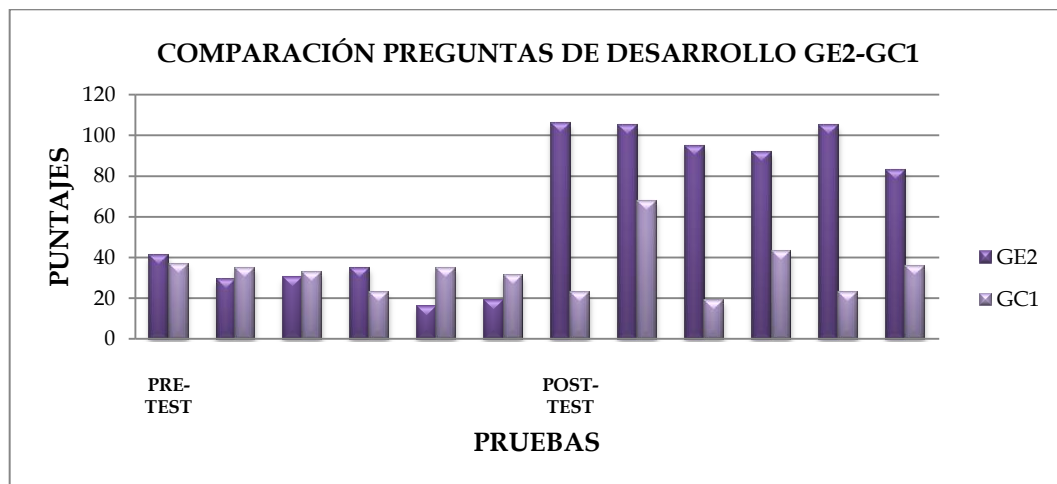
GC1= Grupo control 1.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DEZ DESARROLLO

GE2-GC1



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos por el GE2 y el GC1 en la preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras de color más oscuro representan los puntajes del GE2 y las barras de color más

claro representan los puntajes del GC1. Al observar el gráfico se nota que en todas las preguntas de desarrollo del Post-Test el GE2 subió su puntaje en comparación del Pre-Test, por ejemplo en la pregunta II.6 que obtuvo 83 puntos, el cual supera con creces el promedio de los puntajes del Pre-Test a diferencia del GC1 que solo en tres preguntas del Post-Test supera en muy poco el promedio de puntajes del Pre-Test. Esta diferencia que se da entre experimental y control, es gracias a que el grupo experimental fue intervenido por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el rendimiento de los estudiantes y el grupo control no fue intervenido.

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GC1-GC2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST						POST-TEST					
	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GC1	37	35	33	23	35	31	23	68	19	43	23	36
GC2	22	20	27	31	21	25	34	46	24	22	21	26

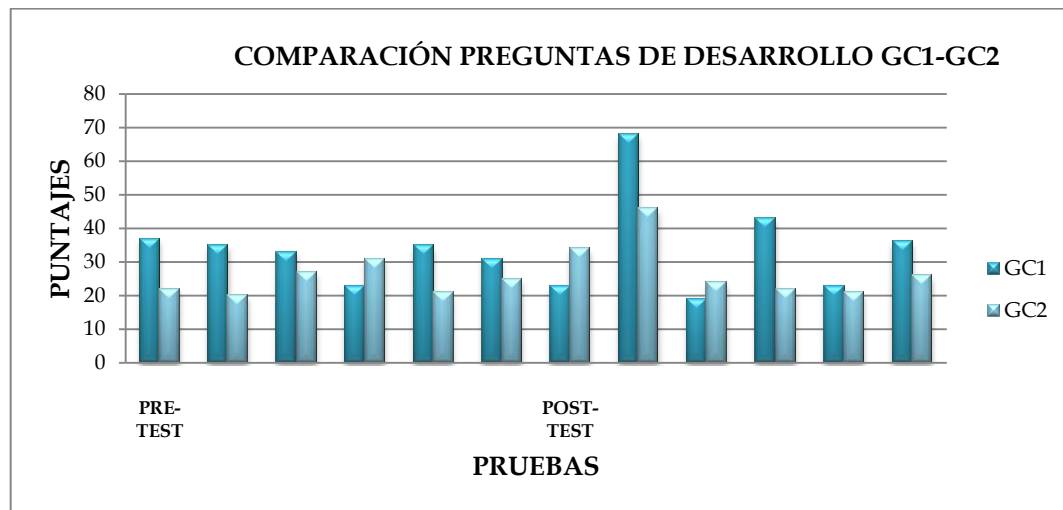
GC1= Grupo control 1.

GC2= Grupo control 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GC1-GC2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos por el GC1 y el GC2 en las preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras de color más oscuro representan los puntajes del GC1 y las barras de color más claro representan los puntajes del GC2. Ahora bien si nos fijamos en los puntajes del Post-Test, el GC1 aumentó su puntaje en tres preguntas del Post-Test en comparación del Pre-Test y el GC2 aumentó su puntaje en tres preguntas del Post-Test en comparación del Pre-Test, solo en la pregunta II.2 ambos grupos aumentaron un poco más de lo normal en el Post-Test en comparación del Pre-Test. Por lo dicho anteriormente no hay un claro aumento del Post-Test en comparación del Pre-Test, referente a los grupos controles nombrados anteriormente, ya que ellos no fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE1-GE2

GRUPO/ÍTEM	PRE-TEST						POST-TEST					
	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6	II.0	II.2	II.3	II.4	II.5	II.6
GE1	25	24	20	12	9	17	120	120	112	110	129	122
GE2	41	29	30	35	16	19	106	105	95	92	105	83

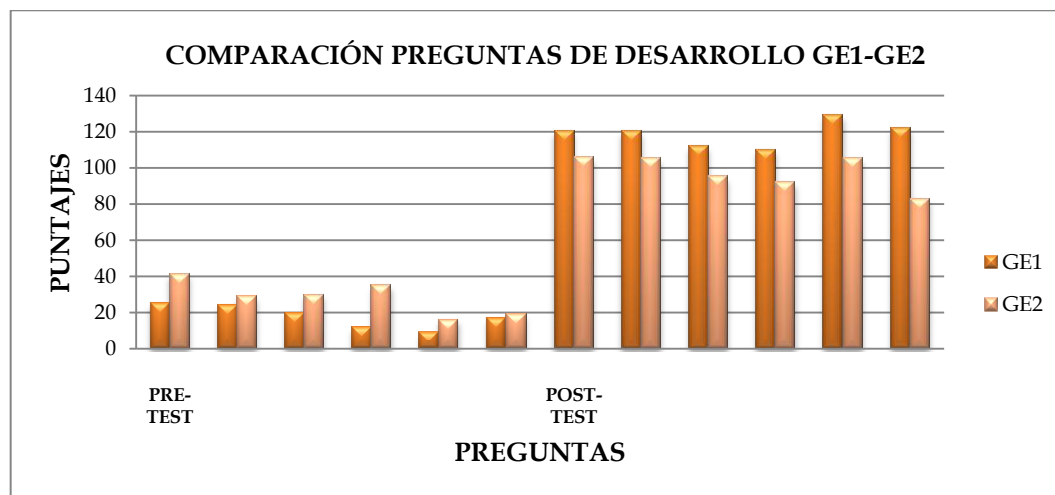
GE1= Grupo experimental 1.

GE2= Grupo experimental 2.

PRE-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7.

POST-TEST II.n= Ítem II. Pregunta n, n= 0 o 1<n<7

GRÁFICO DE COMPARACIÓN PREGUNTAS DE DESARROLLO GE1-GE2



El gráfico anterior representa los puntajes totales obtenidos del GE1 y del GE2 en las preguntas de desarrollo del Pre-Test y del Post-Test, las barras naranjas representan los puntajes del GE1 y las barras de color más claro representan los puntajes del GE2. Al observar los puntajes del Post-Test, se nota

de manera clara que ambos grupos aumentaron su puntaje en todas las preguntas del Post-Test en comparación del Pre-Test, por ejemplo en la pregunta II.3, el GE1 obtuvo 112 puntos y el GE2 obtuvo en esta misma pregunta 95 puntos, los cuales superan con creces el promedio de puntos que obtuvieron ambos grupos en el Pre-Test. Esto se da gracias a que ambos grupos fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, la cual ayudo a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

6.12 TABLAS Y GRAFICOS COMPARATIVOS DE MEDIAS Y MODAS ENTRE GRUPOS

TABLA DE COMPARACIÓN MEDIA GE1-GE2

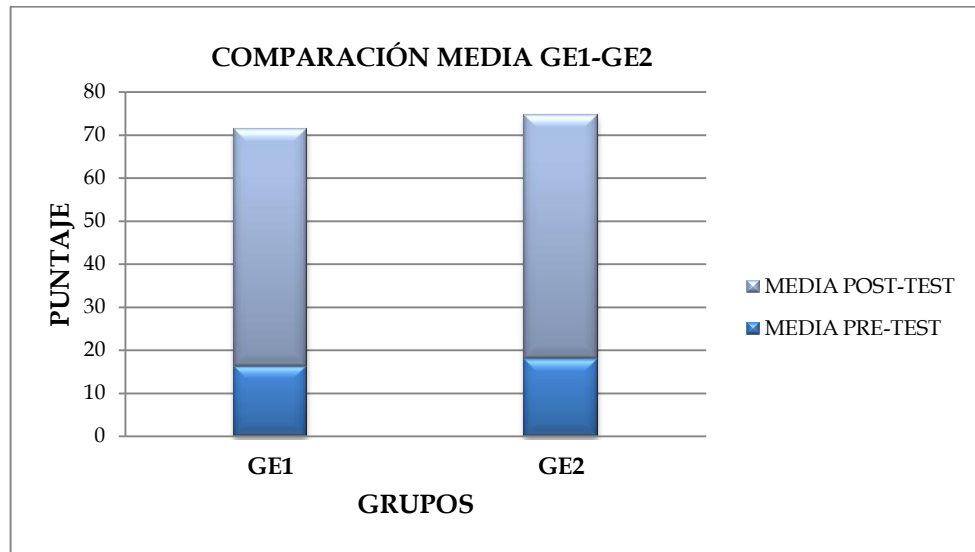
Grupos Experimentales				
	n Pre-Test	Media Pre-Test	n Post-Test	Media Post-Test
GE1	23	16,3043478	23	55,08695652
GE2	22	18	22	56,6363636

GE1= Grupo experimental 1.

GE2= Grupo experimental 2.

n= cantidad de alumnos.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MEDIA GE1-GE2



El gráfico anterior muestra la media obtenida de los puntajes del GE1 y del GE2 en el Pre-Test y en el Post-Test, las barras de color más oscuro representan a las medias de los Pre-Test y las barras de color más claro representan a las medias de los Post-Test. Al observar las barras queda claramente que las medias de los Post-Test de ambos grupos supera con creces las medias de los Pre-Test, gracias a que los dos grupos fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN MODA GE1-GE2

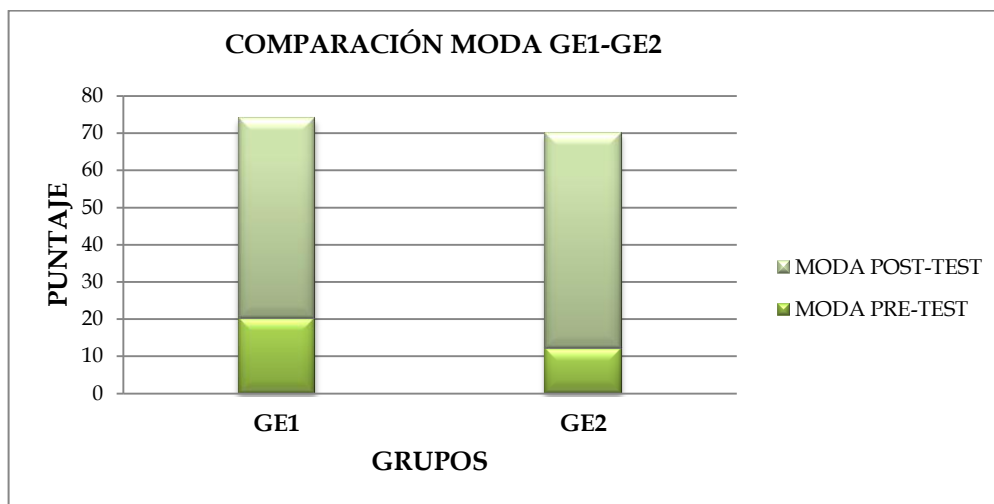
Grupos experimentales				
	n Pre-Test	Moda Pre-Test	n Post-Test	Moda Post-Test
GE1	23	20	23	54
GE2	22	12	22	58

GE1= Grupo experimental 1.

GE2= Grupo experimental 2.

n= cantidad de alumnos.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MODA GE1-GE2



El gráfico anterior representa las modas de los puntajes del GE1 y del GE2 del Pre-Test y del Post-Test, las barras de color verde representan las modas del Pre-Test y las barras de color más claro representan las modas del Post-Test. Como se puede observar en el gráfico, las modas de ambos grupos en el Post-Test son mucho mayores que las del Pre-Test y además están cercanas a la media de cada grupo. Esto se da gracias a que ambos grupos fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN MEDIA GC1-GC2

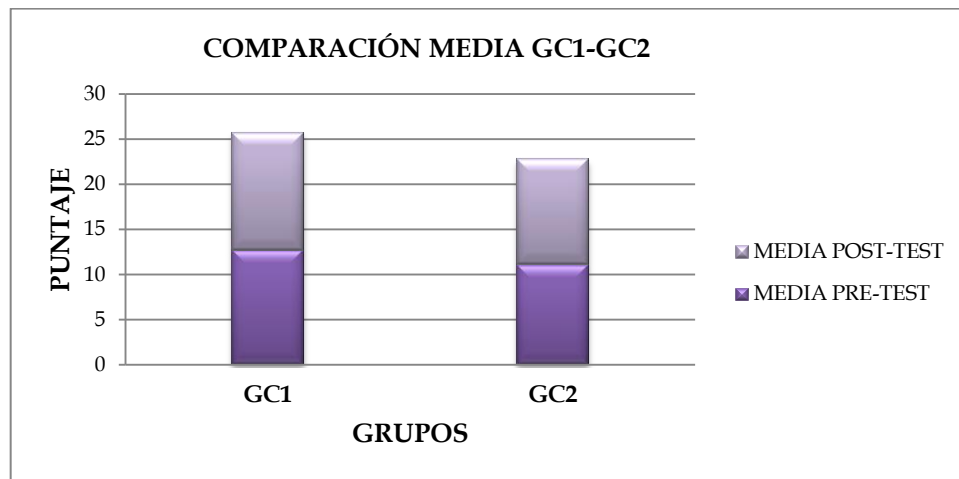
Grupos Controles				
	n Pre-Test	Media Pre-Test	n Post-Test	Media Post-Test
GC1	28	12,6428571	28	13,0357143
GC2	26	11,1153846	26	11,6538462

GC1= Grupo control 1.

GC2= Grupo control 2.

n= cantidad de alumnos.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MEDIA GC1-GC2



El gráfico anterior representa las medias obtenidas por el GC1 y por el GC2 en el Pre-Test y en el Post-Test, las barras de color más oscuro representan las medias del Pre-Test y las barras de color más claro representan las medias del Post-Test. Como se puede observar, no es muy claro el aumento de las medias en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ya que el GC1 obtuvo 12,6428571 en el Pre-Test y tuvo un leve aumento en el Post-Test, llegando a 13,0357143 y el GC2 obtuvo 11,1153846 en el Pre-Test y un leve aumento con un 11,6538462 en el Post-Test. Estos resultados son en consecuencia de que ambos grupos no fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

TABLA DE COMPARACIÓN MODA GC1-GC2

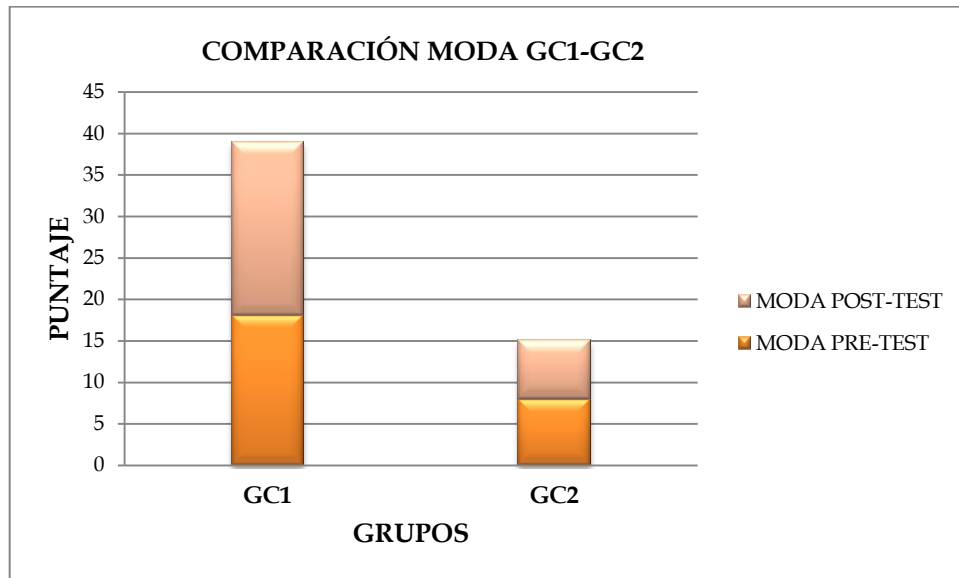
Grupos Controles				
	n Pre-Test	Moda Pre-Test	n Post-Test	Moda Post-Test
GC1	28	18	28	21
GC2	26	8	26	7

GC1= Grupo control 1.

GC2= Grupo control 2.

n= cantidad de alumnos.

GRÁFICO DE COMPARACIÓN MODA GC1-GC2



El gráfico anterior muestra las modas del GC1 y del GC2 en el Pre-Test y en el Post-Test, las barras de color naranja representan las modas del Pre-Test y las barras de color más claro representan las modas del Post-Test. Se puede notar que la moda del Post-Test del GC1 aumentó en comparación de la del Pre-Test y la del GC2 disminuyó en comparación del Pre-Test, en este caso no es claro el aumento de las modas del Post-Test con respecto a las modas del Pre-Test, ya que estos grupos controles no fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

**6.13 TABLAS Y GRAFICOS DE COLEGIOS EXPERIMENTALES
CORRESPONDIENTES A RESULTADOS DE ENCUESTA**

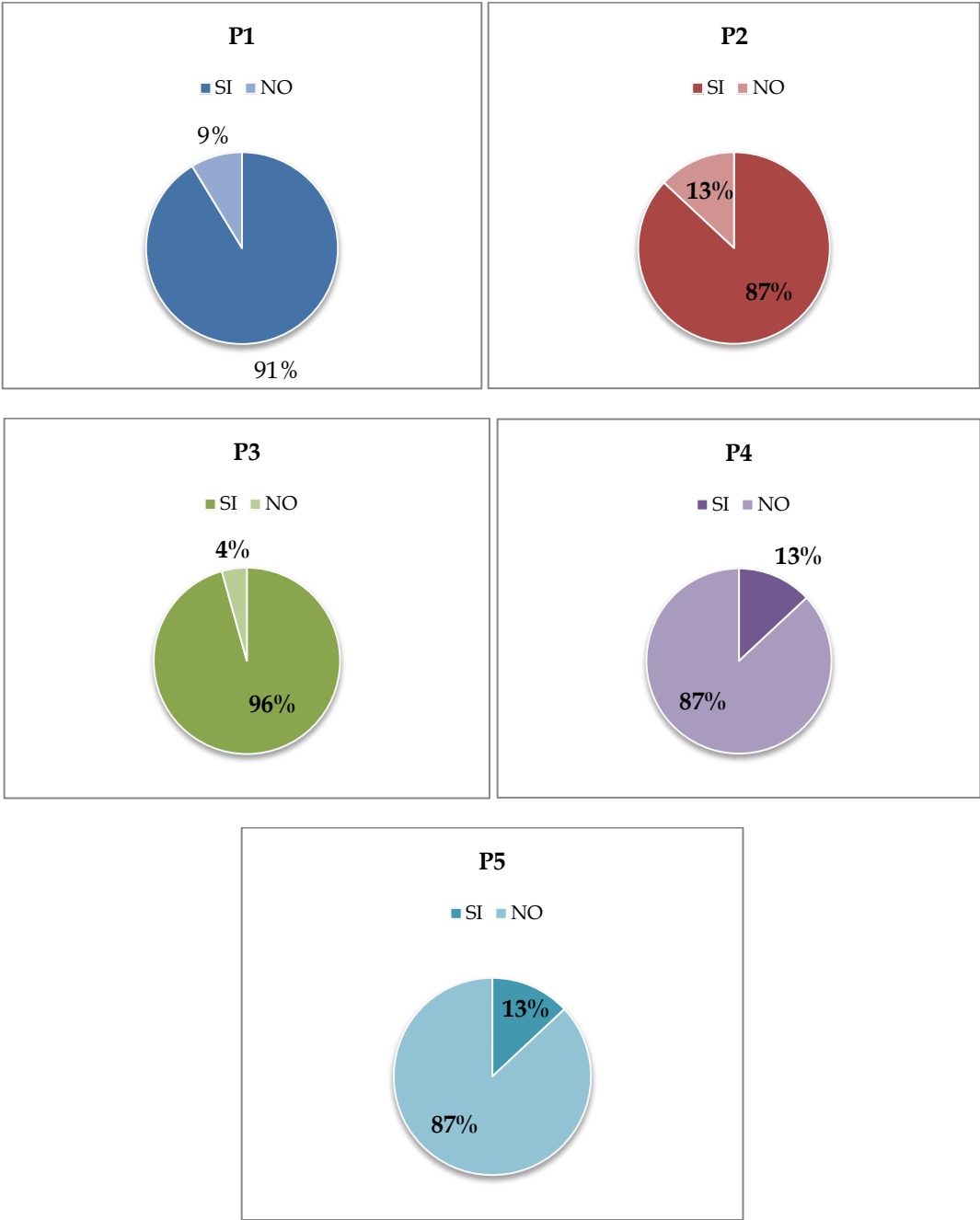
TABLA DE RESULTADOS ENCUESTA COLEGIO CHARLES DARWIN

Alumnos	PREGUNTAS				
	P1	P2	P3	P4	P5
GE1A01	1	1	1	0	0
GE1A02	1	1	1	0	0
GE1A03	1	1	1	0	1
GE1A04	0	1	0	0	0
GE1A05	1	0	1	0	0
GE1A06	1	1	1	1	0
GE1A07	1	1	1	1	0
GE1A08	0	0	1	0	1
GE1A09	1	0	1	0	0
GE1A10	1	1	1	0	0
GE1A11	1	1	1	0	0
GE1A12	1	1	1	0	0
GE1A13	1	1	1	0	0
GE1A14	1	1	1	0	0
GE1A15	1	1	1	0	0
GE1A16	1	1	1	0	0
GE1A17	1	1	1	0	0
GE1A18	1	1	1	1	0
GE1A19	1	1	1	0	1
GE1A20	1	1	1	0	0
GE1A21	1	1	1	0	0
GE1A22	1	1	1	0	0
GE1A23	1	1	1	0	0
TOTAL	21	20	22	3	3

GE1An= Grupo Experimental 1, Alumno n, $0 < n < 24$.

Pn= Pregunta n, $0 < n < 6$. Indicadores: Si= 1. No= 0.

GRÁFICOS DE RESULTADOS ENCUESTA COLEGIO CHARLES DARWIN



Los gráficos circulares anteriores representan los porcentajes de las respuestas de los estudiantes del Colegio Charles Darwin en la encuesta realizada para validar la variable de visualización, el de color azul representa los porcentajes de la primera pregunta, el de color rojo representa los

porcentajes de la segunda pregunta, el de color verde representa los porcentajes de la tercera pregunta, el de color morado representa los porcentajes de la cuarta pregunta y el de color celeste representa los porcentajes de la quinta pregunta. Al observar cada gráfico por separado se puede notar que en las primeras tres preguntas la respuesta si gana considerablemente con porcentajes de 91, 87 y 96 respectivamente y en la cuarta y quinta pregunta gana la respuesta no considerablemente con porcentajes para ambos de 87. La primera, segunda y tercera pregunta estan dirigidas a que con el uso del programa Autograph se tiene una mayor comprensión de los contenidos, una mejor visualización y una mejor comprensión de los problemas a resolver, con lo cual que los estudiantes respondan en su mayoría que estan de acuerdo en estas tres preguntas, valida en gran parte la variable de visualización y finalmente la cuarta y quinta pregunta estan dirigidas a que sin el uso del programa Autograph los estudiantes hubieran visualizado los sólidos pedidos y que sin la visualización de los sólidos hubieran podido comprender los problemas a resolver, con lo cual que los estudiantes respondan en su mayoría que están en desacuerdo con estas dos preguntas nos termina por validar la variable de visualización.

Además el factor que valida la variable de visualización es que los estudiantes en el Pre-Test y en el Post-Test se les pedía bosquejar figuras, para luego la resolución de los problemas, con esto queremos decir que los bosquejos hechos por los estudiantes en el Post-Test fueron mucho mejores y más elaborados, que los hechos en el Pre-Test, gracias a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, basado en el uso del Software Autograph.

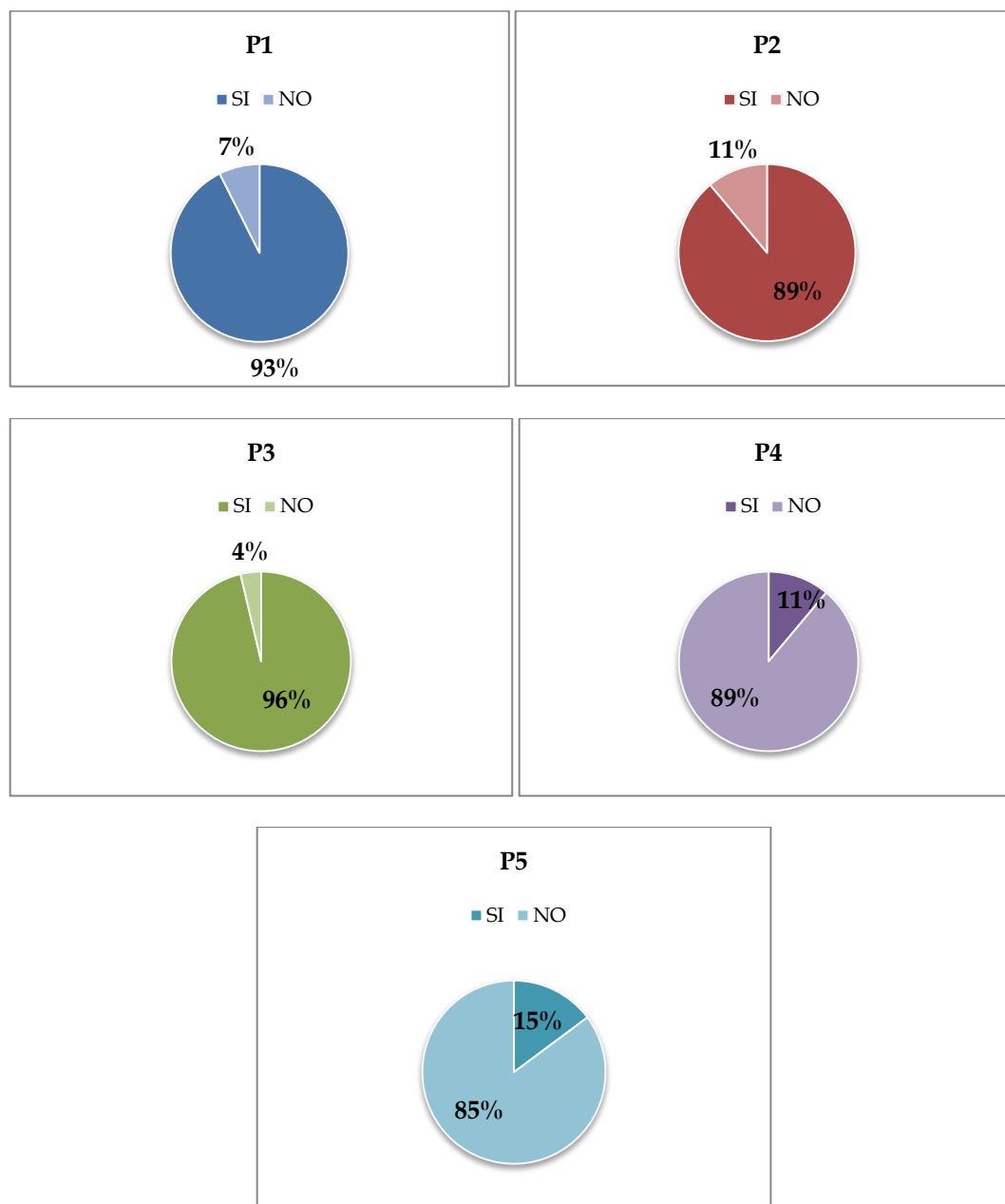
**TABLA DE RESULTADOS ENCUESTA SCUOLA ITALIANA DE VILLA
ALEMANA**

Alumnos	PREGUNTAS				
	P1	P2	P3	P4	P5
GE2A01	1	1	1	0	0
GE2A02	1	0	1	0	0
GE2A03	1	1	1	0	0
GE2A04	1	1	1	0	1
GE2A05	1	1	1	1	0
GE2A06	1	1	1	0	0
GE2A07	1	1	1	1	0
GE2A08	1	1	0	0	1
GE2A09	1	1	1	1	0
GE2A10	1	1	1	0	0
GE2A11	1	1	1	0	0
GE2A12	1	1	1	0	0
GE2A13	0	1	1	0	0
GE2A14	1	1	1	0	1
GE2A15	0	1	1	0	0
GE2A16	1	0	1	0	0
GE2A17	1	1	1	0	1
GE2A18	1	1	1	0	0
GE2A19	1	1	1	0	0
GE2A20	1	1	1	0	0
GE2A21	1	0	1	0	0
GE2A22	1	1	1	0	0
GE2A23	1	1	1	0	0
GE2A24	1	1	1	0	0
GE2A25	1	1	1	0	0
GE2A26	1	1	1	0	0
GE2A27	1	1	1	0	0
TOTAL	25	24	26	3	4

GE2An= Grupo Experimental 2, Alumno n, $0 < n < 28$.

Pn= Pregunta n, $0 < n < 6$. Indicadores: Si= 1. No= 0.

GRÁFICO DE RESULTADOS ENCUESTA SCUOLA ITALIANA DE VILLA ALEMANA



Los gráficos circulares anteriores representan los porcentajes de cada pregunta de la encuesta realizada a los estudiantes de la Scuola Italiana de Villa Alemana, el gráfico de color azul representa los porcentajes de la primera pregunta, el gráfico de color rojo representa los porcentajes de la segunda

pregunta, el gráfico de color verde representa los porcentajes de la tercera pregunta, el gráfico de color morado representa los porcentajes de la cuarta pregunta y finalmente el gráfico de color celeste representa los porcentajes de la quinta pregunta. Al igual que en el Colegio Charles Darwin, la primera, segunda y tercera pregunta están dirigidas a que el uso del programa Autograph ayuda a una mejor comprensión de los contenidos a tratar, a una mejor visualización de los sólidos y a una mejor comprensión de los problemas a resolver, por lo cual que los estudiantes hayan respondido en su mayoría que estaban de acuerdo con estas tres preguntas (93%, 89% y 96% respectivamente), nos valida en gran parte la variable de visualización, finalmente la cuarta y quinta pregunta están dirigidas a que si no su hubiese usado programa Autograph hubiera visualizado de igual manera los sólidos y que sin la visualización hubiera comprendido los problemas para resolverlos, con lo cual como los estudiantes respondieron en su gran mayoría que estaban en desacuerdo en estas dos preguntas (89% y 85% respectivamente), nos termina por validar la variable de visualización.

Además, el otro factor que valida la variable de visualización, son los bosquejos que realizan los estudiantes de las figuras, para luego la resolución de los problemas planteados en el Pre-Test y en el Post-Test, ya que los bosquejos realizados en el Post-Test, son mucho mejores y más elaborados que los bosquejos del Pre-Test, gracias a nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP, basado en el uso del Software Autograph.

6.14 CONFIABILIDAD DEL PRE-TEST Y POST-TEST SEGÚN GRUPOS

A continuación se analizará la confiabilidad a través del coeficiente Alfa de Cronbach de los distintos test realizados en nuestra investigación tales como el pre-test y el post-test, con el fin de designar la exactitud con que un conjunto de puntajes de pruebas miden lo que tendrían que medir.

El Coeficiente Alfa de Cronbach se utiliza para evaluar la confiabilidad o la homogeneidad de las preguntas o ítems, donde r_{tt} puede tomar valores entre 0 y 1, donde 0 significa confiabilidad nula y 1 representa confiabilidad total. El coeficiente α de Cronbach puede ser calculado por medio de:

$$r_{tt} = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum si^2}{st^2} \right)$$

Esto es mediante la varianza de los ítems y la varianza del puntaje total (Hernández Sampieri, 2003).

Donde:

r_{tt} : coeficiente de confiabilidad de la prueba o cuestionario.

k : número de ítems del instrumento.

st^2 : varianza total del instrumento.

$\sum si^2$: sumatoria de las varianzas de los ítems.

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad

El coeficiente de confiabilidad es un coeficiente de correlación, teóricamente significa la correlación del test consigo mismo. Sus valores oscilan entre 0 y 1. Una escala que se emplea es la interpretación de la magnitud del Coeficiente de Confiabilidad de un instrumento, la cual se separa en diferentes rangos, los cuales son entre 0,01 a 0,20, la que es una magnitud muy baja, entre 0,21 a 0,40, la que es una magnitud baja, entre 0,41 a 0,60, la que es una magnitud moderada, entre 0,61 a 0,80, la que es una magnitud alta y la que está entre 0,81 a 1,00, la que es una magnitud muy alta. Ruiz Bolívar (2002).

En nuestra investigación se tiene:

Test 1 (Pre-Test):

Grupo experimental 1 (GE1)

$$\begin{aligned} r_{tt} &= 1,11111111 \cdot (1 - 0,188163566) \\ &= 1,11111111 \cdot 0,811836434 \\ &= 0,902040482 \end{aligned}$$

Grupo experimental 2 (GE2)

$$\begin{aligned} r_{tt} &= 1,11111111 \cdot (1 - 0,113578624) \\ &= 1,11111111 \cdot 0,886421376 \\ &= 0,984912639 \end{aligned}$$

Grupo control 1 (GC1)

$$r_{it} = 1,111111111 \cdot (1 - 0,243175981)$$

$$= 1,111111111 \cdot 0,756824019$$

$$= 0,840915576$$

Grupo control 2 (GC2)

$$r_{it} = 1,111111111 \cdot (1 - 0,214692883)$$

$$= 1,111111111 \cdot 0,785307117$$

$$= 0,872563463$$

Test 2 (Post-Test):

Grupo experimental 1 (GE1)

$$r_{it} = 1,111111111 \cdot (1 - 0,110994545)$$

$$= 1,111111111 \cdot 0,889005455$$

$$= 0,987783838$$

Grupo experimental 2 (GE2)

$$r_{it} = 1,111111111 \cdot (1 - 0,150249346)$$

$$= 1,111111111 \cdot 0,849750654$$

$$= 0,944167393$$

Grupo control 1 (GC1)

$$r_{tt} = 1,11111111 \cdot (1 - 0,227566802)$$

$$= 1,11111111 \cdot 0,772433198$$

$$= 0,858259108$$

Grupo control 2 (GC2)

$$r_{tt} = 1,11111111 \cdot (1 - 0,202647487)$$

$$= 1,11111111 \cdot 0,797352513$$

$$= 0,885947236$$

Los valores del coeficiente α de Cronbach mostrados anteriormente, muestran que en todos los test de los distintos grupos, la magnitud de confiabilidad es muy alta, ya que están entre 0,81 a 1,00. Por lo tanto queda validada la confiabilidad de los test propuestos en la investigación.

**CAPÍTULO VII:
CONCLUSIONES, CRÍTICAS
Y SUGERENCIAS.**

7.1 CONCLUSIONES, CRÍTICAS Y SUGERENCIAS

Cuando creamos nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP, entendíamos que era muy importante buscar una nueva y mejor forma de tratar el tema de “Volúmenes generados por rotación y traslación de figuras planas” de Cuarto Año de Enseñanza Media. Creemos tenazmente que si los estudiantes tienen un aprendizaje más significativo y una mejor visualización de los temas, ellos podrán mejorar su rendimiento. Esta idea está basada en nuestra hipótesis general y en nuestras preguntas de investigación, las cuales han sido tratadas considerando la aplicación de nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP.

Del mismo modo creemos que en cuanto al aprendizaje significativo, hay que tener en cuenta como docente que los aprendizajes efectuados por el estudiante deben incorporarse a su estructura de conocimiento de modo significativo, es decir, que las nuevas adquisiciones se relacionen con lo que él ya sabe, siguiendo una lógica, con sentido, y no arbitrariamente, y a su vez debe haber un potencial de significado, aunque esto no sea solo una garantía para que sea el aprendizaje significativo, pero lo que también es importante es la interpretación que se da a ese aprendizaje.

Es por lo anterior que consideramos que el aprendizaje, es un proceso interno de modificación con posibilidad de una doble vertiente cuantitativa y cualitativa, y que es resultado del proceso de interacción intencional entre la información que procede del medio y del sujeto que la procesa.

En cuanto al análisis de los datos realizado en el capítulo VI de nuestra investigación, se concluye de manera clara que nuestra hipótesis general y nuestras preguntas de investigación quedan demostradas, ya que en tal capítulo hay datos evidentes que muestran por ejemplo la mejora en **Rendimiento** mostrado en los Post-Test en comparación de los Pre-Test de los estudiantes de

los grupos experimentales, los cuales fueron sometidos a nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP. Por ejemplo el GE1 y el GE2 aumentaron su media considerablemente en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ambos llegaron a tener un puntaje de 55,08695652 y de un 56,6363636 en el Post-Test respectivamente, en comparación del GC1 y del GC2, en donde ambos aumentaron muy poco su media en el Post-Test, en comparación del Pre-Test, ambos llegaron a tener un 13,0357143 y un 11,6538462 en el Post-Test respectivamente. Tal diferencia de las medias entre los grupos experimentales y controles, se da gracias a que los grupos experimentales fueron intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEVIREP.

Se presenta la existencia de datos evidentes que muestran la mejora en el **Aprendizaje Significativo**, ya que esto se veía y validaba a partir de la construcción de mapas conceptuales, en este caso los estudiantes fueron sometidos a la construcción de mapas conceptuales en el Pre-Test y en el Post-Test, ahora si nos fijamos en las construcciones hechas por los estudiantes de los grupos controles, claramente ellos no mejoraron en cuanto a la construcción de estos, entre el Pre-Test y Post-Test, más aún, en el Post-Test la mayoría no superó el promedio obtenido en las preguntas de mapas conceptuales del Pre-Test, a diferencia de los grupos experimentales, los cuales en su totalidad obtuvieron un progreso en la construcción de los mapas conceptuales del Post-Test en comparación del Pre-Test, gracias a nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP.

Del mismo modo en este mismo capítulo, hay datos referentes al progreso en la **Visualización**, ya que se realizaron encuestas a los grupos experimentales, las cuales arrojan resultados que validan en gran parte la variable de visualización. Otro factor muy importante que ayudo a validar la variable de visualización, fue el uso del Software Autograph, el cual se utilizó en

la intervención realizada Hecha a los grupos experimentales, a medida que se iba trabajando con las fichas didácticas, esto fue lo que ayudo a que los bosquejos que realizaron los estudiantes en la resolución de los problemas planteados en el Pre-Test y en el Post-Test, se diera que los del Post-Test, fueran considerablemente mejores y más elaborados que los del Pre-Test.

Por otro lado tenemos en cuenta que cualquier propuesta de enseñanza innovadora, para que pueda implementarse de una buena y satisfactoria manera, tiene que ser aceptada por las personas que estarán involucradas. Por ende, en este caso la opinión de los estudiantes es muy importante, ya que son ellos uno de los entes más importantes, con esto al ver las reacciones de los estudiantes y tomar sus opiniones frente al trabajo realizado, consideran muy bueno y novedoso el trabajo con las fichas didácticas, el uso del programa Autograph y el trabajo colaborativo.

Finalmente en cuanto a los niveles de autorregulación, creemos que el estudiante no renuncia a las influencias prominentes del entorno, no es un mero reactivo, ya que selecciona estímulos, los organiza, los transforma e interpreta mediante procesos cognitivos intermedios, en otras palabras no podemos interpretar la conducta estudiantil por las influencias externas, hay una interacción recíproca de las influencias internas y externas. El estudiante hace cosas con el fin de obtener beneficios futuros y evitar riesgos o prejuicios futuros, por lo tanto el comportamiento se dirige hacia el futuro. Esta meta puede estar muy lejana como para ser motivadora, de tal manera que el sujeto es capaz de anticipar los beneficios futuros gracias a que genera guía próximas, siendo capaz de otorgarse a sí mismo, estas guías son automotivadoras y se evalúan en función a normas propias.

Como grupo de tesis, nos sentimos muy conformes con el trabajo realizado y con los resultados obtenidos a la larga de esta investigación, ya que

gracias a nuestra propuesta de enseñanza PEVIREP, obtuvimos grandes mejorías en los estudiantes, en el ámbito del **Rendimiento**, la **Visualización** y el **Aprendizaje Significativo**. Destacamos las guías diseñadas y aplicadas ya que tienen un carácter colaborativo y cooperativo, por lo tanto el aprendizaje no es solo individual, sino más bien social, es por ello se cumplen las hipótesis planteada.

CRÍTICAS

Creemos que no es fácil la construcción de guías didácticas enfocadas en el constructivismo, considerando la relación Currículo v/s tiempo del profesor en la preparación de actividades operativas para el proceso de enseñanza aprendizaje matemático, es muy reducido este periodo otorgado a los profesores para la preparación del material adecuado para un buen aprendizaje significativo.

Por otro lado, se habían considerado seis cursos, de los cuales dos de estos no se pudieron llevar a cabo, por falta de iniciativa y compromiso de los establecimientos. Creemos que para que haya cambios dentro de la enseñanza de las matemáticas, los establecimientos tienen que involucrarse con metodologías innovadoras.

Por último pudimos apreciar con nuestra experiencia que los aprendizajes previos de los estudiantes no están bien establecidos y fortalecidos, y creemos que uno de los factores influyentes es el insuficiente período dedicado y propuesto por el currículo a la Educación Matemática.

SUGERENCIAS

Creemos que sería sustancial profundizar en esta metodología con otros contenidos matemáticos, tales como trigonometría, álgebra o cálculo con el fin de fortalecer todas las variables nombradas en nuestra investigación.

Del mismo modo, consideramos interesante extender esta propuesta a nivel universitario, una mirada al tema “sólidos por revolución” vistos en la Carrera de Matemática de nuestra universidad en la asignatura de Cálculo II, si bien como grupo hicimos un experimento con el curso, no se integró a la Tesis, ya que nos dimos cuenta que necesitaríamos un plazo extraordinario.

CAPÍTULO VIII:
BIBLIOGRAFÍAS Y ANEXOS.

8.1 BIBLIOGRAFÍAS

- AUSUBEL, D.P. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2º Ed). TRILLAS :México.
- AUSUBEL, D.P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune and Stratton.
- ARCAVI, A.(2003). *The role of visual representations in the learning of mathematics*. Educational studies in mathematics. Kluwer Academy. Publisher: netherland.
- BISHOP, A.J.(1989). *Review of research on visualization in mathematics education, focus on learning problems in mathematics*. Winter Edition.
- BRIONES, G. (1995). *Métodos y Técnicas de Investigación para las Ciencias Sociales*, 2ª. Ed. Trillas: México.
- CARRETERO, M.(1993). *Constructivismo y educación*. Madrid: Edelvives.
- COLL, C. (2000) .*Algunos desafíos de la educación básica en el umbral del nuevo milenio*. [en línea]. Florioanópolis Brasil: Editora da UFSC. Disponible <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/html/132/13208402/13208402.html>.
- DÍAZ, F Y HERNÁNDEZ, G (1999). *ESTRATEGIAS DOCENTES PARA UN APRENDIZAJE. SIGNIFICATIVO*, Mc Graw Hill, México.
- DREYFUST, T.(1994). *Imagery and reasoning in mathematics and mathematics education*. Quebec: Universite Laval.
- DUMAS-CARRÉ, A. (1987). *La resolution de problemas en physique au licee*. Tesis doctoral, Universidad de París, París.
- ELOSÚA, M.R. Y GARCÍA, E. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Madrid: Ediciones Narcea.
- GÓMEZ, P. (1995). *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

- GUTIÉRREZ, A., JAIME, A., FORTUNY, J.M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of The Van Hiele Levels, journal for research in mathematics education.
- HERNANDEZ SAMPIERI, R., FERNANDEZ COLLAO, C. Y BAPTISTA LUCIO, P. (2003). Metodología de la investigación. Mc Graw- Hill Interamericana Editores S.A: México.
- HITT, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. Boletín de la asociación matemática venezolana: Venezuela.
- HADAMARD, J.(1945). An essay on the psychology of invention in the mathematical field. Princenton: Princenton University Press.
- KLAUSMEIER, H.J. Y GOODWIN, W. (1975). Learning and human abilities educational psychology (4a. ed.).Harper and row; Nueva York.
- KELLY, G.(1963), A Theory of Personality: The psychology of personal constructs. New York: Norton.
- LOPÉZ, F.(1989). Dependencia-independencia de campo y educación científica. Revista de Educación, 289, pp.235-258.
- MONEREO, C.(1990). Las estrategias de aprendizaje en la educación formal. Dialnet [en línea], 50. Disponible en :
www.dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=48347
- MOREIRA, M.A, CABALLERO, M.C. y RODRIGUEZ, M.L.(1997). Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo. Burgos: España.
- MOREIRA, M.A.(2009). Aprendizaje Significativo de las ciencias: Condiciones de ocurrencia, progresividad y criticidad. Instituto de Física da UFRGS: Porto Alegre, Brasil.

- MALBRAN, M. Y PEREZ, V. (2002). Lectura en medios electrónicos. Una experiencia universitaria. Trabajo presentado en el 5to congreso internacional de promoción de la lectura y el libro 28° de la feria internacional del libro de Buenos Aires, Buenos Aires Argentina.
- NOVAK, J. D.(1977). A theory of education. Ithaca: Cornell University Press.
- PERALES. J.(1998). La resolución de problemas en la Didáctica de las ciencias experimentales. Universidad de Granada: España.
- PLASENCIA, I.(2000). Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos. Tesis doctorado, Universidad de la Laguna, Las palmas de gran canaria, España.
- POLYA, G.(1981). Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving. New York: Wiley.
- POLYA, G.(1945). How to solve it. New Jerse: Princeton University Press.
- POZO, J.I. Y OTROS.(1994). La solución de problemas. Madrid: Santillana.
- RODRIGO, MARÍA Y ARNAY, JOSÉ.(1997). La construcción del conocimiento escolar. Barcelona Editorial: Paidós.
- RUIZ BOLIVAR, C. (2002). Instrumentos de investigación educativa. Fedupel: Venezuela.
- SIGARRETA, J. M. Y ARIAS, R.L.(2006). La resolución de problemas: Un recurso para la formación de la personalidad.[en línea]. Cuba: Universidad de Moa. Disponible en <http://www.soarem.org.ar/Documentos/17%20Sigarreta.pdf> [2012, 20 de julio].
- SIGARRETA, J. M., RODRÍGUEZ, J. M. Y RUESGA, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico- didáctica. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. XIII, No. 1.

- SILVA, C.(2010). Diseño y producción de material didáctico en ciencias. Universidad de Playa Ancha: Valparaíso, Chile.
- SILVA, C.(2012). Visualización en la resolución de problemas matemáticos: una propuesta constructivista. Revista RECHIEM, Vol.6 N° 1. pág 47-54.
- VYGOTSKY, L.(1987,1988). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. La Habana:Científico Técnica.
- Resultados simce, <http://www.simce.cl>, <http://www.mineduc.cl>
- Evaluación Pisa Matemática, <http://www.pisa.osd.org/>
- Ministerio de Educación, <http://www.mineduc.cl>

8.2 ANEXOS

A continuación se mostrarán algunas de las imágenes de las intervenciones hechas a los distintos colegios involucrados en nuestra investigación, el total de imágenes y videos estarán incluidos en el CD.



