



UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

“Identificar las dificultades cognitivas que presentan los estudiantes al trabajar con las diversas formas de representación de la Función Lineal”

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas
Mención en Didáctica.

Presentada por:

Bernardita Cáceres Vargas

Profesor Guía: Dra. Pamela Reyes Santander

Valparaíso 2014

Agradecimientos

Son tantas las personas que han participado de una u otra forma en la elaboración de ésta investigación y de las cuales me siento tan agradecida por el apoyo constante recibido durante este proceso.

Comenzaré agradeciendo la incondicionalidad de mi hijo Nicolás, que ha a pesar de su corta edad me entrega su amor, apoyo y ánimo, él ha sido mi pilar y gran inspiración en este proceso largo y dificultoso, pues esta no es sólo mi meta, sino que es la de los dos.

A la profesora Pamela Reyes quien me acogió, y entregó su total disposición al guiarme con su conocimiento y experiencia, y así enriquecer ésta investigación.

A mi amiga Paola Rojas Figueroa, Diseñadora, que gracias a su ayuda esta investigación se pudo lograr, me brindó su tiempo día a día leyendo a la par conmigo, entregándome sus conocimientos con una mirada artística y a la vez su amistad que es impagable.

A Gerardo Araya, Secretario del Departamento de Matemática, quien ayuda sin mirar a quien, y eso, es un gran Don.

A mis familiares, por brindarme su apoyo ante todo inconveniente que se presentaba.

Y por último, a todas mis amistades Fabiola Bustamante, Carolina Quiñones, Patricia Ramos, Priscilla Olivares, Ivan Flores, Michael Rivadeneira, Christian Alcaino, Ximena Villarroel, Claudia Rojas, Carelia Pizarro, Gonzalo Saldaña, María Patricia Fernández que cada vez que tenía alguna duda estuvieron dispuestos, sin estimar hora, día, ni tiempo, para saldar algunas dudas que aparecían en este camino.

¡¡¡INFINITAS GRACIAS!!!!

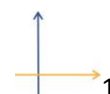


Tabla de Contenido

Introducción	6
Capítulo 1	8
Planteamiento del Problema	8
1.1 Planteamiento del Problema a Investigar.....	8
1.2 Justificación del Problema.....	10
1.3 Objetivos del Ministerio de Educación de Chile	11
1.4 Objetivos de la Investigación.....	14
1.4.1 Objetivo Fundamental.....	14
1.4.2 Objetivos Específicos.....	14
Capítulo 2	15
Marco Teórico	15
2.1 Cognición y Aprendizaje	15
2.1.1 Aprendizaje cognitivo.....	17
2.2 Representaciones	19
2.3 Representaciones en Matemática.....	22
2.4 Funciones.....	35
Capítulo 3	44
Metodología	44
3.1 Tipo de investigación	44

3.2 Instrumentos de Investigación.....	46
3.3 Descripción del Curso	47
3.3.1 Reseña del Establecimiento.....	48
3.4 Período de la Investigación	50
Capítulo 4	51
Análisis	51
4.1 Plan del Análisis.....	51
4.2 Actividad Diagnóstica	52
4.2.1 Análisis por Grupos.....	52
Etapas 1: Análisis de Preguntas	53
Análisis de la Pregunta N° 1 por Grupos	53
ANÁLISIS DEL GRUPO1	55
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	57
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	59
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	61
Análisis de la Pregunta N° 2 por Grupos 11	63
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	65
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	67
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	69
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	71
Análisis de la Pregunta N° 3 por Grupos	73
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	75
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	77

ANÁLISIS DEL GRUPO 3	79
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	81
Análisis de la Pregunta N° 4 por Grupos	83
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	84
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	85
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	86
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	88
Etapa 2: Retroalimentación.....	89
Etapa 3: Análisis de Preguntas.....	89
Análisis de la Pregunta N° 1 por Grupos	89
Pregunta N° 1:.....	89
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	92
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	94
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	96
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	98
Análisis de la Pregunta N° 2 por Grupos	100
ANÁLISIS DEL GRUPO1	102
ANÁLISIS DEL GRUPO2	104
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	105
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	107
Análisis de la Pregunta N° 3 por Grupos	108
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	110
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	112
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	114

ANÁLISIS DEL GRUPO 4	116
Análisis de la Pregunta N° 4 por Grupos	118
ANÁLISIS DEL GRUPO 1	119
ANÁLISIS DEL GRUPO 2	121
ANÁLISIS DEL GRUPO 3	123
ANÁLISIS DEL GRUPO 4	125
4.3 Comparación entre Etapa 1 y Etapa 2	127
Conclusiones	128
Bibliografía.....	131
ANEXOS	133

Introducción

Muchos investigadores en Educación Matemática han tratado de entender y promover el aprendizaje y la enseñanza con una comprensión adecuada para el tema de los conceptos, la cual no ha sido una tarea sencilla.

La presente investigación se centra en el estudio de la función lineal, estudiada desde las representaciones semióticas y utiliza de referente la teoría de registros de representación de Duval (1995).

Este trabajo se origina a partir de la observación de la práctica docente, en la cual se pudo observar las diferentes dificultades que tienen los alumnos para desenvolverse con el tema de la función lineal y sus formas de representación. Además el material informativo sobre esta área es muy escaso, esta situación provoca en el docente una ardua tarea en búsqueda de material y por otro lado los estudiantes se ven limitados en la comprensión sobre este contenido.

El objetivo de esta tesis es identificar las dificultades cognitivas que presentan los estudiantes al trabajar con las diversas formas de representación de la Función Lineal, presentando ejercicios para su análisis en el aula con dicho tema, fundamentándolo con teoría de diferentes investigadores sobre los conceptos de función y sus representaciones semióticas, priorizando la teoría de representaciones (Duval, 1991,1999).

Cabe señalar que el objetivo de este diagnóstico es la reflexión en las acciones de transformaciones y coordinación entre registros que son de suma importancia para lograr una base sólida a futuras investigaciones en el área.

Este trabajo se divide en cuatro capítulos, en el primero, denominado *Planteamiento del Problema*, se presentan los aportes de los estudios realizados que se consideran

relacionados con esta área, y se formula la descripción general del problema de investigación.

En el Segundo Capítulo, *Marco Teórico*, se instauran los mecanismos pertinentes de la teoría de registros de representación semiótica de Duval (1991,1999), que afirman esta investigación; también se establecen las características de los registros de representación asociados a la función lineal.

El Tercer Capítulo contempla la *Metodología de la Investigación* que corresponde al enfoque cualitativo inductivo (Hernández S, 2006), donde lo importante es valorar los procesos realizados por los estudiantes, en ella se muestra el por qué se decide hacer uso de este tipo de investigación, las citas que abalan esta decisión y el bosquejo de las herramientas que se utilizarán para el desarrollo del análisis.

En el Último Capítulo *Análisis* se examina detalladamente las guías presentadas a los alumnos sobre el tema de función lineal y sus representaciones, considerando importante establecer las relaciones con las respuestas de los estudiantes. No perdiendo de vista el marco teórico, a partir de la teoría de representaciones semióticas de Duval (1991,1999).

Finalmente este trabajo culmina con la conclusión que evidencia los resultados obtenidos de los instrumentos de investigación aplicados en el colegio Boston de Villa Alemana, a estudiantes de primer año medio, los cuales no fueron óptimos, pues se visualizó que los conceptos no se internalizaron y esto provocó un fallido cambio en los registros de representación.

Capítulo 1

Planteamiento del Problema

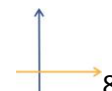
1.1 Planteamiento del Problema a Investigar

Múltiples investigaciones como las de Janvier (1987), las de Hiebert y Carpenter (1992), de Romero (2000) y el trabajo destacado de Duval (2004), coinciden en destacar que una dificultad cognitiva que presentan los alumnos, es en el traspaso y utilización de registro de representación semiótica de la función lineal.

En el estudio de la matemática se requiere una manera de pensar que no es naturalmente obvia para todos. Más aún, se requiere de modos de funcionamientos cognitivos que permiten movilizar representaciones. Esto último queda apoyado con la siguiente cita:

“La actividad matemática es un tipo de actividad que, a pesar de su universalidad cultural, a pesar de su carácter puramente intelectual, supone una manera de pensar que no es nada espontánea para la gran mayoría de alumnos y adultos. Necesita modos de funcionamientos cognitivos que requieren la movilización de sistemas específicos de representación. Estos sistemas constituyen registros de sistemas de representación semiótica. Su integración a la arquitectura cognitiva de los sujetos es la condición absolutamente necesaria para poder comprender en matemáticas” (Duval, 2004, pág. 24)

El uso de representaciones es importante para la comprensión de conceptos, y se considera que el estudiante se apropia de estos conceptos matemáticos, cuando realiza conversiones entre los diferentes registros de representación, como lo señala Hitt citado por Planchart (2000, pág. 26), *“Un determinado concepto es estable en un individuo si puede articular las diferentes representaciones del concepto sin contradicciones”*. Más aún, las representaciones son elementos fundamentales para



la comunicación en la sala de clases, estas promueven la exploración de significados entre representaciones o modos de representación. Según Janvier (1987), la exploración ocurre en un “proceso de traducción” el cual es necesario en un proceso de comprensión.

Cuando los estudiantes se enfrentan a un nuevo concepto en matemática y lo comprenden, ellos pueden representarlo de diferentes maneras, también pueden “transitar” de un tipo de representación en otra, por ejemplo, de una representación simbólica a un lenguaje natural. En particular y como diría Hiebert y Carpenter (1992, pág. 4):

“Comenzamos por definir la comprensión en términos de la manera en que la información está representada y estructurada. Una idea matemática, o un hecho se comprende si es parte de una red interna. Más específicamente, las matemáticas se comprenden si su representación mental es parte de una red de representaciones. El grado de comprensión está determinado por el número y por la fuerza de las conexiones. Una idea matemática, procedimiento o hecho se comprenden aceptablemente si están ligados a redes existentes, por medio de conexiones numerosas o fuertes.”

A su vez Romero (2000, pág.38) explica que a través de las actividades relacionadas a los sistemas de representación se puede determinar la comprensión que los estudiantes tienen sobre una problemática matemática, deduciendo que el conocimiento se caracteriza por ser enriquecedor y que las conexiones en la redes internas tienen tanta importancia como la información brindada.

“Se ha producido comprensión por parte de un sujeto cuando éste manifieste que ha enriquecido sus redes internas de conocimiento, éste enriquecimiento se manifiesta a través de los sistemas de representación y mediante las actividades asociadas a los mismos”.

De lo expuesto hasta el momento y sin profundizar se hace necesario que el estudiante reconozca e identifique los elementos significantes, encuentre la correspondencia de los elementos de una representación con respecto a la otra y realice conversiones de una representación semiótica a otra en diferentes registros. O sea, que reconozca la importancia de los registros de representación semiótica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y observe en ella una herramienta eficaz que permita indagar de cierta manera, en los procesos de conceptualización.

El estudio que aquí se presenta será enfocado en la dificultad cognitiva que se origina en los estudiantes al trabajar con las funciones lineales, más profundamente, en la comprensión del concepto y la utilización de él en sus diferentes escenarios, como en la utilización de sus representaciones.

1.2 Justificación del Problema

Una base primordial en la enseñanza y aprendizaje de matemáticas, es la construcción del conocimiento, es acá donde el docente juega un rol importante, en indagar como aprenden los estudiantes, realizar actividades que favorezcan la enseñanza, identificar dificultades y obstáculos cognitivos que les surjan, es justamente esto a lo que se refiere, Duval (2004) en su cita “ *El reto de una investigación sobre la enseñanza de las matemáticas no es solo saber cuáles contenidos enseñar y de qué manera introducirlos en clases, sino también analizar las razones estructurales de los problemas de comprensión con los cuales se enfrenta la mayoría de los alumnos de todos los niveles de enseñanza*”.

En el estudio del concepto matemático, función lineal, los estudiantes no realizan con frecuencia los procesos de conversión a conciencia, es decir, no saben que estrategia ocupar para poner en correspondencia sus unidades significantes, por lo

que el docente propicia la realización de estas actividades cognitivas de manera intencional.

La presente investigación procura exponer, basados en los diferentes autores, en especial Duval, que dichas dificultades cognitivas existen, tanto en la conceptualización función lineal y también en el desarrollo de representaciones semióticas del concepto matemático función lineal.

1.3 Objetivos del Ministerio de Educación de Chile

A continuación se muestra como en Chile, según los Planes y Programas del Ministerio de Educación (2009, pág. 32), presenta la función lineal, especialmente la manera formal que se presenta en Primer Año de Educación Media. Según el Ajuste Curricular 2009, actualmente vigente, explica en forma detallada y secuencial los contenidos en el sub sector de matemática.

Lo sugerido por el Ministerio de Educación (2011, pág.45), consta de diversas facetas que requiere un estudiante para que pueda desenvolverse en la resolución de problemas: Propósito, Conocimientos previos, Palabras Claves, Contenidos, Habilidades, Aprendizajes Esperados e Indicadores de la Evaluación, sugeridos que a continuación se detallarán:

- ✚ Propósito es el objetivo que se pretende obtener del estudiante con respecto de un tema en específico, en este caso en particular el Ministerio de Educación redacta lo siguiente, “La progresión en el aprendizaje relacionado con las funciones, se introduce el estudio de las funciones lineal y afín. Se propone a los alumnos identificar y representar dichas funciones a través de tablas, gráficos y algebraicamente”.
- ✚ Por otro lado se sabe que cada conocimiento a adquirir debe tener un cimiento sólido, basado en estudios anteriores, el ministerio redacta lo siguiente:

Conocimientos previos, Concepto de variable, Dependencia e independencia de variables, Variación proporcional directa e inversa, Concepto de función, Dominio y recorrido de una función, Representación gráfica de funciones y Ecuación de primer grado con dos incógnitas.

✚ Con respecto al tema de investigación, los contenidos a tratar serán: Funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y Representación gráfica de funciones lineales y afines.

✚ El saber hacer es muy importante en el aprendizaje del estudiante, ya que involucra la información apropiada y rigurosa haciendo relevante el fomento de diversas habilidades, el ministerio redacta lo siguiente:

- Habilidades: Modelar situaciones o fenómenos en diferentes contextos, utilizando funciones lineales; Representar gráficamente funciones lineales y afines; Argumentar respecto de las variaciones que se producen en la representación gráfica de funciones lineales y afines, al modelar parámetros.

✚ Con lo ya expuesto, se espera que los estudiantes sean capaces de: “Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín”. Es decir, el aprendizaje esperado es que los estudiantes analicen la representación de la función lineal y de la función afín y comprendan el concepto, enriqueciendo sus redes internas de conocimientos, como lo plantea Romero (2000).

✚ Finalmente el objetivo fundamental que presenta el ministerio para la función lineal , es el siguiente:

- Objetivo fundamental: “Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias utilizando diversas estrategias y utilizar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas”

El Ministerio de educación de Chile (2011), propone el uso de diferentes tipos de representación para la función lineal, esto como proceso de enseñanza-aprendizaje, además reconoce la importancia de esta herramienta, pero nunca expone lo fundamental que es, que un estudiante determine la articulación de las diferentes representaciones semióticas del concepto función lineal.

La primera pregunta que surge en este contexto es: ¿Qué dificultades cognitivas enfrentan los alumnos de Primer Año de Educación Media con las diferentes formas de representación lineal?

En las experiencias de aula, se ha tenido la oportunidad de observar que existen formas de acercarse a esta problemática, tales como:

- ✚ Los alumnos descubren las relaciones, las variables, su interrelación y su interdependencia
- ✚ Los alumnos relacionan éstas variables con situaciones de la vida cotidiana
- ✚ Los alumnos visualizan el plano cartesiano como representaciones de funciones lineales.
- ✚ Los alumnos argumentan sobre las diferentes formas de representar la función lineal de la forma $f(x)=mx+n$
- ✚ Los alumnos tienen algunas formas de representación de la función lineal “favoritas”, las cuales son las más usadas por ellos.

Finalmente, la problemática a investigar es “¿Cuáles son las dificultades cognitivas que los alumnos presentan de Primer Año de Educación Media al trabajar con las diferentes formas de Representación de la Función Lineal?”

1.4 Objetivos de la Investigación

1.4.1 Objetivo Fundamental

“Identificar las dificultades cognitivas que presentan los alumnos de Primer Año de Educación Media al trabajar con las diversas formas de representación de la función lineal.”

1.4.2 Objetivos Específicos

- ✚ Identificar el rol que cumplen el tratamiento y la conversión de representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal.
- ✚ Reconocer las actividades cognitivas de tratamiento y conversión que realizan los estudiantes de las representaciones semióticas del concepto matemático función lineal.
- ✚ Aplicar implementar instrumentos de evaluación para estudiantes de primer año de educación media que evidencie el conocimiento del concepto de función lineal a través de representaciones semióticas.
- ✚ Analizar los resultados obtenidos de los estudiantes de primer año de educación media de registros de representación semióticos de la función lineal

Capítulo 2

Marco Teórico

El presente capítulo tiene como propósito sintetizar, algunas de las principales teorías que enmarcan la investigación; se toman como referencia los trabajos de Puente (1998) y Duval (1991,1999). Conjuntamente, se abordará el conocimiento como proceso dentro del aprendizaje, así como las representaciones de forma general, para precisar luego a las representaciones matemáticas, profundizando respecto a los obstáculos y dificultades en el aprendizaje del concepto de función lineal y finalmente, se dará a conocer un segmento explicativo respecto de los conocimientos básicos del objeto matemático del estudio.

2.1 Cognición y Aprendizaje

En esta sección se especifica el concepto de cognición, desde el punto de vista de los psicólogos educacionales, se muestran las contribuciones, tanto teóricas como empíricas, referidas a la identificación de las dificultades cognitivas que presentan los alumnos en los procesos de aprendizaje.

Ante todo es fundamental abordar la noción de lo que es la cognición, en particular intentar responder a la pregunta: ¿Qué es la cognición, como se concibe? Para esto, se considera lo mencionado por (Arbeláez, 2000) *“Es el estudio de los procesos mentales, tales como la percepción, atención, memoria, lenguaje, razonamiento y solución de problemas, conceptos y categorías, representaciones, desarrollo cognitivo, aprendizaje y conciencia. Su objetivo central es el de comprender como se desarrollan estos procesos en los seres humanos, tratando de explicar lo que pasa en su mundo interior.”* Además de lo anterior, desde una mirada educacional, es

relevante mencionar a algunos de los pioneros del abordaje de la cognición, como son Piaget (1968) y Vygotsky (1989), para luego continuar con concepciones más actuales como las de Puente (1998), los cuales se definen de la siguiente manera:

La cognición según Piaget (1968) es: *“La adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas, que subyacen a las distintas tareas y situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que avanza en su desarrollo”*. Es decir, el ser humano presenta diferentes procesos de desarrollo y experiencias que le ayudan a solucionar diversas situaciones en su quehacer diario.

En cambio Vygotsky (1989) señala *“... el rasgo esencial de nuestra hipótesis es la noción de que los procesos evolutivos no coinciden con los procesos de aprendizajes. Por el contrario, el proceso evolutivo va a remolque del proceso de aprendizaje, es decir, el aprendizaje despierta una serie de desarrollos evolutivos internos capaces de operar sólo cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante”*. Acá se plantea que el proceso de aprendizaje de cada persona está íntimamente ligado con su entorno, ya que al interactuar con otros individuos se produce un enriquecimiento interior que ayuda a un progreso cognitivo y más consciente.

Por último, bajo una perspectiva más actual, (Puente, 1998, pág. 43) *indica que “Los psicólogos modernos consideran que las personas realizan procesos de elaboración e interpretación de los eventos y estímulos del medio ambiente. Estas elaboraciones e interpretaciones son tan importantes que el comportamiento de las personas se ajusta sobre todo a estas representaciones internas. Tales representaciones, pensamientos, expectativas, y percepciones son conocidas como cogniciones, un término que se refiere a los procesos mentales.”* Esto nos indica que la cognición parte desde la percepción del medio, que promueve cambios de conductas y que las representaciones internas juegan un papel importante dentro de este proceso.

Más aún, para los psicólogos de tendencia cognitiva, el modelo de procesamiento de información se compone de estos supuestos, de este modo (Puente, 1998) menciona

que la mente es un sistema donde se representan símbolos, reglas e imágenes. La psicología cognitiva tiene como finalidad describir las funciones de estos símbolos, reglas, imágenes, esquemas y cualquier otra forma de representación mental. Es evidente que estos procesos mentales están representados en el sistema nervioso central, aunque no haya consenso sobre la importancia que deba darse a su estudio detallado. Además, se concibe como una entidad activa que no se limita a recibir información que obtiene del medio interno y externo, sino que la información es elaborada. En éste proceso participan elementos que inicialmente no estaban en la información recibida. La conducta final es el resultado de la información de entrada más la información elaborada internamente.

Es así, que el sistema de procesamiento humano es un sistema limitado tanto en su estructura como en los recursos. Ejemplos de estas limitaciones son la memoria a corto plazo, la atención y la capacidad de procesar múltiples estímulos a un mismo tiempo.

En resumen se puede decir que básicamente el ser humano recibe información de su medio, la procesa, la internaliza y luego emite respuestas en función de lo adquirido.

2.1.1 Aprendizaje cognitivo

Desde los años setenta cobró gran importancia la teoría de procesamiento de la información, organización de las estructuras del conocimiento y la memoria, donde el aprendizaje es visto como adquisición y modificación de estructuras de conocimientos. Se hace relevante mencionar que el análisis de procesos mentales es fundamental, pues son éstos los que cambian principalmente con el aprendizaje y llevan a conductas que son los productos de los cambios de las estructuras de conocimientos, es así que el aprendizaje de conocimientos parte de un grupo de supuestos que son comunes a la mayoría de las teorías, asimismo (Puente, 1998) lo analiza bajo la siguiente mirada:

En primer lugar, basándonos en que el conocimiento no es solo una aglomeración de datos, se podría decir, que lo indispensable de éste son los componentes de información que se conectan formando una estructura organizada y significativa. Es decir, se adquiere conocimiento a medida que se aprendan relaciones generales.

Por otro lado, el uso de la memoria puede ser un gran instrumento en pequeñas proporciones de conocimientos, pero al aumentar este conocimiento es más efectivo el método por descubrimiento. Se debe tener en cuenta que el aprendizaje verdadero no se limita a una memorización de la información desde el exterior, pues comprender requiere pensar. La comprensión se construye relacionando desde las informaciones nuevas con lo ya adquirido. El primero de los procesos se conoce como asimilación y el segundo como integración.

A su vez, la adquisición del conocimiento conlleva a modificar, organizar y establecer conexiones en el pensamiento. Tal proceso de asimilación e integración implica tiempo y esfuerzo cognitivo, que no necesariamente es el mismo para todos los aprendices.

Y por último, es necesario recordar que el ser humano trae consigo una curiosidad innata, que le ayuda a descubrir su exterior, pues a medida que se amplía el conocimiento se generan nuevos desafíos. Es decir, la regularización del aprendizaje viene determinada desde el interior. Cuando no se encuentra interesante una actividad, rápidamente se abandona y se exploran otras más motivadoras.

La teoría cognitiva es resumida en la siguiente tabla, basada en (André y Phye, 1986), para la investigación se priorizará el cuarto punto, que indica el rol que juega la conversión de una representación a otra, y que conlleva un proceso mental.

Teoría Cognitiva

- 1 El aprendizaje es un ente activo y con dominio del ambiente.
- 2 El aprendizaje ocurre porque el aprendiz trata activamente de comprender el ambiente.
- 3 El conocimiento consiste en un cuerpo organizado de estructuras mentales y procedimientos.
- 4 **El aprendizaje consiste en cambios en la estructura mental del aprendiz originados por las operaciones mentales que realiza.**
- 5 El aprendiz se basa en el uso del conocimiento previo con el fin de comprender nuevas situaciones y modificar las estructuras de este conocimiento previo con el fin de interpretar las nuevas situaciones.
- 6 La argumentación sobre las actividades mentales es el elemento central de la psicología.
- 7 Existe una tradición experimental, pero se puede realizar investigación basada en la observación, la experimentación y el análisis lógico.
- 8 La educación consiste en permitir y promover la exploración mental activa de los ambientes complejos.

Tabla 1: Tabla que resume la teoría cognitiva, basada en (André y Phye, 1986)

Tal punto “*El aprendizaje consiste en cambios en la estructura mental del aprendiz originados por las operaciones mentales que realiza*”, se enmarca de lleno en la investigación que compete a este documento.

2.2 Representaciones

Anteriormente se mencionó la transcendencia del conocimiento cognitivo, el cual es central en los procesos de aprendizajes, pero además, una de las principales

preocupaciones del ser humano ha sido el “cómo se representa la información”, que no se limita a recibir la información y a conservarla de cualquier forma. Es evidente que se emplea algún modo de representación mental que ayuda, no sólo a almacenar la información objetiva, sino también a guiar las acciones sobre la noción del mundo y de la experiencia previa.

Si se va al origen del término “*Representación*”, este proviene del latín *repraesentare*, (Pitkin, 1985, pag.269) hace referencia sobre éste como “*hacer presente, en algún sentido, algo que literalmente no está presente*”. En el diario vivir lo podemos contextualizar según el Diccionario de la Real Academia Española, con las siguientes definiciones:

1. Figura, imagen o idea que sustituye a la realidad.
2. Conjunto de personas que representan a una entidad, colectividad o corporación.
3. Cosa que representa otra.
4. Derecho de una persona a ocupar, para la sucesión en una herencia o mayorazgo, el lugar de otra persona difunta.
5. Imagen o concepto en que se hace presente a la conciencia un objeto exterior o interior.

Más aún el verbo “Representar” denota que:

1. Hacer presente algo con palabras o figuras que la imaginación retiene.
2. Sustituir a alguien o hacer sus veces, desempeñar su función o la de una entidad, empresa, etc.
3. Ser imagen o símbolo de algo, o imitarlo perfectamente.

Asimismo, bajo la mirada epistemológica (Rico, 2000) halló la idea de representación y sus conexiones, elementos claves para comprender y descifrar la manera en que los individuos perciben; a través de estos y otros conceptos se aborda el estudio del conocimiento humano. A su vez, los racionalistas han propuesto una forma intermedia entre el sujeto y el objeto, a la que llama representación, ya sea intelectual o imaginativa.

Acercándose al contexto de la investigación, Aristóteles se aproxima a la representación en tres maneras.

1. El objeto: El símbolo que es representado.
2. El modo: La manera que el símbolo es representado.
3. El medio: El material que se usa para representar el símbolo.

Además, para (Peirce, 1903) contrasta diferentes tipos de signos según como se representan los objetos:

- *Iconos: signos que representan el objeto por su semejanza física. Es decir, el supuesto parecido del ícono es objetivo y libre de interpretaciones.*
- *Índices: signos que representan a través de la conexión entre hechos. Acá claramente existe un vínculo, que conlleva a una causa y efecto, donde la similitud física o la interpretación no es de relevancia.*
- *Símbolos: Signos que dependen de cómo serán interpretados según hábitos de referencias y significados asociados en un contextos. No existe una dependencia del símbolo con la semejanza ni el nexo al cual se quiere contextualizar.*

Los antecedentes que se han recopilado de diferentes sectores de estudio- en síntesis- demuestran que la representación ayuda a visualizar los hechos de la vida cotidiana ligándolos con elementos tangibles.

2.3 Representaciones en Matemática

De un tiempo a la fecha se ha tenido en cuenta el empleo sistemático de la noción de representación en los procesos de enseñanza – aprendizaje, especialmente en Educación Matemática. El concepto de representación se asimila a una señal externa que modela un concepto matemático, también como signo, objeto, esquemas o imágenes con los que la mente trabaja sobre ideas matemáticas. Varios autores investigaron sobre el tema: *símbolos* (Skemp, 1980), *sistema matemático de signos* (Kieran y Filloy, 1989), *sistemas de notación* (Kaput, 1992), *sistemas de registros semióticos* (Duval, 1993), llegando a la conclusión de la importancia que son las representaciones. Desde esa premisa las representaciones matemáticas se han entendido, como instrumentos que registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas. Es así, como (Radford,1998) señala *“Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas, de ahí su interés didáctico”*, asimismo, (Duval,2006) menciona *“la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación”*, es decir, las representaciones son primordiales para la conceptualización y el análisis de los procesos de aprendizaje y comprensión de las matemáticas, es por esto que se escoge la Teoría de Representaciones Semióticas de Duval (1999), como referencia que enmarca la investigación, pues en esta se halló un enfoque preciso y metódico de analizar.

Para comenzar lo mencionado a continuación tiene sus bases teóricas respecto a (Duval, 1999), al cual formula:

“¿El funcionamiento cognitivo en sus actividades de aprehensión, conceptualización, razonamiento o comprensión son independientes de la existencia de una pluralidad de registros semióticos de representación?” Tal cuestionamiento brinda una respuesta positiva, donde es más notoria y aguda en el aprendizaje de las matemáticas.

Postula que no puede existir comprensión en matemática si no se distingue un objeto de su representación (entiéndase por objeto matemático: a los números, las funciones, las rectas, etc. y como sus representaciones las escrituras decimales o fraccionarios, los símbolos, los gráficos, los trazados de las figuras...), además se basa en la existencia de representaciones mentales, es decir, de todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que se le está asociado. Las representaciones semióticas constituidas por el empleo de signos (formula algebraica, gráfico, figura geométrica...), son el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales o sea para hacerlas visibles o accesibles a los otros. En definitiva, implica considerar que la semiosis está dirigida por la noesis, entendiendo por semiosis la aprehensión o la producción de una representación semiótica y por noesis actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la comprensión de una inferencia, etc. Duval no está de acuerdo con que la noesis dirige a la semiosis, sino que es partidario de la hipótesis contraria: “no hay noesis sin semiosis, es decir, es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad de la noesis” (Duval 1995, pág. 4), en otras palabras, en matemática, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una a o más representaciones semióticas.



No existe noesis sin semiosis. Se entiende por semiosis a la adquisición realizada por signos y a noesis, adquisición conceptual de un objeto.

Ilustración 1: Esquema que postula la hipótesis de Duval (1995)

Clasifica las representaciones en conscientes y no conscientes. Por conscientes, entiende aquellas que presentan un carácter intencional y que cumplen una función de objetivación, es decir, es su intencionalidad clave en lo cognitivo, en donde el

sujeto observa y entiende la significancia del objeto. Y por no conscientes, las que se escapan completamente a la percepción del sujeto. Además las cataloga en representaciones internas y externas, entendiendo por externas aquellas que son visibles y observables públicamente, y por internas, las que pertenecen al sujeto y que no son comunicadas. Además considera que las representaciones externas son por naturaleza semióticas, ya que se producen mediante un sistema de signos y son accesibles a todos los sujetos capaces de interpretar este sistema de signos. Las representaciones externas tienen diferentes funciones: sirven para comunicar, para objetivar y pueden ser tratadas. A partir de estas dos clasificaciones, distingue tres tipos de representaciones.

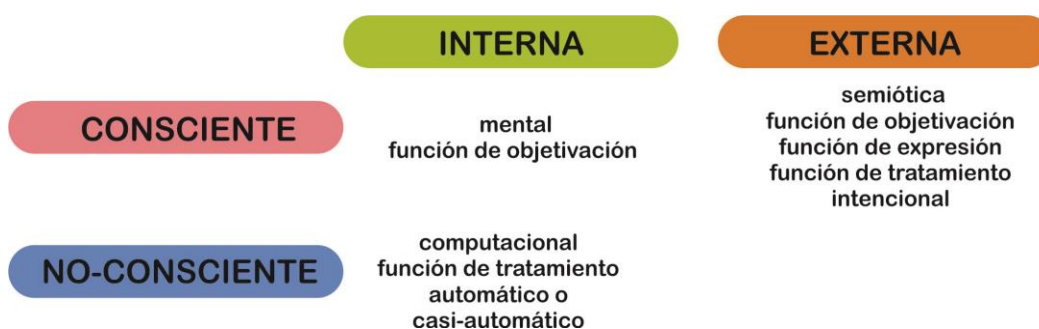


Ilustración 2: Tipos de funciones y representaciones

La hipótesis de una correspondencia directa entre las representaciones mentales y las semióticas implica la subordinación de éstas a aquéllas. Dos de las razones que da Duval (1999) para cuestionar esta hipótesis son: En primer lugar, el gran desfase que hay entre las representaciones mentales del sujeto y las representaciones semióticas que produce para expresar sus representaciones mentales y en segundo lugar, las representaciones semióticas, a diferencia de las mentales, presentan el grado de libertad necesario para todo tratamiento de la información, pudiendo expresar contenidos diferentes puesto que se sitúan en el plano de la expresión. No

así las representaciones mentales que, al situarse en el plano del contenido, son de contenido único. La diversificación de representaciones semióticas de un mismo objeto aumenta la comprensión de los sujetos. Recíprocamente, las representaciones externas (enunciados, fórmulas, gráficas, etc.) son el medio por el cual las personas exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesibles a las otras personas. Las representaciones externas juegan un doble papel: Primeramente actúan como un estímulo para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales y luego, expresan la red de significados personales de los sujetos que los usan. Remarca la existencia de diversos sistemas de representación ligados a un mismo objeto matemático. Cada uno de estos sistemas tiene potencialidades y limitaciones, por lo que su utilización conjunta es esencial para producir diferentes sentidos o bien para escoger uno de ellos.

Confirma que las representaciones semióticas están relacionadas a sistemas semióticos, los cuales la función de comunicación no es necesaria, pues pueden desempeñar funciones de tratamientos y de objetivación. A su vez sostiene que un sistema semiótico es un registro de representación semiótica si permite que se cumplan tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: *formación, tratamiento y conversión*.

- ✚ La formación de representaciones se refiere a la selección de un conjunto de signos perceptibles e identificables que permite expresar o evocar un objeto como una representación de “algo” en un sistema determinado, esta representación debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones.
- ✚ Se denomina tratamiento de una representación a la transformación de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado. En el sistema semiótico su función se asocia a la ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales.

- ✚ La conversión es una transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado.

Para una mayor comprensión, a continuación se exponen ejemplos que se imparten en la enseñanza de *tratamientos y conversión*:

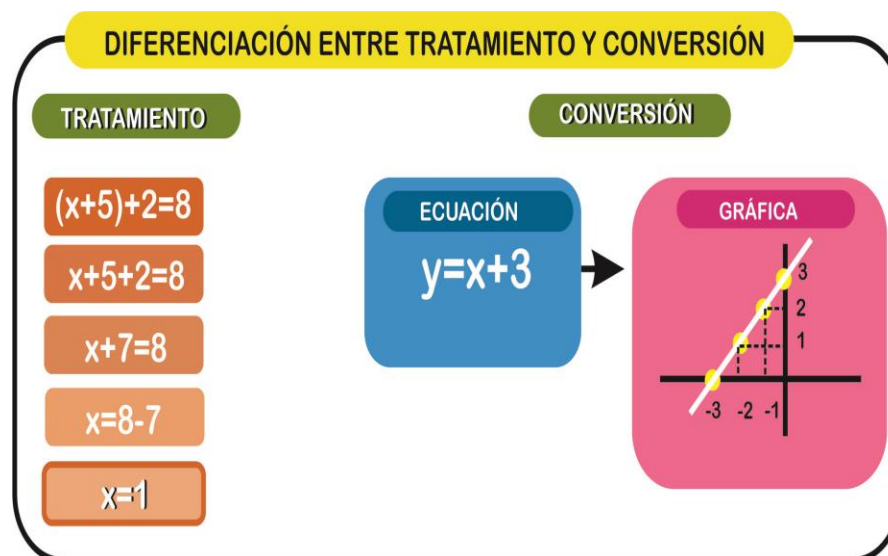
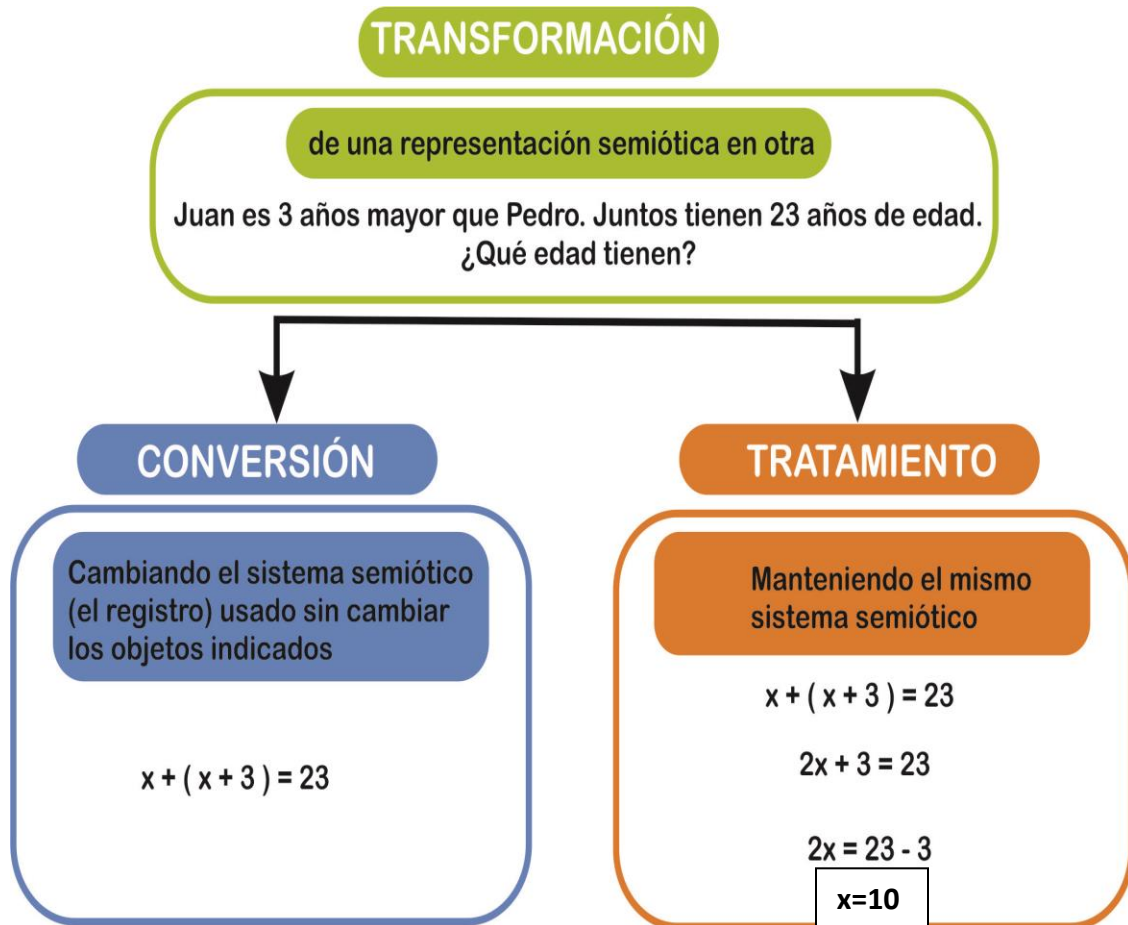


Ilustración 3: Tratamiento y Conversión

En esta ilustración se presenta el tratamiento dentro de la representación simbólica, es decir, se tiene una ecuación y se hace una simplificación de la misma; y la conversión, de lo simbólico a lo gráfico, o sea, a partir de una ecuación se construye una gráfica de ésta.

En comparación en la siguiente ilustración, a partir del lenguaje natural se realiza un tratamiento y conversión.



*Ilustración 4: Tratamiento y Conversión de representaciones Semióticas
Adaptado de (Duval, 2006)*

Más aún, Duval (1999) considera imprescindible las tareas de conversión entre las representaciones para la formación de conceptos, como se visualiza en la siguiente ilustración.

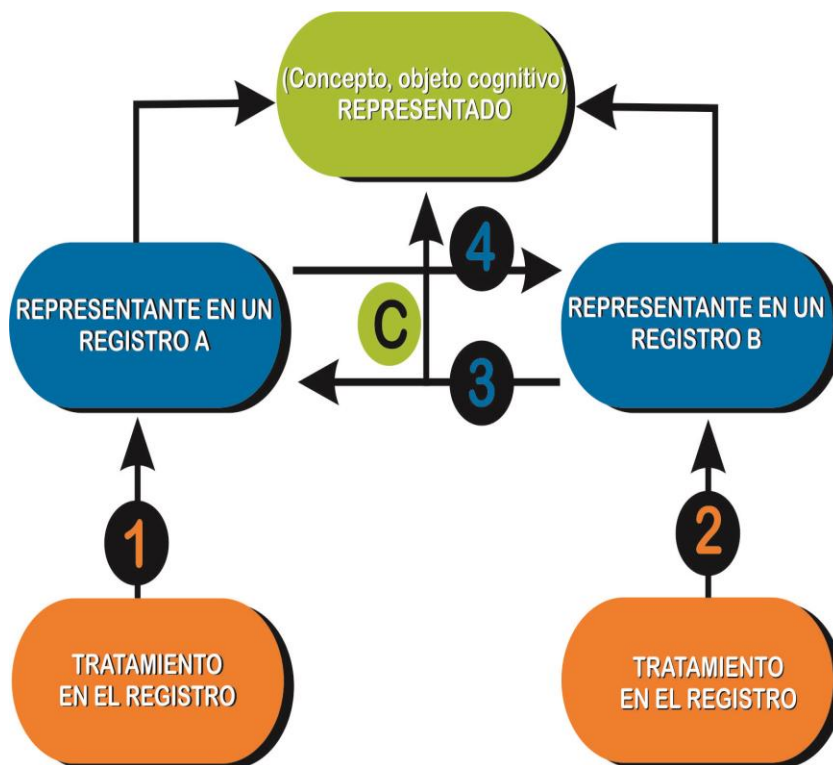


Ilustración 5: Modelo de Representación centrado en la función de objetivación.
Adaptado de (Duval, 1999, pág 68)

En esta ilustración se presentan las flechas 1 y 2 que corresponden a las transformaciones internas a un registro. Las flechas 3 y 4 a las conversiones por cambio de registro. La flecha C corresponde a lo que se llamará comprensión integrativa de una representación.

Duval (1999), señala que la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de adquirir para gran parte de los estudiantes es la conversión de las representaciones semióticas. Atribuye tal dificultad de esta transformación, a la escasa comprensión de un contenido, otras a la representación en que se aprendió, además a la falta de

coordinación entre los registros o el desconocimiento de alguno de los dos registros de representación. Asimismo, indica que la conversión posee dos características, primero señala que son conocidos tanto el registro de partida como el registro de llegada y segundo expresa que la conversión entre registros de representación semiótica puede ser o no congruente. Entendiéndose que dos representaciones son congruentes cuando *hay una posibilidad de correspondencia semántica entre sus elementos significantes, univocidad semántica terminal y el mismo orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones*, a la vez, estos criterios de congruencia los define como (Duval, 1999, pág.53):

- ✚ *La posibilidad de una correspondencia semántica de los elementos significantes, o sea, primeramente se considera como unidad significativa elemental todo lo que proviene del léxico de un registro. Este criterio consiste en disponer, para la representación unidades significantes elementales en el registro de llegada que corresponden a las unidades significantes elementales de la representación a convertir.*
- ✚ *El segundo criterio es la univocidad semántica terminal, o sea, cada unidad significativa elemental de la representación de partida le corresponde una única unidad significativa elemental en el registro de la representación de llegada.*
- ✚ *Y el tercer criterio es relativo a la organización de las unidades significantes, o sea, las organizaciones respectivas de las unidades significantes de las dos representaciones comparadas, conducen a que las unidades en correspondencia semántica sean aprehendidas en el mismo orden en las dos representaciones. Ahora bien, en las lenguas naturales el sujeto gramatical constituye un anclaje natural, pero no así en las escrituras literales y simbólicas*

Es trascendente indicar que no existen reglas de conversión que permitan realizar el paso de un registro a otro. Lo cual puede dificultar su realización. Guzmán (1998)

visualizó que en la enseñanza se ha descuidado los procesos que involucran la conversión y habitualmente se favorece el trabajo relacionado solamente con los tratamientos, pero en los casos donde se favorece la conversión se ha manifestado que el registro de partida más usado es el algebraico, lo que conlleva a que los estudiantes lo utilicen más en sus respuestas; al respecto, Vinner citado por (Planchart, 2000, pág.15) indica, *“la preferencia por lo algebraico se debe a la creencia que la prueba algebraica es más aceptada dentro de la matemática que la prueba visual”*. Es preciso señalar que tanto el lenguaje natural, como el lenguaje simbólico, las tablas, los gráficos, los esquemas, las imágenes, el lenguaje algebraico, permiten la relación entre semiosis y noesis que se da cuando se cumplen las acciones de dos representaciones cuando son congruentes, es así, como (Duval, 1999), menciona *“No se puede suponer que el contenido representado es separado de la forma que lo representa, como si la noesis fuera independiente de la semiosis”*

El trabajo realizado por Duval (1999) sobre el análisis de desarrollo de pensamiento y los problemas de aprendizaje de las matemáticas, plantea tres fenómenos, que se hallan muy relacionados entre sí, los cuales se refieren a:

- ✚ *Diversificación de los registros de representación semiótica:* es decir, existen múltiples y diferentes sistemas de representación, y cada uno de ellos plantea su propio aprendizaje.
- ✚ *Diferenciación entre representante y representado o entre forma y contenido de una representación semiótica:* acá se indica la diferenciación que está asociada a la comprensión de los que representa una representación y la posibilidad de relacionar otras representaciones e integrarlas a los procedimientos de tratamiento.
- ✚ *Coordinación de diversos registros de representación:* se refiere que debe existir una coherencia de los fenómenos de congruencias en las representaciones producidas entre dos sistemas semióticos diferentes.

Ya que esta investigación centra su interés en la habilidad de cambios de registro de representación y su tratamiento a través del cual un concepto matemático es representado, y dado que en la enseñanza se privilegian los procesos que tienen que ver con la formación y tratamiento de representaciones semióticas, Duval,(1999) plantea, *“lo que se observa de manera más protuberante es que el lugar dado a la conversión de las representaciones de un registro a otro es mínimo si no nulo”* Asimismo, (Duval, 2006, pág. 46) *“la conversión requiere que se perciba la diferencia entre lo que Frege llamaba el sentido y la referencia de los símbolos o de los signos, o entre el contenido de una representación y lo que ésta representa”*, pues si no se percibe esta diferencia la conversión resulta imposible o incomprensible. Es por esto de la importancia de la conversión, ya que es medular en las conexiones entre los registros de representación en la enseñanza; además son el producto de la comprensión conceptual y la falta de este entendimiento conlleva a errores en su conceptualización. Según (Duval, 2006, pág. 166) *“Es el primer umbral de la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas”*

Por ende, para comprender un contenido conceptual es necesario tener en cuenta mínimo dos registros de representación, y así el proceso cognitivo de conversión se realiza de manera más eficaz y natural, Pero antes de proseguir, es preciso definir la noción “concepto”, pues es un término utilizado en el transcurso de esta investigación, y se enfoca bajo la mirada de la Ciencia y la Antropología.

La construcción del concepto no se limita a un área específica, sino que son los estudiantes que tienen la capacidad de construir conceptos matemáticos, como lo asegura (D'amore, 2004) *“en este proceso intervienen tanto el aspecto institucional (el Saber) como el aspecto personal del sujeto que accede a ese Saber”*. Es importante reconocer el nivel abstracto que poseen las matemáticas ya que los conceptos son intangibles y se encuentran constantemente en construcción. Es justamente este proceso el que permite reflexionar sobre qué es un concepto, cómo se da en el estudiante y que actividades debe realizar el docente para promover esta

construcción es así, como (D'amore, 2004) indica, *“Todo concepto matemático requiere de representaciones, ya que no se dispone de objetos para presentar en su lugar, por ello la construcción del concepto debe darse sobre el tránsito entre registros representativos”*, es decir, nuevamente sale a relucir lo esencial que son las representaciones para construir los conceptos matemáticos.

En el proceso de conceptualización es necesario que el estudiante no confunda los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas; no obstante, él solo puede acceder a las representaciones de ese objeto, gracias a ellos le facilita la vía a dichos objetos matemáticos, esto lo respalda (D'amore, 2004) en su cita, *“Según el maestro, según la noosfera y según el mismo estudiante, el estudiante está entrando en contacto con un objeto matemático pero, de hecho, y parece ser que ninguno se da cuenta, el estudiante está entrando en contacto solo con una representación semiótica particular de ese objeto. El estudiante no tiene, no puede tener, acceso directo al objeto”*. Es por esta razón que el estudiante tiende a confundir el objeto con su representación, y cuando precisa cambiar de representación semiótica del mismo objeto, no posee las herramientas cognitivas para llevarlo a cabo. (D'amore, 2004) señala, *“Por lo tanto, el mecanismo de producción y de uso, subjetivo e intersubjetivo, de estos signos y de la representación de los objetos de la adquisición conceptual, es crucial para el conocimiento”*, o sea, se requiere de un equilibrio entre el utilidad y producción de representaciones semióticas de los objetos matemáticos y comprenderlos conceptualmente, más aun, (D'amore, 2004) menciona, *“Durante el aprendizaje de las matemáticas, se introduce a los estudiantes en un mundo nuevo, tanto conceptual como simbólico, sobre todo representativo”*.

Si bien, las representaciones semióticas la conforman el uso de signos que corresponden a un sistema de representación, hay objetos matemáticos que poseen múltiples representaciones como por ejemplo el concepto de Función Lineal. El concepto de Función Lineal es un ente abstracto, y además posee numerosas representaciones semióticas para facilitar su aprehensión, por mencionar algunas,

como representación algebraica, gráfica cartesiana, tabular, el uso de iconos o figuras y lenguaje natural, no obstante, (Godino J. ,2003, pág. 53) alude, “*el objeto representado puede variar según el contexto o el uso de la representación: En el caso de un gráfico cartesiano puede representar una función o el conjunto solución de una ecuación algebraica*”.

D’Amore (2004), enfatiza el uso de más registros de representaciones semióticas y plantea tres acciones para construir un concepto, las cuales son: De representarlos en un registro dado, tratar tales representaciones al interior de un mismo registro y de convertir dichas representaciones de un registro a otro.

Ligándolo a esta investigación cuyo fin es comprender las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes cuando deben solucionar situaciones propias con el concepto de función lineal, se considera oportuno hacer referencia sobre los registros de representación, principalmente los que se utilizan en matemáticas, se apoya con lo que expone (Duval, 2004) “*En matemáticas se utilizan cuatro clases de registros de representación: discursivos, no discursivos, plurifuncionales y monofuncionales*”, complementando con, (Duval, 2004, pág. 51)“*Los registros discursivos permiten describir, inferir, razonar, calcular, mientras que los registros no discursivos permiten visualizar lo que nunca es dado de manera visible*”. Más aun, Duval (1999) realiza los siguientes comentarios sobre la utilización continua de estos tipos de registros en la enseñanza de las matemáticas, “*Las matemáticas y los profesores de matemáticas privilegian con mucha frecuencia los registros monofuncionales o técnicos*”, es decir, aquellos que se especializan en un solo tratamiento. Sobre los registros plurifuncionales son los que se utilizan en todos los dominios de la vida cultural y social, se presta para tratamientos más amplios, no solo porque son más, sino porque son más potentes, además permiten, desarrollar algoritmos, es decir, una secuencia de reglas, operatorias o de procedimientos.

Globalizando, significa que para una efectiva comprensión de un concepto es necesaria la coordinación de los diferentes registros de representación, ya que con la representación en un solo registro no se obtiene la comprensión integral del concepto. Sin embargo, la conversión entre registros no se realiza en forma espontánea, a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y el de llegada.

A continuación, Duval (1999) presenta la conceptualización sobre la relación entre diferentes representaciones y sus diferentes registros:

- ✚ El gráfico (representación no discursiva)
- ✚ El algebraico o lenguaje natural (representación discursiva)

Acá, Duval (1999), proporciona una interpretación semiótica a la relación entre diferentes sistemas de signos que representan el mismo objeto.

En general, se hace necesario enseñar matemática de forma que la coordinación de los diferentes registros de representación, cualquiera sea que se utilice, sea de forma rápida y espontánea, por esta razón el alumno deberá aprender a hacer conversiones de diferentes registros que lo conduzcan a fortalecer la actividad cognitiva.

Es relevante mostrar la importancia significativa que posee el uso de las representaciones en la enseñanza de las matemáticas, cuya finalidad es desarrollar en los estudiantes la habilidad de manejar los objetos matemáticos en sus diferentes registros, independiente que se realicen en los mismos, tratamientos o conversiones, además las representaciones se deben articular con el concepto claro que brinda el pensamiento cognitivo, el objetivo es promover en los estudiantes de Primer Año Medio una mayor comprensión y junto a esto, se apropien de la teoría de los registros de representación semióticos.

2.4 Funciones

Para una mayor comprensión del trabajo que se realiza, es necesaria una noción sobre la evolución de concepto de función a través de la historia, su utilidad, y luego dar un enfoque actualizado.

El concepto de función es uno de los más empleados en matemática, y su utilidad también se manifiesta en otras disciplinas, pero desde la mirada del tema de estudio, su aplicación se presenta esencialmente como instrumento para modelar situaciones. Por ende, el concepto de función se encuentra relacionado con otros conceptos matemáticos y para lo planteado en ésta investigación, se encuentra implícito en situaciones contextualizadas, con el propósito de analizar las conversiones que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a dichas situaciones de cambio, propias de este concepto matemático.

El concepto de Función Lineal posee gran relevancia porque modela algunos fenómenos, como: los costos, compras, transferencias, cálculos de perímetros, pero si se lleva a la vida cotidiana se encuentra: en el sector empresarial, en el uso de la oferta y la demanda, los cuales no solo se encuentran en contextos matemáticos sino también en contextos de las ciencias; las funciones que tienen la forma $f(x) = ax$ y $f(x) = ax+b$ son los modelos lineales más simples y representan para muchos estudiantes el primer contacto con el concepto de función. Pero éste ha ido evolucionando simultáneamente, es por ello que su definición adopta diferentes formas a lo largo de la historia y adquiriendo diversos significados relacionados con los problemas que ha permitido resolver.

A lo largo de la historia el concepto de función responde a diferentes definiciones, estas definiciones han sido transformadas conforme al avance y construcción de las matemáticas, Higuera (1994) señala y organiza el análisis histórico e identificó las siguientes concepciones predominantes en distintos períodos de la evolución de esta noción.

A continuación se mencionarán, según Higuera (1994), los distintos períodos de la evolución de ésta noción:

La función como "variación": matemáticos y astrónomos babilónicos, en su intento por aritmetizar las observaciones que eran difícilmente medibles, profundizaron métodos cuantitativos tabulando datos, interpolando y extrapolando, en busca de regularidades. Establecieron relaciones sistemáticas entre las variaciones de las causas y los efectos: los fenómenos sujetos al cambio, como por ejemplo, el calor, la luz, la distancia, la velocidad, etc., pueden poseer distintos grados de intensidad y cambiar continuamente entre ciertos límites dados. Estas magnitudes variables encierran la presencia potencial de medidas.

Varios investigadores consideran que los matemáticos babilónicos poseían un verdadero instinto de funcionalidad, dado que en las tablas de cálculo que construyeron está presente una relación general por la que asocian elementos de dos conjuntos. Sin embargo,... *existe una distancia muy grande entre "instinto de funcionalidad" y la noción de función (Ruiz Higuera, 1998)*. Esta concepción perdura a lo largo del tiempo.

La función como "proporción": Si bien las ideas de cambio y de cantidad variable estaban presentes en el pensamiento griego, se consideraba al cambio y al movimiento como algo externo a la matemática. El considerar los entes matemáticos como algo estático llevó a los matemáticos de esa época a expresarse en términos de inecuaciones y proporciones más que en términos de variables.

La búsqueda de proporcionalidad era la relación privilegiada entre magnitudes variables, es decir, la variabilidad atada a las magnitudes físicas, las cuales se consideraban diferentes a las matemáticas.

Dado el significado geométrico que tenían para los griegos las magnitudes variables, solo establecían en forma homogénea sus proporciones: comparaban longitudes con longitudes, áreas con áreas, etc. Esta homogeneidad que conducía a comparar magnitudes de la misma naturaleza pudo ser un **obstáculo** al desarrollo de la noción de función puesto que impedía encontrar en forma significativa, dependencias entre variables de diferentes magnitudes, concepto fundamental en toda relación funcional.

En este período predomina una concepción estática del concepto de función, considerándola como proporción, y la misma se mantuvo en matemáticos como Oresme y Galileo. Galileo estudió el movimiento y contribuyó a buscar resultados y relaciones que provienen de la experiencia más que de la abstracción. En esto reside la diferencia con Oresme, el cual se centraba en la teoría (Ver la función como "gráfica").

La función como "gráfica": el cambio más significativo ocurrido durante la Edad Media se dio por el acercamiento entre la matemática y las ciencias de la naturaleza, y los principales núcleos de desarrollo fueron las escuelas de Oxford y Paris.

El principal representante de la escuela francesa fue Nicolás Oresme¹, quien ya en el S. XIV utiliza el grafismo para representar los cambios y así describirlos y compararlos. Se vale de segmentos para representar las intensidades de una cualidad de una determinada magnitud continua que depende de otra magnitud continúa. Estas gráficas representan las relaciones desde lo cualitativo más que desde lo cuantitativo, pues los gráficos se consideraban como modelos geométricos de las relaciones y no necesitaban representar fielmente dichas relaciones.

¹ Nicolás Oresme (1323 – 1382), Matemático y Astrónomo Francés.

Oresme traza un segmento horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes y para cada instante traza un segmento perpendicular cuya longitud representa la velocidad en ese instante.

La dependencia se representaba globalmente por toda la figura, predominando entonces la concepción de *función* como *gráfica* (visión sintética).

Durante el período que abarca los siglos XV y XVI se distinguen dos direcciones fundamentales de desarrollo de la matemática: un perfeccionamiento del simbolismo algebraico y la formación de la trigonometría como una rama particular. Si bien no se produjeron grandes transformaciones científicas, estos adelantos favorecieron el desarrollo del concepto de función.

La función como "curva": a principios del S. XVII, Fermat² y Descartes³ descubren el mundo de la representación analítica al conectar los problemas de dos ramas de la matemática: la Geometría y el Álgebra.

Comienza a formarse la geometría analítica como un método de expresión de las relaciones numéricas establecidas entre determinadas propiedades de objetos geométricos, utilizando esencialmente el método de coordenadas.

Se sostiene por primera vez la idea de que una ecuación en "x" e "y" es un medio para introducir la dependencia entre dos cantidades variables.

La concepción dominante, la función como curva, hace que surja el segundo **obstáculo** en la evolución de la noción de función, cuando se asocia la gráfica con la trayectoria de puntos en movimiento y no con conjuntos de puntos que satisfacen condiciones en una relación funcional.

² Pierre Fermat (1601 – 1665), Matemático Francés

³ René Descartes (1596 – 1650), Filósofo y matemático Francés.

La función como "expresión analítica": esta concepción nace en el S. XVII y continúa con Euler⁴ y Lagrange⁵ en el S. XVIII. Se pensaba que las únicas funciones dignas de estudio eran las que podían ser descritas por expresiones algebraicas. Se intentó resolver problemas de la Física. Permanecía aún la idea de asignar la variación a las "cantidades". Aparece la idea de *función no-continua*. Leibniz⁶ habla de "*función f(x)*".

Euler generaliza como expresión analítica: $f(x) = a^0 + a^1 z + \dots + a^n z^n + \dots$ donde "z", en términos generales era complejo. En la definición propuesta por Euler del concepto de función, reemplaza el término cantidad utilizado hasta ese momento por el de expresión analítica: "*Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier forma que sea, de esta cantidad y de números o cantidades constantes*". (Euler, citado por D'Hombres, Ruiz Higuera, 1998).

Posteriormente, Lagrange amplía la noción de función a toda expresión de cálculo.

Esta concepción se constituye en *obstáculo* para la evolución de la noción de función en relación con sus ideas de dependencia y variabilidad. Predominó el aspecto puramente formal más que el de relación entre variables; se entiende que una función es una combinación de operaciones dada por una expresión analítica.

La función como "correspondencia arbitraria: aplicación": esta concepción aparece en los últimos trabajos de Euler sobre "funciones arbitrarias" en el S. XVIII, continuando en el S. XIX con los de Fourier sobre series trigonométricas y los de Cauchy⁷, Dedekind⁸ y otros sobre números reales.

⁴ Leonhard Euler (1707 – 1783), Matemático Suizo.

⁵ Joseph Lagrange (1736 – 1813), Matemático Francés.

⁶ Gottfried Leibniz (1646 – 1716), Filósofo y Matemático Alemán.

⁷ Augustin Louis Cauchy (1760 – 1848), Matemático Francés

A partir del problema de la cuerda vibrante de Euler, surge la noción de correspondencia general: se dice que "*una cantidad es función de otra u otras*", aunque no se conozca por qué operaciones se debe atravesar para llegar de una a la otra. Más tarde, Euler ve la necesidad de considerar funciones más generales que las funciones analíticas: las funciones arbitrarias en las cuales *si "x" designa una cantidad variable, entonces todas las otras cantidades que dependen de "x", no importa de qué manera, son llamadas funciones de "x"* (Euler, citado por Ruiz Higuera, 1998, pág 54).

El término función se corresponde con la expresión $f(x)$, y más tarde se representará como $f: X \rightarrow Y$, o $x \rightarrow f(x)$. Continúa el uso de los ejes cartesianos y aparece una nueva representación: los diagramas de Venn.

La función como "terna": a fines del S. XIX y principios del S. XX se llama función a la terna $f = (A, B, G)$ en donde A, B y G son conjuntos con las siguientes condiciones $G \subset A \times B$, $x \in A$, $y \in B$ tal que $(x, y) \in G$.

Las representaciones utilizadas son las de la teoría conjuntista y se concibe que: *una relación funcional está formada por pares de elementos así como un conjunto está formado por elementos individuales*. En esta descripción clara, precisa y estática ya no hay la menor sugerencia a las cantidades que fluyen engendrando magnitudes variables, ni la menor referencia a puntos moviéndose sobre curvas, ni aparece la vieja y sugestiva idea de variabilidad.

Esta concepción es considerada como un *obstáculo* ya que, con la intención de lograr precisión y rigor matemático, se pone de relieve una concepción estática. (Higuera, 1994), manifiesta que la constante evolución hacia definiciones cada vez más abstractas evidencia una transformación progresiva de esta noción, tanto en la

⁸ Richard Dedekind (1831 – 1916), Matemático Alemán.

forma (diferentes definiciones) como en el fondo (los conceptos y elementos que modeliza).

Junto a lo exployado por Higuera, se rescata que en las primeras definiciones del concepto de función, las nociones centrales eran la variación y la dependencia; la presencia de correspondencia estaba, pero implícita. Luego, acercándose a definiciones más actuales, se observa como desaparece paulatinamente la variación y posteriormente la dependencia, finalizando a lo que actualmente se le conoce como correspondencia. Es evidente también que existen diferencias significativas entre las primeras definiciones surgidas, pues no todas permiten resolver la misma clase de problemas. Originalmente tuvo un carácter cualitativo, vinculados a los problemas con el movimiento de los cuerpos y tenían como variable independiente el tiempo. Después estos mismos problemas se estudiaron de forma cuantitativa adquiriendo mayor significado en el cálculo diferencial. Con el tiempo surge el concepto de función como expresión analítica, y los problemas pueden resolverse por medio de desarrollos en series.

Asimismo, existen múltiples definiciones del concepto de función, que se han deducido de la Historia de las Matemáticas, a continuación (Planchart, 2005), se refiere:

- ✚ En términos de variables “*cuando dos variables están relacionadas de tal manera que el valor de la primera queda determinado si se da un valor a la segunda, entonces se dice que la primera es función de la segunda*”, es decir, se habla de la relación de una variable que está en función de otra. Se refiere a *Registro algebraico*
- ✚ En forma de conjunto de pares ordenados “*una función es un conjunto de pares ordenados de elementos tales que ningunos de dos pares ordenados tienen el mismo primer elemento. El conjunto de los primeros elementos de los pares ordenados se llama dominio y el conjunto de los segundos elementos rango de la función*”, o sea, se trata de las correspondencias de dos

conjuntos que determinan un conjunto de pares ordenados. Se refiere a *Registro simbólico*.

- ✚ Como una regla de correspondencia “*una función f de un conjunto A a un conjunto B es una regla de correspondencia que asignan a cada valor de x de cierto subconjunto D de A un elemento determinado de manera única $f(x)$ de B ”.* Se refiere a *Registro figural (Diagramas de Venn)*
- ✚ En términos de máquina “*una función es un procedimiento P que toma una o más entradas que salidas, y que tiene la propiedad de que cualesquiera dos llamadas a P con las misma entrada regresa a la misma salida*”. Se refiere a *Registro icónico*
- ✚ Como relación entre conjuntos “*Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, formulas, tablas o enunciados*”, lo expresa, (Godino, 2003).

Además, la representación del concepto de función en los registros se puede visualizar:

- ✚ Verbal: Con un enunciado que describe cómo la variable independiente se relaciona con la variable dependiente.
- ✚ Tabular- numérica: Por medio de una tabla o lista de pares ordenados que hace corresponder un valor de la variable (x) con un valor de (y)
- ✚ Gráfico: Con puntos sobre una gráfica en un plano cartesiano en el cual los valores de (x) son expresados por el eje horizontal (Eje de las abscisas) y los valores de (y) por el eje vertical (Eje de las ordenadas).
- ✚ Algebraico: Por medio de una ecuación.

- ✚ Simbólico: Cuya representación se da en el lenguaje de Conjuntos, la cual se manifiesta desde la representación simbólica de conjuntos por extensión.
- ✚ Figural: Expresa la correspondencia uno a uno entre las variables, haciendo uso de los diagramas de Venn.

Finalmente, es ambicioso pensar que existe solo un concepto de función a través de solo una definición, es necesario realizar actividades que involucren las diversas representaciones, con las expresiones algebraicas, tablas, números, gráficas y lenguaje natural, las cuales implican la coordinación entre las representaciones desarrollándose por medio de formación, tratamiento y *conversión*.

Capítulo 3

Metodología

En este capítulo se detallan y describen los procedimientos metodológicos que se realizaron en ésta investigación. Se estima conveniente nombrar algunas citas de los estudiosos en el tema que avalan la metodología utilizada. Además exponer las características e instrumentos que se utilizaron, para finalmente analizar el trabajo de los estudiantes desarrollados en el aula en relación con la función lineal.

3.1 Tipo de investigación

La presente investigación se sitúa principalmente a los estudios de los tratamientos y conversiones que realizan los estudiantes para la resolución de problemas con situaciones propias del concepto función lineal, se le concede un enfoque cualitativa inductivo (Hernández S, 2006), donde lo importante es valorar los procesos realizados por los estudiantes, favoreciendo la comprensión de la teoría con el desarrollo, dándole sentido a lo que el estudiante desea expresar. La importancia de esta metodología, se debe a la observación de la coordinación de los registros de representación semiótica que tienen los estudiantes cuando se localiza a éste en situaciones de la vida cotidiana, con el objetivo de que conozca y maneje el concepto de función lineal.

A continuación se señalan algunos autores que se refieren a éste tipo de metodología:

- ✚ (Denzin y Lincoln, 1998, pág.8) menciona, “*La investigación cualitativa implica un énfasis en las cualidades de entidades, en los procesos y significados, que no son examinados o medidos en términos de cantidad, intensidad o*

frecuencia. Adicionalmente permite al investigador adoptar un particular punto de vista para estudiar el fenómeno.”

- ✚ (Hernandez, 1991) señala, *“La investigación cualitativa privilegia lo descriptivo, especificando las propiedades de grupos, personas o comunidades sometidas a análisis.”*
- ✚ (Planchart, 2000) alude, *“La investigación cualitativa asume que el significado es parte de las experiencias de las personas que participan y que este significado es mediado a través de las percepciones del investigador”.*
- ✚ (Buendía, Colás y Hernandez, 1997, pág27), respecto al mismo tema expusieron *“Cuando hablamos de investigación cualitativa no nos estamos refiriendo a una forma específica de recogida de datos, ni a un determinado tipo de datos, textuales o palabras sino a determinados enfoques o formas de producción o generación de conocimientos científicos que a su vez se fundamenta en concepciones epistemológicas más profundas”.*
- ✚ Y finalizando, (Hernandez,2006,pág.20) dice, *“Al hablar sobre análisis cualitativo, nos referimos, no a la cuantificación de los datos cualitativos, sino al proceso no matemático de interpretación, realizando con el propósito no matemático de interpretación, realizado con el propósito de descubrir conceptos y relaciones en los datos brutos y luego organizarlos en un esquema explicativo teórico”.*

Es pertinente mencionar que esta metodología da respuestas a situaciones que no se pueden medir en forma espontánea ni comparar a través de parámetros numéricos. Está dirigida a descubrir cómo piensa y responde el estudiante ante un problema dado; qué conexiones mentales realiza, a qué imágenes mentales acude, a qué sistemas de representación semióticas está familiarizado, por estas motivos la metodología que más se acomoda es la cualitativa.

3.2 Instrumentos de Investigación

Los instrumentos nos permiten obtener información de los estudiantes de primer año de educación media del colegio Boston, del proceso continuo de indagación, con el fin de interpretar y entender en la sala de clases la construcción de teorías en torno a los registros semióticos de Duval (1999), más aún, la unidad a analizar es el tratamiento y la conversión de representaciones semióticas relacionados con el concepto de función lineal, que realizan los estudiantes antes mencionados en la solución de situaciones propias del concepto matemático de estudio.

A modo de una visualización más óptima, el siguiente mapa conceptual muestra las actividades que se realizaron en la investigación:

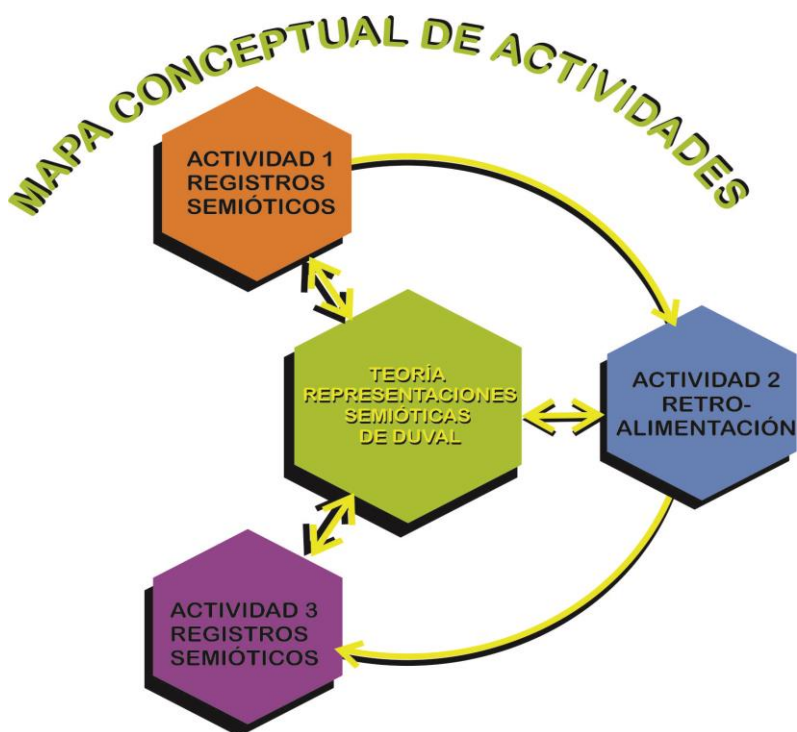


Ilustración 6: Mapa conceptual que visualiza la manera en que se realizaron las etapas.

La investigación se desarrolló en tres etapas:

Etapa 1:

En primer lugar, el momento de una actividad diagnóstica (Actividad N°1), con el fin que presente el nivel de conocimientos de los estudiantes con respecto al concepto de función lineal y sus diversas representaciones, es decir, permite visualizar las concepciones que presentan sobre el concepto, sus dificultades y obstáculos.

Etapa 2:

Posteriormente, la Actividad N°2, cuya intención fue de retroalimentar la actividad diagnóstica y así poder determinar qué área se debe priorizar y reforzar en el aprendizaje del estudiante.

Etapa 3:

Finalizando, con la Actividad N°3, guía diseñada para lograr los objetivos planteados y a la vez responder a los cuestionamientos que se formularon en la investigación, que indica si los conceptos de visualización y la aplicación de los diferentes registros de representación semióticos son una herramienta de provecho que le facilita al estudiante la comprensión y la resolución de problemas de matemáticas.

3.3 Descripción del Curso

El grupo curso consta de 30 estudiantes, que fluctúan entre las edades de 13 a 15 años, 17 mujeres y 13 hombres que cursan Primer Año de Enseñanza Media, pertenecientes al Colegio Boston, situado en la comuna de Villa Alemana. El rendimiento del curso en éste subsector, es de un promedio 5,0. Los participantes de éste estudio fueron 19 estudiantes los que presentaron una actitud entusiasta ante la investigación.

Se decide efectuar el estudio en éste establecimiento, pues la investigadora realizaba el subsector de matemática en éste.

3.3.1 Reseña del Establecimiento

El colegio Boston de Villa Alemana nace el año 1988 bajo el nombre de Colegio Villa Alemana y desde el año 2000 a la fecha, con el apoyo de su sostenedor José Bobadilla, se ha asentado como un importante y destacado eje educativo en la comuna de Villa Alemana.

Visión: “Somos una unidad educativa que aspira a consolidarse como una comunidad de aprendizaje con compromiso real con la calidad de la educación y la búsqueda de la excelencia educativa. En el actual contexto de una sociedad de cambio, aspiramos a consolidarnos como una alternativa educativa que teniendo como eje el aprendizaje en la vida y dentro de un clima afectivo, favorezca el desarrollo de la autonomía, el bien común y el compromiso social de nuestros miembros, haciendo del acto educativo una experiencia memorable y significativa.”

Misión: “El colegio Boston es una institución educativa de financiamiento compartido con niveles de educación pre-básica, básica y media. Busca entregar una educación integral de tipo científico – humanista, basados en el afecto, con énfasis en la formación de virtudes en equilibrio con el desarrollo y autocuidado de las personas y entornos; además, de formar un alumno capaz de tomar decisiones responsables y fraternas que propendan al conocimiento, a la propia felicidad y al bien común.”

Los datos que a continuación se señalan, se obtuvieron de la página Web del Ministerio de Educación:

Nombre del Establecimiento: Colegio Boston

Comuna: Villa Alemana

Directora: Luz Mariela Gálvez Vivaceta

Dependencia: Particular Subvencionado

Nivel de Enseñanza: Educación Parvulario – Educación Básica – Educación Media.

Matrícula Total: 302

Resultados Simce: Subsector Matemática



Ilustración 7: Resultado Simce Subsector Matemática.

Además, según, (NSE) “Nivel Socioeconómico Nacional”, indica que los resultados obtenidos son menores a los establecimientos similares. De esta forma se observa, que el colegio presenta resultados más bajos que los de nivel socio económico similar y además los estándares de aprendizajes no fueron logrados.

3.4 Período de la Investigación

Dicho proceso fue efectuado en distintos períodos donde la primera se efectuó una investigación respecto al contenido teórico, buscando bibliografía pertinente al tema, en varias universidades tales como, Valparaíso, Católica de Valparaíso y Playa Ancha de Ciencias de la Educación.

Más tarde vino el proceso de la elaboración de los instrumentos de evaluación como fueron las dos guías de aprendizaje, validadas posteriormente por la doctora Pamela Reyes, entregando el visto bueno para su aplicación.

En el establecimiento se aplicaron los instrumentos de evaluación en un período de dos semanas aproximadamente, el cual se divide en la aplicación de la primera guía de aprendizaje con un carácter diagnóstica a los 19 estudiantes de la muestra, luego la revisión en forma individual, la retroalimentación en clases con el grupo curso y para terminar con la segunda guía, que tenía como propósito evidenciar los aprendizajes esperados.

Para finalizar, un período clave fue el análisis de los datos recopilados por los instrumentos de evaluación, que consistía en evaluar los resultados del diagnóstico, a través del análisis de la pregunta, para terminar con el de los resultados pregunta a pregunta. Cabe señalar que lo más relevante descende de lo que fueron los resultados finales de la segunda guía de aprendizaje, la cual entrega la información medular que se quería comprobar en esta tesis.

Capítulo 4

Análisis

En este capítulo se presentan los escritos obtenidos en las actividades las cuales fueron realizadas en tres etapas, del curso en estudio. El análisis se subdividió en cuatro grupos de estudiantes homogéneos, la información recolectada fue a través de, actividad diagnóstica, retroalimentación de ésta y actividad final. Los instrumentos que se utilizaron fueron actividades escritas, a partir de situaciones propias del concepto de función lineal, formulación de preguntas buscando favorecer la conversión entre registros y caracterizar las transformaciones hechas por los estudiantes.

4.1 Plan del Análisis

No perdiendo de vista el marco teórico, más aún, la teoría de registro de representaciones semióticas del concepto de función lineal a la que hace referencia Duval (1999), en primera instancia cada actividad presente se clasificará según el registro de representación, es decir, Numérico, Algebraico, Simbólico, Gráfica Cartesiana, Tabla de Valores (Tabular) y Verbal (lenguaje natural). Además, el tipo de Registro al cual pertenece, o sea, discursivo (permiten describir, inferir, razonar y calcular), no discursivo (permiten visualizar lo que nunca es dado de manera visible), plurifuncionales (se utilizan en todos los dominios de la vida cultural y social) o monofuncionales (se especializan en un solo tratamiento), o a su vez, una mezcla de ellos.

A partir de este referente teórico se diseñó el plan de análisis y este plantea el estudio de aspectos que tiene que ver con el tratamiento de cada representación y la conversión entre un registro de partida a un registro de llegada, que realizan los

estudiantes al enfrentarse a situaciones propias del concepto de función y aspectos de fenómenos de congruencia entre diferentes registros de representación de un mismo significado matemático, con el fin de promover el aprendizaje de este.

4.2 Actividad Diagnóstica

Este instrumento permitió indagar sobre las actividades de tratamiento y conversión de representaciones semióticas que realizaron los estudiantes sobre el concepto de función lineal, previo al abordaje de este concepto en clase.

4.2.1 Análisis por Grupos

A continuación se presentan las respuestas realizadas por los diferentes grupos, junto a esto, una ilustración que muestra de una forma más simplificada lo observado en cada grupo de estudio, finalizando con el análisis de lo extraído en cada situación.

Etapa 1: Análisis de Preguntas

Análisis de la Pregunta N° 1 por Grupos

Pregunta N° 1:

Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y . Una vez realizado éste proceso a partir de las tablas, gráfíquelas.

Tabla 1		Tabla 2		<u>Gráficas:</u>	
X	Y	X	Y	Tabla 1	Tabla 2
-2	-4	-3	15		
-1	-2	-2	10		
0	0	-1	5		
1	2	0	0		
2	4	1	-5		
		2	-10		
		3	-15		

$y = \underline{\hspace{2cm}}$

$y = \underline{\hspace{2cm}}$

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, de lo Tabular a lo Algebraico.

Se nombrará **3** la Conversión del Registro de Partida a la Gráfica Cartesiana, es decir, de lo Tabular a lo Gráfico.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°1 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 8: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

$y = 2 \cdot X$

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = -5 \cdot X$

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO 1

PREGUNTA 1

↻
↻

1 2
1 3

si no
si no

Tratamiento de la representación

Conversión de la Representación

si no
si no

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA

UNIVOCIDAD SEMÁNTICA

ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE

↻
↻

1 2
1 3

si no
si no

Hay congruencia?

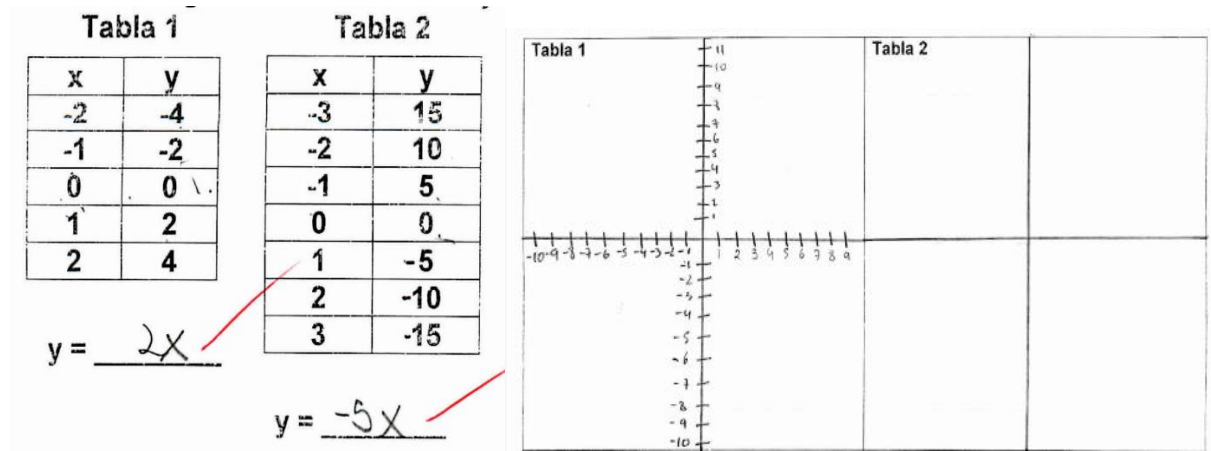
Ilustración 9: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Se puede inferir que el grupo pudo realizar la conversión de lo tabular a lo algebraico sin mayor complicación. Asocia y brinda un orden de aprehensión a las unidades significantes sin mayor dificultad, con lo cual se puede apreciar que la conversión entre ambas representaciones es congruente, pues admite los tres criterios de congruencia.

Pero, la conversión de lo tabular a lo gráfico no se realizó con éxito, pues el grupo no efectuó nada. No se logra congruencia, por falta de los tres criterios de conversión.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:



Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2						
PREGUNTA	1						
Tratamiento de la representación	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">1 2</td> <td style="text-align: center;">1 3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">si no</td> <td style="text-align: center;">si no</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>	1 2	1 3	si no	si no	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
1 2	1 3						
si no	si no						
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>						
Conversión de la Representación							
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">si no</td> <td style="text-align: center;">si no</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>	si no	si no	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		
si no	si no						
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>						
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">si no</td> <td style="text-align: center;">si no</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>	si no	si no	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		
si no	si no						
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>						
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">si no</td> <td style="text-align: center;">si no</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>	si no	si no	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		
si no	si no						
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>						
Hay congruencia?	<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">1 2</td> <td style="text-align: center;">1 3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">si no</td> <td style="text-align: center;">si no</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </table>	1 2	1 3	si no	si no	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
1 2	1 3						
si no	si no						
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>						

Ilustración 10: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Se visualiza que la conversión de lo tabular a lo algebraico se realizó sin mayor dificultad, se asocia y se brinda un orden de aprehensión a las unidades significantes con éxito, es decir, la conversión entre ambas representaciones es congruente, pues admite los tres criterios de congruencia.

Pero, la conversión de lo tabular a lo gráfico no se realizó, por lo menos este grupo hizo el intento de dibujar el plano cartesiano, pero no logra la congruencia, por falta de los tres criterios de conversión.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

Tabla 1

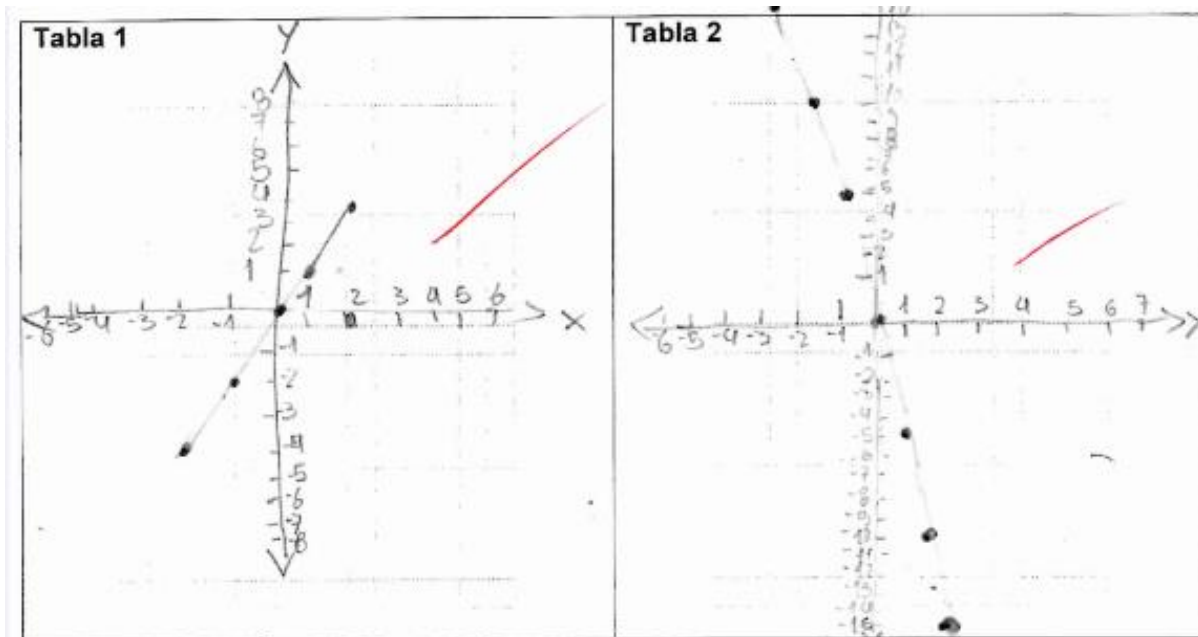
x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

$y = \underline{2 \cdot X}$

Tabla 2

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = \underline{-5 \cdot X}$



Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3			
PREGUNTA	1			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 11: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes en éste grupo realizaron ambas conversiones con éxito, sin dificultad alguna, se visualiza un dominio en las unidades significantes llevando a cabalidad ambas peticiones del enunciado. Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

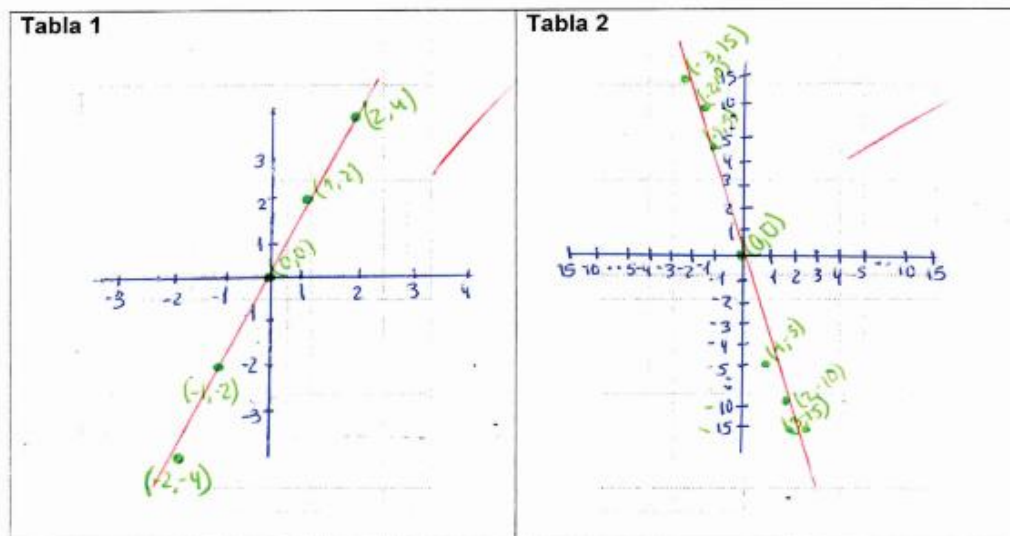
$y = \underline{2x}$

$y = mx$

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = \underline{-5x}$

$y = mx$



Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4
PREGUNTA	1

	1	2	1	3
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	1	2	1	3
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 12: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

En éste grupo realizaron ambas conversiones con éxito, es más, se visualiza que se apoyan de la forma principal de la ecuación de la recta, esto denota que asocian los conocimientos brindados en alguna clase de años anteriores. Hay dominio y aprehensión en las unidades significantes. Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones.

Análisis de la Pregunta N° 2 por Grupos

Pregunta N° 2:

Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, del Lenguaje Natural a lo Algebraico.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°2 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 13: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO 1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

horas	Suelto
1	5500
2	11000
3	16500
4	22.000
5	27.500

$f(x) = 5500x$ $f(30) = 5500 \cdot 30 = 165.000$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

Kilos	Precio
0	0
1	200
2	400

$f(x) = 200 \cdot x$ $f(1) = 200 \cdot 1 = 200$ f. lineal
 $f(2) = 200 \cdot 2 = 400$ M·X

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	1
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	si <input checked="" type="checkbox"/>	no <input type="checkbox"/>
----------------------------------	--	-----------------------------

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si <input checked="" type="checkbox"/>	no <input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si <input checked="" type="checkbox"/>	no <input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si <input checked="" type="checkbox"/>	no <input type="checkbox"/>

Hay congruencia?	si <input checked="" type="checkbox"/>	no <input type="checkbox"/>
------------------	--	-----------------------------

Ilustración 14: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Este grupo primero realiza la forma tabular, luego la conversión pedida, hasta lo comprueba, lo que demuestra que tiene muy claro el objetivo y asocia las unidades significantes, obteniendo con éxito el desarrollo del ejercicio.

Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

$$f(x) = 5500x$$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

$$f(x) = 200x$$

Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> 1 2 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> si no </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div>
----------------------------------	--

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> 1 2 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> si no </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> 1 2 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> si no </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> 1 2 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> si no </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div>

Hay congruencia?	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> 1 2 </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> si no </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> </div>
------------------	--

Ilustración 15: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Este grupo, si bien realiza en forma óptima lo deseado, no se visualiza el paso a paso, puede ser que lo haya realizado en forma aparte, pero llega a lo requerido. La conversión de lenguaje natural a la forma algebraica se logró. Asocian las unidades significantes, obteniendo con éxito el desarrollo del ejercicio.

Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

$$f(x) = 5.500 \cdot x$$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

$$f(x) = 200 \cdot x$$

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 16: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Si bien realiza en forma óptima lo deseado, no se visualiza el paso a paso, puede ser que lo haya realizado en forma aparte, pero llega a lo requerido. La conversión de lenguaje natural a la forma algebraica se logró. Asocian las unidades significantes, obteniendo con éxito el desarrollo del ejercicio.

Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

X Horas	sueldo Y
1	5500
2	11000
3	16500
4	22000
5	27500

$f(x) = 5500x$
 $f(30) = 5500 \cdot 30 = 165000$
 El dinero que recibirá en un mes es 165000.
 Lineal
 $y = mx$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

x	y
0	0
1	200
2	400
3	600
4	800
5	1000

$f(x) = 200x$
 $f(1) = 200 \cdot 1 = 200$
 $f(2) = 200 \cdot 2 = 400$
 ...
 Lineal
 $y = m \cdot x$

Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 17: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Como el primer grupo, realiza en forma óptima lo deseado, desarrollan los paso a paso, los escriben, se ordenan y llegan a lo requerido. La conversión de lenguaje natural a la forma algebraica se logró. Asocian las unidades significantes, obteniendo con éxito el desarrollo del ejercicio.

Se aprecia congruencia, por cumplir con los tres criterios de conversiones

Análisis de la Pregunta N° 3 por Grupos

Pregunta N° 3:

De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.

Construye una tabla con dichos valores.

Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, del Lenguaje Natural a lo Numérico.
- ✚ Se nombrará **3** la Conversión del Registro de Partida a lo Tabular, es decir, del Lenguaje Natural a lo Tabular.
- ✚ Y **4** la Conversión del Registro de Partida a lo Algebraico, es decir, del Lenguaje Natural a lo Algebraico.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°3 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 18: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Cuadro de observación

GRUPO	1					
PREGUNTA	3					
	1 2		1 3		1 4	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Conversión de la Representación						
	si	no	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	1 2		1 3		1 4	
Hay congruencia?	si	no	si	no	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 19: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan el ejercicio planteado, ni hacen el intento .No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

- a. ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

$$\begin{array}{r} 920.98 \\ 17360 \\ \hline 82800 \\ \hline 90160 \end{array}$$

Cantidad de pan
Anual de precio es
90.160

- b. Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.

Construye una tabla con dichos valores.

K. Anuales	Precio
50	46.000
60	55.200
70	64.400
80	73.600
90	82.800

- c. Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

$$f(x) = x \cdot 920$$

Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO **2**
PREGUNTA **3**

	1 2		1 3		1 4	
	si	no	si	no	si	no
Tratamiento de la representación	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación						
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3		1 4	
Hay congruencia?	si	no	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 20: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes realizan en forma correcta el ejercicio en todas las formas de conversiones pedidas, es decir, cada unidad representante tiene su respectiva unidad representante de llegada y existe coherencia de orden de aprehensión de unidades significantes.

Existe congruencia entre representaciones ya que se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

- a. ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

$$98 \times 920 = 90.160$$

- b. Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.
Construye una tabla con dichos valores.

Cantidad de kg	Costo.	
50	46.000	50×920
60	55.200	
70	64.400	
80	73.600	
90	82.800	

- c. Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

$$f(x) = 920 \cdot x$$

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO **3**
 PREGUNTA **3**

	1 2		1 3		1 4	
	si	no	si	no	si	no
Tratamiento de la representación	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación						
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3		1 4	
	si	no	si	no	si	no
Hay congruencia?	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 21: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes realizan en forma correcta el ejercicio en todas las formas de conversiones pedidas, es decir, cada unidad representante tiene su respectiva unidad representante de llegada y existe coherencia de orden de aprehensión de unidades significantes.

Existe congruencia entre representaciones ya que se cumplen los tres criterios.

Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO **4**
PREGUNTA **3**

	1 2		1 3		1 4	
	si	no	si	no	si	no
Tratamiento de la representación	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Conversión de la Representación						
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	1 2		1 3		1 4	
	si	no	si	no	si	no
Hay congruencia?	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 22: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan el ejercicio planteado, ni hacen el intento.

No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

Análisis de la Pregunta N° 4 por Grupos

Pregunta N° 4:

Completa cada tabla.

$f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)							

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, de lo Algebraico a lo Tabular.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°4 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 23: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO 1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)							

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO 1
PREGUNTA 4

Tratamiento de la representación sí no

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA sí no

UNIVOCIDAD SEMÁNTICA sí no

ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE sí no

Hay congruencia? sí no

Ilustración 24: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan el ejercicio planteado, ni hacen el intento.

No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)	32	17	0,5	2	1,1	-7	-11

Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO 2

PREGUNTA 4

1 2

Tratamiento de la representación si no

1 2

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA si no

UNIVOCIDAD SEMÁNTICA si no

ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE si no

1 2

Hay congruencia? si no

Ilustración 25: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

En grupo entiende que cada unidad significativa del registro de partida tiene una unidad significativa de llegada, pero realiza las operaciones en forma incorrecta, no llegando al valor de llegada correctamente.

No hay congruencia entre las representaciones, por no cumplir unicidad semántica.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)	32	17	$\frac{7}{2}$	2	1	-7	19

$(1) = -3(-10) + 2$
 $= 30 + 2$
 $= 32$

$(2) = -3(-5) + 2$
 $= 15 + 2$
 $= 17$

$(3) = -3(-\frac{1}{2}) + 2$
 $= \frac{3}{2} + 2$
 $= \frac{7}{2}$

$(4) = -3 \cdot 0 + 2$
 $= 2$

$(5) = -3(\frac{1}{3}) + 2$
 $= -\frac{3}{3} + 2$
 $= -1$

$(6) = -3 \cdot 3 + 2$
 $= -9 + 2$
 $= -7$

$(7) = -3 \cdot 7 + 2$
 $= -21 + 2$
 $= -19$

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3
PREGUNTA	4

1 2
si no

Tratamiento de la representación	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
----------------------------------	-------------------------------------	--------------------------

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1 2
si no

Hay congruencia?	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
------------------	--------------------------	-------------------------------------

Ilustración 26: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

En grupo entiende que cada unidad significativa del registro de partida tiene una unidad significativa de llegada, pero al igual que el grupo anterior, realiza las operaciones en forma incorrecta, no llegando al valor de llegada correctamente.

No hay congruencia entre las representaciones, por no cumplir unicidad semántica.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)							

Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4
PREGUNTA	4

	1 2
Tratamiento de la representación	<input type="radio"/> si <input checked="" type="radio"/> no

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input type="radio"/> si <input checked="" type="radio"/> no
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="radio"/> si <input checked="" type="radio"/> no
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input type="radio"/> si <input checked="" type="radio"/> no

	1 2
Hay congruencia?	<input type="radio"/> si <input checked="" type="radio"/> no

Ilustración 27: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan el ejercicio planteado, ni hacen el intento.

No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

Etapa 2: Retroalimentación

Este instrumento se realizó con el fin de dilucidar dudas y conceptos errados. La retroalimentación de la guía fue de ayuda para ellos, al exponer preguntas abiertas implicó que los mismos estudiantes respondieran sus interrogantes.

Se interfiere sólo para direccionar y dar lugar a diversas opiniones. Para posteriormente abordar del concepto función lineal.

Etapa 3: Análisis de Preguntas

Análisis de la Pregunta N° 1 por Grupos

Pregunta N° 1:

Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y . Una vez realizado éste proceso a partir de las tablas, gráfíquelas

Tabla 1

x	Y
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9



Tabla 2

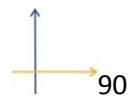
X	Y
3	3/2
2	1
1	1/2
0	0
-1	-1/2
-2	-1
-3	-3/2

y = _____

y = _____

Gráficas:

Tabla 1	Tabla 2
	



Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, de lo Tabular a lo Algebraico.
- ✚ Se nombrará **3** la Conversión del Registro de Partida a la Gráfica Cartesiana, es decir, de lo Tabular a lo Gráfico

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°1 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 28: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO 1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

Tabla 1

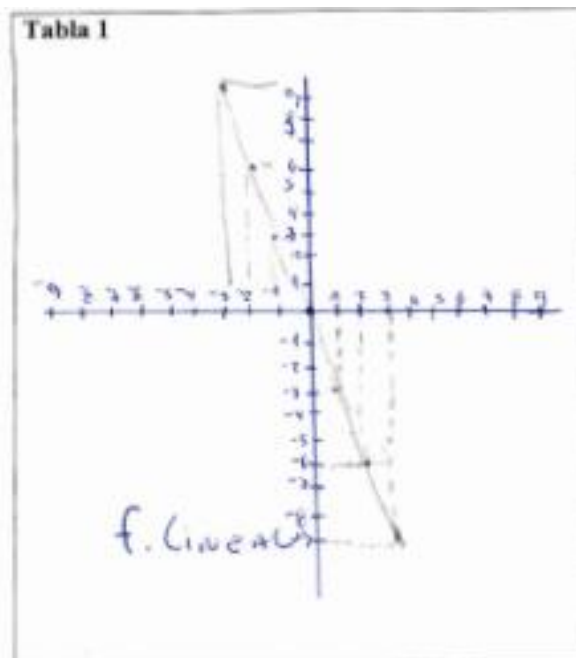
x	y
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9

$$y = -3 \cdot x$$

Tabla 2

x	y
3	3/2
2	1
1	1/2
0	0
-1	-1/2
-2	-1
-3	-3/2

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$



Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	1			
PREGUNTA	1			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	1 2		1 3	
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 29: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

A pesar de que el grupo realiza sólo una parte del ejercicio planteado, lo hace en forma correcta, entienden que cada unidad significativa del registro de partida tiene una unidad significativa de llegada, lo manifiesta en forma algebraica y lo grafica en forma exitosa.

Se concluye que la parte realizada, hay congruencia entre las representaciones, por cumplir los criterios de conversión.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

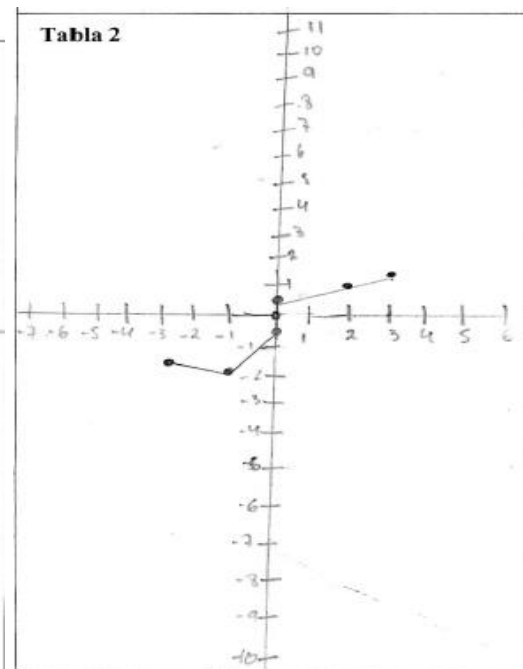
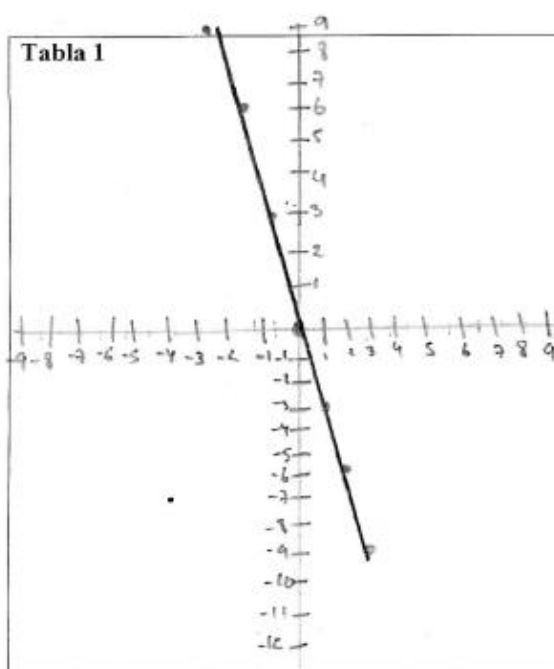
Tabla 1

x	y
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9

Tabla 2

x	y
3	3/2
2	1
1	1/2
0	0
-1	-1/2
-2	-1
-3	-3/2

$y = 3x$, $y = 1/2 x$



Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2			
PREGUNTA	1			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 30: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los participantes de éste grupo realizan correctamente la conversión de lo tabular a lo algebraico, asocian cada unidad significativa del registro de partida al de llegada.

Al visualizar la segunda parte del ejercicio, de la conversión tabular a lo gráfico, hay un detalle, si bien comprenden lo que se debe realizar, cometen un error de cálculo, no llegando a la función lineal, pero se rescata la idea.

Se concluye que la parte realizada, hay congruencia entre las representaciones, por cumplir los criterios de conversión.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

Tabla 1

x	y
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9

$$y = x \cdot -3$$

Tabla 2

x	y
3	3/2
2	1
1	1/2
0	0
-1	-1/2
-2	-1
-3	-3/2

$$y = x \cdot 0.5$$

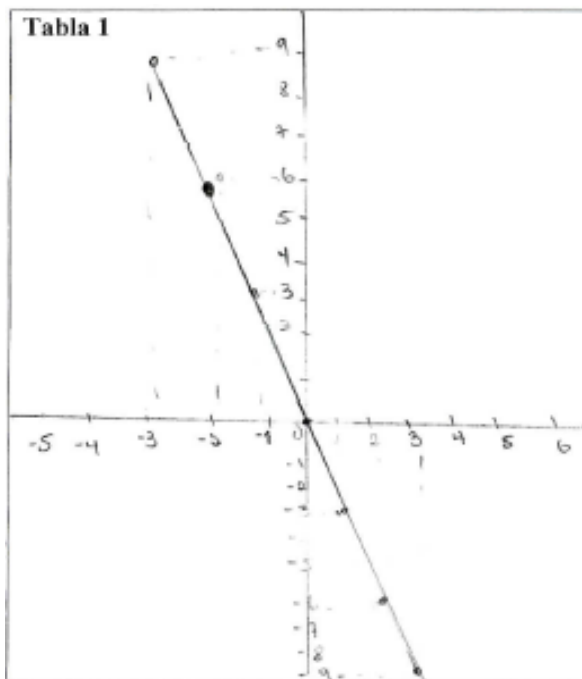
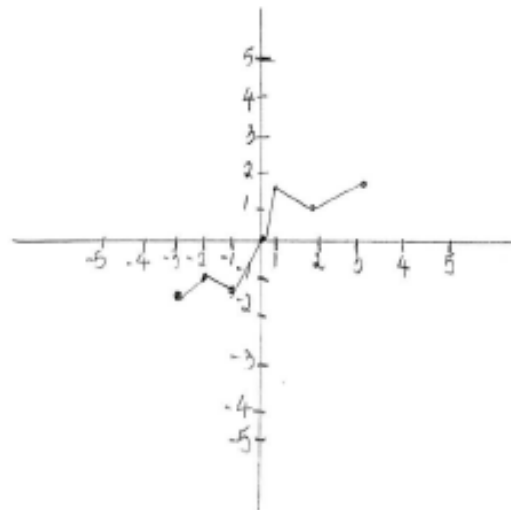


Tabla 2



Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3			
PREGUNTA	1			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Ilustración 31: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Si bien los estudiantes lograron la asociación del registro de partida a la de llegada, pero la organización semántica no se visualiza.

En ambos casos no se logran congruencia, por falta de uno de los tres criterios de conversión.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

Tabla 1

x	y
-3	9
-2	6
-1	3
0	0
1	-3
2	-6
3	-9

$$y = -3x$$

Tabla 2

x	y
3	3/2
2	1
1	1/2
0	0
-1	-1/2
-2	-1
-3	-3/2

$$y = x/2$$

Tabla 1

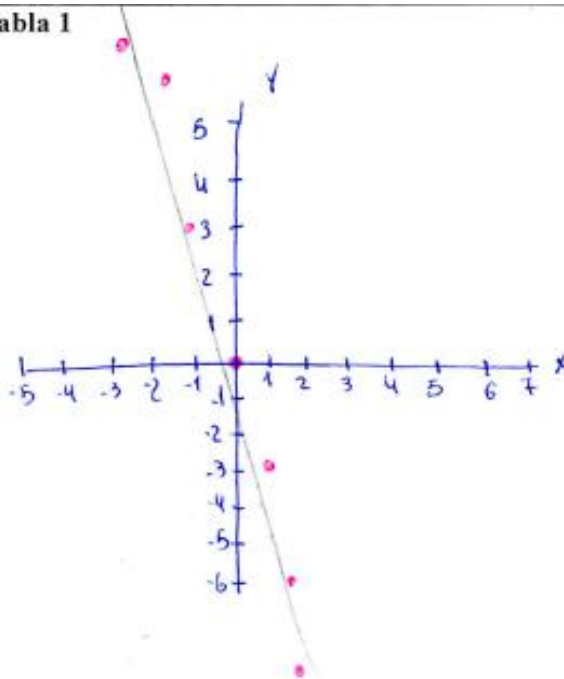
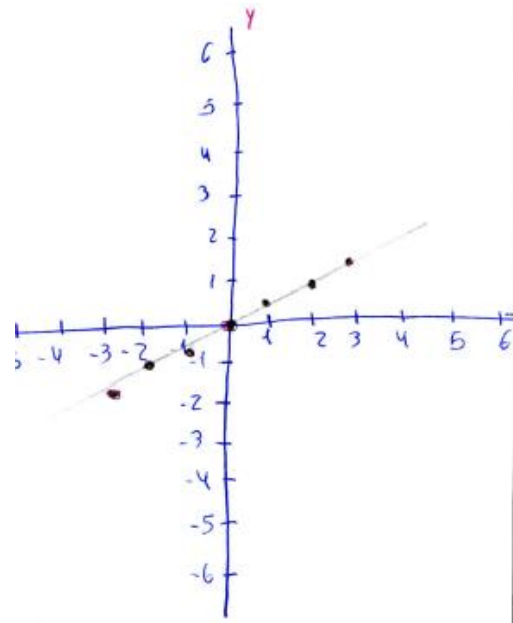


Tabla 2



Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4			
PREGUNTA	1			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 32: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Grupo que realiza con éxito todo lo pedido, reconocen correspondencia semántica, brindan a cada unidad significativa una unicidad, y hay un orden de aprehensión de unidades significantes.

Hay congruencia en ambos tipos de registros pedidos.

Análisis de la Pregunta N° 2 por Grupos

Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$5.000 más un costo de \$80 por cada unidad. ¿Cuál es la función que permite expresar el costo total (c), en pesos, para fabricar x sopaipillas?

El nivel del agua en un estanque es de 12 m y baja 0,5 m cada semana. ¿Cuál es la función que describe relacionando el nivel de agua “ y ” con el número de semanas “ x ”?

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, del lenguaje natural a lo Algebraico.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°2 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 33: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

1. El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$5.000 más un costo de \$80 por cada unidad. ¿Cuál es la función que permite expresar el costo total (c), en pesos, para fabricar x sopaipillas?

2. El nivel del agua en un estanque es de 12 m y baja cada semana. ^{0,5M} ¿Cuál es la función que describe relacionando el nivel de agua " y " con el número de semanas " x "?

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	1
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 34: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan el ejercicio planteado, ni hacen el intento.

No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

1. El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$5.000 más un costo de \$80 por cada unidad. ¿Cuál es la función que permite expresar el costo total (c), en pesos, para fabricar x sopaipillas?

$$f(x) = 5000 + 80x$$

2. El nivel del agua en un estanque es de 12 m y baja cada semana. ¿Cuál es la función que describe relacionando el nivel de agua "y" con el número de semanas "x"?

Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación

	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

	1	2
	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hay congruencia?

	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 35: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Este grupo sólo realiza una conversión con éxito, el cual es la primera pregunta.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

<p>1. El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$5.000 más un costo de \$80 por cada unidad. ¿Cuál es la función que permite expresar el costo total (c), en pesos, para fabricar x sopaipillas?</p> $F(x) = 5.000 \$ + 80x$
<p>2. El nivel del agua en un estanque es de 12 m y baja cada semana. ¿Cuál es la función que describe relacionando el nivel de agua "y" con el número de semanas "x"?</p> $f(x) = 12m - 0,5$

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3
PREGUNTA	2

Tratamiento de la representación	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

↻
1 2

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

↻
1 2

Ilustración 36: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes no realizan lo planteado con éxito. No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

<p>1. El costo total para fabricar sopaipillas incluye un costo fijo de \$5.000 más un costo de \$80 por cada unidad. ¿Cuál es la función que permite expresar el costo total (c), en pesos, para fabricar x sopaipillas?</p> $f(x) = 80 \cdot x + 5.000$
<p>2. El nivel del agua en un estanque es de 12 m y baja cada semana. ¿Cuál es la función que describe relacionando el nivel de agua "y" con el número de semanas "x"?</p> $f(x) = -0,5 \cdot x + 12$ <p style="text-align: right;">$4/sem = 0,5 m.$</p>

Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4
PREGUNTA	2

$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$

Tratamiento de la representación	$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$ si <input checked="" type="radio"/> no <input type="radio"/>
----------------------------------	---

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$ si <input checked="" type="radio"/> no <input type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$ si <input checked="" type="radio"/> no <input type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$ si <input checked="" type="radio"/> no <input type="radio"/>

$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$

Hay congruencia?	$\overset{1}{\curvearrowright} \overset{2}{\curvearrowright}$ si <input checked="" type="radio"/> no <input type="radio"/>
------------------	---

Ilustración 37: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes realizan lo planteado con éxito. Hay congruencia entre representaciones ya que se cumplen los tres criterios.

Análisis de la Pregunta N° 3 por Grupos

Cuando las personas viajan a otro país deben hacer un cambio de moneda para poder realizar las transacciones necesarias en el país de destino. Sabiendo que 3 reales brasileños equivalen a 2 dólares y, 1 dólar equivale a 600 pesos chilenos, resuelve.

Si una persona quiere viajar a Brasil. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$500.000 chilenos? ¿A cuántos pesos chilenos equivalen 320 reales brasileños?

¿A cuántos reales brasileños equivalen \$100.000, \$200.000, \$400.000 y \$800.000 pesos chilenos?

Construye una tabla.

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

✚ Se llamará 1 al Registro de Partida.

- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, del Lenguaje Natural a lo Tabular.
- ✚ Se nombrará **3** la Conversión del Registro de Partida a lo Numérico, es decir, del Lenguaje Natural a lo Numérico.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°3 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 38: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO 1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

· Cuando las personas viajan a otro país deben hacer un cambio de moneda para poder realizar las transacciones necesarias en el país de destino. Sabiendo que 3 reales brasileños equivalen a 2 dólares y, 1 dólar equivale a 600 pesos chilenos, resuelve.

a. Si una persona quiere viajar a Brasil. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$500.000 chilenos? ¿A cuántos pesos chilenos equivalen 320 reales brasileños?

b. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$100.000, \$200.000, \$ 400.000 y \$800.000 pesos chilenos? Construye una tabla.

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	1			
PREGUNTA	3			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 37: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes no realizan lo planteado con éxito.

No hay congruencia entre representaciones ya que no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:

Cuando las personas viajan a otro país deben hacer un cambio de moneda para poder realizar las transacciones necesarias en el país de destino. Sabiendo que 3 reales brasileños equivalen a 2 dólares y, 1 dólar equivale a 600 pesos chilenos, resuelve.

- a. Si una persona quiere viajar a Brasil. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$500.000 chilenos? ¿A cuántos pesos chilenos equivalen 320 reales brasileños?

- b. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$100.000, \$200.000, \$ 400.000 y \$800.000 pesos chilenos? Construye una tabla.

Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2				
PREGUNTA	3				
		1	2	1	3
Tratamiento de la representación		si	no	si	no
		<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Conversión de la Representación					
		si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA		<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA		<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE		<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
		1	2	1	3
Hay congruencia?		si	no	si	no
		<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 38: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes no realizan lo planteado con éxito.

Este grupo no realizó nada, o sea, no se puede llegar a un análisis.

No hay congruencia pues, no se cumplen los tres criterios.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

Quando las personas viajan a otro país deben hacer un cambio de moneda para poder realizar las transacciones necesarias en el país de destino. Sabiendo que 3 reales brasileños equivalen a 2 dólares y, 1 dólar equivale a 600 pesos chilenos, resuelve.

a. Si una persona quiere viajar a Brasil. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$500.000 chilenos? ¿A cuántos pesos chilenos equivalen 320 reales brasileños?

$\$1600$ $\frac{500.000}{400} = 1250 \text{ REALES}$
 $320 \cdot 400 = 128.000$

b. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$100.000, \$200.000, \$400.000 y \$800.000 pesos chilenos? Construye una tabla.

pesos

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3
PREGUNTA	3

Tratamiento de la representación

	1	2	1	3
	↖	↗	↖	↗
si	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
no	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Hay congruencia?

	1	2	1	3
	↖	↗	↖	↗
si	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
no	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Ilustración 39: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes sólo logran realizar un bosquejo de lo pedido, no logrando el objetivo.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:

Cuando las personas viajan a otro país deben hacer un cambio de moneda para poder realizar las transacciones necesarias en el país de destino. Sabiendo que 3 reales brasileños equivalen a 2 dólares y, 1 dólar equivale a 600 pesos chilenos, resuelve.

a. Si una persona quiere viajar a Brasil. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$500.000 chilenos? ¿A cuántos pesos chilenos equivalen 320 reales brasileños?

600
1 dólar = 600
3 real = 1200
1 real = \$400

$$\frac{500.000}{400} = 1250 \text{ reales.}$$
$$320 \cdot 400 = 128.000$$

3 real → 2 dolares
1 dólar → \$ 600

b. ¿A cuántos reales brasileños equivalen \$100.000, \$200.000, \$ 400.000 y \$800.000 pesos chilenos? Construye una tabla.

Pesos	reales.
\$ 100.000	250
\$ 200.000	500
\$ 400.000	1000
\$ 800.000	2000

Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4			
PREGUNTA	3			
	1 2		1 3	
Tratamiento de la representación	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Conversión de la Representación				
	si	no	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	1 2		1 3	
Hay congruencia?	si	no	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Ilustración 40: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes logran realizar lo pedido con éxito, identificando, asociando e interpretando las unidades significantes.

Hay congruencias en las conversiones, pues están presentes los tres tipos de conversiones de representación.

Análisis de la Pregunta N° 4 por Grupos

Completa cada tabla y grafica la función.

$$f(x) = -x + 4$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

Para un análisis más acabado es necesario identificar algunas notaciones que a continuación se especifican:

- ✚ Se llamará **1** al Registro de Partida.
- ✚ Se denotará como **2** la Primera Conversión, es decir, de lo Algebraico a lo Tabular.

Además, se presentan las siguientes ilustraciones, que infieren lo que abarca la pregunta N°4 relacionado a la Teoría de Registros de Representación Semióticas:



Ilustración 41: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

ANÁLISIS DEL GRUPO 1

Lo realizado por el **Grupo 1** es lo siguiente:

Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -x + 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	7	6	5	4	3	2	1

$f(-3) = -3 + 4 = 7$ $f(2) = -2 + 4 = 2$
 $f(-2) = -2 + 4 = 6$ $f(3) = -3 + 4 = 1$
 $f(-1) = -1 + 4 = 5$
 $f(0) = 0 + 4 = 4$
 $f(1) = -1 + 4 = 3$

Analizando lo expuesto por el Grupo 1 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	1
PREGUNTA	4

Tratamiento de la representación	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Conversión de la Representación

	si	no
CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

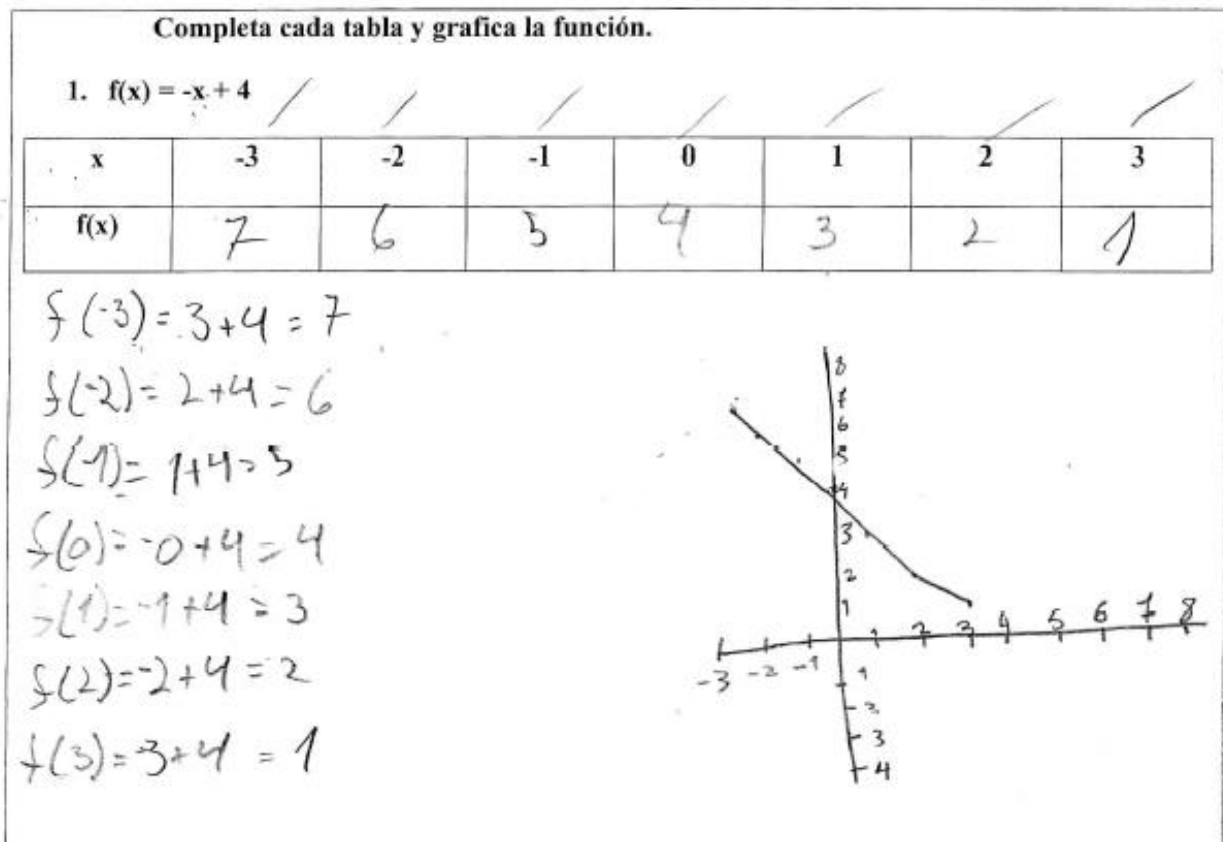
Ilustración 42: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes logran no realizar lo pedido con éxito, no identificando, unicidad entre los representantes.

No hay congruencias en las conversiones, pues no presentan los tres tipos de conversiones de representación.

ANÁLISIS DEL GRUPO 2

Lo realizado por el **Grupo 2** es lo siguiente:



Analizando lo expuesto por el Grupo 2 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	2
PREGUNTA	4

Tratamiento de la representación	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	1	2
	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hay congruencia?	1	2
	si	no
	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Ilustración 43: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes no realizan lo pedido con éxito, no identificando, unicidad entre los representantes.

No hay congruencias en las conversiones, pues no presentan los tres tipos de conversiones de representación.

ANÁLISIS DEL GRUPO 3

Lo realizado por el **Grupo 3** es lo siguiente:

Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -x + 4$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1	2	3	4	3	2	1

$f(-3) = -3 + 4 = 1$
 $f(-2) = -2 + 4 = 2$
 $f(-1) = -1 + 4 = 3$
 $f(0) = 0 + 4 = 4$
 $f(1) = -1 + 4 = 3$
 $f(2) = -2 + 4 = 2$
 $f(3) = -3 + 4 = 1$

Analizando lo expuesto por el Grupo 3 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	3
PREGUNTA	4

Tratamiento de la representación	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hay congruencia?	1	2
	si	no
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

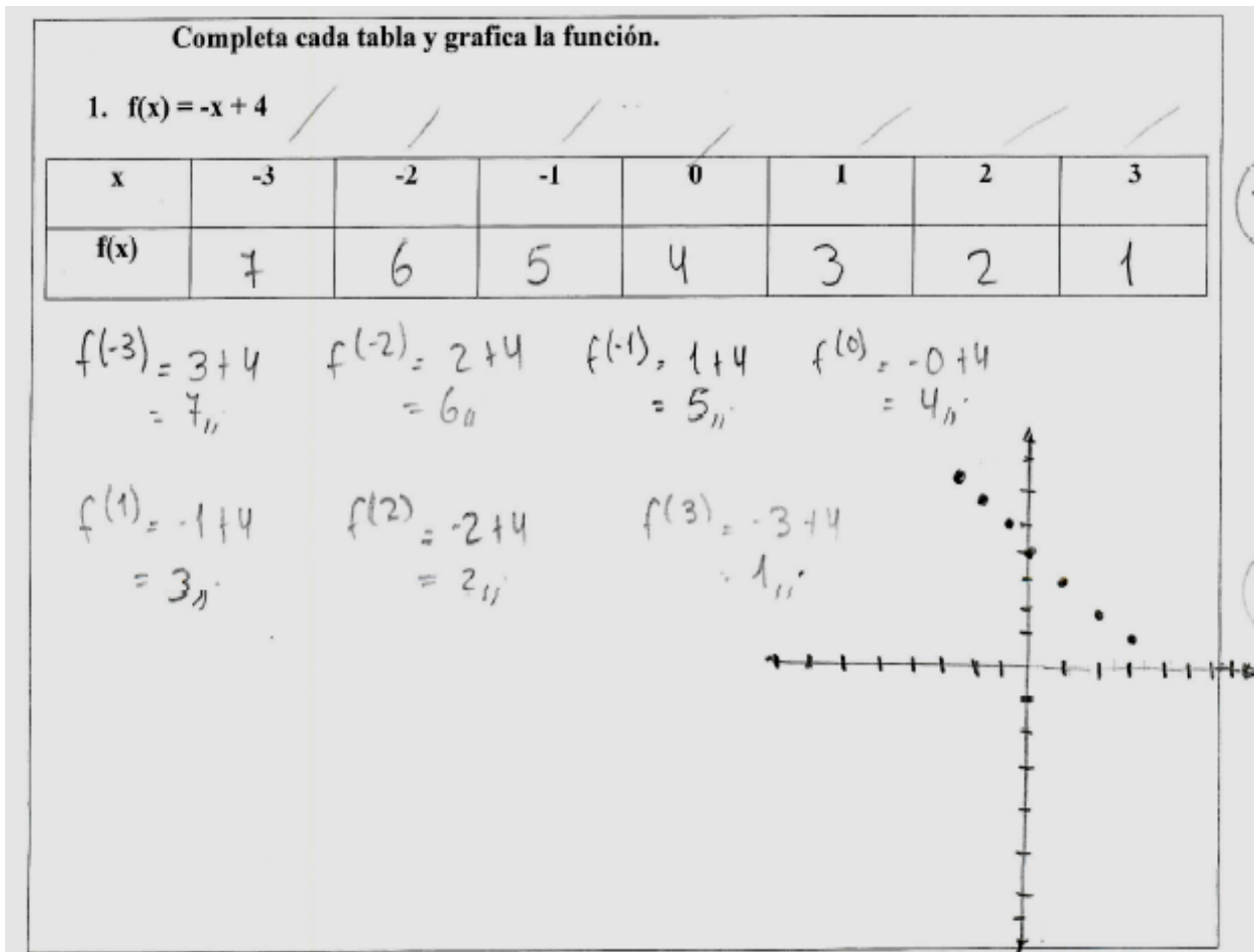
Ilustración 44: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales

Los estudiantes logran realizar lo pedido con éxito, identificando todas las unidades significantes con claridad, a pesar del erro de cálculos.

Hay congruencias en las conversiones, pues están presentan los tres tipos de conversiones de representación.

ANÁLISIS DEL GRUPO 4

Lo realizado por el **Grupo 4** es lo siguiente:



Analizando lo expuesto por el Grupo 4 y relacionándolo con la teoría de representaciones, se puede desprender:

Cuadro de observación

GRUPO	4
PREGUNTA	4

Tratamiento de la representación	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Conversión de la Representación

CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	si	no
	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
UNIVOCIDAD SEMÁNTICA	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
ORGANIZACIÓN UNIDAD SIGNIFICANTE	si	no
	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

Hay congruencia?	si	no
	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

Ilustración 45: Tipos de Representaciones y Registros Representacionales.

Los estudiantes logran no realizar lo pedido con éxito, no identificando, unicidad entre los representantes.

No hay congruencias en las conversiones, pues no presentan los tres tipos de conversiones de representación

4.3 Comparación entre Etapa 1 y Etapa 2

En primera instancia indicar que los conocimientos de los estudiantes eran bajos en relación a los contenidos evaluados en una etapa diagnóstica lo que se evidencia en los resultados de tal evaluación. Cabe señalar, que después del período de retroalimentación el que se hizo en forma colectiva, a partir de los mismos errores emitidos por los estudiantes, en forma constructivista se construyeron las respuestas esperadas, de manera de acercar a estos a un contexto real.

Los resultados obtenidos en la etapa 2, se evidencia que los estudiantes logran resolver situaciones de conversiones de tipo básicas como son tabular a la gráfica y viceversa, sin embargo, las deficiencias aún se encuentran en que los estudiantes logren comprender y resolver situaciones cotidianas que se presentan en lenguaje verbal, a pesar de haber practicado en clases previas a la segunda guía de aprendizaje.

Conclusiones

Al finalizar la tesis, puedo mencionar que el objetivo principal de ésta era identificar las dificultades cognitivas que presentan los alumnos de Primer Año de Educación Media al trabajar con las diversas formas de representación de la función lineal. Los resultados obtenidos del análisis evidencian que el estudiante reconoce en la situación las unidades significativas y las ubica en correspondencia en los otros registros. El registro favorecido para esta conversión es el gráfico, no obstante, las mayores dificultades se encuentran en la interpretación de las unidades verbales, entre ellas las escalas, la pendiente, la continuidad de la función, las magnitudes, los valores que toma cada una de las variables, conjuntamente para este objeto matemático es una representación reconocida visiblemente.

Los resultados obtenidos de los objetivos específicos identificar el rol que cumplen el tratamiento y la conversión de representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función lineal, los estudiantes muestran variadas dificultades, que tienen que ver con la falta de congruencia entre las representaciones semióticas del concepto, lo anterior se reafirma con lo postulado por (Duval, 1995) "no hay noesis sin semiosis, es decir, es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad de la noesis".

Por otro lado, el reconocer las actividades cognitivas de tratamiento y conversión que realizan los estudiantes de las representaciones semióticas del concepto matemático de función lineal, el objeto de estudio no tiene desarrolladas las habilidades cognitivas respecto al concepto de función. Los docentes al inicio de la enseñanza del concepto privilegian la fórmula algebraica, la cual genera en los estudiantes mayores dificultades en la conceptualización del mismo. De aquí la importancia del lenguaje natural y posteriormente realizar la conversión hacia otros registros de representación ya sean gráficos, tabulares y simbólicos.

Los resultados arrojados en la implementación de los instrumentos de evaluación para estudiantes de primer año de educación media, evidenció que la comprensión que presentan los estudiantes referente a la actividad cognitiva de conversión en el aprendizaje del concepto de función permitió observar el entendimiento del concepto de función que manejan éstos y el tipo de dificultades que se pueden presentar con el uso de diferentes registros de representaciones semióticos.

Finalmente el analizar los resultados obtenidos de los estudiantes de primer año de educación media de registros de representación semióticos de función lineal, permitió comprender que las conversiones realizadas por los estudiantes a partir de los criterios de conversión (correspondencia semántica, univocidad semántica, organización de sus unidades significantes), no necesariamente aunque existan múltiples representaciones semióticas propias del concepto matemático función lineal, no todos permite generar procesos de congruencia entre ellos, cabe señalar, que esto confirma que no hay comprensión de por medio.

Sugerencias para las clases de matemática:

Se hace imprescindible el recomendar a los docentes que incluyan en su quehacer pedagógico situaciones de dependencia entre variables que permitan articular diferentes registros de representación semiótica para que los estudiantes desarrollen un pensamiento diverso que les permita alcanzar un mejor entendimiento de lo que es la función lineal.

En particular se sugiere:

Se sugiere también trabajar siempre o frecuentemente las representaciones concretas, las pictóricas y las simbólicas en el caso de la enseñanza de la función lineal.

Utilizar una metodología de trabajo que involucre la utilización de variados ejercicios en clases con diferentes tipos de conversiones que apoye el razonamiento de los estudiantes.

Desarrollar procedimientos que permitan a los estudiantes no sólo conocer los conceptos básicos en esta área, sino más bien comprender y aplicar, partiendo de una base real en años anteriores, que favorezca más tarde un andamiaje pedagógico en las matemáticas.

Bibliografía

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Barcelona España

Duval, R.(1991): "Semiosis et Noesis". En, Lecturas en Didáctica de la Matemática: Escuela Francesa. México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV.

Duval, R (1999). Semiosis y pensamiento humano, traducido por Myriam vega Restrepo. Santiago de Cali Colombia: Artes Gráficas Univalle.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Cali, Colombia: Universidad del valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de educación matemática.

Duval, R. (2006).Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La gaceta del RSME, 143-168

Guzmán, I (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes.

Hernández, R. y otros (1991).Metodología de la investigación. McGraw Hill. México.

Hernández Sampieri y otros (2006). Metodología de Investigación. México: Mc Graw Hill.

Hiebert y Carpenter (1992).Aprendizaje y enseñanza con comprensión. Traducción por Alfonso H y Pery,P.

Janvier, C. (1987).Problemas de la representación en la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas (Lawrence Erlbaum Associates: Hillsdale, NJ).

Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En GROWS (ed): Handbook of Research on the mathematics teaching and learning. New York: MacMillan Publishing Company.

MINEDUC (2008). Fundamentación de ajuste a los marcos curriculares vigentes de educación básica y educación media. Santiago; Chile.

MINEDUC (2009). Marco Curricular y Actualización 2009 1° a IV° Medio. Santiago; Chile.

MINEDUC (Junio, 2011). Programa de estudio Matemática 1° Medio. Santiago; Chile: http://curriculumenlinea.mineduc.cl/descargar.php?id_doc=201107071141110

MINEDUC. Fundamentación de ajuste a los marcos curriculares vigentes de educación básica y educación media: <http://www.curriculummineduc.cl/docs/apoyo/fundamentos-del-ajuste-a-los-marcos-curriculares.pdf>

MINEDUC Ministerio de Educación. Sistema de Medición de Calidad de la Educación. Informes de resultados para docentes y directivos: <http://www.simce.cl/index.php?id=241>.

Planchart, M. O (2000). La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función, Tesis Doctoral. Cuernavaca: Universidad Autónoma del estado de Morelos.

Rico L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de la matemática e investigación. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), Matemática española en los albores del siglo XXI (pp. 77-131).Huelva, España: Editorial Hergué.

Romero, I. (2000). Representación y comprensión en pensamiento numérico. Memorias IV Simposio SEIEM. Huelva.

Sierra, Modesto (1998). Funciones: Traducción entre representaciones. Ediciones Universidad de Salamanca.

ANEXOS



GUIA DE MATEMÁTICA
CONTENIDO: Función Lineal y afin

NOMBRE: Gustavo Emocion H. Sanchez, Benjamin, Alvarez CURSO: 1° MEDIO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Identificar las variables de una función.
- Reconocer e identificar diferentes tipos de funciones.
- Analizar sus diversas representaciones y aplicaciones.

(0.00)

I. Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y.

Tabla 1

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

$y = 2 \cdot X$

Tabla 2

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = -5 \cdot X$

Grafiquelas:

Tabla 1	Tabla 2

II. Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

horas	sueldo
1	5500
2	11000
3	16500
4	22.000
5	27.500

$f(x) = 5500x$ $f(30) = 5500 \cdot 30 = 165.000$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

Kilos	Precio
0	0
1	200
2	400

$f(x) = 200 \cdot x$ $f(1) = 200 \cdot 1 = 200$ f. lineal
 $f(2) = 200 \cdot 2 = 400$ M·X

III. De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

a. ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

b. Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.
 Construye una tabla con dichos valores.

c. Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

IV. Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)							



GUIA DE MATEMÁTICA
CONTENIDO: Función Lineal y afín

NOMBRE: D. Montoya - V. Mella - V. Soto - E. Vélez - N. Maldonado CURSO: 1° MEDIO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Identificar las variables de una función.
- Reconocer e identificar diferentes tipos de funciones.
- Analizar sus diversas representaciones y aplicaciones.

I. Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y.

Tabla 1

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

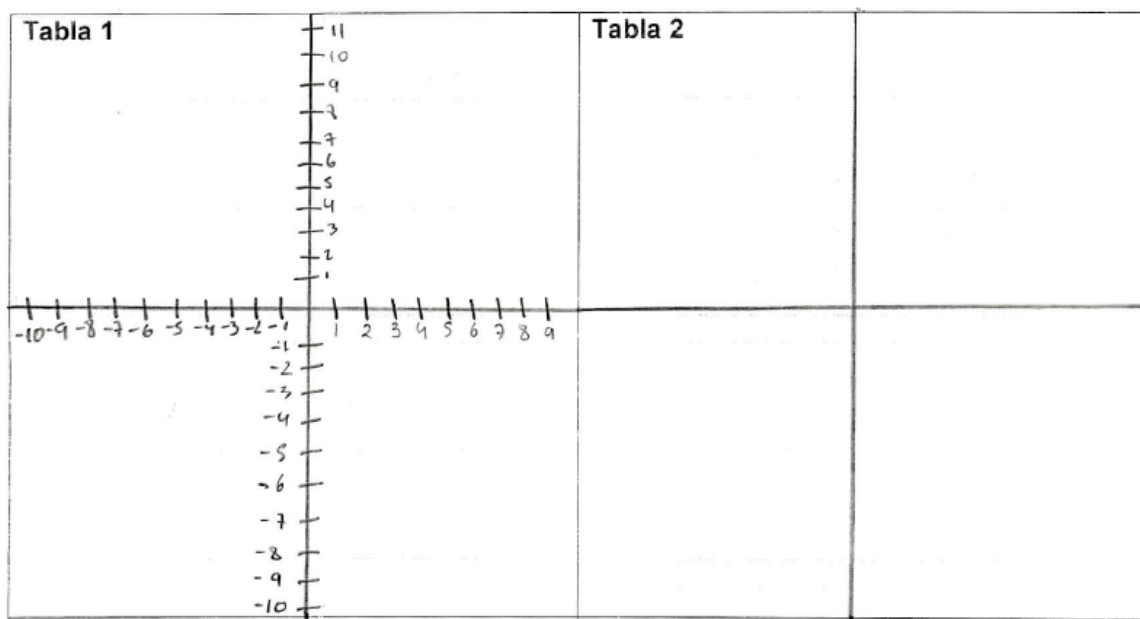
$y = 2x$

Tabla 2

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = -5x$

Grafíquelas:



II. Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

$$f(x) = 5500x$$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

$$f(x) = 200x$$

- III. De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

- a. ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

920.98	Cantidad de pan
7360	ANUAL De precio es
82800	90.160
90160	

- b. Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.

Construye una tabla con dichos valores.

K. Anuales	Precio
50	46.000
60	55.200
70	64.400
80	73.600
90	82.800.

- c. Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

$$S(x) = x \cdot 920$$

IV. Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)	32	17	0,5	2	1,1	-7	-11



GUIA DE MATEMÁTICA
CONTENIDO: Función Lineal y afín

NOMBRE: cata-cote- Nico U. - Barbara

CURSO: 1ºMEDIO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Identificar las variables de una función.
- Reconocer e identificar diferentes tipos de funciones.
- Analizar sus diversas representaciones y aplicaciones.

I. Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y .

Tabla 1

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

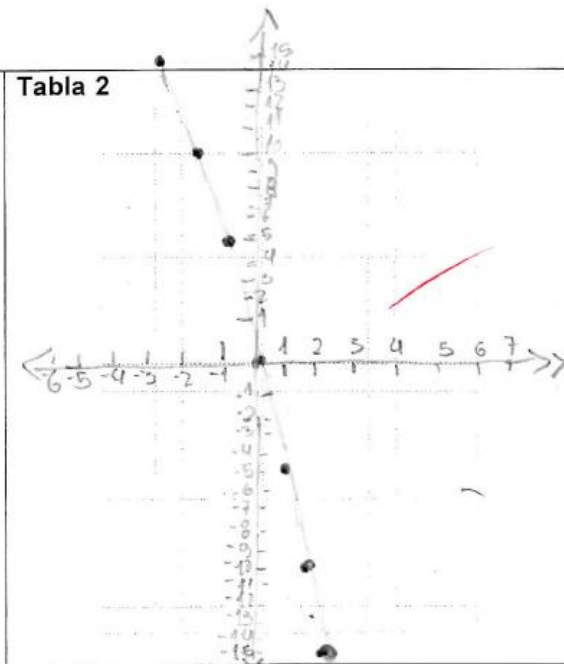
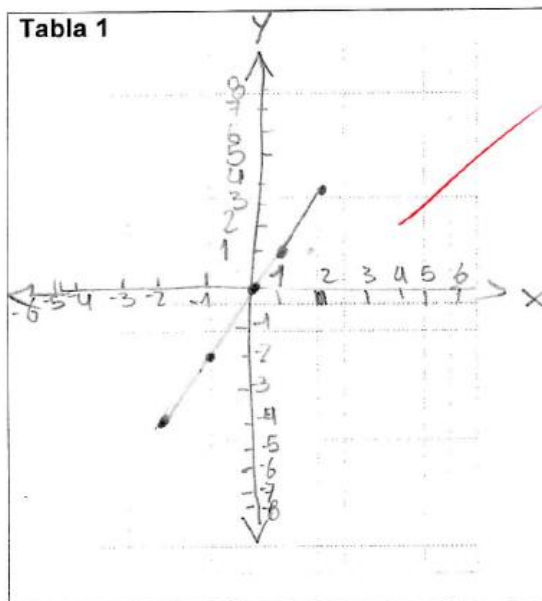
$y = 2 \cdot x$

Tabla 2

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = -5 \cdot x$

Grafiquelas:



II. Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

$$f(x) = 5.500 \cdot x$$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

$$f(x) = 200 \cdot x$$

- III. De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

- a. ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?

$$98 \cdot 920 = 90.160$$

- b. Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.
Construye una tabla con dichos valores.

Cantidad de kg	Costo.
50	46.000
60	55.200
70	64.400
80	73.600
90	82.800

50×920

c. Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

$$f(x) = 920 \cdot x$$

IV. Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)	32	17	$\frac{7}{3}$	2	1	-7	19

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= -3(-10) + 2 = 30 + 2 = 32 \\ \textcircled{4} &= -3 \cdot 0 + 2 = 2 \\ \textcircled{7} &= -3 \cdot 7 + 2 = -21 + 2 = -19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} &= -3(-5) + 2 = 15 + 2 = 17 \\ \textcircled{5} &= -3\left(\frac{1}{3}\right) + 2 = -\frac{3}{3} + 2 = -1 + 2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} &= -3\left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{7}{2} \\ \textcircled{6} &= -3 \cdot 3 + 2 = -9 + 2 = -7 \end{aligned}$$



GUIA DE MATEMÁTICA
CONTENIDO: Función Lineal y afin

NOMBRE: Camila E., Jeremy A., Valarkura y Mariela S. CURSO: 1°MEDIO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- Identificar las variables de una función.
- Reconocer e identificar diferentes tipos de funciones.
- Analizar sus diversas representaciones y aplicaciones.

Jaime-O.

I. Analice la siguiente tabla de valores y determine como se relacionan las variables x e y .

Tabla 1

x	y
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4

$y = 2x$

$y = mx$

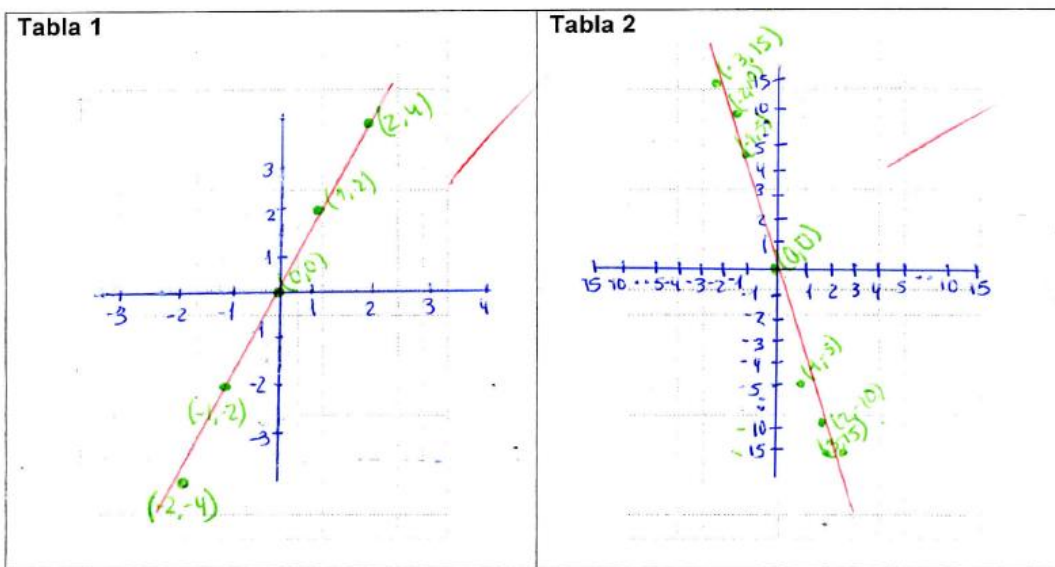
Tabla 2

x	y
-3	15
-2	10
-1	5
0	0
1	-5
2	-10
3	-15

$y = -5x$

$y = mx$

Grafiquelas:



II. Escriba una función $f(x)$ que modele cada una de las siguientes situaciones.

1. El sueldo de un trabajador depende de las horas que trabaje al mes. Si por cada hora de trabajo le pagan \$5.500. ¿Cuál es la función que permite calcular el dinero que recibirá según las horas trabajadas en un mes?

X Horas	Saldo Y
1	5500
2	11000
3	16500
4	22000
5	27500

$f(x) = 5500x$ $f(30) = 5500 \cdot 30 = 165000$

El dinero que recibirá en un mes es 165000.

Lineal $y = mx$

2. En la feria don Pedro vende a \$200 el kilogramo de manzanas. ¿Cuál es la función que permite calcular el precio de cierta cantidad de kilogramos?

f	Y
0	0
1	200
2	400
3	600
4	800
5	1000

$f(x) = 200x$

$f(1) = 200 \cdot 1 = 200$
 $f(2) = 200 \cdot 2 = 400$
 $f(3) = 200 \cdot 3 = 600$
 $f(4) = 200 \cdot 4 = 800$
 $f(5) = 200 \cdot 5 = 1000$

Lineal $y = m \cdot x$

III. De acuerdo a diversos estudios, Chile es el segundo mayor consumidor de pan en el mundo, con 98 kilogramos per cápita anuales. Si el kilogramo de pan cuesta \$ 920:

- ¿Cuánto es el total anual que gasta una persona por consumo de pan?
- Calcula lo que gasta una persona si consume 50, 60, 70, 80 o 90 kilogramos de pan anualmente.
Construye una tabla con dichos valores.
- Determina la función que relaciona el consumo de pan con el precio pagado por cada persona, anualmente.

IV. Completa cada tabla y grafica la función.

1. $f(x) = -3x + 2$

x	-10	-5	-1/2	0	1/3	3	7
f(x)							