



Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Instituto de Matemáticas

**ELEMENTOS PRECURSORES DE LO LINEAL CON BASE EN
MODELACIÓN TABULAR Y ALGEBRAICA**

**Memoria de tesis para optar al grado de licenciado en
educación y al título de profesor de educación media en
matemática mención didáctica.**

Autores:

Pablo Ignacio Arcos Silva
José Patricio Moya Contreras

Profesora Guía: Dra. Leonora Díaz Moreno

Valparaíso, Chile
2015

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer por el apoyo incondicional a nuestras Padres, hermanos/as, tíos/as, sobrinos/as, amigos/as y compañeros/as por todo el tiempo que duro este proceso que hoy culmina.

Agradecemos de forma especial a cada uno de nuestros profesores/as y funcionarios del instituto de matemáticas que durante todos estos años nos entregaron su apoyo y comprensión durante el proceso de formación docente, a Gerardo Araya por su disposición y buena voluntad por resolver cualquier inquietud que se presentó durante todo este tiempo.

A nuestra profesora guía Leonora Díaz estamos profundamente agradecidos por acompañarnos en todo este último proceso, que será memorable por el resto de nuestras vidas.

Por ultimo agradecemos a nuestro querido compañero y amigo Juan Pérez por iniciar el proceso con nosotros, lamentablemente no pudo culminar. Muchas gracias amigo.

“He aquí mi secreto, que no puede ser más simple: sólo con el corazón se puede ver bien; lo esencial es invisible para los ojos.”
(Antoine de Saint-Exupéry)

Resumen

La investigación presente en esta tesis es de carácter cualitativa, donde se reporta un diseño de enseñanza de las matemáticas con base en modelación.

Se consideró, de una secuencia didáctica validada en la tesis doctoral de Arrieta (2003), Donde se presenta las modelaciones tabular, algebraica y figural. En este trabajo se verá lo relativo a las modelaciones tabular y algebraica y la interacción con los fenómenos la elasticidad de un resorte, y llenado de un estanque cilíndrico, Dichas secuencias que son análogas (Proyecto LDM, 2011) se trabajan de forma conjunta con la intención de que los estudiantes construyan, mediante analogías entre las redes de parámetros de modelos de los fenómenos de elasticidad de un resorte y llenado de un estanque cilíndrico, elementos precursores de lo lineal.

La puesta en escena de ambas secuencias consideró además, dos instancias de evaluación para los aprendizajes en cada sesión, una al inicio y otra al cierre. Con la ficha Mis conocimientos antes de estudiar, los estudiantes se daban cuenta de conocimientos previos y con la ficha Mis aprendizajes, tomaban conciencia de entendimientos y emociones durante la actividad.

Con base en lo obtenido en este estudio se elaboró una nueva pregunta de investigación para indagar los elementos precursores en la modelación figural y a su vez construir la red de parámetros de modelación tabular, algebraica y figural.

Abstract

The research found in this thesis is of a qualitative nature, where a teaching design of mathematics based on modelling is reported. It was considered a didactic sequence validated in Arrieta's doctoral thesis (2003), where tabular, algebraic and figural modelling are presented.

In this work, the reader will find what is relative to tabular and algebraic models and the interaction between the phenomena of spring's elasticity and cylindrical tank's filling. Such analogical sequences (LDM Project, 2011) are reproduced simultaneously with the intention that students build elements of linear precursors through analogies between parameters networks of models of elasticity of springs and the filling of a cylindrical tank.

The demonstration of both sequences also considered two levels of assessment for learning in each session, one at the beginning and one at the end. With use of the index card "Mi Conocimiento" (My Knowledge), the students could become aware of prior learning, and with the index card "Mi aprendizaje" (My Learning), they could also be aware of learning and emotions throughout the activity.

Based on the results obtained in this study, a new research question was developed to investigate the precursor elements of figural modelling and in turn build the parameters network for tabular, algebraic, and figural modelling.

Índice

Glosario	7
Introducción	8
Capítulo I Problemática	9
1 Problemática	10
1.1 Antecedentes	10
1.2 Planteamiento del problema.....	12
1.3 Pregunta Orientadora	12
1.4 Hipótesis Interpretativa	12
1.5 Objetivos de la investigación.....	12
1.6 Justificación	13
1.7 Limitaciones.....	14
Capítulo II	15
Marco Teórico-Conceptual.....	15
2 Marco Teórico-Conceptual.....	16
2.1 Modelación.....	16
2.2 Modelación Tabular	20
2.3 Modelación Algebraica.....	21
2.4 Evaluación	22
Capítulo III	24
Marco Metodológico.....	24
3 Metodología	25
3.1 Los casos y las temporalidades de la experimentación	25
3.2 El ciclo de cada puesta en escena	26
3.3 Los instrumentos de la experimentación	28
3.3.1 Primer Inventario Mis conocimientos antes de estudiar	28
3.3.2 Segundo inventario Mis conocimientos antes de estudiar	28
3.3.3 Secuencia Elasticidad de un resorte.....	29
3.3.4 Rediseño de la secuencia Elasticidad de un resorte	29
3.3.5 Secuencia Llenado de un estanque cilíndrico	30
3.3.6 Primer inventario ficha Mis aprendizajes.....	30

3.3.7 Segundo inventario ficha Mis aprendizajes	31
3.4 Fases de la metodología	31
Capítulo IV	33
Los datos	33
4 Recogida de información.....	34
4.1 Primer período de experimentación	34
4.2 Segundo período de experimentación.....	34
4.3 Tercer período de experimentación.....	35
Capítulo V	36
Análisis desarrollos.....	36
5.1 Análisis Primera puesta en escena	37
5.1.1 Análisis <i>Mis conocimientos antes de estudiar</i> Primer período	37
5.1.2 Análisis de la experimentación primer período	38
5.1.3 Análisis Fichas Mis aprendizajes primer período	40
5.2 Análisis segunda puesta en escena	41
5.2.1 Análisis <i>Mis conocimientos antes de estudiar</i> Segundo período	41
5.2.2 Análisis de la secuencia segundo período.....	42
5.2.3 Análisis fichas Mis aprendizajes	54
5.3 Análisis tercera puesta en escena	55
5.3.1 Análisis ficha <i>Mis conocimientos antes de estudiar</i> tercer período.....	55
5.3.2 Análisis del tercer período	56
5.3.3 Análisis fichas mis aprendizajes	60
5.4 Estrategias conducentes e inconducentes.....	61
5.4.1 Estrategias conducentes.	61
5.5 Resultados	89
Conclusiones y Proyecciones.....	91
Bibliografía	94
Anexos.....	96

Glosario

Modelación: Se la considera una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra (Arrieta y Díaz, 2015).

Modelación tabular: Es una modelación que articula un fenómeno con una entidad tabular o con un arreglo de números que covarian.

Modelación algebraica: Es una modelación que articula un fenómeno con una expresión analítico algebraica.

Parámetro, dos acepciones: Variable que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de los elementos de la familia, mediante su valor numérico (www.rae.es).

Red de modelos: Conjunto de modelos articulados entre sí y con un fenómeno.

Red de parámetros: Conjunto de parámetros que son centrales a los modelos, y, que se articulan con un fenómeno. Este estudio considera redes de parámetros relacionados a fenómenos que se modelan tabular y algebraicamente.

Elementos precursores: Entendemos por elemento precursor a todo aquel ente que signifique un primer paso o un adelanto de situaciones que le seguirán. Muestra las características generales que concurrirán en un fenómeno o situación análogos. En la noción de precursor está implícitamente la idea de “avanzada” que puede constituir tal ente, en un medio en el cual todavía no existía nada igual (Morel, 1959).

Lo Lineal: Abstracción construida sobre la base de analogías lineales entre fenómenos, que se constatan en redes de modelos y de parámetros.

Introducción

La matemática es una de las disciplinas fundamentales para todas las personas, a través de los años ha sido tema de estudio para distintos investigadores con el propósito de construir diseños de enseñanza para ir en mejora del proceso enseñanza-aprendizaje.

La modelación es una de las disciplinas que se ha preocupado en proporcionar diseños de enseñanza que acerquen la matemática del aula con la cotidiana, por la desvinculación que existe entre ellas. Esta investigación basada en la propuesta de Arrieta y Díaz (2015) y con base en la secuencia didáctica de la tesis doctoral de Arrieta (2003), que contempla las modelaciones tabular, algebraica y figural. En nuestro estudio consideraremos dos fenómenos que interactúan con las modelaciones tabular y algebraica, dichos son La elasticidad de un resorte y el Llenado de un estanque cilíndrico.

Para llevar a cabo el objetivo de esta investigación se consideró mediante analogías entre los fenómenos dar indicios de los elementos precursores de lo lineal en las modelaciones tabular y algebraica, a construir la red de parámetros.

Las puestas en escena fueron desarrolladas a dos grupos de estudiantes de la quinta región, en la cual contempla una secuencia didáctica y dos instrumentos de evaluación auténtica que son las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar* y *Mis aprendizajes*. Con el propósito de identificar las fortalezas, debilidades al momento de enfrentarse a dicha secuencia.

Capítulo I

Problemática

1 Problemática

En este capítulo se presentaran los antecedentes que sus suscriben a esta investigación. A su vez podemos plantear la desvinculación que existe entre las matemáticas escolares y la de diversas comunidades. Con esto surge nuestra pregunta orientadora ¿Qué elementos precursores de lo lineal, construyen estudiantes que modelan tabular y algebraicamente en un diseño de enseñanza?

1.1 Antecedentes

Se presenta en los estudios de Arrieta y Díaz (2015) la desvinculación entre las matemáticas del aula escolar y las matemáticas de diversas comunidades de prácticas. Estas últimas se entienden como las matemáticas que realizan un conjunto de personas en sus vidas cotidianas y/o profesionales. Un ejemplo donde se aprecia la brecha entre la matemática de la vida y la del aula escolar, es en el caso de Cesar el cual, vende chicles en la calle y que demuestra un conocimiento matemático sobre operaciones básicas como las suma, resta, multiplica, entre otros. Esto se evidencia al entregar el vuelto y la mercadería correctamente, en el aula de matemáticas se plantean diversos situaciones en las que se deben ocupar el mismo tipo de procedimientos realizados por Cesar, es ahí cuando el niño no logra obtener los mismo resultados que cuando lo realiza en su práctica diaria. Esto deja de manifiesto la separación que existe entre la matemática del aula y la matemática de la vida cotidiana.

La matemática que se concibe en el aula escolar es en general un registro desde el saber sabio al saber enseñable (transposición didáctica) (Chevallard, 1997), dejando de lado las prácticas de modelación en el aula escolar. Concurren con ello las preguntas de los estudiantes ¿Y esto para que nos sirve? ¿Por qué es necesario estudiar esto?

En las prácticas docentes actuales, la actividad matemática que desarrollan en el aula, profesores y los estudiantes presenta una desvinculación entre las matemáticas escolares o de las aulas y las matemáticas de la vida cotidiana. Las

primeras se rigen por las bases curriculares y no necesariamente presentan una relación con las matemáticas que desarrollan en sus vidas.

En el currículum chileno se considera a la modelación como una de las cuatro habilidades a desarrollar en los estudiantes. Lo expresa a partir del año 2012 como: “Modelar es el proceso de utilizar y aplicar modelos, seleccionarlos, modificarlos y construir modelos matemáticos, identificando patrones característicos de situaciones, objetos o fenómenos que se desea estudiar o resolver, para finalmente evaluarlos” (MINEDUC, 2013).

La Modelación aporta a que los estudiantes despierten su sentido crítico y creativo, el estudiante pasa a empoderarse de su propio aprendizaje. Además aporta a otras áreas del conocimiento, también genera el interés por la matemática frente a su aplicabilidad, a su vez mejora la aprehensión de los conceptos matemáticos. Biembengut y Hein (1997) hacen notar el rol crucial de la modelación en la construcción de conocimientos. En efecto señalan que: En la actualidad, la construcción del conocimiento está en todas las ciencias, de modo que va contribuyendo de forma especial a la evolución del conocimiento humano.

La evaluación usualmente se considera un instrumento valorativo que indica el logro que obtienen los estudiantes a través de un examen y de acuerdo al porcentaje obtenido el joven se sentirá competente en las matemáticas. Si este porcentaje es bajo el joven perderá interés y empatía con la asignatura y no tendrá motivación por ella. Por lo que la evaluación es un detonante a la hora de que los estudiantes se sientan cómodos y confiados con las matemáticas.

Por otro lado si se desarrollan instrumentos evaluativos como lo son las fichas Mis conocimientos antes de estudiar y Mis aprendizajes donde no se entrega una calificación, sino, más bien en información, los estudiantes no sentirán rechazo por las matemáticas y no perderan el interés

1.2 Planteamiento del problema

En las prácticas docentes pareciera que no existiera un vínculo con la matemática de las diferentes comunidades. Esto se deja claro en el artículo de Arrieta y Díaz (2015) con el caso de Cesar. Por su parte al presentar una secuencia experimental de modelación de lo lineal, los estudiantes muestran demasiadas dificultades al momento de enfrentar este tipo de realidad.

1.3 Pregunta Orientadora

¿Qué elementos precursores de lo lineal, construyen estudiantes que modelan tabular y algebraicamente en un diseño de enseñanza?

1.4 Hipótesis Interpretativa

Un diseño de enseñanza y evaluación que se orienta a la construcción de lo lineal en el aula de matemáticas, propicia la emergencia de elementos precursores, esto es, enactan (Castro, 2015) elementos que forman parte de una red de parámetros de lo lineal.

1.5 Objetivos de la investigación

Objetivo general

Caracterizar elementos precursores de lo lineal, en elaboraciones estudiantiles, con base en modelación tabular y algebraica.

Objetivos específicos

1. Describir modelaciones lineales tabular y algebraicas.
2. Identificar elementos precursores de lo lineal a partir del fenómeno de la elasticidad del resorte.
3. Identificar elementos precursores de lo lineal desde el fenómeno de llenado del estanque.
4. Describir elementos precursores de una red de parámetros tabulares y algebraicos proveniente de modelaciones de lo lineal.

1.6 Justificación

Este estudio se lleva a cabo ante la necesidad de formular y validar metodologías y diseños de enseñanza, para que los estudiantes se apropien de conocimientos matemáticos que relacionen con la matemática de otros contextos con aquella del aula. Para esto se plantea un diseño que pide análisis, contextualización, argumentos, entre otras habilidades cognitivas de orden superior y las específicas requeridas por la comunicación y la modelación en el aula de matemáticas.

Esta investigación aporta con una secuencia de experimentación que puede ser implementada en cualquier aula de matemáticas y que nos permite explorar de la habilidad de modelación, que rompe con el esquema de las clases tradicionales de matemáticas, en las cuales es el profesor el que dicta su clase de manera expositiva siendo él, el protagonista, sin apreciar una reflexión del conocimiento por parte de los estudiantes. Dificultando a que estos últimos no vinculen la matemática escolar con la matemática que vive en otras comunidades y contextos.

Cuando los proceso de enseñanza-aprendizaje se comparten entre profesor y estudiantes, se apoya a los estudiantes a mejorar sus aprendizajes, toma de decisiones y a entender sus competencias y necesidades; a responsabilizarse de

sus propios aprendizajes y a desarrollar estrategias metacognitivas que les permitan tomar conciencia sobre qué, cómo y para que se está aprendiendo (Ahumada, 2005). Para dar mayor visibilidad a este y darse cuenta estudiantil y docente, se contemplan en los diseños puestos en escena, más específicamente se utilizaron evaluaciones para los aprendizajes, la ficha Mis conocimientos antes de estudiar y la ficha Mis aprendizajes, para que pueda haber una retroalimentación con el estudiante y esto lleve a un aprendizaje significativo.

1.7 Limitaciones

El carácter de este estudio permite generalizar sobre los resultados cualitativos de ciertos grupos, que se dan en contextos homólogos. Deja afuera generalizaciones más amplias.

Capítulo II

Marco Teórico-Conceptual

2 Marco Teórico-Conceptual

En este capítulo se presentan las temáticas con las que se lleva a cabo este estudio, definiendo modelación según distintos autores y con perspectivas en la socioepistemología.

Para la evaluación se consideraron dos instrumentos no convencionales que nos aporta información de los estudiantes, como las percepciones, emociones cuando se trabaja con una actividad de modelación.

2.1 Modelación

Para la real academia de la lengua española modelar es: “configurar o conformar al no material” o “ajustar a un modelo”

Acerca de la modelación: Entre los precursores de la modelación, se encuentran Hein y Bassanezi (Biembengut, 2015). Bassanezi inicia definiendo a la modelación como el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos.

Por su parte Barbosa (2001) entiende a la modelación como un ambiente de aprendizaje en el cual los estudiantes indagan y/o investigan, recurriendo a la matemática, sobre situaciones que surgen en otras áreas de la realidad.

Blomhoj y Jensen (2003) afirma que la modelación en el aula de matemáticas es una secuencia ordenada de pasos, a saber:

- a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guie la identificación de las características de la realidad percibida que será modelada.
- b) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- c) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.

- d) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, entre otros. Del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.
- e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.
- f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

Blomhoj (2004; citado en Aracena, Hernández y Miranda, 2015) en el contexto europeo señala que la modelación constituye una práctica de enseñanza que sitúa a los procesos de enseñanza y de aprendizaje entre el mundo real y la matemática, según un ciclo de modelación cuyas etapas consideran el uso de métodos matemáticos, la interpretación de resultados y la evaluación de la validez del modelo.

Más adelante Blomhoj (2009; citado en Aracena, Hernández y Miranda, 2015) categoriza quince artículos recibidos en XI-ICME por el grupo de estudio de Modelación y Matemáticas aplicadas, recurriendo a la matriz de (Kaiser y Sriraman, 2006, p.302-310) quienes tipifican seis perspectivas de modelación en desarrollo. Estas son:

a) Realista: Para la perspectiva realista o aplicada de la modelación, hay una tendencia hacia lo pragmático-utilitario en lo cual, lo importante es la solución de problemas aplicados con un fuerte énfasis en situaciones del mundo real. En esta perspectiva es fundamental que los estudiantes trabajen con la modelación de situaciones auténticas o del mundo real, ya que a partir de estas, se apoya el desarrollo de competencias asociadas a la producción y uso de modelos que sean relevantes para la formación profesional de los estudiantes.

b) Contextual: La perspectiva contextual defiende la importancia del contexto no sólo en la formulación, sino también en la solución de un problema de modelación. Esta perspectiva de investigación se centra en desarrollar y probar los diseños

para la modelación, definida como una actividad de solución de problemas que son guiados, según Lesh y Doerr (2003) por seis principios: 1) Principio de realidad: la situación debe ser significativa para los estudiantes y relacionarse con sus experiencias anteriores. 2) Principio de construcción del modelo: la situación debe crear la necesidad de que los estudiantes desarrollen importantes construcciones matemáticas. 3) Principio de auto-evaluación: la situación debe permitir a los estudiantes evaluar sus propios modelos. 4) Principio de documentación: la situación y el contexto requieren que los estudiantes expresen sus ideas acerca de la solución del problema. 5) Principio de generalización de construcción: debe ser posible generalizar el modelo como solución a otras situaciones similares. 6) Principio de simplicidad: la situación problema debe ser simple. 21 Entonces, el objetivo central de esta perspectiva es el diseño didáctico de actividades que apoyen el proceso de aprendizaje de los estudiantes mediante la modelación matemática, entendida como un tipo particular de solución de la situación-problema.

c) Educacional: la perspectiva educativa, centrada en los procesos de aprendizaje y por tanto, en la promoción de la formación de conceptos matemáticos. Desde esta perspectiva, la modelación matemática puede ser tratada como un medio para el aprendizaje de las matemáticas o como una meta educativa.

d) Epistemológica: En esta línea de investigación se puede ubicar el enfoque de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la aproximación a las praxeologías de Chevallard y el contrato didáctico de Brousseau. A diferencia de la perspectiva realista, la perspectiva epistemológica le da menos importancia al trabajo con situaciones propias del mundo real. 25 En la TAD por ejemplo, cualquier actividad humana es susceptible de ser modelada mediante praxeologías¹ y en consecuencia la modelación no se ve limitada a cuestiones extra-matemáticas.

e) Cognitiva: La perspectiva cognitiva tiene como principal objetivo analizar los procesos cognitivos involucrados en la modelación matemática. En este sentido, dentro de esta perspectiva se persigue entre otros aspectos, la reconstrucción de

las rutas de modelación individuales de cada uno de los estudiantes y la identificación de las barreras y dificultades de estos, durante la actividad de modelación.

f) Socio-crítica: tiene relación con las dimensiones socio-culturales con las matemáticas, centrándose particularmente en el papel que estas desempeñan dentro del funcionamiento y formación de la sociedad. Sostiene que el uso de la modelación matemática en la sociedad puede crear una importante motivación para el aprendizaje de las matemáticas y a su vez reflexionar críticamente sobre los problemas sociales, esto implica que la modelación trabaje con situaciones de carácter real y que se relacionen con problemas sociales, culturales y del medio ambiente.

Más recientemente los autores Arrieta y Díaz (2015) entienden a la modelación como una interacción entre dos entes, modelo y lo modelado, donde el primero actúa sobre el segundo. La articulación de estas entidades da lugar a un nuevo ente, al modelo, **mo**, que resulta adherido a lo modelado, **ma**. Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela. Los autores la denotan (**ma, mo**) y la nominan **dipolo modélico (DM)**.

Este estudio suscribe la perspectiva para la modelación de estos autores. Concibe a la variación lineal como una relación constante entre los cambios de las variables. Por ejemplo un resorte muestra una elasticidad invariable cuando presenta una relación constante entre cambios de peso y cambios de elongación. Y, entiende a lo lineal como la red de modelos tabular, gráfico y analítico algebraico articulados con el fenómeno y entre sí.

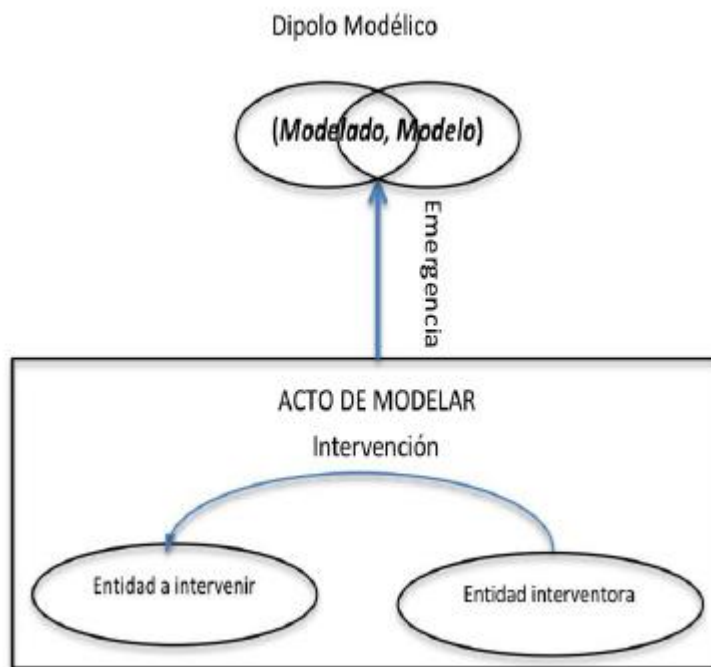


Figura 1. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico.

2.2 Modelación Tabular

Es una modelación que articula un fenómeno con una entidad tabular o con un arreglo de números que covarian, en nuestro estudio, la elongación de un resorte con las magnitudes de peso y de elongación (Hernández y Hernández ,2015). Por otra parte nuestro segundo experimento de llenado de un estanque cilíndrico es un proceso análogo a la elasticidad de un resorte con la variación de las magnitudes, en este caso, de tiempo y altura.

Por su parte los autores Arrieta y Díaz (2015) definen a la modelación tabular como la relación entre dos entes, el fenómeno y el folio de datos o tabla de datos, en la cual se entienden como (**ma,mo**). Donde el **mo** presenta valores establecidos y a su vez nos permite predecir que puede ocurrir con **ma**.

Desde la socioepistemología la predicción es una práctica orientada a anticipar eventos con cierta racionalidad. A diferencia de la noción de adivinación que es un pronóstico generado por señales o sucesos sin un fundamento científicamente aceptado.

Con base en la actividad racional de predicción se determinan estados futuros de un sistema, de un objeto o un fenómeno, con base en el estudio sistemático de las causas que lo generan y los efectos que producen. Se predicen estados futuros analizando y cuantificando cambios, por lo que se trata de una estrategia propia al estudio de la variación (Cantoral y Molina, 2005).

2.3 Modelación Algebraica

Se entiende como una representación de forma general, asociado a un fenómeno, a una expresión analítico algebraica. Esta nos permite predecir cualquier valor que nosotros queramos, de acuerdo a la información dada, sin importar el valor que se nos esté pidiendo. Por ejemplo en la experimentación de la elasticidad de un resorte se piden valores extraños en la predicción, cuando los estudiantes tienen que modelar algebraicamente y este puede ser como 18,45 gramos, este tipo valor no es trivial y es difícil de calcular con alguna estrategia antes utilizada.

La modelación algebraica se entiende como la interacción entre el fenómeno y una expresión analítica algebraica (**ma,mo**). Donde **mo** es una expresión fija donde nos permite predecir la elongación alcanzada por el resorte y la altura alcanzada por el chorro de agua al ir llenado el estanque cilíndrico.

2.4 Evaluación

MINEDUC (2015) define a la evaluación de la siguiente manera:

“La evaluación debe considerar la diversidad de estilos de aprendizaje de los alumnos. Para esto se debe utilizar una variedad de instrumentos, como proyectos de investigación grupales e individuales, presentaciones, informes orales y escritos, revistas y diarios de aprendizaje, evaluaciones de desempeño, pruebas orales y escritas, controles, entre otros”.

La real academia española define la evaluación como, evaluar es “Señalar el valor de una cosa, estimar, apreciar, calcular el valor de una cosa”

Lo que se puede apreciar en estas dos visiones es que la evaluación es un instrumento valorativo, ya que solo está enfocado a un conteo de cómo están los estudiantes.

Ambas visiones privilegian un acercamiento cuantitativo a la evaluación. Otra perspectiva para evaluar, en este estudio se recurre a dos evaluaciones para los aprendizajes. Una de Mis conocimientos antes de estudiar (KPSI) y otra referida Mis aprendizajes vivenciados durante la clase. La primera de estas tiene el propósito de vislumbrar las percepciones de los estudiantes, y a su vez el segundo instrumento nos da cuenta del estado anímico de los estudiantes y contrastar las percepciones iniciales con sus elaboraciones de la secuencia experimental. Esta evaluación también diagnostica cualitativamente un nivel inicial de los estudiantes. Las fichas mis conocimientos antes de estudiar informa la relación de los estudiantes con un conocimiento, es decir, informa lo que ellos perciben que saben.

Por otro lado la ficha mis aprendizajes cuenta de lo que los estudiantes perciben que aprendieron en la clase y como se sintieron, aportando sus

percepciones de lo que saben y también de sus emociones al desarrollar la actividad propuesta a la clase.

Este tipo de evaluación no es convencional al que se desarrolla en la educación Chilena, puesto que no se asigna una calificación, sino más bien es entregar información de lo que se carece y se debe mejorar, a su vez su afinidad con la actividad. Debido a que el proceso de enseñanza y aprendizaje es compartido.

Capítulo III

Marco Metodológico

3 Metodología

La investigación considera la metodología de Diseño y Experimentación según la sistematiza Molina (2006). En un marco mayor de investigación acción, se ponen en escena de modo consecutivo, diseños de enseñanza. Los resultados de cada implementación o experimentación se analizan desde los objetivos del estudio, incorporando elementos de rediseño según esos propósitos, para la siguiente puesta en escena.

3.1 Los casos y las temporalidades de la experimentación

La experimentación se realizó con tres casos consecutivos. **El primer caso** se constituyó por estudiantes que cursan segundo año medio de un establecimiento particular subvencionado de la comuna de Valparaíso de la quinta región, establecimiento que implementa técnico-profesional. Esta puesta en escena consideró una intervención en el aula, la cual consta de tres horas pedagógicas en un mismo día.

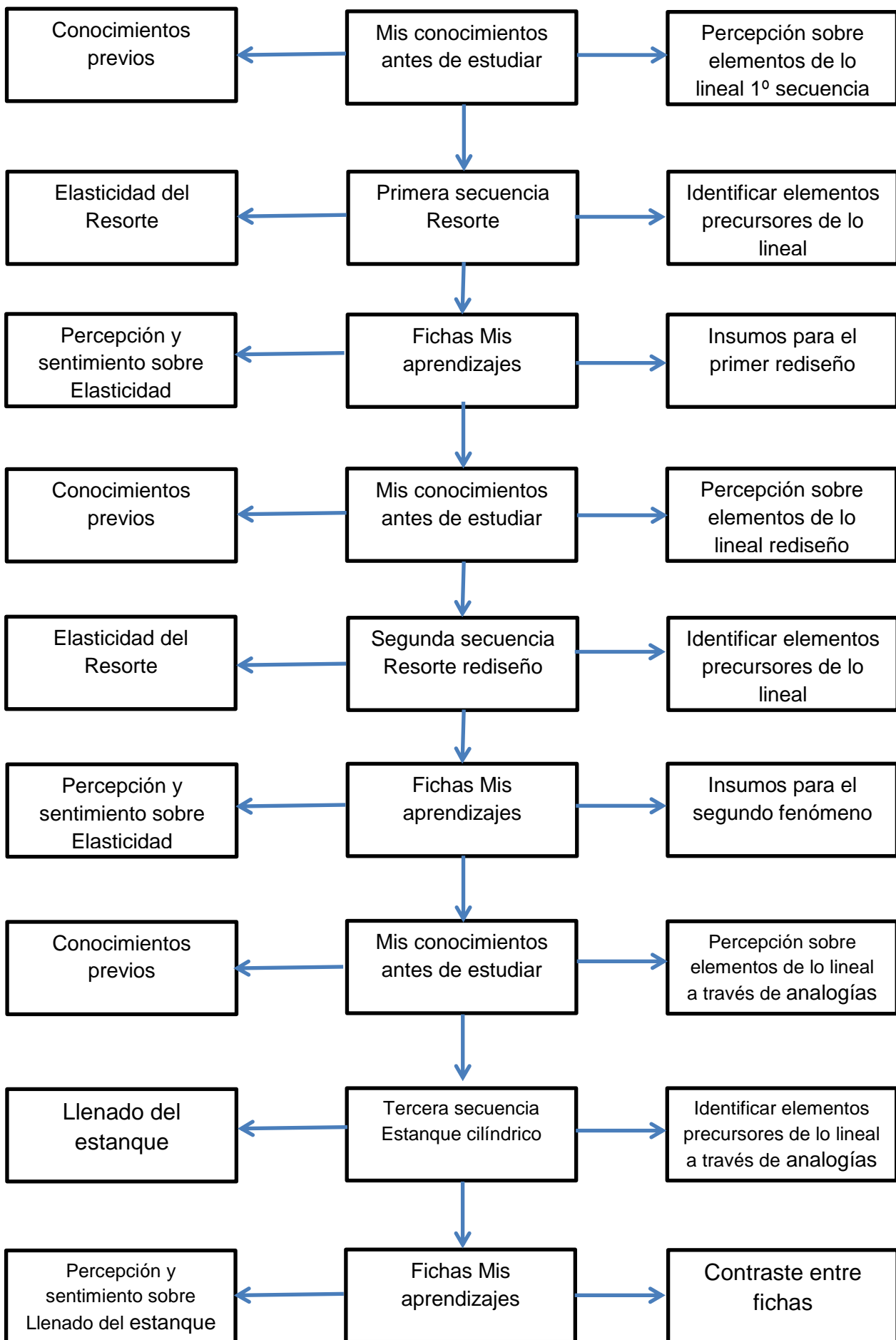
El segundo caso lo constituyeron cinco grupos de estudiantes conformados por parejas y tríos de estudiantes de tercer año medio de un liceo municipal de la comuna de Villa Alemana, establecimiento que cuenta con jornada escolar completa de primero a cuarto medio. Se realizó en tres bloques en un bloque de 90 minutos y otro de 45 minutos separado por un recreo, donde pudieron completar la secuencia experimental de modelación.

El tercer caso lo constituyeron estudiantes del mismo establecimiento municipal de la comuna de Villa Alemana. Esta vez se formaron tres grupos, los que trabajaron en parejas y tríos. Esta tercera puesta en escena considero al igual que la anterior tres bloques uno de 90 minutos y otro de 45 minutos, la cual considero tres horas pedagógicas para la secuencia experimental de modelación.

3.2 El ciclo de cada puesta en escena

La puesta en escena de cada uno de los tres diseños de enseñanza para los aprendizajes de lo lineal sigue un ciclo que inicia con la ficha *Mis conocimientos antes de estudiar* (KPSI). Prosigue con una de tres secuencias de modelación discursiva, a saber, *Elasticidad de un resorte*, *Rediseño de la secuencia Elasticidad de un resorte* o *Llenado de un estanque cilíndrico*. Y cierra cada ciclo con una ficha *Mis aprendizajes*.

Con el siguiente esquema se presentan los instrumentos de las secuencias. Primeramente se observa el propósito de cada insumo, en la columna central se ve el instrumento y en la tercera lo que se obtuvo, después de analizar los resultados.



3.3 Los instrumentos de la experimentación

Para el desarrollo del estudio se aplicaron los instrumentos que se describen a continuación.

3.3.1 Primer Inventario Mis conocimientos antes de estudiar

El primer inventario da cuenta de los conocimientos previos que los estudiantes poseen acerca de las temáticas a tratar en las secuencias experimentales. Con esto los estudiantes indican su base y permite conocer las percepciones de los alumnos ante una situación problemática. Este instrumento consta de las siguientes afirmaciones:

- a) Describo con mis palabras una situación.
- b) Con una cantidad de una situación identifico la cantidad relacionada desde una tabla de valores.
- c) Calculo promedios entre dos cantidades.
- d) Encuentro nuevos valores a partir de los datos de una tabla.
- e) Uso la regla de tres en algunas situaciones.
- f) Doy argumentos para mis respuestas.

Ante cada afirmación el estudiante debe responder con una de las categorías “No tengo idea”, “Tengo una vaga idea”, “Lo sé, pero para mí”, y, “Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero/a”.

3.3.2 Segundo inventario Mis conocimientos antes de estudiar

Al igual que el primer inventario, este busca que los estudiantes y el profesorado se den cuenta de lo que los estudiantes perciben que saben antes de estudiar. Este inventario contiene las siguientes afirmaciones:

- a) Describo con mis palabras una situación.

- b) Encuentro nuevos valores a partir de los datos de una tabla.
- c) Calculo promedios entre dos cantidades.
- d) Uso la regla de tres en algunas situaciones.
- e) Con una cantidad de datos soy capaz de generar una expresión algebraica.
- f) Identifico los elementos de una expresión algebraica.
- g) Doy argumentos para mis respuestas.

3.3.3 Secuencia Elasticidad de un resorte

Inicia con una experimentación discursiva compuesta por tres elementos: a) Descripción narrada del fenómeno; b) Imagen con un soporte universal del que cuelga un resorte y un conjunto de pesas de 20 gramos; y, c) Folio con cantidades de pesos y elongaciones respectivas.

La secuencia consta de catorce reactivos que solicitarán de los estudiantes las acciones de predecir, conjeturar, analizar, argumentar, generalizar, numerizar, entre otras.

3.3.4 Rediseño de la secuencia Elasticidad de un resorte

Inicia con una experimentación discursiva compuesta por tres elementos: a) Descripción narrada del fenómeno; b) Imagen con un soporte universal del que cuelga un resorte y un conjunto de pesas de 20 gramos; y, c) Folio con cantidades de pesos y elongaciones respectivas.

La secuencia consta de diecisiete reactivos que solicitarán de los estudiantes las acciones de predecir, conjeturar, analizar, argumentar, generalizar, numerizar, entre otras.

3.3.5 Secuencia Llenado de un estanque cilíndrico

Inicia con una experimentación discursiva compuesta por tres elementos: a) Descripción narrada del fenómeno; b) Imagen de un estanque cilíndrico, en la cual se va llenando de un chorro de agua constante; y, c) Tabla de datos en la que se presenta el tiempo que transcurre y el nivel de agua que va marcando.

La secuencia consta de doce reactivos que solicitarán de los estudiantes las acciones de predecir, conjeturar, analizar, argumentar, generalizar, numerizar, entre otras.

3.3.6 Primer inventario ficha Mis aprendizajes

Para finalizar cada experimentación, se cierra con la ficha Mis aprendizajes, constituida por seis preguntas, a saber,

¿Cómo lo explicaría a un compañero?

¿Qué procedimientos para determinar elongación entendiste mejor?

¿Por qué?

¿Qué procedimientos para determinar elongación te quedaron menos claros?

¿Por qué?

¿Cómo me sentí?

Las preguntas están orientadas para que el estudiante y el profesor puedan realizar el contraste, luego de haber realizado la secuencia experimental.

Se incluye la pregunta ¿Cómo me sentí? para que estudiantes y profesorado se den cuenta de emociones que vivencia el estudiantado durante la actividad.

3.3.7 Segundo inventario ficha Mis aprendizajes

Para finalizar cada experimentación, se cierra con la ficha Mis aprendizajes, constituida por seis preguntas, a saber,

¿Cómo lo explicaría a un compañero?

¿Qué procedimientos para determinar el nivel de agua entendiste mejor?

¿Por qué?

¿Qué procedimientos para determinar el nivel de agua te quedaron menos claros?

¿Por qué?

¿Cómo me sentí?

Las preguntas están orientadas para que el estudiante y el profesor puedan realizar el contraste, luego de haber realizado la secuencia experimental.

Se incluye la pregunta ¿Cómo me sentí? para que estudiantes y profesorado se den cuenta de emociones que vivencia el estudiantado durante la actividad

3.4 Fases de la metodología

Se inicia considerando el diseño Elasticidad de un resorte (Arrieta, 2003) del que se experimenta con sus partes referidas a la modelación tabular y a la modelación algebraica. Se procede a levantar conjeturas para cada uno de sus reactivos, se pone en escena el diseño.

Posteriormente, y con base en los desarrollos estudiantiles, se levantan contrastes analíticos entre los desarrollos del estudiantado y las conjeturas previas de los investigadores.

Se rediseña la primera secuencia experimental para propiciar con mayor claridad elementos precursores de lo lineal.

Se procede de un modo análogo para la experimentación con las secuencias Rediseño de La Elasticidad de un resorte y Llenado de un estanque cilíndrico.

La puesta en escena de cada experimentación contempla las fichas Inventario de mis conocimientos antes de estudiar y Mis aprendizajes.

Se transcriben las textualidades vertidas por los estudiantes en cada instrumento de cada experimentación y se procede al contraste analítico entre conjeturas y desarrollos.

Se llevan los resultados de los análisis a cuadros comparativos.

Se concluye sobre la problemática planteada, buscando responder a la pregunta que orientó el estudio, a saber, ¿Qué elementos precursores de lo lineal, construyen estudiantes que modelan tabular y algebraicamente con base en un diseño de enseñanza?

Capítulo IV

Los datos

4 Recogida de información

A partir de los instrumentos aplicados, se procede a analizar la información recopilada.

4.1 Primer período de experimentación

En la primera experimentación de La elasticidad de un resorte, se entregan las instrucciones de la actividad. Se comienza con la respuesta individual a las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar*. Una vez que el curso finalizó esta ficha, se informa que deben agruparse en parejas o tríos, para desarrollar la segunda parte de esta actividad; la experimentación que consta de 14 reactivos. Una vez que los grupos van finalizando, responden de forma individual la ficha *Mis aprendizajes* y con ello se da cierre a la primera sesión que consto de noventa minutos.

4.2 Segundo período de experimentación.

En este segundo período de la experimentación de La elasticidad un resorte, consta con un rediseño de la secuencia anterior, la cual se entregan las instrucciones de la actividad, comienza con la respuesta individual a las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar*. Una vez finalizada retiran y entregan la secuencia de experimentación que cuenta con el rediseño, tiene diecisiete reactivos, una vez finalizada se pasa a entrega la ficha de mis aprendizajes y con ello dar cierre a esta segunda sesión de ciento treinta y cinco minutos.

4.3 Tercer período de experimentación.

En esta tercera sesión de experimentación la secuencia a tratar es sobre el fenómeno del llenado de un estanque cilíndrico. Al igual que en los períodos anteriores se hace entrega de las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar*, los estudiantes responden de manera individual. Una vez terminado esto, se les hace entrega de la experimentación del llenado del estanque, la cual consta con doce reactivos. Una vez finalizada se les hace entrega de las fichas *mis aprendizajes* que es un cuestionario que deben desarrollar de manera individual y con ello dar cierre a la sesión que consto de ciento treinta y cinco minutos.

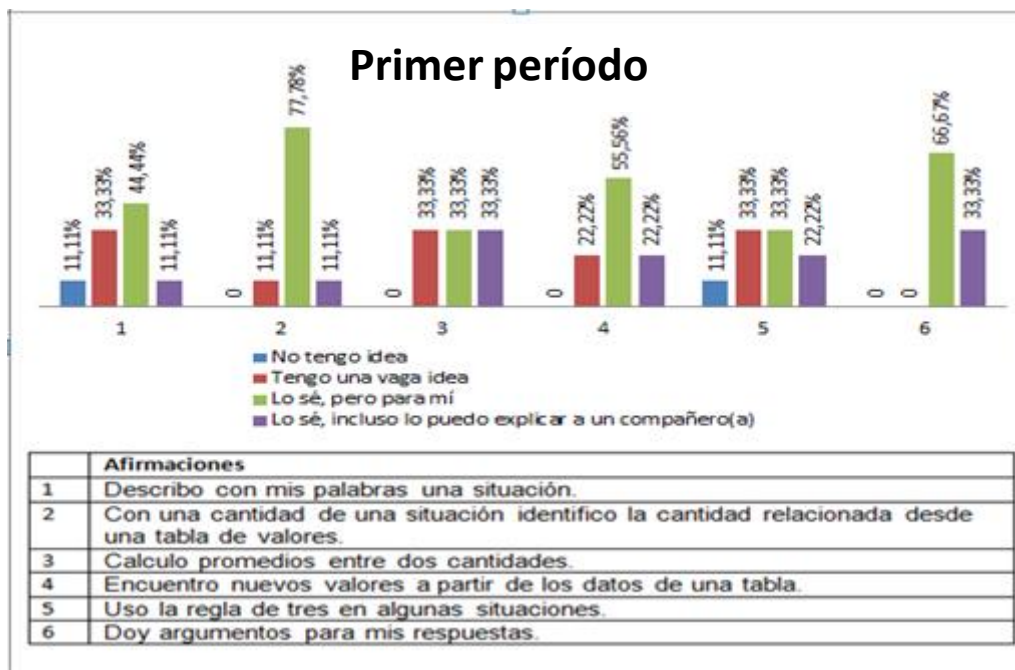
Capítulo V

Análisis desarrollos

5.1 Análisis Primera puesta en escena

A continuación se presentaran los análisis de cada reactivo de las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar*, la cual constaran de gráficos representando el porcentaje de cada respuesta de los estudiantes.

5.1.1 Análisis *Mis conocimientos antes de estudiar* Primer período



La categoría “Lo sé, pero para mí” es la más presente entre los estudiantes (con un 78%, 56% y 67%). La categoría “Lo sé, incluso lo puedo explicar a un compañero/a” es de las menos presentes en esta puesta en escena, solo se rescata en la afirmación “Doy argumentos para mis respuestas” (con un 34%). Se aprecia una dispersión pareja en la afirmación “Calculo promedio entre dos cantidades” por presentar el mismo porcentaje entre categorías que son “Tengo una vaga idea”, “Lo sé, pero para mí” y “Lo sé, incluso lo puedo explicar a un compañero/a”.

5.1.2 Análisis de la experimentación primer período

Analizaremos los resultados de la primera puesta en escena experimental de La elasticidad de un resorte. Se seleccionaron los desarrollos que se aprecian con mejor claridad a dar cuenta de elementos precursores de lo lineal.

1. Describan el experimento con sus propias palabras.

G3: Creo que por cada 20 gramos la balanza baja 30 milímetros, el peso del porta pesa tiene un peso de 10 gramos el cual hace que baje 15 centímetros.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

G3: La elongación que tendrá el resorte será de 90 milímetros, porque por cada 20 gramos la balanza baja 30 milímetros y eso multiplicado por 3 da 90.

4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

G1: 115 lo saque porque debía ser un n° que estuviera en la mitad de 105 y 135.

G2: Alcanzará una elongación de 120 milímetros medimos el peso de 10 en 10 y nos dio 120 milímetros.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que

ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

G1: Sería 1,57= ya que 30 se divide por 19 y da 1,57.

G3: $60 + 30.01 = 90.01$

11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

$$G4: \frac{1,5}{x} = \frac{1}{62,6} = 64,1$$

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

$$G4: \frac{1,5}{x} = \frac{1}{18,45} = 19,50$$

Análisis general: Al momento de explicar el experimento con sus palabras los estudiantes advierten de una regularidad entre los gramos y las elongaciones que tendrá el portapesas, podemos notar que solo tienen en consideración la elongación del resorte sin considerar el punto inicial que tiene el resorte sin peso. En la pregunta sobre la elongación del resorte con 50 gramos, los estudiantes predicen aplicando puntos medios en las elongaciones del resorte comprendidos entre 40 y 60 gramos, por su lado otro de los grupos calcula el punto medio de los 20 gramos y 30 milímetros. En la pregunta seis cuando piden la elongación alcanzada por 21 gramos podemos conjeturar que estos realizan

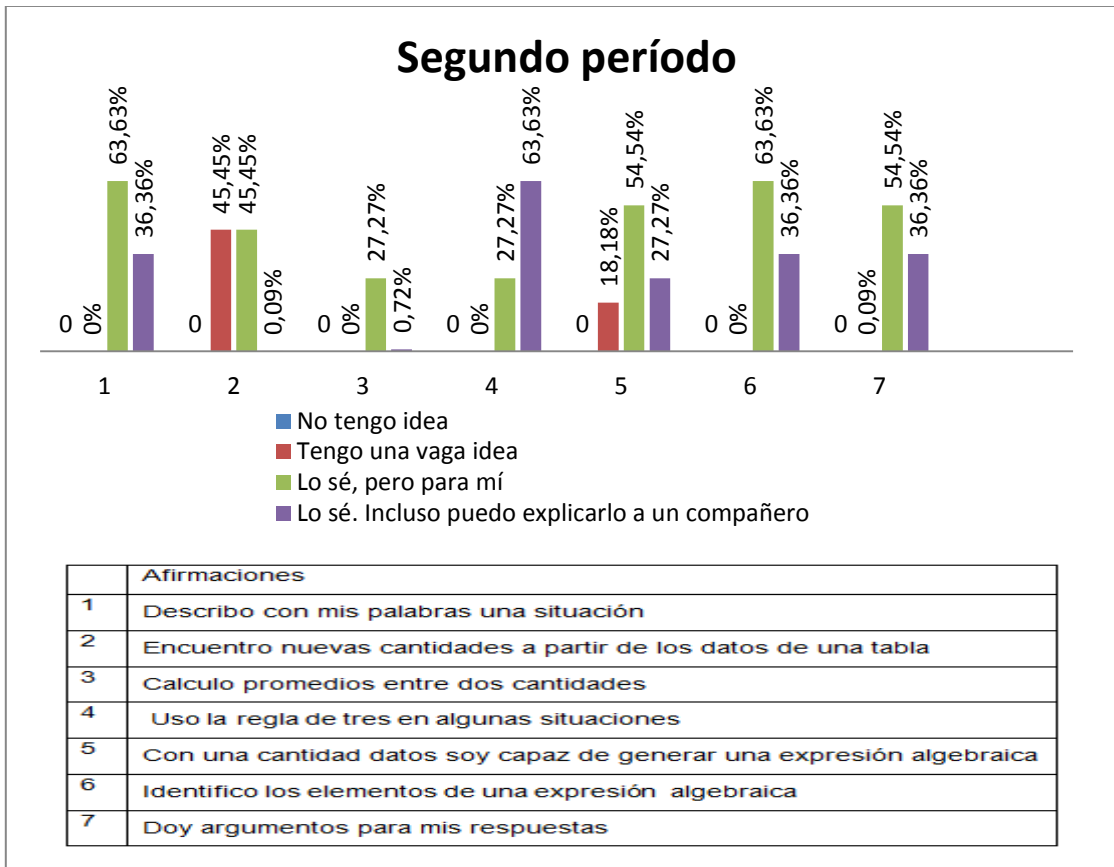
descomposiciones aditivas en la cual se encuentran evidencias de la linealidad” Estableciendo correspondencia entre cada peso y su elongación, para el peso $p = x + y + z$ determinan su elongación, es decir, lo expresamos en sumas y en símbolos se aprecia de la siguiente manera, $e(p) = e(x + y + z) = e(x) + e(y) + e(z)$. Cuando se les pide a los estudiantes una elongación presentada en forma decimal en su peso estos utilizan un tipo de regla de tres aditiva, esta en vez de ser multiplicada como cualquier regla de tres es sumada. Esta secuencia fue rediseñada, debido a que los estudiantes no pudieron terminar la actividad. Se espera que en la próxima toma los estudiantes tengan mejores resultados.

5.1.3 Análisis Fichas Mis aprendizajes primer período

En la ficha Mis aprendizajes de la primera puesta en escena, los estudiantes que participaron se sintieron cómodos, animados y relajados frente a la actividad, una parte del estudiantado siente gran cooperación con sus compañeros, a su vez otra parte de los estudiante se sintieron aburridos y algunos encontraron muy difícil la actividad por lo que no lograron el objetivo de esta. Todo este sentir de los alumnos frente a la actividad se ve reflejado en los desarrollos de reactivos.

5.2 Análisis segunda puesta en escena

5.2.1 Análisis *Mis conocimientos antes de estudiar* Segundo período



Esta ficha *Mis conocimientos antes de estudiar* fue tomado en el rediseño de la secuencia experimental La elasticidad de un resorte, a un nuevo grupo de estudiantes su propósito era entregar información acerca de los conocimientos previos de los estudiantes respecto a la temática de la experimentación. Lo que podemos analizar de esta ficha es que los estudiantes se presentaron confiados y empoderados de los conocimientos relacionados con la actividad, cabe señalar que en la categoría “Lo sé, pero para mí” obtiene sobre el 50% en más de la mitad de las afirmaciones, en la afirmación “Encuentro nuevas cantidades a partir de los datos de una tabla”, presenta una dispersión pareja entre las categorías “Tengo una vaga idea” y “Lo sé, pero para mí”. También se observa que en la afirmación número cuatro más del 60% de los estudiantes responden con la categoría “Lo sé,

incluso puedo explicarlo a un compañero”, donde nos da cuenta de lo optimista que están antes de realizar la actividad del fenómeno, por el contrario ninguna de las afirmaciones se da como respuesta la categoría “No tengo idea”, esto nos da una buena señal sobre los resultados esperados.

5.2.2 Análisis de la secuencia segundo período

La segunda secuencia de experimentación consta de un rediseño de la elasticidad de un resorte, a continuación presentaremos los cambios que tuvieron entre uno y otro en cuadro comparativo.

<p>1. Describan el experimento con sus propias palabras.</p> <p>2. Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.</p> <p>3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.</p> <p>4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos Ingrénselo en</p>	<p>1. Describan el experimento con sus propias palabras.</p> <p>2. Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.</p> <p>3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.</p> <p>4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrénselo en</p>
---	---

<p>la tabla 1.</p> <p>6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan X gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los X gramos.</p> <p>9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el porta pesas.</p> <p>a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.</p> <p>b) Argumenten* su respuesta.</p> <p>10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6</p>	<p>la tabla.</p> <p>6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramo. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.</p> <p>9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el portapesas.</p> <p>a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.</p> <p>b) Argumenten* su respuesta.</p> <p>10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6</p>
---	---

<p>gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?</p> <p>a) Expliquen muy bien como conjeturaron la fórmula.</p> <p>b) Comprueben la elasticidad del resorte si se colocan 100 gramos.</p> <p>13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p> <p>14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.</p>	<p>gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?</p> <p>a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.</p> <p>b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.</p> <p>c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.</p> <p>d) ¿Qué concluyen de la comparación?</p> <p>13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrénselo en la tabla.</p> <p>15. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?</p> <p>16. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?</p> <p>17. Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.</p>
--	---

El primer diseño consta de 14 reactivos, donde los primeros siete abordan la modelación tabular y en los siguientes la modelación algebraica. El rediseño de

la secuencia consta de 17 reactivos, tres más que en la secuencia anterior. En el reactivo ocho se modificó la letra con la que se estaba preguntando, debido que en los desarrollos de la primera secuencia los estudiantes sentían confusión con la letra X, ya que lo asociaban inmediatamente a una expresión algebraica y se sustituyó por la letra P, dando indicios al peso. En el reactivo 12 se modificaron las alternativas dejando más explícito sobre la construcción de la expresión algebraica, en la siguiente alternativa se modificó la palabra compruebe por predecir, puesto que el foco no es comprobar sino predecir de acuerdo a la secuencia y lo sucedido con la elongación del resorte. A su vez se agregan dos alternativas más a este reactivo para que los estudiantes rectifiquen su respuesta y puedan compararla con la que está en la tabla y que pueden concluir de ello. Los reactivos 15 y 16 que agregamos en el rediseño van enfocados a que los estudiantes den indicios del comportamiento de la elasticidad del resorte, a través del coeficiente de la variable. Y finalmente en el reactivo 17 se pide que describan el comportamiento de la elasticidad del resorte, está apunta a la linealidad que posee este fenómeno.

1. Describir con sus palabras el fenómeno.

G1: Cada 20 gramos agregados en el portapesas aumenta 30mm la elongación del resorte.

G2: Se observa que a medida que se la agregando ciertas pesas, el portapesas va bajando indicando la elongación del resorte en milímetros en la regla, asumiendo que a mayor peso mayor será su elongación que la de 30 en 30.

G3: Cada vez que agregamos 20gr, el resorte se estira 30mm

EL experimento trata de ver cuánto va bajando el resorte, cada vez que le agregamos más peso.

Los estudiantes al describir el fenómeno advierten una regularidad entre los pesos y las elongaciones que van de 20 gramos a 30 milímetros, uno de ellos anuncia que el experimento trata sobre las bajas (conjeturamos que se refiere a la elongación) del resorte según la cantidad de pesos que se agregan al portapesas.

2. Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

G2: La elongación que alcanza el resorte es de 135, esto se debe a que, el portapesas en una situación inicial se encontraba en 0 con una elongación de 45. Al ir agregando pesos de 20 hasta llegar a 60, la elongación del resorte llega hasta 135 de 30 en 30 y así sucesivamente.

G3: Alcanza una elongación de 135mm, ya que si vamos poniendo de 20gr en 20gr, elonga 30mm por cada 20 y si ya en 0 estaba elongado en 45mm.

G4: Si se colocan 60 gr la elongación que alcanzara el resorte es de 135mm ya que la cantidad de peso es directamente proporcional a la elongación del resorte.

Dos de los grupos no pierden de vista la el par de puntos de la correlación agregando a su resultado, además de presentar la relación que existe entre las variaciones de pesos con sus respectivas variaciones de elongación. Uno de los grupos expresa que la elongación alcanzada y las cantidades de peso son directamente proporcionales.

3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

G1: El portapesas tiene un peso de 20 gramos porque en un principio la elongación es 45mm y cada vez que se le agregan 20gr habían 30mm cada 10gr hay 15mm.

G2: Tiene un peso de 20 gramos, ya que, observamos que la elongación del resorte al estar el porta pesas en 0 se encuentra en 45. Al agregar 20 gramos la elongación es de 75, es decir de 30 en 30.

Los grupos llegan a la respuesta de manera inmediata, debido a que ya advertían la relación de que por cada 20 gramos, el resorte alcanza una elongación de 30 milímetros, agregando a su respuesta, uno de los grupos anuncia la correspondencia de los puntos medios de gramos y miligramos, es decir, cada 10 gramos se alcanza una elongación de 15 milímetros, a su vez no pierden de vista el par de puntos de correlación del portapesas.

5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrénelo en la tabla.

G1: Alcanza una elongación de 172,5mm porque si cada 10gr hay 15mm, cada 5gr hay 7,5mm.

G2: Alcanzara una elongación de 172,5, ya que, debemos sacar la mitad de la mitad 1/4 de 30, que sería 7,5, entonces a 165 le sumamos 172,5 que sería la elongación de 85.

G4: 172,5 en este caso se divide lo dividiendo anteriormente si es el caso anterior se pide la mitad del total en este caso se pide lo mismo y es 7,5 del total.

Los estudiantes advierten la regularidad y desarrollan el punto medio sobre el punto medio, desarrollado en la pregunta anterior y uno de los grupos

anuncia la técnica de puntos cuartos, sin embargo no anuncia una mayor claridad en el momento de desarrollar esta pregunta.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

G1: Alcanza una elongación de 76,5mm

$$1gr \rightarrow 1,5$$

$$20 \rightarrow 75$$

$$76,5$$

G2: La elongación del resorte con 21 gramos sería de 76,5 porque los gramos van de 10 en 10 y la elongación de 15 en 15, entonces $15:10 = 1,5$

(20 gramos)

$$\therefore 1.5 + 75 = 21 \text{ gramos}$$

(elongación)

$$G3: \frac{20gr}{21} = \frac{75mm}{x} = (21 \cdot 75)/20 = 1.575/20 = 78,75$$

Eso elonga

$$G4: 46,5 \quad 20gr \rightarrow 30mm$$

$$10gr \rightarrow 15mm$$

$$5gr \rightarrow 7,5mm$$

$$1gr \rightarrow 1,5mm$$

$$0,1gr \rightarrow 0,15mm$$

G5: La elongación que alcanzara será de 76,5. Saque primero la elongación de 30 y luego la diferencia de 20 y 30 que sería 10 y la diferencia de 75 y 105 que re 15 la dividí. $15/10 = 1,5$

Uno de ellos utiliza la regla de tres, otros dos grupos utilizan la técnica de puntos decimos que la obtienen por la diferencia entre los 20 y 30 gramos que serían diez gramos y luego por otra diferencia de 75 y 105 milímetros que sería 15, para así dividir los 15/10 obteniendo la razón de cambios. Por su parte otro de los grupos comienza a descomponer en una tabla relacional los pesos con las elongaciones para obtener la elongación del resorte y finalmente uno de ellos utiliza la descomposición aditiva.

7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramo. Ingrénselo en la tabla.

G1: $10 \rightarrow 15$ $1,5mm \rightarrow$ Alcanza una elongación de

$$1 \rightarrow 1,5$$

G2: Si colocamos 1 gramo en el portapesas la elongación que alcanzará el resorte será de 46,5 ya que, en los intervalos debemos agregar 1,5 a la elongación.

G5: La elongación que alcanza un gramo es de 46,5 mm

Saque la elongación de 10 primero y luego la diferencia entre 10 y 20 que sería 10 y la dif de 45 y 75 que sería 30 y luego dividí $15/10 = 1,5$.

Dos de los grupos utiliza puntos decimos para ver la elongación de un gramo, en cambio los siguientes estudiantes comienzan con las diferencias entre los gramos 10 y 20 que da como resultado 10, a su vez la diferencia entre sus milímetros correspondientes de 45 y 75, para luego dividir $15/10$ así obteniendo la razón de cambios de 1,5.

8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

G1: Va variar ya que hay que calcular la cantidad de gr y sumar los 45 gr que tiene de su valor inicial para obtener el valor final.

G2: Gr E

30 → 90

$$E = P \cdot 1,5 + 45$$

Ej: $20 \cdot 1,5 + 45 = 75E$

$$30 \cdot 1,5$$

$$45 + 45 = 90$$

G5: $P \cdot Algo + 45 = x$

$$P \cdot 1,5 + 45 = x$$

$$p \cdot 46,5 = x$$

Los estudiantes al responder que elongación se alcanza con P gramos, ellos anuncian una expresión algebraica definida como " $E = P \cdot 1,5 + 45$ " y ejemplifican con uno de los valores ya dados, mientras tanto el otro grupo de igual forma deja una expresión algebraica " $P \cdot 1,5 + 45 = x$ ", sin embargo olvida el orden de las operaciones puesto que suma el termino libre con el coeficiente de la variable dando " $p \cdot 46,5 = x$ " y uno de los grupos responde con lenguaje natural acerca de cómo obtener la elongación de acuerdo a un P gramos.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

- a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.**
- b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.**
- c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.**
- d) ¿Qué concluyen de la comparación?**

G1: $X_{gr} \times 1.5mm + 45mm = 0$

$$100gr \times 1.5mm + 45mmm = 0$$

$$195mm$$

G2: a) $E = p \cdot 1,5 + 45$ -> La construimos tomando en cuenta que 1 gramo equivale a 1,5 para encontrar el valor de p y a su vez sumarle 45 para el valor que tomara en cuenta y todo sería igual a la elongación que buscamos.

b) $100 * 1,5 + 45 = E$

$$195 = E$$

c) *Elongación obtenida =195*

Elongación de la tabla = 195

d) concluimos que ambos resultados son las mismas, dado los gramos son 100 y su elongación es de 195.

$$G3: 1,5 * P + 45 = X$$

Donde P es la variable y 1,5 con 45 fijos ya que equivalen a lo que aumenta la pesa con cada gramo y a lo que puede pesar como mínimo respectivamente.

G5: a) debíamos tomar dos incógnitas P y elongación con el valor inicial de elongación

$$b) 100 * 1,5 + 45 = x$$

$$195 = x$$

c) no dio el mismo resultado

d) que la expresión algebraica este bien planteada.

Algunos responden detalladamente, mediante la presentación de una expresión algebraica de la forma $P \cdot 1,5 + 45 = E$ validando su respuesta.

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

$$G2: 0,45 \quad 0,15 \quad 8 \cdot 1,5$$

$$10 \rightarrow 60 \text{ mm}$$

$$8 \rightarrow 12 \text{ mm}$$

$$0,45 \rightarrow 0,0675 \text{ mm}$$

$$18,45 \rightarrow 72,0675 \text{ mm}$$

G4: $10 \rightarrow 60 \text{ mm} \quad 0,45 \cdot 0,15 \cdot 8 \cdot 15$

$$8 \rightarrow 12 \text{ mm}$$

$$0,45 \rightarrow 0,0675 \text{ mm}$$

$$18,45 \rightarrow 72,0675 \text{ mm}$$

Los grupos en este caso utilizan la descomposición aditiva, la cual consiste en descomponer los gramos en valores obtenidos anteriormente y asociar su elongación correspondiente, para finalmente realizar la adición. En estos grupos se puede evidenciar la linealidad, ya que establecen correspondencia entre cada peso y su elongación, es decir, para el peso $p = x + y + z$ determinan su elongación mediante la suma de las elongaciones correspondientes a cada uno de los pesos cuya suma es p . En símbolos, $e(p) = e(x + y + z) = e(x) + e(y) + e(z)$.

15. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

G3: *Si la variable disminuye, la la medida es menor porque en este caso el peso es proporcional a la medida.*

G4: *Que a mayor tensión la elongación del resorte disminuye de tal manera que su forma será más tensa.*

G5: $20 \cdot P \cdot 1,5 + 45 = x \quad 75 = x$

$$20 \cdot P \cdot 1 + 45 = x \quad 65 = x$$

La elongación si disminuye la variable será menor, porque la elongación disminuye.

Los estudiantes dejan claro que esta disminuirá, porque aumentara la tensión del resorte y a su vez este tendrá menos elasticidad. Uno de los grupos deja ejemplificado cuando esta disminuye.

16. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

G5: $20 \cdot 1,5 + 45 = x$ $75 = x$

$$20 \cdot 2 + 45 = x \quad 85 = x$$

La elongación aumenta, porque aumenta la variable.

Estos afirman que aumentara, debido que visualizaron el proceso contrario y lo dejan ejemplificado.

17. Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.

G1: Siempre el resorte se va a estirar 1.5mm por cada un gramo agregado al portapesas.

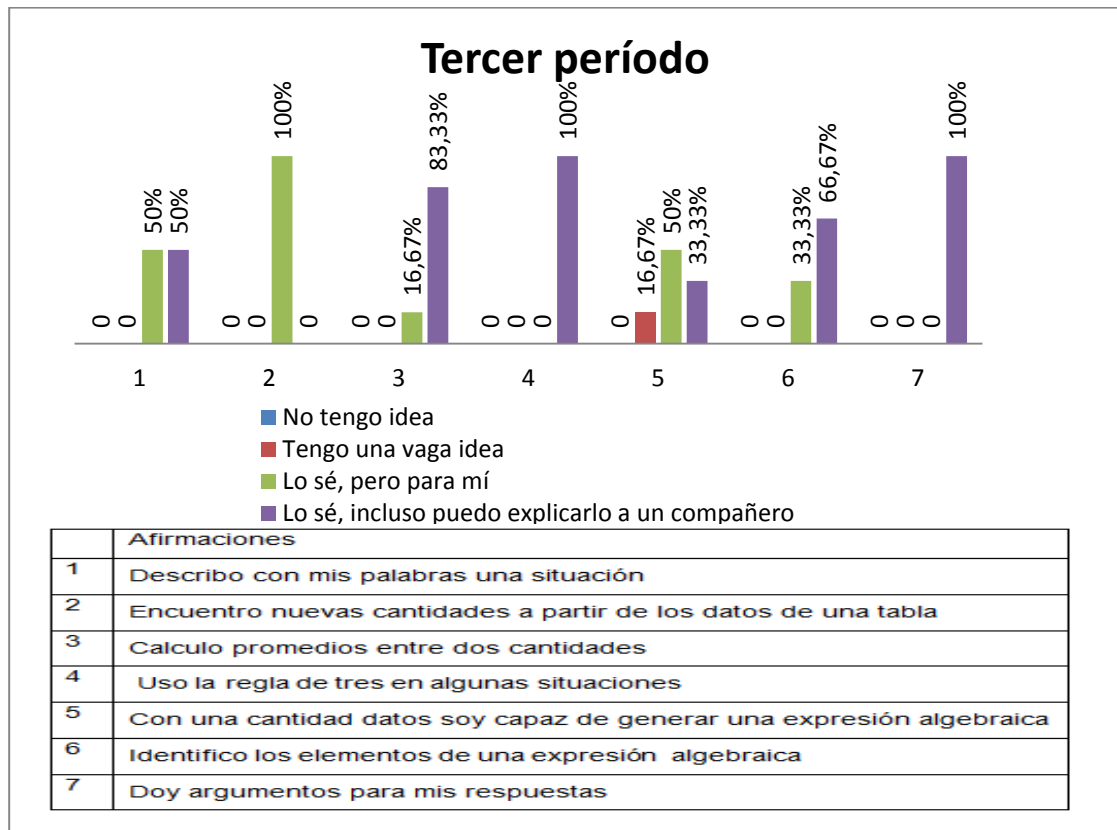
Este grupo logra visualizar el comportamiento de La elasticidad de un resorte, expresando su estiramiento que por cado un gramo de peso este se ira estirando 1,5 milímetros.

5.2.3 Análisis fichas Mis aprendizajes

Todos los estudiantes en esta puesta en escena se sintieron cómodos, entretenidos y se enfrentaron de manera positiva a la actividad. Parte del estudiantado expresa un agrado mayor a las matemáticas por lo que realizar estas actividades les genera empatía y un desafío.

5.3 Análisis tercera puesta en escena

5.3.1 Análisis ficha *Mis conocimientos antes de estudiar* tercer período



Esta tercera ficha Mis conocimientos antes de estudiar fue tomada en la última puesta en escena del fenómeno del Llenado del estanque cilíndrico, a los estudiantes de tercer año medio, la cual tiene como propósito informar sobre los conocimientos previos de forma análoga al fenómeno del resorte. En la primera afirmaciones “Describo con mis propias palabras una situación” se presenta una dispersión pareja entre las categorías “Lo sé, pero para mí” y “Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero”

puedo explicarlo a un compañero/a” (con un 50% en cada una). Por otro lado en tres de las categorías “Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero/a” se presenta sobre un 83% en las afirmaciones “Calculo promedios entre dos cantidades”, “Usa la regla de tres en algunas situaciones” y “Doy argumentos para mis respuestas”

5.3.2 Análisis del tercer período

1. Describan el experimento con sus propias palabras.

G1: Que mientras se va llegando el estanque el nivel del agua aumenta 30 cm cada 20sg.

G3: Cada 20 segundos, se van llenando 30 cc del estanque.

Este experimento ve, el tiempo que demora el estanque en llenarse

Estos grupos advierten una regularidad entre el tiempo en que va demorando en llenarse el estanque cilíndrico y la altura que va alcanzando este, afirmando que por cada 20 segundos se va llenado 30 centímetros.

3. Si el nivel del agua es 85 centímetros ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

G1: $85 = x \cdot 1,5 + 25$

$$-x \cdot 1,5 - 25 + 85 = 0$$

$$60 - x \cdot 1,5 = 0$$

$$X \cdot 1,5 = 60$$

$$X = 60: 1,5$$

$$X = 40 \text{ seg}$$

Mediante la analogía del fenómeno anterior los estudiantes, utilizan una expresión algebraica similar para determinar el tiempo que ha transcurrido cuando el nivel del agua es de 85 centímetros.

4. Si han transcurrido 50 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

G2: Si transcurren 50 segundos los intervalos van de 30 en 30 si son 50 a los cm del agua se les suma 15 y eso nos entrega que como el resultado el agua llega a 100 cm a los 50 segundos.

G3: Le sumamos 15 cc 10sg --> 15 cc

Por cada 10 sg

Y en 50 sg, el estanque se ha llenado 100 cc, si en 40 sg hay 85, solo sumamos 15cc.

Utilizan la técnica de puntos medios describiendo la relación 10 segundos es a 15 centímetros, y con datos entregados en la tabla llegan a la respuesta que es 100 centímetros, dado que parten de la base que al transcurrir 40 segundos el nivel del agua es 85 centímetros. A ellos les suman los 15 centímetros de la relación anterior.

5. Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

G2: Al transcurrir 85 segundos el agua llega a llenar 152,5 cm del cilindro ya que son 85, por lo tanto se suma $\frac{1}{4}$ de 30 y eso como resultado nos entrega que al pasar 85 sg el agua sube 152,5 cm en el cilindro.

G3: En 85 sg hay 152,5 cc $80 \rightarrow 145 + 7,5 = 152,5 \text{ cc}$ $20/85 = 30/x$

Uno de los grupos utiliza la técnica de puntos cuartos, teniendo la base de que 80 segundos equivalen a 145 centímetros y faltándole 5 segundos, los estudiantes calculan el cuarto de 30 centímetros y se lo agregan a los 145 centímetros ya mencionados. De igual forma el otro grupo obtiene este resultado utilizando la regla de tres sin perder de vista la altura inicial del nivel del agua.

8. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido t segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

G1: $X = t * 1,5 + 25$

G2: $E = t * 1,5 + 25$ Utilice una expresión algebraica para comprobar que si han pasado 20 sg

$E = 20 * 1,5 + 25$ el nivel del agua estará en 55 cm.

$$20 * 1,5 + 25 = 55$$

G3: $x = t * 30 / 20 + 25$ donde t pueden ser los segundos que se dan en el problema.

Los grupos manifiestan una expresión algebraica que es " $E = t \cdot 1,5 + 25$ " o " $x = t \cdot 1,5 + 25$ ", donde uno de ellos comprueba la veracidad de la expresión con un dato entregado en la tabla y por otro lado afirma que t son los segundos que pueden darse en un reactivo.

9. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué?

$$G1: X = 18,45 \cdot 1,5 + 25$$

$$X = 52,675 \text{ cm}$$

G3: En 18,45 sg el estanque marcara 52,675cc

$$\frac{18,45 \cdot 30}{20} + 25 = 52,675 \text{ cc}$$

$$\frac{\Delta cm}{\Delta t} = r$$

Dos de los grupos utiliza la expresión algebraica y uno de ellos no pierde de vista la razón de cambios y esto queda en evidencia cuando lo anuncia con los deltas de diferencias.

10. ¿Cuál es la expresión algebraica que puede asociarse al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno.

$$G2: E = t * 1,5 + 25$$

$E \rightarrow$ cm del estanque

$t \rightarrow$ sg

25 \rightarrow intervalo

1,5 \rightarrow

$$G3: b = 25 \quad y = x * m + b$$

$$m = 1,5$$

$x =$ los cm

$y =$ el tiempo que demora

Ambos grupos dejan una expresión algebraica y van definiendo cada una de sus componentes, sin embargo están sumergidos en lo algebraico que pierden de vista las variables que están presentes en este fenómeno, el coeficiente de la variable y el término libre.

14. Pueden establecer alguna relación entre el llenado del estanque y la elasticidad del resorte.

G1: Va aumentando la misma cantidad dependiendo de la variable.

El llenado del estanque y la elasticidad del resorte son comportamientos lineales.

G2: Si, ya que mientras más peso o tiempo transcurra aumentara la elongación del resorte y en el caso del estanque el nivel del agua aumentará.

G3: Son rectas, son comportamientos lineales.

Los tres grupos dejan en claro que ambos fenómenos tienen el mismo comportamiento lineal, reafirmando que hay una variable independiente y una dependiente a ella como es el caso de la función lineal. Uno de los grupos visualiza que ambas son rectas el fenómeno del resorte y el llenado del estanque.

5.3.3 Análisis fichas mis aprendizajes

Los estudiantes expresan que se sienten confundidos, gratos y que les pareció sencillo, dado que en una primera instancia lograron apreciar la analogía entre los fenómenos. Por lo que lograron desarrollar la actividad en un corto periodo de tiempo, pero que estaba presupuestado.

5.4 Estrategias conducentes e inconducentes

5.4.1 Estrategias conducentes.

Se entiende por estrategias conducentes las que permiten arribar a la red de parámetros, empleada en la secuencia de modelación tabular y algebraica.

Primer período: Elasticidad del resorte sin rediseño de la secuencia.

Grupo 1

Describan el experimento con sus propias palabras.

Que es para ver cuánto se extiende el resorte con una cierta cantidad de peso,

Los estudiantes identifican las variables que participan en el experimento, con una cierta cantidad el resorte se “extiende”, el G 1 está inmerso en la narrativa.

Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Es 20 gramos por deducción. Porque resorte con un 20 da 75 m.

Frente a la pregunta por el peso que alcanzara al elongar 75mm, los estudiantes se muestran inmersos en la parte tabular, señalando que con un 20 da 75mm, Se puede inferir que utilizaron solo la tabla para responder a la pregunta.

Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

115 lo saque porque debía ser un n° que estuviera en la mitad de 105 y 135

Los estudiantes frente a la pregunta de la elongación alcanzada cuando se colocan 50 gramos, deducen que debe ser un valor entre 105 y 135 dando a entender que

aplican la estrategia de puntos medios, Sin embargo, no da mayor detalle, dejando solo una explicación escrita.

Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el porta pesas.

La elongación es 135 ya que se sabe por estadística

Los estudiantes para responder la pregunta de la elongación alcanzada cuando se colocan 60 gramos, responden de forma automática, se prevé que aún están inmersos en lo tabular, no entregan mayor detalle.

Grupo 2

Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

Alcanzará una elongación de 120 milímetros medimos el peso de 10 en 10 y nos dio 120 milímetros

El grupo frente a la respuesta de cuanta elongación alcanza el porta pesas cuando se colocan 50 gramos, utilizan la estrategia de puntos medios, pues, responden con pesos de 10 gramos, y realizando sumas sucesivas logran obtener los 120 milímetros, se puede apreciar que los estudiantes están inmersos en un plano abstracto debido a que no se les entrego pesos de 10 gramos.

Grupo 3

Describan el experimento con sus propias palabras.

Creo que por cada 20 gramos la balanza baja 30 milímetros, el peso del portapeza tiene un peso de 10 gramos el cual hace que baje 15 centímetros.

El grupo se introduce en el experimento narrado. Identifica de inmediato la razón de cambio de elongaciones respecto de pesos. Además presentan el peso del portapesa que es 10 gramos y que baja 15 milímetros.

Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

La elongación que tendrá el resorte será de 90 milímetros, porque por cada 20 gramos la balanza baja 30 milímetros y eso multiplicado por 3 da 90

Los estudiantes frente a la pregunta de cuál será la elongación alcanzada al colocar 60 gramos, responde de manera natural 90 milímetros, considerando la razón de cambio que de 20 gramos la “balanza” baja 30 milímetros, sin embargo, está ausente el punto de inicio, ya que, no lo consideran en su respuesta.

Grupo 4

**¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos?
Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.**

$$\frac{1,5}{x} = \frac{1gr}{62,6}$$

64,1

El grupo 4 frente a la pregunta colocando 62,6 gramos, que elongación alcanzara, los estudiantes utilizan la razón de cambio y la relación 1,5 milímetro de 1 gramo, en una especie de regla de tres, con la particularidad que es aditiva, debido a que su resultado fue sumar 1,5 más 62,6.

**¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos?
Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.**

$$\frac{1,5}{x} = \frac{1 gr}{18,45}$$

19,50

Al igual que en el caso anterior, los estudiantes emplean la razón de cambio y la relación 1,5 milímetro de 1 gramo y utilizando la regla de tres aditiva dan con la respuesta de 19,50 milímetro

Segundo Período: Elasticidad del resorte con rediseño.

Grupo 1

Describan el experimento con sus propias palabras.

Cada 20 gramos agregados en el portapesas aumenta 30mm la elongación del resorte.

Los estudiantes al describir el experimento anuncian la relación entre los gramos y los milímetros, logrando que por cada 20 gramos el resorte elonga 30 milímetros.

Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Alcanza una elongación de 135mm ya que al agregar 3 veces 20 gramos a su peso natural la elongación del resorte va aumentando.

El grupo responde a la pregunta, presentando la posición inicial como “peso natural”, lo que nos indica que están inmersos en lo tabular.

Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

El portapesas tiene un peso de 20 gramos porque en un principio la elongación es 45mm y cada vez que se le agregan 20gr habían 30mm cada 10gr hay 15mm.

Los estudiantes frente al peso que alcanza con la elongación de 75 milímetros, presentan la técnica de puntos medios, dando la relación entre los 10 gramos a 15 milímetros.

Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrénselo en la tabla.

Alcanza una elongación de 172,5mm porque si cada 10gr hay 15mm, cada 5gr hay 7,5mm

Alcanza una elongación de 76,5mm

El grupo al responder la pregunta de la elongación con un peso de 85 gramos, realizan la técnica de puntos cuartos o doble punto medio.

Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla.

$$1gr \text{ --> } 1,5$$

$$20 \text{ --> } 75$$

$$76,5$$

Al preguntar sobre la elongación alcanzada con 21 gramos, en primera instancia obtiene la relación de un gramo a 1,5 milímetro, luego realiza una descomposición aditiva para responder a la pregunta.

¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

- a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.**
- b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.**
- c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.**
- d) ¿Qué concluyen de la comparación?**

$$X_{gr} \times 1.5mm + 45mm = 0$$

$$100gr \times 1.5mm + 45mm = 0$$

$$195mm$$

El grupo frente a la pregunta comunicar una expresión general para la secuencia, presentan una fórmula, se evidencia que se introducen a un plano algebraico.

Grupo 2

Describir con sus palabras el fenómeno.

Se observa que a medida que se la agregando ciertas pesas, el portapesas va bajando indicando la elongación del resorte en milímetros en la regla, asumiendo que a mayor peso mayor será su elongación que va de 30 en 30.

Los estudiantes describen el experimento, anunciando la relación entre las variaciones de grados y milímetros, que estos últimos van de 30 en 30 se ve la inmersión en lo tabular.

Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

La elongación que alcanza el resorte es de 135, esto se debe a que, el portapesas en una situación inicial se encontraba en 0 con una elongación de 45.

Al ir agregando pesos de 20 hasta llegar a 60, la elongación del resorte llega hasta 135 de 30 en 30 y así sucesivamente.

Los estudiantes frente a la pregunta, identifican el punto de inicio y la elongación que tiene en él, siguen inmerso en lo tabular.

Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte?

Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla.

Alcanzara una elongación de 120 milímetros, porque, analizamos que si 40 tiene una elongación de 105 y la tabla va de 30 en 30, para sacar la elongación de 50 gramos, habría que dividir los 30 es decir, en 15 y sumarle este resultado a la elongación de 40, quedando como resultado la elongación de 50 que equivale a 120 [105+15= 120]

El grupo para encontrar la elongación con 60 gramos, utilizan la técnica de puntos medios al dividir los 30 gramos encuentran la relación 10 gramos es a 15 milímetros, luego con los datos entregamos obtienen un valor.

Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrénselo en la tabla.

Alcanzara una elongación de 172,5, ya que, debemos sacar la mitad de la mitad 1/4 de 30, que sería 7,5, entonces a 165 le sumamos 172,5 que sería la elongación de 85.

Para responder a la elongación con 85 gramos, los estudiantes realizan la técnica de puntos cuartos, sin perder de vista la posición inicial.

Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla.

La elongación del resorte con 21 gramos sería de 76,5 porque los gramos van de 10 en 10 y la elongación de 15 en 15, entonces $15:10 = 1,5$

(20 gramos)

Por lo tanto $1.5 + 75 = 21$ gramos

(elongación)

El grupo responde a la pregunta de la elongación cuando se colocan 21 gramos, aplicando puntos decimos, al tener la relación 10 gramos es a 15 milímetros, dividen los valores para encontrar la relación de 1 gramo es a 1,5 milímetro.

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

Gr E

30 → 90

$$E = P \cdot 1,5 + 45$$

Ej: $20 \cdot 1,5 + 45 = 75E$

$$30 \cdot 1,5$$

$$45 + 45 = 90$$

El grupo logra una expresión algebraica para responder a la elongación colocando P gramos.

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrénselo en la tabla 1

Su elongaciones de 102,45. Porque cuando va de 1 en 1 su elongación va de 1,5 en 1,5 entonces ahí sacamos los 38 gramos y para sacar el 3 dividimos el 1.5 en 10 y ese resultado lo multiplicamos por .3 y nos dio 0,45

Por lo tanto el resultado de la elongación es de 38,3 gramos es de 102,45.

El grupo frente a la pregunta colocando 38,3 gramos, que elongación alcanza, los estudiantes descomponen de manera aditiva la parte entera y su parte decimal.

Grupo 3

Describan el experimento con sus propias palabras.

Cada vez que agregamos 20gr, el resorte se estira 30mm

EL experimento trata de ver cuanto va bajando el resorte, cada vez que le agregamos mas peso.

Los estudiantes están inmerso en lo tabular, a la vez expresan la relación que existe entre los 20 gramos y los 30 milímetros.

Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.


Alcanza una elongación de 135mm, ya que si vamos poniendo de 20gr en 20gr, elonga 30mm por cada 20 y si ya en 0 estaba elongado en 45mm.

En la pregunta sobre la elongación que alcanza el resorte con 60 gramos, el grupo responde utilizando la relación de la pregunta anterior y enunciando la elongación inicial, siguen inmerso en lo tabular.

Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla.

$$\begin{array}{rcl} 20\text{gr} & = & 75\text{mm} \\ 21 & & x \end{array}$$

$$(21 \cdot 75) / 20 = 1.575 / 20 = 78,75$$

Eso elonga 

Frente a la pregunta sobre los 21 gramos, que elongación se alcanza, los estudiantes realizan tabla de tres.

Grupo 4

Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

El portapesas tiene 20 gr. El procedimiento que usamos es que llegamos a la conclusión de que cada 20 gr de peso, el resorte se elonga 30 cm.

Los estudiantes para responder la pregunta del peso con una elongación de 75 milímetros, enuncian la relación existente entre los 20 gramos y los 30 milímetros.

Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo

La elongación que alcanzara será de 76,5.

Saque primero la elongación de 30 y luego la diferencia de 20 y 30 que sería 10 y la diferencia de 75 y 105 que es 15 la dividi. $15/10 = 1,5$

Los estudiantes mediante la diferencia de los pesos y sus respectivas elongaciones, obtienen la relación 15/10, dando 1,5 que es la elongación que se alcanza al colocar 1 gramo.

¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.

b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.

c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.

d) ¿Qué concluyen de la comparación?

a) *debíamos tomar dos incógnitas P y elongación con el valor inicial de elongación*

b) $100 * 1,5 + 45 = x$

$195 = x$

c) *nos dio el mismo resultado*

d) *que la expresión algebraica este bien planteada.*

Frente a la preguntas, los estudiantes se presentan inmerso en lo algebraico, por lo que logran obtener una expresión algebraica que les satisface, enunciando la posición inicial y su coeficiente de la variable.

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte?

¿Por qué?

$20 \quad P * 1,5 + 45 = x \quad 75 = x$

$20 \quad P * 1 + 45 = x \quad 65 = x$

La elongación si disminuye la variable será menor, porque la elongación disminuye.

El grupo sigue en lo algebraico respondiendo a las preguntas del comportamiento del resorte y a su vez lo ejemplifican.

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

$$20 \cdot 1,5 + 45 = x \quad 75 = x$$

$$20 \cdot 2 + 45 = x \quad 85 = x$$

La elongación aumenta, porque aumenta la variable

El grupo sigue en lo algebraico respondiendo a las preguntas del comportamiento del resorte y a su vez lo ejemplifican.

Tercer período: Secuencia del llenado del estanque la finalidad es que los estudiantes por medio de la analogía construyan la red de parámetros.

Grupo 1

Describan el experimento con sus propias palabras.

Que mientras se va llenando el estanque el nivel del agua aumenta 30 cm cada 20sg.

Los estudiantes enuncian la relación entre los centímetros del nivel del agua del estanque cilíndrico y el tiempo que transcurre en su llenado, inmerso en lo tabular.

Si el nivel del agua es 85 centímetros ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

$$\begin{aligned}85 &= x \cdot 1,5 + 25 \\-x \cdot 1,5 - 25 + 85 &= 0 \\60 - x \cdot 1,5 &= 0 \\X \cdot 1,5 &= 60 \\X &= 60 : 1,5 \\X &= 40 \text{ seg}\end{aligned}$$

Ante la pregunta, de acuerdo a los 85 centímetros, que tiempo ha transcurrido, los estudiantes se presentan en un plano algebraico, desarrollan una fórmula para determinar el tiempo.

Pueden establecer alguna relación entre el llenado del estanque y la elasticidad del resorte

Va aumentando la misma cantidad dependiendo de la variable.

El llenado del estanque y la elasticidad del resorte son comportamientos lineales.

A través de la analogía el grupo logra afirmar que ambos fenómenos son comportamientos lineales y que comparten la variabilidad de los datos.

Grupo 2

Si han transcurrido 50 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

Si transcurren 50 segundos los intervalos van de 30 en 30 si son 50 a los cm del agua se les suma 15 y eso nos entrega que como el resultado el agua llega a 100 cm a los 50 segundos.

El grupo identifica la variabilidad de los centímetros del agua, para realizar la

técnica de puntos medios y ayudados de los datos entregados en la tabla dan respuesta.

Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marcan el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

Al transcurrir 85 segundo el agua llega a llenar 152,5 cm del cilindro ya que son 85, por lo tanto se suma $\frac{1}{4}$ de 30 y eso como resultado nos entrega que al pasar 85 sg el agua sube 152,5 cm en el cilindro.

Los estudiantes a través de la técnica de puntos cuartos logran responder la altura del nivel del agua cuando han transcurrido 85 segundos, se aprecia la inmersión en lo tabular, dado, que se ayudan de la tabla para obtener la respuesta.

¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si ha transcurrido t segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

$E = t * 1,5 + 25$ *Utilice una expresión algebraica para comprobar que si han pasado 20 sg*

$E = 20 * 1,5 + 25$ *el nivel del agua estará en 55 cm.*

$$20 * 1,5 + 25 = 55$$

Los estudiantes inmersos en lo algebraico, encuentran una expresión algebraica y argumentan su respuesta con un ejemplo de un dato dado en la tabla.

Pueden establecer alguna relación entre el llenado del estanque y la elasticidad del resorte

Si, ya que mientras más peso o tiempo transcurra aumentara la elongación del resorte y en el caso del estanque el nivel del agua aumentará.

El grupo logra la analogía entre las variaciones de las magnitudes de ambos fenómenos.

Grupo 3

Describan el experimento con sus propias palabras.

Cada 20 segundos, se van llenando 30 cc del estanque.

Este experimento ve, el tiempo que demora el estanque en llenarse

El grupo inmerso en lo tabular, enuncia la relación entre los 20 segundos que transcurren y los 30 centímetros que sube el nivel del agua, que a subes es la razón de cambio, luego mediante puntos medios de los 20 segundos y 30 centímetros e inmersos en lo tabular, logran responder los centímetros que marca el nivel del agua al cabo de 50 segundos.

Si han transcurrido 50 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

Le sumamos 15 cc 10sg --> 15 cc

Por cada 10 sg

Y en 50 sg, el estanque se ha llenado 100 cc, si en 40 sg hay 85, solo sumamos 15cc.

A través de una regla de tres y sin olvidar el par de puntos que covarian, los estudiantes logran dar con la respuesta.

¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 38,3 segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

En 38,3 sg ha llenado 82,45 cc

$$\begin{array}{r} 20 \quad 30 \\ 38,3 \quad x \ /+25 \\ = 82,45 \end{array}$$

Turn Down for what!!!

El grupo presenta la razón de cambio como $\frac{30}{20}$ y expresando una fórmula, que los ayuda a responder la expresión general que les permite calcular el nivel del agua para cualquier tiempo, se encuentran inmersos en lo algebraico.

¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si ha transcurrido t segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

$$x = \frac{t \cdot 30}{20} + 25 \quad \text{donde } t \text{ pueden ser los segundos que se dan en el problema.}$$

El grupo presenta la razón de cambio como $\frac{30}{20}$ y expresando una fórmula, que los ayuda a responder la expresión general que les permite calcular el nivel del agua para cualquier tiempo, se encuentran inmersos en lo algebraico.

¿Cuál es la expresión algebraica que puede asociarse al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno.

$$b = 25 \quad Y = x \cdot m + b$$

$$m = 1,5$$

$$x = \text{los cm}$$

$$y = \text{el tiempo que demora}$$

El grupo representa cada expresión y le da su respectivo significado a cada variable.

Pueden establecer alguna relación entre el llenado del estanque y la elasticidad del resorte

Son rectas, son comportamientos lineales.

Establecen el comportamiento de los fenómenos, que son rectas y de forma lineal, entregando la analogía entre las secuencias.

5.4.2 Estrategias inconducentes.

Las estrategias inconducentes son aquellas que no permiten arribar al propósito de la secuencia.

Primer período

Grupo 1

Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

La elongación que alcanzaría sería 135

Los estudiantes frente a la pregunta que elongación alcanza el resorte al colocar 60 gramos, responden de manera directa sin entregar mayores detalles de cómo obtuvieron este resultado, no nos arroja estrategia empleada.

Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos Ingrénselo en la tabla 1.

La elongación que alcanzaría sería 171 ya que si restamos nos da 30 y dividiríamos por 5 y el resultado da 6 de diferencia y nos da 171

El grupo responde tomando la diferencia entre 195 y 165 que es 30 luego, como en la tabla tienen la relación 1 gramo/30 milímetros dividieron estos 30 milímetros por los 5 gramos que faltan para encontrar el valor de 85 gramos, el resultado es 6 milímetros y estos se le suman a los 165 que son los que se alcanzan con 80 gramos lo que les da 171. Pese a lo anterior no nos arroja una estrategia viable a la secuencia.

Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

Sería 1,57= ya que 30 se divide por 19 y da 1,57.

El grupo frente a la pregunta de qué elongación alcanza el resorte, colocando 21 gramos, los estudiantes responden mediante la división de 30 que es la elongación que se obtiene al agregar 20 gramos y 19, este valor no se presenta en la respuesta del grupo, sin darnos mayores detalles.

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1.

Se divide la diferencia que es 30 por el gramo y da 30.

Los estudiantes responden aplicando división entre el gramo que se pide y la diferencia que existe entre las elongaciones, sin embargo, no nos arroja mayor información.

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan X gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los X gramos.

No sabemos ya que no hay una cantidad determinada y podría cualquier elongación si da una cantidad hay sabríamos que elongación da

El grupo frente a la pregunta por un x gramos, que elongación alcanza el resorte, responden que no se puede determinar, puesto, no se conoce el valor del gramo, solo conociendo valores se puede obtener una elongación.

Grupo 2

Describan el experimento con sus propias palabras.

Por cada 20g el resorte baja

Cuando se le pide describir el experimento solo dan señal del cambio de los gramos y que provoca una baja.

Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

La elongación que alcanza será de 135 milímetros. El procedimiento fue mirar la balanza

El grupo responde a la pregunta sin entregar mayor detalle.

Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Tiene un peso de 20 gramos porque a los 75 mm tiene el resorte alcanza una elongación de 20 gramos

Podemos deducir que los jóvenes se quedan con lo tabular, sin lograr una mayor interpretación del fenómeno.

Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos Ingrénselo en la tabla 1.

Alcanzara una elongación de 172,5

El grupo no entrega mayor detalle, se evidencia una carencia de argumentación en

el desarrollo.

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1.

46,5 de elongación

El grupo no entrega mayor detalle, se evidencia una carencia de argumentación en el desarrollo.

Grupo 3

Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Tiene 50 gramos en los 75 milímetros, porque por 30 milímetros sube 20 gramos.

Los estudiantes imaginan que el portapesas tiene un peso de 10 gramos lo que hace que baje 15 milímetros, esto sumado a los pesos agregados les arroja los 75 milímetros, No arroja mayor información, debido a que utiliza la razón de cambio en preguntas anteriores.

Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

50 gramos alcanza el resorte en 75 milímetros

El grupo responde de acuerdo a la pregunta anterior, debido a que logran 50 gramos con una elongación de 75, ahora es a la inversa, con 75 milímetros logran

50 gramos. No arroja mayor información.

Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos Ingrénselo en la tabla 1.

Alcanza una longitud de 172,5 g

Frente a la pregunta colocando 85 gramos que elongación alcanza el resorte, los estudiantes responden sin entregar mayor información. Ni indicios de una estrategia.

Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

60+30.01=90.01

Se puede apreciar que está inmerso en lo numérico y pareciera que para ellos esto es suficiente argumento. Con esto podemos conjeturar:

- a) que para ellos el termino libre es el 60 porque en la expresión
- b) Ellos establecen la siguiente relación $15=10$, $15=10$ y ahora que $1=0,1$ entonces el termino libre más los 30,01 es 90,01

Grupo 4

Describan el experimento con sus propias palabras.

El experimento se trata de la elasticidad de unos resortes.

Los estudiantes no logran responder a lo solicitado, solo se enfocan en qué

consiste la secuencia. No aporta alguna estrategia.

Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

La elongación que alcanza el resorte es de 135 de elongación miramos los datos que dan

Los estudiantes se presentan inmersos en el folio de datos, expresan que solo miran los datos entregados sin dar mayores detalles.

Segundo Período

Grupo 1

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

Va variar ya que hay que calcular la cantidad de gr y sumarle los 45gr que tiene de su valor inicial para obtener el valor final.

Los estudiantes hacen hincapié en que habrá una variación en la cantidad de gramos, pero sin perder de vista su valor inicial de 45 gramos.

Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el portapesas.

a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.

b) Argumenten* su respuesta.

a) 20gr --> 75mm Alcanza una elongación de 225mm

60gr --> X

b) Porque la regla de 3 simple no sirve en este caso.

El grupo responde a la pregunta utilizando una regla de tres, y al comprobar su resultado con la tabla notan que está no les sirve, dejándolo expresado.

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

Si la variable disminuye la elongación del resorte va a disminuir, porque será menor la cantidad del peso

Los estudiantes responden a que la elongación del resorte va a disminuir, dado que la cantidad de peso será menor, estos relacionan la cantidad peso con el coeficiente de la variable.

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

Si el coeficiente de la variable aumenta la elongación del resorte aumenta, porque la cantidad de gr que se le agrega será mayor.

Al igual que la pregunta anterior los estudiantes responden en relación al peso que se les está agregando al portapesas desconociendo el coeficiente de la variable.

Grupo 2

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

Si el coeficiente disminuye altera la elongación hace que el resorte sea menos

elástico por ejemplo:

$$p \pm \cdot 1,5 + 45 = E$$

Los estudiantes dejan explícito que el resorte tendrá menos elongación, pero no teniendo en claro cuál es el coeficiente de la variable, ya que dicen que dependerá del peso que se le pondrá en el portapesas.

Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

La expresión varía en los gramos porque el 1,5 y los 45 de elongación se mantienen y si los gramos aumentan el resorte se alargaría aumentando la elongación

El grupo describe que variara en los gramos porque el coeficiente de la variable y el término libre son constantes pero si le aumentan los gramos al portapesas este aumentara su elongación.

Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.

Se comportó de manera variable ya que disminuyo y aumento según los cambios que sufrió la ecuación.

Los estudiantes no identifican que es lo que ocurre con el fenómeno, ya que expresan que este se comporta de manera variable, por los aumentos y disminuciones de pesos.

Grupo 4

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

Depende del valor de P

Los estudiantes solo dejan expresado que dependerá del valor que vaya tomando la variable peso P, sin considerar sus otras variables.

Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.

Se comporto de manera uniforme y restante de manera que cuando uno calculo los procesos te da un equivalente.

El grupo describe el comportamiento de sus cálculos, ya que nombran que cada vez que realizan una operación esta tendrá una equivalente, aquí se muestra que los estudiantes están inmerso en lo numérico.

Grupo 5

¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

$$P * Algo + 45 = x$$

$$P * 1,5 + 45 = x$$

$$p * 46,5 = x$$

Los estudiantes dejan bien formulada la expresión algebraica, pero no tienen claro el orden de operaciones, ya que suman el 1,5 con los 45 sin tener en consideración la multiplicación que hay entre el P y los 1,5.

Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.

se comporto irregular aumento y disminuye, muy bueno el experimento

El grupo describe que el comportamiento del resorte es de manera irregular, ya que aumenta y disminuyen los pesos del portapesas

Tercer período

Grupo 1

Si han transcurrido 50 segundos ¿Cuántos centímetros marcan el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

$$X = 50 * 1,5 + 25$$

$$X = 100cm$$

Los estudiantes están inmersos en lo algebraico, dejando claro el uso de ella en cada uno de los reactivos, sin identificar sus parámetros y sin describir de cómo obtienen dicha expresión ella.

Grupo 2

¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué?

$$20 \text{ --> } 55 - 2$$

$$18 \text{ --> } 52$$

$$0,15 * 45 = 6,75?$$

Los estudiantes, tratando de identificar cuanto marcará el nivel del agua y comienzan con una relación entre los segundos y los centímetros, para luego restarles 2 a cada uno y finalmente multiplicar, ellos se dan cuenta de que su respuesta no es la adecuada, ya que dejan un signo de interrogación al final de su respuesta.

¿Cuál es la expresión algebraica que puede asociarse al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno.

$$E = t * 1,5 + 25$$

$$E = \text{cm del estanque}$$

$$t = \text{sg}$$

$$25 = \text{intervalo}$$

El grupo logra una expresión algebraica, pero no logra identificar el coeficiente de la variable al momento de definir cada variable.

5.5 Resultados

Esta investigación acción consto de nueve instrumentos de evaluación, la cual se emplearon a dos grupos de estudiantes en diferentes establecimientos de la quinta región, uno ubicado en la comuna de Valparaíso y el otro en Villa Alemana.

Las fichas de *Mis conocimientos antes de estudiar* y la de *Mis aprendizajes*, nos aportaron las percepciones y los conocimientos previos que tienen los estudiantes antes de abordar la secuencia de experimentación. Nos pudimos percatar que el primer grupo de estudiantes se presentaron confiados y seguros de los conocimientos que poseían con respecto a la temática de la secuencia, sin

embargo al finalizar, en la ficha Mis aprendizajes revelaron insuficiencias y contradicciones, no obstante sintieron afinidad, optimismo y agrado con la actividad desarrollada. Aportando vagamente insumos sobre elementos precursores de lo lineal en modelación tabular y algebraica. Lo que nos llevó a realizar un rediseño de los instrumentos.

En este segundo período los instrumentos se desarrollaron a otro grupo de estudiantes, al igual que en la toma anterior nos aportaron sobre las percepciones y sus conocimientos previos con la ficha *Mis conocimientos antes de estudiar*, la información entregada en esta ficha nos dio cuenta de que los jóvenes manejaban con mayor empoderamiento sus conocimientos, esto se evidencia en el desarrollo de la secuencia experimental donde nos entregan insumos de los elementos precursores de lo lineal. Luego con el cuestionario de Mis aprendizaje, logramos constatar que no hay un gran desplazamiento en lo afirmado en la ficha Mis conocimientos antes de estudiar y lo realizado en la secuencia de experimentación, y a su vez nos transmitieron sus emociones que fueron de positivismo, alegría y entusiasmo a enfrentarse en la actividad de modelación.

La tercera y última secuencia de experimentación fue realizada al mismo grupo de estudiantes del segundo período, la cual nuevamente se les tomó las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar* y la de Mis aprendizajes, donde nuevamente nos entregaron sus percepciones sobre los conocimientos previos y su sentir con la actividad. Al igual que en la secuencia anterior no hay gran desplazamiento, debido a que algunos estudiantes notaron lo similar que eran ambas secuencias de experimentación y de inmediato generalizaron con una expresión algebraica.

Ante la pregunta orientadora sobre los elementos precursores de lo lineal, estos surgen a medida que van transcurriendo las secuencias experimentales y se pueden evidenciar en los análisis presentados en este capítulo. Algunos de estos elementos precursores son la técnica de puntos medios utilizado en los primeros reactivos por lo estudiantes en conjunto con sus puntos cuartos y decimos, a

medida que las secuencias experimentales van avanzando. Por otro lado algunos grupos utilizan la regla de tres como estrategia en los reactivos, donde se pregunta por el valor de un gramo; otro de los elementos precursores es la descomposición aditiva, la cual es utilizada por los jóvenes en las tres puestas en escena.

Conclusiones y Proyecciones

Esta investigación reporta indicios de elementos precursores de lo lineal, con recurso a la modelación. La actividad realizada toma como base la modelación tabular y la modelación algebraica, con el propósito de que los estudiantes dotaran de significado a elementos precursores de lo lineal en el desarrollo de la actividad.

La actividad consideró secuencias didácticas validadas en trabajos previos (Arrieta, 2003; Proyecto LDM, 2011) orientadas a modelar los fenómenos, de la elasticidad del resorte y llenado de un estanque cilíndrico. En cada sesión se consideraron además, dos momentos explícitos de evaluación para los aprendizajes, por medio de las fichas Mis conocimientos antes de estudiar y Mis aprendizajes. La secuencia elasticidad del resorte fue puesta en escena con jóvenes de segundo año medio de un liceo técnico profesional de la quinta región. En otros aspectos, se observaron dificultades de expresión en sus desarrollos. En su rediseño se realizan mejoras a la presentación del fenómeno y a las preguntas y se agregan nuevas, con la finalidad de que los jóvenes logren explicar mejor sus elaboraciones.

En la puesta en escena de esta secuencia, las fichas KPSI y Mis aprendizajes aportaron información de los estudiantes, al enfrentarse a una actividad que rompe con los esquemas de enseñanza tradicional; registran sus desarrollos con mayores detalles de este primer caso y expresan sus emociones en el devenir de la actividad.

En el análisis de elaboraciones se observan falencias de operatoria básica, que obstaculizan sus desarrollos y no arriban a indicios de elementos precursores

de lo lineal. Concorre con los obstáculos operatorios el poco entusiasmo. Una segunda puesta en escena se realiza con jóvenes de tercer año medio de un establecimiento municipal de la misma región. Se cambia el grupo de estudiantes para contrastar con la aplicación de la primera secuencia. En esta segunda puesta en escena se observan elementos precursores de lo lineal en modelaciones tabular y algebraica. Se vislumbran elementos de construcción de la red de parámetros.

Al realizar la tercera puesta en escena, con jóvenes de la quinta región realizan el fenómeno del Llenado del estanque, se corrobora información anterior. Se ratifican elementos precursores y, a través de analogía, se vislumbra el comportamiento lineal presente en ambos fenómenos.

Respondiendo a nuestra pregunta orientadora con respecto a los elementos precursores de lo lineal provenientes de las modelaciones tabular y algebraica se constataron puntos medios, puntos cuartos, puntos decimos, regla de tres y una descomposición aditiva. Cabe mostrar que los primeros se han reportado en estudios de (Sepúlveda, 2013). La estrategia de la descomposición aditiva se configura en este estudio y se reporta en las recientes jornadas nacionales de educación matemática (Arcos, Moya y Pérez, 2015). Con ellos se determinan los parámetros que conforman el modelo tabular y algebraico, a saber el par de inicio de la covariación y la razón de cambios, que informa el modo de covariar. Estos parámetros tabulares se ponen en correspondencia con los respectivos parámetros del modelo algebraico, a saber, el coeficiente de la variable y el término libre.

Con los análisis de las producciones se están dando indicios a la conformación de la red de parámetros de lo lineal, ya que a través de la analogía entre fenómenos, se logra vislumbrar a uno de los grupos de estudiantes conforma la red de parámetros.

A lo que se refiere a evaluación, en esta investigación las fichas *Mis conocimientos antes de estudiar* y la de *Mis aprendizajes*, constataron los conocimientos previos de los jóvenes, las percepciones y también como se sintieron cuando estaban desarrollando la actividad. A su vez estas fichas nos

servieron para hacer un contraste entre ellas y saber si afectan de alguna forma las emociones en la realización de la secuencia experimental y también en su desempeño como estudiantes. Rescatando que son un factor importante en el proceso de enseñanza- aprendizaje, si no se motiva de una manera adecuada no se lograrán los resultados esperados.

Si bien se evidenciaron elementos precursores de lo lineal en las puestas en escena de diseños de modelación de lo lineal que se desarrollaron en esta investigación, ellos no son únicos. Se requiere de diseños de modelación más extensos y con reactivos que se afinen progresivamente. No obstante, se puede concluir que la segunda y tercera puesta en escena acercaron a los estudiantes a identificar la red de parámetros, propósito buscado por la actividad.

Los propósitos a corto y mediano plazo, es la elaboración de reactivos, que apunten a los parámetros de la modelación figural, que sería la pendiente y punto de corte con la ordenada con el fin de construir la red de parámetros asociada a las modelaciones tabular, algebraica y figural entre fenómenos, que se puedan desarrollar en las aulas de matemáticas del país. Del mismo modo, los estudiantes puedan empoderarse de esta red de parámetros y puedan asociar a procesos lineales.

Es relevante conformar equipos de trabajos con el propósito de ser profesores investigadores que den cuenta de sus labores. Con respecto a la modelación implementarla en las aulas de matemática, para que actividades como la de este estudio se hagan cotidianas.

Bibliografía

- Ahumada, P. (2005). *Hacia una evaluación auténtica del aprendizaje*. Mexico, D.F: Editorial Paidós.
- Aracena, C., Hernández, J. y Miranda, B. (2015). *Enseñanza y evaluación que propicia modelar figurando*. Tesis de pregrado no publicada. Universidad de Valparaíso.
- Arcos, P., Moya, J. y Pérez, J. (2015). Elementos precursores de lo lineal en la modelación tabular. Ponencia en *XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*. PUCCH-Villarrica.
- Arrieta, J (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. CINVESTAV-IPN, México.
- Arrieta, J., Díaz, L. (2015) Una Perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [online]*, Vol. 18, no 1, p. 7-27.
- Bassanezi, R. (1999) Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. *IX Congresso Internacional de Biomatemática*. Concepción – Chile.
- Biembengut, M. (2011). Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira. *XIII CIAEM*. En http://cimmm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2875/1149
- Biembengut, M. y Hein, N. (1997). Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 38, 209-222.

- Biembengut, M. (2015) Modelaje Matemático en la Educación Brasileña. En Arrieta y Díaz (eds.): *Investigaciones Latinoamericanas en Modelación Matemática Educativa*. En prensa. Gedisa. México.
- Castro, I (2015). *Razón Matemática y configuración de lo proporcional desde prácticas socioescolares de estudiantes de profesorado*. Tesis doctoral no publicada no publicada. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.
- Cantoral, R., y Molina, J. y. (2005). Socioepistemología de la predicción. Buenos Aires, Argentina: Acta latinoamericana de Matemática Educativa.
- Chevallard, Y. (1997) La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. Traducción de Claudia Gilman. Aique Grupo Editor, Argentina.
- Hernández, J y Hernández, J. (2015). *Itinerarios de predicción en estudiantes que modelan tabularmente*. Tesis de pregrado no publicada Universidad de Valparaíso.
- Kaiser, G., Sriraman, B (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 3, p. 302 – 310.
- Ministerio de Educación de Chile (2013) *Bases curriculares*. Chile.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/544/>.
- Selpulveda, C. (2013). Concurrencia de predicción y algoritmia en la modelación. Buenos Aires, Argentina: Acta latinoamericana de Matemática Educativa.
- RAE. (2015). Recuperado el 28 de Octubre de 2015, de <http://definicion.de/Red/>
- DEF. (2015). Recuperado el 12 de Diciembre de 2015, de <http://www.definicionabc.com/general/precursor.php>

Anexos

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN (Arrieta, 2003)

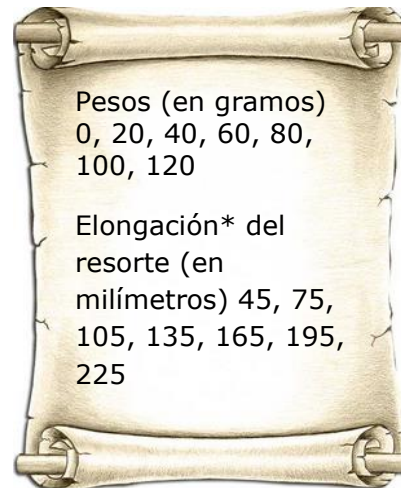
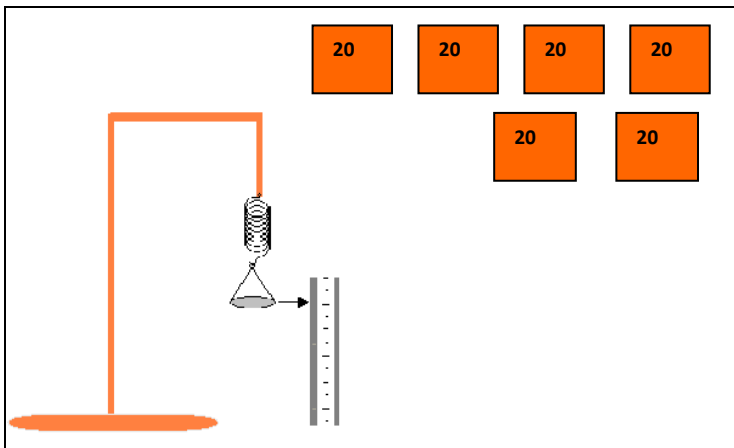
NOMBRE: _____ Curso: _____ Fecha: _____

I. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta la elasticidad de un resorte.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las ubicaciones de la flechita, obteniendo los siguientes datos.



1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

TABLA 1

Peso (gramos)	Elongación del resorte (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos Ingrénselo en la tabla 1.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para

8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan p gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los p gramos.

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el porta pesas.
a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
b) Argumenten* su respuesta.

10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

- a) Expliquen muy bien como conjeturaron la fórmula.
- b) Comprueben la elasticidad del resorte si se colocan 100 gramos.

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

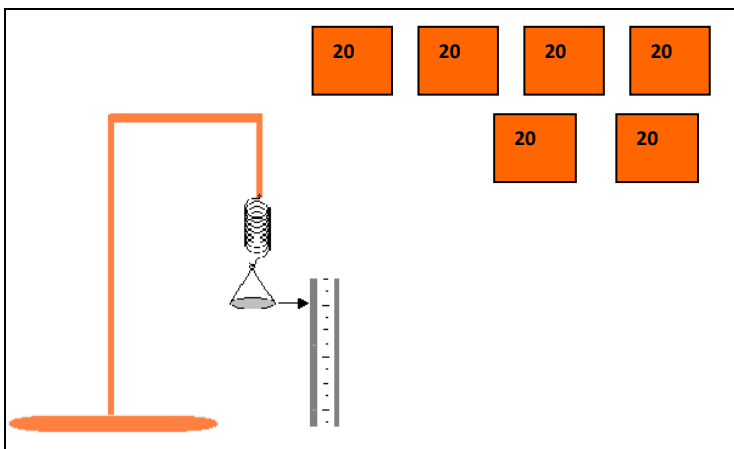
NOMBRE: _____ Curso: _____ Fecha: _____

II. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta **la elasticidad de un resorte**.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las ubicaciones de la flechita, obteniendo los siguientes datos presentados en el folio.



1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrénselo en la tabla.

TABLA

Peso (gramos)	Elongación del resorte (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrénselo en la tabla.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrénselo en la tabla.

7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramo. Ingrénselo en la tabla.

8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el portapesas.
c) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
d) Argumenten* su respuesta.

10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrénselo en la tabla 1.

11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrénselo en la tabla.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?
- a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.
 - b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.
 - c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.
 - d) ¿Qué concluyen de la comparación?



Para sorprenderse:

*¡Con la expresión
algebraica podemos
obtener las mismas
parejas de valores que
presenta el folio!*

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrénselo en la tabla.

--

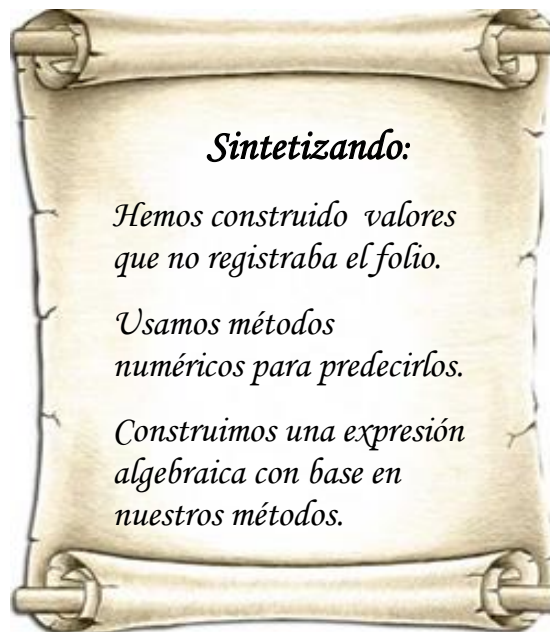
14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrénselo en la tabla.

--

15. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

16. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

17. Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte de este experimento.



ACTIVIDAD DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

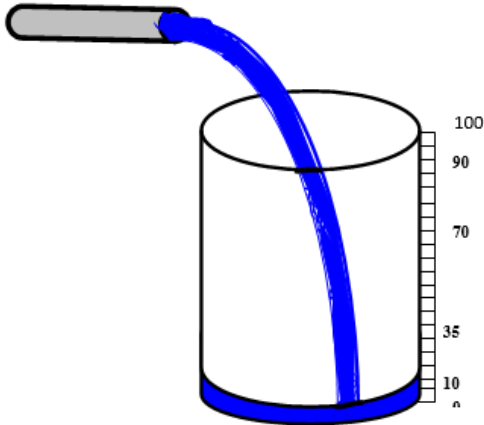
Miembros del Equipo: _____ Fecha: _____

I. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta el llenado de un estanque.

Tenemos un estanque cilíndrico que se va llenando con un chorro de agua constante. Al inicio el estanque tiene un nivel de agua de 25 cm.

Entonces vamos llenando el estanque y tomamos el nivel del agua cada 20 segundos, según la regla graduada que se encuentra en él, con estos datos hacemos una tabla.



Tiempo de llenado (segundos) t	Nivel del agua (centímetros) h
0	25
20	55
40	85
60	115
80	145
100	175
120	205

1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si han transcurrido 60 segundos ¿Cuántos centímetros se ha llenado el estanque?

3. Si el nivel del agua es 85 centímetros ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

4. Si han transcurrido 50 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

5. Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

6. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 38,3 segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

7. ¿Cuántos centímetros marcará, si han transcurrido 62,6 segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido

8. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido t segundos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

9. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué?

10. ¿Cuál es la expresión algebraica que puede asociarse al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno.

11. ¿En qué tiempo el nivel del estanque corresponde a 35 centímetros? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinar el nivel pedido.

12. ¿Si el estanque de agua aumenta su volumen que ocurrirá con el nivel de agua en el estanque? ¿Por qué?

13. ¿Si el chorro de agua disminuye su volumen que ocurrirá con el nivel de agua en el estanque? ¿Por qué?

14. Pueden establecer alguna relación entre el llenado del estanque y la elasticidad del resorte

Mis conocimientos antes de estudiar

Nombre	Curso	Fecha
--------	-------	-------

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	1	2	3	4
Describo con mis palabras una situación				
Con una cantidad de una situación identifico la cantidad relacionada desde una tabla de valores				
Calculo promedios entre dos cantidades				
Encuentro nuevos valores a partir de los datos de una tabla				
Uso la regla de tres en algunas situaciones				
Doy argumentos para mis respuestas				

Mis conocimientos antes de estudiar

Nombre	Curso	Fecha
--------	-------	-------

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	1	2	3	4
Describo con mis palabras una situación				
Encuentro nuevos valores a partir de los datos de una tabla				
Calculo promedios entre dos cantidades				
Uso la regla de tres en algunas situaciones				
Con una cantidad datos soy capaz de generar una expresión algebraica				
Identifico los elementos de una expresión algebraica				
Doy argumentos para mis respuestas				

Ficha mis aprendizajes.

Nombre:	Curso:	Fecha:
----------------	---------------	---------------

1. ¿Cómo lo explicaría a un compañero?
2. ¿Qué procedimientos para determinar elongación entendiste mejor?
3. ¿Por qué?
4. ¿Qué procedimientos para determinar elongación te quedaron menos claros?
5. ¿Por qué?
6. ¿Cómo me sentí?

Ficha mis aprendizajes.

Nombre:	Curso:	Fecha:
----------------	---------------	---------------

1. ¿Cómo lo explicaría a un compañero?
2. ¿Qué procedimientos para determinar el nivel del agua entendiste mejor?
3. ¿Por qué?
4. ¿Qué procedimientos para determinar el nivel de agua te quedaron menos claros?
5. ¿Por qué?
6. ¿Cómo me sentí?

