Universidad de Valparaíso CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE MEJORA EN LA INTERPRETACIÓN DE LAS SOLUCIONES DE PROBLEMAS CUYOS MODELOS RESULTANTES SEAN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: PEMISP

SEMINARIO DE TÍTULO PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESOR DE ENSEÑANZA MEDIA EN MATEMÁTICAS CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA Y EL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

SEMINARIO DE TÍTULO PRESENTADA POR:

MOISÉS AARÓN CABEZAS NOVOA
SEBASTIÁN ANTONIO MARÍN VALDÉS
PABLO ANÍBAL NÚÑEZ NÚÑEZ
BIANCA MICHELLE PONCE ZAMORA

PROFESOR GUÍA: DR. CARLOS SILVA CÓRDOVA

VALPARAÍSO, CHILE 2015

FACULTAD DE CIENCIAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

PROPUESTA DE ENSEÑANZA DE MEJORA EN LA INTERPRETACIÓN DE LAS SOLUCIONES DE PROBLEMAS CUYOS MODELOS RESULTANTES SEAN SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES: PEMISP

SEMINARIO DE TÍTULO PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESOR DE ENSEÑANZA MEDIA EN MATEMÁTICAS CON MENCIÓN EN DIDÁCTICA Y EL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

SEMINARIO DE TÍTULO PRESENTADA POR:

MOISÉS AARÓN CABEZAS NOVOA
SEBASTIÁN ANTONIO MARÍN VALDÉS
PABLO ANÍBAL NÚÑEZ NÚÑEZ
BIANCA MICHELLE PONCE ZAMORA

PROFESOR GUÍA: DR. CARLOS SILVA CÓRDOVA

VALPARAÍSO, CHILE 2015

ÍNDICE

Índice de Contenido

Índice de Gráficas

Índice de Tablas

Índice de Esquema

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios y a mi familia por su constante apoyo y sacrificio que han tenido a lo largo de estos cinco años. Gracias a mi Madre por darme la motivación y recursos para emprender este arduo camino el cual me ha entregado grandes enseñanzas y conocimientos.

Moisés Aarón Cabezas Novoa

Agradezco a mi familia, en especial a mis padres por todo el apoyo dado durante todos mis años de estudio, también a Fernanda por su apoyo en los momentos difíciles y a todos los que me brindaron ánimos para llegar hasta esta instancia.

Sebastián Antonio Marín Valdés

Agradezco a mi familia por su apoyo constante y principalmente a mi madre por ser la persona que me motiva y apoya de manera incondicional, a mis amigos y compañeros de tesis por estar conmigo en los momentos en que lo necesitaba y por último a mis profesores formadores ya que sin ellos no podría ser el profesional que soy.

Pablo Aníbal Núñez Núñez

Agradezco a Dios primeramente por su amor y fidelidad, a mis padres por el constante apoyo y entrega durante estos cinco años de enseñanza y formación profesional, fueron un pilar fundamental con el cuidado de mi hija el cual me impulsó a seguir y concluir esta hermosa etapa de crecimiento profesional y personal. Agradecer a mi hija por que fue el impulso y motivo para concluir esta etapa.

Bianca Michelle Ponce Zamora

Como grupo agradecemos a nuestros profesores que han estado presentes en nuestro proceso de formación profesional, en especial a Gerardo Araya por su constante apoyo y buena disposición y a nuestro profesor guía Carlos Silva quien nos orientó y aconsejó en nuestra última etapa de formación.

RESUMEN

La presente investigación da a conocer los resultados de la experiencia efectuada en dos establecimientos educacionales municipales de la quinta región de Chile, los cuales son el Liceo Bicentenario de Viña del Mar y el Instituto Marítimo de Valparaíso. En cada establecimiento se seleccionó aleatoriamente dos cursos de segundo año de nivel medio. Los estudiantes de estos establecimientos se vieron enfrentados a la resolución e interpretación de soluciones de problemas que comprendían sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, todo esto con el propósito de mejorar el nivel de sus habilidades cognitivas para el análisis, interpretación y coherencia de las soluciones.

Por lo tanto, la importancia de la investigación se establece principalmente en proponer una metodología que permita contribuir a mejorar el bajo nivel de la interpretación de las soluciones de problemas de sistemas de ecuaciones lineales que presentan los estudiantes al momento de enfrentarse a una situación problemática que conlleve estos sistemas de ecuaciones lineales.

Con este objetivo se implementó la propuesta PEMISP, la cual tiene sus fundamentos en el aprendizaje basado en problemas (ABP) para un aprendizaje significativo. Esta propuesta metodológica está compuesta por dos fases, las cuales comprenden módulos respectivamente, donde cada módulo se diseñó con problemas de la vida cotidiana, para así acercar, motivar e incentivar el interés por la matemática a los estudiantes.

La investigación realizada fue de carácter cuasi - experimental, la cual fue aplicada a 117 estudiantes, durante el segundo semestre del año 2015.

En primer lugar, se diseñó y aplicó una prueba de diagnóstico (Pre - Test) antes de introducir la metodología propuesta, y posteriormente a ésta, se aplicó un Post - Test, con el objetivo de comparar los datos resultantes.

En el primer capítulo se presenta el planteamiento del problema, los objetivos de investigación y el estado actual de la situación que abordaremos en el desarrollo de esta tesis. Luego, el siguiente capítulo comprende el marco teórico, el cual mostrará una aproximación conceptual del problema en estudio. El tercer capítulo se refiere a la metodología empleada en esta investigación, definiendo las variables en estudio, la descripción de los instrumentos de medición, y las técnicas estadísticas empleadas. Continuando con el capítulo IV, se presenta la propuesta de intervención, en la que se describe de manera detallada cada parte de la metodología empleada. Posteriormente en el capítulo V se analiza la información y los datos obtenidos, realizando comparaciones entre Pre y Post - Test, para los grupos control y experimental. Finalmente se presentan las conclusiones y sugerencias de la investigación.

INTRODUCCIÓN

Resolver problemas es una actividad que frecuentemente realizamos y que obedece a nuestra naturaleza humana, lo cual nos lleva a enfrentarnos en el transcurso de nuestras vidas a diversos problemas de todo tipo y similitud, en los cuales muchas veces las soluciones son elementales o se generan con facilidad, llegando a veces a ser un verdadero placer el resolver situaciones, pero hay otras actividades en las cuales las soluciones parecen difíciles de hallar y generar. Es entonces cuando la solución puede llegar a convertirse en un verdadero conflicto. Convenimos en que siempre debemos aplicar nuestras habilidades tanto cognitivas como sociales para desarrollar diversas estrategias de solución, pudiendo ser estas sofisticadas o muy simples, con el fin de enfrentarnos a estas situaciones problemáticas.

Un problema clásico en el ámbito de las matemáticas, es al que nos referimos en el desarrollo de este trabajo el cual consiste en confrontar a nuestros estudiantes en la resolución y posterior análisis de problemas que abordan sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y el conflicto que esta genera en los estudiantes, al momento de verse enfrentados con el problema.

Podemos ver que en variados textos sus autores plantean cómo abordar específicamente un problema de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Todos ellos concuerdan en que hay diferentes formas de encontrar la solución adecuada, ya sea por los diferentes métodos o formas establecidas para desarrollar esta problemática. En todas estas menciones los textos o autores diferencian los procedimientos para resolver el problema matemático de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, dando respuesta procedimental a la interrogante en cuestión, llegando a sentirse plenamente satisfechos gracias al método procedimental aplicado para llegar a la solución.

Pero si se genera o se crea una solución a un problema, ¿Comprendemos realmente lo que quiere decir esta solución? ¿Contextualizamos bien el problema antes de dar solución o contextualizamos la solución que damos a este problema? ¿Llevamos la solución del problema a otros contextos u otros puntos de vista? o quizás antes de hacer una solución debemos interpretar lo que entendemos del problema y también lo que entendemos de esta solución, para luego ver los campos en donde aplica la solución adecuada para el problema en cuestión y así comprender y retroalimentar lo que engloba el proceso de problema solución.

Entonces si ponemos en juego la atmósfera que rodea a una solución de un problema, nos damos cuenta que la solución obtenida o la solución en cuestión, no es del todo provechosa si no la extrapolamos a otros puntos de vista o a otros puntos de comprensión; nos resulta imperativo no sólo saber dar solución a un problema de sistema de ecuaciones, sino que además interpretar esta solución obtenida, contextualizando los diversos planos de aplicación.

Como docentes de ciencias consideramos que es de vital importancia, fomentar y desarrollar estas habilidades cognitivas que desarrollan pensamiento reflexivo, crítico y divergente, permitiendo así tener una visión completa y global de lo que generamos u obtenemos al resolver un problema y específicamente, al resolver un problema de sistema de ecuaciones lineales. Teniendo en cuenta la intensión investigativa que podamos generar en los estudiantes y lo que estos generen con su aprendizaje, es que buscamos formar entes pensantes, investigadores, reflexivos, donde infieran he interpreten desarrollando su capacidad y habilidades cognitivas.

Con PEMISP se desarrollarán actitudes y habilidades que busquen la adquisición activa de un nuevo conocimiento, despertando interés y fomentando el trabajo colaborativo entre los estudiantes, además ampliando las múltiples habilidades cognitivas para lograr el aprendizaje significativo.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Antes de cuestionar y plantearnos un problema, es necesario investigar y conocer las dificultades del proceso enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, lo que nos lleva a realizar variadas investigaciones y conocer las falencias de los diversos sectores de la educación chilena. A continuación se detalla la problemática de nuestra investigación.

1.1. Planteamiento del problema a investigar

Hoy en día, podemos darnos cuenta que la sociedad no se ha apropiado de la lectura, dándole escasa o nula importancia a una actividad tan común como leer, influyendo así en las nuevas generaciones, propiciando el poco interés por la lectura, limitando la importancia del desarrollo cognitivo he intelectual de las nuevas generaciones. Así es como nuestros estudiantes van presentando un bajo nivel e interés por la lectura (influenciado por las antiguas generaciones), provocando una mala comprensión e interpretación al momento de leer. Es así como podemos darnos cuenta que nuestros estudiantes no entienden lo que leen, dificultando la tarea de interpretar muchas veces los problemas que se le puedan presentar. No se trata solamente de leer un párrafo, sino más bien, lo que conlleva esta acción, que es entender lo que estamos leyendo, esa es la verdadera acción de leer o de la lectura, y es una de las grandes falencias que tenemos en la sociedad chilena.

Cuando hablamos de matemática, lo primero que pensamos es en números, cálculos, algoritmos o solución numérica, restándole importancia a lo que significa resolver un problema matemático. Sin embargo la matemática es mucho más que eso, porque a partir de problemáticas cotidianas, surgidas en la antigüedad, estas se fueron generando, utilizándolas en la actualidad con este mismo fin, el de resolver infinitos problemas de la cotidianidad, desde lo más simple a lo más complejo. Es por eso que la lectura juega un papel fundamental en este ámbito, debido a que el buen uso y manejo de esta, provoca una buena interpretación y análisis de los problemas a resolver.

Si bien sabemos que matemática se asocia con números o cálculos, no debemos desconocer que al resolver un problema, este genera un resultado que debemos interpretar, saber que es y para qué lo resolvemos. Es así como vemos en el transcurso de la enseñanza como nuestros jóvenes se ven enfrentados a problemáticas de diversa índole, generando una respuesta, que muchas veces no comprenden su significado o qué la está generando, siendo este solo un proceso algoritmizado para dar una respuesta al problema, acostumbrándose a no analizar lo que están resolviendo, conformándose con un simple cálculo, sin cuestionarse el contexto del problema.

Debemos reconocer, que muchas veces el proceder de nuestros estudiantes es responsabilidad de los docentes, condicionándolos a un simple algoritmo para generar una respuesta. Es así como nos vemos enfrentados en la enseñanza media a diversos problemas de análisis, como son los problemas en los sistemas de ecuaciones lineales. Si bien los métodos para resolver son bastante mecanizados, antes de esto, debemos leer y analizar el contexto del problema, para así poder modelar de forma adecuada un correcto sistema de ecuaciones lineales, ya que al interpretar mal esta información, lo que podamos resolver no será adecuado para un posterior análisis de la solución. Este es el primer paso antes de realizar algún cálculo, ya que luego de la modelación del problema continua el desarrollo algebraico los cuales son algoritmos. Pero en donde se sitúa la mayor dificultad y el mayor porcentaje de error, es en el momento de análisis de la solución, ya que al momento del desarrollo del problema, muchas veces nos olvidamos de este mismo y lo que nos estaban pidiendo con este, o simplemente no entendemos que es lo que se está cuestionando para dar una oportuna respuesta o solución, siendo así como nuestros estudiantes se dedican a resolver el algoritmo, muchas veces realizándolo en forma correcta, pero al momento de emitir una respuesta coherente con la problemática, no ven el contexto del problema , interpretando de forma incorrecta dichas soluciones. Esto lo vemos reflejado en diversos problemas como edades, conjuntos numéricos, medidas, etc.

Con esto podemos evidenciar que la metodología de enseñanza (en el aula) de los sistemas de ecuaciones lineales, se enfoca en la resolución de métodos algorítmicos, de forma que el problema se convierte en una repetición de cálculos, muchas veces ejercicios semejante a los demás problemas, viéndose reflejado esto en los libros ministeriales y textos privados, entre otros, siendo este el énfasis en el proceso de enseñanza-aprendizaje, minimizando la importancia que tiene la solución e interpretación de esta en dichos problemas.

Esto es consecuencia de que el aprendizaje de la matemática se ha reducido principalmente a la exposición centrada en la enseñanza de conceptos y mecanización de procedimientos de parte del docente y el trabajo individual de los estudiantes en el desarrollo de extensas guías de ejercicios.

"En el desarrollo de esta asignatura ha predominado un enfoque curricular academicista, el cual se caracteriza por la transmisión de conocimiento hacia el estudiante, donde el docente se considera el protagonista por poseer el saber. Esta actitud genera que los estudiantes tengan un rol pasivo en los procesos de enseñanza y aprendizaje" (Calvo, 2008).

Comprendemos que los estudiantes pueden limitarse a mecanizar el proceso de solución de un sistema de ecuaciones lineales, conformándose así a resolver solo problemáticas algebraicas o ejercicios, quedándose estancados en este proceso; cuando llevamos este mismo ejercicio a un contexto de problemática de la vida cotidiana a los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, observamos que las complicaciones y las dificultades de los estudiantes comienzan a florecer. Las dificultades que presentan los estudiantes al momento de enfrentarse a una situación problemática, se centran en:

- La comprensión del problema.
- Las habilidades de realizar cambios de registros.
- El análisis de las situaciones problemáticas.

- La nula comprobación de los resultados teniendo en consideración el contexto presentado en la situación problemática.

Según Espinoza, “Se debe a una falta de dominio de conceptos básicos y una acumulación formal de ellos, falta de habilidades para el análisis y resolución de problemas, una deficiente capacidad de aplicación y un insuficiente desarrollo de la capacidad creadora”. (Espinoza, 2009)

Basado en lo anterior podemos demostrar y darnos cuenta que los estudiantes no relacionan las matemáticas con la vida cotidiana, simplemente no se dan cuenta de la conexión que hay en estas con el diario vivir, restándole importancia a la materia. Esto apunta a que los estudiantes creen que la matemática utiliza un tipo de lenguaje que solo sirve en el mundo de las matemáticas, desechando completamente la relación que existe entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural (lenguaje usual), provocando un distanciamiento o pérdida de interés entre las formas de pensamiento matemático y la forma de pensar fuera de las matemáticas. Esta hipótesis queda sustentada bajo la teoría de R. Duval:

“Con frecuencia muchos estudiantes, en todos los niveles del currículo, perciben el distanciamiento entre las formas del pensamiento matemático y las formas de pensar fuera de las matemáticas, aunque el conocimiento matemático se pueda usar en la vida real. ¿Se equivocan? En cualquier caso los profesores observan a menudo que la adquisición del conocimiento matemático no introduce a la mayoría” (Duval, 2006).

Es más, muchas veces la enseñanza de este contenido contribuye a que el pensamiento del estudiante sea encapsulado y guiado para que se aprendan algoritmos de resolución de tipos de ejercicios, y no para que se produzcan estas habilidades necesarias.

Podemos darnos cuenta que lo anterior conduce a nuevas propuestas metodológicas, que establezcan un cambio desde un aprendizaje memorístico sin sentido a un aprendizaje significativo. Es así como Ausubel señala que el aprendizaje memorístico:

“sólo da lugar a asociaciones puramente arbitrarias con la estructura cognitiva del que aprende. El aprendizaje memorístico no permite utilizar el conocimiento de forma novedosa o innovadora. Como el saber adquirido de memoria está al servicio de un propósito inmediato, suele olvidarse una vez que éste se ha cumplido”.

De esta manera Ausubel afirma que:

“Sólo habrá aprendizaje significativo, cuando lo que se trata de aprender se logra relacionar de forma sustantiva y no arbitraria con lo que ya conoce quien aprende, es decir, con aspectos relevantes y preexistentes de su estructura cognitiva. Esta relación o anclaje de lo que se aprende con lo que constituye la estructura cognitiva del que aprende, tiene consecuencias trascendentes en la forma de abordar la enseñanza” (Ausubel D. , 1983).

Tomando la idea de Ausubel el aprendizaje memorístico es un conocimiento momentáneo, que impide a los estudiantes enlazar los contenidos futuros; mientras que un contenido con significado para los estudiantes, el cual les permita comprender, relacionar e interpretar, les generará a los estudiantes un aprendizaje significativo el cual es perdurable en el tiempo. Debido a esto debemos inculcar en los estudiantes el interés de investigación, análisis, he interpretación de los diversos contextos de los contenidos, lo cual no siempre se ve reflejado en los estudiantes. Frente a esta idea C. Rojas señala:

“Durante la experiencia acumulada como docente en matemática he observado que los alumnos no tienen una estrategia eficaz para solucionar problemas, no separan la incógnita de lo dado y al finalizar, si han logrado aplicar los procesos algorítmicos, muchas veces no saben responder a la pregunta inicial del problema” (Rojas, 2006).

El modelo del pensamiento y la actividad docente, nos plantea "*Los procesos de pensamientos de los docentes ocurren en la cabeza de los docentes, y por lo tanto no son observables. En cambio, la conducta del docente, la del alumno y los que califican el rendimiento del alumno son fenómenos observables"* (Silva, 2012).

Consideramos que estos modos de pensamientos que también los manifiesta Duval desde otro punto de vista como lo son los cambios de registros de representación de un objeto matemático, son fundamentales de implementar. Podemos darnos cuenta que cada modo de pensamiento (cambio de registro) es igualmente útil que el otro, según el contexto en que se desenvuelva y para propósitos específicos y más enriquecedores cuando están en interacción (como los son los problemas en donde se involucran sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas).

Esta problemática de la algoritmización y mecanización en nuestra educación, se ve reflejada y manifestada en los resultados de las evaluaciones implementadas por el MINEDUC a los diversos establecimientos educacionales a lo largo de nuestro País. Estas evaluaciones estandarizadas miden el nivel de aprendizaje de cada estudiante, evaluando a dicho establecimiento con un puntaje, siendo así comparados con los demás establecimiento del país. Entre estas evaluaciones se encuentra el "Simce", prueba que entre sus objetivos de evaluación y específicamente en el eje temático de álgebra en el cual se encuentran los sistemas de ecuaciones lineales, describe los "aprendizajes esperados" como objetivos de evaluación, que son: "En este eje se evalúa la comprensión de la operatoria algebraica y de los modelos matemáticos que permiten representar situaciones y fenómenos a través de la matemática. Entre otros aspectos, se evaluará la resolución de sistemas de ecuaciones, la interpretación de las soluciones obtenidas; las operaciones con expresiones algebraicas, fraccionarias y no fraccionarias y la comprensión de diversas representaciones de una función (Ministerio de Educación, 2012).

Explícitamente descrito aparece como aprendizaje a evaluar la interpretación de las soluciones obtenidas de un sistema de ecuaciones lineales, pero ¿Qué se entiende por interpretación de soluciones obtenidas?, ya vimos el punto de vista de R. Duval, para la mejor comprensión y apropiación de un concepto matemático es necesario el cambio de registro de representación de un problema, que es lo que justamente sugieren los sistemas de ecuaciones lineales, pero sí es fundamental, como diferentes autores ya mencionados lo afirman, que el estudiante se apropie del concepto de solución, ¿Por qué entonces se pone el énfasis de la enseñanza en la algoritmización de la solución de un sistema de ecuación?, ¿No debería ser el énfasis en la comprensión de la aplicación de un sistema de ecuación lineal, para luego comenzar a abordar la interpretación de la solución de este problema, y recién ahí comenzar a trabajar con los diversos y "múltiples" métodos de resolución?; es decir, a los estudiantes se les enseña primordialmente el "cómo", en desmedro del "por qué". Evidentemente el "cómo" es el cual se evalúa en la prueba que se supone integra los conocimientos necesarios para poder ingresar a la educación superior como es la PSU, siendo el "por qué" lo que realmente se debería considerar como objetivo a evaluar, debido a que éste nos entrega una mayor comprensión y significancia total en el proceso de enseñanza y en el proceso de aprendizaje.

Si deseamos un aprendizaje que sea significativo, es importante considerar que el estudiante sepa establecer una relación entre los conocimientos previos con lo que debe aprender. Estos conocimientos pueden ser aprendidos significativamente si es que el estudiante lleva a cabo la conexión entre otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes que estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del estudiante de modo que funcionen como un punto de partida para un nuevo conocimiento.

El aprendizaje mecánico, contrariamente al aprendizaje significativo, se produce cuando no existen subsunsores adecuados, de tal forma que la nueva información es almacenada arbitrariamente, sin interactuar con conocimientos pre-existentes, un ejemplo de ello enfocado a nuestra investigación sería el aprendizaje de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas , esta nueva información es incorporada a la estructura cognitiva de manera literal y arbitraria puesto que solo consta de asociaciones arbitrarias, "el alumno carece de conocimientos previos relevantes y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativo (Ausubel D. , 1983)

Para nuestros fines investigativos y considerando los puntos expuestos en lo descrito en este planteamiento, creemos profundamente imperativo implementar una propuesta de enseñanza constructivista para contribuir a un aprendizaje significativo en la comprensión de las interpretaciones que se generan de un sistema de ecuaciones de segundo grado.

Delineamos como objetivos:

Objetivos Generales:

- Contribuir a una mejor comprensión en la interpretación de las soluciones de un problema con sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas, a través de un aprendizaje significativo, basado en problemas.

Objetivos específicos:

- Estudiar la interpretación y la extrapolación que genera un estudiante del segundo año de nivel medio de enseñanza, al encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a través de un Pre Test.

- Aplicar estrategias metodológicas, a través de un módulo de aprendizaje basado en problemáticas comunes, para mejorar y prosperar un aprendizaje significativo para los estudiantes.

Descripción del problema:

El problema se centra en que los estudiantes de segundo medio al momento de resolver problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, no logran interpretar las soluciones, si bien pueden generar las soluciones y señalar si existe o no solución, al momento de interpretar dicho problema, ¿Entienden realmente si la solución es pertinente al contexto en el cual está situado el problema?, es decir, ¿Existe una solución apropiada al problema?, ¿Nuestros estudiantes realmente comprenderán lo que están leyendo?; bajo estas interrogantes, son muchos los factores que podrían alterar que los estudiantes no interpretan bien o simplemente no infieran que es lo que están señalando las soluciones. Mucha culpa de ello está en el sistema educativo del país y en la implementación que hacen los establecimientos de este sistema educativo, enfocándose sólo en la obtención de resultados académicos altos, y no prosperando así en el aprendizaje significativo de los contenidos hacia los estudiantes, en este caso el contenido de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Si bien los contenidos se pasan, pero ¿Nuestros estudiantes entienden lo que realizan y el propósito o fin de estos contenidos? Es por eso que decidimos cuestionarnos de la siguiente forma:

1.2. Preguntas a la problemática

- ¿Nuestros estudiantes comprenden el proceso que significa modelar una situación problemática la cual involucra resolver un sistema de ecuaciones lineales?
- ¿Logran entender e interpretar la existencia de una solución de sistema de ecuaciones lineales con el contexto del problema o situación planteada?
- ¿Comprenden el significado de que hay situaciones problemáticas que carecen de solución o que poseen infinitas soluciones?

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

2. MARCO TEÓRICO

En nuestra investigación hemos contemplado una diversa gama de metodologías de enseñanza-aprendizaje, las cuales están descritas por diversos autores quienes validan y apuntan hacia nuestro marco investigativo. Esto apunta a una metodología de carácter constructivista, en la cual el estudiante crea su propio conocimiento mediante un proceso de enseñanza dinámica de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción aplicada por el estudiante que aprende.

2.1. Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

El desarrollo de la asignatura de matemática, en el contexto educacional chileno ha predominado un enfoque curricular academicista, en la cual, es el profesor quien asume el rol de experto o autoridad formal, en donde los estudiantes absorben, transcriben, memorizan y repiten la información. En el caso de los problemas, por lo general los profesores recurren a un solo método para resolverlos y no dejan autonomía en el pensamiento a sus estudiantes, los cuales deben reproducir la misma estrategia de solución que le fue enseñada (Calvo, 2008). Por el contrario, en el método de Aprendizaje Basado en Problemas es el profesor quien tiene el rol de facilitador, tutor o guía, en donde los estudiantes participan activamente en la resolución del problema, identifican necesidades de aprendizaje, investigan, aprenden, aplican y resuelven problemas.

Los estudiantes desde el diseño original del problema hasta su solución trabajan en pequeños grupos, destacando el desarrollo de la colaboración entre pares, compartiendo en esa experiencia de aprendizaje la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades de observar y reflexionar, en comparación al método curricular academicista, en el cual difícilmente podrían llevarse a cabo estos tipos de situaciones.

La práctica de trabajo en el aula con pequeños grupos de estudiantes, orientado a la solución del problema es una de las principales características del ABP. En estas actividades grupales los estudiantes adquieren compromisos y acciones que son primordiales en su proceso formativo (ITES, 2004).

2.1.1. ABP y sus características

El ABP se define como una estrategia de enseñanza-aprendizaje en la que tanto el empoderamiento de conocimientos como el desarrollo de habilidades y actitudes resultan importantes. De este modo el ABP sugiere reunir un grupo pequeño de estudiantes, con la guía de un profesor, para analizar y resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el éxito del objetivo de aprendizaje de la clase. Durante el proceso de interacción de los estudiantes para entender y resolver el problema, se logra además el aprendizaje del conocimiento propio de la materia, que comprendan la importancia de trabajar colaborativamente, que desarrollen habilidades de análisis y síntesis de información comprometiéndose con su proceso de aprendizaje (ITES, 2004).

El Aprendizaje Basado en Problemas se sostiene en distintas teorías sobre el aprendizaje, siendo la más distinguida la teoría del constructivismo, la cual integra el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, adhiriendo el proceso de enseñanza-aprendizaje. El ABP apunta a que el estudiante comprenda, reflexione e intérprete de manera adecuada la respuesta a la situación problemática planteada, donde se integran aspectos de orden filosófico, sociológico, psicológico, histórico y práctico. La estructura y el proceso de solución al problema están siempre abiertos, lo cual motiva al estudiante a un aprendizaje consciente y a un trabajo de grupo en el cual el factor de colaboración de los participantes es fundamental para el logro del aprendizaje.

Las características del Aprendizaje Basado en Problema en su generalidad proponen impulsar actitudes positivas hacia el aprendizaje, en la cual la autonomía del estudiante es respetada, siendo este quien aprende sobre los contenidos, basado en su propia experiencia en la dinámica de trabajo en grupo.

A continuación se describen algunas características del ABP (ITES, 2004):

- Es una metodología en la cual el trabajo activo de los estudiantes beneficia la constante adquisición del conocimiento.

- El método de enseñanza está orientado a la solución de problemas los cuales son seleccionados o diseñados para lograr el aprendizaje de ciertos objetivos de conocimiento.

- Es un método centrado en el estudiante y en su aprendizaje. A través del trabajo autónomo y en equipo los estudiantes deben lograr los objetivos planteados en el tiempo previsto.

- Los estudiantes trabajan en pequeños grupos, lo cual beneficia que al momento de surgir cualquier dificultad o problemática, se produzca una mayor colaboración de grupo, la cual genere una mejor eficacia en la resolución y mayor compromiso y responsabilidad en el logro de los objetivos. Este compromiso tomado por todos los integrantes del grupo ayuda a que la motivación por realizar la actividad aumente, obteniendo así una responsabilidad con su proceso de enseñanza-aprendizaje como también para con sus compañeros de grupo.

- Esta metodología da camino para relacionar las diversas asignaturas entre sí. Esto quiere decir, que los estudiantes al momento de verse enfrentados a una problemática, puedan resolver recurriendo a conocimientos previamente adquiridos de las diversas asignaturas, dependiendo del contexto de dicho problema. Esto ayuda a que los estudiantes integren en un “todo” sus aprendizajes, enlazando de manera coherente las distintas asignaturas, con el fin de interpretar y resolver la problemática en cuestión (UPM, 2008).

- El profesor se convierte en un facilitador o tutor del aprendizaje, en el cual las lecciones incorporan interacción y creatividad, estas son relacionadas a la vida diaria convirtiendo el aprendizaje en una necesidad. De esta manera el docente interactúa y realiza preguntas con la intención de cuestionar en todo momento a los estudiantes, en diversas situaciones presentadas para desafiar las habilidades del pensamiento crítico de los estudiantes estableciendo así relaciones cooperativas entre el educador y el estudiante.

2.1.2. ¿Cómo difiere el ABP de otras estrategias de enseñanza?

A continuación se presenta una tabla comparativa la cual señala las diferencias metodológicas de enseñanza entre el aprendizaje basado en problemas y el academicista.

Proceso de aprendizaje tradicional(memorístico o academicista):	Proceso de Aprendizaje Basado en Problemas (ABP):
El profesor asume el rol de experto.	Los profesores tienen el rol de facilitador, tutor, guía, co-aprendiz.
Los profesores transmiten la información al estudiante.	Los estudiantes toman la responsabilidad de aprender y crear asociaciones entre estudiante y profesor.
Los profesores organizan el contenido en exposiciones de acuerdo a su disciplina.	Los profesores diseñan su curso basado en problemas abiertos. Los profesores incrementan la motivación de los estudiantes presentando problemas reales.

Los estudiantes son vistos como “recipientes vacíos” o receptores pasivos de información.	Los profesores buscan mejorar la iniciativa de los estudiantes y motivarlos. Los estudiantes son vistos como sujetos que pueden aprender por cuenta propia.
Las exposiciones del profesor son basadas en comunicación unidireccional; la información es transmitida a un grupo de estudiantes.	Los estudiantes trabajan en equipos para resolver problemas, adquieren y aplican el conocimiento en una variedad de contextos. Ellos localizan recursos y los profesores los guían en este proceso.
Los estudiantes trabajan por separado.	Los estudiantes conformados en pequeños grupos interactúan con los profesores quienes les ofrecen retroalimentación.
Los estudiantes absorben, transcriben, memorizan y repiten la información para actividades específicas como pruebas o exámenes.	Los estudiantes participan activamente en la resolución del problema, identifican necesidades de aprendizaje, investigan, aprenden, aplican y resuelven problemas.
El aprendizaje es individual y de competencia.	Los estudiantes experimentan el aprendizaje en un ambiente cooperativo.
Los estudiantes buscan la “respuesta correcta” para tener éxito en un examen.	Los profesores evitan solo una “respuesta correcta” y ayudan a los estudiantes a armar sus preguntas, formular problemas, explorar alternativas y tomar decisiones efectivas.
La evaluación es sumatoria y el profesor es el único evaluador.	Los estudiantes evalúan su propio proceso así como los demás miembros del equipo y de todo el grupo. Además el profesor implementa una evaluación integral, en la que es importante tanto el proceso como el resultado.

Tabla 1: Diferencias del ABP con otras metodologías de enseñanza (ITES, 2004).

2.1.3. Proceso de diseño del ABP. Orientaciones Didácticas

El proceso de diseño de toda técnica didáctica implica la existencia de ciertas variables para llevar a cabo un óptimo procedimiento. Para realizar una actividad bajo el marco teórico de la ABP, previamente hay que tener en consideración las circunstancias y aspectos fundamentales para el logro del objetivo de la actividad. A continuación se detallarán condiciones recomendables para realizar una actividad en el ABP.

a) Transformar el lineamiento del programa de enseñanza-aprendizaje, apuntando a la independencia del aprendizaje en los estudiantes, al contrario de ser receptores pasivos de información (ITES, 2004).

b) Destacar el desarrollo de actitudes y habilidades que busquen la adquisición activa de nuevo conocimiento y no sólo la memorización del conocimiento existente.

c) Estimular conocimientos previos en los estudiantes de forma adecuada y precisa, los cuales les ayudarán al proceso de construcción de nuevos conocimientos que se formularán durante el transcurso de la solución e interpretación del problema.

d) Generar un ambiente adecuado para que los grupos de estudiantes trabajen de manera colaborativa para resolver problemas comunes en forma crítica y analítica. Además promover la intervención del profesor como mediador en el proceso de discusión y en el aprendizaje.

e) El profesor desempeña un rol de facilitador del aprendizaje, desarrollando en los estudiantes el pensamiento crítico, habilidades para la solución de problemas, interpretación y para la colaboración entre sus pares, mientras identifican problemas, formulan hipótesis, conducen la búsqueda de información, realizan experimentos y determinan la mejor manera de llegar a la solución e interpretación de los problemas planteados.

f) Promover la independencia investigativa sobre los temas necesarios para resolver el problema, fuera del núcleo del grupo, para enriquecer el aprendizaje, de esta manera discutirán lo que han aprendido de manera independiente con el resto del grupo, de la misma manera los estudiantes podrán pedir apoyo al profesor para la solución e interpretación del problema y el aprendizaje de los contenidos (ITES, 2004).

El eje central del trabajo en el ABP está en el planteamiento del problema. Los estudiantes se sentirán involucrados y con mayor compromiso en la medida en que identifican el problema como un desafío y una posibilidad de aprendizaje significativo. Según B. Duch (Duch, 1999) las características de los problemas en el ABP se basan en los siguientes criterios:

I. El diseño del problema debe ser interesante y llamativo para los estudiantes, para motivarlos a analizar de manera profunda los conceptos y objetivos que se requiere aprender. El problema debe ser contextualizado con los objetivos del curso en conjunto con situaciones problemáticas de la vida diaria para que los estudiantes encuentren mayor sentido en el trabajo que realizan.

II. Los problemas deben conducir a los estudiantes a tomar decisiones sobre la interpretación y el desarrollo de la situación problemática, por lo cual deben justificar su proceder mediante el razonamiento y la coherencia con el objetivo del aprendizaje.

III. Las preguntas de inicio deben tener alguna de las siguientes características; de tal modo que todos los estudiantes se interesen y entren en discusión sobre la temática y el contexto del problema:

- Preguntas abiertas, es decir, que no se limiten a una respuesta concreta.
- Conexo a conocimientos previos, es decir, dentro de un marco de conocimientos específicos.
- Temas de controversia que despierten diversas opiniones entre los estudiantes.

Según el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey:

“De este modo se mantiene a los estudiantes trabajando como un grupo y sacando las ideas y el conocimiento de todos los integrantes y evitando que cada uno trabaje de manera individual” (ITES, 2004).

IV. La colaboración de todos los integrantes del grupo de trabajo es necesaria para poder abordar la situación o problema de manera eficiente. La complejidad del problema debe ser dirigida por el profesor con la intención de que los estudiantes no se dividan el trabajo, para así favorecer el trabajo grupal.

En general, el diseño de los problemas bajo el ABP debe estar estructurado para motivar la investigación independiente a través de todos los medios disponibles para el estudiante y además generar discusión en el grupo. En la situación del trabajo de grupo ante el problema, este diseño tiene el deber de estimular a los estudiantes para que utilicen sus conocimientos previos, ya sea de esta asignatura o de cualquier otra. En este proceso los estudiantes “aprenden a aprender”, por lo tanto, desarrollan la capacidad de aplicar el pensamiento sistémico para resolver las nuevas situaciones problemáticas que se le presentarán a lo largo de su vida.

2.1.4. Información en el proceso de ABP

La información recopilada por cada estudiante y transmitida al grupo con el propósito de solucionar el problema, debe ser validada y verificada, ya que esto es de suma importancia para que los estudiantes confíen en la información que contribuye cada miembro del grupo.

Los estudiantes constantemente deben sentirse libres para cuestionar cualquier información que sea aportada al grupo. Durante el desarrollo de una actividad bajo el marco de ABP se recomienda que el profesor observe y confirme la comprensión e interpretación de los estudiantes sobre la información y los temas analizados, pidiéndoles que apliquen el conocimiento previo adquirido y que realicen los siguientes pasos para ordenar y administrar de buena forma la información recaudada:

- Elaborar un mapa conceptual que ilustre la información que se ha obtenido.
- Generar una tabla que muestre las relaciones entre los conceptos.
- Realizar un resumen de los puntos discutidos en torno al problema en diferentes momentos de la sesión.
- A fin de observar la comprensión de la información, el profesor tiene la obligación de estar atento a plantear preguntas para saber:

    - Si todos están de acuerdo con la información que se ha discutido.
    - Si todos comprenden la información.
    - Si la información presentada ayuda en la interpretación y solución adecuada del problema y la cobertura de los objetivos de aprendizaje. (ITES, 2004)

El profesor da la facultad al grupo para que estos decidan cuándo él debe intervenir en el proceso de interpretación y solución al problema, siempre y cuando su actitud no genere dependencia, ya que al crear una dependencia no estaría ayudando a construir el conocimiento a través de las situaciones problemáticas.

2.1.5. Actividades y responsabilidades del estudiante y el profesor

El uso del ABP como técnica didáctica, establece que los profesores y estudiantes cambien la estructura de cómo enseñar y de cómo aprender respectivamente, es decir, modificar su conducta y sus actitudes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto implica además que adopten la necesidad de desarrollar habilidades para poder tener un desempeño óptimo en sus actividades.

El ABP también trae como consecuencia que los estudiantes adquieran nuevas responsabilidades para poder lograr los objetivos de aprendizaje que ha designado el profesor.

A continuación se presenta un esquema con algunas de las características necesarias en los estudiantes que participan en el ABP. Es importante señalar que si el estudiante no cuenta con estas cualidades debe estar dispuesto a desarrollarlas o mejorarlas.

Esquema 1: Actividades y responsabilidades de los estudiantes.

En el ABP el profesor juega un rol fundamental para el logro del objetivo de la actividad, ya que no es un observador pasivo, por el contrario, debe estar activo orientando el proceso de aprendizaje asegurándose de que el grupo no pierda el objetivo designado, y además identifique los temas más importantes para cumplir con la interpretación y resolución del problema.

A continuación se presenta un esquema que resume las características y responsabilidades del profesor bajo el marco del ABP.

Esquema 2: Actividades y responsabilidades del profesor.

Tabla comparativa

En la presente tabla se muestran las diferentes características comparativas entre los roles, actitudes, responsabilidades y actividades del profesor y los estudiantes.

Profesor	Estudiantes
Da un papel protagonista a los estudiantes en la construcción de su aprendizaje.	Asumir su responsabilidad ante el aprendizaje.
Tiene que ser consciente de los logros que consiguen sus estudiantes.	Trabajar con diferentes grupos gestionando los posibles conflictos que surjan.
Es un guía, un tutor, un facilitador del aprendizaje que acude a los estudiantes y que les ofrece información cuando la necesitan.	Tener una actitud receptiva hacia el intercambio de ideas con los compañeros.
El papel principal es ofrecer a los estudiantes diversas oportunidades de aprendizaje.	Compartir información y aprender de los demás.
Ayuda a sus estudiantes a que piensen críticamente orientando sus reflexiones y formulando cuestiones importantes.	Ser autónomo en el aprendizaje (buscar información, contrastarla, comprenderla y aplicarla) y saber pedir ayuda y orientación cuando lo necesite.
Realizar sesiones de tutoría con los estudiantes.	Disponer de las estrategias necesarias para planificar, controlar y evaluar los pasos que lleva a cabo en su aprendizaje.

Tabla 2: Comparación Profesor Estudiante ABP **(UPM, 2008)*.***

2.1.6. Aprendizajes que promueven el uso del ABP

El trabajar bajo el marco del ABP genera un ambiente adecuado para el desarrollo de diversos aprendizajes. Tanto el aprendizaje de conocimientos propios de la asignatura, como la integración de habilidades, actitudes y valores que son estimulados en los estudiantes por el desafío de la interpretación y resolución de un problema de trabajo grupal.

La integración en mayor o menor medida de los aprendizajes descritos estará determinada por la capacidad del profesor y por la disposición de los estudiantes al participar en esta forma de trabajo (ITES, 2004).

Los aprendizajes que se fomentan en los estudiantes al trabajar con el ABP son los siguientes:

- Habilidades cognitivas como el pensamiento crítico, análisis, síntesis y evaluación.
- Habilidad para identificar, interpretar y solucionar problemas.
- Capacidad para detectar sus propias necesidades de aprendizaje, con un trabajo colaborativo y una actitud cooperativa y dispuesta al intercambio, desarrollando el sentimiento de pertenencia grupal.
- Comprender los fenómenos que son parte de su entorno, tanto de su área de especialidad como contextual (político, social, económico, ideológico).
- Argumentar y debatir ideas utilizando fundamentos sólidos.
- Una actitud positiva y dispuesta hacia el aprendizaje y los contenidos propios de la materia.
- Una cultura orientada al trabajo colaborativo.

2.1.7. Evaluación del ABP

Si cambian las maneras de aprender y enseñar, también será necesario modificar la forma de evaluar los aprendizajes. El estudiante "ideal" ya no es aquel que en una evaluación final obtiene una buena calificación por el motivo de haber estudiado de memoria el contenido de la asignatura. El estudiante "ideal" ahora es aquel que ha adquirido, por medio de un aprendizaje significativo y cooperativo, los conocimientos necesarios y que, además, ha desarrollado las competencias previstas de acuerdo a los objetivos del currículum gracias a una reflexión profunda y a una construcción activa de los aprendizajes (UPM, 2008).

Desde esta perspectiva, para evaluar estos aprendizajes podemos utilizar diversas técnicas:

- Caso práctico en el que los estudiantes tengan que poner en práctica todo lo que han aprendido.

- Un examen que no esté basado en la reproducción automática de los contenidos estudiados, sino que implique que el estudiante organice coherentemente sus conocimientos.

- Evaluación realizada entre pares (co-evaluación). El estudiante, durante su proceso de aprendizaje, ha trabajado con sus compañeros cooperativamente. Por tanto, conocer la opinión de los compañeros también resulta interesante. Los aspectos sobre los que se pueden preguntar pueden ser: ambiente cooperativo dentro del grupo, reparto de tareas eficaz, cumplimiento de las expectativas como grupo.

2.2. Enseñanza eficaz de la resolución de problemas de matemáticas

La resolución de problemas ha sido considerada una de las áreas de la matemática que mayor dificultad ha presentado para la población estudiantil. Los estudiantes son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas como son la suma, resta, multiplicación y división, pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica y repetitiva. Por ello es fundamental tomar conciencia acerca de la problemática vivida en torno a este tema, y a su vez tomar las medidas necesarias para lograr el mejoramiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas.

Según María Calvo, (Calvo, 2008) "...La resolución de problemas debería darse al mismo tiempo que el aprendizaje de las operaciones en vez de después, como aplicaciones de éstas...". Según esto, la metodología empleada en la enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas, es un elemento clave para el logro satisfactorio de los contenidos. Según G. Polya (Polya, 1965) explica "...que el profesor tiene en sus manos la llave del éxito ya que, si es capaz de estimular en los estudiantes la curiosidad, podrá despertar en ellos el gusto por el pensamiento independiente; pero, si por el contrario dedica el tiempo a ejercitarles en operaciones de tipo rutinario, matará en ellos el interés...".

Los estudiantes deben ser introducidos de manera motivante a la materia, para lograr interés y evitar la desmotivación ante la falta de comprensión de los diversos conceptos. De lo anterior se infiere la imperiosa necesidad de erradicar de la concepción de la matemática como una materia aburrida y difícil, los que nos conduce a tomar medidas necesarias para lograr el mejoramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la resolución e interpretación de problemas. Para lograr esto es necesaria una metodología que ayude al estudiante a encontrar la solución correcta de un problema, de una manera comprensiva, por ende es importante reconocer el papel del estudiante y del profesor en este proceso, así como la influencia que tiene la actitud que muestren ambos.

2.2.1. Fundamentos teóricos

Frente a la problemática se han realizado algunos trabajos cuyos aportes son valiosos para esta área de estudio, entre ellos se mencionan los siguientes:

Pinteño y otros (Pinteño, 1999), estudiaron la mejora del rendimiento en el área a través de la resolución de problemas. Esta investigación tiene como base estudios realizados en Estados Unidos y España, los cuales muestran resultados mediocres o muy bajos en cuanto a la resolución de problemas de dos operaciones por parte de los estudiantes de la escuela elemental y media de estos países. Con la investigación se tenía la pretensión de lograr una mejora sustancial de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas aplicando un modelo de resolución de problemas. La sesión empleada seguía el siguiente esquema de trabajo:

- Introducción por parte de la persona instructora con los componentes manipulativos.

- Explicación de los componentes gráficos y simbólicos.

- Realización por parte de los sujetos de los problemas. Esta tarea fue realizada individualmente, en parejas o en pequeños grupos.

- Corrección de la tarea, cuando la mayoría del grupo había terminado el trabajo. Se promovió la discusión de las soluciones aportadas por los estudiantes, lo cual favorece a la creación de un conflicto cognitivo en el caso de la existencia de soluciones divergentes. Se hace especial hincapié en la comprobación del resultado volviendo a leerse la pregunta del problema y comprobando si la solución aportada corresponde con lo pedido. Se tuvo especial cuidado en el tratamiento de los errores cometidos por el alumnado, tratando de considerarlos como algo natural durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En los resultados se logró conocer que la aplicación del programa instruccional en resolución de problemas aritméticos a un grupo de estudiantes muestra resultados sensiblemente superiores en las puntuaciones finales, respecto a las iniciales en las diversas categorías semánticas de problemas.

Sánchez (Sánchez, 2001) realizó una investigación acerca de las dificultades de los estudiantes de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos. Esta se adentra en un grupo de estudiantes que mostraron dificultad en esta área, realizando un análisis retrospectivo de las enseñanzas y aprendizajes a las cuales han sido sujetos a lo largo de su educación primaria. Extrayendo así que las dificultades para no resolver correctamente los problemas, no radican en los estudiantes mismos, sino que entran otros aspectos en juego, tales como la metodología empleada por el docente o la actitud que éste tenga hacia la materia. El objetivo principal de la investigación fue conocer y comprender la relación que existe entre las dificultades para la resolución de problemas matemáticos presentes en los estudiantes de sexto grado y la forma en cómo les enseñaron las matemáticas en los grados anteriores, y así es posible estar en condiciones de establecer correlaciones entre ambos aspectos. De acuerdo a los resultados se evidencia que la presencia de dificultades se debe a que no se tomó en cuenta durante su enseñanza, la maduración psicogenética, se ha olvidado, ignorado o desconocido que la concepción y comprensión por parte del estudiante de los contenidos matemáticos están (Ruiz & García, 2003) en relación con el nivel de desarrollo en que se encuentre. Según la investigadora, no se da un seguimiento lógico y continúo entre los elementos del proceso de enseñanza, en múltiples ocasiones se empieza por lo último, es decir, la ejercitación de mecanizaciones para luego aplicarlas a la resolución de problemas.

Ruiz y otros (Ruiz & García, 2003) realizaron una investigación llamada “El lenguaje como mediador de la aritmética en la primera etapa de educación básica”. Su propósito fue diseñar, ejecutar y evaluar estrategias didácticas para promover el desarrollo del pensamiento aritmético, utilizando el lenguaje como mediador en estudiantes de la primera etapa de educación básica en Trujillo México. Entre las estrategias didácticas más sobresalientes en la investigación se encuentran: Promover la comunicación oral y escrita, como forma de hacer con las palabras las mismas acciones que se hacen con los objetos; en este sentido, la promoción de la aritmética oral debe ser tan importante como la escrita. Propiciar el desarrollo de la “reversibilidad”, como estrategia cognitiva, mediante la cual en la acción de “devolverse” debe lograrse la comprensión de las nuevas relaciones que aparezcan y de la forma diferente en que se manifiestan las acciones preliminares. Los hallazgos evidenciaron que los estudiantes tratan de describir e interpretar el proceso de resolución de problemas, mostrando satisfacción en el trabajo cooperativo y desarrollo progresivo de la autonomía. De este análisis surgió una afirmación general, la cual se refiere a que cada estudiante es capaz de desarrollar conocimientos aritméticos y lingüísticos significativos cuando se promueven estrategias tales como: el juego, la resolución de problemas, la reversibilidad, la interacción verbal, además, la lectura y escritura fueron asumidas como procesos generadores de significados.

Estas investigaciones citadas, surgen ante una necesidad evidente de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, las cuales hasta ahora no han sido utilizadas estrategias adecuadas que favorezcan la adquisición de conceptos matemáticos de manera significativa. Una posible causa de la problemática que existe en torno a la enseñanza de la matemática, es que esta asignatura así como los conceptos y destrezas que involucra, carece de significado para la mayoría de los docente, por lo que imparten sus clases de la misma manera en que les fue enseñada, es decir, mecánicamente sin alcanzar la comprensión de cada proceso al momento de efectuar alguna operación matemática.

Por lo tanto, es necesario replantear el enfoque curricular en la metodología empleada, ya que no es el estudiante quien debe estar en función del contenido, sino todo lo contrario; el currículo debe concebirse de tal manera que beneficie tanto a los grupos de estudiantes como a la sociedad en general. Se debe estimular la adquisición del conocimiento lógico matemático de manera que cada estudiante pueda descubrir la importante relación existente entre el contenido y la vida cotidiana.

2.2.2. El conocimiento lógico matemático

Se debe considerar que el conocimiento lógico matemático se incrementa por medio de la relación con el entorno, de aquí deriva la importancia de propiciar en las clases de matemática momentos en los cuales los estudiantes puedan estar en contacto con material proveniente o enfocado al medio externo que los rodea. De esta forma, los estudiantes serán capaces de comprender el sentido de la matemática al descubrir que esta se encuentra presente en todos los elementos del entorno, así como en las actividades que realizan, ya que la matemática no se encuentra solamente en el aula sino que en todo lo que nos rodea. Según Echenique (Echenique, 2006) explica que se debe enseñar a los estudiantes "a pensar matemáticamente, es decir, a que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas en un amplio rango de situaciones y, en este sentido, los propios problemas serán las "herramientas" que les llevarán a ello. Es importante tener presente que la adquisición del conocimiento matemático va paralela al desarrollo del pensamiento lógico, y el eje central en torno al cual gira esta adquisición y desarrollo, es la resolución de problemas. La resolución de problemas, es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuye a desarrollar en los estudiantes estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real, aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos. Ante esto, es necesario que las situaciones problemáticas que se le presenten a los estudiantes, sean relacionadas con la realidad que lo rodea, ya que le será más fácil a un estudiante pensar de manera lógica cuando es capaz de vivenciar el problema y de manipular objetos con el fin de lograr una mayor comprensión de la situación.

Se debe reconocer que la lógica en matemática es una destreza que puede y debe ser desarrollada y fortalecida durante el periodo escolar. La enseñanza de la matemática debe ser atendida con especial cuidado, con el fin de lograr que los niños y las niñas desarrollen sus habilidades correspondientes al periodo en que se encuentran.

2.2.3. Enseñanza de la matemática

La matemática es un conocimiento que generalmente despierta poco interés, lo cual se evidencia en aquellos quienes después de haber terminado un año académico no quieren saber nada de ella; esto se debe principalmente por las experiencias o habilidades que haya tenido cada individuo en la disciplina. De este modo, algunas personas sienten frustración ante ejercicios o problemas matemáticos, y otros, por el contrario se sienten motivados y satisfechos al enfrentarse a esta materia. El ambiente que se genere en el proceso de enseñanza-aprendizaje es un factor imperativo para propiciar ambos tipos de sentimientos; por ejemplo ante la falta de un ambiente propicio y de una metodología adecuada durante la enseñanza de la matemática, la experiencia resultante no podrá ser muy positiva. El estudiante será capaz de comprender de una mejor manera aquello que puede relacionar con sus experiencias, pues encontrará que posee mayor relevancia en su vida cotidiana. Lamentablemente esto no ocurre con frecuencia, ya que en su mayoría los docentes utilizan como eje central de la actividad matemática la pizarra y limitan la participación de sus estudiantes; por lo general, las actividades escolares fomentan la memorización y el estudiante no es capaz de poner en práctica la información que ha aprendido de memoria, o en la mayoría de los casos la olvida fácilmente después de resolver un examen. De ahí que las estrategias de aprendizaje utilizadas adquieran tanta importancia durante el proceso de enseñanza.

Es fundamental para la enseñanza significativa de la matemática buscar el modo de relación entre el aprendizaje nuevo con los conocimientos que ya posee y así facilitar la comprensión del nuevo aprendizaje. Es bien sabido que dentro del aula escolar hay estudiantes con multiplicidad de habilidades y capacidades, y esto no debe ser una limitante en el aprendizaje de la matemática, por tanto, es responsabilidad del docente generar el ambiente propicio para desarrollar al máximo la capacidad de cada estudiante y no desechar los conocimientos que traen consigo, aunque no todos lleguen al mismo nivel. En la enseñanza de la matemática se ha dejado de lado el pensamiento analítico y reflexivo, el cual ha sido sustituido por la memoria y la mecanización generada principalmente por la repetición de ejercicios. Con el fin de trabajar la comprensión lógica de los problemas matemáticos, es fundamental que cada docente tenga en cuenta cuáles son las habilidades que debe fomentar durante sus clases.

2.2.4. Desarrollo de habilidades intelectuales

Es importante que la enseñanza de la matemática no se centre ni cierre exclusivamente en la adquisición de conocimientos, ya que esto constituye una de las principales preocupaciones en el trabajo docente. En múltiples ocasiones por esta preocupación se descuida el desarrollo de habilidades intelectuales que son indispensables para lograr la comprensión de los procesos matemáticos. Las actividades realizadas en una clase de matemática deben contribuir al desarrollo de la capacidad de pensamiento del estudiante, con el fin de que cada individuo aprenda a razonar matemáticamente y aumente su capacidad para resolver problemas. Se reconoce en este aspecto la importancia de la matemática, no sólo para cubrir una serie de contenidos, sino para desarrollar destrezas necesarias en la vida, con las cuales logren resolver, en un futuro, problemas de su propio entorno o círculo social. A continuación se explican las habilidades que debiesen ser desarrolladas:

- ***Clasificación:*** Esta habilidad se desarrolla en la medida en que el estudiante descubra por sí mismo los criterios de clasificación, no basta con que los clasifique a partir de un criterio dado. Esta habilidad es básica en la construcción de los diferentes conceptos matemáticos, como son los de número, y las operaciones numéricas.

- ***Flexibilidad del pensamiento:*** Implica que el estudiante reconozca que un problema puede ser resuelto de diferentes maneras. El docente debe contemplar que en múltiples ocasiones los estudiantes utilizan estrategias para resolver un problema o ejercicio sin que les hayan sido enseñadas.

- ***Estimación:*** Es una habilidad que permite dar una idea aproximada de la solución de un problema o ejercicio, se desarrolla incentivando al estudiante a que dé respuestas aproximadas, lo cual permite tener una idea de lo razonable del resultado que se obtenga. La estimación pone en evidencia el manejo que se tiene del sistema de numeración y el cálculo mental.

- ***Generalización:*** El desarrollo de esta habilidad permitirá al estudiante generalizar relaciones matemáticas o estrategias de resolución de problemas.

- ***Imaginación espacial:*** Esta habilidad implica que los estudiantes desarrollen procesos que les permitan ubicar los objetos en un plano determinado, interpretar figuras tridimensionales, estimar longitudes, áreas o volúmenes.

- ***Reversibilidad del pensamiento:*** Se refiere a seguir una secuencia en orden progresivo, al reconstruir procesos mentales en forma directa o inversa; es decir, que tengan la habilidad de hacer acciones opuestas simultáneamente. Por medio de esta acción los estudiantes no solo deben ser capaces de resolver un problema, sino de plantearlos a partir del resultado.

2.2.5. Problemática en torno a la metodología empleada

Los métodos tradicionales empleados en la enseñanza de la matemática generan mayor desmotivación por parte de los estudiantes hacia la materia. La metodología influye mucho en la actitud que puedan presentar los estudiantes, entonces, si el docente se preocupa por presentar el contenido de forma interesante, será posible que sus estudiantes muestren una actitud más positiva independientemente de su habilidad hacia la materia.

El tiempo que se estima a cada contenido hace que la tarea de resolver problemas se torne más difícil, ya que por la prisa que ocasiona abarcar todo el currículo pre-escrito, no se le da el tiempo necesario al estudiante para que interiorice y procese cada problema, y trate de resolverlo por sí mismo. Además la resolución de problemas es vista como un tema más dentro del programa escolar, y al igual que todos los otros, se pretende asignar un tiempo para ser estudiado, por lo que deja de ser el eje central de la matemática.

Es necesario que las situaciones planteadas a los estudiantes se presenten en contextos y situaciones reales de acuerdo con su entorno, su edad y las experiencias previas que posea. Es fundamental conocer qué tipo de dificultades surgen como consecuencia de una enseñanza poco eficaz en la resolución de problemas con el fin de trabajar en la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje. Si el docente no reconoce cuáles son las principales limitaciones que debe enfrentar no será capaz de mejorar su labor, pues primero se debe tomar conciencia sobre aquello que requiere un cambio.

Según los autores Puig (Puig, 1996) y Buschiazzo (Buschiazzo, 1997) explica que:

"…el profesor de matemáticas debería luchar por posibilitar que cada estudiante desarrolle, dentro de sus capacidades, la comprensión y destrezas matemáticas exigidas para la vida adulta, para el trabajo y para posteriores estudios y aprendizajes, teniendo presentes las dificultades que algunos estudiantes experimentarán para lograr una comprensión apropiada".

De esta manera, la resolución de problemas matemáticos debe aprovecharse para desarrollar destrezas y habilidades básicas como la comprensión, el análisis, la creatividad… con las cuales puedan lograr en un futuro resolver problemas de su propia vida e incluso sean capaces de proponer soluciones ante los problemas sociales que deba enfrentar. De ahí la importancia de la resolución de problemas matemáticos.

2.2.6. Resolución de problemas matemáticos

Se reconoce que el problema debe ser un desafío para el estudiante, y debe estar acorde al nivel de formación de cada grupo. De este modo, no se pretende que todos resuelvan siempre los mismos problemas; al considerar que dentro de la clase se pueden encontrar estudiantes con distintas capacidades, es lógico que resuelvan problemas con diferentes niveles de dificultad, de manera que sea un verdadero reto para todos.

Es importante que los estudiantes sean capaces de explicar y justificar el proceso seguido en la resolución de problemas y comprendan la razón de las soluciones que proponen, es necesario que entiendan por qué ciertos procedimientos conducen a la respuesta esperada y otros no. Comúnmente en las clases de matemática se observa que los estudiantes olvidan con frecuencia lo que deben hacer cuando se retoma un contenido que ha sido visto anteriormente.

Esto se da generalmente por su falta de intervención en el proceso de resolución de ejercicios y problemas; por lo tanto, es necesario incentivar la participación de los estudiantes como sujetos del proceso enseñanza aprendizaje, cada estudiante debe reconocer su capacidad de pensamiento y determinar sus avances y errores en el transcurso del aprendizaje.

Buschiazzo y otros (Buschiazzo, 1997) explican ciertas tareas importantes que posee el docente en la enseñanza de resolución de problemas, entre las cuales se destacan:

- Selección de problemas: para esto el docente debe tener en cuenta las características del grupo en general con el fin de contextualizar la situación problemática; además debe contemplar las características individuales, para adecuar el problema al nivel cognitivo de sus estudiantes.

- Orientar la resolución: el educador debe actuar como guía en la resolución del problema, debe permitir que sea el estudiante quien proponga las soluciones y se dé cuenta de sus errores. Esto no quiere decir que el docente se muestre como un simple espectador, sino que oriente el proceso de manera que evite dar una única ruta de solución a sus estudiantes.

- Estimular la resolución de problemas: será común que en el proceso los estudiantes sientan desánimo ante la dificultad que se les presente, ante esto el educador debe motivarlos para que muestren una actitud positiva en todo momento.

- Debe ser modelo ante la resolución de problemas: mediante la actitud que tenga, el docente puede transmitir una serie de sentimientos a sus estudiantes; por lo que es indispensable que sea optimista y muestre gusto ante los problemas que se están resolviendo. Por tanto debe evitar comentarios o gestos que puedan desanimar a los estudiantes.

Cada una de las funciones mencionadas son necesarias para incentivar la búsqueda de soluciones por parte de los estudiantes.

2.3. Métodos de resolución de problemas

Considerando los métodos de resolución de problemas, Echenique (Echenique, 2006) aclara que:

“Durante muchos años y todavía en nuestros días, la mayor parte de los problemas matemáticos que se proponen en clase tienen como finalidad aplicar los contenidos o algoritmos que se han estudiado en la unidad didáctica de la que forman parte. Estas actividades no potencian la búsqueda de procedimientos de resolución, sino que, más bien al contrario, a menudo se presentan como baterías de problemas que los alumnos resuelven de forma mecánica”.

2.3.1. Resolución de problemas según G. Polya

Polya establece cuatro etapas para una correcta resolución de problemas en la asignatura de Matemáticas, las cuales serán descritas a continuación:

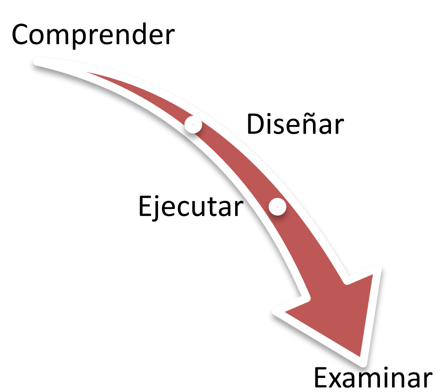
- Comprender el problema: implica entender tanto el texto como la situación que presenta el problema, diferenciar los distintos tipos de información que ofrece el enunciado y comprender qué debe hacerse con la información que es aportada. Se debe leer el enunciado despacio, tratando de contestar las siguientes interrogantes: ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos). ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos). Después hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas y si es posible, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

- Diseñar un plan: es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella, es necesario abordar cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder.

- Ejecución del plan: consiste en la puesta en práctica de cada uno de los pasos diseñados en la planificación. Es necesaria una comunicación y una justificación de las acciones seguidas: primero calculo…, después…, por último… hasta llegar a la solución. Esta fase concluye con una expresión clara y contextualizada de la respuesta obtenida.

- Examinar la solución: es conveniente realizar una revisión del proceso seguido, para analizar si es o no correcto el modo como se ha llevado a cabo la resolución. Es preciso contrastar el resultado obtenido para saber si efectivamente da una respuesta válida a la situación planteada, reflexionar sobre si se podía haber llegado a esa solución por otras vías, utilizando otros razonamientos.

Mediante lo anterior se expone un esquema de síntesis del método de resolución establecido por Polya.



Esquema 1: Etapas de resolución.

Las etapas anteriormente mencionadas, normalmente no se dan dentro de las aulas y son indispensables para conocer el modo de pensar, razonar y actuar de los estudiantes y de esta forma ayudarlos a corregir sus errores.

2.3.2. Procesos de Pensamiento

La presentación de un tema matemático debe estar basada en la resolución de problemas, de este modo se pone énfasis en los procesos de pensamiento de los estudiantes. De acuerdo con M. De Guzmán (De Guzmán, 1993) la forma de presentar y proceder es la siguiente:

- Propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos).
- Manipulación autónoma por el alumnado.
- Familiarización con la situación y sus dificultades.
- Elaboración de estrategias posibles.
- Ensayos diversos por el alumnado.
- Herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados).
- Elección de estrategias.
- Enfrentamiento y resolución a situaciones problemáticas.
- Generalización.
- Nuevos problemas.

Mediante lo anterior se expone una adaptación de esquema de síntesis del método de resolución establecido por De Guzmán

Esquema 2: Proceso de pensamiento de los estudiantes.

En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida por el profesorado, colocando al estudiante en situación de participar, sin dejar a la deriva el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos y matemáticas han logrado con tanto esfuerzo.

Los métodos citados pueden constituir el punto de partida hacia el mejoramiento de la enseñanza de la resolución de problemas en matemáticas. La idea central es que se tome de cada uno lo que más le convenga según las necesidades, siempre y cuando se propicie la participación activa de los estudiantes y tenga presente que son estos quienes deben hallar la estrategia de resolución.

Hemos convenido que no basta con presentar problemas matemáticos para que los estudiantes los resuelvan. Es necesario darles un tratamiento adecuado, analizando las estrategias y técnicas de resolución utilizadas, se debe dar oportunidad a cada estudiante de expresarse para conocer su modo de pensar ante las diversas situaciones que se le presentan. En este sentido, los modelos de resolución de problemas ocupan un rol importante pues son fundamentales para el mejoramiento de la enseñanza de los mismos, para aplicarlos se debe dedicar un espacio en el horario escolar y conseguir un clima propicio en el aula que favorezca la adquisición de destrezas. Si bien es cierto, el aplicar algún método conlleva más tiempo del que se acostumbra dedicar normalmente a la resolución de problemas; no se debe tomar como pérdida de tiempo, pues durante el proceso cada estudiante será capaz de adquirir mayor comprensión y habilidades intelectuales necesarias para toda su vida.

2.4. Registros de representación semiótica

El estudio de la didáctica de la matemática a lo largo de los años se ha masificado en gran manera, descubriendo nuevos métodos de enseñanza y teorías que ayudan a la mejor comprensión del estudiante frente a un problema. Debido a esto, las formas de enseñanzas de los docentes han tenido que ir cambiando, adaptándose e incorporando los nuevos conocimientos que se han producido, con el fin de lograr un mayor desempeño y un aumento en el proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante.

Uno de los estudios importantes que ayuda y facilita la mejor comprensión por parte del estudiante frente a situaciones problemáticas, es el realizado por el Francés Raymond Duval, quien en una de sus investigaciones (2006), se enfocó en los ***registros de representaciones semióticas*** y cómo éstos favorecen a las distintas interpretaciones de la matemática.

La importancia de esta teoría subyace en los estudiantes y en cómo éstos conciben la matemática. Esto apunta a que los educandos creen que la matemática utiliza un tipo de lenguaje que sólo sirve en el mundo de las matemáticas, desechando completamente la relación que existe entre el lenguaje matemático y el lenguaje natural (lenguaje usado diariamente por las personas), provocando un distanciamiento entre las formas de pensamiento matemático y la forma de pensar fuera de las matemáticas. Esta teoría propone además, un enfoque cognitivo aplicado a la actividad matemática, con el fin de identificar la fuente de las dificultades que poseen los estudiantes en la comprensión de las matemáticas, ya que al verse enfrentados a situaciones problemáticas, no son capaces de explicar o representar el objeto matemático en cuestión.

Cuando imaginamos un objeto matemático y queremos de alguna forma describirlo para explicarlo, nos vemos obligados a realizar una transformación de ese pensamiento que es intangible, en una forma tangible, ya sea, escribiendo o dibujando lo que estamos pensando, debido a que no es posible acceder a objetos matemáticos que son abstractos y por lo tanto no manipulables como un objeto físico. Es aquí donde las representaciones mentales se materializan, pasando a ser una representación semiótica la cual está constituida mediante signos, ya sea lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfica, figura geométrica, etc. Para los estudiantes, este proceso es fundamental y completamente necesario. Es por ello que Duval se plantea la necesidad de realizar representaciones semióticas de la actividad u objeto matemático, con la finalidad de que los estudiantes posean diversas herramientas para exteriorizar sus representaciones mentales y así lograr una mayor comprensión de dicho objeto. Por lo cual, poseer un buen manejo en los distintos tipos de registros (Lenguaje natural, lenguaje algebraico, tablas de valores, gráficos.) es fundamental.

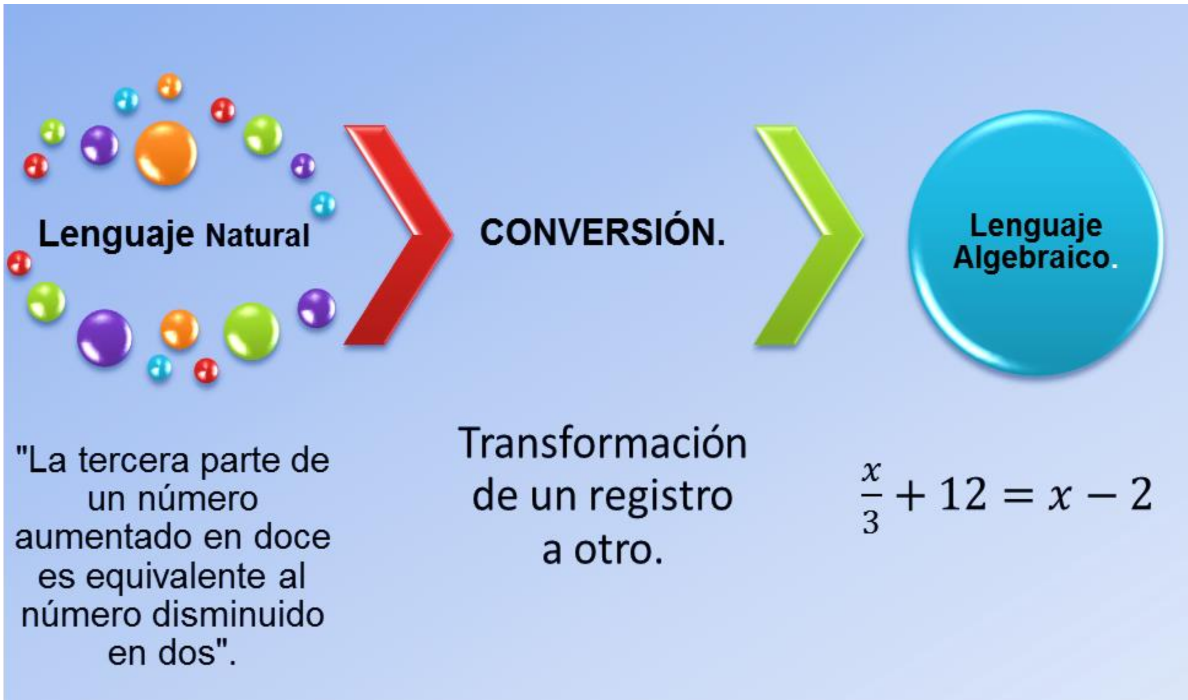
Duval clasifica las representaciones semióticas dentro de las representaciones conscientes y externas, e indica que son inherentes a un sistema particular de signos (el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos). Tienen la particularidad de ser convertidas en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, en el que pueden adoptar otras significaciones para el individuo. (Duval, 2006)

2.4.1. Dos tipos de transformaciones de representaciones semióticas

Cuando analizamos cualquier actividad matemática tenemos que distinguir dos clases de transformaciones, la conversión y el tratamiento.

La *conversión* es el paso más importante y difícil al mismo tiempo, ya que esta implica realizar una transformación de una representación inicial dada en un registro, a otra representación en un registro diferente al inicial, pero manteniendo su coherencia y significado. Esta transformación, llamada conversión, tiene la particularidad de que, al cambiar de registro, esta nueva representación nos entregue información que antes no era tan evidente, con lo cual, se obtienen nuevos antecedentes o datos del objeto en cuestión mejorando así la modelación o interpretación de este. Por lo tanto, como la conversión es el cambio de un registro en otro, se dice entonces, que este proceso es una transformación externa al registro inicial.

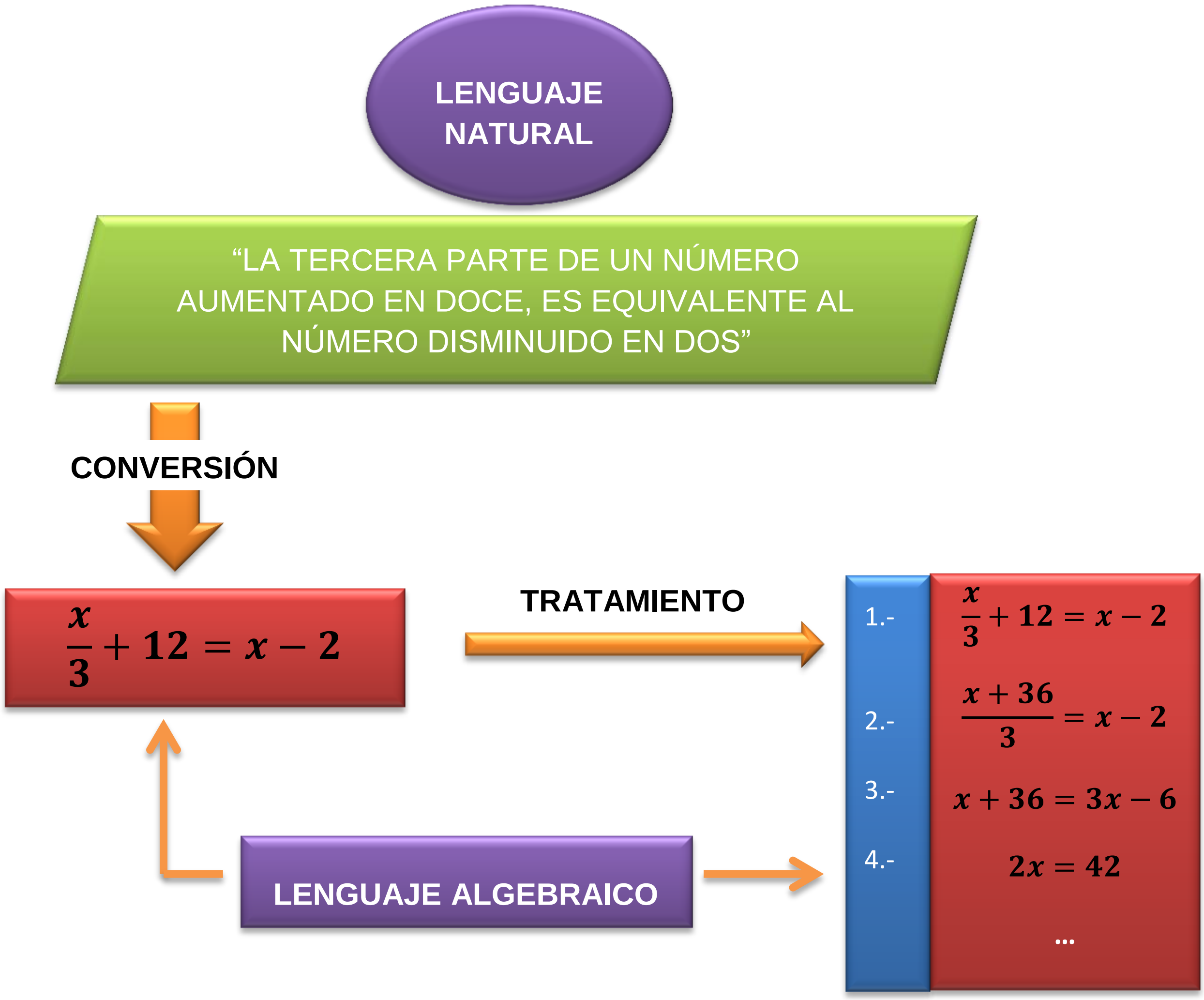
La siguiente figura, muestra una conversión del registro del lenguaje natural, al registro algebraico.



Esquema 3: Cambio de registro, conversión.

El tratamiento es una transformación en la cual se pueden realizar varios pasos. A diferencia de la conversión, esta transformación se realiza dentro de un mismo registro, o sea, mantiene el mismo sistema semiótico. Desde un punto de vista matemático, el tratamiento es muy importante, ya que, dependiendo de las opciones que nos entregue éste para dar respuesta al problema, es que optamos por la mejor conversión o cambio de registro de la situación planteada.

Anclando la idea anterior de la conversión con el tratamiento, se muestra la siguiente figura:



Esquema 4: Transformación de una representación semiótica en otra.

Como vemos en esta figura, el tratamiento está formado por una secuencia de pasos los cuales son trabajados dentro del mismo registro de representación semiótica que la conversión.

Es en esta parte donde el tratamiento da un salto gigantesco en relación a la modelación del problema (conversión). La representación de los símbolos y signos es fundamental en la conversión, ya que estos hacen referencia o son el reflejo de otro registro, sin embargo, en el tratamiento se pierde el significado de los símbolos que representan a los números, como por ejemplo en el cuarto paso del tratamiento, donde ya no se aprecia lo que inicialmente decía el enunciado “la tercera parte de un número”. Esto quiere decir que este primer significado de las letras debe romperse para dar inicio al tratamiento.

Estos son los dos procesos cognitivos fundamentales del pensamiento, los cuales, desde una perspectiva matemática, son complementarios (un todo) en la resolución de problemas. Sin embargo, desde una vista cognitiva, la conversión es la que posee mayor complejidad llegando a ser considerada como el umbral de la comprensión y muchas veces un truco de magia.

2.4.2. La complejidad cognitiva de la conversión

Realizar un cambio de registro conlleva una gran complejidad cognitiva, ya que no hay una receta o reglas básicas con las cuales se garantice la correcta transformación de una representación semiótica a otra.

Veamos el siguiente ejemplo:

“Juan es 3 años mayor que Pedro. Juntos tienen 23 años. ¿Qué edad tiene cada uno?”

Conversión Lenguaje Algebraico.	$\boldsymbol{x + (x + 3) = 23}$	o	$\boldsymbol{x = y + 3}$ $\boldsymbol{x + y = 23}$

Este enunciado contempla dos tipos de objetos:

- Cantidades desconocidas.
- Relación entre cantidades desconocidas y conocidas.

Esto quiere decir, que al realizar un cambio de registro, ya sea a una ecuación o un sistema de ecuaciones, hay que tener en cuenta dos operaciones discursivas que no se encuentran en el mismo nivel.

a) Se debe realizar una “elección de la incógnita”. Esto quiere decir, que debemos asignarles letras a las cantidades desconocidas con el fin de referirnos a ellas con un lenguaje reducido realizando una designación funcional de los objetos desconocidos.

Ejemplo:

$\boldsymbol{x}$: La edad de Juan.

$\boldsymbol{y}$: La edad de Pedro.

b) En segundo lugar se debe realizar la “formulación de la ecuación”. Para la realización de una ecuación se deben “igualar dos cantidades entre sí”. Esto apunta directamente a que debemos asociar las cantidades conocidas con las cantidades desconocidas, realizando una equivalencia entre estas.

Ejemplo:

“Juntos tienen 23 años”	
$\boldsymbol{x+y}$	$= \quad \mathbf{23}$
Cantidades desconocidas designadas.	Cantidades conocidas

Es en esta parte, donde se producen las dificultades más importantes, cognitivamente hablando. Uno de los factores involucrados, es la complejidad del enunciado o problema en cuestión, ya que muchas veces la información que se entrega es literal produciéndose una interpretación medianamente fácil de la información. Sin embargo, al presentarse situaciones donde la información entrega datos implícitos, se requiere de una mayor comprensión cognitiva, como por ejemplo cuando se involucran varias variables para un mismo problema (asignación de cantidades desconocidas), las cuales deben ser asociadas con las cantidades conocidas para realizar una adecuada formulación de la ecuación y respuesta al problema.

Por lo tanto, en los problemas de ecuaciones es esencial distinguir dos niveles de conversión diferentes: el relativo a la expresión literal de las cantidades desconocidas que se nombran o describen en el enunciado y el de su organización en una relación de igualdad. Es en este segundo nivel, semánticamente más complejo, donde radican las verdaderas dificultades de traducción en ecuación. Las dificultades de los estudiantes para la designación literal de las cantidades desconocidas no son a menudo más que un reflejo. Por ello es esencial hacer trabajar más a los estudiantes sobre esta organización que sobre lo que habitualmente se llama “elección de las incógnitas” (Duval, 2006).

2.5. Teoría del aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo es la propuesta que hizo David P. Ausubel en 1963 en un contexto en el que, ante el conductismo imperante utilizado en la enseñanza, el planteó como alternativa un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en el descubrimiento, que privilegiaba el actuar del estudiante y postulaba que se aprende aquello que se descubre. Esta es una teoría psicológica del aprendizaje en el aula, la cual apunta a los procesos mismos que el estudiante emplea para aprender. Pero desde este enfoque no trata tópicos referidos a la psicología misma, ni desde un punto de vista general, sino que pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación (Ausubel D. P., 1976).

El aprendizaje significativo es el procedimiento en el cual se relaciona un nuevo conocimiento con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria, sustantiva o no literal. Según M. Moreira (1993) “el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo del conocimiento, siendo su No-arbitrariedad y sustantividad las características básicas del aprendizaje significativo”.

El propio proceso de aprendizaje significativo está, por lo tanto, en la relación no arbitraria y sustantiva de ideas simbólicamente expresadas con algún aspecto relevante de la estructura de conocimiento del estudiante, por esto, si deseamos un aprendizaje que sea significativo, es importante considerar que el estudiante sepa establecer una relación entre los conceptos previos con lo que debe aprender; estos pueden ser aprendidos significativamente si es que el estudiante lleva a cabo la conexión entre otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes que estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva y que funcionen como un punto de partida para el nuevo aprendizaje. La presencia de conceptos e ideas claras, las cuales al estar disponibles en la mente del estudiante, es lo que le da el significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo (Rodríguez, 2008). Pero no se trata de una simple unión, sino que en este proceso los nuevos contenidos adquieren significado para el estudiante, produciéndose una transformación de los subsumidores de su estructura cognitiva, que resultan así progresivamente más diferenciados, elaborados y estables.

En resumidas palabras la perspectiva de la teoría de D. Ausubel, es el conocimiento previo, es decir, la estructura cognitiva del estudiante, la cual es la variable trascendental para que el aprendizaje significativo se logre.

En contraposición al aprendizaje significativo, Ausubel plantea la existencia del aprendizaje mecánico o academicista, como un proceso que tampoco se produce en el vacío cognitivo. Este aprendizaje se produce cuando el concepto o proposición es relacionable con la estructura cognitiva solamente de manera arbitraria y literal que no da como resultado la adquisición de significados para el estudiante; dada la inexistencia de elementos de anclaje claros y relevantes en la misma, el resultado o producto es un aprendizaje repetitivo carente de significado. La diferencia clave entre aprendizaje significativo y aprendizaje mecánico academicista, está en la capacidad de relación con la estructura cognitiva siendo esta no arbitraria y sustantiva contra arbitraria y literal respectivamente. No se trata de una división, sino de un todo, en el cual éstas ocupan los extremos, ya que habitualmente nos movemos entre una y otra.

2.5.1. Condiciones para el logro de un aprendizaje significativo

Como fue descrito anteriormente, el aprendizaje significativo, no es sólo un proceso, sino que también es un producto. La apropiación de significados sólo es posible por medio de un aprendizaje significativo, este proceso y producto se caracteriza y define por la interacción. Esta proposición es esencial y supone que el estudiante aprende, cuando lo hace significativamente, a partir de lo que ya sabe. Desde esta perspectiva, se establece al estudiante como el protagonista de su aprendizaje. Para el logro de un aprendizaje significativo se tienen que dar dos circunstancias esenciales:

- Actitud potencialmente significativa de aprendizaje del estudiante, es decir, que haya una predisposición para aprender de manera significativa.

- Construcción de un material potencialmente significativo. Esto requiere:

    - Que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del estudiante, de manera no arbitraria y sustantiva.

    - Que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

Existe un elemento en el aprendizaje significativo el cual es indispensable para su logro: si el estudiante no muestra una disposición para establecer relaciones sustantivas y no arbitrarias entre su estructura cognitiva y el nuevo material, y si su intención consiste en memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como los resultados del mismo, serán mecánicos y faltos de significado, incluso aunque existan los subsumidores pertinentes y el material sea lógicamente significativo.

El término “significado lógico” hace alusión a lo particular del material en sí. El significado lógico se refiere a la capacidad que tiene el material de aprendizaje que se le facilita al estudiante, para enlazar de forma no arbitraria y sustantiva algunos subsumidores e ideas de anclaje que estén presentes en su estructura cognitiva y que sean aptas para ello, siendo este un material no aleatorio y razonable (Rodríguez, 2008).

2.5.2. Tipos de aprendizaje

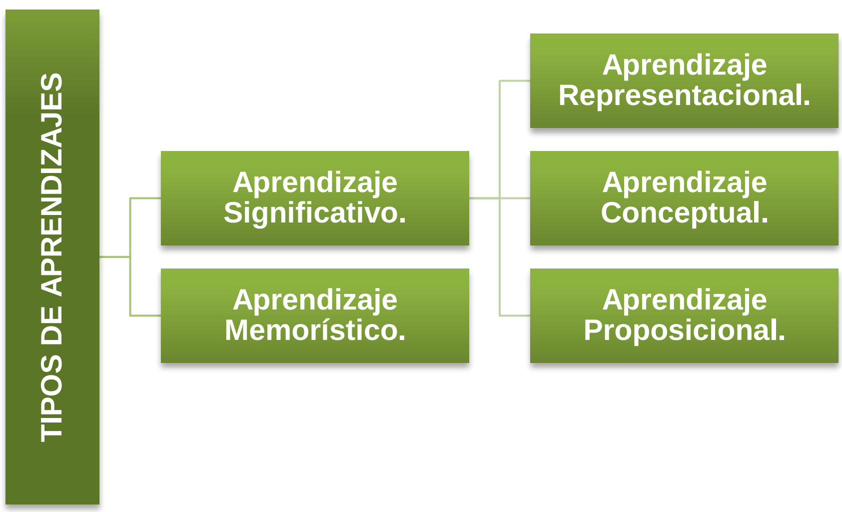
De la perspectiva Ausubeliana, existen dos tipos de aprendizaje, ya nombrados con anterioridad, los cuales son el aprendizaje memorístico o academicista y el aprendizaje significativo o por descubrimiento y recepción. Este último se compone a su vez de tres sub-tipos los cuales son; aprendizaje representacional, aprendizaje conceptual y aprendizaje proposicional.

El aprendizaje significativo más básico es el aprendizaje del significado de símbolos individuales o aprendizaje de lo que ellos representan (una asociación). Ausubel denomina aprendizaje representacional al aprendizaje significativo, al cual se le atribuyen elementos simbólicos que por lo general son palabras que pasan a tener un sentido para el estudiante, pero este no es apto para realizar una clasificación e identificación de sus categorías. Por ejemplo, para un niño pequeño, la palabra "perro" representa a un perro concreto que él percibe en ese momento, esto es, para el niño la palabra es equivalente al referente.

Por su parte el aprendizaje de conceptos, o aprendizaje conceptual, es un caso especial, y muy importante de aprendizaje representacional, pues los conceptos también se constituyen mediante símbolos individuales. Sin embargo, en este caso son representaciones genéricas o categoriales. A su vez, este aprendizaje tiene lugar cuando el estudiante distingue regularidades en eventos u objetos, pasando a representarlos por un determinado símbolo y ya no depende de un referente concreto del evento u objeto para dar significado. En el desarrollo del aprendizaje, la experiencia realiza una labor primordial, ya que es a través de continuas etapas y relaciones con los objetos y/o eventos como se puede establecer la generalización. Continuando con el ejemplo anterior, el niño es capaz en este caso de abstraer regularidades que le permiten construir el concepto cultural "perro" y aplicarlo a diferentes animales con las mismas características. En este caso, la relación no tiene siempre el mismo significado entre el símbolo, la palabra "perro" y el objeto concreto (el perro exacto), como ocurre en el aprendizaje representacional (Rodríguez, 2008).

Por último, el aprendizaje proposicional tiene una función comunicativa de generalización, cuyo objeto es aprender ideas expresadas verbalmente con conceptos; maneja por tanto, un significado compuesto. La finalidad del aprendizaje proposicional es la atribución de significados a las ideas expresadas verbalmente, que son mucho más que la suma de los significados de los conceptos que las componen. No se podrá comprender el significado de "El perro es un animal y, por tanto, un ser vivo" si no se han aprendido significativamente los conceptos perro, animal, ser vivo. La comprensión de las leyes físicas, por ejemplo, no es posible si no se han aprendido de manera significativa los conceptos que manejan, pero el aprendizaje de los mismos, de su significado, no basta para entenderlas y aplicarlas correctamente (Rodríguez, 2008).

Se presenta un diagrama jerárquico que resume los tipos de aprendizajes.



Esquema 5: Tipos de Aprendizaje. Aprendizaje Significativo.

2.5.3. Ventajas de un aprendizaje significativo

Un aprendizaje significativo favorece la adquisición de nuevos conocimientos que puedan estar vinculados con los anteriormente asimilados, ya que éstos actuarán como subsumidores o ideas de anclaje para los nuevos conceptos, que serán más fácilmente comprendidos y retenidos, al construirse sobre elementos claros y estables de la estructura cognitiva del estudiante. A su vez favorece la reestructuración de los esquemas de asimilación y la incorporación de nueva información, que por medio de esta interacción se guarda en la memoria a largo plazo. Cuando el estudiante aprende significativamente, la información que ha asimilado se retiene por más tiempo; por el contrario, si el aprendizaje es mecánico, la única posibilidad de uso del estudiante es reproducirla en un corto periodo de tiempo.

El aprendizaje significativo es un proceso personal, pues la significación atribuida a la nueva información depende de los recursos cognitivos que el estudiante active, este decide y define las responsabilidades de quien aprende y de quien enseña (Dávila Espinosa, 2000).

El aprendizaje significativo estimula el interés del estudiante por lo que aprende y el gusto por el conocimiento que el profesor le proporciona. Para este es un reto individual y colectivo que proporciona motivación y satisfacción ante el logro de estos aprendizajes, significatividad y sus posibilidades de uso como también agrado por construirlos, mejorando así la autoestima del estudiante.

Utilizar como referente para el trabajo diario del aula el aprendizaje significativo causa satisfacción en el profesorado que encuentra en este referente una forma de trabajar la pluralidad desde las distintas disciplinas. Este enfoque es provechoso ya que se observa una respuesta positiva en sus estudiantes porque:

- Centran su atención en el trabajo y en lo que aprenden.
- Atienden a la diversidad de intereses y orígenes de los estudiantes.

- Logran optimizar el rendimiento escolar y los resultados de los aprendizajes.
- Favorece un papel docente orientador y monitor de las actividades que propone a sus estudiantes para que desarrolle su aprendizaje significativamente.

Al preguntarse, ¿por qué aprendizaje significativo?, la respuesta de M. Moreira es: “Porque es aprendizaje con significado, comprensión, retención, capacidad de transferencia, en fin, el aprendizaje que los profesores esperan como resultado de su acción docente” (Moreira, 2010).

CAPÍTULO III
MARCO METODOLÓGICO

3. MARCO METODOLÓGICO.

Este marco describirá las técnicas y el método a implementar en la investigación, describiendo las variables y la hipótesis a demostrar. Además da a conocer el modelo de intervención propuesto para un posterior análisis y comprobación de la metodología a implementar.

3.1. Metodología de la investigación.

La palabra, como tal, proviene del griego que significa método, y el sufijo logía que traducido quiere decir, ciencia, estudio, tratado. De allí que también se define como la "ciencia del método". Es por ello que para lograr realizar una investigación, debemos tener en cuenta en qué consiste una investigación y los tipos de investigación que existen. Con el fin de lograr el estudio adecuado con las herramientas necesarias para realizar una correcta investigación, nos sumergimos en las metodologías, para conocer y definir con mayor claridad la más adecuada y necesaria para realizar nuestra investigación. Siendo esta una disciplina de conocimiento, encargada de elaborar, definir y sistematizar el conjunto de técnicas, métodos y procedimientos que se deben seguir durante el desarrollo de un proceso de investigación, para la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades.

3.2. Tipo de metodología

El método es el instrumento que conecta al sujeto con el objeto de investigación, habiendo diversas clasificaciones para los tipos de diseños que existen, de las cuales encontramos la metodología experimental y la metodología no experimental.

En la metodología experimental se pueden distinguir seis características que la diferencian de otras metodologías de investigación:

- Los sujetos se reúnen en grupos equivalentes, para que las diferencias en los resultados no sean provocadas por las diferencias iniciales de los grupos de sujetos.
- Comparación de dos o más grupos. En esta característica es necesario que haya un mínimo de dos grupos de sujetos para establecer comparaciones entre ellos.
- Manipulación directa de una variable independiente. Consiste en manipular las variables independientes para obtener resultados en las variables dependientes, siendo una de las características más importantes de esta metodología.
- Medición de cada variable dependiente. Se asignan variables numéricos a cada variable dependiente.
- Uso de estadística inferencial. Esta permite generalizar a partir de las muestras analizadas de los sujetos.
- Diseño que permita un control máximo de variables extraídas. Esto permite que las variables no influyan en las variables dependientes, y si lo hacen, lo harán de forma homogénea en todos los grupos.

Uno de los propósitos fundamentales del diseño experimental es imponer el control de verdad de las variables independientes sobre las variables dependientes.

Según Campbell y Stanley (1973), podemos encontrar tres categorías de investigación, que se clasifican en Experimentos Puros, los Pre-experimentos, y Cuasi experimentos.

En nuestra investigación adoptaremos la metodología de cuasi-experimental, la cual es el diseño con mayor similitud en el proceso de recolección de datos para la investigación con respecto al experimental. Esta metodología requiere dos grupos como mínimo para que la muestra sea confiable con el propósito de aumentar el conocimiento de las situaciones en los grupos intervenidos.

Campbell menciona: "*Todo experimento es imperfecto. Lo que puede lograr una lista de verificación de criterios de validez es que el experimentador tenga más conciencia de las imperfecciones residuales que implica su diseño, para poder determinar en los puntos pertinentes las distintas interpretaciones de sus datos*" (Campbell, 1995).

Basado en lo anterior, nuestra muestra se basa en cuatro grupos de cursos de estudiantes de segundo año de enseñanza media, los cuales fluctúan entre 15 y 16 años de edad, donde dos cursos de estudiantes pertenecen al Liceo Bicentenario de Viña del Mar y los otros dos cursos pertenecen al Instituto Marítimo de Valparaíso. Separando un curso de cada institución como experimental y los otros como grupo control, definiendo así un grupo curso de cada liceo como experimental (grupo intervenido) y grupo control (grupo sin intervención).

A continuación daremos una pequeña definición de cada grupo de investigación:

El grupo experimental: es aquel grupo donde el investigador realiza el experimento, en los cuales serán realizados los cambios que posteriormente son analizados y comprobados con la hipótesis. Esto es así con el fin de comparar posteriormente con el grupo control.

Grupo control: es aquel grupo en el cual no se realiza ningún tipo de intervención, el cual es comparado con el grupo intervenido.

3.3. Diseño de investigación

El diseño de investigación es una estrategia que se adopta para lograr alcanzar la información necesaria de la investigación, lo que nos ayuda a demostrar la veracidad del estudio para la resolución de la investigación.

El diseño que adoptamos, en esta investigación, es del carácter cuasi experimental, ya que los grupos de estudiantes de Segundo Año de Enseñanza Media, son cursos que no son previamente seleccionados o elegidos, si bien se solicitaron los colegios de forma determinada, los cursos fueron designados al azar para realizar dicha investigación, esto implica que estos cursos son independientes al experimento o investigación. Al cumplir estas condiciones, esto nos ayudará a lograr la validez interna a medida que se valla demostrando la equivalencia inicial de los grupos y la equivalencia en el proceso de experimentación.

Grupo intervenido	Grupo sin intervención
GE1: Segundo Año B de Enseñanza Media del Liceo Bicentenario.	**GC1:** Segundo Año A de Enseñanza Media del Liceo Bicentenario.
GE2: Segundo Año B de Enseñanza Media del Instituto Marítimo Valparaíso.	**GC2:** Segundo Año D de Enseñanza Media del Instituto Marítimo Valparaíso.

Tabla 3: Grupos investigación

Tenemos dos grupos experimentales en esta investigación, que corresponden al Segundo Año B de Enseñanza Media del Liceo Bicentenario y Segundo Año B de Enseñanza Media del IMV, en los cuales fue aplicado un Pre-

Test, la intervención a través de fases, compuesta por guías didácticas y posteriormente un Post-Test.

Además tendremos dos grupos control Segundo Año A de Enseñanza Media del Liceo Bicentenario y Segundo Año D de Enseñanza Media del IMV, en los cuales fue realizado un Pre-Test y posteriormente un Post-Test.

Una vez aplicados el Pre-Test y el Post-Test en los diferentes grupos (experimentales y control) se llevan a cabo los análisis de comparación correspondientes entre los diferentes grupos.

3.4. Hipótesis de investigación

Esta hipótesis surge a partir de una recolección de datos y análisis hechos anteriormente, sobre los sistemas de ecuaciones lineales y como se enseñan y transmiten en nuestra educación Chilena, por el Ministerio de Educación, es por eso que podemos concluir y formular la hipótesis para nuestra investigación.

3.4.1. Hipótesis general

Hipótesis 1: Al aplicar la metodología PEMISP, los estudiantes mejoran la comprensión e interpretación en las soluciones de problemas que se resuelvan mediante sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a través de un aprendizaje significativo, mejorando sus habilidades cognitivas para el análisis y coherencia de la solución de la situación.

Hipótesis 2: Al aplicar la metodología PEMISP, los estudiantes mejoran su rendimiento académico.

3.4.2. Hipótesis nula

Hipótesis nula 1: Al aplicar la metodología PEMISP, los estudiantes no mejoran la comprensión e interpretación en las soluciones de problemas que se resuelvan mediante sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a través de un aprendizaje significativo, no mejorando sus habilidades cognitivas para el análisis y coherencia de la solución de la situación.

Hipótesis nula 2: Al aplicar la metodología PEMISP, los estudiantes no mejoran su rendimiento académico.

3.5. Unidades de análisis

En nuestra investigación, la unidad de análisis a investigar, corresponde a los estudiantes de segundo año de Enseñanza Media, en la cual se abordaron contenidos de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, específicamente en la interpretación y coherencia de la solución de estos, en la asignatura de Matemática.

3.6. Identificación de las variables

A continuación pasaremos a definir y describir los distintos tipos de variables, influyentes en nuestra investigación.

3.6.1. Variables independientes

- **Propuesta de enseñanza para la mejora en la interpretación de las soluciones de problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales PEMISP.**

La propuesta se basa en guías constructivistas, a través de fases, las cuales pretenden estimular y mejorar la interpretación de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales, a través de aprendizajes basados en problemas y la teoría del constructivismo, para un aprendizaje significativo en los estudiantes. Todo esto utilizando guías didácticas, y trabajo en grupo.

3.6.2. Variables dependientes

- **Aprendizaje significativo.**

Como definición el aprendizaje significativo es el proceso interno que tiene el estudiante donde relaciona un nuevo saber con su estructura cognitiva. En esta investigación el aprendizaje significativo quedara demostrado con la comparación del aprendizaje obtenido entre el Pre-Test y Post-Test, a través de guías didácticas y trabajo en grupos.

- **Rendimiento académico.**

Como definición podemos mencionar que se refiere al resultado cuantitativo de los aprendizajes adquiridos por los estudiantes, mediante una evaluación designada por el docente. En nuestra investigación se ve reflejada en la comparación de resultados del rendimiento académico de los estudiantes, obtenidos en el Pre-Test y Post-Test.

- **Interpretación de solución de sistema de ecuaciones lineales.**

Como definición es la interpretación y coherencia que tienen los estudiantes al momento de emitir un resultado u observación de la situación, no está demás decir que interpretar un problema tiene pasos previos, que es la identificación del problema y su correcta modelación.

3.7. Instrumentos evaluativos

Los instrumentos evaluativos usados en esta investigación se encuentran en el Anexo1. y Anexo3.

- **Pre-Test:** Prueba que consta de cuatro ítems, los cuales se definen en:

  - ✓ **Ítems I:** Pregunta de selección múltiple.

    Lee atentamente cada problema resolviendo y marcando la alternativa que creas correcta.

  - ✓ **Ítems II:** Términos pareados.

    Ubica cada problema con su sistema de ecuaciones lineales correspondiente.

  - ✓ **Ítems III:** Resolución de problemas de sistema de ecuaciones lineales.

    Representa los siguientes problemas como sistemas de ecuaciones lineales y resuelve indicando la existencia de dicha solución, señalando en cada caso si la solución obtenida es coherente con el problema.

  - ✓ **Ítems IV:** Modela y resuelve.

    Transcribe cada problema de sistema de ecuación a su interpretación algebraica, luego resuelve mediante método gráfico.

- **Trabajo en fases:** Implementación de dos fases, en la cual se desprenden:

  Fase Nº1: Modelar y resolución de sistema de ecuaciones lineales.

  - ✓ **Módulo 1:** Modelar y resolver situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales.
    - ➢ **Ítems I**: Interpretan y resuelven problemas de sistema de ecuaciones lineales, declarando variables y modelando cada situación.

  Fase Nº2: Interpretación y coherencia en la solución y existencia de la solución de sistemas de ecuaciones lineales.

  - ✓ **Módulo 2:** Coherencia de la solución con el problema.
    - ➢ **Ítems I:** Resuelven cada situación interpretando las soluciones de acuerdo al contexto de cada problema.
  - ✓ **Módulo 3:** Existencia y coherencia de la solución con el problema.
    - ➢ **Ítems I:** Resuelven cada situación modelando e interpretando las soluciones de acurdo al contexto de cada problema.
  - ✓ **Módulo 4:** Interpretación gráfica y relación de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
    - ➢ **Ítems I:** Modela interpretando gráficamente cada situación.
    - ➢ **Ítems II:** Modelar y resolver cada problema mediante método gráfico, indicando la existencia y coherencia de las soluciones.
    - ➢ **Ítems III:** Clasificar las soluciones obtenidas representándolas gráficamente (generalización de la existencia de las soluciones).

- **Post-Test:** Prueba que consta de 4 ítems de los cuales de desprenden:

  - ✓ **Ítems I:** Preguntas de selección múltiple.

    Modelan y resuelven, marcando la alternativa que crean correcta.
  - ✓ **Ítems II:** Términos pareados.

Ubican cada problema con su sistema de ecuaciones lineales correspondiente.

- ✓ **Ítems III:** Modelan y resuelven indicando la existencia y coherencia de la solución.

  Representan los problemas como sistema de ecuaciones y resuelven indicando la existencia de las soluciones, señalando en cada caso si la solución es coherente con el problema.

- ✓ **Ítems IV:** Modelan y resuelven usando método gráfico.

  Representan los problemas de sistema de ecuaciones lineales en el lenguaje algebraico, resolviendo mediante gráfica, indicando la existencia y coherencia de las soluciones obtenidas.

3.8. Población

La población de estudio fue compuesta por estudiantes que cursan actualmente segundo año de enseñanza media del establecimiento “Liceo Bicentenario de Viña del Mar” y el “Instituto Marítimo de Valparaíso”. Cursando la Asignatura de Matemática correspondiente al Segundo Semestre del año 2015, donde los estudiantes conocen con posterioridad los contenidos de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, conociendo diversos métodos de resolución.

3.9. Muestra

La muestra seleccionada para nuestra investigación está compuesta por un total de:

Tipo de grupo	Nº de estudiantes
Control 1	24 estudiantes del 2º A (LBVM).
Control 2	34 estudiantes del 2º D (IMV).
Experimental 1	31 estudiantes del 2ºB (LBVM).
Experimental 2	28 estudiantes del 2ºB (IMV).
Total	117 estudiantes.

Tabla 4: Muestra

A continuación se muestra en el gráfico Nº1, la cantidad de estudiantes sometidos a la investigación, en el cual demostramos que son grupos homogéneos.

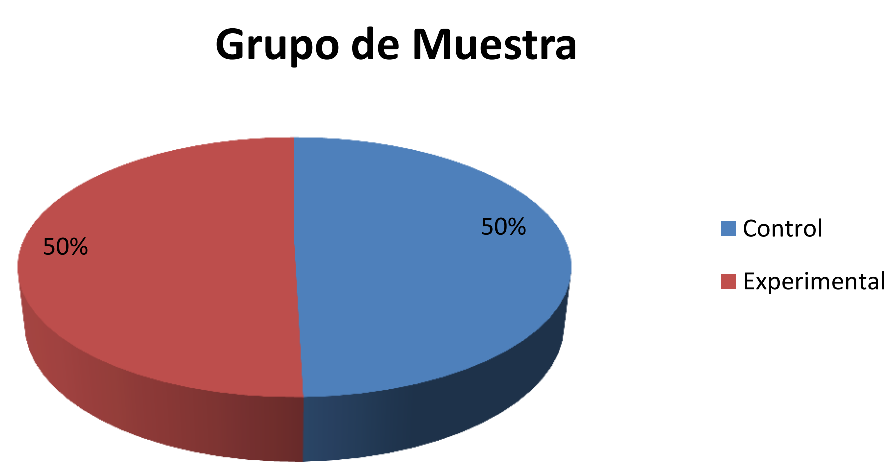


Gráfico 1: Grupo de muestra.

CAPÍTULO IV

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN: PEMISP

4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEMISP

Basado en la hipótesis y con el fin de resolver la problemática propuesta, se realiza una propuesta de intervención la cual tiene como objetivo mejorar el rendimiento académico de los estudiantes a través de un proceso de aprendizaje significativo.

4.1. Descripción general de la propuesta

En nuestra propuesta de enseñanza para la mejora en la interpretación de las soluciones de problemas de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas PEMISP, se abordan diversas instancias que pasaremos a describir a continuación:

En una primera etapa se realiza un Pre-Test, con el fin de medir conocimientos previos de los estudiantes, relacionados con la interpretación del problema de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, identificando las variables involucradas, modelando las situaciones del problema a partir de los cambios de registro y analizando la existencia y coherencia de las soluciones con el contexto del problema. Esta primera etapa es aplicada a ambos grupos de la investigación, grupo control y grupo experimental.

La segunda etapa consta de dos fases las cuales son aplicadas solo a los grupos experimentales GE1 y GE2:

- Fase 1: Esta primera fase consta de un módulo en el cual se establece como objetivo que los estudiantes a través de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, identifiquen las variables con la finalidad de realizar una correcta conversión al lenguaje algebraico, para posteriormente resolver dando una solución al problema.

- Fase 2: Esta fase consta de tres módulos en la cual se trabaja con la interpretación y coherencia de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, teniendo como objetivo que los estudiantes sean capaces de inferir y relacionar la solución con el contexto del problema. Luego en una segunda instancia se trabaja con la existencia de las soluciones de sistema de ecuaciones lineales (sin dejar de lado la coherencia de la solución), teniendo como objetivo, que los estudiantes interpreten los diferentes tipos de soluciones que pudiesen darse en un problema de sistema de ecuaciones. Por último, se trabaja en la conversión del problema al lenguaje algebraico, donde los estudiantes deben realizar las gráficas correspondientes para luego generar una respuesta, siendo capaces de reconocer las diversas soluciones que se puedan generar gráficamente en el contexto del problema.

En la tercera y última etapa se aplica un Post-Test a todos los grupos de la investigación (GE1, GE2, GC1 y GC2), con el objetivo de comparar y demostrar los aprendizajes obtenidos por los grupos experimentales en comparación a los grupos control. Con el fin de realizar una comparación del Pre-Test y Post-Test, es que se toman los mismos objetivos en ambas pruebas.

Nuestra investigación se llevó acabo en dos establecimientos educacionales, Liceo Bicentenario de Viña del Mar, ubicado 2 Norte N° 753 y el Instituto Marítimo de Valparaíso ubicado en Levarte N°159, que corresponden a instituciones municipales. De los establecimientos elegidos, se designan cuatro cursos al azar correspondientes a estudiantes de segundo año de enseñanza media. Cada establecimiento consta de un grupo control y un grupo experimental.

El periodo de intervención en ambos establecimientos corresponde a 12 horas pedagógicas, las cuales están distribuidas en 2 horas para el Pre-Test, 8 horas para los módulos y 2 horas para el Post-Test.

4.2. Detalle de la investigación

A continuación se procede a detallar la secuencia de investigación implementada en los establecimientos educacionales.

4.2.1. Pre-Test

Para conocer el nivel de los estudiantes de Segundos Año de Enseñanza Media, en relación a los contenidos pertinentes a los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitos, es que se lleva a cabo una evaluación denominada "Pre-Test" (ver en Anexo1.). Esta evaluación tiene por finalidad responder las preguntas de la problemática, evidenciar las falencias que los estudiantes presentan en este contenido. Los datos obtenidos nos dilucidarán cuál de los grupos evaluados se intervendrá, con la consigna de intervenir los grupos con los resultados más deficientes.

Duración: Dos horas pedagógicas **Materiales:** Pre-Test (ver Anexo1.)

Objetivos:

- Conocer el rendimiento de los estudiantes.
- Conocer la interpretación de los estudiantes frente a situaciones problemáticas.

Variables a medir:

- Rendimiento.
- Interpretación de problemas y sus soluciones.

Descripción de los momentos:

- **Momento de inicio:** Presentación del grupo de investigación a los estudiantes e indicaciones de la actividad a realizar.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo del Pre-Test, monitoreado por el grupo de investigación.
- **Momento de cierre:** Recepción de Pre-Test y agradecimientos**.**

4.2.2. Intervención

Nuestra intervención consta de dos fases, las cuales comprenden uno y tres módulos respectivamente, los que serán descritos a continuación:

4.2.2.1. Fase 1:

Esta fase consta de un módulo, el cual está enfocado en reactivar los conocimientos previos necesarios para la interpretación y solución de las problemáticas en sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Objetivos del Módulo I:

- Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Los instrumentos para el logro de los objetivos de clase son los siguientes:

- Módulo I.
- PPT Módulo I: Ayuda a la reactivación de conocimientos previos, por medio de las preguntas propuestas en las diapositivas.
- Planificación de clase.

Para ver el contenido del Módulo I, PPT Módulo I y Planificación de clase véase el Anexo2.1.

4.2.2.2. Fase 2:

Esta fase consta de tres módulos los cuales están enfocados principalmente al análisis e interpretación de las soluciones de un problema con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Es primordial que los estudiantes en esta fase relacionen la solución del problema con el contexto en el cual se desenvuelve esta problemática.

En los módulos dos y tres el desarrollo de los problemas se realiza mediante el método algebraico, mientras que en el módulo cuatro el desarrollo de los problemas es mediante resolución gráfica.

El objetivo transversal de estos módulos radica en la interpretación de la solución del problema, independiente del método de resolución utilizado.

A continuación se detalla los objetivos e instrumentos utilizados en los módulos de esta fase. Véase Anexo2.2.

Módulo II:

- Analizar soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Interpretar la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas según problema o situación dada.

Los instrumentos para el logro de los objetivos de clase son los siguientes:

- Módulo II.
- PPT Módulo II: Está compuesto por un mapa conceptual, para institucionalizar los conceptos vistos en la clase.
- Planificación de clase.

Módulo III:

- Interpretar la solución de un sistema de ecuación lineal de acuerdo al contexto de la situación dada.

Los instrumentos para el logro de los objetivos de clase son los siguientes:

- Módulo III.
- PPT Módulo III: Se realizan preguntas para recordar el contenido del módulo anterior ya que se necesitan elementos de anclaje para el logro de los objetivos. Cuenta con un cierre, para institucionalizar los conceptos vistos en clase.
- Planificación de clase.

Módulo IV:

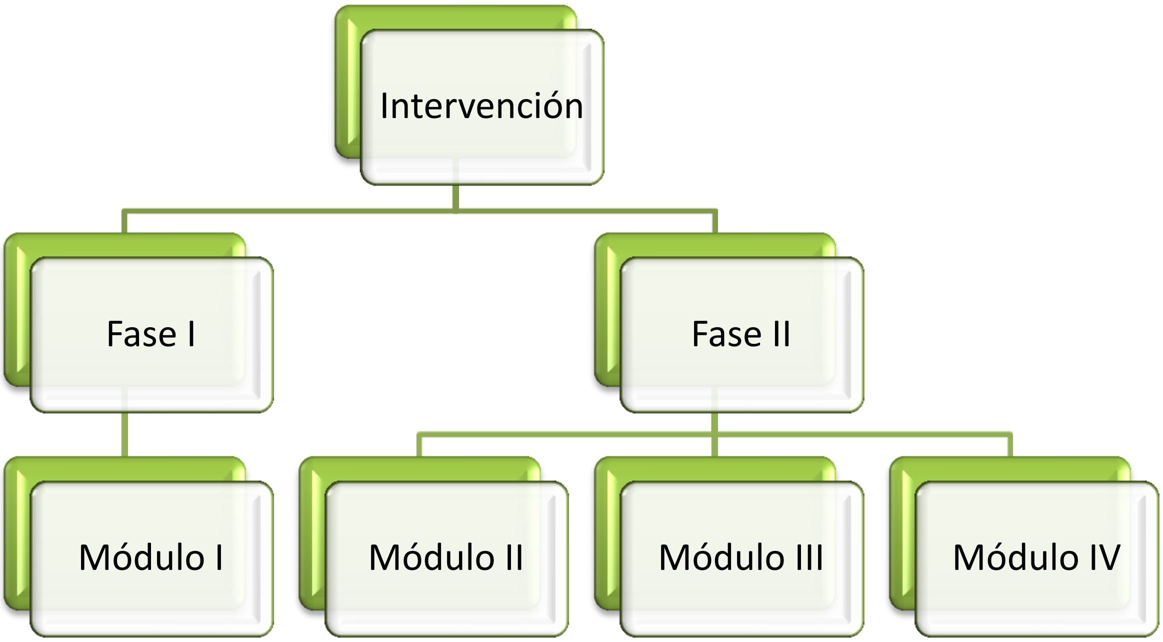
- Interpretar gráficamente las soluciones de un sistema de ecuación lineal.
- Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación con las rectas en el plano.

Los instrumentos para el logro de los objetivos de clase son los siguientes:

- Módulo IV.
- PPT Módulo IV: Se realizan preguntas para recordar el contenido del módulo anterior ya que se necesitan elementos de anclaje para el logro de los objetivos. Además contiene un repaso para realizar un correcto cambio de registro del lenguaje algebraico al lenguaje gráfico. Para el cierre, contempla un mapa conceptual, para institucionalizar los conceptos vistos durante toda la intervención.
- Planificación de clase.

Para ver el contenido de los Módulos, PPT Módulos y Planificaciones de clase ver desde el Anexo2.

A continuación, se presenta un esquema de secuencia de la propuesta de intervención PEMISP.



Esquema 6: Modelo de Intervención

4.2.3. Post-Test

Con la aplicación del Post-Test se medirá el avance de los estudiantes a los cuales anteriormente se les aplico el Pre-Test (GE1, GE2, GC1, GC2). Se espera que los estudiantes pertenecientes al GE1 y GE2 puedan dar cuenta de sus conocimientos y a la vez demostrar que mediante nuestra intervención PEMISP estos adquirieron un aprendizaje significativo, quedando en evidencia un alza considerablemente entre el Post-Test, en relación al Pre-Test aplicado a estos grupos.

Duración: Dos horas pedagógicas.

Objetivos:

- Analizar el rendimiento una vez concluida la intervención.
- Analizar la interpretación de los problemas de aplicación.
- Analizar el aprendizaje significativo alcanzado por los estudiantes.

Variables a medir:

- Rendimiento.
- Interpretación de problemas.
- Aprendizaje significativo.

Descripción de momentos:

- **Momento de inicio:** Indicaciones de la actividad y entrega del material.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo del Post-Test, monitoreado por el grupo de investigación.
- **Momento de cierre:** Recepción de Post-Test y agradecimientos.

Materiales:

- Post-Test, (ver Anexo3).

CAPÍTULO V
ANÁLISIS DE DATOS

5. ANÁLISIS DE DATOS

En este capítulo abordaremos las distintas respuestas de los estudiantes, a los cuales se aplicó la intervención PEMISP, realizando un exhaustivo análisis para lograr determinar, tanto sus falencias, como también sus logros o avances en el contenido aplicado, utilizando gráficas comparativas y descripción de datos.

El capítulo mostrará los datos ordenados por institución educacional, realizando sus análisis respectivos, determinando los avances o retrocesos de cada grupo, ya sea control o experimental.

5.1. Liceo Bicentenario de Viña del Mar

5.1.1. Pre-Test

"2° Medio A" Grupo Control 1 (GC1).

GRUPO CONTROL 1 (GC1)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GC1.1	1	0	0	0	1
GC1.2	4	5	13	3	25
GC1.3	4	5	10	3	22
GC1.4	4	5	10	2	21
GC1.5	4	5	6	2	17
GC1.6	3	5	4	1	13
GC1.7	2	5	10	2	19
GC1.8	4	5	9	1	19
GC1.9	4	5	10	2	21
GC1.10	4	5	8	3	20
GC1.11	4	5	11	3	23
GC1.12	2	4	11	1	18
GC1.13	3	5	5	0	13
GC1.14	5	5	0	0	10
GC1.15	5	5	8	1	19
GC1.16	3	5	9	3	20
GC1.17	4	5	10	3	22
GC1.18	1	5	1	0	7
GC1.19	5	5	12	3	25
GC1.20	4	5	10	3	22
GC1.21	3	5	8	1	17
GC1.22	4	5	9	3	21
GC1.23	4	5	6	0	15
GC1.24	3	5	12	2	22
PUNTAJE IDEAL	5	5	15	9	34
PROMEDIO	3,5	4,8	8,0	1,8	18,0
% DE APROBACIÓN	70%	95%	53%	19%	53%
MODA	4	5	10	3	22
MEDIANA	4	5	9	2	19,5

Tabla 5: Pre-Test Grupo Control 1.

“2° Medio B” Grupo Experimental 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GE1.1	0	5	0	0	5
GE1.2	3	5	12	2	22
GE1.3	2	5	10	2	19
GE1.4	5	5	15	3	28
GE1.5	3	5	6	1	15
GE1.6	4	5	15	3	27
GE1.7	3	4	10	1	18
GE1.8	4	5	8	1	18
GE1.9	4	5	1	0	10
GE1.10	1	5	1	0	7
GE1.11	4	5	15	3	27
GE1.12	2	5	8	2	17
GE1.13	2	5	8	0	15
GE1.14	4	5	4	2	15
GE1.15	3	5	5	1	14
GE1.16	3	5	9	1	18
GE1.17	3	5	2	0	10
GE1.18	3	5	4	2	14
GE1.19	3	5	3	2	13
GE1.20	5	5	10	2	22
GE1.21	2	5	6	1	14
GE1.22	2	2	1	0	5
GE1.23	2	5	2	0	9
GE1.24	3	5	11	2	21
GE1.25	4	5	6	1	16
GE1.26	5	2	0	0	7
GE1.27	4	5	10	2	21
GE1.28	3	5	6	1	15
GE1.29	4	5	1	2	12
GE1.30	4	5	7	3	19
GE1.31	3	5	7	1	16

PUNTAJE IDEAL	5	5	15	9	34

PROMEDIO	3,1	4,8	6,5	1,3	15,8
% DE APROBACIÓN	63%	95%	44%	15%	46%
MODA	3	5	10	2	15
MEDIANA	3	5	6	1	15

Tabla 6: Pre-Test Grupo Experimental 1.

Gráfica Pre-Test Liceo Bicentenario

"Grupo Control 1 (GC1)" y "Grupo Experimental 1 (GE1)".

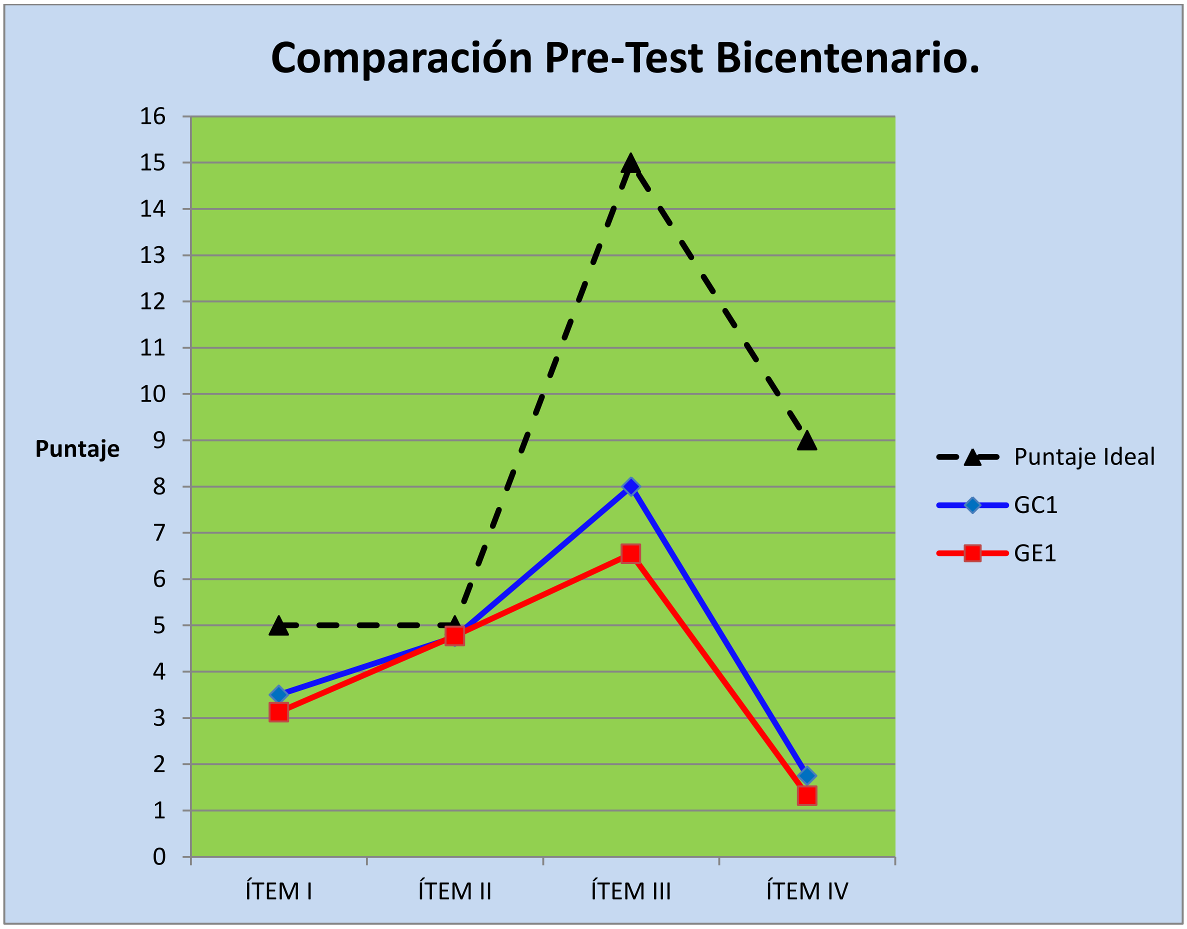


Gráfico 2: Comparación Promedio de Puntos Pre-Test Liceo Bicentenario.

DESCRIPCIÓN DEL GRÁFICO.

Este gráfico muestra el promedio de puntos obtenidos por ítem según el Pre-Test aplicado a cada curso del Liceo Bicentenario de Viña del Mar.

Según la comparación, en el ítem I se observa que los estudiantes están cerca del puntaje ideal, lo que implica que poseen las habilidades que se describen en el objetivo de éste ítem (Modelan situaciones con sistemas de ecuaciones; resuelven sistemas de ecuaciones; interpretan gráficamente la solución de un problema).

Analizando el ítem II, concluimos que los estudiantes cumplen con el objetivo de éste ítem que es la modelación de situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Inferimos del ítem III que los estudiantes de ambos cursos muestran un bajo rendimiento en cuanto a la resolución e interpretación de la solución en la modelación del sistema de ecuación lineal con dos incógnitas.

Por último, el ítem IV presenta el rendimiento más bajo obtenido por ambos cursos en comparación al puntaje ideal, es decir, los estudiantes no resuelven gráficamente la modelación creada a partir de la situación planteada.

CONCLUSIÓN.

Haciendo un análisis exhaustivo de los datos obtenidos, consideramos que el curso "2° Medio B" requiere de una intervención para lograr mejorar el rendimiento a través de un aprendizaje significativo. Por este motivo, este curso será designado como nuestro "*Grupo Experimental 1*" *(GE1)* y el "2° Medio A" como nuestro "*Grupo Control 1" (GC1)*.

5.1.2. Fase I

MÓDULO I - GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	A	B				C			TOTAL
		i	ii	iii	iv	i	ii	iii	
GE1.1	1	1	2	2	2	1	1	1	11
GE1.2	1	2	2	1	1	1	0	0	8
GE1.3	1	1	1	2	2	1	1	1	10
GE1.4	2	2	2	1	2	2	2	2	15
GE1.5	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE1.6	2	2	2	2	1	1	0	2	12
GE1.7	1	2	2	1	2	2	2	2	14
GE1.8	1	2	2	2	2	0	0	1	10
GE1.9	1	1	2	2	2	1	1	1	11
GE1.10	2	1	2	2	1	1	1	1	11
GE1.11	1	2	2	2	2	1	1	1	12
GE1.12	1	2	2	2	1	1	1	1	11
GE1.13	1	2	2	2	1	1	1	1	11
GE1.14	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE1.15	1	2	2	2	1	1	1	1	11
GE1.16	1	2	2	2	0	1	1	1	10
GE1.17	1	2	2	2	1	1	1	1	11
GE1.18	1	1	2	2	1	1	1	1	10
GE1.19	1	1	2	2	1	1	1	1	10
GE1.20	2	2	2	2	2	2	2	2	16
GE1.21	1	2	2	2	1	1	1	1	11
GE1.22	2	2	2	2	1	1	1	1	12
GE1.23	1	2	1	0	0	1	0	1	6
GE1.24	1	2	2	2	2	1	1	1	12
GE1.25	1	2	2	2	1	1	2	2	13
GE1.26	1	2	2	2	1	2	0	1	11
GE1.27	1	1	2	2	2	1	1	1	11
GE1.28	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE1.29	0	2	2	1	2	2	1	2	12
GE1.30	2	2	2	1	2	1	1	1	12
GE1.31	2	2	2	2	2	2	1	1	14
PUNTAJE IDEAL	2	2	2	2	2	2	2	2	16
PROMEDIO	1,3	1,8	1,9	1,8	1,5	1,2	1,0	1,2	11,5
% DE APROBACIÓN	65%	89%	97%	89%	73%	58%	48%	58%	72%
MODA	1	2	2	2	2	1	1	1	11
MEDIANA	1	2	2	2	2	1	1	1	11

Tabla 7: Puntaje Módulo I (GE1).

Análisis Módulo I

LICEO BICENTENARIO GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)

Este módulo está destinado a la modelación de situaciones que conllevan sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y la posterior resolución del sistema modelado.

Objetivo:

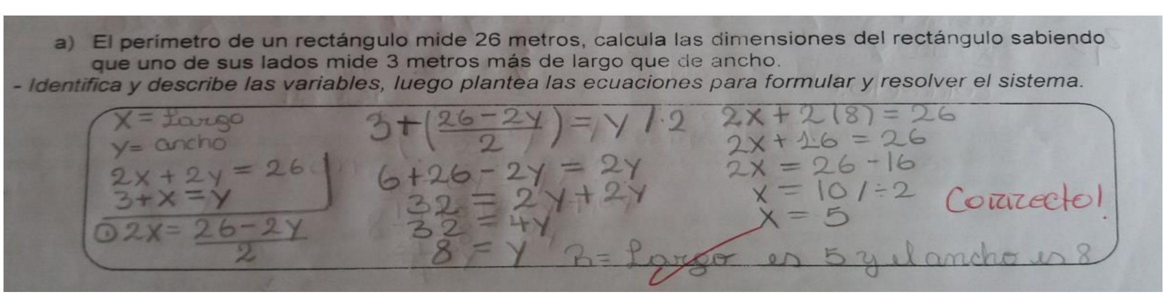
- Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Resolver los sistemas de ecuaciones lineales formulados.

I.- Interpreta y resuelve los siguientes problemas, formando un sistema de ecuaciones lineales.

Ahora procederemos a analizar las preguntas del ítem y sus posteriores respuestas efectuadas por los estudiantes:

a) En esta primera subdivisión el porcentaje de aprobación de la pregunta fue de 65%, es decir, si bien la mayoría de los estudiantes no tuvo dificultad en formular el sistema de ecuaciones, se limitaban a suprimir el proceso de identificación y declaración de variables, ya que según ellos era algo que estaba implícito. Cabe señalar que también había estudiantes que necesitaban apoyo, ya que al revisar sus procedimientos se encontraban nulos o deficientes, y fue con estos en los que incurrimos a trabajar más personalizadamente.

Las siguientes imágenes son resultados del trabajo efectuado por los estudiantes en el desarrollo de esta situación.



a) El perímetro de un rectángulo mide 26 metros, calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que uno de sus lados mide 3 metros más de largo que de ancho.

- Identifica y describe las variables, luego plantea las ecuaciones para formular y resolver el sistema.

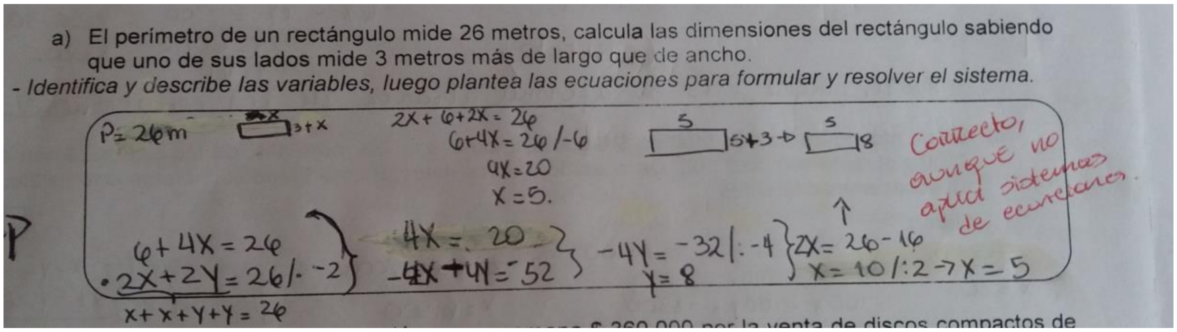
x = Largo
y = ancho
$2x + 2y = 26$
$3 + x = y$
① $2x = \frac{26-2y}{2}$

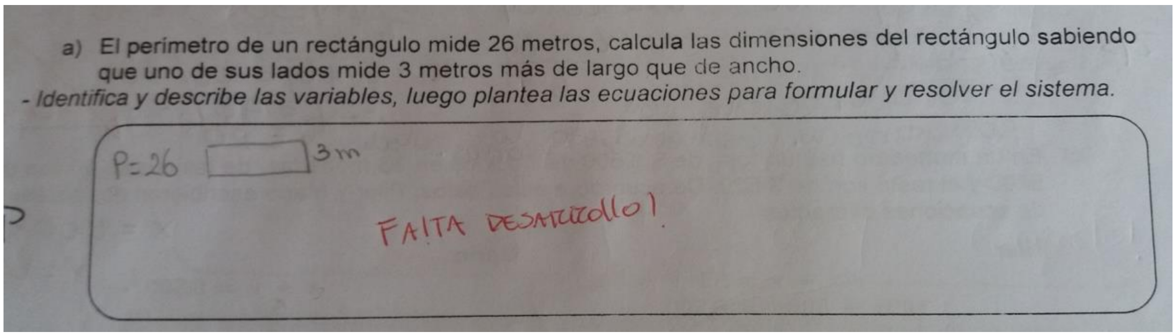
$3 + \left(\frac{26-2y}{2}\right) = y \; / \cdot 2$
$6 + 26 - 2y = 2y$
$32 = 2y + 2y$
$32 = 4y$
$8 = y$

$2x + 2(8) = 26$
$2x + 16 = 26$
$2x = 26 - 16$
$x = 10 / \div 2$
$x = 5$

R = Largo es 5 y ancho es 8

Correcto!





b) Esta segunda situación se subdividió en preguntas guiadas con el fin de mejorar e incentivar el proceso de modelación y resolución de un sistema de ecuaciones.

La subdivisión (b. i) corresponde sólo a la descripción de variables de la situación (b). Si bien los estudiantes en general lograron un 89% de aprobación según rúbrica, la mayoría procedía a realizar el sistema de ecuaciones de manera inmediata, lo que reflejaba las dificultades de la mayoría para seguir instrucciones de desarrollo o el subestimar un procedimiento necesario.

La siguiente subdivisión (b. ii) corresponde al planteo del sistema de ecuaciones. Los estudiantes alcanzaron un 97% de aprobación y se realizó de manera satisfactoria.

b) Una tienda de música recaudó en una semana $ 360.000 por la venta de discos compactos de reggaetón y de rock. El precio de los CD de reggaetón es $ 6.000 y el de los CD de rock es $8.000. Si quisiéramos saber cuántos discos compactos de cada tipo de música se vendieron, y se sabe además que la cantidad total de las ventas entre CD de rock y de reggaetón es de 53:

i. ¿Podrías saber cuáles son las variables del problemas?, de ser así, describe todas las variables.

$x+y=53$
$6000x+8000y=360.000$

x = CD reggaeton
y = CD rock

correcto!

ii. ¿Podrías plantear ecuaciones para resolver la situación?, de ser así ¿cuáles serían dichas ecuaciones?

$x+y=53$
$6000x+8000y=360.000$

correcto!!

b) Una tienda de música recaudó en una semana $ 360.000 por la venta de discos compactos de reggaetón y de rock. El precio de los CD de reggaetón es $ 6.000 y el de los CD de rock es $8.000. Si quisiéramos saber cuántos discos compactos de cada tipo de música se vendieron, y se sabe además que la cantidad total de las ventas entre CD de rock y de reggaetón es de 53:

i. ¿Podrías saber cuáles son las variables del problemas?, de ser así, describe todas las variables.

$6000x+8000y=36000$ → x = CD de reggetón
$x+y=53$ → total de ventas entre ambos
y = CD de rock

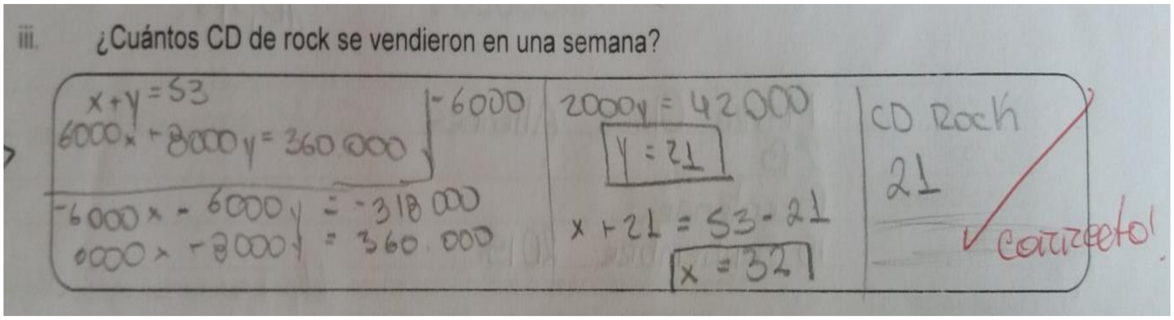
correcto.

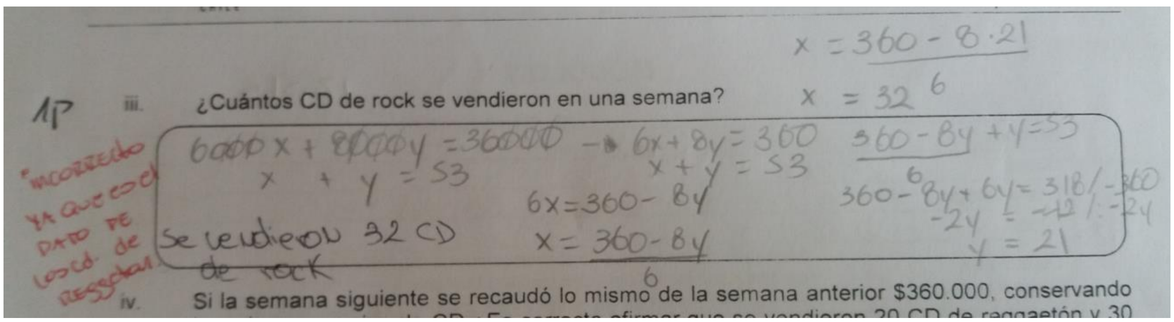
ii. ¿Podrías plantear ecuaciones para resolver la situación?, de ser así ¿cuáles serían dichas ecuaciones?

$6000x+8000y=360.000$
$x+y=53$

correcto.

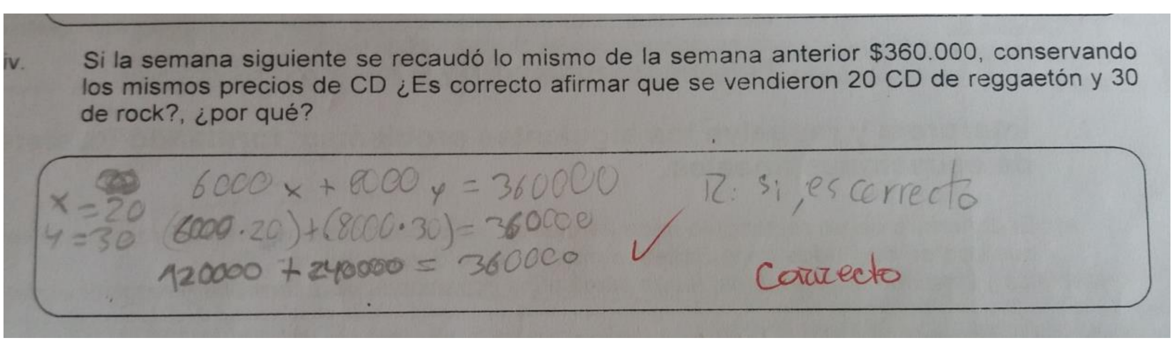
La subdivisión (b. iii) corresponde a la solución de una de las variables del sistema de ecuaciones planteado para la situación. Los estudiantes alcanzaron un 89% de aprobación; respondieron de manera variada, ya que algunos respondían haciendo un correcto desarrollo y otros un desarrollo defectuoso (respondiendo según la otra variable en cuestión).

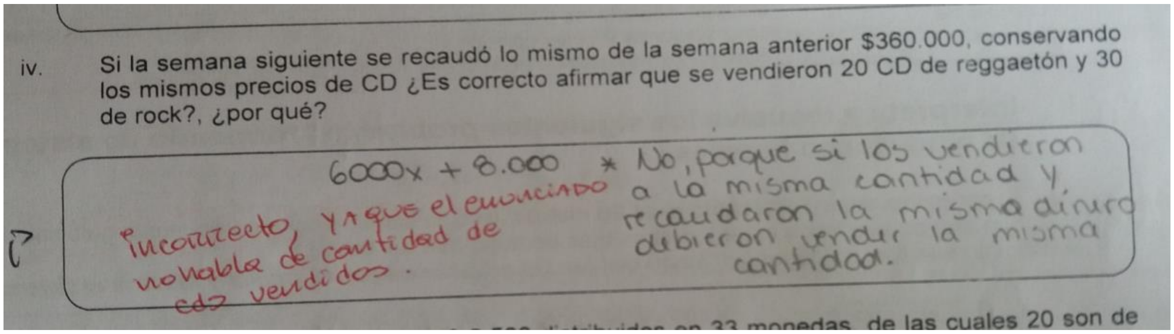




La última subdivisión (b. iv) corresponde a una variación de una de las ecuaciones del sistema de ecuaciones modelado para la situación. En esta parte del problema, los estudiantes mostraban confusión frente a este cambio, en la que unos respondían de manera certera y otros no lograban comprender la modificación que se debía emplear, por lo tanto alcanzaron un 73% de aprobación según rúbrica.

Las siguientes imágenes muestran lo descrito.

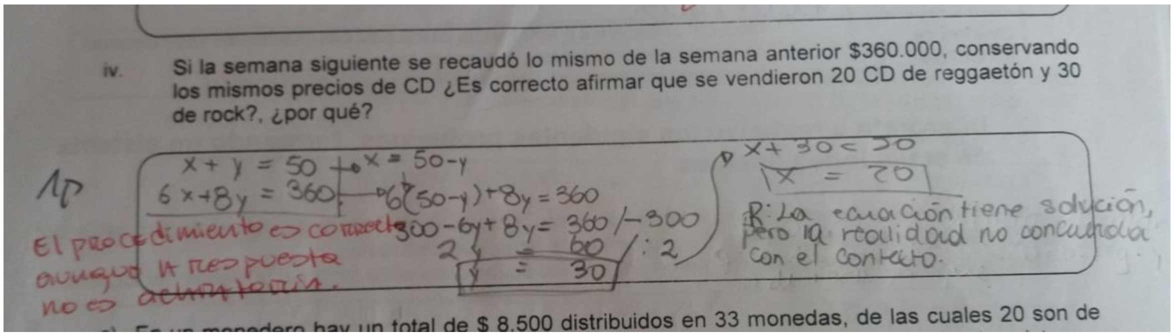




iv. Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

6000x + 8.000 * No, porque si los vendieron a la misma cantidad y recaudaron la misma dinero dubieron vender la misma cantidad.

Incorrecto, ya que el enunciado no habla de cantidad de cds vendidos.



iv. Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

$x + y = 50$ → $x = 50 - y$

$6x + 8y = 360$ → $6(50-y) + 8y = 360$

$300 - 6y + 8y = 360 \;/ -300$

$2y = 60 \;/ :2$

$\boxed{y = 30}$

$x + 30 = 50$

$\boxed{x = 20}$

R: La ecuación tiene solución, pero la realidad no concuerda con el contexto.

El procedimiento es correcto aunque la respuesta no es determinante.

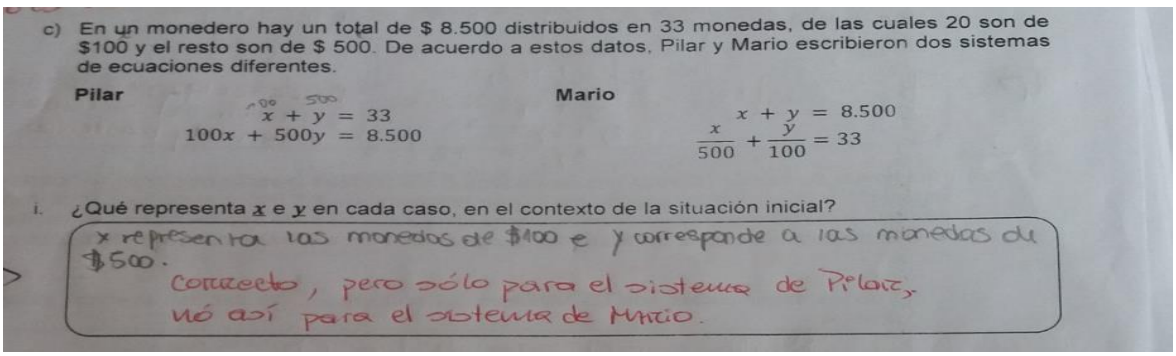
c) En esta tercera situación se mostraban dos sistemas de ecuaciones correctos, en que los estudiantes debían responder a las interrogantes hechas en las subdivisiones de la situación.

En la subdivisión (c. i) los estudiantes debían señalar lo que significaba en cada caso las variables x e y de los modelamientos presentados. Los estudiantes lograron un 58% de aprobación, respondiendo solo al modelamiento hecho por “Pilar” (en el problema), dejando a la deriva lo hecho por “Mario” (ya que este sistema era más elaborado).

En la subdivisión (c. ii) los estudiantes alcanzaron un 48% de aprobación, en la cual debían responder a los valores que tomaban x e y en cada sistema de ecuación presentado, debido a que la mayoría solo respondió al modelamiento planteado por “Pilar”.

Por último, en la subdivisión (c. iii) los estudiantes debían discriminar cuales de los sistemas era el correcto (aunque ambos lo eran), argumentando la respuesta. Los estudiantes acá lograron un 58% de aprobación según rúbrica respondiendo que el sistema de Pilar era el correcto, ya que habían realizado todos los procedimientos anteriores con este sistema. No obstante, había estudiantes que respondían de manera correcta todas las subdivisiones de esta situación.

Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes en estas subdivisiones.



c) En un monedero hay un total de \$ 8.500 distribuidos en 33 monedas, de las cuales 20 son de \$100 y el resto son de \$ 500. De acuerdo a estos datos, Pilar y Mario escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes.

Pilar

$$x + y = 33$$
$$100x + 500y = 8.500$$

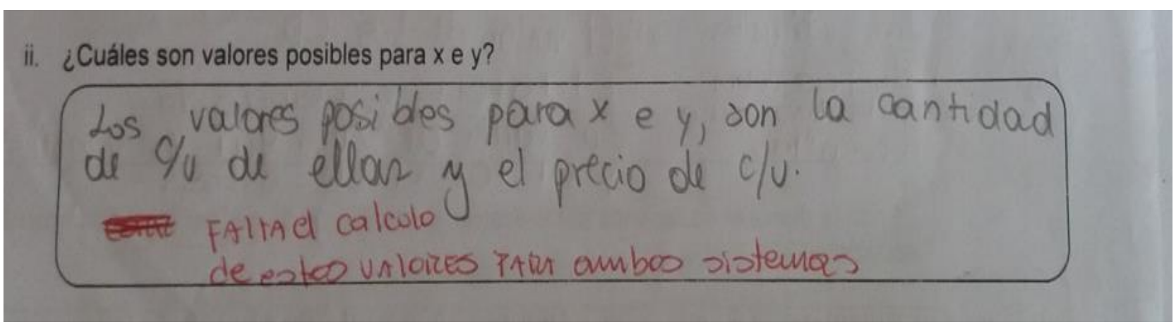
Mario

$$x + y = 8.500$$
$$\frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 33$$

i. ¿Qué representa x e y en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

x representa las monedas de \$100 e y corresponde a las monedas de \$500.

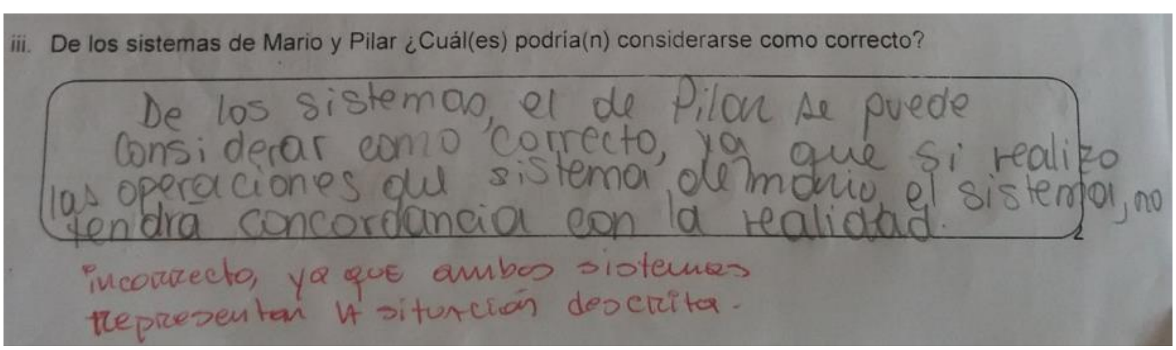
Correcto, pero sólo para el sistema de Pilar, nó así para el sistema de Mario.



ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

Los valores posibles para x e y, son la cantidad de c/u de ellas y el precio de c/u.

Falta el calculo de estos valores para ambos sistemas



iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

De los sistemas, el de Pilar se puede considerar como correcto, ya que si realizo las operaciones del sistema de Mario el sistema, no tendra concordancia con la realidad.

Incorrecto, ya que ambos sistemas representan la situación descrita.

c) En un monedero hay un total de \$ 8.500 distribuidos en 33 monedas, de las cuales 20 son de \$100 y el resto son de \$ 500. De acuerdo a estos datos, Pilar y Mario escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes.

Pilar

$$x + y = 33$$
$$100x + 500y = 8.500$$

Mario

$$x + y = 8.500$$
$$\frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 33$$

i. ¿Qué representa x e y en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

representan el valor de moneda

correcto, pero sólo para el sistema de ~~Mario~~. Pilar.

ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

$x + y = 33 \quad / \cdot 100$
$100x + 500y = 8500$
$-100x - 100y = -3300$
$100x + 500y = 8500$
$400y = 5200$
$\boxed{y = 13}$
$x + 13 = 33$
$\boxed{x = 20}$

$x + y = 8500$
$\frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 33 \quad / \cdot 500$
$500x - 500y = 16.500$
$x + y = 8500$
$x - y = 16500$

Correcto sólo para el sistema de Pilar

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

Solo Pilar llega a la respuesta correcta ya que su sistema esta mejor planteado

correcto, pero el sistema de Mario tambien tiene buen planteamiento!

c) En un monedero hay un total de \$ 8.500 distribuidos en 33 monedas, de las cuales 20 son de \$100 y el resto son de \$ 500. De acuerdo a estos datos, Pilar y Mario escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes.

Pilar

$x = 33 - 13$
$x = 20.$

$$x + y = 33 \quad / \cdot -100$$
$$100x + 500y = 8.500$$
$$-100x - 100y = -3300$$
$$400y = 5200 \quad /:4$$
$$y = 13$$

Mario

$x = 8500 - 2000$
$x = 6.500$

$$x + y = 8.500 \quad / \cdot -1 \quad -x - y = -8.500$$
$$\frac{x}{500} + \frac{5y}{500} = 33 \quad / \cdot 500 \quad x + 5y = 16500$$
$$4y = 8.000 \quad /:4$$
$$y = 2.000$$

i. ¿Qué representa x e y en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

Pilar	Mario.
X = monedas \$100	X = valor monedas \$500
Y = " \$500.	Y = " " \$100.

Correcto,

ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

Pilar	Mario.
X = 20	X = 6500
Y = 13	Y = 2000.

Correcto.

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

Los dos, aunque, ~~al~~ principio el sistema de Pilar te lleva a la cantidad de monedas, y el de mario al valor de la cantidad de monedas. Pero los dos sirven

Correcto

Gráfica Módulo I - Liceo Bicentenario

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems.”.

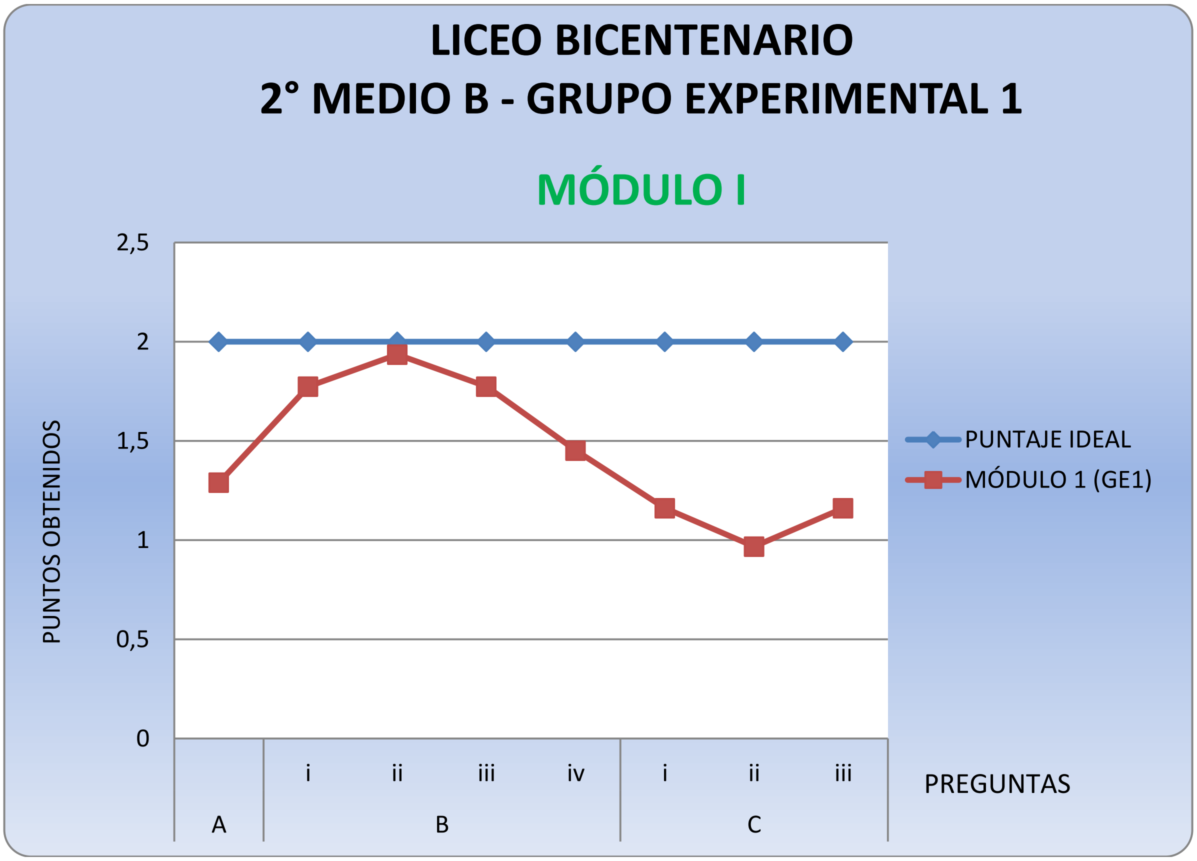


Gráfico 3: Comparación Puntaje Ideal y Promedio Módulo I (GE1).

5.1.3. Fase II

MÓDULO II - GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	A					B				TOTAL
	i	ii	iii	iv	v	I	ii	iii	iv	
GE1.1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2
GE1.2	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE1.3	1	1	3	3	1	3	3	3	0	18
GE1.4	1	1	3	2	0	3	3	3	3	19
GE1.5	1	1	2	2	1	2	2	3	3	17
GE1.6	1	1	3	3	1	3	3	3	0	18
GE1.7	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE1.8	1	1	2	3	1	2	3	1	0	14
GE1.9	1	1	2	3	1	3	3	3	2	19
GE1.10	1	1	2	2	1	2	2	3	3	17
GE1.11	1	0	3	3	1	3	3	3	0	17
GE1.12	1	1	3	3	1	3	3	2	0	17
GE1.13	1	1	3	1	1	2	2	2	3	16
GE1.14	1	0	3	3	1	3	3	3	1	18
GE1.15	1	1	2	1	1	3	3	1	3	16
GE1.16	1	1	2	2	1	2	2	2	0	13
GE1.17	1	1	3	0	1	3	3	1	3	16
GE1.18	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE1.19	1	1	2	3	1	3	3	1	0	15
GE1.20	1	1	3	2	1	3	3	3	3	20
GE1.21	1	1	2	3	0	3	3	2	3	18
GE1.22	1	1	3	3	1	3	3	1	0	16
GE1.23	1	1	3	1	1	2	3	0	3	15
GE1.24	1	1	3	1	0	3	3	3	3	18
GE1.25	1	1	2	3	1	3	3	3	0	17
GE1.26	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE1.27	1	1	3	1	1	2	3	0	3	15
GE1.28	1	1	2	2	1	3	3	2	3	18
GE1.29	1	1	2	3	1	3	3	3	3	20
GE1.30	1	1	1	1	0	2	2	1	3	12
GE1.31	1	1	3	2	1	3	3	3	3	20
PUNTAJE IDEAL	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
PROMEDIO	1,0	0,9	2,5	2,2	0,8	2,6	2,7	2,2	1,9	16,9
% DE APROBACIÓN	100%	94%	83%	73%	84%	88%	91%	72%	65%	81%
MODA	1	1	3	3	1	3	3	3	3	18
MEDIANA	1	1	3	3	1	3	3	3	3	17

Tabla 8: Puntaje Módulo II (GE1).

Análisis Módulo II

LICEO BICENTENARIO GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)

Este módulo está diseñado para analizar e interpretar las soluciones que se generan de las modelaciones producidas en las situaciones presentadas.

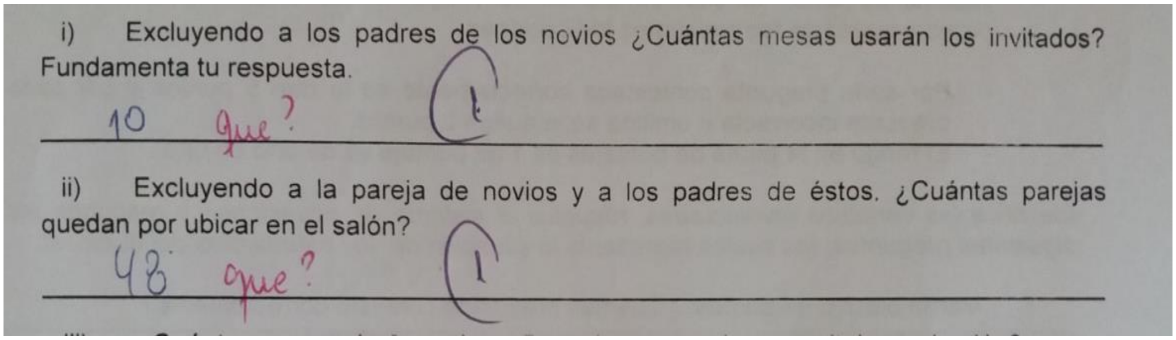
Objetivo:

- Analizan soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Interpretan la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas según problema o situación dada.

I.- Resuelve cada situación interpretando las soluciones de acuerdo al contexto de cada problema.

a) La primera situación se subdivide en cuatro partes. En la primera subdivisión (a. i) los estudiantes en general, respondian de forma adecuada descartando y entendiendo lo pedido, identificando las variables, modelando adecuadamente el sistema de ecuaciones lineales con dos incognitas, resolviendo y entregando solución al problema adecuadamente, alcanzando un 100% de aprobación según rúbrica. Mientras que en la siguiente subdivisión (a. ii) los estudiantes lograron un 94% de rendimiento, lo que indica que en general lograban responder a la interrogante. En la subdivisión (a. iii) los estudiantes alcanzaron un 83% de aprobación, es decir, si bien respondian a lo pedido, igual se encontraban pequeños errores en las respuestas.

Las siguientes imágenes demuestran lo realizado:


i) Excluyendo a los padres de los novios ¿Cuántas mesas usarán los invitados? Fundamenta tu respuesta.

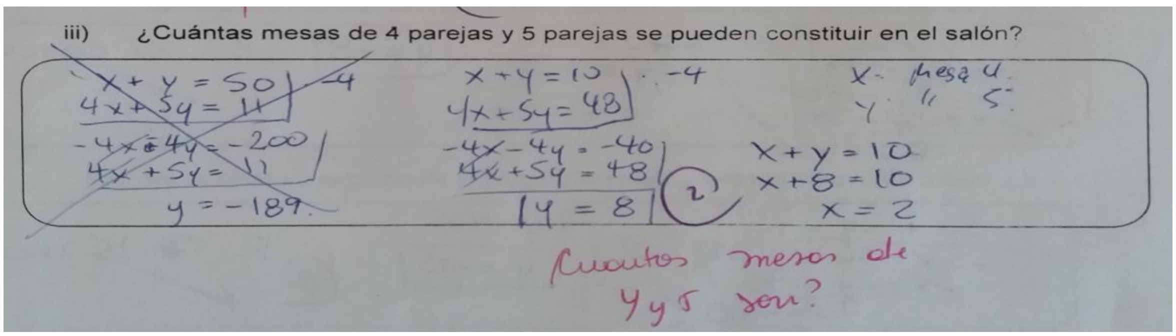
10 que?

1

ii) Excluyendo a la pareja de novios y a los padres de éstos. ¿Cuántas parejas quedan por ubicar en el salón?

48 que?

1


iii) ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 5 parejas se pueden constituir en el salón?

~~$x + y = 50$~~ -4

~~$4x + 5y = 11$~~

~~$-4x - 4y = -200$~~

~~$4x + 5y = 11$~~

~~$y = -189$~~

$x + y = 10$ $\cdot -4$

$4x + 5y = 48$

$-4x - 4y = -40$

$4x + 5y = 48$

$\boxed{y = 8}$

2

x - mesa 4

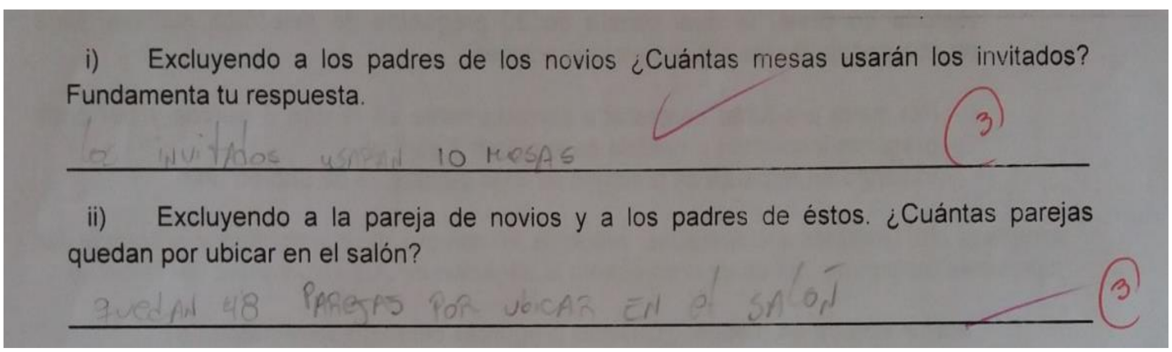
y " 5

$x + y = 10$

$x + 8 = 10$

$x = 2$

Cuantos mesas de 4 y 5 son?


i) Excluyendo a los padres de los novios ¿Cuántas mesas usarán los invitados? Fundamenta tu respuesta.

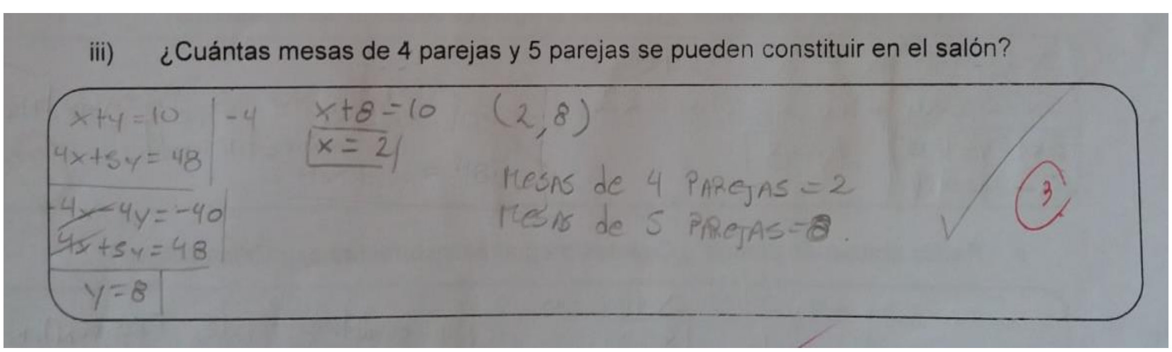
lo invitados usaran 10 mesas

3

ii) Excluyendo a la pareja de novios y a los padres de éstos. ¿Cuántas parejas quedan por ubicar en el salón?

quedan 48 parejas por ubicar en el salón

3


iii) ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 5 parejas se pueden constituir en el salón?

$x + y = 10$ -4

$4x + 5y = 48$

$-4x - 4y = -40$

$4x + 5y = 48$

$y = 8$

$x + 8 = 10$

$\boxed{x = 2}$

(2, 8)

Mesas de 4 parejas = 2

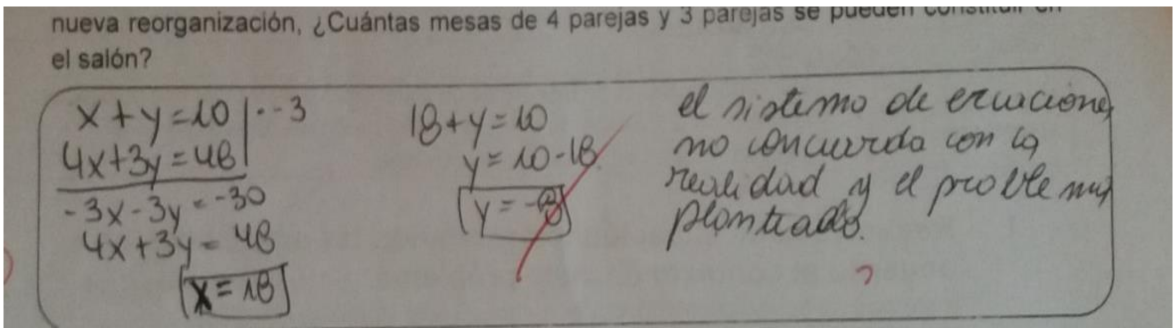
Mesas de 5 parejas = 8

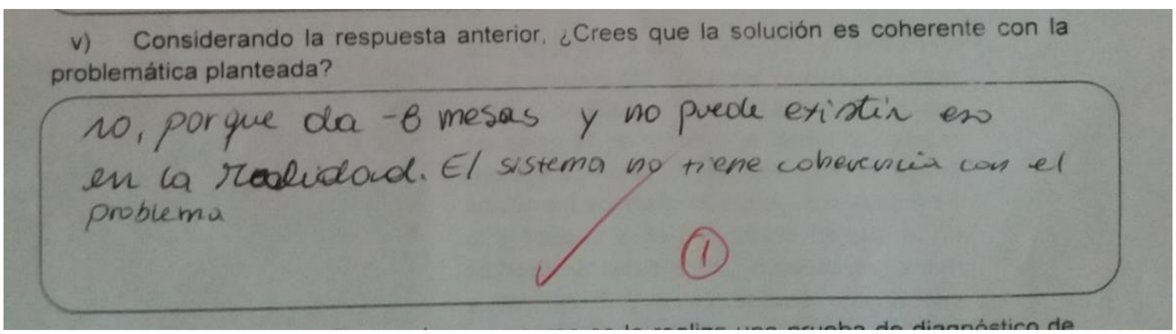
3

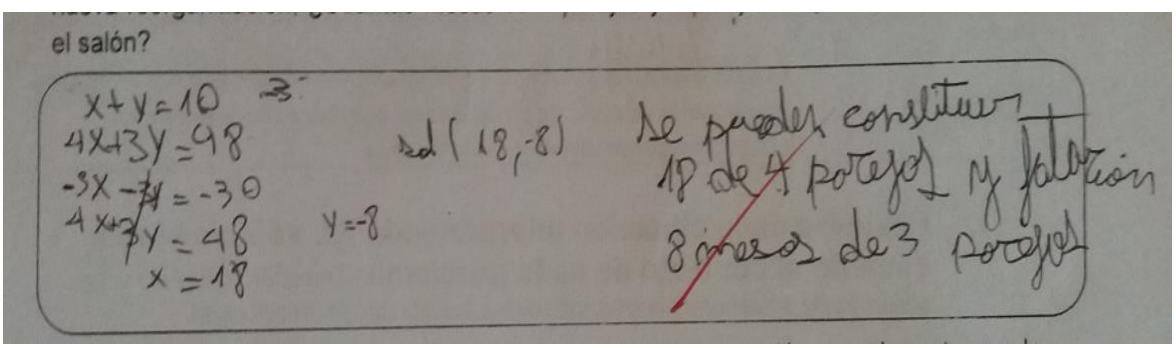
En la siguiente subdivisión (a. iv) la aprobación de los estudiantes fue de un 73%, y fue acá en donde los estudiantes demostraron su capacidad de relacionar la solución del problema con el contexto de este.

En la última subdivisión (a. v) de este ítem, los estudiantes lograron un 84% de aprobación según rúbrica, y lograban en general relacionar la solución con el contexto de la situación problemática.

Las siguientes imágenes muestran lo realizado por los estudiantes en la sección descrita:



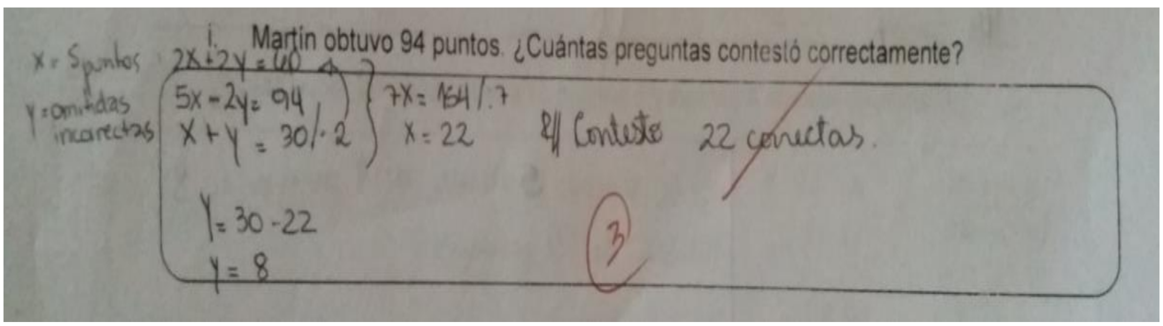


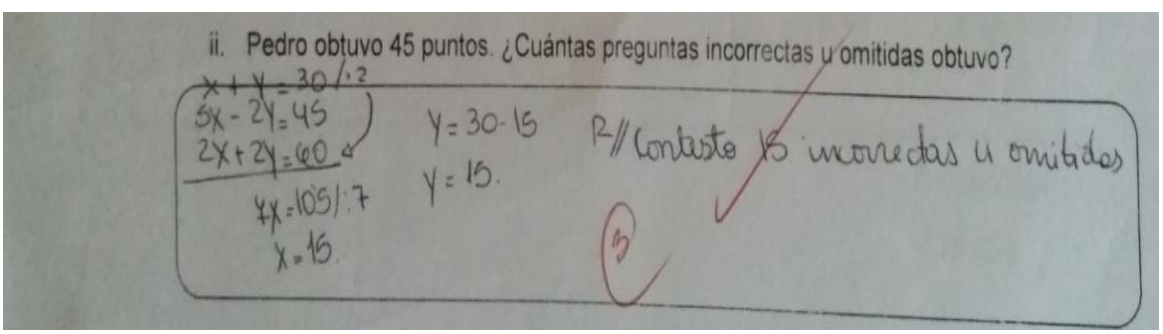


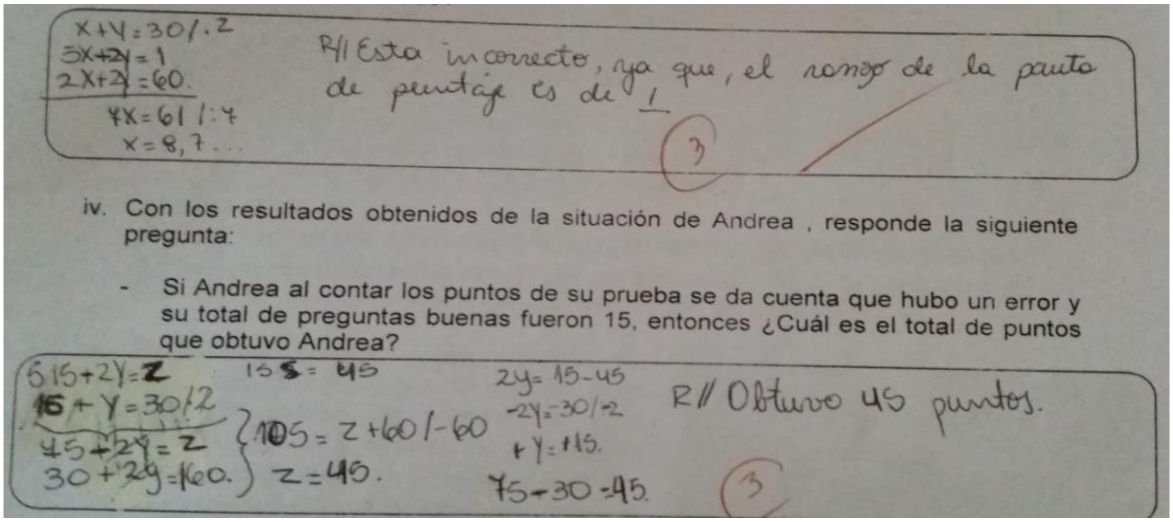
b) En esta segunda situación los estudiantes en su mayoría, modelaron y respondieron adecuadamente, infiriendo y contextualizando la solución de las subdivisiones de la situación inicial.

En la subdivisión (b. i), (b. ii), (b. iii) y (b. iv) los estudiantes alcanzaron un 88%, 91%, 72% y 65% de aprobación según rúbrica respectivamente, si bien en las dos últimas subdivisiones de esta segunda situación mostraron mas bajo rendimiento, fue producto de que se requería un análisis más exhaustivo y minucioso de la situación, pero los estudiantes lograron en general producir buenos resultados, como así lo reflejan los procentajes de aprobación.

Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes:







$x+y=30 /\cdot 2$
$5x+2y=1$
$2x+2y=60.$
$7x=61 /:7$
$x=8,7\ldots$

R/ Esta incorrecto, ya que, el rango de la punta de puntaje es de 1

3

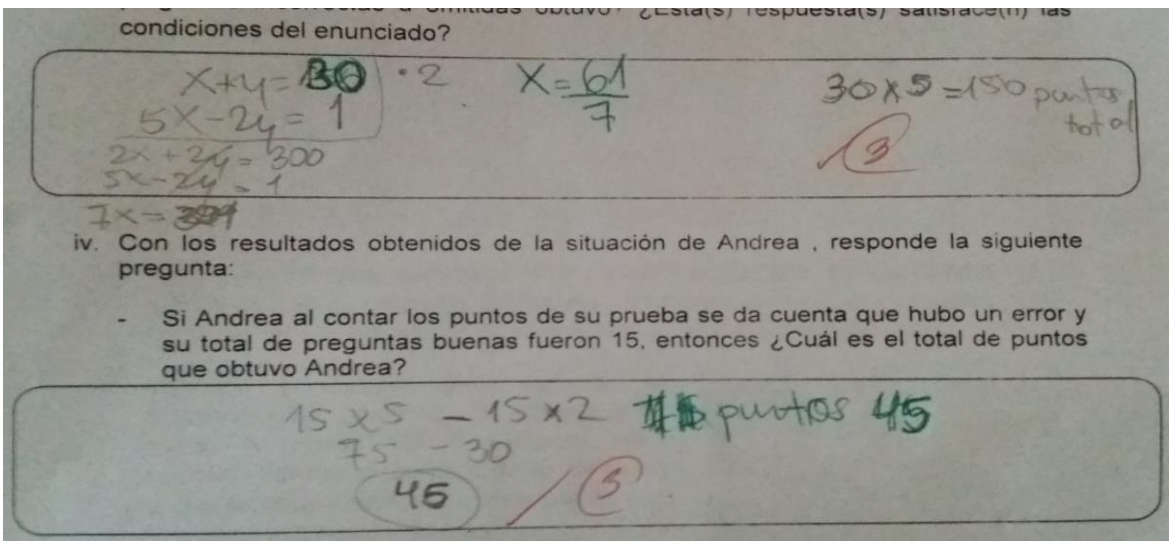
iv. Con los resultados obtenidos de la situación de Andrea , responde la siguiente pregunta:

- Si Andrea al contar los puntos de su prueba se da cuenta que hubo un error y su total de preguntas buenas fueron 15, entonces ¿Cuál es el total de puntos que obtuvo Andrea?

$5\cdot 15+2y=z$
$15+y=30/\cdot 2$
$75+2y=z$
$30+2y=60.$
$105=z+60 /-60$
$z=45.$
$15\cdot 5=45$
$2y=15-45$
$-2y=-30/\cdot -2$
$+y=+15.$
$75-30=45.$

R// Obtuvo 45 puntos.

3



condiciones del enunciado?

$x+y=30 \cdot 2$
$5x-2y=1$
$2x+2y=300$
$5x-2y=1$
$7x=301$
$x=\frac{61}{7}$

$30\times 5=150$ puntos total

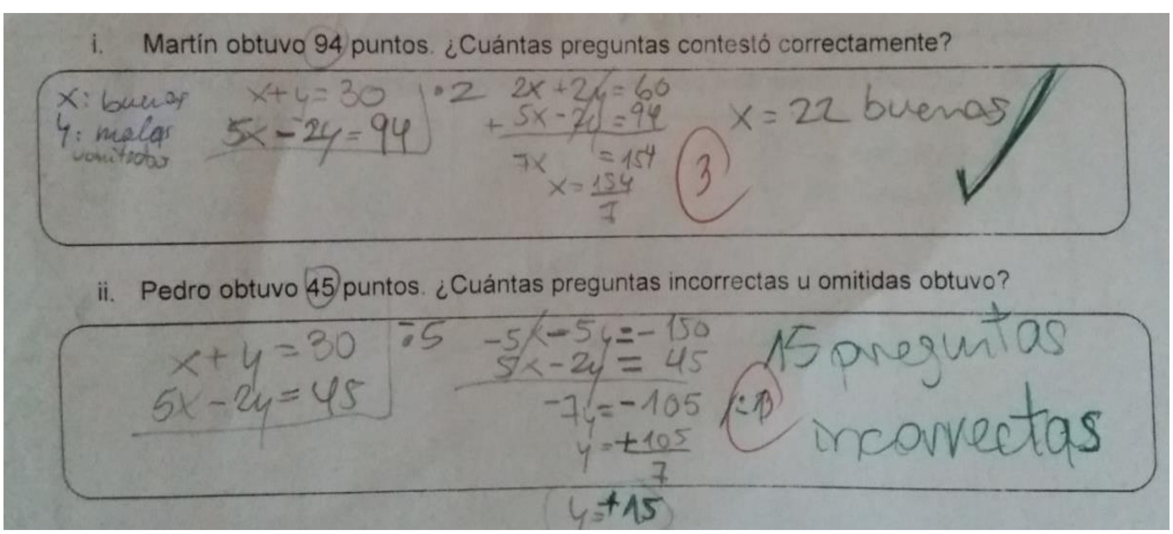
3

iv. Con los resultados obtenidos de la situación de Andrea , responde la siguiente pregunta:

- Si Andrea al contar los puntos de su prueba se da cuenta que hubo un error y su total de preguntas buenas fueron 15, entonces ¿Cuál es el total de puntos que obtuvo Andrea?

$15\times 5 - 15\times 2$ puntos 45
$75 - 30$
45

3



i. Martín obtuvo 94 puntos. ¿Cuántas preguntas contestó correctamente?

x: buenas
y: malas u omitidas

$x+y=30 \cdot 2$
$5x-2y=94$
$2x+2y=60$
$+5x-2y=94$
$7x=154$
$x=\frac{154}{7}$

$x=22$ buenas

3

ii. Pedro obtuvo 45 puntos. ¿Cuántas preguntas incorrectas u omitidas obtuvo?

$x+y=30 \cdot -5$
$5x-2y=45$
$-5x-5y=-150$
$5x-2y=45$
$-7y=-105$
$y=\frac{-105}{-7}$
$y=+15$

15 preguntas incorrectas

3

Gráfica Módulo II - Liceo Bicentenario

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems.”.

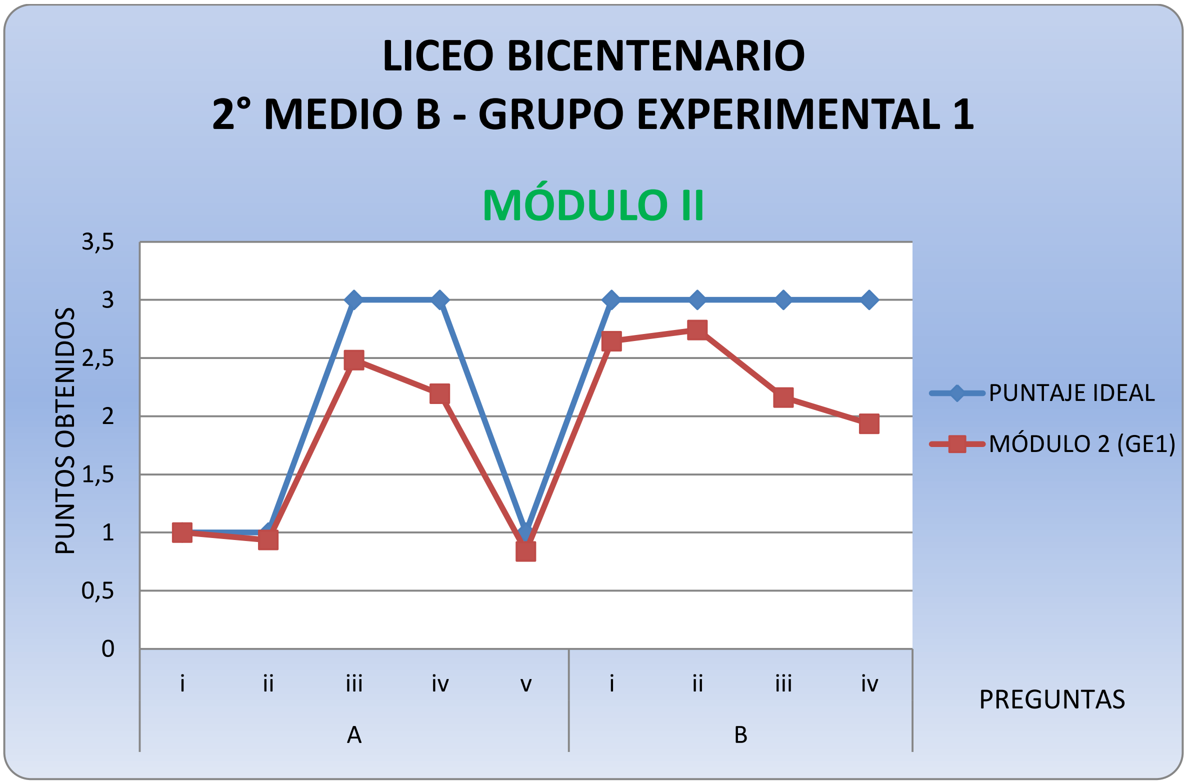


Gráfico 4: Comparación Puntaje Ideal y Promedio Módulo II (GE1).

MÓDULO III GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	PUNTOS OBTENIDOS				TOTAL
	A	B	C	D	
GE1.1	2	0	0	3	5
GE1.2	0	2	1	3	6
GE1.3	3	4	3	3	13
GE1.4	3	1	3	3	10
GE1.5	2	0	2	2	6
GE1.6	3	1	3	3	10
GE1.7	3	4	3	3	13
GE1.8	2	0	3	3	8
GE1.9	3	0	0	3	6
GE1.10	3	0	3	3	9
GE1.11	0	2	0	1	3
GE1.12	3	1	3	3	10
GE1.13	0	2	2	2	6
GE1.14	0	0	3	3	6
GE1.15	3	1	3	3	10
GE1.16	2	0	3	3	8
GE1.17	0	2	2	0	4
GE1.18	0	0	1	1	2
GE1.19	3	3	3	3	12
GE1.20	3	3	3	3	12
GE1.21	3	3	3	3	12
GE1.22	1	2	1	0	4
GE1.23	0	1	1	1	3
GE1.24	3	3	3	3	12
GE1.25	3	1	3	3	10
GE1.26	3	3	1	0	7
GE1.27	3	1	3	1	8
GE1.28	2	0	3	3	8
GE1.29	3	1	3	3	10
GE1.30	0	2	3	3	8
GE1.31	3	4	3	3	13
PUNTAJE IDEAL	3	4	3	3	13
PROMEDIO	2,0	1,5	2,3	2,4	8,2
% DE APROBACIÓN	67%	38%	76%	80%	63%
MODA	3	0	3	3	10
MEDIANA	3	1	3	3	8

Tabla 9: Puntajes Módulo III (GE1).

Análisis Módulo III

LICEO BICENTENARIO GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)

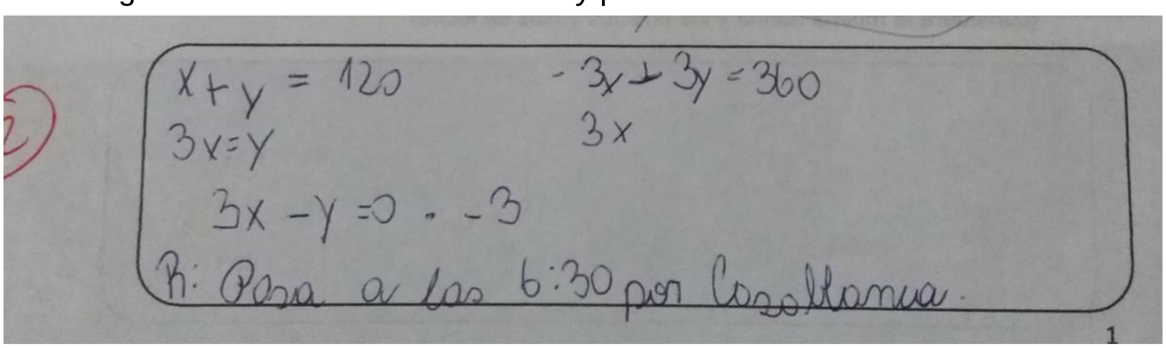
La dirección en la que está enfocado este módulo, es a los tipos de soluciones que puede poseer la resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incognitas. Estas soluciones pueden ser de tipo *"única, infinita o inexistente"*. Cabe destacar que cuando el sistema posee una única solución, se debe verificar que dicha solución sea coherente con el problema involucrado, si es que existiese.

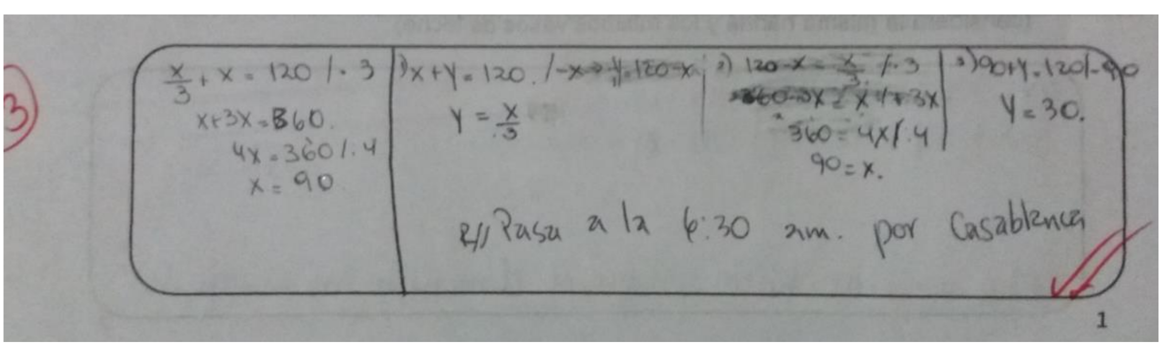
Objetivo:

- Analizan e interpretan la solución de un sistema de ecuación lineal de acuerdo al contexto de la situación dada.

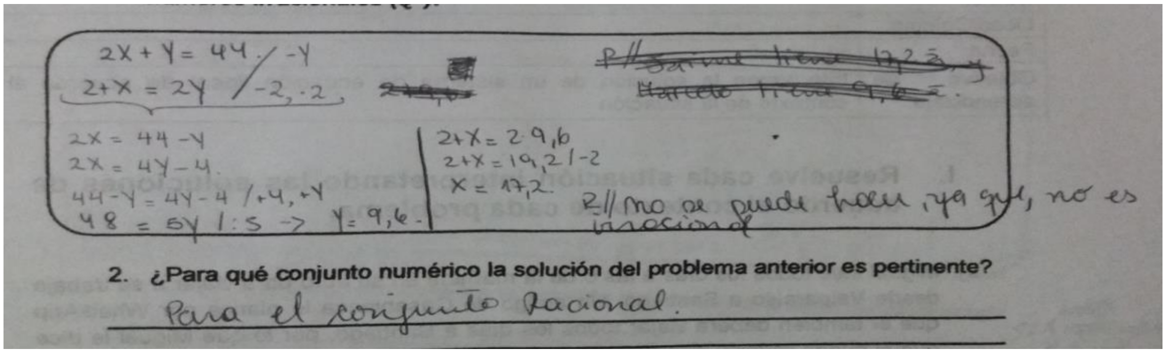
ÍTEM I. Resuelve cada situación interpretando las soluciones del problema.

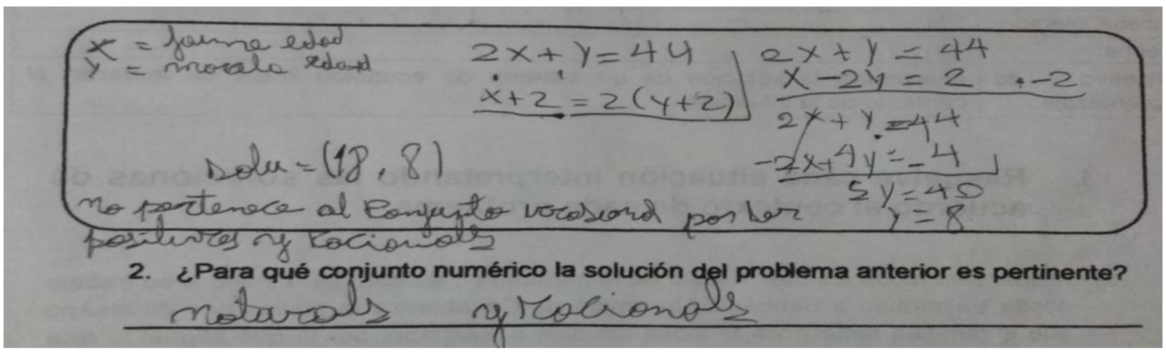
a) En esta situación, los estudiantes se ven enfrentados a una problemática, en la que alcanzaron un 67% de aprobación según rúbrica, y en general lograban realizar una modelación y posterior resolución de esta situación.



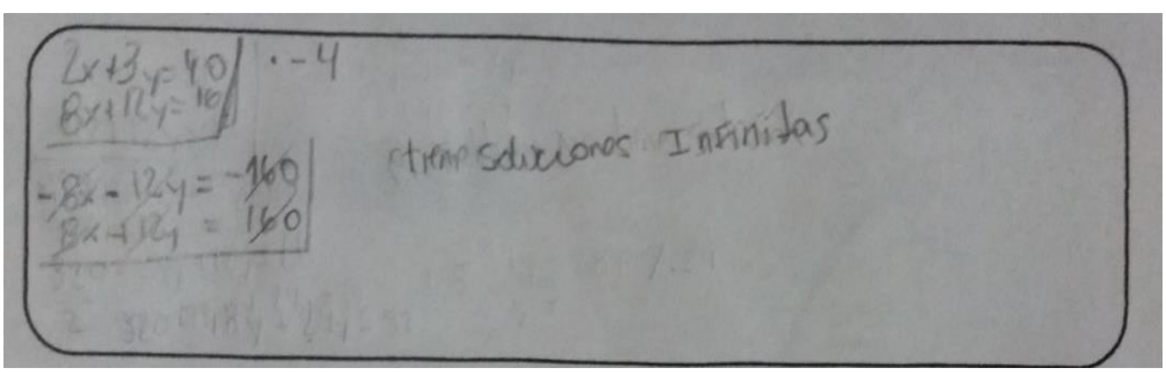


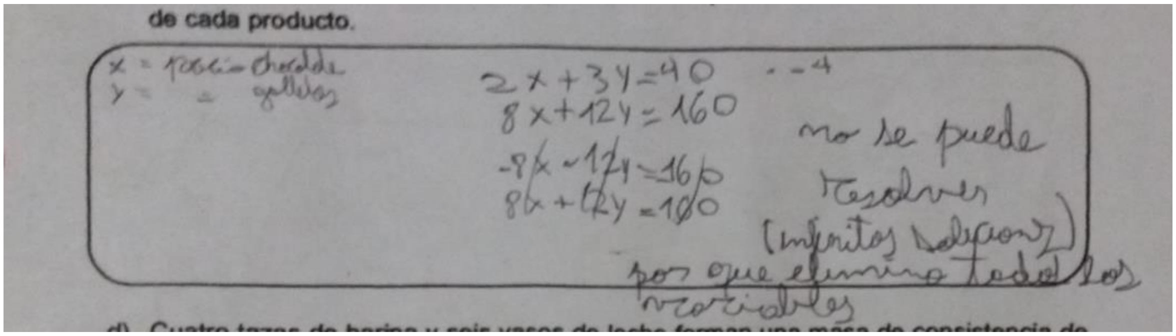
b) En esta segunda situación los estudiantes lograron un 38% de aprobación, siendo esta situación en donde se presentaron mayores dificultades para la resolución.



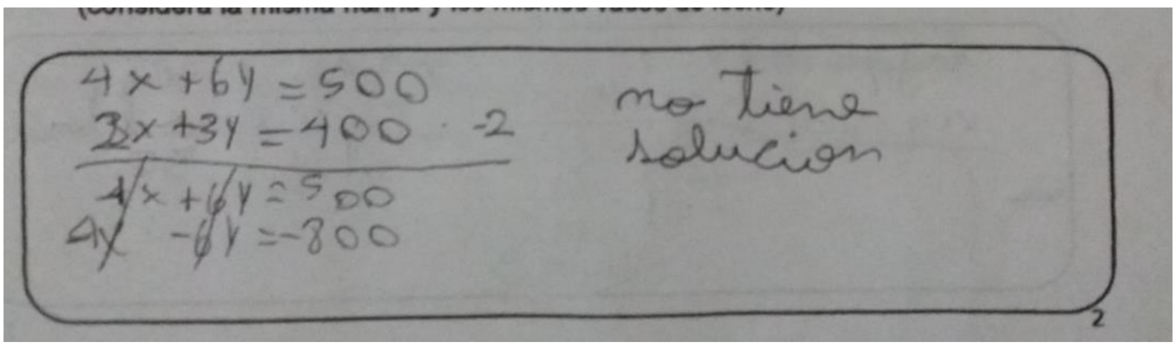


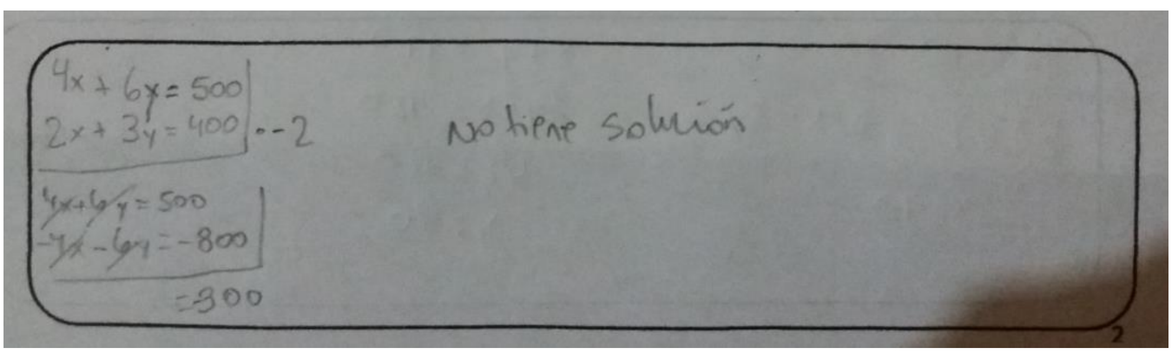
c) En esta tercera situación los estudiantes comprendían en general que al hacer la modelación del sistema y la posterior resolución, se encontraban con infinitas soluciones, logrando alcanzar un 76% de aprobación según rúbrica.





d) En esta cuarta situación los estudiantes alcanzaron un 80% de aprobación y en general lograron reconocer que tras realizar la modelación de la situación, ésta no tenía solución.





Gráfica Módulo III - Liceo Bicentenario

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems.”.

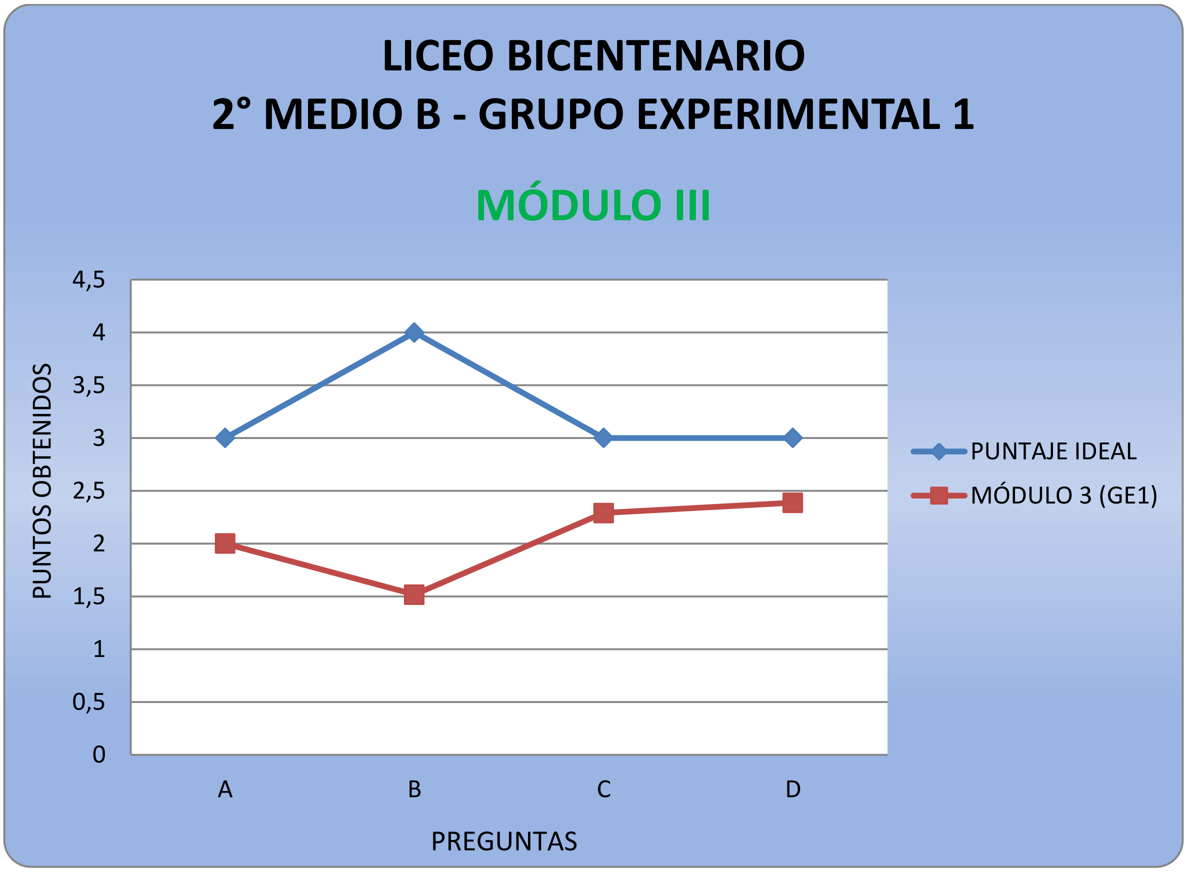


Gráfico 5: Comparación Puntaje Ideal y Promedio Módulo III (GE1).

MÓDULO IV - GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	ÍTEM I			ÍTEM II			ÍTEM III			TOTAL
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
GE1.1	3	2	2	0	0	0	0	0	0	7
GE1.2	3	3	3	3	3	2	1	1	1	20
GE1.3	3	3	2	3	2	3	0	0	0	16
GE1.4	3	3	2	2	3	3	1	1	1	19
GE1.5	3	3	2	3	1	0	0	0	0	12
GE1.6	3	3	2	3	3	2	1	1	1	19
GE1.7	3	3	2	2	3	3	1	1	1	19
GE1.8	3	3	3	3	3	2	0	0	0	17
GE1.9	3	2	3	3	1	1	0	0	0	13
GE1.10	3	3	1	2	1	1	0	0	0	11
GE1.11	3	3	2	3	3	2	1	1	1	19
GE1.12	3	3	2	2	0	1	0	0	0	11
GE1.13	3	3	3	2	1	1	0	0	0	13
GE1.14	3	3	2	3	2	2	0	0	0	15
GE1.15	3	3	2	2	2	0	0	0	0	12
GE1.16	3	3	3	2	2	1	0	0	0	14
GE1.17	3	3	2	3	2	0	0	0	0	13
GE1.18	3	3	2	3	3	3	1	1	1	20
GE1.19	3	3	3	3	2	0	0	0	0	14
GE1.20	3	3	2	3	3	3	1	1	1	20
GE1.21	3	3	1	3	3	3	1	1	1	19
GE1.22	3	3	3	3	2	1	1	1	1	18
GE1.23	2	3	2	2	1	2	0	0	0	12
GE1.24	3	3	3	2	2	1	1	1	1	17
GE1.25	3	3	2	2	2	3	1	1	1	18
GE1.26	3	3	2	3	2	1	0	0	0	14
GE1.27	2	3	3	2	2	1	0	0	0	13
GE1.28	3	3	2	2	1	1	0	0	0	12
GE1.29	3	2	2	2	2	1	1	1	1	15
GE1.30	3	3	3	2	2	3	1	1	1	19
GE1.31	3	3	3	1	3	2	0	0	0	15
PUNTAJE IDEAL	3	3	3	3	3	3	1	1	1	21
PROMEDIO	2,9	2,9	2,3	2,4	2,0	1,6	0,4	0,4	0,4	15,4
% DE APROBACIÓN	98%	97%	76%	80%	67%	53%	42%	42%	42%	73%
MODA	3	3	2	3	2	1	0	0	0	19
MEDIANA	3	3	2	2	2	1	0	0	0	15

Tabla 10: Puntaje Módulo IV GE1.

Análisis Módulo IV

LICEO BICENTENARIO GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)

La dirección a la cual está enfocado este módulo, es a la interpretación gráfica de las soluciones y del modelamiento de las rectas expresadas en el plano cartesiano

Objetivos:

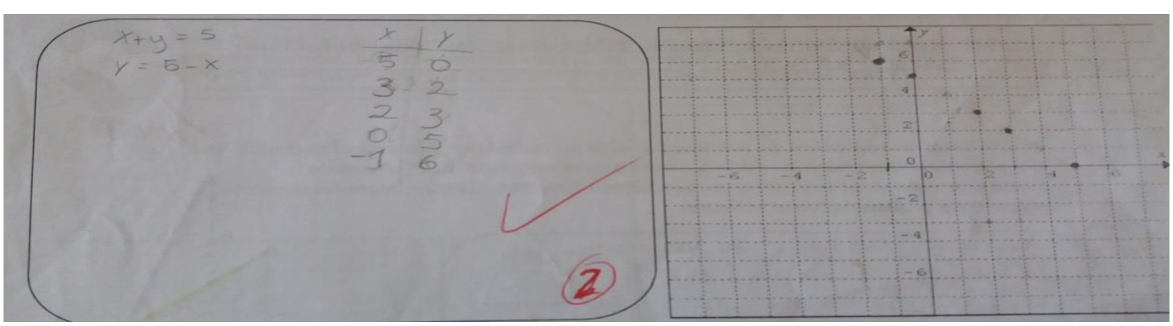
- Interpretan gráficamente las soluciones de un sistema de ecuación lineal.
- Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación con las rectas en el plano.

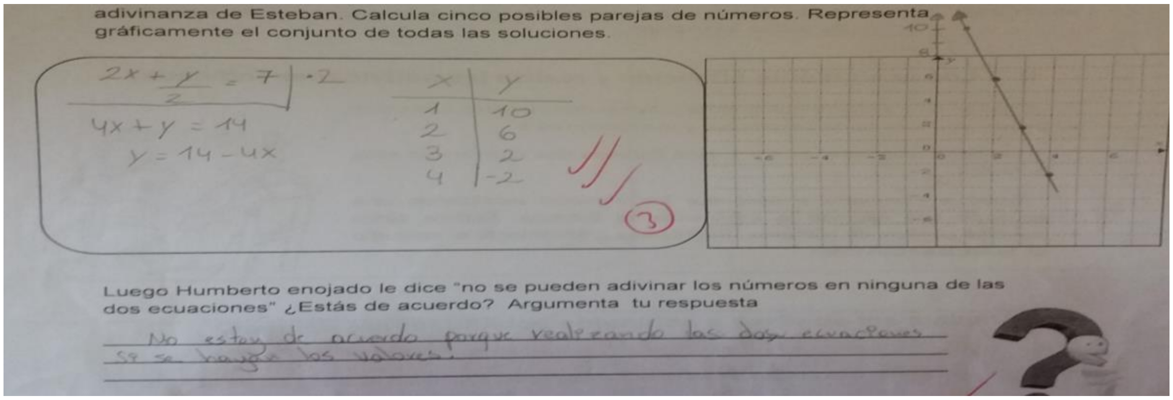
I.- Lee la siguiente situación y realiza las actividades indicadas

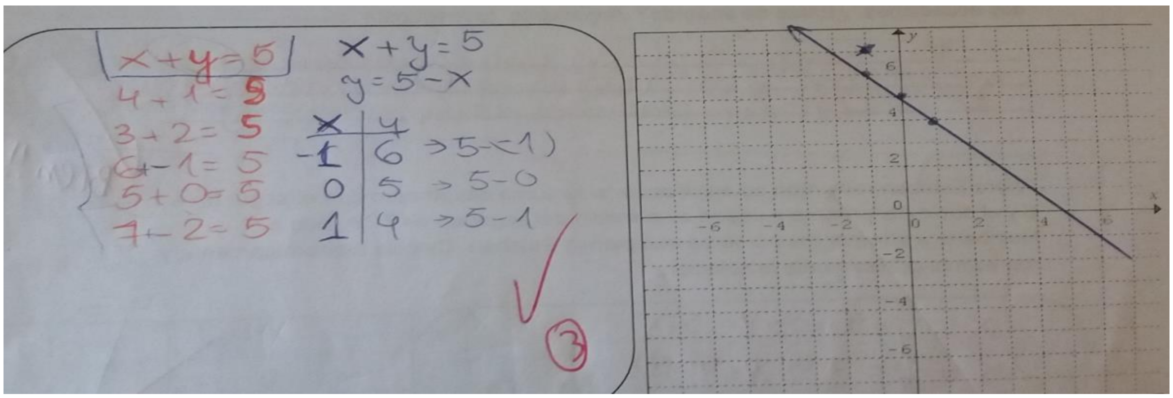
Este ítem (I) tenía como finalidad representar gráficamente las rectas modelas de las situaciones presentadas, y dar respuesta en cada subdivisión del ítem

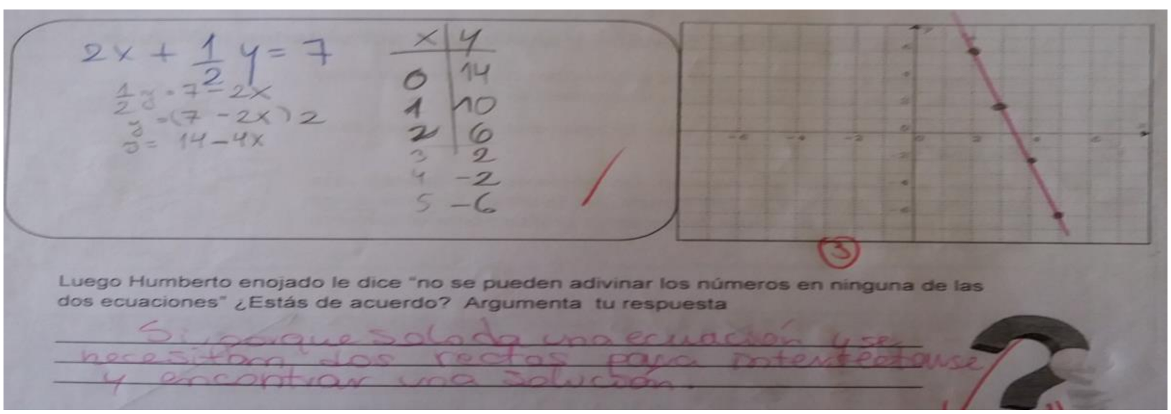
En la primera subdivisión (a) y (b) el porcentaje de aprobación de la pregunta fue de 98% y 97% respectivamente, es decir, la totalidad de los estudiantes lograba el cometido de graficar la ecuación modelada y responder a las combinaciones de números pedidos en las situaciones.

Posteriormente se procedía a realizar una pregunta “abierta” en la cual las respuestas fueron las esperadas, lo que nos indicaba que los estudiantes comprendían lo que estaban realizando viéndose reflejado esto en sus respuestas.



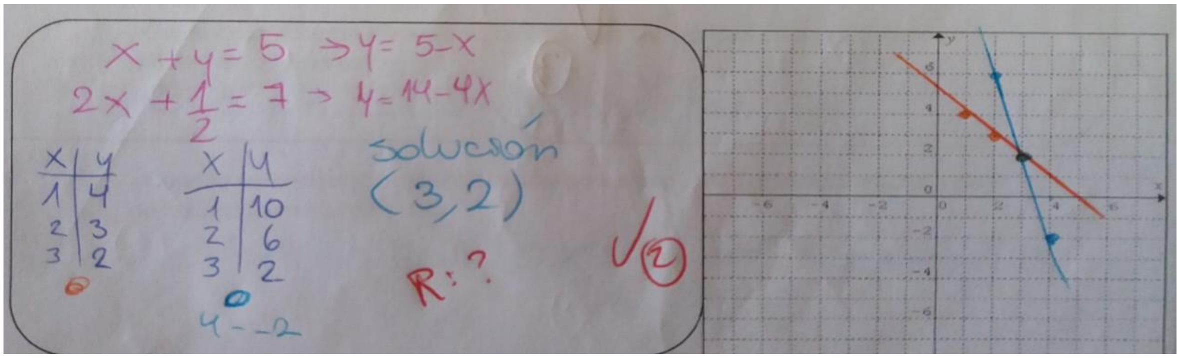


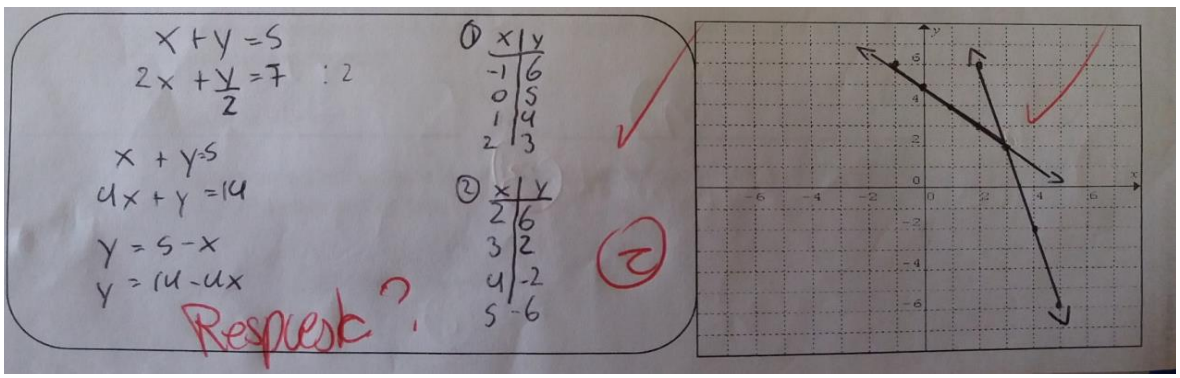




En la tercera subdivisión (c) la situación consistía en graficar en conjunto ambas ecuaciones de las situaciones anteriores, y así encontrar el par de números pedidos en ambos casos. El porcentaje de aprobación alcanzado fue de un 76%, es decir, los estudiantes lograban graficar ambas ecuaciones pero no daban respuesta a la situación, limitándose a encontrar el par ordenado, es por esto que no obtenían la totalidad del puntaje.

Las siguientes imágenes muestran lo anteriormente mencionado:





II.- En cada situación plantea el sistema de ecuaciones y resuelve mediante gráfica.

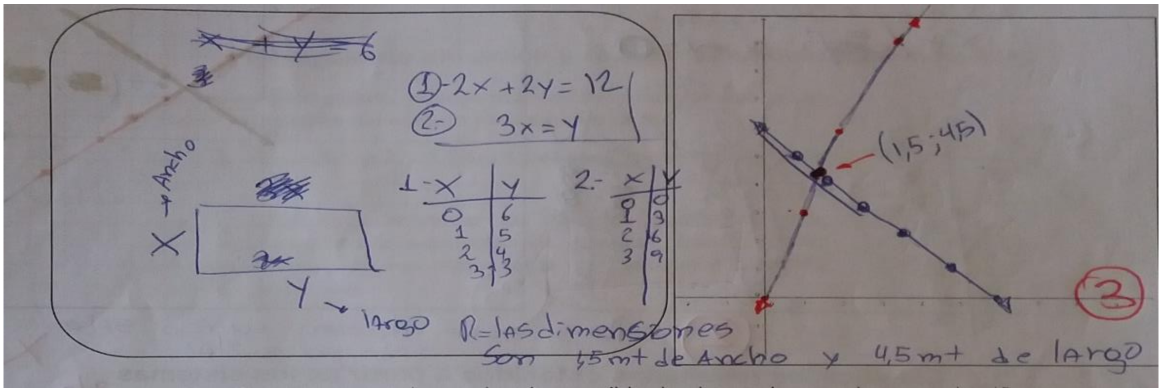
Este ítem consta de tres subdivisiones (a, b, c), las cuales tienen como soluciones: única solución, sin solución e infinitas soluciones, respectivamente.

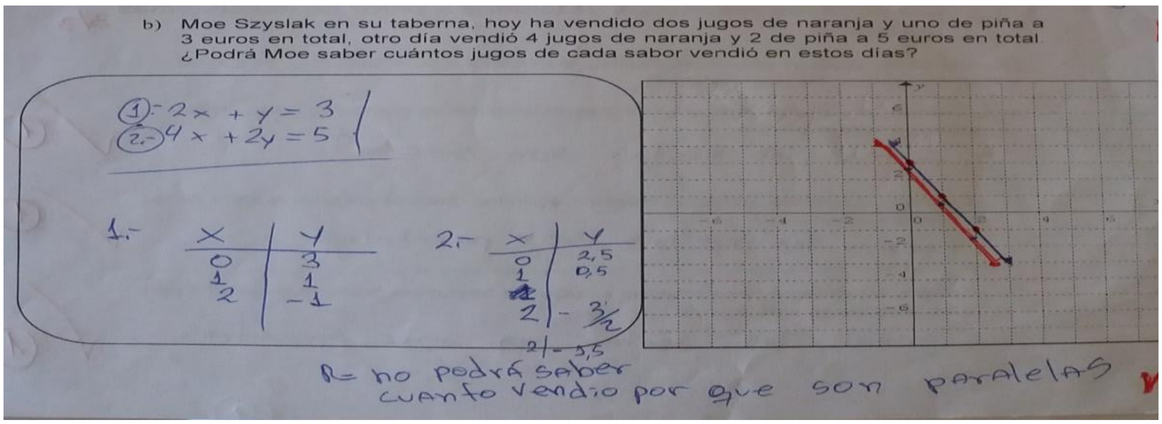
En la subdivisión (a) se alcanzó un 80% de aprobación, indicando que los estudiantes si bien desarrollaban la situación, esta no estaba completa.

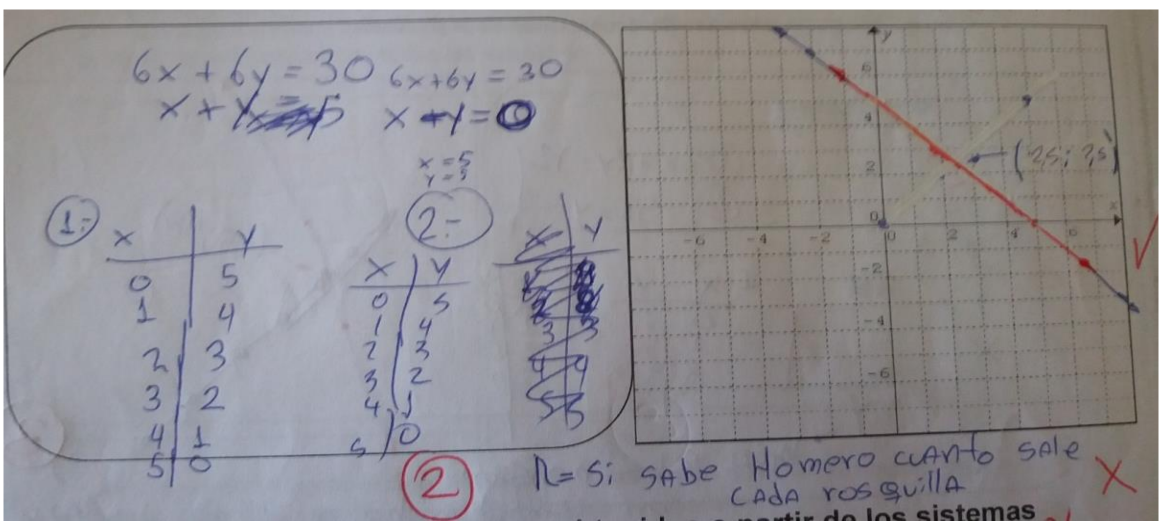
En la subdivisión (b) los estudiantes lograron un 67% de aprobación de la situación lo cual indica que el procedimiento de resolución de esta situación fue suficiente.

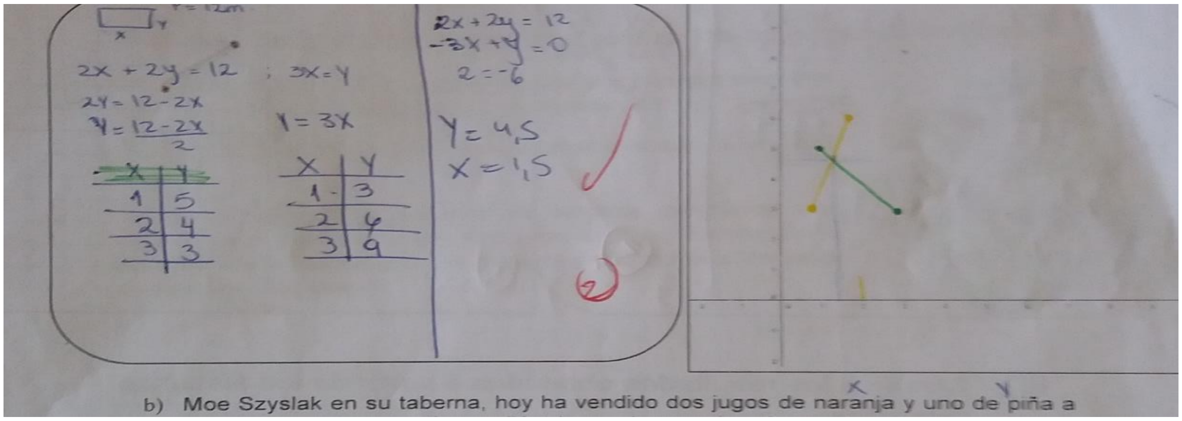
En la subdivisión (c) se alcanzó un 53% de aprobación de la situación, siendo esta la que tenía infinitas soluciones.

Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes:

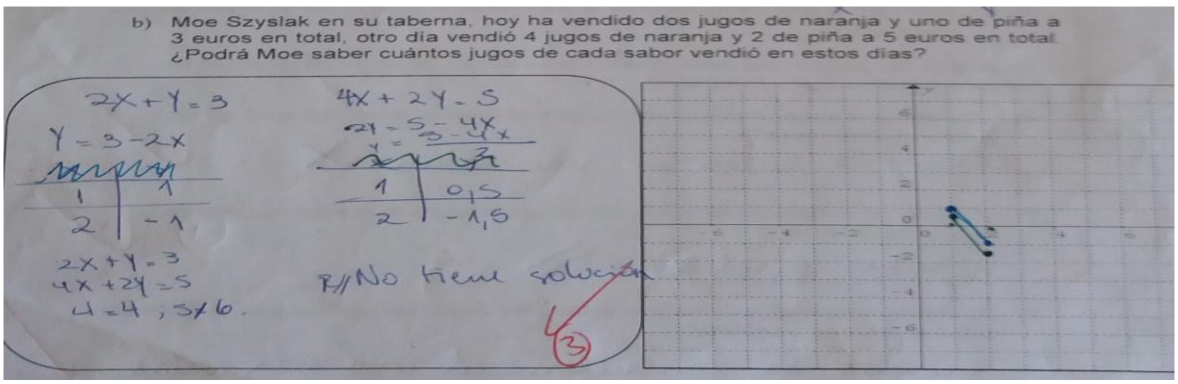




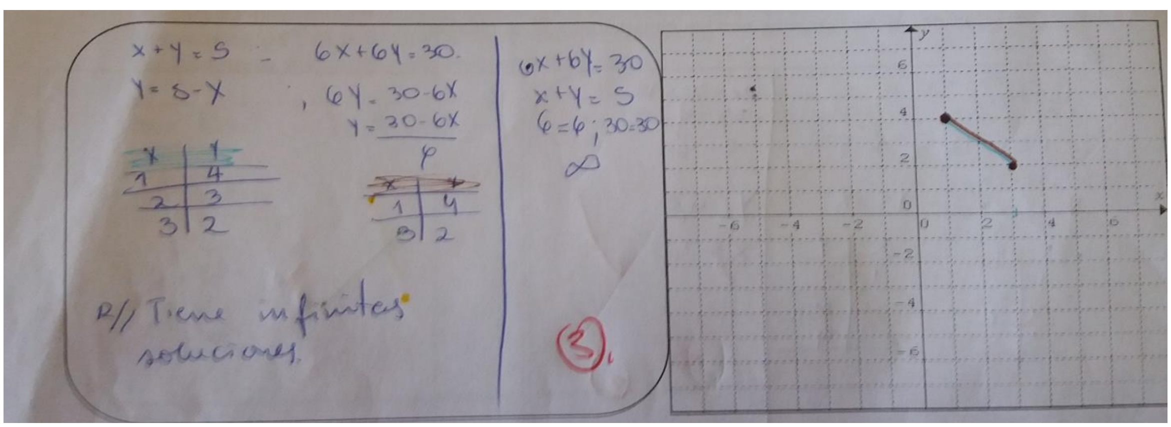




2x + 2y = 12 ; 3x = y
2y = 12 - 2x
y = (12 - 2x)/2
y = 3x
2x + 2y = 12
-3x + y = 0
2 = -6
y = 4,5
x = 1,5
b) Moe Szyslak en su taberna, hoy ha vendido dos jugos de naranja y uno de piña a



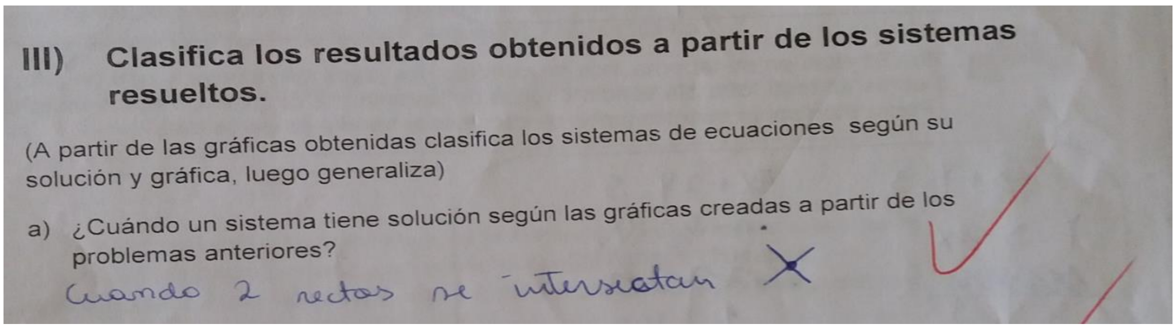
b) Moe Szyslak en su taberna, hoy ha vendido dos jugos de naranja y uno de piña a 3 euros en total, otro día vendió 4 jugos de naranja y 2 de piña a 5 euros en total. ¿Podrá Moe saber cuántos jugos de cada sabor vendió en estos días?
2x + y = 3
y = 3 - 2x
4x + 2y = 5
2y = 5 - 4x
2x + y = 3
4x + 2y = 5
4 = 4 ; 3 ≠ 6
R// No tiene solución



x + y = 5
y = 5 - x
6x + 6y = 30
6y = 30 - 6x
y = (30 - 6x)/6
6x + 6y = 30
x + y = 5
6 = 6 ; 30 = 30
∞
R// Tiene infinitas soluciones.

III.- Clasifica los resultados obtenidos a partir de los sistemas resueltos

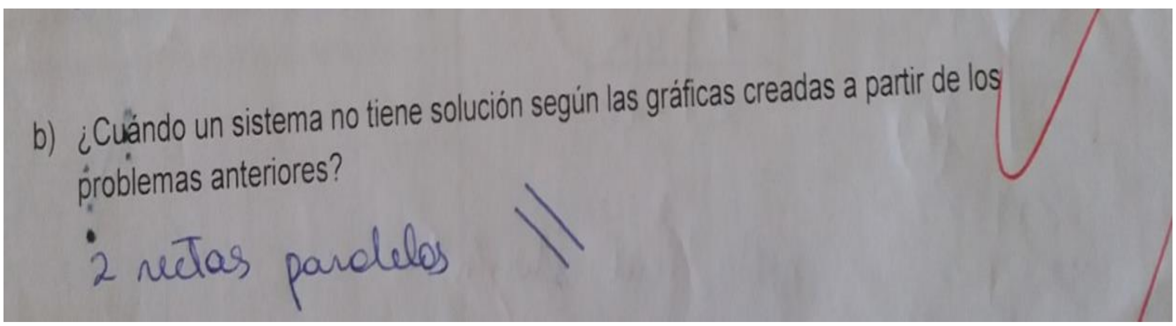
El objetivo de este ítem es institucionalizar lo aprendido en el módulo, comprendiendo tres interrogantes, las cuales apuntan a las soluciones y las gráficas de las ecuaciones según estas soluciones. Este módulo está comprendido por tres preguntas las cuales apuntan a que los estudiantes generalicen los tipos de graficas según ecuaciones y sus soluciones (única solución - rectas secantes, sin solución - rectas paralelas, infinitas soluciones - rectas coincidentes). El porcentaje de aprobación en cada subdivisión de este ítem es de 42%, 42% y 42% respectivamente.


III) Clasifica los resultados obtenidos a partir de los sistemas resueltos.

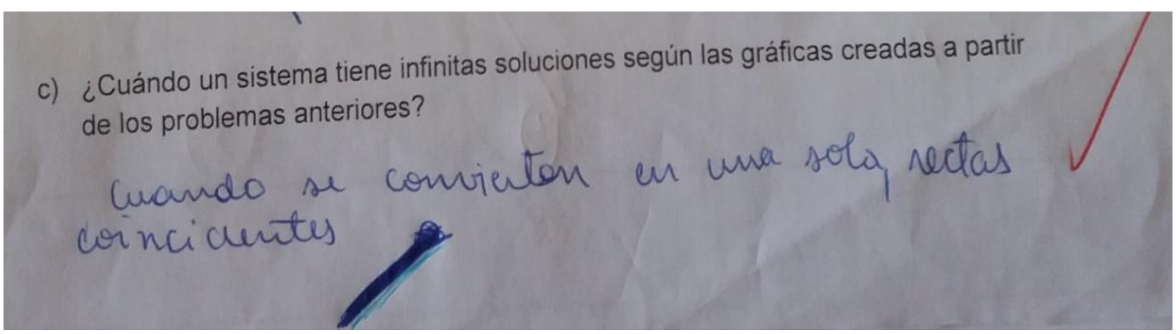
(A partir de las gráficas obtenidas clasifica los sistemas de ecuaciones según su solución y gráfica, luego generaliza)

a) ¿Cuándo un sistema tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

Cuando 2 rectas se intersectan


b) ¿Cuándo un sistema no tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

2 rectas paralelas


c) ¿Cuándo un sistema tiene infinitas soluciones según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

Cuando se convierten en una sola rectas coincidentes

Gráfica Módulo VI - Liceo Bicentenario

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems.”.

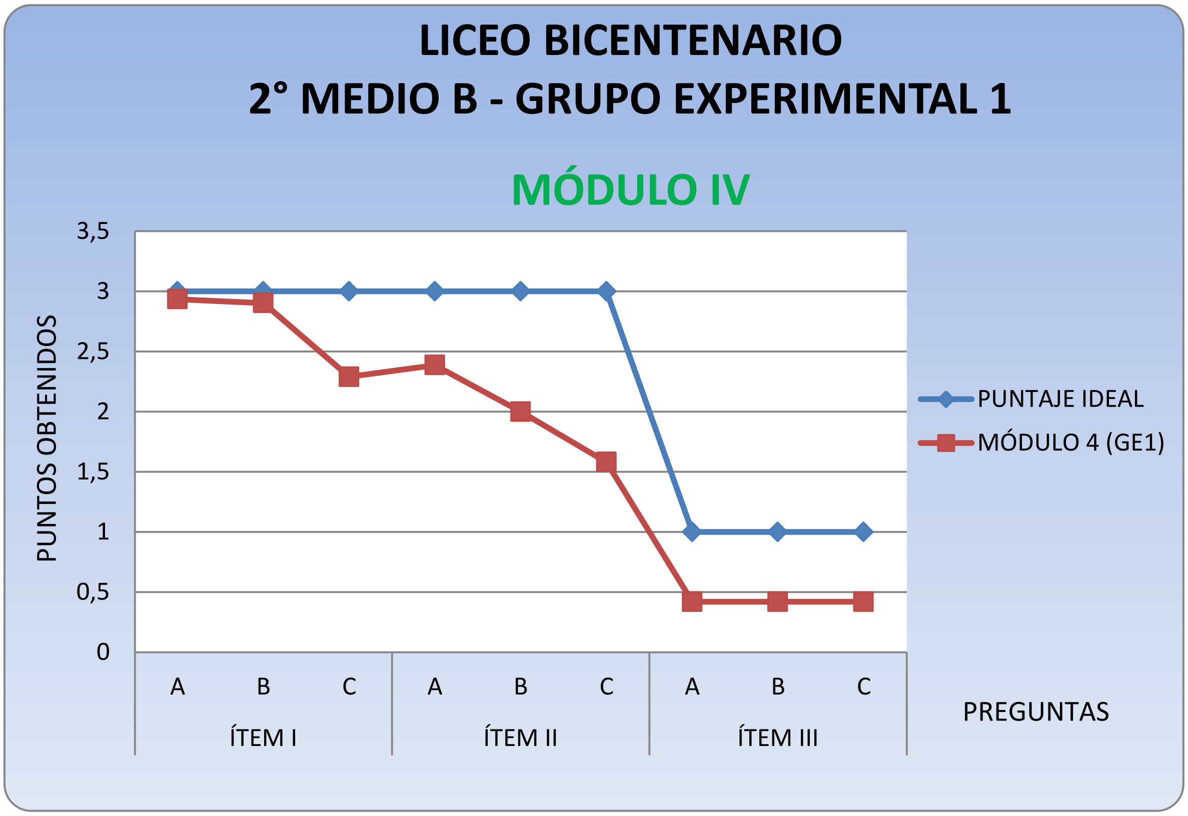


Gráfico 6: Comparación Puntaje Ideal y Promedio Módulo IV (GE1).

5.1.4. Post-Test

"2° Medio A" - Grupo Control 1 (GC1).

GRUPO CONTROL 1 (GC1)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GC1.1	2	3	0	0	5
GC1.2	4	1	7	3	15
GC1.3	4	3	7	3	17
GC1.4	4	2	4	2	12
GC1.5	4	3	7	2	16
GC1.6	3	1	5	1	10
GC1.7	2	3	7	2	14
GC1.8	3	3	8	1	15
GC1.9	4	2	9	2	17
GC1.10	5	2	6	3	16
GC1.11	1	3	1	3	8
GC1.12	3	1	4	1	9
GC1.13	2	1	6	0	9
GC1.14	4	3	2	0	9
GC1.15	4	3	6	1	14
GC1.16	4	2	8	3	17
GC1.17	5	3	5	3	16
GC1.18	2	3	3	0	8
GC1.19	2	3	2	3	10
GC1.20	1	1	5	3	10
GC1.21	3	2	8	1	14
GC1.22	2	3	7	3	15
GC1.23	3	2	7	0	12
GC1.24	4	3	5	2	14

PUNTAJE IDEAL	5	3	15	9	32

PROMEDIO	3,1	2,3	5,4	1,8	12,6
% DE APROBACIÓN	63%	78%	36%	19%	39%
MODA	4	3	7	3	14
MEDIANA	3	3	6	2	14

Tabla 11: Pos-Test Grupo Control 1.

“2° Medio B” - Grupo Experimental 1 (GE1).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GE1.1	2	3	10	3	18
GE1.2	2	3	7	8	20
GE1.3	5	2	12	5	24
GE1.4	5	3	13	7	28
GE1.5	3	3	12	4	22
GE1.6	2	3	6	8	19
GE1.7	5	3	12	9	29
GE1.8	3	3	9	7	22
GE1.9	5	3	7	1	16
GE1.10	1	2	7	2	12
GE1.11	4	3	15	6	28
GE1.12	3	2	8	2	15
GE1.13	5	2	9	4	20
GE1.14	3	3	6	7	19
GE1.15	4	3	13	7	27
GE1.16	3	3	9	9	24
GE1.17	1	2	8	6	17
GE1.18	2	3	7	9	21
GE1.19	4	2	10	8	24
GE1.20	5	3	12	8	28
GE1.21	5	1	10	3	19
GE1.22	4	3	12	4	23
GE1.23	2	2	8	3	15
GE1.24	3	3	12	9	27
GE1.25	2	3	7	6	18
GE1.26	4	3	10	8	25
GE1.27	5	3	13	7	28
GE1.28	5	3	7	3	18
GE1.29	0	3	7	2	12
GE1.30	3	3	12	8	26
GE1.31	3	1	7	5	16
PUNTAJE IDEAL	5	3	15	9	32
PROMEDIO	3,3	2,6	9,6	5,7	21,3
% DE APROBACIÓN	66%	88%	64%	64%	67%
MODA	5	3	7	8	28
MEDIANA	3	3	9	6	21

Tabla 12: Post-Test Grupo Experimental 1.

Gráfica Post-Test Liceo Bicentenario

“Grupo Control 1” y “Grupo Experimental 1”.

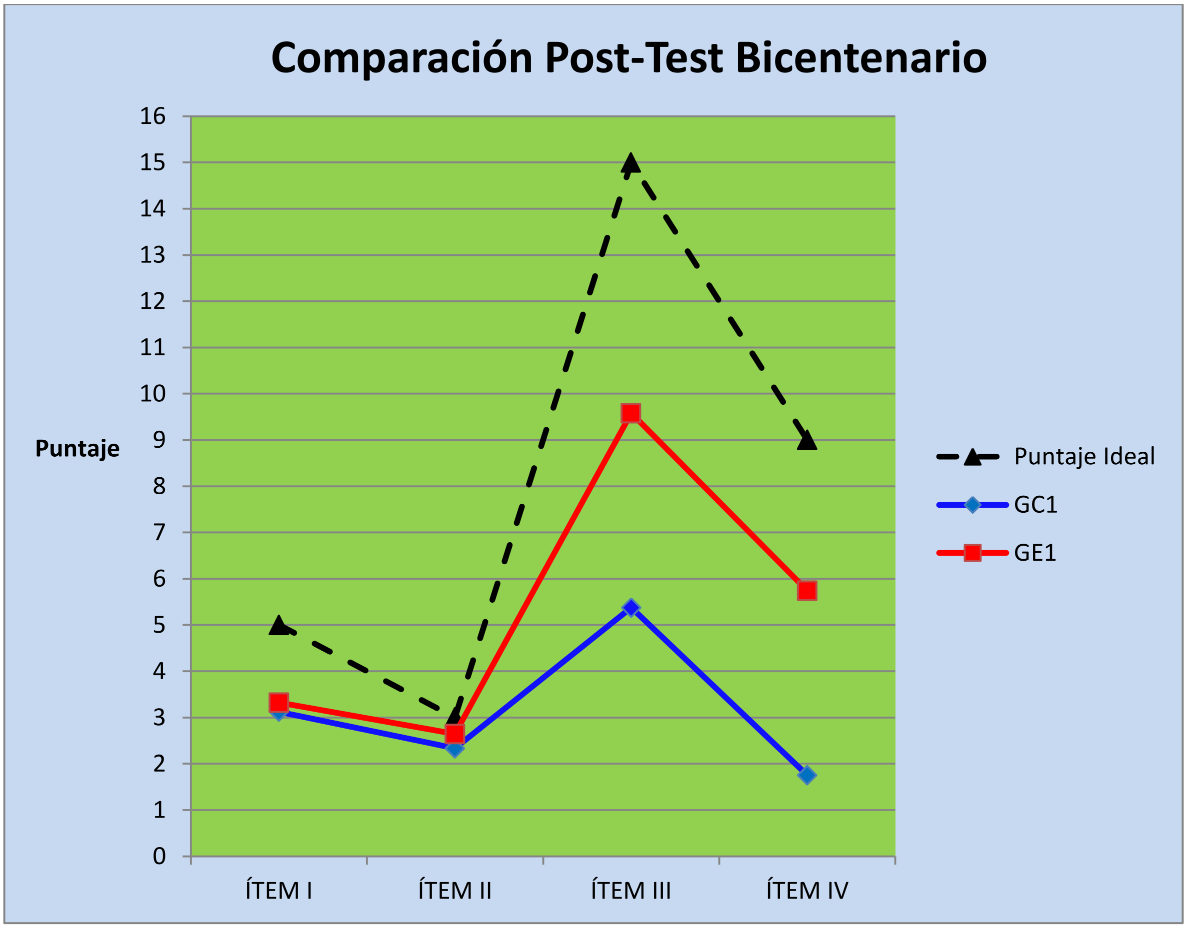


Gráfico 7: Comparación Promedio de Puntos Post-Test Liceo Bicentenario.

5.1.5. Comparación Pre y Post-Test

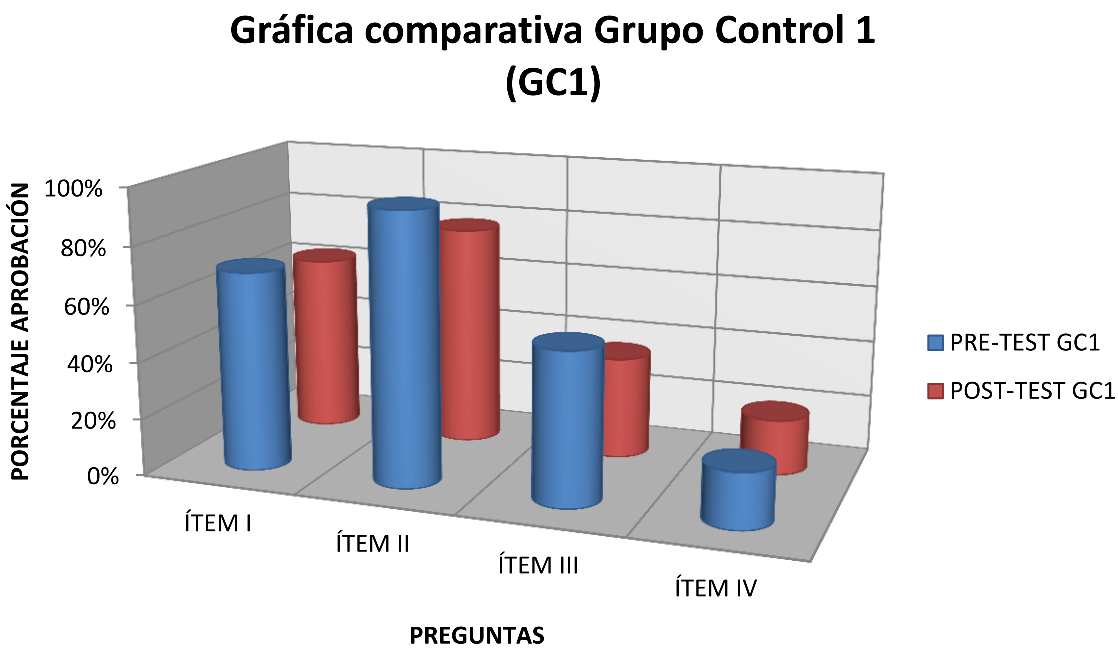


Gráfico 8: Comparación Pre y Post-Test GC1.

Como se aprecia en este gráfico, los estudiantes del Grupo Control 1 obtuvieron un puntaje menor en el Post-Test en relación al adquirido en el Pre-Test. Una de las consecuencias de este bajo rendimiento, es la no intervención de nuestra propuesta (PEMISP), dado que los estudiantes no adquirieron de manera significativa los aprendizajes enseñados con anterioridad en su respectivo establecimiento. Además, la gráfica muestra un escaso desempeño en el ítem IV, lo que implica que los estudiantes poseen bajas o pocas herramientas para trabajar mediante gráficas, ratificando, según Duval, el poco manejo que poseen los estudiantes para realizar transformaciones de las distintas representaciones que se pudiesen presentar (cambios de registros).

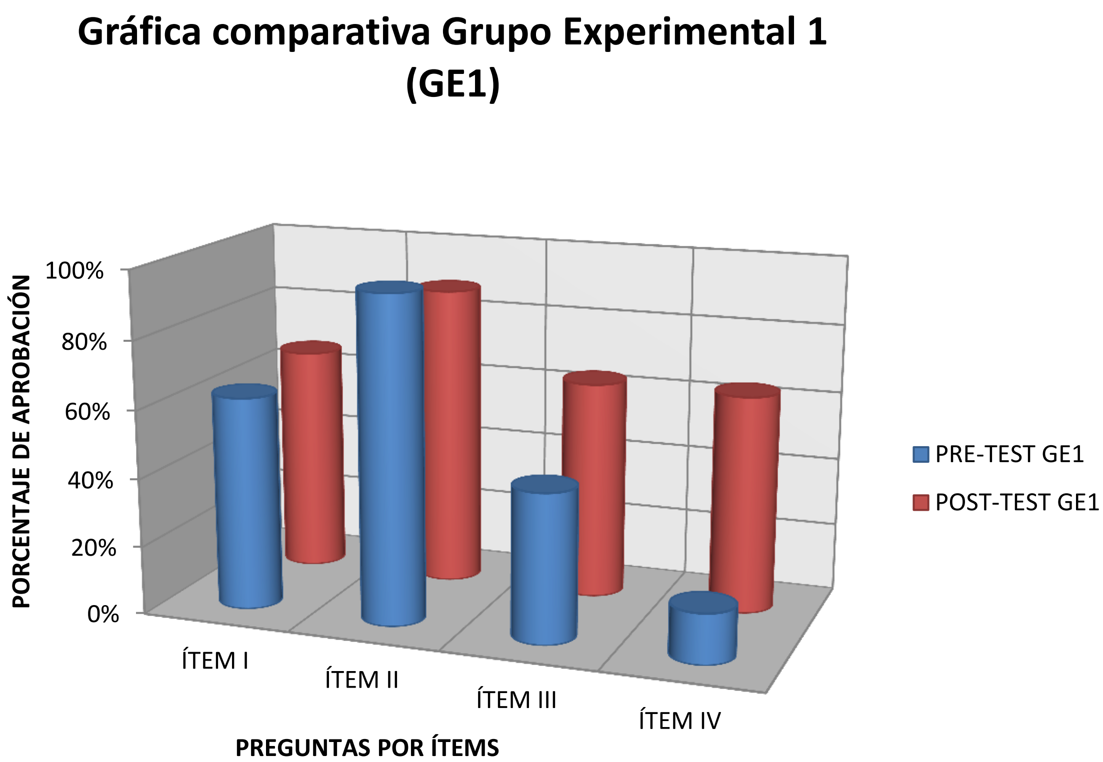


Gráfico 9: Comparación Pre y Post-Test GE1

El gráfico 9 muestra la comparación entre el Pre-Test y Pos-Test del Grupo Experimental uno (GE1). En los ítems I y II se aprecia una mínima diferencia, ya que los estudiantes comprenden en su mayoría los conceptos evaluados en estos, a diferencia de los ítems III y IV donde existe una amplia diferencia, por una parte el Pre-Test arroja un 44% y 15% de aprobación respectivamente, lo cual es muy deficiente, pero con la aplicación de nuestra propuesta de enseñanza PEMISP los resultados ascienden a un 64% para ambos ítems. Por esto, se demuestra que al aplicar PEMISP se logra un aprendizaje significativo.

5.2. Instituto Marítimo de Valparaíso

5.2.1. Pre-Test

“2° Medio B” Grupo Experimental 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GE2.1	3	5	0	0	8
GE2.2	3	5	4	1	13
GE2.3	3	5	3	2	13
GE2.4	2	5	6	0	13
GE2.5	3	5	6	4	18
GE2.6	5	5	5	0	15
GE2.7	3	5	2	2	12
GE2.8	3	5	9	1	18
GE2.9	1	3	2	2	8
GE2.10	4	4	3	0	11
GE2.11	3	5	5	0	13
GE2.12	5	5	4	0	14
GE2.13	4	5	8	0	17
GE2.14	1	4	5	3	13
GE2.15	4	5	4	1	14
GE2.16	5	5	11	3	24
GE2.17	5	5	2	0	12
GE2.18	3	5	4	0	12
GE2.19	3	5	5	1	14
GE2.20	4	5	6	4	19
GE2.21	4	5	4	1	14
GE2.22	2	3	0	0	5
GE2.23	4	5	4	0	13
GE2.24	4	5	12	1	22
GE2.25	1	3	0	0	4
GE2.26	4	5	4	1	14
GE2.27	5	5	11	3	24
GE2.28	5	0	3	0	8
PUNTAJE IDEAL	5	5	15	9	34
PROMEDIO	3,4	4,5	4,7	1,1	13,8
% DE APROBACIÓN	69%	91%	31%	12%	40%
MODA	3	5	4	0	13
MEDIANA	3,5	5	4	1	13

Tabla 13: Pre-Test Grupo Experimental 2.

“2° Medio D” Grupo Control 2 (GC2).

GRUPO CONTROL 2 (GC2)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GC2.1	2	5	7	0	14
GC2.2	2	5	6	1	14
GC2.3	2	5	5	0	12
GC2.4	4	0	1	0	5
GC2.5	1	5	5	0	11
GC2.6	3	5	6	0	14
GC2.7	3	5	3	1	12
GC2.8	3	5	12	3	23
GC2.9	3	5	9	1	18
GC2.10	3	5	6	0	14
GC2.11	1	5	4	1	11
GC2.12	4	5	4	0	13
GC2.13	2	5	9	3	19
GC2.14	1	3	0	0	4
GC2.15	3	5	8	2	18
GC2.16	4	5	9	3	21
GC2.17	3	5	0	0	8
GC2.18	4	5	13	3	25
GC2.19	4	4	4	2	14
GC2.20	3	5	6	0	14
GC2.21	3	5	5	3	16
GC2.22	3	5	5	3	16
GC2.23	4	5	9	2	20
GC2.24	4	3	8	0	15
GC2.25	4	5	9	2	20
GC2.26	1	5	6	1	13
GC2.27	3	2	0	0	5
GC2.28	2	5	7	0	14
GC2.29	2	5	3	0	10
GC2.30	2	3	8	0	13
GC2.31	3	5	11	3	22
GC2.32	3	5	9	3	20
GC2.33	2	5	5	0	12
GC2.34	3	1	1	0	5
PUNTAJE IDEAL	5	5	15	9	34
PROMEDIO	2,8	4,4	6,0	1,1	14,3
% DE APROBACIÓN	55%	89%	40%	12%	42%
MODA	3	5	9	0	14
MEDIANA	3	5	6	0,5	14

Tabla 14: Pre-Test Grupo Control 2.

Gráfica Pre-Test Instituto Marítimo

“Grupo Control 2” y “Grupo Experimental 2”.

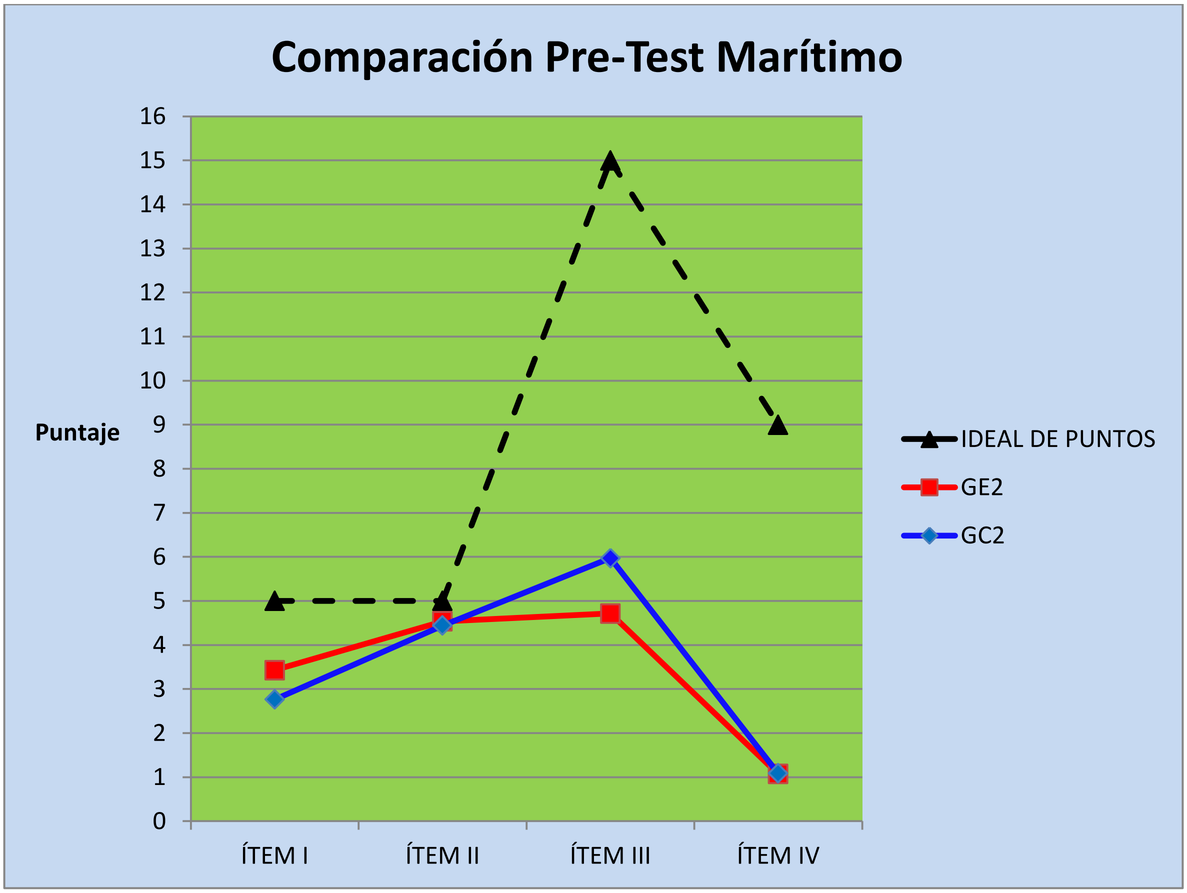


Gráfico 10: Comparación Promedio de Puntos Pre-Test Instituto Marítimo.

DESCRIPCIÓN DEL GRÁFICO.

Este gráfico muestra el promedio de puntos obtenidos por ítem según el Pre-Test aplicado a cada curso del Instituto Marítimo.

Según la comparación, en el ítem I se observa que los estudiantes de ambos cursos se encuentran en la medianía del puntaje ideal, lo que implica que poseen las habilidades suficientes evaluadas en éste ítem (Modelan situaciones con sistemas de ecuaciones; resuelven sistemas de ecuaciones; interpretan gráficamente la solución de un problema).

Analizando el ítem II, concluimos que los estudiantes cumplen con el objetivo de éste ítem que es la modelación de situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Inferimos del ítem III que los estudiantes de ambos cursos muestran un bajo rendimiento en cuanto a la resolución e interpretación de la solución de los problemas cuya modelación resultante es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Por último, el ítem IV presenta el rendimiento más bajo obtenido por ambos cursos en comparación al puntaje ideal, es decir, los estudiantes no resuelven gráficamente la modelación creada a partir de la situación planteada dando a conocer las falencias que los estudiantes presentan al cambiarles el tipo de registro mediante el cual deben dar solución al problema.

CONCLUSIÓN.

Realizando un análisis exhaustivo de los datos obtenidos, consideramos que el curso “2° Medio B” requiere de una intervención para lograr mejorar el rendimiento a través de un aprendizaje significativo. Por este motivo, este curso será designado como nuestro “*Grupo Experimental 2*” *(GE2)* y el “2° Medio D” como nuestro “*Grupo Control 2” (GC2)*.

5.2.2. Fase I

MÓDULO I "2° MEDIO B" INSTITUTO MARÍTIMO

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)	A	B				C			TOTAL
		i	ii	iii	iv	i	ii	iii	
GE2.1	2	2	2	1	2	1	2	1	13
GE2.2	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE2.3	2	1	2	1	2	2	1	1	12
GE2.4	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE2.5	2	1	2	2	1	2	1	1	12
GE2.6	1	2	2	2	2	1	1	0	11
GE2.7	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE2.8	2	2	2	2	0	2	1	1	12
GE2.9	2	2	2	2	1	1	1	1	12
GE2.10	2	2	2	1	1	1	1	1	11
GE2.11	2	2	2	1	1	1	1	1	11
GE2.12	1	2	2	2	0	1	1	1	10
GE2.13	2	1	2	2	1	2	1	2	13
GE2.14	2	1	2	2	1	2	1	2	13
GE2.15	1	2	2	2	2	0	0	1	10
GE2.16	2	2	2	2	0	2	1	2	13
GE2.17	2	2	2	2	1	2	1	1	13
GE2.18	2	2	2	2	0	2	1	1	12
GE2.19	2	2	2	1	1	2	1	1	12
GE2.20	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE2.21	1	2	2	2	2	1	1	1	12
GE2.22	2	2	1	2	1	1	2	1	12
GE2.23	1	2	2	1	0	1	2	2	11
GE2.24	2	1	2	2	1	2	1	2	13
GE2.25	2	2	2	1	2	1	2	1	13
GE2.26	2	2	2	2	2	1	1	1	13
GE2.27	2	1	2	2	1	2	1	2	13
GE2.28	2	1	2	2	1	2	1	2	13
TOTAL DE PUNTOS MÓDULO 1	2	2	2	2	2	2	2	2	16
PROMEDIO	1,891	1,888	2,098	1,888	1,261	1,470	1,155	1,261	12,2
% DE APROBACIÓN	%	%	%	%	%	%	%	%	76%
MODA	2	2	2	2	1	1	1	1	13
MEDIANA	2	2	2	2	1	1	1	1	12,5

Tabla 15: Puntaje obtenido Módulo I (GE2).

Análisis Módulo I

INSTITUTO MARÍTIMO GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)

Este módulo está destinado a la modelación de situaciones que conllevan sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y la posterior resolución del sistema modelado.

Objetivo:

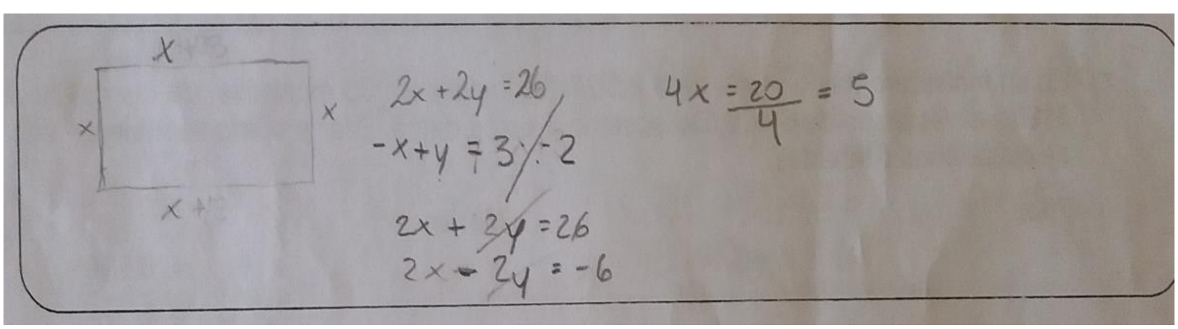
- Modelan situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Resuelven los sistemas de ecuaciones lineales formulados.

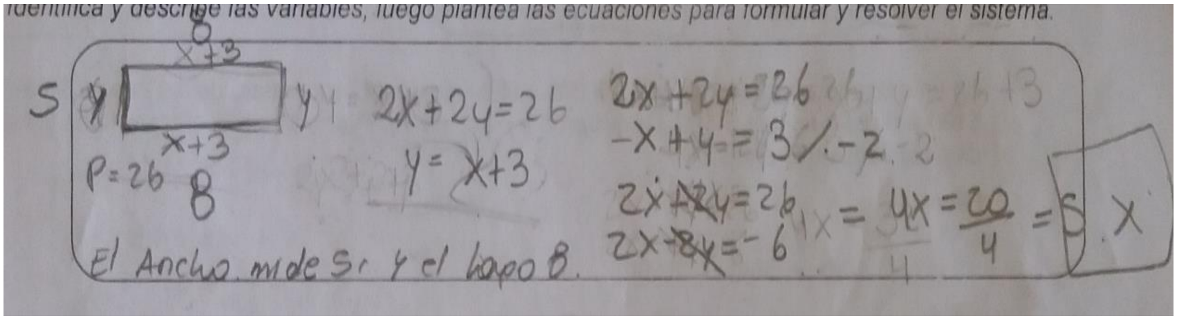
I.- Interpreta y resuelve los siguientes problemas, formando un sistema de ecuaciones lineales.

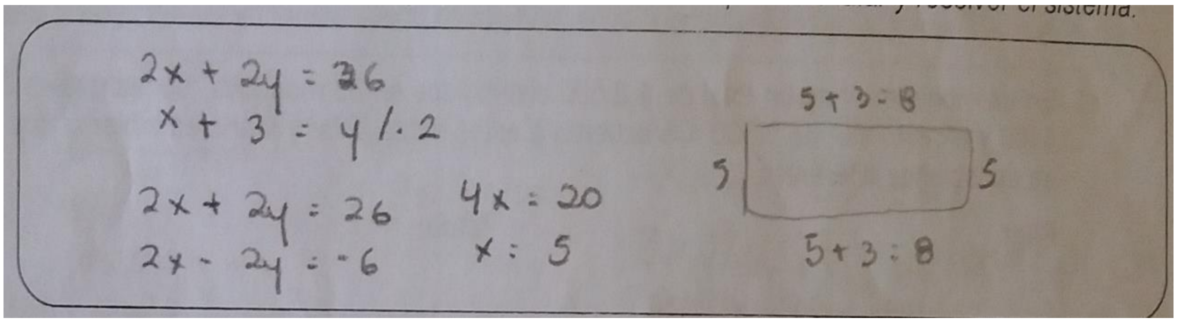
Ahora procederemos a analizar las preguntas del ítem y sus posteriores respuestas efectuadas por los estudiantes:

a) En esta primera subdivisión el porcentaje de aprobación de la pregunta fue de 91%, es decir, si bien el general de los estudiantes no mostraron dificultades mayores en modelar el sistema de ecuaciones, los estudiantes tendían a no identificar y declarar variables, ya que según ellos era algo que estaba implícito.

Las siguientes imágenes son resultados efectuados por los estudiantes en el desarrollo de esta situación.



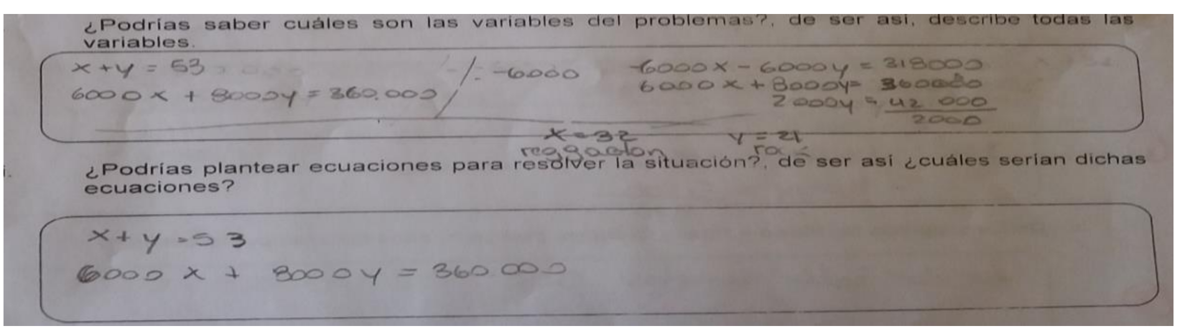


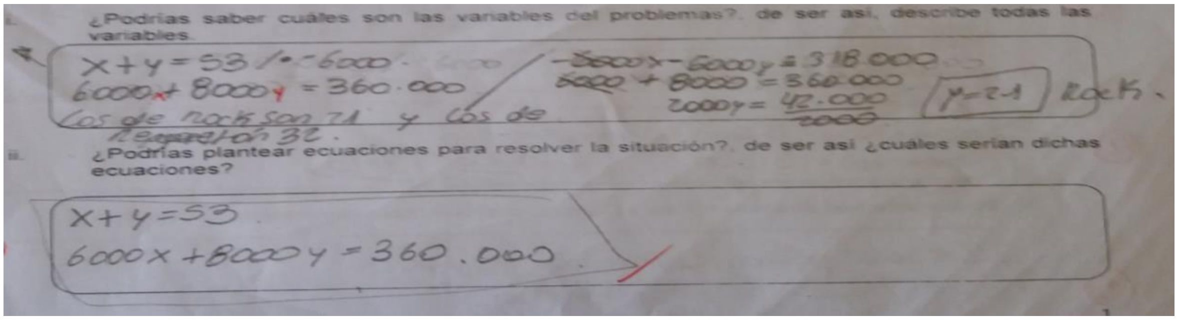


b) En esta segunda situación se subdivide en preguntas guiadas con el fin de mejorar e incentivar el proceso de modelación y resolución de un sistema de ecuaciones.

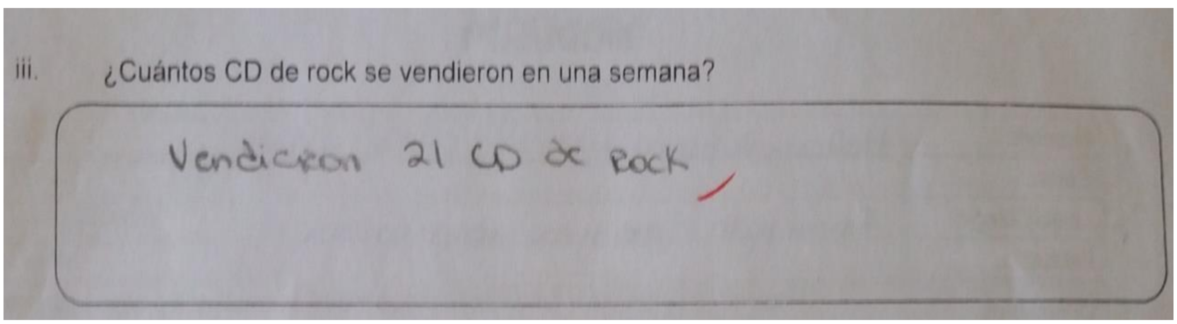
La subdivisión (b. i) corresponde sólo a la descripción de variables de la situación (b). Si bien los estudiantes lograron un 88% de aprobación según rúbrica, en general procedían a realizar el sistema de ecuaciones de manera inmediata, lo que reflejaba las dificultades de la mayoría para seguir instrucciones de desarrollo o el subestimar un procedimiento necesario.

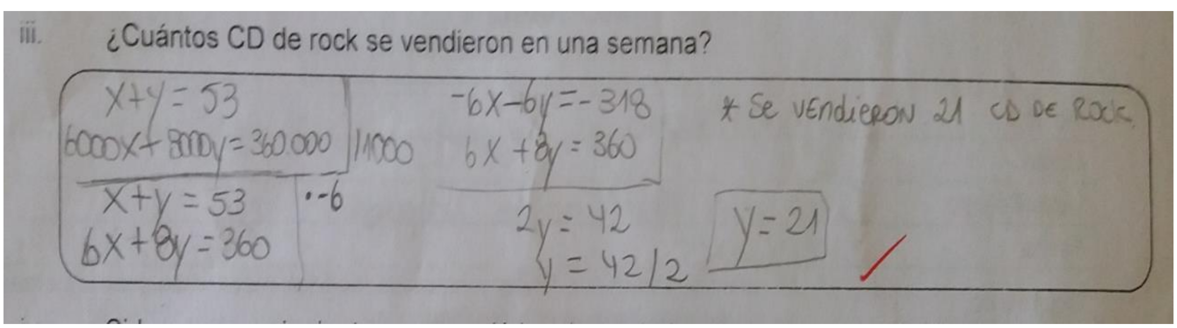
La siguiente subdivisión (b. ii) corresponde al planteo del sistema de ecuaciones. Los estudiantes alcanzaron un 98% de aprobación según rúbrica y se realizó de manera satisfactoria y sin mayores inconvenientes.





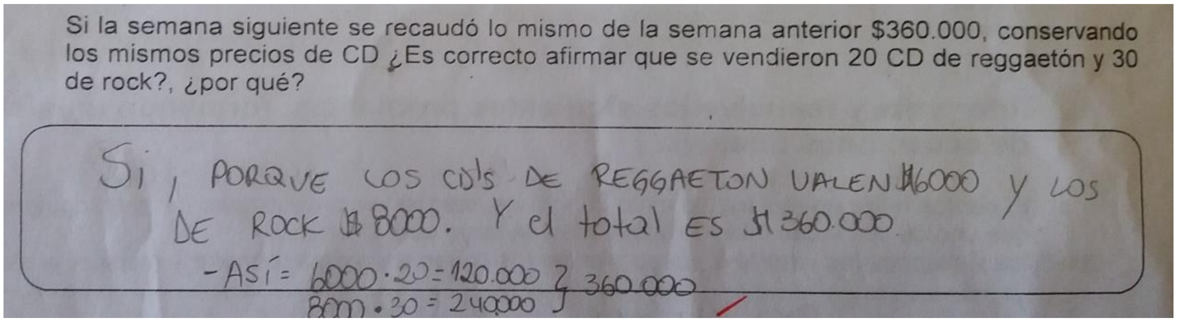
La subdivisión (b. iii) corresponde a la solución de una de las variables del sistema de ecuaciones planteado para la situación. Los estudiantes alcanzaron un 88% de aprobación y sus respuestas fueron de manera variada, ya que algunos hacían un correcto desarrollo y otros incorrecto (respondiendo según la otra variable en cuestión).





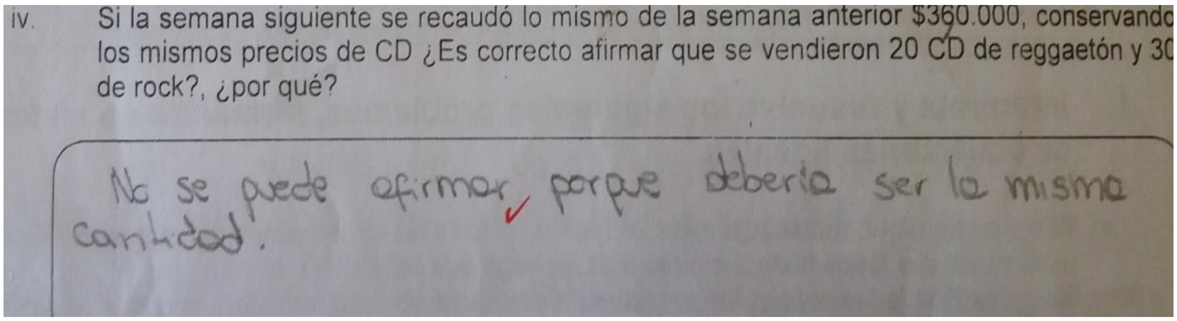
La última subdivisión (b. iv) corresponde a una variación de una de las ecuaciones del sistema modelado para la situación. En esta parte del problema, los estudiantes se mostraban en general confusos frente a este cambio, en la que unos respondían de manera certera y otros no lograban comprender la modificación que se debía emplear, por lo tanto alcanzaron un 61% de aprobación según rúbrica.

Las siguientes imágenes muestran lo descrito.

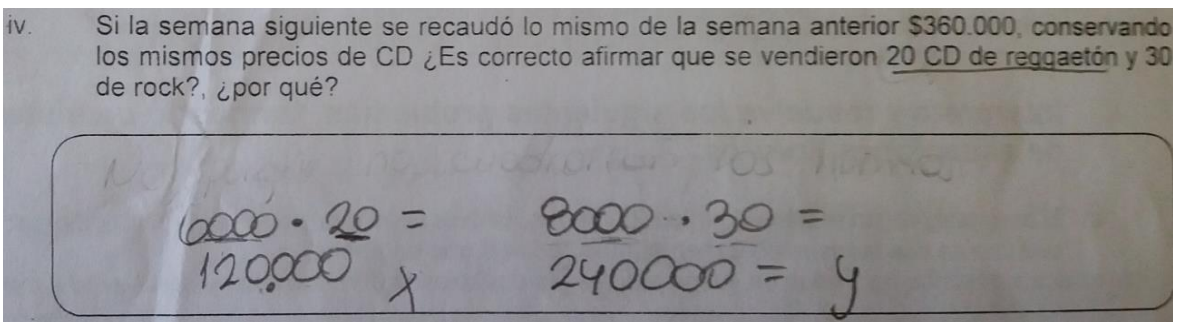

Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

SI, PORQUE LOS CD'S DE REGGAETON VALEN $6000 Y LOS DE ROCK $8000. Y el total ES $360.000

- ASÍ = 6000 · 20 = 120.000 } 360.000
8000 · 30 = 240000


iv. Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

No se puede afirmar, porque debería ser la misma cantidad.


iv. Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

6000 · 20 = 120.000 x

8000 · 30 = 240000 = y

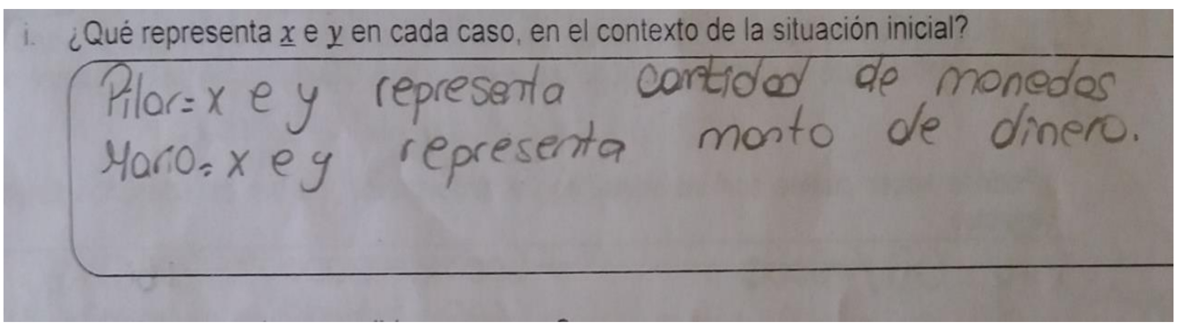
c) En esta tercera situación se mostraban dos sistemas de ecuaciones correctos, en los que el estudiante debía responder a las interrogantes hechas en las subdivisiones de la situación.

En la subdivisión (c. i) los estudiantes debían señalar lo que significaba en cada caso las variables x e y de los modelamientos presentados. Los estudiantes lograron un 70% de aprobación; y generalmente respondían solo como correcto al modelamiento hecho por "Pilar" (en el problema), dejando a la deriva lo hecho por "Mario" el cual es más sofisticado.

En la subdivisión (c. ii) los estudiantes alcanzaron un 55% de aprobación, donde debían responder a los valores que tomaban x e y en cada sistema de ecuación presentado, donde la mayoría solo respondió al modelamiento planteado por "Pilar".

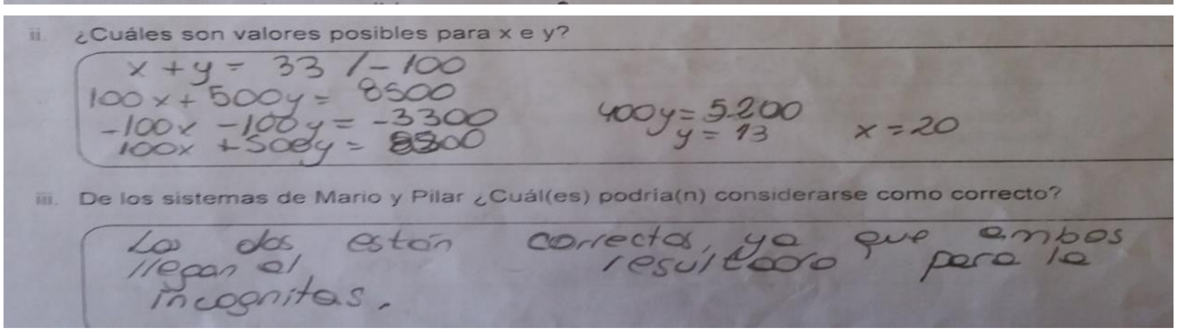
Por último, en la subdivisión (c. iii) los estudiantes debían discriminar cuales de los sistemas era el correcto (aunque ambos lo eran), argumentando la respuesta. Los estudiantes lograron un 61% de aprobación según rúbrica, respondiendo que el sistema de Pilar era el correcto, ya que habían realizado en general todos los procedimientos anteriores con este sistema. No obstante había estudiantes que respondían de manera correcta todas las subdivisiones de esta situación.

Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes en estas subdivisiones.



i. ¿Qué representa $\underline{x}$ e $\underline{y}$ en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

Pilar: x e y representa cantidad de monedas
Mario: x e y representa monto de dinero.



ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

$x + y = 33 \; / -100$
$100x + 500y = 8500$
$-100x - 100y = -3300$
$100x + 500y = 8500$
$400y = 5200$
$y = 13$
$x = 20$

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

Los dos están correctos, ya que ambos llegan al resultado para la incognitas.

i. ¿Qué representa $\underline{x}$ e $\underline{y}$ en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

x monedas de 100

y monedas de 500 ✓

ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

$x = 20$ de 100

$y = 13$ de 500

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

El sistema de Pilar se podría considerar como correcto.

i. ¿Qué representa $\underline{x}$ e $\underline{y}$ en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

Pilar: x e y representan la cantidad de monedas

Mario: x e y representa el monto de dinero

ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

$-1\cancel{00}x - 100y = -3300$

$1\cancel{00}x + 500y = 8500$

$4\cancel{00}y = \frac{5200}{400}$

$y = 13$

$x = 20$

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

Los dos están correctos.

Gráfica Módulo I - Instituto Marítimo de Valparaíso

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems”.

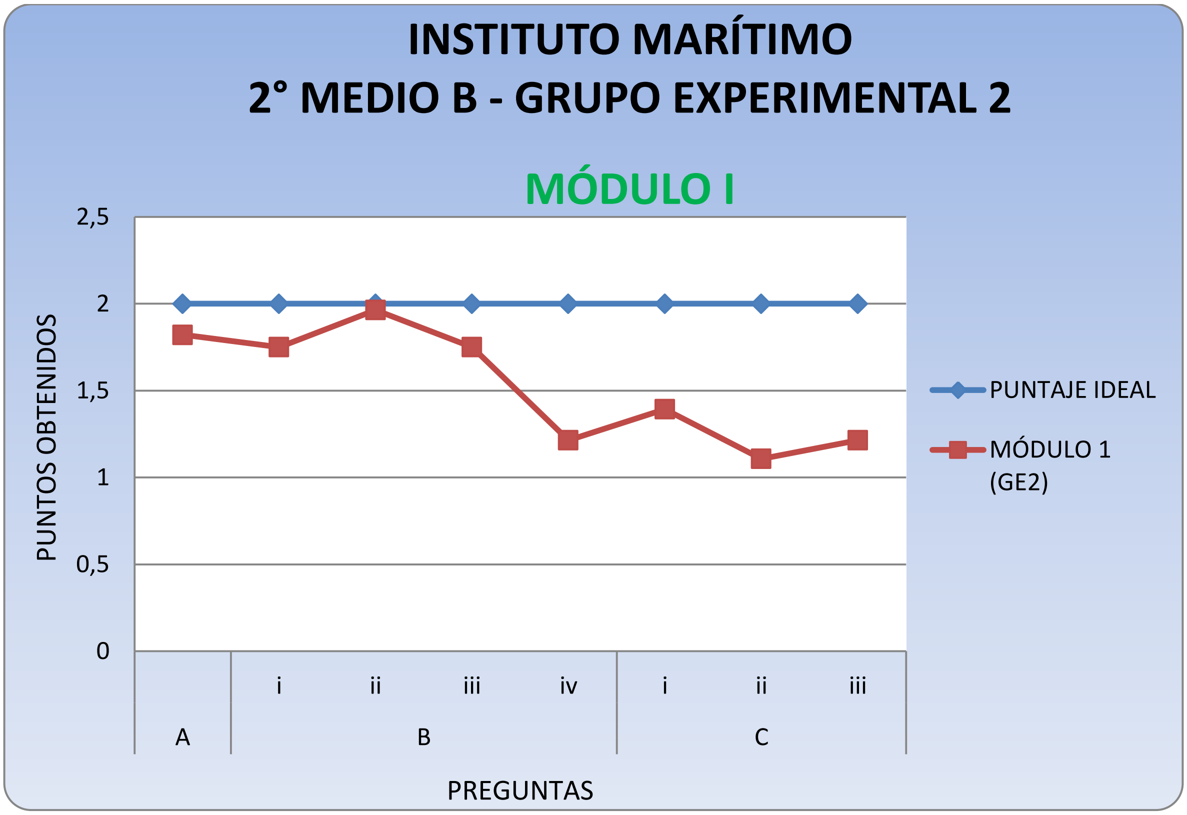


Gráfico 11: Comparación Puntaje Ideal y Promedio de Puntos Módulo I (GE2).

5.2.3. Fase II

MÓDULO II “2° MEDIO B” INSTITUTO MARÍTIMO

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)	A					B				TOTAL
	i	ii	iii	iv	v	i	ii	iii	iv	
GE2.1	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.2	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.3	1	1	2	3	1	2	1	3	0	14
GE2.4	1	1	3	2	1	3	3	3	3	20
GE2.5	1	1	3	2	1	3	3	3	0	17
GE2.6	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.7	1	1	3	3	1	3	2	2	2	18
GE2.8	1	1	3	2	0	2	2	2	2	15
GE2.9	1	1	3	2	1	3	3	3	3	20
GE2.10	1	1	3	2	1	2	2	3	0	15
GE2.11	1	1	3	3	1	3	1	3	0	16
GE2.12	1	1	3	3	1	3	1	3	0	16
GE2.13	1	1	2	2	0	3	3	2	1	15
GE2.14	1	1	2	2	1	3	2	3	3	18
GE2.15	1	1	0	0	0	0	0	0	3	5
GE2.16	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.17	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.18	1	1	3	3	1	3	0	3	0	15
GE2.19	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.20	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.21	1	1	3	3	1	2	2	3	0	16
GE2.22	1	1	3	1	1	2	3	2	2	16
GE2.23	1	1	2	3	0	1	2	1	3	14
GE2.24	1	1	3	2	1	2	3	3	3	19
GE2.25	1	1	2	2	0	3	1	3	1	14
GE2.26	1	1	1	2	1	2	2	3	2	15
GE2.27	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
GE2.28	1	1	3	3	0	2	3	2	2	17
PUNTAJE IDEAL	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
PROMEDIO	1,0	1,0	2,6	2,5	0,8	2,5	2,3	2,6	1,9	17,3
% DE APROBACIÓN	100%	100 %	88 %	82 %	79 %	85 %	75 %	88 %	64 %	82%
MODA	1	1	3	3	1	3	3	3	3	21
MEDIANA	1	1	3	3	1	3	3	3	2,5	17

Tabla 16: Puntaje obtenido Módulo II (GE2).

Análisis Módulo II

INSTITUTO MARÍTIMO GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)

Este módulo está diseñado para analizar e interpretar las soluciones que se generan de las modelaciones producidas en las situaciones presentadas.

Objetivo:

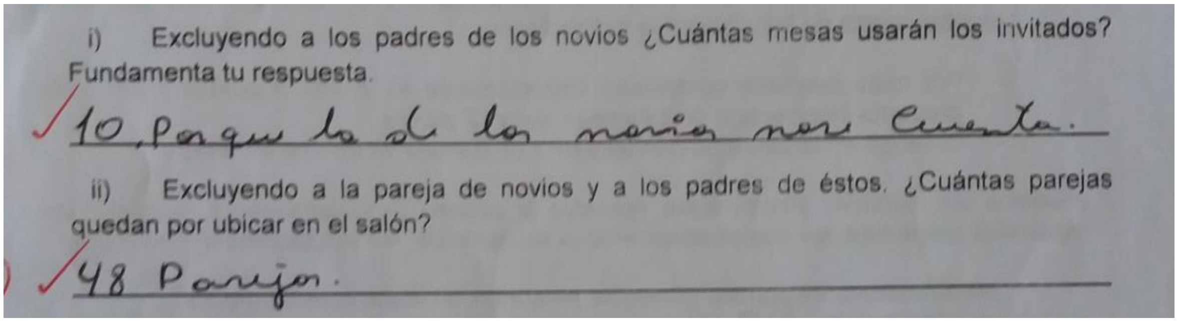
- Analizan soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Interpretan la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas según problema o situación dada.

I.- Resuelve cada situación interpretando las soluciones de acuerdo al contexto de cada problema.

a) La primera situación se subdivide en cuatro partes. En la primera subdivisión (a. i) los estudiantes responden de forma adecuada, identificando variables, modelando adecuadamente el sistema de ecuaciones, resolviendo y dando solución al problema, alcanzando un 100% de aprobación según rúbrica, mientras que en la siguiente subdivisión (a. ii) los estudiantes lograron un 100% de rendimiento, lo que indica que en general logran responder a la situación.

   En la subvisión (a. iii) los estudiantes alcanzaron un 88% de aprobación, y los errores más comunes eran de cálculo y planteamiento del sistema. Pero en general la situación se desarrolló adecuadamente.

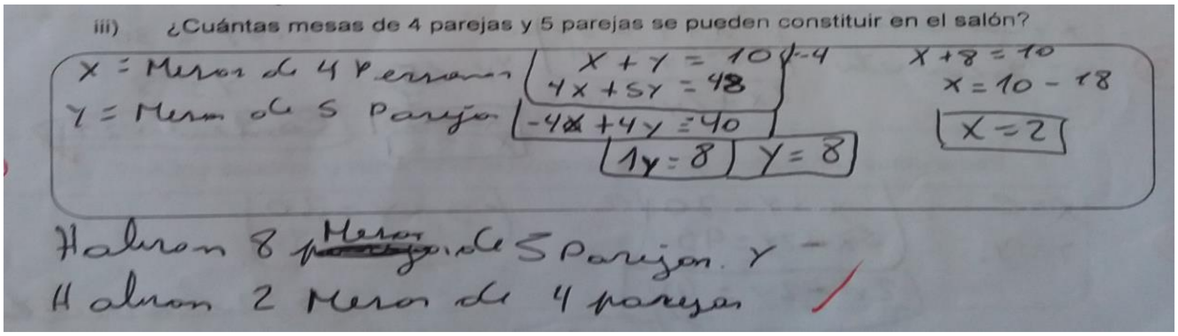
Las siguientes imágenes demuestran lo realizado:


i) Excluyendo a los padres de los novios ¿Cuántas mesas usarán los invitados? Fundamenta tu respuesta.

10, Porque la de los novios no se cuenta.

ii) Excluyendo a la pareja de novios y a los padres de éstos. ¿Cuántas parejas quedan por ubicar en el salón?

48 Parejas.


iii) ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 5 parejas se pueden constituir en el salón?

x = Mesas de 4 Personas

y = Mesas de 5 Parejas

$x + y = 10 \quad / \cdot -4$

$4x + 5y = 48$

$-4x + 4y = -40$

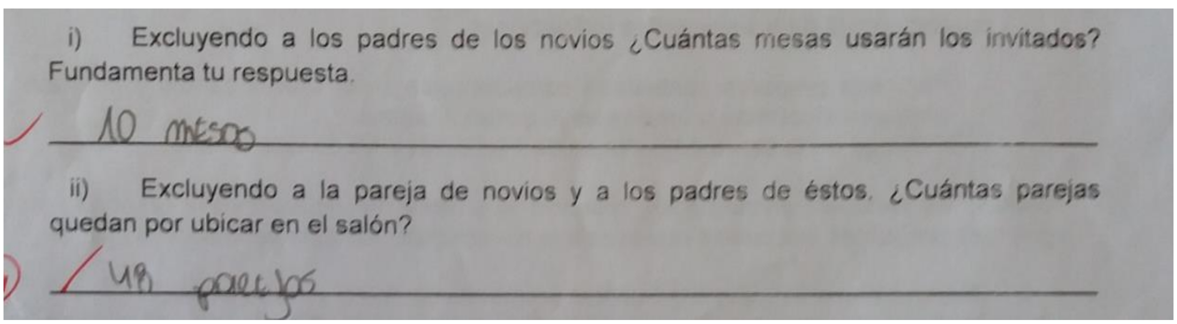
$\boxed{1y = 8}$ $\boxed{y = 8}$

$x + 8 = 10$

$x = 10 - 8$

$\boxed{x = 2}$

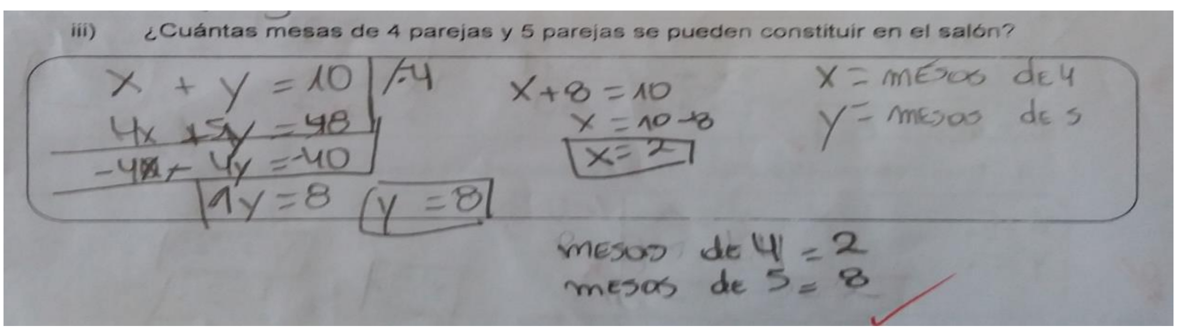
Hallaron 8 Mesas de 5 Parejas. Y Hallaron 2 Mesas de 4 parejas


i) Excluyendo a los padres de los novios ¿Cuántas mesas usarán los invitados? Fundamenta tu respuesta.

10 mesas

ii) Excluyendo a la pareja de novios y a los padres de éstos. ¿Cuántas parejas quedan por ubicar en el salón?

48 parejas


iii) ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 5 parejas se pueden constituir en el salón?

$x + y = 10 \quad / \cdot -4$

$4x + 5y = 48$

$-4x - 4y = -40$

$\boxed{1y = 8}$ $\boxed{y = 8}$

$x + 8 = 10$

$x = 10 - 8$

$\boxed{x = 2}$

x = mesas de 4

y = mesas de 5

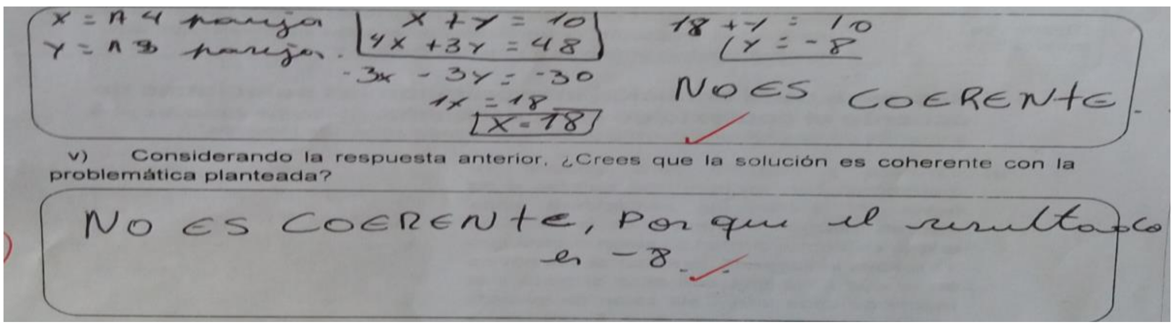
mesas de 4 = 2

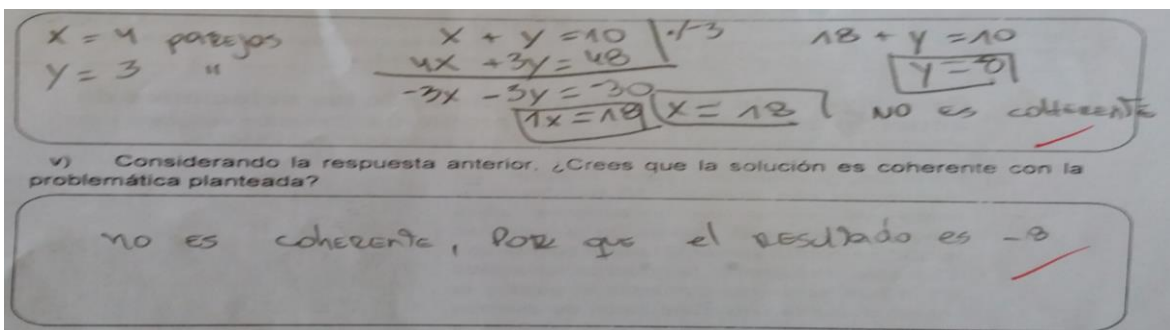
mesas de 5 = 8

En la siguiente subdivisión (a. iv) la aprobación de los estudiantes fue de un 82%, y es donde los estudiantes demostraban la comprensión al momento de relacionar la solución del problema con el contexto de este.

En la última subdivisión (a. v) de este ítem los estudiantes lograron un 79% de aprobación según rúbrica, y lograban en general relacionar la solución con el contexto de la situación problemática.

Las siguientes imágenes muestran lo realizado por los estudiantes en la sección descrita:

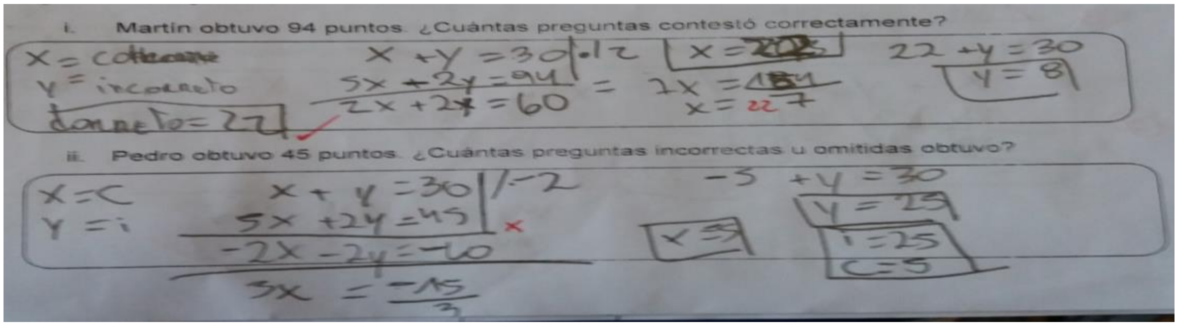




b) En esta segunda situación los estudiantes en su mayoría, modelaron y respondieron adecuadamente, infiriendo y contextualizando la solución de las subdivisiones de la situación inicial.

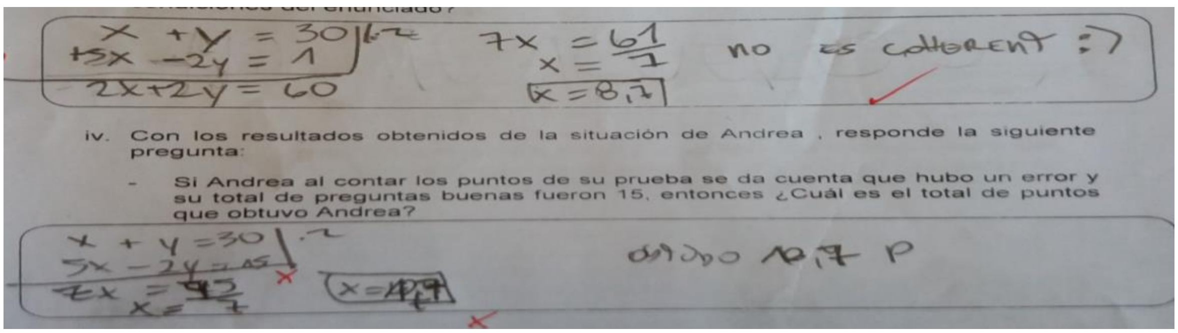
En la subdivisión (b. i), (b. ii), (b. iii) y (b. iv) los estudiantes alcanzaron un 85%, 75%, 88% y 64% de aprobación según rúbrica respectivamente, si bien en la última subdivisión de esta segunda situación mostró más bajo rendimiento, fue producto de que se requería un análisis más exaustivo y minucioso de la situación, pero los estudiantes lograron en general producir buenos resultados, como así lo reflejan los porcentajes de aprobación.

Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes:



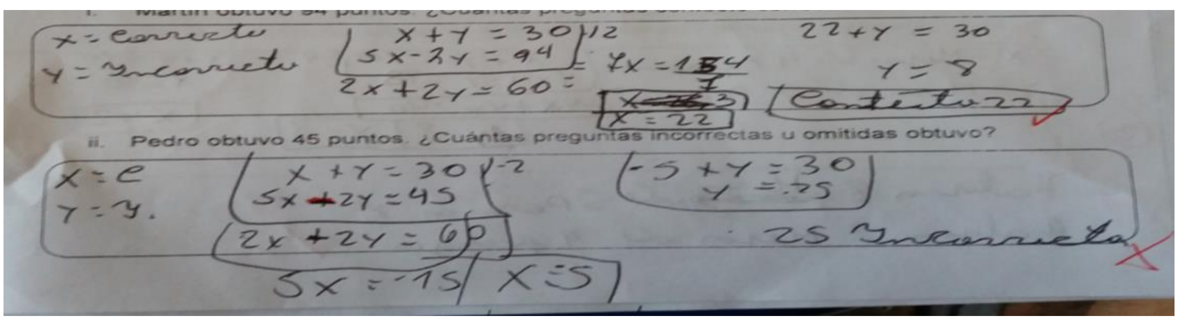
i. Martín obtuvo 94 puntos. ¿Cuántas preguntas contestó correctamente?

ii. Pedro obtuvo 45 puntos. ¿Cuántas preguntas incorrectas u omitidas obtuvo?

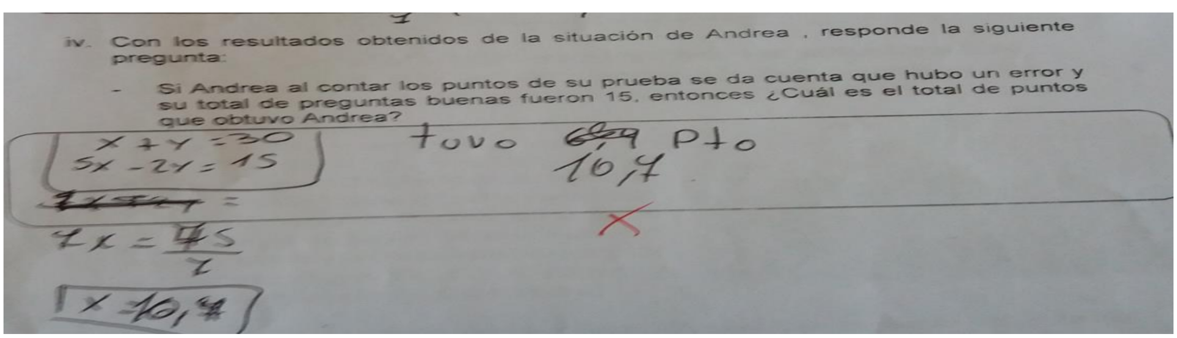


iv. Con los resultados obtenidos de la situación de Andrea , responde la siguiente pregunta:

- Si Andrea al contar los puntos de su prueba se da cuenta que hubo un error y su total de preguntas buenas fueron 15, entonces ¿Cuál es el total de puntos que obtuvo Andrea?



ii. Pedro obtuvo 45 puntos. ¿Cuántas preguntas incorrectas u omitidas obtuvo?



iv. Con los resultados obtenidos de la situación de Andrea , responde la siguiente pregunta:

- Si Andrea al contar los puntos de su prueba se da cuenta que hubo un error y su total de preguntas buenas fueron 15, entonces ¿Cuál es el total de puntos que obtuvo Andrea?

Gráfica Módulo iI - Instituto Marítimo de Valparaíso

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems”.

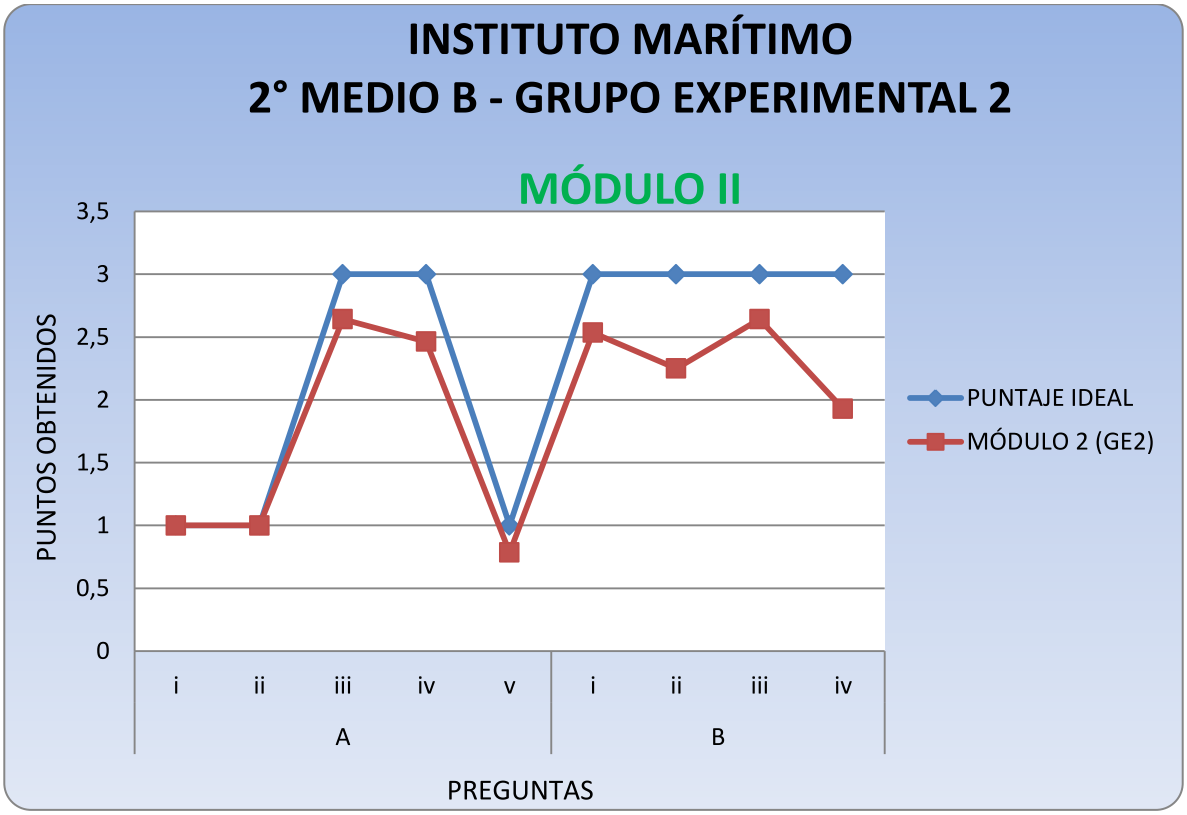


Gráfico 12: Comparación Puntaje Ideal y Promedio de Puntos Módulo II (GE2).

MÓDULO III “2° MEDIO B” INSTITUTO MARÍTIMO

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	A	B	C	D	
GE2.1	3	4	3	3	13
GE2.2	2	3	3	3	11
GE2.3	2	4	3	3	12
GE2.4	3	3	3	3	12
GE2.5	3	4	3	3	13
GE2.6	0	3	3	3	9
GE2.7	2	3	3	3	11
GE2.8	3	3	3	3	12
GE2.9	3	2	3	1	9
GE2.10	3	4	3	0	10
GE2.11	3	2	1	1	7
GE2.12	0	3	3	3	9
GE2.13	3	4	3	3	13
GE2.14	2	1	3	3	9
GE2.15	1	0	1	1	3
GE2.16	3	4	3	3	13
GE2.17	3	3	3	1	10
GE2.18	3	3	3	3	12
GE2.19	3	3	3	3	12
GE2.20	3	4	3	3	13
GE2.21	3	4	3	3	13
GE2.22	3	4	3	3	13
GE2.23	3	3	3	1	10
GE2.24	3	4	2	2	11
GE2.25	3	3	3	1	10
GE2.26	1	4	3	1	9
GE2.27	3	4	3	3	13
GE2.28	2	4	2	2	10

PUNTAJE IDEAL	3	4	3	3	13

PROMEDIO	2,5	3,2	2,8	2,3	10,8
% DE APROBACIÓN	82%	80%	93%	77%	83%
MODA	3	4	3	3	13
MEDIANA	3	3	3	3	11

Tabla 17: Puntaje obtenido Módulo III (GE2).

Análisis Módulo III

INSTITUTO MARÍTIMO GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)

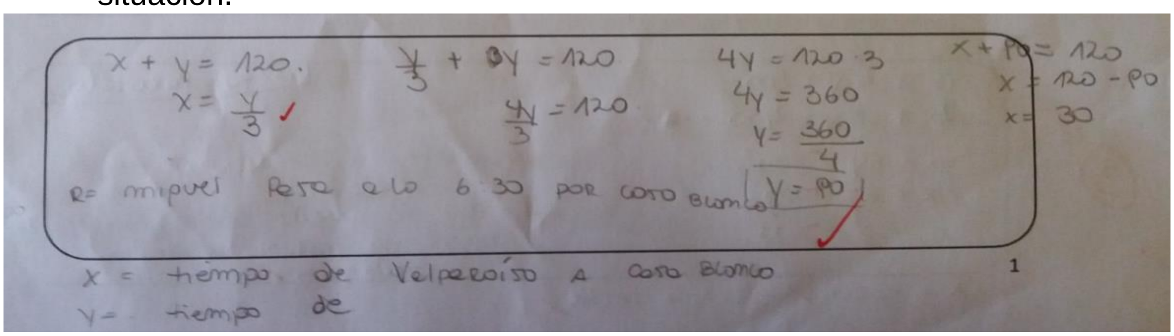
La dirección en la que está enfocado este módulo, es a los tipos de soluciones que puede poseer la resolución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Estas soluciones pueden ser de tipo *"única, infinita o inexistente"*. Cabe destacar que cuando el sistema posee una única solución, se debe verificar que dicha solución sea coherente con el problema involucrado, si es que existiese.

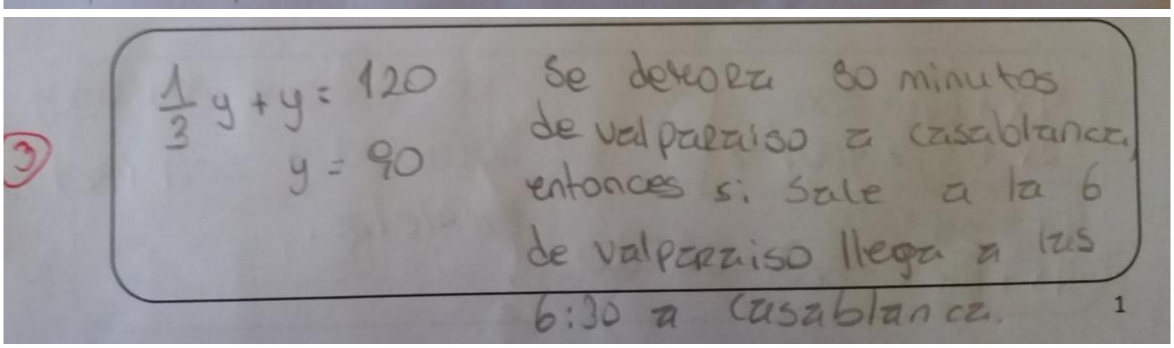
Objetivo:

- Analizan e interpretan la solución de un sistema de ecuación lineal de acuerdo al contexto de la situación dada.

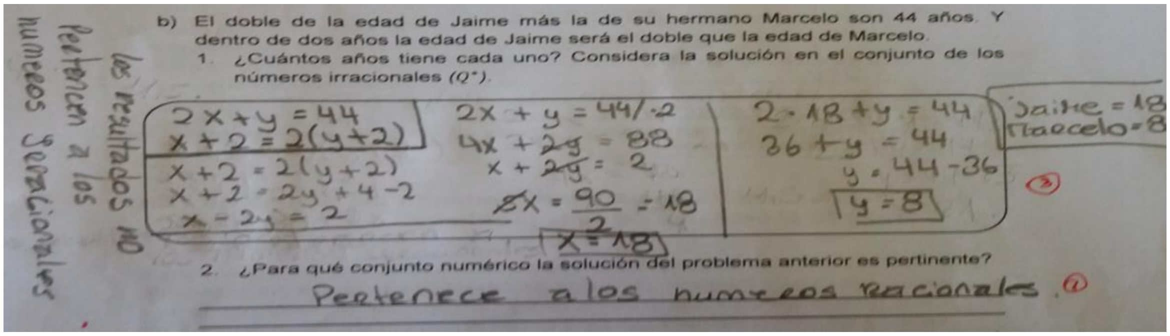
ÍTEM I. Resuelve cada situación interpretando las soluciones del problema.

a) En esta situación, los estudiantes se ven enfrentados a una problemática, en la que alcanzaron un 82% de aprobación según rúbrica, y en general realizaban una modelación aceptable y posteriormente resolvían la situación.





b) En esta segunda situación los estudiantes lograron un 80% de aprobación, es donde los estudiantes mostraron mayor logro en el objetivo especificado, entendiendo los conceptos al momento de resolver.


b) El doble de la edad de Jaime más la de su hermano Marcelo son 44 años. Y dentro de dos años la edad de Jaime será el doble que la edad de Marcelo.
1. ¿Cuántos años tiene cada uno? Considera la solución en el conjunto de los números irracionales (Q^*).

$2x + y = 44$
$x + 2 = 2(y+2)$

$x + 2 = 2(y+2)$
$x + 2 = 2y + 4 - 2$
$x - 2y = 2$

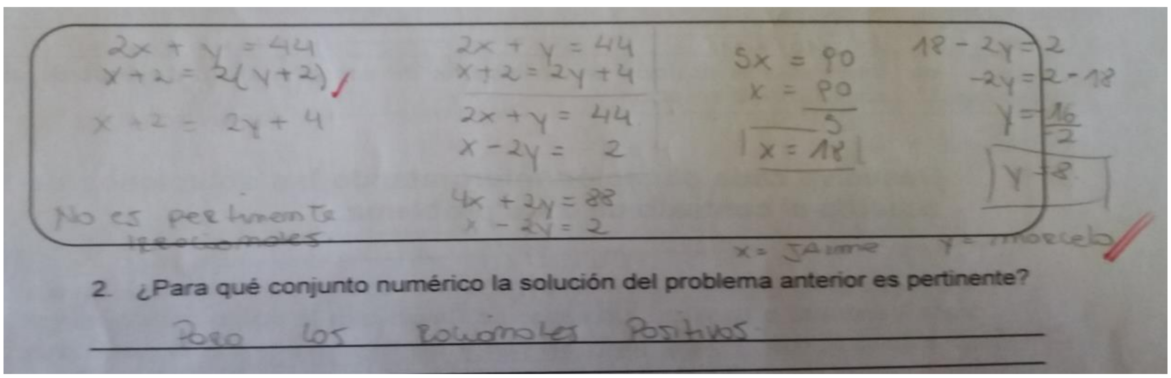
$2x + y = 44 / \cdot 2$
$4x + 2y = 88$
$x + 2y = 2$
$5x = \frac{90}{5} = 18$
$\boxed{x = 18}$

$2 \cdot 18 + y = 44$
$36 + y = 44$
$y = 44 - 36$
$\boxed{y = 8}$

Jaime = 18
Marcelo = 8

los resultados no pertenecen a los numeros separacionales

2. ¿Para qué conjunto numérico la solución del problema anterior es pertinente?
Pertenece a los numeros Racionales.


$2x + y = 44$
$x + 2 = 2(y+2)$
$x + 2 = 2y + 4$

$2x + y = 44$
$x + 2 = 2y + 4$
$2x + y = 44$
$x - 2y = 2$
$4x + 2y = 88$
$x - 2y = 2$

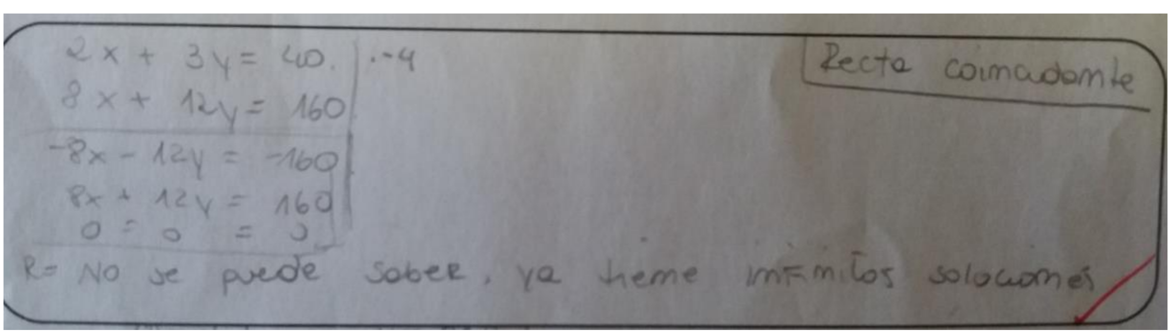
$5x = 90$
$x = \frac{90}{5}$
$\boxed{x = 18}$

$18 - 2y = 2$
$-2y = 2 - 18$
$y = \frac{16}{2}$
$\boxed{y = 8}$

No es pertinente irracionales
x = Jaime y = Marcelo

2. ¿Para qué conjunto numérico la solución del problema anterior es pertinente?
Para los Racionales Positivos

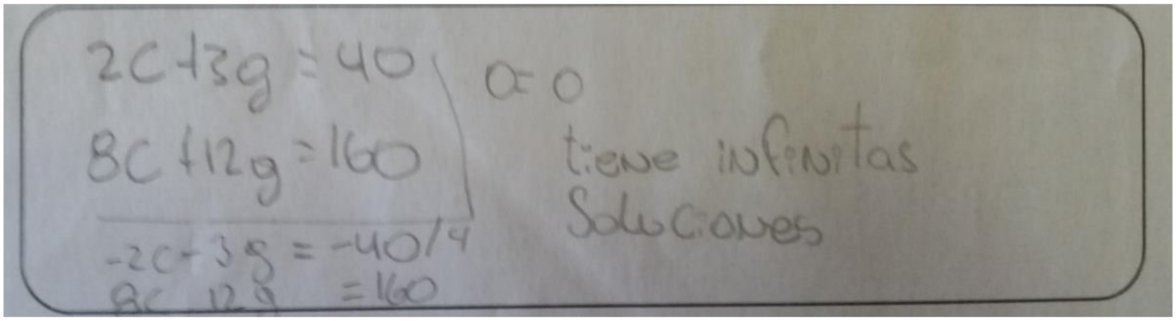
c) En esta tercera situación los estudiantes comprendían en general que al hacer la modelación del sistema y la posterior resolución, se encontraban con infinitas soluciones, logrando alcanzar un 93% de aprobación.


$2x + 3y = 40 \quad / \cdot -4$
$8x + 12y = 160$

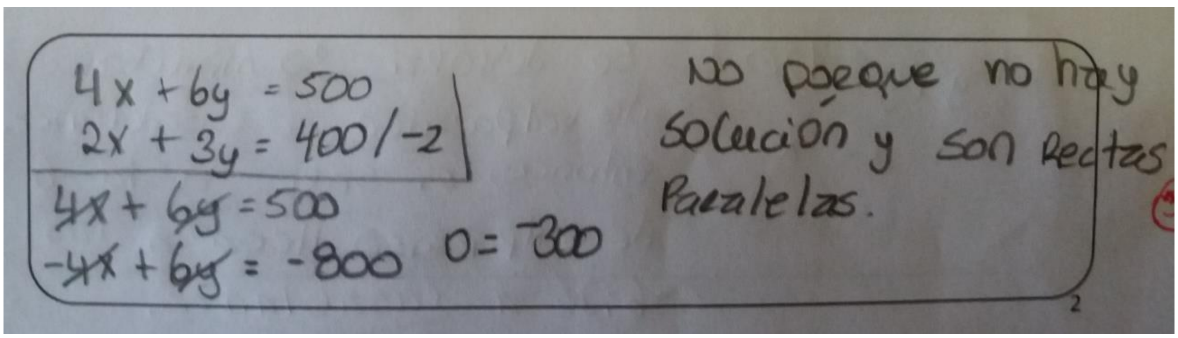
$-8x - 12y = -160$
$8x + 12y = 160$
$0 = 0 = 0$

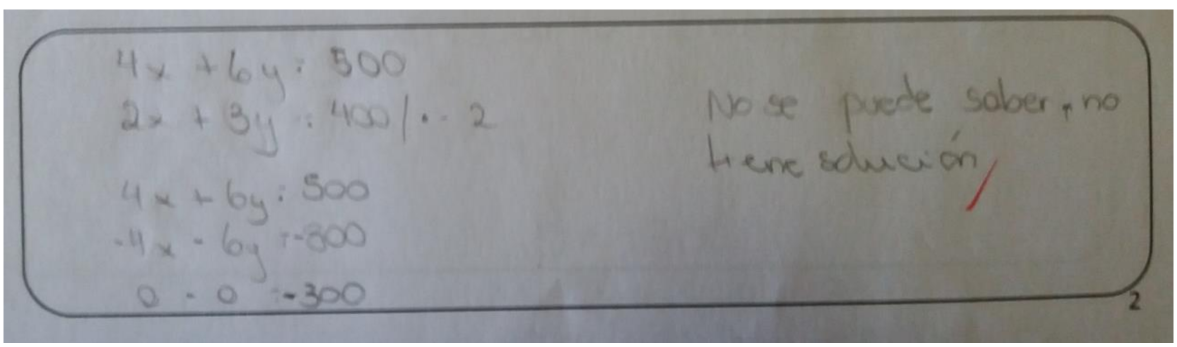
Recta coincidente

R= No se puede saber, ya tiene infinitos soluciones



d) En esta cuarta situación los estudiantes alcanzaron una aprobación del 77% y en general lograron reconocer que tras realizar la modelación de la situación, esta no comprendía solución.





Gráfica Módulo III - Instituto Marítimo de Valparaíso

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems”.

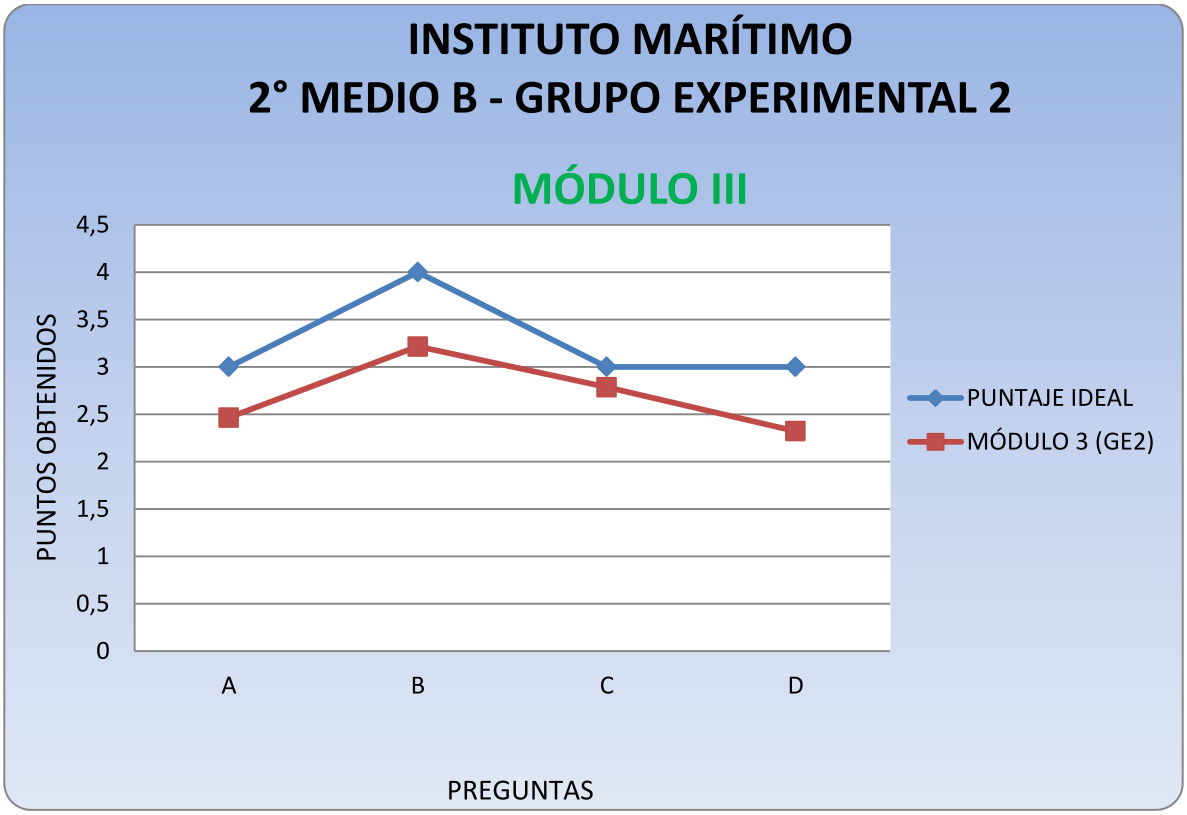


Gráfico 13: Comparación Puntaje Ideal y Promedio de Puntos Módulo III (GE2).

MÓDULO IV “2° MEDIO B” INSTITUTO MARÍTIMO

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)	ÍTEM I			ÍTEM II			ÍTEM III			TOTAL
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
GE2.1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3
GE2.2	3	3	1	2	1	0	1	1	1	13
GE2.3	3	3	2	2	1	2	0	1	0	14
GE2.4	3	3	2	2	2	0	1	1	1	15
GE2.5	3	3	2	2	2	0	1	1	1	15
GE2.6	3	3	1	2	2	2	1	1	1	16
GE2.7	3	3	2	1	2	0	1	1	1	14
GE2.8	3	3	2	1	2	0	1	1	1	14
GE2.9	3	3	2	2	2	0	0	0	0	12
GE2.10	3	3	1	1	2	0	1	1	1	13
GE2.11	3	2	3	3	2	2	1	1	1	18
GE2.12	3	3	2	1	1	0	1	1	1	13
GE2.13	3	3	2	1	2	2	1	1	1	16
GE2.14	3	3	3	2	2	2	1	1	1	18
GE2.15	3	3	3	2	2	2	1	1	1	18
GE2.16	3	3	3	2	2	3	1	1	1	19
GE2.17	3	3	1	2	2	2	1	1	1	16
GE2.18	3	2	3	3	1	2	1	1	1	17
GE2.19	3	3	2	1	2	0	1	1	1	14
GE2.20	3	3	2	2	2	0	1	1	1	15
GE2.21	3	3	2	2	2	2	0	1	0	15
GE2.22	3	3	2	2	2	0	1	1	1	15
GE2.23	3	3	2	1	2	0	1	1	1	14
GE2.24	3	3	2	1	2	2	1	1	1	16
GE2.25	3	3	3	2	1	0	0	0	0	12
GE2.26	3	3	2	1	2	3	1	1	1	17
GE2.27	3	3	2	1	2	3	1	1	1	17
GE2.28	3	3	3	1	1	2	1	1	1	16
PUNTAJE IDEAL	3	3	3	3	3	3	1	1	1	21
PROMEDIO	3,0	2,8	2,0	1,6	1,7	1,1	0,8	0,9	0,8	14,8
% DE APROBACIÓN	100 %	94 %	68 %	54 %	57 %	37 %	82 %	89 %	82 %	71%
MODA	3	3	2	2	2	0	1	1	1	14
MEDIANA	3	3	2	2	2	1	1	1	1	15

Tabla 18: Puntaje obtenido en el Módulo VI (GE2).

Análisis Módulo IV

INSTITUTO MARÍTIMO GRUPO EXPERIMENTAL 2 (GE2)

La dirección a la cual está enfocado este módulo, es a la interpretación gráfica de las soluciones y del modelamiento de las rectas expresadas en el plano cartesiano.

Objetivos:

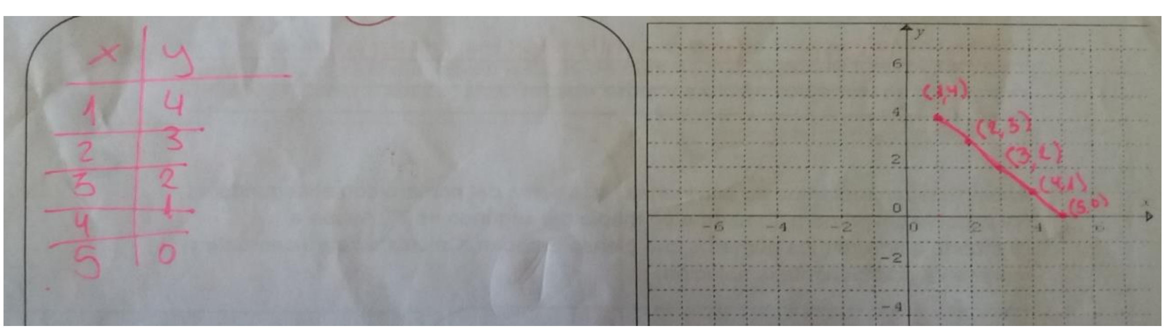
- Interpretan gráficamente las soluciones de un sistema de ecuación lineal.
- Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación con las rectas en el plano.

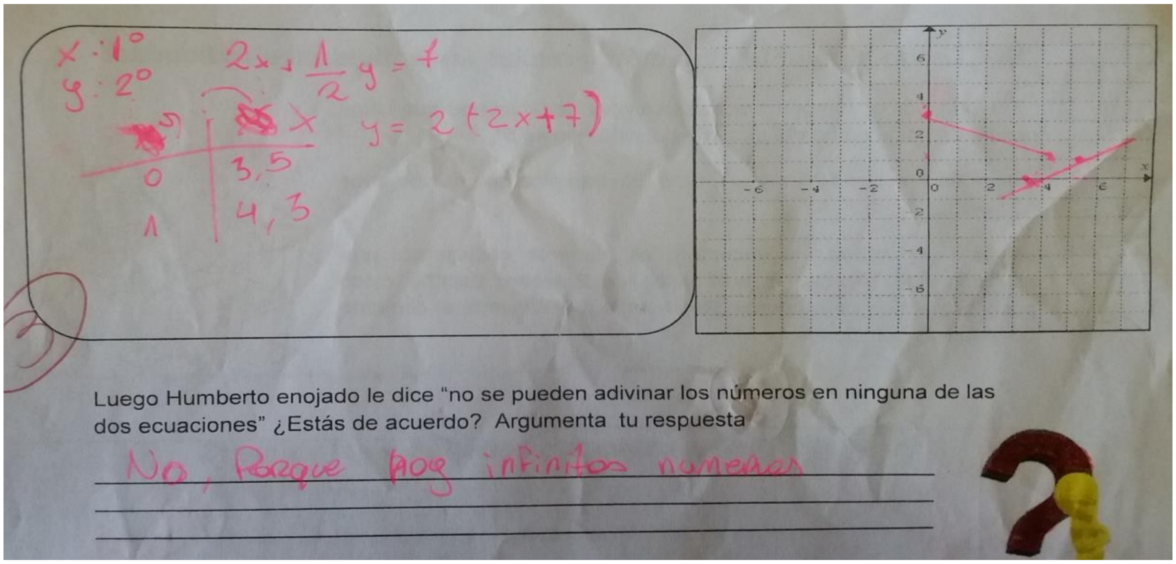
I.- Lee la siguiente situación y realiza las actividades indicadas

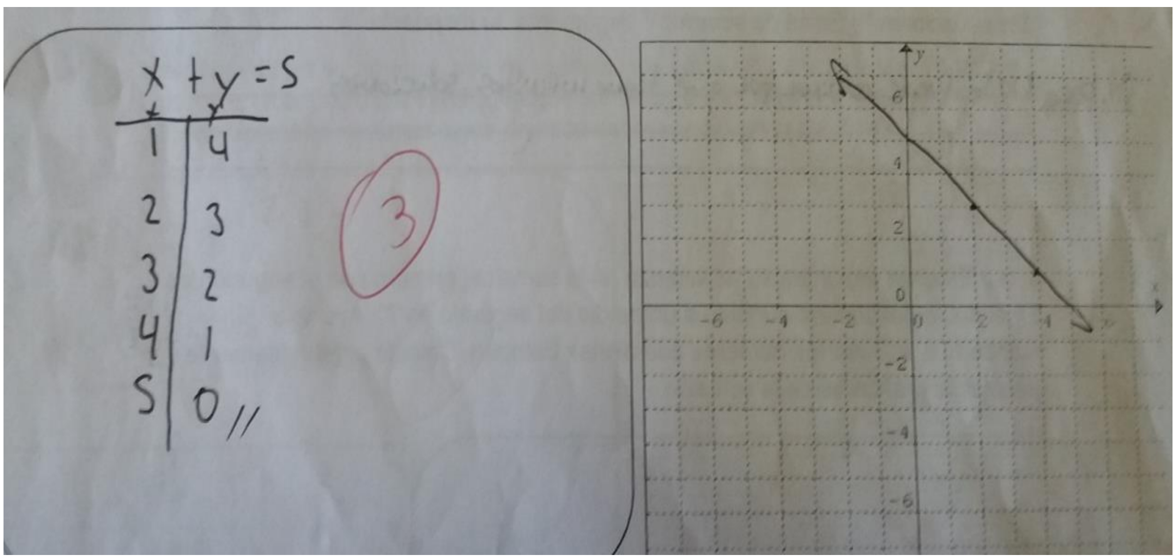
Este ítem (I) tenía como finalidad representar gráficamente las rectas modeladas de las situaciones presentadas, y dar respuesta en cada subdivisión del ítem

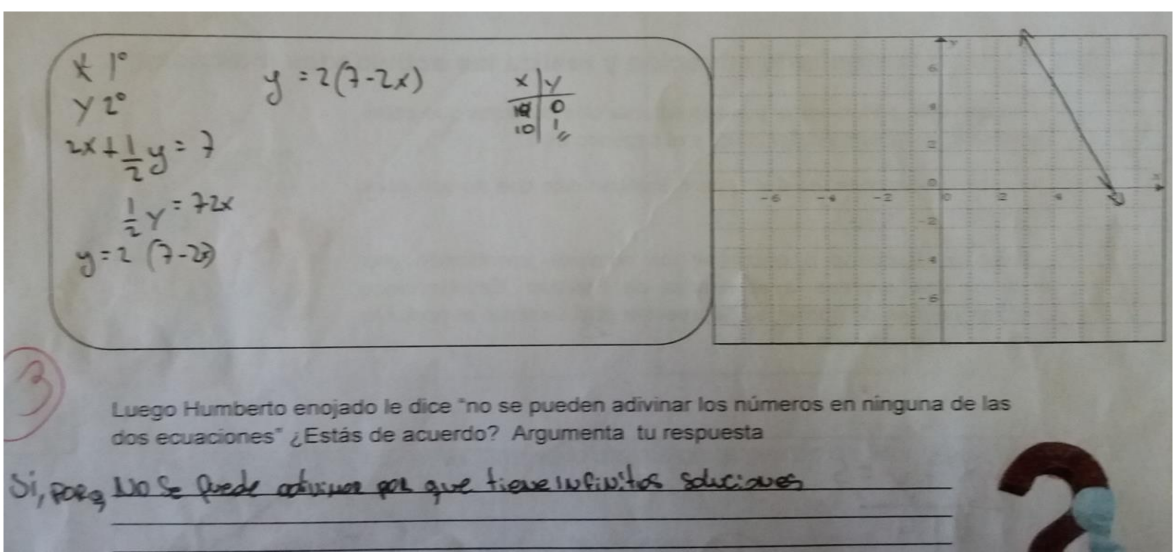
En la primera subdivisión (a) y (b) el porcentaje de aprobación de la pregunta fue de 100% y 94% respectivamente, es decir, la mayoría de los estudiantes lograba graficar la ecuación modelada y responder a las combinaciones de números pedidos en las situaciones.

Posteriormente se procedía a realizar una pregunta “abierta” en la cual las respuestas fueron las esperadas, lo que nos indicaba que los estudiantes comprendían lo que estaban realizando, y así lo muestran sus respuestas:

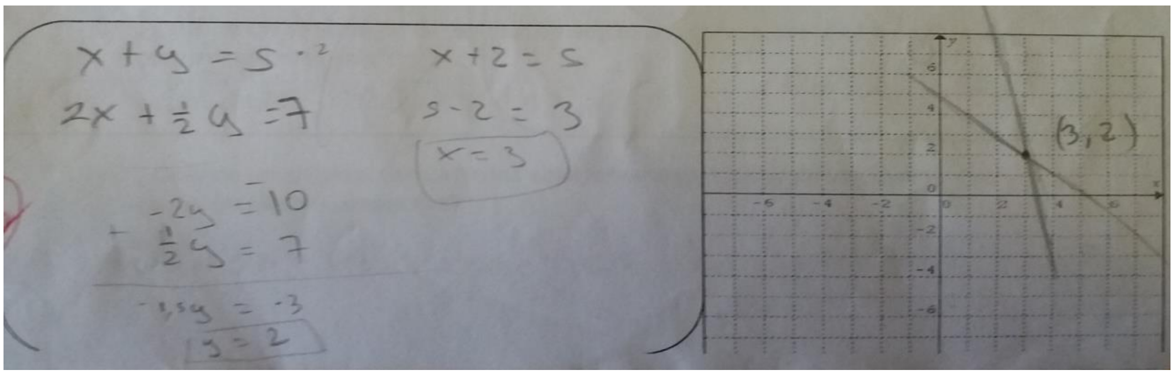


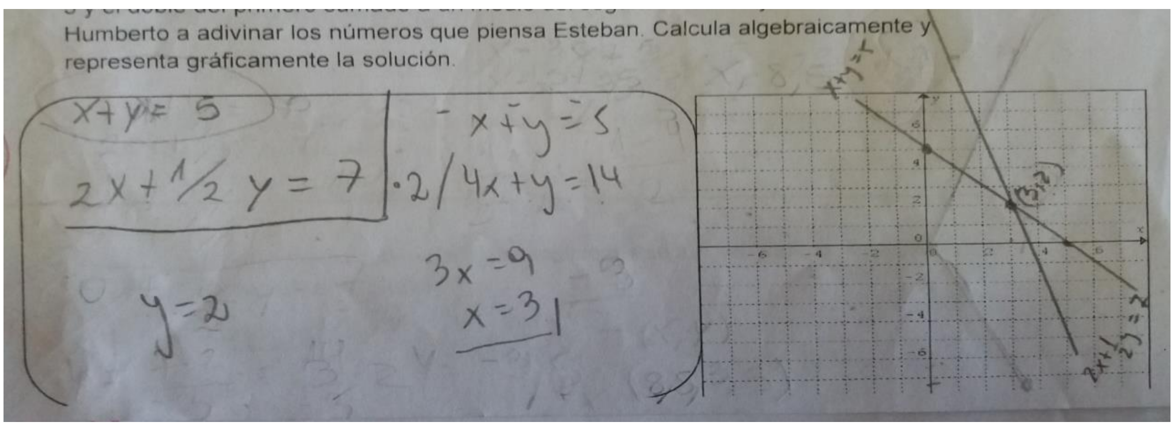

x: 1°
y: 2°
2x + 1/2 y = 7
y = 2(-2x+7)
0 | 3,5
1 | 4,3
3
Luego Humberto enojado le dice "no se pueden adivinar los números en ninguna de las dos ecuaciones" ¿Estás de acuerdo? Argumenta tu respuesta
No, Porque hay infinitos numeros


x + y = 5
x | y
1 | 4
2 | 3
3 | 2
4 | 1
5 | 0
3


x 1°
y 2°
2x + 1/2 y = 7
1/2 y = 7-2x
y = 2(7-2x)
y = 2(7-2x)
x | y
3
Luego Humberto enojado le dice "no se pueden adivinar los números en ninguna de las dos ecuaciones" ¿Estás de acuerdo? Argumenta tu respuesta
Si, porq No se puede adivinar por que tiene infinitos soluciones

En la tercera subdivisión (c) la situación consistía en graficar en conjunto ambas ecuaciones de las situaciones anteriores, y así encontrar el par de números pedidos en ambos casos. El porcentaje de aprobación alcanzado fue de un 68%, es decir, los estudiantes lograban graficar ambas ecuaciones, pero no daban respuesta a la situación, limitándose a encontrar el par ordenado, es por esto que no obtenían la totalidad del puntaje (según rúbrica).





II.- En cada situación plantea el sistema de ecuaciones y resuelve mediante gráfica.

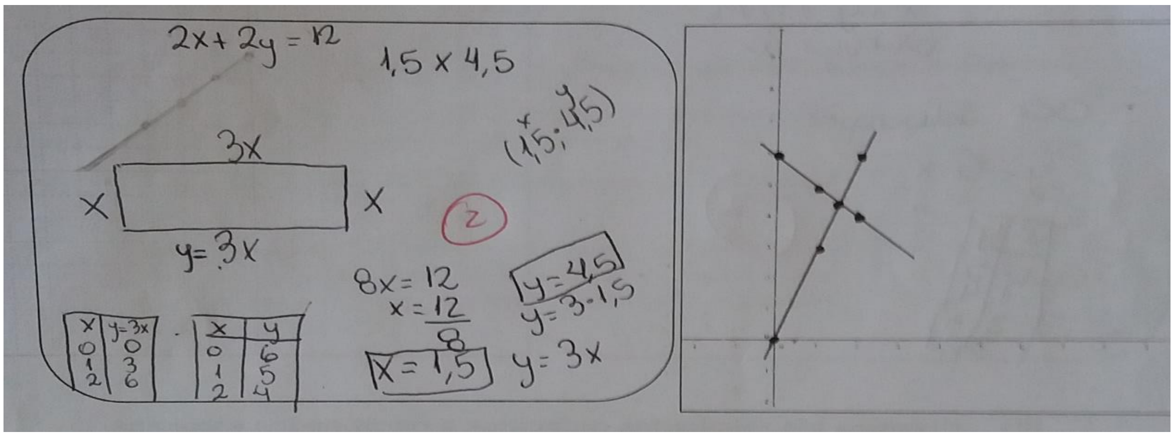
Este ítem consta de tres subdivisiones (a, b, c), las cuales tienen como soluciones: única solución, sin solución e infinitas soluciones, respectivamente.

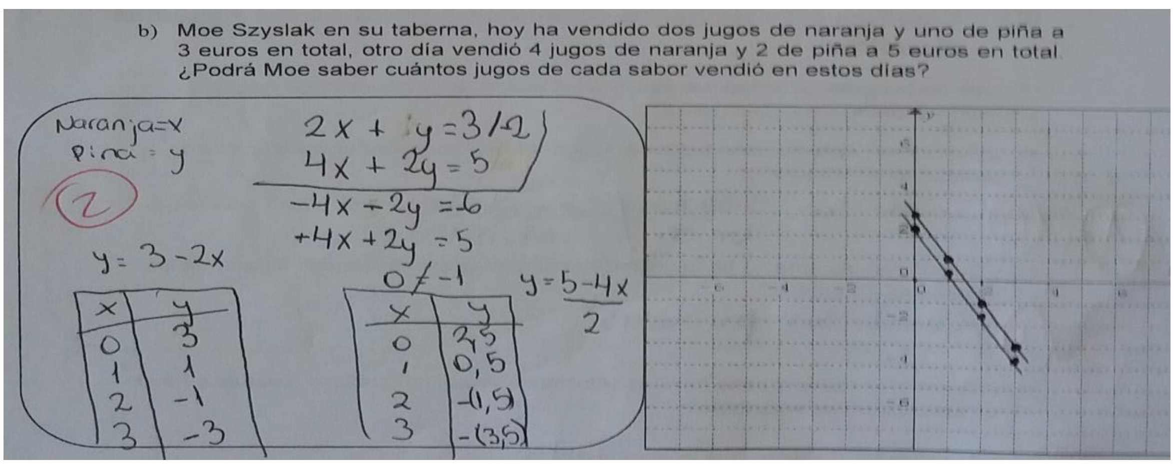
En la subdivisión (a) se alcanzó un 54% de aprobación, indicando esto que los estudiantes si bien desarrollaban la situación, esta era incompleta.

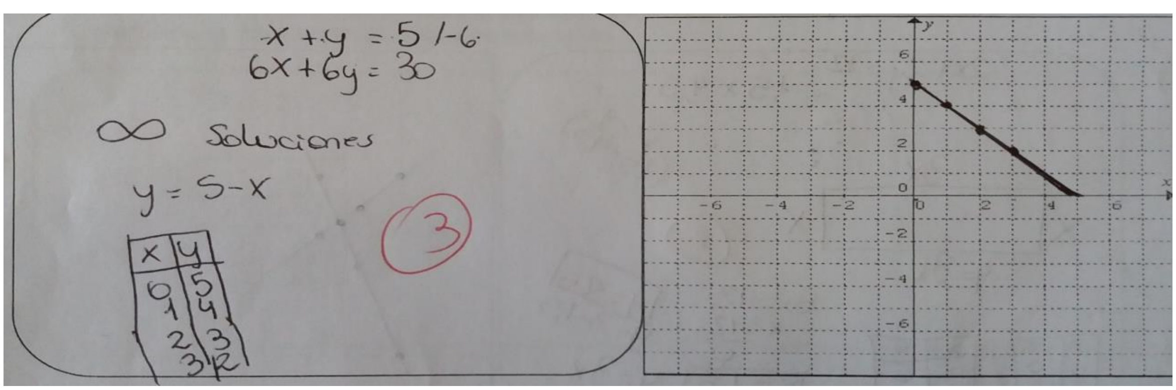
En la subdivisión (b) los estudiantes lograron un 57% de aprobación a la situación lo cual también indica que el procedimiento de resolución de esta situación fue insuficiente y en general a los estudiantes les costaba graficar.

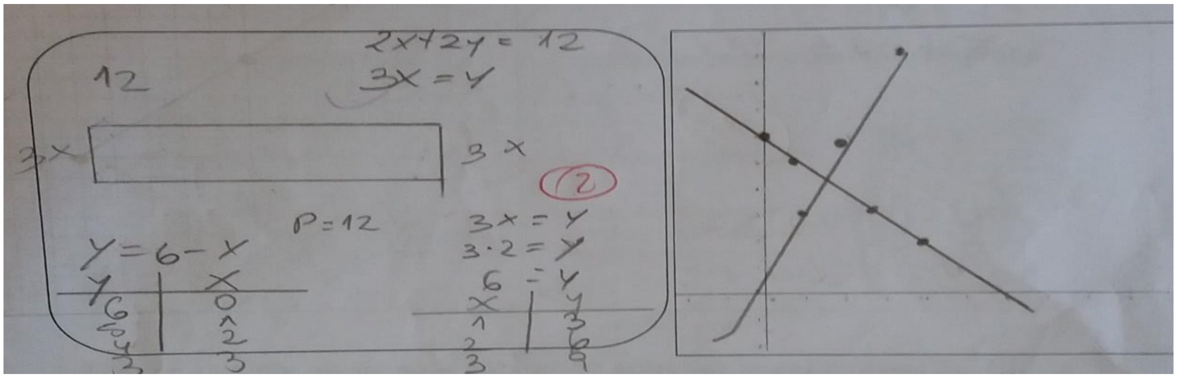
En la subdivisión (c) se alcanzó un 37% de aprobación de la situación, siendo esta situación la que tenía infinitas soluciones.

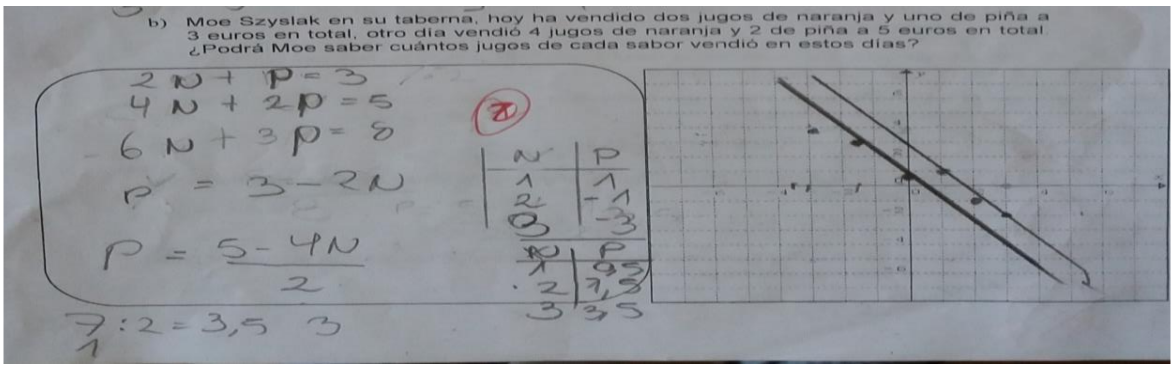
Las siguientes imágenes reflejan lo realizado por los estudiantes:

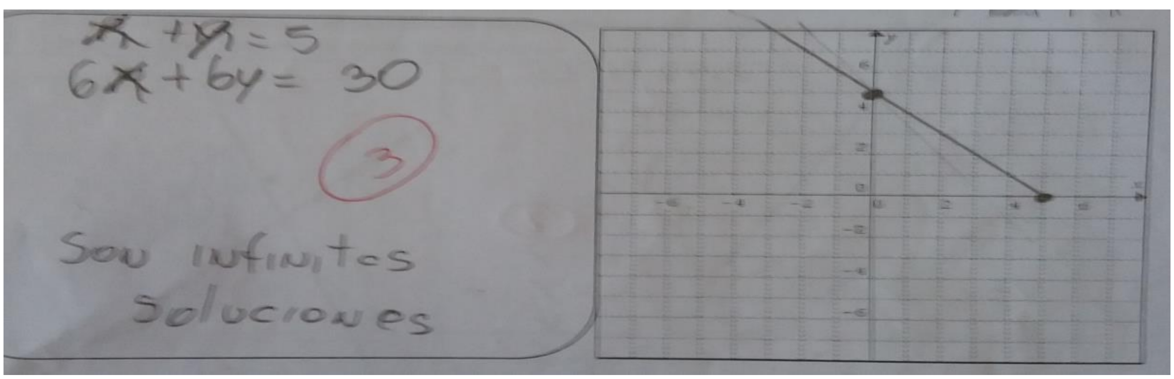






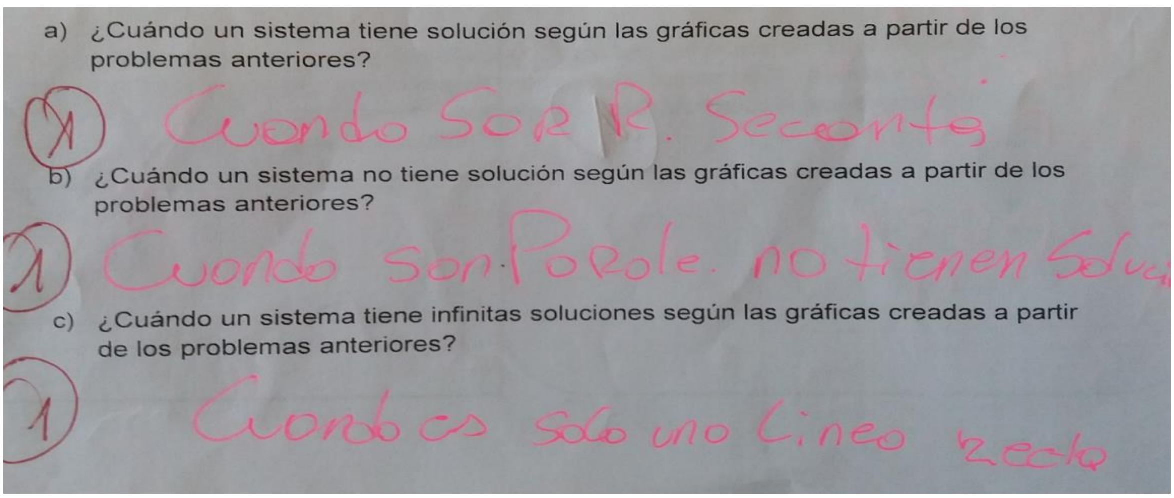

2x+2y = 12
3x = y
12
3x
3 x
2
P=12
3x = y
3·2 = y
6 = y
y = 6 − x


b) Moe Szyslak en su taberna, hoy ha vendido dos jugos de naranja y uno de piña a 3 euros en total, otro día vendió 4 jugos de naranja y 2 de piña a 5 euros en total ¿Podrá Moe saber cuántos jugos de cada sabor vendió en estos días?
2N + P = 3
4N + 2P = 5
6N + 3P = 8
P = 3 − 2N
P = 5 − 4N / 2
7:2 = 3,5 3


x + y = 5
6x + 6y = 30
3
Son infinitos soluciones

III.- Clasifica los resultados obtenidos a partir de los sistemas resueltos

El objetivo de este ítem es institucionalizar lo aprendido en el módulo, comprendiendo tres interrogantes las cuales apuntan a las soluciones y las gráficas de las ecuaciones según estas soluciones. Este módulo está comprendido por tres preguntas las cuales apuntan a que los estudiantes generalicen los tipos de gráficas según ecuaciones y sus soluciones (única solución - rectas secantes, sin solución - rectas paralelas, infinitas soluciones - rectas coincidentes). El porcentaje de aprobación en cada subdivisión de este ítem es de 82%, 89% y 82% respectivamente.


a) ¿Cuándo un sistema tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

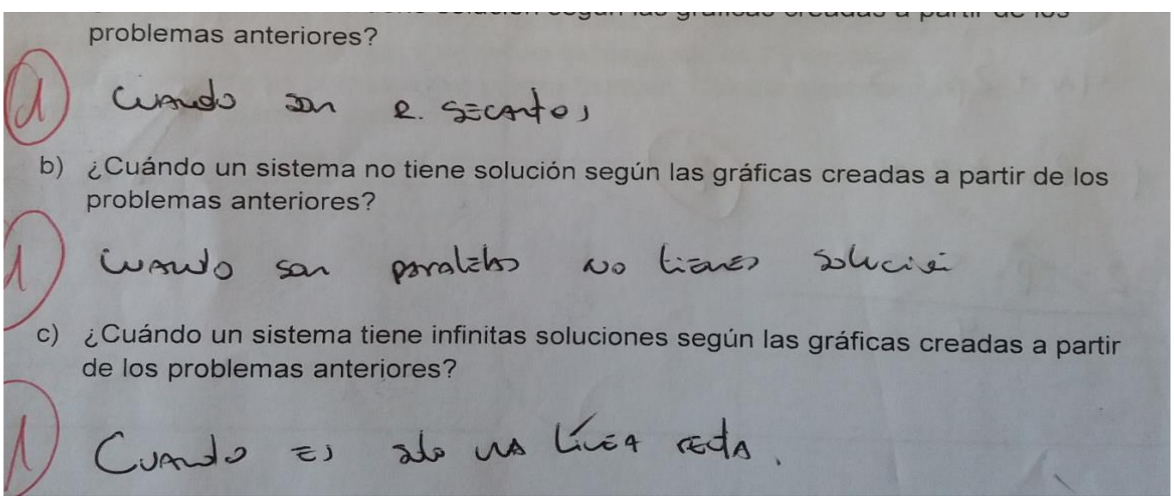
1 Cuando son R. Secante

b) ¿Cuándo un sistema no tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

1 Cuando son Parale. no tienen Soluc

c) ¿Cuándo un sistema tiene infinitas soluciones según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

1 Cuando es solo una linea recta


problemas anteriores?

1 cuando son R. secantes

b) ¿Cuándo un sistema no tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

1 cuando son paralelas no tienen solución

c) ¿Cuándo un sistema tiene infinitas soluciones según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

1 Cuando es solo una línea recta.

Gráfica Módulo VI - Instituto Marítimo de Valparaíso

“Puntaje Ideal” y “Promedio de puntos por ítems”.

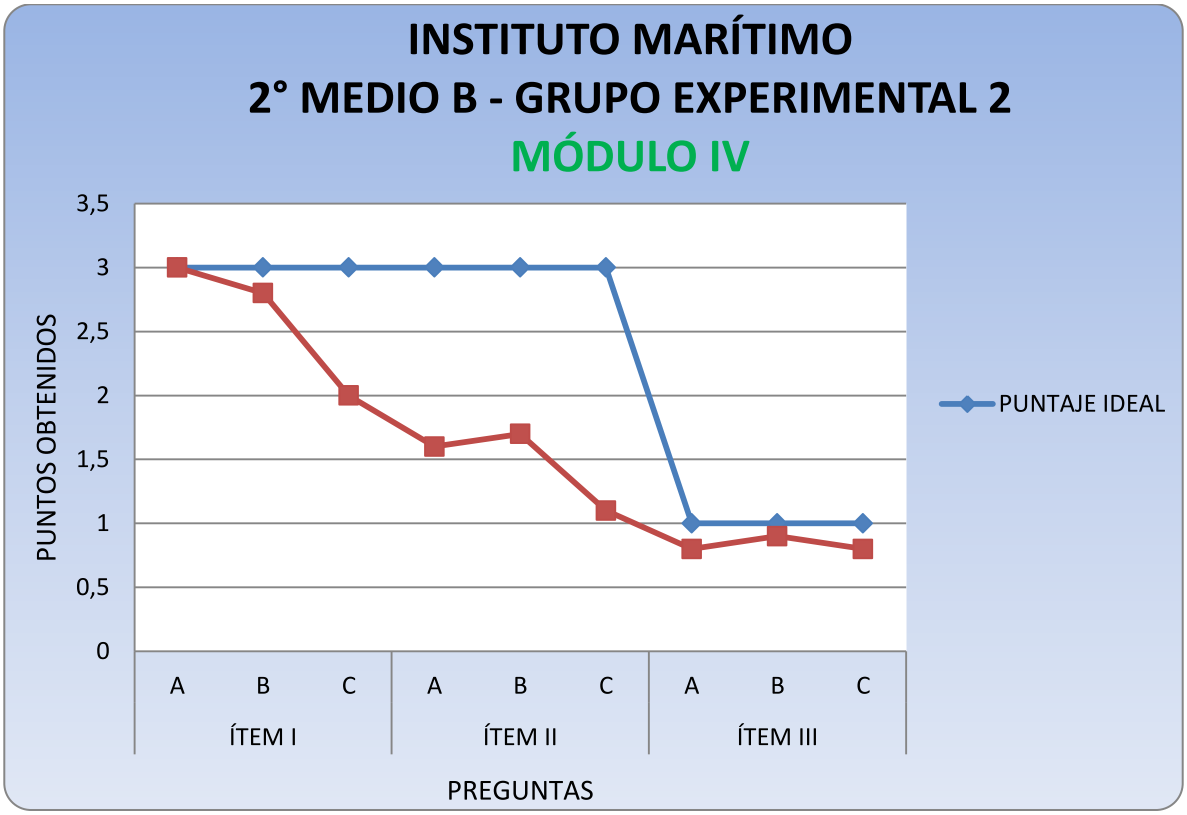


Gráfico 14: Comparación Puntaje Ideal y Promedio de Puntos Módulo IV (GE2).

5.2.4. Post-Test

"2° Medio D" - Grupo Control 2 (GC2).

GRUPO CONTROL 2 (GC2)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GC2.1	3	3	6	0	12
GC2.2	3	3	6	1	13
GC2.3	2	2	6	3	13
GC2.4	3	3	6	0	12
GC2.5	3	3	3	0	9
GC2.6	3	3	0	0	6
GC2.7	2	3	6	0	11
GC2.8	1	3	3	0	7
GC2.9	0	0	0	0	0
GC2.10	3	3	3	2	11
GC2.11	1	3	3	2	9
GC2.12	5	2	3	2	12
GC2.13	0	3	3	0	6
GC2.14	5	2	1	2	10
GC2.15	3	3	0	0	6
GC2.16	3	3	5	2	13
GC2.17	1	3	2	1	7
GC2.18	4	2	6	2	14
GC2.19	4	2	3	2	11
GC2.20	3	3	5	1	12
GC2.21	5	2	3	3	13
GC2.22	5	2	3	2	12
GC2.23	3	3	4	2	12
GC2.24	3	3	6	0	12
GC2.25	4	3	6	1	14
GC2.26	1	3	3	0	7
GC2.27	1	3	6	0	10
GC2.28	3	3	6	3	15
GC2.29	3	3	5	0	11
GC2.30	3	3	6	0	12
GC2.31	2	3	3	0	8
GC2.32	3	3	0	0	6
GC2.33	1	3	4	0	8
GC2.34	0	0	0	0	0
PUNTAJE IDEAL	5	3	15	9	32
PROMEDIO	2,6	2,6	3,7	0,9	9,8
% DE APROBACIÓN	52%	87%	25%	10%	31%
MODA	3	3	6	0	12
MEDIANA	3	3	3	0	11

Tabla 19: Post-Test Grupo Control 2.

“2° Medio B” Grupo Experimental 2 (GE2).

GRUPO EXPERIMENTAL 1 (GE1)	PUNTOS OBTENIDOS EN CADA ÍTEM				TOTAL
	ÍTEM I	ÍTEM II	ÍTEM III	ÍTEM IV	
GE1.1	2	3	10	3	18
GE1.2	2	3	7	8	20
GE1.3	5	2	12	5	24
GE1.4	5	3	13	7	28
GE1.5	3	3	12	4	22
GE1.6	2	3	6	8	19
GE1.7	5	3	12	9	29
GE1.8	3	3	9	7	22
GE1.9	5	3	7	1	16
GE1.10	1	2	7	2	12
GE1.11	4	3	15	6	28
GE1.12	3	2	8	2	15
GE1.13	5	2	9	4	20
GE1.14	3	3	6	7	19
GE1.15	4	3	13	7	27
GE1.16	3	3	9	9	24
GE1.17	1	2	8	6	17
GE1.18	2	3	7	9	21
GE1.19	4	2	10	8	24
GE1.20	5	3	12	8	28
GE1.21	5	1	10	3	19
GE1.22	4	3	12	4	23
GE1.23	2	2	8	3	15
GE1.24	3	3	12	9	27
GE1.25	2	3	7	6	18
GE1.26	4	3	10	8	25
GE1.27	5	3	13	7	28
GE1.28	5	3	7	3	18
GE1.29	0	3	7	2	12
GE1.30	3	3	12	8	26
GE1.31	3	1	7	5	16
TOTAL DE PUNTOS POST-TEST	5	3	15	9	32
PROMEDIO	3,3	2,6	9,6	5,7	21,3
% DE APROBACIÓN	66%	88%	64%	64%	67%
MODA	5	3	7	8	28
MEDIANA	3	3	9	6	21

Tabla 20: Post-Test Grupo Experimental 2.

Gráfica Post-Test Instituto Marítimo

“Grupo Control 2” y “Grupo Experimental 2”.

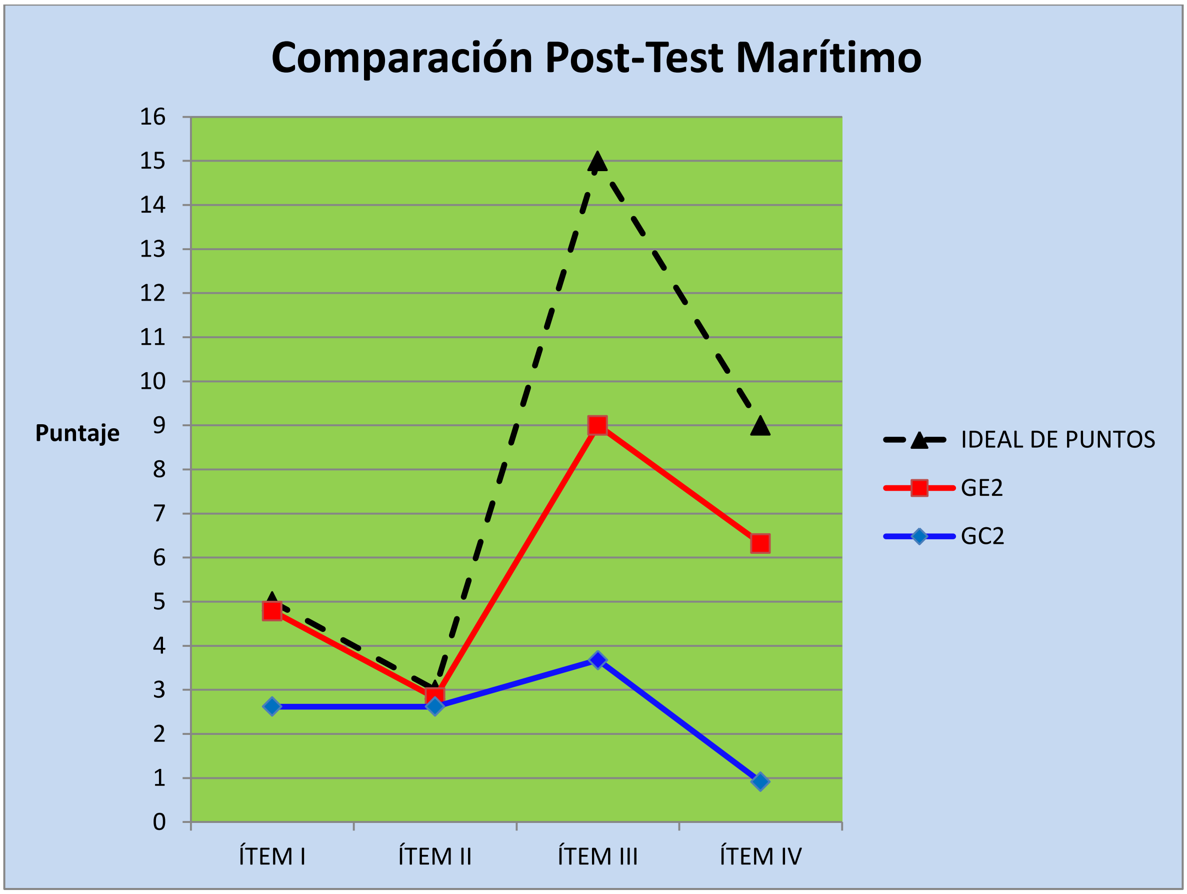


Gráfico 15: Comparación Post-Test Instituto Marítimo.

5.2.5. Comparación Pre y Post-Test

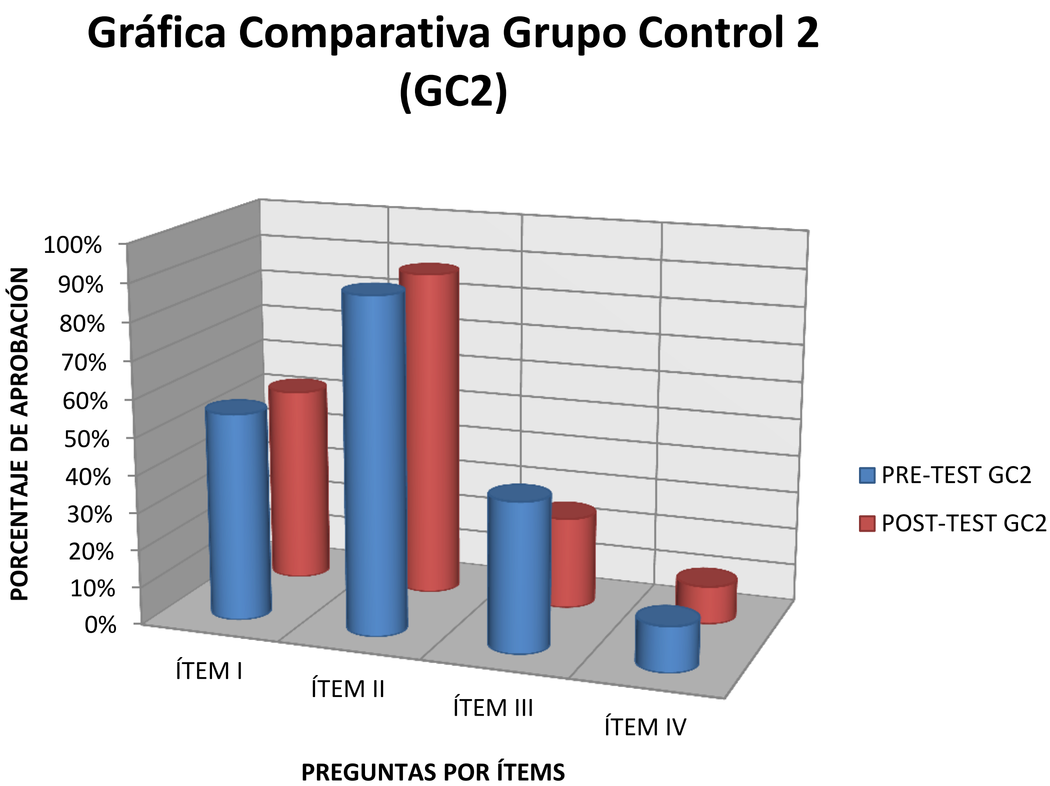


Gráfico 16: Comparación Pre y Post-Test GC2.

El Gráfico 16 muestra la comparación entre el Pre-Test y Pos-Test del grupo control dos (GC2). Este revela una equivalencia de porcentajes de aprobación en ambos test, lo cual demuestra que no hubo un cambio significativo debido a que no se aplicó la propuesta investigativa PEMISP. Además, la gráfica muestra una baja en el rendimiento, lo cual podría atribuirse, sumado a lo anterior, a que los estudiantes aprendieron de forma mecánica y por lo tanto, no significativa. Según la teoría de Ausubel, al paso del tiempo los conceptos suelen olvidarse, debido a que estos no son enseñados de forma significativa, dando a conocer el tipo de metodología a la cual están sometidos los estudiantes.

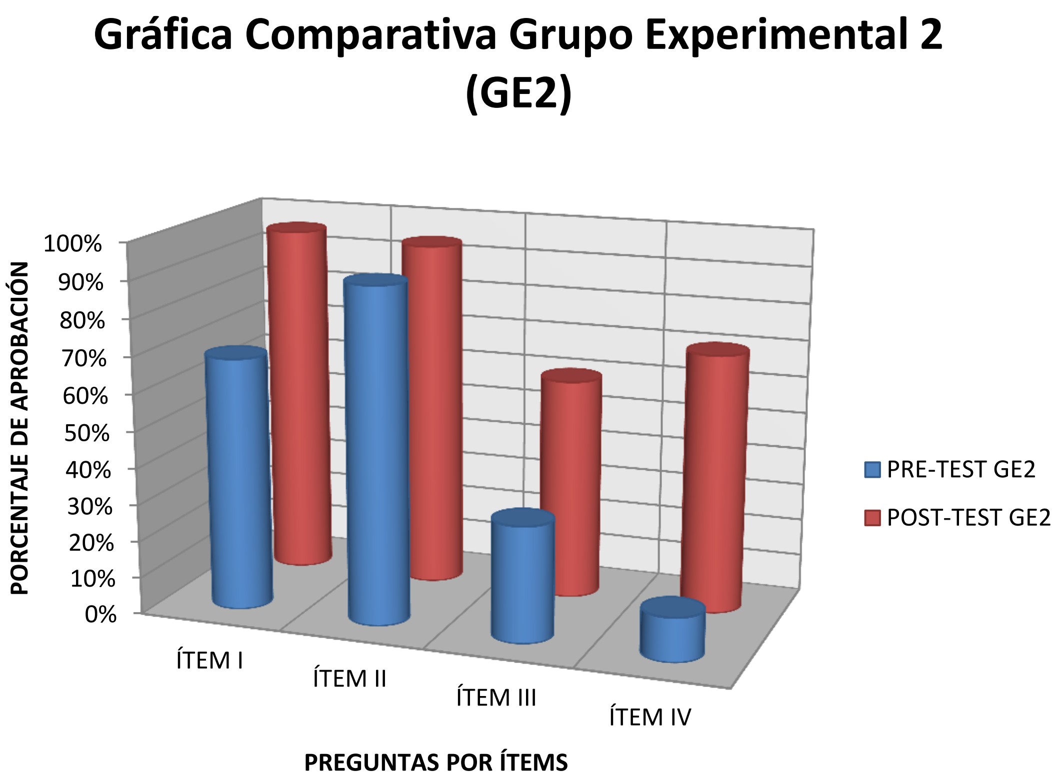


Gráfico 17: Comparación Pre y Post-Test GE2

El gráfico 17 muestra la comparación entre el Pre-Test y Pos-Test del grupo experimental dos (GE2). En el ítem I se aprecia un aumento considerable, ya que perfeccionaron su forma de reconocer y modelar situaciones que involucran sistemas de ecuaciones lineales. En el ítem II no hubo una mayor diferencia, ya que los estudiantes bordearon en ambos test el 100% de aprobación. En los ítems III y IV es donde existe una amplia diferencia, por una parte el Pre-Test arroja un 31% y 12% de aprobación respectivamente, lo cual es muy deficiente, pero con la aplicación de nuestra propuesta de enseñanza PEMISP los resultados ascienden a un 60% y 70% respectivamente. Por esto se demuestra que al aplicar PEMISP se logra un aprendizaje significativo.

5.3. Comparación grupos de la muestra

La gráfica 18 muestra la comparación entre los grupos controles y experimentales dando a conocer su porcentaje de aprobación en el total de puntos evaluados en el Pre-Test y Post-Test.

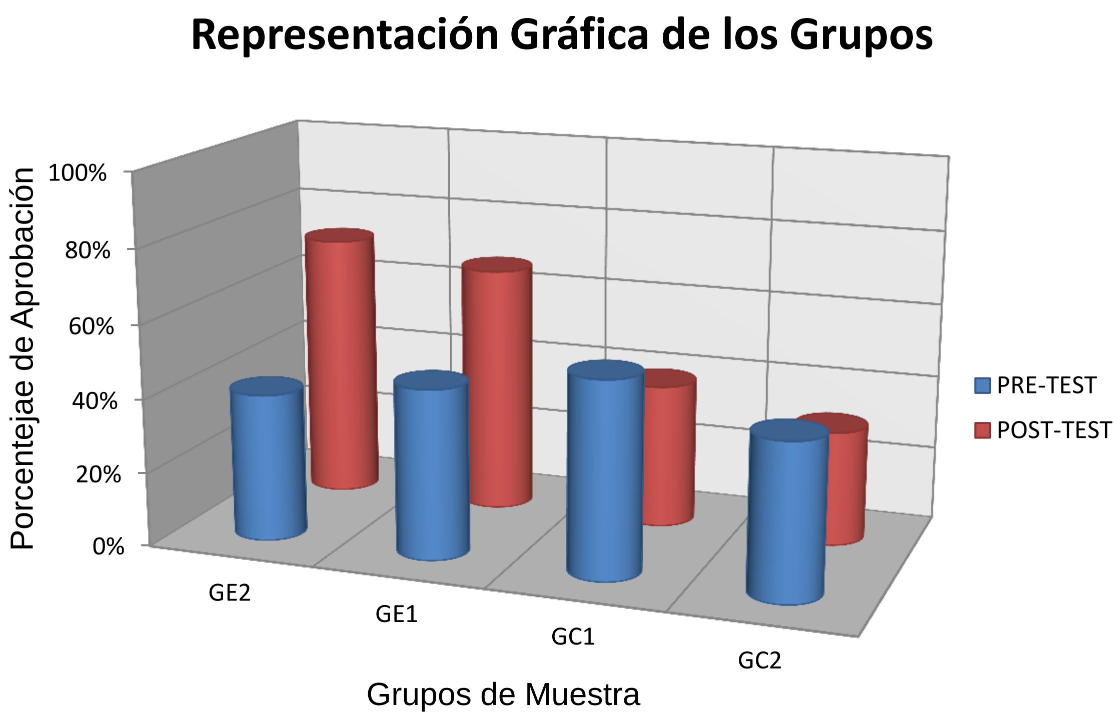


Gráfico 18: Comparación grupo muestra: Pre-Test y Post-Test.

Como se aprecia, los resultados arrojados en el Pre-Test nos indican una uniformidad entre los cuatro grupos evaluados, sin embargo al realizar la comparación entre el Pre-Test y Post-Test de cada uno se vislumbra que los grupos GE1 y GE2 presentan un alza significativa en el porcentaje de aprobación del puntaje total. Esto se debe principalmente a que estos grupos fueron intervenidos por la propuesta PEMISP, la cual promueve la interpretación de las soluciones y comprención de los problemas cuya modelación resultante sean sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

CAPÍTULO VI
CONCLUSIONES

6. CONCLUSIONES

En la realización y desarrollo de nuestra tesis se ha aportado en conocimientos y experiencias relevantes que nos permiten elaborar conclusiones a partir de los resultados obtenidos:

Del análisis descriptivo y estadístico del Pre-Test se desprende que los estudiantes carecen o presentan dificultades en la interpretación de soluciones que se formulan tras realizar una modelación de una situación problemática que involucra sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, es decir, les dificulta comprender el contexto del problema y relacionarlo con la solución obtenida de este problema. En este sentido, los resultados arrojados por el Pre-Test, demostraron que en general los estudiantes saben modelar una situación con sistemas de ecuaciones lineales, pero muestran profundas dificultades al analizar las soluciones e interpretación gráfica de la modelación producida de estas situaciones.

De acuerdo al análisis estadístico realizado, queda demostrada la hipótesis planteada, ya que los estudiantes obtuvieron una mejora considerable en su rendimiento personal y académico en la comprensión e interpretación de las soluciones de problemas cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En cuanto a la aplicación de la metodología PEMISP, se produjeron diferencias significativas en el proceso de resolución e interpretación de la solución y también se mostraron diferencias notorias en cuanto a la resolución gráfica de la situación planteada.

Los grupos experimentales (GE1, GE2) aumentan en promedio su rendimiento desde un 43% a un 70% entre el Pre-Test y Post-Test, sin embargo, los grupos control se ven disminuidos considerablemente obteniendo un 48% en el Pre-Test llegando a un 35% en el Post-Test, ya que estos no fueron intervenidos con la propuesta metodológica PEMISP.

Además, los rendimientos académicos de los estudiantes variaron positivamente con la utilización de la metodología PEMISP, observándose desde el Pre-Test, cada fase y módulos respectivos, un aumento y un trabajo minucioso en el desarrollo de estos, lo que provocó que los puntajes promedios para los grupos experimentales aumentaran significativamente al ejecutar el Post-Test, esto derivó a que los resultados estuvieran por sobre el puntaje inicial y al contrario, los grupos control se viera un decrecimiento, lo cual demuestra las hipótesis planteadas.

Conclusiones y Sugerencias

La aplicación de esta metodología como estrategia de enseñanza, provocó que al observar a los estudiantes en el desarrollo de las situaciones problemáticas en la sala de clases, les condujese en muchos casos al desarrollo de habilidades y competencias intelectuales; se estableció la promoción de la capacidad de comprender lo que se estaba realizado, es decir, del propio aprendizaje que se generaba, además, cabe mencionar, que la metodología contribuyó a la calidad de la educación en matemática, puesto que se realizaron fases que permiten resolver cualquier tipo de problemas que conlleven una modelación de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Lo anterior es una contribución a la formación profesional y que de algún modo se puede extender al ámbito personal producto de un aprendizaje significativo.

Se sugiere la aplicación de PEMISP como metodología de enseñanza-aprendizaje para problemas que sugieren sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

A su vez sugerimos la implementación de la metodología PEMISP, a otras áreas del conocimiento, ya que la resolución e interpretación de problemas es transversal a todas las áreas del saber.

Logros

Producto del trabajo cooperativo, los estudiantes mejoraron y en general desarrollaron actitudes y habilidades como: análisis de soluciones según el contexto de las situaciones presentadas, interpretación de soluciones generadas a partir de una situación, trabajo en equipo, incentivo a la práctica de lo que se aprende en base a la modelación matemática de situaciones problemáticas.

Lo anterior es un aspecto positivo a destacar, puesto que la adquisición y/o desarrollo de estas competencias son valoradas por el mundo laboral en la actualidad.

Por último, la metodología PEMISP despertó en los estudiantes de los grupos experimentales el interés y disposición favorable hacia la asignatura, convirtiéndolos en sujetos más activos a partir del descubrimiento de la utilidad del análisis e interpretación de soluciones generados a partir de un modelamiento matemático hecho de una situación, esto es una herramienta que permite entre otras cosas, comprender los fenómenos naturales que en la vida cotidiana y social muchas veces no se incurre en esta interpretación necesaria.

Sugerencias

Por ser una investigación realizada en colegios con Enseñanza de nivel Medio y con grupos de estudiantes intervenidos reducidos, sería muy provechoso repetir esta experiencia en otros colegios y con un número mayor de cursos. Contar con más aplicaciones y antecedentes sobre esta temática, permitiría contribuir a los estudiantes en el mejoramiento de su comprensión y rendimiento, en este campo que habitualmente esta subvalorado y así facilitar la efectividad de la metodología y realizar modificaciones que nazcan de las experiencias y recomendaciones obtenidas por estas aplicaciones e investigaciones.

Limitaciones

La principal limitación encontrada para el desarrollo de esta investigación, se encuentra en que algunos estudiantes (la minoría según los resultados obtenidos) no lograban modelar situaciones y posteriormente no lograban resolver estos sistemas generados y eso incurría en el tiempo de trabajo con los estudiantes en la aplicación de esta metodología.

Lo anterior, probablemente tendría un efecto en los resultados de esta investigación, pero nuestra propuesta comprendía una fase en la que se tomaba en consideración el abordar este punto "flaco" que podrían haber tenido los estudiantes.

Otra de las limitaciones que se pudo apreciar, fue la inestabilidad de clases que produjo el paro docente en el Segundo Semestre académico del año 2015, que contemplaba la unidad de Álgebra.

BIBLIOGRAFÍA.

Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo.* México: Trillas.

Ausubel, D. (1983). Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Barcelona: Paidós, 1983.

Buschiazzo, N. y otros. (1997). *Matemática hoy en la E.G.B.: ¿qué enseñar? ¿cómo? ¿para qué?. Estrategias didácticas.* Rosario: Homo Sapiens Ediciones.

Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Educación vol.32*, 123-138.

Campbell, D. T. (1995). *Diseño experimentales y cuasi experimentales de la investigación social.* Buenos Aires: Amorrortu.

Dávila Espinosa, S. (2000). *El aprendizaje significativo, Esa extraña expresión (utilizada por todos y comprendida por pocos).* julio 9.

De Guzmán, M. (1993). *Tendencias Innovadoras en Educación. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación.* Editorial Popular.

Duch, B. (1999). Problems: A Key Factor in PBL. *Center for Teaching Effectiveness University of Delaware*.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La Habilidad para cambiar de registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 143-168.

Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas. Educación Primaria.*

Espinoza, J. (2009). Estrategia de Enseñanza para la promoción de Aprendizaje Significativo. Una visión aplicada desde el punto de vista del cálculo. *En revista Ciencia Ahora*.

ITES, I. T. (2004). *El Aprendizaje Basado en Problemas como técnica didáctica.* Monterrey.

Ministerio de Educación, S. (2012). *Orientaciones para docentes Segundo Año de Enseñanza Media. 2012.*

Moreira, M. A. (1993). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente.

Moreira, M. A. (2010). ¿Por qué conceptos? ¿Por qué aprendizaje significativo? ¿Por qué actividades colaborativas? y ¿Por qué mapas conceptuales? *Qurriculum*, 9-23.

Pinteño, A. (1999). *Mejora del rendimiento en el Área de Matemáticas a través de la resolución de problemas con alumnado de Educación Primaria.*

Polya, G. (1965). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving.* Wiley.

Puig, L. (1996). *Investigación y didáctica de las Matemáticas.* Madrid.

Rodríguez, M. L. (2008). *La Teoría del Aprendizaje Significativo en la perspectiva de la Psicología Cognitiva.* España: Octaedro.

Rojas, C. (2006). Aplicación de un Heurístico como Estrategia Didáctica en la Resolución de Problemas.

Ruiz, D., & García, M. (2003). El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de Educación Básica. *Educere La Revista Venezolana de Educación*, 321-327.

Sánchez, L. (2001). *Dificultades de los alumnos de sexto grado de educación primaria para la resolución de problemas matemáticos.* México.

Silva, C. (2012). *Didáctica y modelos de enseñanza y aprendizaje de las ciencias.* Playa Ancha, Valparaiso.

UPM, S. d. (2008). *Aprendizaje Basado en Problemas.* Madrid.

Índice de Anexos

ANEXOS

ÍNDICE

Anexo1.   PRE-TEST

Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	

I) PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1) En un concierto hay 3.000 personas entre hombres y mujeres. Cada entrada costó, \$2.000 los hombres y \$1.500 las mujeres, recaudando en total un monto de \$2.000.000. Si "x" representa la cantidad de hombres e "y" representa la cantidad de mujeres, entonces ¿Cuál de las siguientes ecuaciones forman parte del sistema que permite averiguar la cantidad de hombres y mujeres que fueron al concierto?

   A) $2000x + 1500y = 3000$
   B) $1500x + 2000y = 2.000.000$
   C) $2000x + 1500y = 2.000.000$
   D) $2000x = 3000 + 1500y$
   E) $1500x + 3000y = 2.000.000$

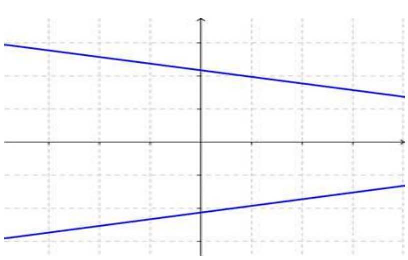
2) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones formaría un sistema **sin solución** con la ecuación 4x-3y=12?
   A) $2x + 4y = 6$
   B) $8x - 3y = 10$
   C) $8x - 6y = 24$
   D) $4x + 3y = 12$
   E) $8x - 6y = 8$

3) Con respecto a la solución del sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 5y = 8 \\ -3x + y = -2 \end{array}\right|$$

   ¿Cuál de las siguientes opciones es VERDADERA?
   A) La solución es el punto (1,0)
   B) La solución es el punto (0,1)
   C) No tiene solución
   D) Tiene infinitas soluciones
   E) La solución es el punto (1,1)

4) Micaela está tratando de encontrar el número de soluciones posibles para un sistema de dos ecuaciones lineales. Ella dibuja la siguiente gráfica, la cual muestra parte de las dos rectas del sistema. ¿Qué puede concluir?



   A) El sistema no tiene solución
   B) El sistema tiene una solución
   C) El sistema tiene dos soluciones
   D) El sistema tiene soluciones infinitas
   E) Ninguna de las anteriores

5) ¿Cuál de los siguientes escenarios solo puede ser solucionado usando sistemas de ecuaciones?

A) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Hoy gastarán otros \$10.000 en la cena. ¿Cuánto gastaron en total?
B) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche y regresaron con \$8.000. ¿Cuánto dinero tenían antes de ver la película?
C) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Cada boleto costó \$9.000. ¿Cuánto gastaron en el refresco y las palomitas?
D) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Carlos gastó \$800 más que Sofía. ¿Cuánto gastó cada uno?
E) Todas las anteriores.

II) UBICA CADA PROBLEMA CON SU SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CORRESPONDIENTE.

COLUMNA A		COLUMNA B
A) En una fiesta, Daniela vendió 100 vasos de jugos. Los vasos de sabor durazno los vendió a \$400 y los vasos de sabor piña a \$300, recaudando \$34.000 en total. ¿Cuántos vasos de cada tipo vendió?	___	$\begin{cases} 4z + 3w = 340 \\ z + w = 100 \end{cases}$
B) El consumo en una cafetería de 3 sándwiches y 7 biscochos ha costado \$2.460, mientras que 4 sándwiches y 10 bizcochos valen \$3.380, ¿cuál es el valor de cada sándwich y de cada bizcocho?	___	$\begin{cases} 3x + 5y = 12.400 \\ 5x + 7y = 19.200 \end{cases}$
C) Juan y Pedro fueron juntos a una ferretería. Juan pagó \$12.400 por 3 cajas de tornillos y 5 bolsas de kilo de clavos. Pedro compró 5 cajas de tornillos y 7 bolsas de kilo de clavos, cancelando \$19.200.	___	$\begin{cases} 3a + 7b = 2.460 \\ 2a + 5b = 1.690 \end{cases}$
D) El sucesor de "x" es 8; si al doble de "x" se le suma la tercera parte de "y", su resultado es 33. Calcular el valor de "x" e "y".	___	$\begin{cases} x = 7 \\ 2x + \frac{y}{3} = 33 \end{cases}$
E) Hallar dos números tales que si se divide el primero por 3 y el segundo por 4, la suma es 15; mientras que si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5 la suma de los números es 174.	___	$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3w = z \end{cases}$
	___	$\begin{cases} 2r + 3t = 90 \\ r + t = 240 \end{cases}$
	___	$\begin{cases} 4x + 3y = 180 \\ 2x + 5y = 174 \end{cases}$

III) REPRESENTA LOS SIGUIENTES PROBLEMAS COMO SISTEMAS DE ECUACIONES Y RESUELVE INDICANDO LA EXISTENCIA DE DICHAS SOLUCIONES, SEÑALANDO EN CADA CASO SI LA SOLUCIÓN ES COHERENTE CON EL PROBLEMA.

A) En la fiesta del colegio, el curso de Paulina vendió papas fritas en porciones de $300 y $500. Para realizar el conteo del dinero, Paulina preguntó a dos de sus compañeros sobre el total vendido y ellos le dieron las siguientes respuestas:

- Andrea: en total recaudamos $12.800.
- Pablo: se vendieron 34 porciones en total.

i. Averiguar cuántas porciones de papas fritas de cada precio se vendieron:

B) Si a **M** se le suma el doble de **N,** este dará como resultado -3 y si al doble de **M** se suma el cuádruple de **N** da como resultado -5. Calcula el valor de **M** y **N** argumentando tu respuesta.

C) En un local de comida rápida tienen las siguientes ofertas:

i. Combo 1: 7 empanadas y 3 vasos de bebidas a $1.200.
ii. Combo 2: 12 vasos de bebidas y 28 empanadas a $4.800.

¿Cuál es el valor de una empanada y un vaso de bebida? Justifica tu respuesta.

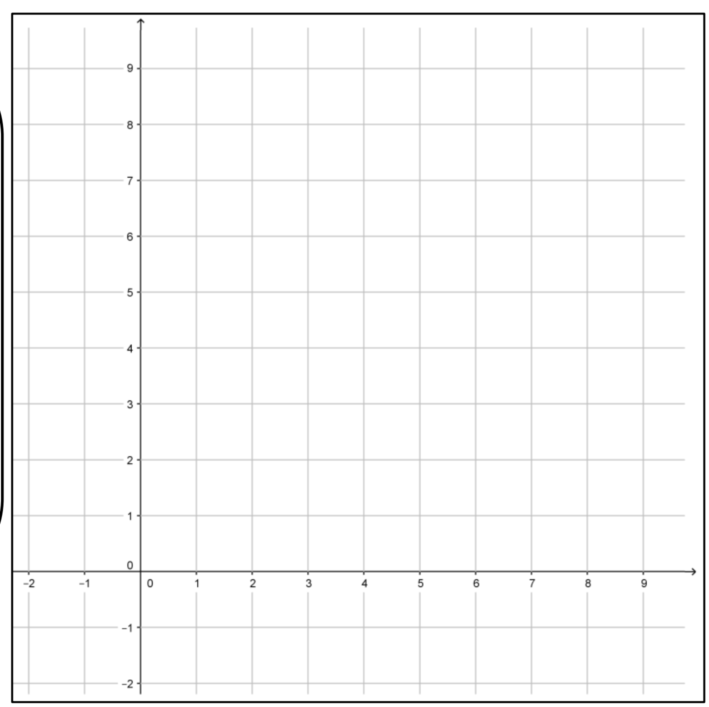
D) El otro día, Juan de 70 años de edad quiso repartir entre sus nietos cierta cantidad de dinero. Si les daba 300 pesos a cada uno le sobraban 600 pesos, y si les daba 500 pesos a cada uno le faltaban 1.000 pesos. ¿Cuántos nietos tiene Juan? ¿qué cantidad de dinero posee Juan?

E) La edad de Rubén menos la edad de Luis es igual a 27 años, y el triple de la edad de Rubén más el doble de la de Luis es igual a 61 años, ¿qué edad tiene cada uno?

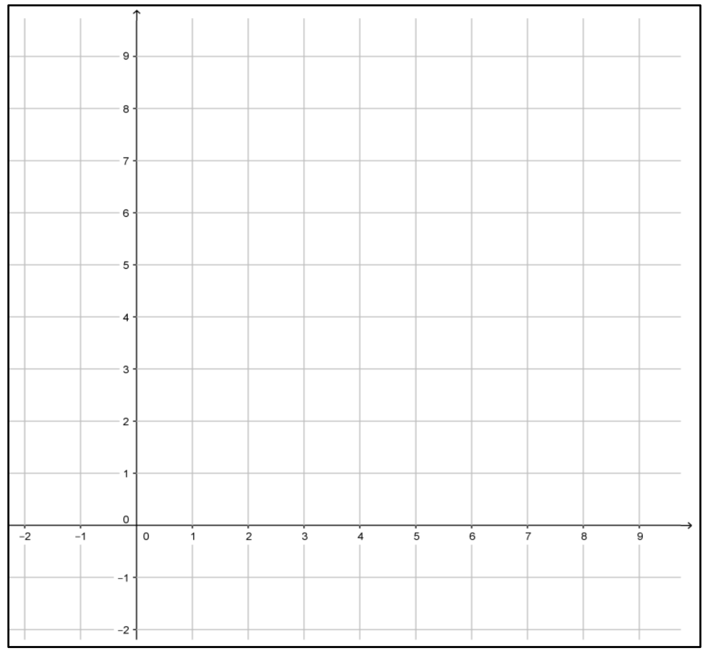
IV) TRANSCRIBE CADA PROBLEMA DE SISTEMA DE ECUACIÓN A SU INTERPRETACIÓN ALGEBRAICA, LUEGO RESUELVE MEDIANTE GRÁFICA.

-Utiliza los métodos que conoces para graficar.

A) ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?



B) Andrés es un artista que realiza retratos y esculturas de personas. Al confeccionar 2 retratos y 1 escultura le toma 6 días, mientras que realizar 6 retratos y 3 esculturas le demora 27 días. ¿Cuánto tarda Andrés en confeccionar un retrato? Justifica tu respuesta.



C) Antonella debe cotizar el valor de los martillos y serruchos que su curso necesita llevar a los trabajos voluntarios que realizarán en invierno. Para averiguar sus precios le preguntó a Esteban, un alumno de otro curso que se encontraba haciendo lo mismo, quien le respondió "Tres martillos y dos serruchos me costaron $15.300".

Antonella se dio cuenta de la variedad de precios de martillos y serruchos que cumplen esta relación, por lo que decidió preguntarle a Pedro, quien le respondió "Seis martillos y cuatro serruchos me costaron $30.600".

¿Puede Antonella averiguar el precio de un martillo y de un serrucho con esta información? Argumenta tu respuesta.

Anexo1.1. Rúbrica

	1 **Suficiente (correcto)**	0 **Insuficiente (incorrecto)**
ÍTEM I	El estudiante responde correctamente marcando la alternativa correspondiente que da respuesta al enunciado.	El estudiante no entrega la respuesta correcta debido a que no marca la alternativa que da solución al problema o simplemente deja en blanco.

Pauta de Corrección Ítem II: Términos Pareados

	1 **Suficiente (correcto)**	0 **Insuficiente (incorrecto)**
ÍTEM II	El estudiante reconoce el sistema de ecuaciones que se logra de interpretar o modelar la problemática propuesta relacionando correctamente la "Columna A" con la "Columna B".	El estudiante interpreta de manera errónea el problema provocando que marque un sistema de ecuaciones que no representa al problema o simplemente deja en blanco.

Pauta de Corrección Ítem III: Interpretación y resolución de problemas.

	3 **Excelente**	2 **Bueno**	1 **Suficiente**	0 **Insuficiente**
ÍTEM III	El estudiante modela y resuelve correctamente el problema utilizando algún método conocido dando una respuesta coherente al contexto del problema.	El estudiante modela y resuelve correctamente el problema, utilizando algún método conocido pero no da respuesta al problema.	El estudiante modela adecuadamente el problema generando un correcto sistema de ecuaciones pero no resuelve apropiadamente dicho sistema.	El estudiante no modela adecuadamente el problema o entrega en blanco.

Pauta de Corrección Ítem IV: Interpretación y resolución de problemas mediante gráfica.

	Excelente **3**	**Bueno** **2**	**Suficiente** **1**	**Insuficiente** **0**
ÍTEM IV	El estudiante modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano interpretando adecuadamente dicha gráfica, dando una respuesta correcta y adecuada al contexto del problema.	El estudiante modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano pero **no comprende el significado** de éste, por lo cual, no da una respuesta correcta y/o coherente al problema.	El estudiante modela adecuadamente el problema generando un correcto sistema de ecuaciones pero no grafica apropiadamente las ecuaciones obtenidas.	El estudiante no modela adecuadamente el problema o entrega en blanco.

Anexo2. INTERVENCIÓN

Anexo2.1. Fase I

Anexo2.1.1. Módulo I

Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	
Objetivo de aprendizaje:	- Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. - Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

I. Interpreta y resuelve los siguientes problemas, formando un sistema de ecuaciones lineales.

a) El perímetro de un rectángulo mide 26 metros, calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que uno de sus lados mide 3 metros más de largo que de ancho.

- Identifica y describe las variables, luego plantea las ecuaciones para formular y resolver el sistema.

b) Una tienda de música recaudó en una semana $ 360.000 por la venta de discos compactos de reggaetón y de rock. El precio de los CD de reggaetón es $ 6.000 y el de los CD de rock es $8.000. Si quisiéramos saber cuántos discos compactos de cada tipo de música se vendieron, y se sabe además que la cantidad total de las ventas entre CD de rock y de reggaetón es de 53:

i. ¿Podrías saber cuáles son las variables del problemas?, de ser así, describe todas las variables.

ii. ¿Podrías plantear ecuaciones para resolver la situación?, de ser así ¿cuáles serían dichas ecuaciones?

iii. ¿Cuántos CD de rock se vendieron en una semana?

iv. Si la semana siguiente se recaudó lo mismo de la semana anterior $360.000, conservando los mismos precios de CD ¿Es correcto afirmar que se vendieron 20 CD de reggaetón y 30 de rock?, ¿por qué?

c) En un monedero hay un total de $ 8.500 distribuidos en 33 monedas, de las cuales 20 son de $100 y el resto son de $ 500. De acuerdo a estos datos, Pilar y Mario escribieron dos sistemas de ecuaciones diferentes.

Pilar	**Mario**
$x + y = 33$ $100x + 500y = 8.500$	$x + y = 8.500$ $\frac{x}{500} + \frac{y}{100} = 33$

i. ¿Qué representa $\underline{\boldsymbol{x}}$ e $\underline{\boldsymbol{y}}$ en cada caso, en el contexto de la situación inicial?

ii. ¿Cuáles son valores posibles para x e y?

iii. De los sistemas de Mario y Pilar ¿Cuál(es) podría(n) considerarse como correcto?

Anexo2.1.1.1. Planificación

FECHAS		CLASE 1 (modulo 1)
APRENDIZAJE ESPERADO (código y descripción):		Relacionan y reconocen variables, formando igualdades correspondientes, interpretándolas adecuadamente, hasta formar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas acorde al problema.
INDICADORES (código y descripción):		• Modelación del problema en el contexto de igualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas • Reconocimiento de variables
CONTENIDO (código y descripción):		o Variables o Ecuaciones lineales o Concepto de igualdad o Sistemas de ecuaciones lineales
OBJETIVO DE LA CLASE		o Modelan situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes involucren sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. o Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas
	MOMENTO DE INICIO	Se presentan los objetivos de la clase a los estudiantes, y a modo de introducción se realiza un breve repaso de conceptos de variables (entregando definiciones), ecuaciones lineales mmm(igualdad), entregando ejemplos que involucren problemas de la vida cotidiana, a modo de contextualizar; donde son los estudiantes conjunto con el docente quien los resuelven de modo interactivo. Se indica a la clase separase en grupos (de no más de 4 y no menos de 2), donde se entregara la guía de trabajo, he indicaciones de esta a toda la clase.
	MOMENTO DE DESARROLLO	Guía que será resuelta por los estudiantes. Esta guía tiene el objetivo de que los estudiantes sean capaces de identificar he interpretar las variables de acuerdo al problema planteado, siendo capaz de relacionar, formulando igualdades

<table>
<tr>
<td rowspan="2">MOMENTOS DE LA

CLASE</td>
<td></td>
<td>correspondientes a cada variable, modelando así sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. En este primer paso lo que se busca es que los estudiantes sean capaces de inferir en el problema interpretando y modelando por si solos lo que se espera o busca de este, formando así el sistema de ecuaciones lineales Con dos incógnitas esperado.

Esta guía de trabajo consta de 3 problemas, los cuales plantean ítems con preguntas, que irán guiando a los estudiantes a cumplir el objetivo esperado, siendo los estudiantes que modelen cada situación, propiciando a si su aprendizaje.

Esta actividad es monitoreada en todo momento por los docentes a cargo, aclarando cualquier duda que pueda permanecer en los estudiantes.</td>
</tr>
<tr>
<td>MOMENTO DE CIERRE</td>
<td>Posteriormente la actividad es revisada en conjunto con los estudiantes, proyectando las preguntas para que cada grupo exponga sus situaciones o respuestas obtenidas, donde cada grupo explicara sus procedimientos a toda la clase, aclarando dudas que aun puedan permanecer en los estudiantes.

Luego que los grupos hayan concluidos, se realiza un resumen de la clase enfatizando en la importancia de las variables para lograr las igualdades correctas y coherentes con cada problema planteado, completando un mapa conceptual en conjunto con la clase. Así lograr modelar un correcto sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, para posteriormente resolver por algún método.</td>
</tr>
</table>

Anexo2.1.1.2. Rúbrica

	Bueno 2	Suficiente 1	Insuficiente 0
ÍTEM I (a)	El estudiante identifica y describe las variables que se encuentran en la situación, luego modela y plantea las ecuaciones formando el sistema y da solución a la situación.	El estudiante genera el sistema de ecuaciones o describe las variables en juego, pero responde parcial o insuficientemente.	El estudiante no describe las variables ni modela las ecuaciones para formar el sistema.
ÍTEM I (b.i)	El estudiante identifica y describe las variables de manera eficaz.	El estudiante identifica las variables de manera errónea o ineficaz (en relación al sistema modelado en “b.ii”).	El estudiante no identifica las variables.
ÍTEM I (b.ii)	El estudiante plantea o modela el sistema de manera eficaz (en relación a las variables descritas en “b.i”).	El estudiante plantea o modela el sistema, pero de manera errónea o ineficaz (en relación a las variables descritas en “b.i”).	El estudiante no plantea o no modela el sistema de ecuaciones.
ÍTEM I (b.iii)	El estudiante responde efectivamente a la situación (se muestra el procedimiento de resolución).	El estudiante responde de manera ineficaz o errónea a la situación (responde según la otra variable o con procedimiento incorrecto).	El estudiante no responde a la situación.
ÍTEM I (b.iv)	El estudiante responde de manera eficaz, argumentando correctamente.	El estudiante responde y argumenta la respuesta de manera ineficaz o errónea.	El estudiante no responde a la situación.

ÍTEM I (c.i)	El estudiante responde de manera eficaz lo que representan ambas variables en ambos sistemas planteados.	El estudiante responde de manera parcial (solo a uno de los sistemas planteados), o de manera incorrecta.	El estudiante no responde a la situación.
ÍTEM I (c.ii)	El estudiante responde de manera eficaz para ambos sistemas planteados (muestra los procedimientos de resolución).	El estudiante responde parcialmente a la situación o de manera errónea (responde a una de los dos sistemas y/o muestra procedimientos incorrectos).	El estudiante no responde a la situación., o responde algo no pedido
ÍTEM I (c.iii)	El estudiante responde y argumenta de manera efectiva.	El estudiante responde de manera parcial a la situación.	El estudiante no responde a la situación.

Anexo2.1.1.3. PPT Módulo I

Universidad de Valparaíso
CHILE
Instituto de Matemáticas
Facultad de Ciencias
IμUV

SISTEMAS DE ECUACIONES

Objetivo:

- Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- Resuelven sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Recordemos

- ¿Para qué se utiliza un sistema de ecuaciones?
- ¿Cómo identifico un sistema de ecuaciones?
- ¿Cuáles son los métodos para solucionar un sistema de ecuaciones?

Anexo2.2. Fase II

Anexo2.2.1. Módulo II

Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	
Objetivo de aprendizaje:	- Analizan soluciones de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. - Interpretan la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas según problema o situación dada.

I. Resuelve cada situación interpretando las soluciones de acuerdo al contexto de cada problema. *(Describe variables y los sistemas de ecuaciones correspondientes a cada situación descrita)*.

a) Verónica y Marcelo para celebrar su matrimonio han invitado 50 parejas a su fiesta. Al enviar las invitaciones ellos quieren informar el número de la mesa en la que se deben sentar. El salón cuenta con 11 mesas incluyendo la mesa de los novios en la que se sienta con ellos el papá y la mamá de cada uno. Este salón de eventos cuenta con mesas de 4 y 5 parejas y además la mesa central de los novios.

i) Excluyendo a los padres de los novios ¿Cuántas mesas usarán los invitados? Fundamenta tu respuesta.

____

ii) Excluyendo a la pareja de novios y a los padres de éstos. ¿Cuántas parejas quedan por ubicar en el salón?

____

iii) ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 5 parejas se pueden constituir en el salón?

iv) La organizadora de eventos informa a los novios que debido a un problema, la organización y distribución de las mesas en el salón serán de 4 parejas y 3 parejas respectivamente (la mesa de los novios se mantiene con la distribución inicial). Con la nueva reorganización, ¿Cuántas mesas de 4 parejas y 3 parejas se pueden constituir en el salón?

v) Considerando la respuesta anterior, ¿Crees que la solución es coherente con la problemática planteada?

b) Al comenzar el año escolar a un curso se le realiza una prueba de diagnóstico de Historia de Chile, la cual consta de 30 preguntas de selección múltiple. Esta prueba consta de las siguientes indicaciones.

- Por cada pregunta contestada correctamente se le dan 5 puntos y por cada pregunta incorrecta u omitida se le quitan 2 puntos.
- El rango en la pauta de puntajes es 1 (el puntaje va de uno en uno).

Identifica las variables involucradas, resuelve el sistema de ecuaciones y responde las siguientes preguntas, las cuales representa la situación de los estudiantes del curso, si:

i. Martín obtuvo 94 puntos. ¿Cuántas preguntas contestó correctamente?

ii. Pedro obtuvo 45 puntos. ¿Cuántas preguntas incorrectas u omitidas obtuvo?

iii. Andrea obtuvo 1 punto. ¿Cuántas preguntas contestó correctamente?, ¿Cuántas preguntas incorrectas u omitidas obtuvo? ¿Esta(s) respuesta(s) satisface(n) las condiciones del enunciado?

iv. Con los resultados obtenidos de la situación de Andrea , responde la siguiente pregunta:

- Si Andrea al contar los puntos de su prueba se da cuenta que hubo un error y su total de preguntas buenas fueron 15, entonces ¿Cuál es el total de puntos que obtuvo Andrea?

Anexo2.2.1.1. Planificación

FECHAS		CLASE 2(Módulo II)
APRENDIZAJE ESPERADO (código y descripción):		Relacionan y reconocen variables, formando igualdades correspondientes, interpretándolas adecuadamente, hasta formar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas acorde al problema.
INDICADORES (código y descripción):		• Modelación del problema en el contexto de igualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas • Reconocimiento de variables
CONTENIDO (código y descripción):		○ Variables ○ Ecuaciones lineales ○ Concepto de igualdad ○ Sistemas de ecuaciones lineales
OBJETIVO DE LA CLASE		○ Modelan situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes involucren sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. ○ Analizan la coherencia de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
	MOMENTO DE INICIO	Se presentan los objetivos de la clase a los estudiantes, para luego, activar los conocimientos previos de los alumnos expuestos en un problema de planteo por medio de una presentación, donde el profesor insta a los alumnos a contestar dichas preguntas de la vida cotidiana, donde surgirá la necesidad de formular un sistema de ecuaciones lineales y analizar la coherencia de las soluciones, exponiendo diversas situaciones de soluciones y sus diversos contextos, ejemplo: edades negativas, deudas, etc. Donde serán los estudiantes quienes responderán dándose cuenta de la coherencia de estos. Luego se indica a los estudiantes la actividad a realizar, para la cual deberán trabajar de dos estudiantes.
		Se entrega la guía a cada estudiante, donde se insta a que trabajen en grupos, explicando a toda la clase la actividad a realizar, detallando cada pregunta, esta es

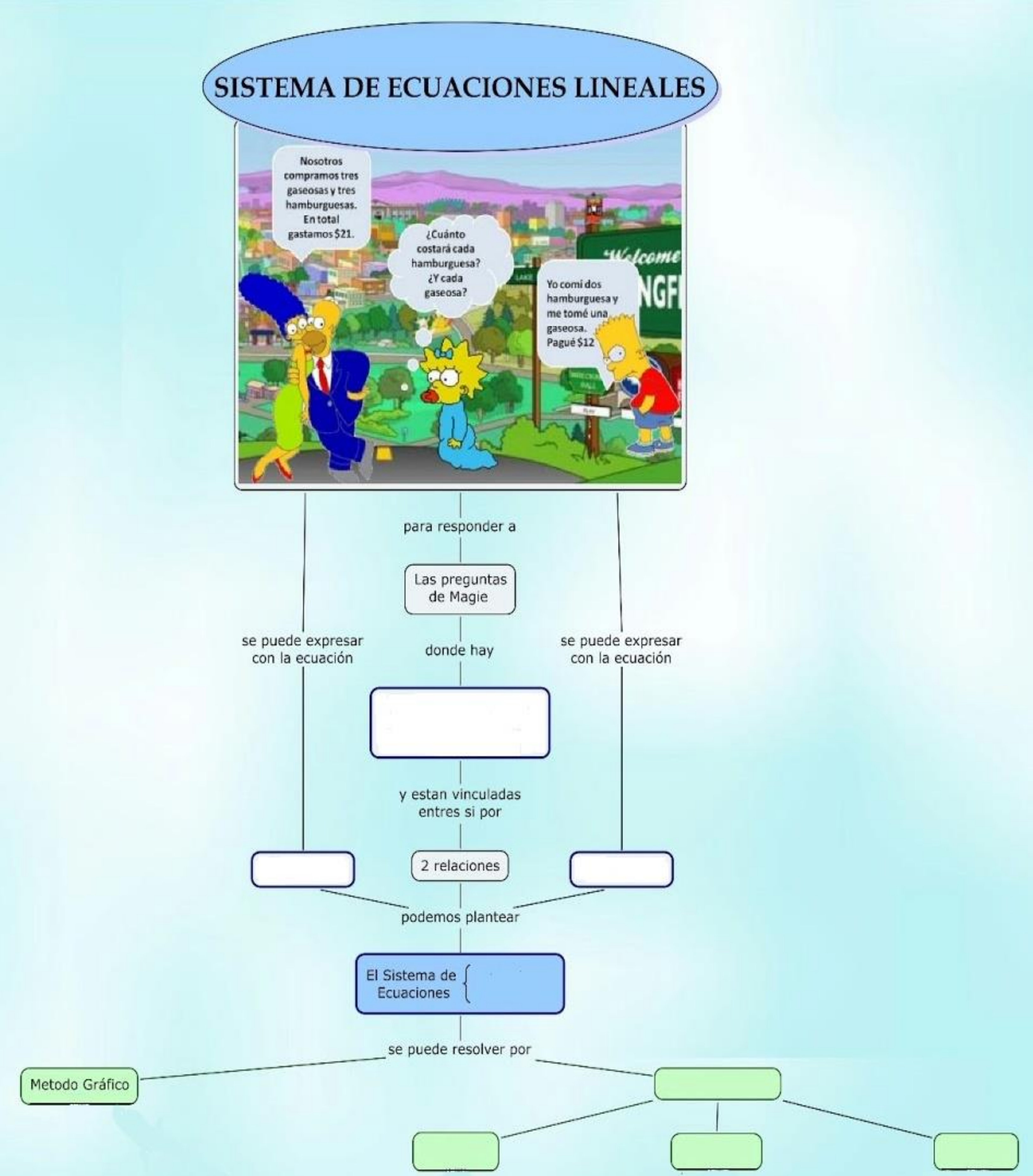
MOMENTOS DE LA CLASE	MOMENTO DE DESARROLLO	monitoreada en todo momento por el docente aclarando dudas que puedan permanecer en los estudiantes. La guía consta de preguntas, la cual contiene ítems que irán guiando a los estudiantes a lograr que identifiquen relacionado cada variable, para luego modelar dichas situación planteada en el problema. Así poder lograr que cada estudiante se apropie de su proceso de aprendizaje, logrando que cada estudiante formule he identifique lo que se está pidiendo en dicha situación, relacionando así las variables y planteando adecuadamente cada igualdad, para modelar cada sistema de ecuación lineal de dos incógnitas y poder interpretar y analizar la coherencia de las soluciones. Esta actividad es monitoreada en todo momento por los docentes a cargo, aclarando dudas que aun puedan permanecer en los estudiantes. Posteriormente esta es revisada en el pizarrón en conjunto con los estudiantes, aclarando cualquier duda que aun pueda permanecer.
	MOMENTO DE CIERRE	A modo de conclusión se revisan los ejercicios con los estudiantes proyectándolo en el pizarrón, pidiendo a cada grupo realizar un mapa conceptual a modo de retroalimentación.
OBSERVACIONES (fuentes de información, Análisis, síntesis, conclusiones, otros)		o hoja de trabajo o hoja de control

Anexo2.2.1.2.   Rúbrica

ÍTEM I	EXCELENTE 3	BUENO 2	SUFICIENTE 1	INSUFICIENTE 0
Solo para las preguntas : • **A.III** • **A.IV** • **B.I** • **B.II** • **B.III** • **B.IV**	Declaran variables Modelando y resolviendo el sistema de ecuaciones lineales. Indicando solución coherente con la problemática planteada.	Declaran variables modelando y resolviendo el sistema de ecuaciones lineales.	Declaran variables modelando el sistema de ecuaciones lineales, sin resolver.	No declaran variables, no resuelve. Declara variables de forma incorrecta.

ÍTEM	SUFICIENTE 1	INSUFICIENTE 0
Solo para: • **A.I** • **A.II** • **A.V**	Genera respuesta correcta.	No da respuesta. Genera respuesta incorrecta.

Anexo2.2.1.3. PPT Módulo III

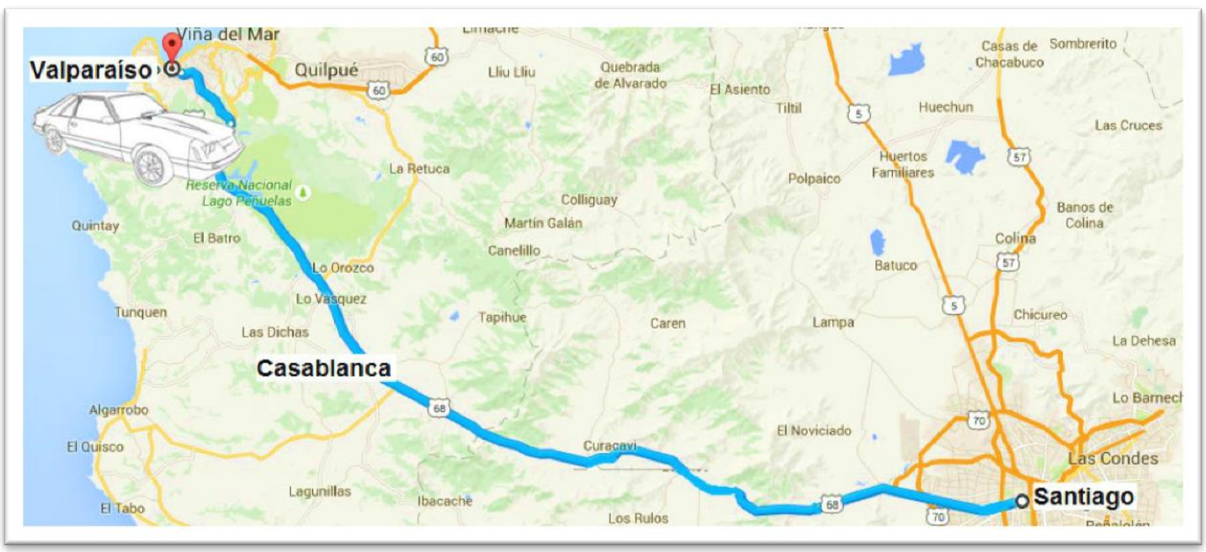


Anexo2.2.2. Módulo III

Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	
Objetivo de aprendizaje:	Interpretan la solución de un sistema de ecuación lineal de acuerdo al contexto de la situación

I. Resuelve cada situación interpretando las soluciones de acuerdo al contexto de cada problema.

a) Miguel sale todos los días a las 6 de la mañana en su auto para viajar a su trabajo desde Valparaíso a Santiago. Un amigo de Casablanca le platica por WhatsApp que el también deberá viajar todos los días a Santiago, por lo que Miguel le dice que él puede llevarlo, debido a que pasa todos los días por ahí. Sin embargo, para determinar la hora que su amigo deberá salir de su casa, Miguel le dice que el trayecto de Valparaíso – Casablanca es la tercera parte del trayecto Casablanca – Santiago y además que el trayecto total dura 120 minutos. ¿A qué hora pasa Miguel por Casablanca?



b) El doble de la edad de Jaime más la de su hermano Marcelo son 44 años. Y dentro de dos años la edad de Jaime será el doble que la edad de Marcelo.

Anexo1. ¿Cuántos años tiene cada uno? Considera la solución en el conjunto de los números irracionales *(Q^*).*

Anexo2. ¿Para qué conjunto numérico la solución del problema anterior es pertinente?

c) Carl le dice a su amigo Lenny que él compró 2 chocolates y 3 galletas de mantequilla a 40 dólares… y Lenny le dice que él compró 8 chocolates y 12 galletas de mantequilla a 160 dólares. ¿Pueden saber Lenny y Carl el valor de cada producto que compraron? Argumenta tu respuesta. De ser así calcula el valor de cada producto.

d) Cuatro tazas de harina y seis vasos de leche forman una masa de consistencia de 500 grs. Mientras que tres vasos de leche y dos tazas de harina forman otra consistencia de 400 grs. ¿Se puede saber cuántos vasos de leches y cuántas tazas de harina se necesitan para saber la consistencia de una masa cualquiera? (considera la misma harina y los mismos vasos de leche)

Anexo2.2.2.1. Planificación

FECHAS		CLASE 3(modulo 3)
APRENDIZAJE ESPERADO (código y descripción):		Relacionan y reconocen variables, formando igualdades correspondientes, interpretándolas adecuadamente, hasta formar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas acorde al problema.
INDICADORES (código y descripción):		• Modelación del problema en el contexto de igualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Resolución de sistema de ecuaciones lineales. • Existencia y coherencia de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
CONTENIDO (código y descripción):		○ Variables ○ Ecuaciones lineales ○ Concepto de igualdad ○ Sistemas de ecuaciones lineales
OBJETIVO DE LA CLASE		• Analizan soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas • Interpretan soluciones, según problema o situación dada de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	MOMENTO DE INICIO	El profesor indica el objetivo de la clase y plantea un problema con las distintas soluciones existentes a modo de introducir a la clase a las diversas soluciones que puede tener un sistema de ecuaciones lineales, dejando que los estudiantes sean quienes relacionen he interpreten las soluciones, dependiendo de la situación dada.
	MOMENTO DE DESARROLLO	Se señala a la clase separarse en grupos de 4 y se entrega el taller, explicando paso a paso, la actividad a realizar, actividad que será monitoreada en todo momento a los estudiantes, aclarando dudas y fomentando que sean ellos quienes resuelvan, (proceso didáctico).

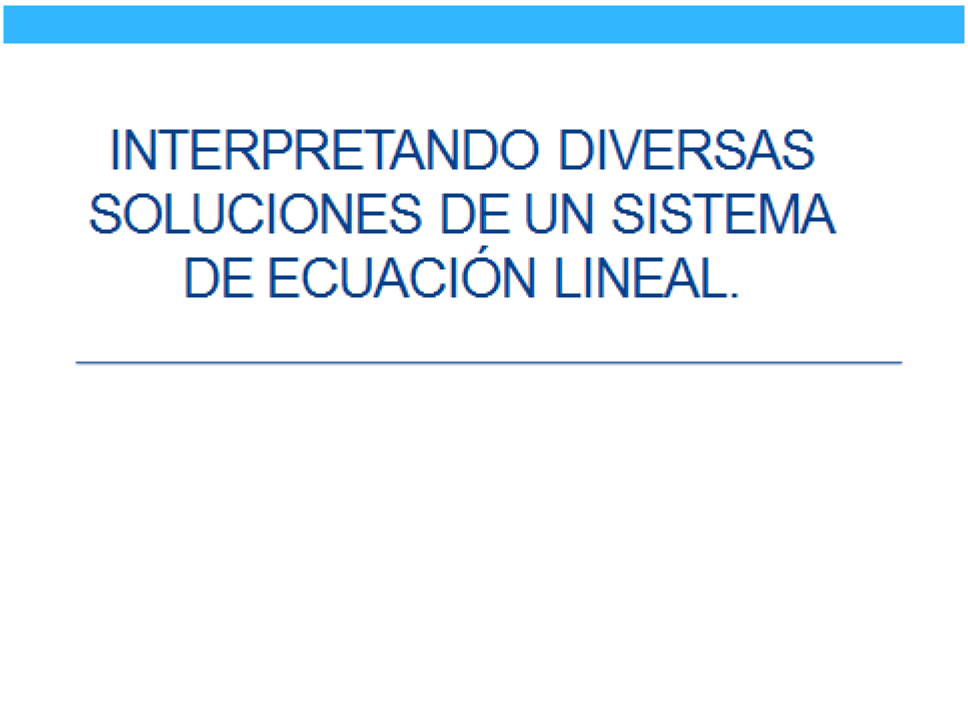
MOMENTOS DE LA CLASE		La actividad consiste y tiene como propósito diversas Situaciones de la vida cotidiana (variados niveles de dificultad), con distintas soluciones, donde se guía a los estudiantes a encontrar y llegar a las diversas soluciones, donde deberán analizar he interpretar dichas soluciones, y evaluar la existencia de estas.
	MOMENTO DE CIERRE	Se retira la actividad, y se proyecta para revisarla con la clase. Realizando una reflexión de las diversas interpretaciones que puedan surgir de dichas soluciones.
OBSERVACIONES (fuentes de información, Análisis, síntesis, conclusiones, otros)		• Taller • Ppt

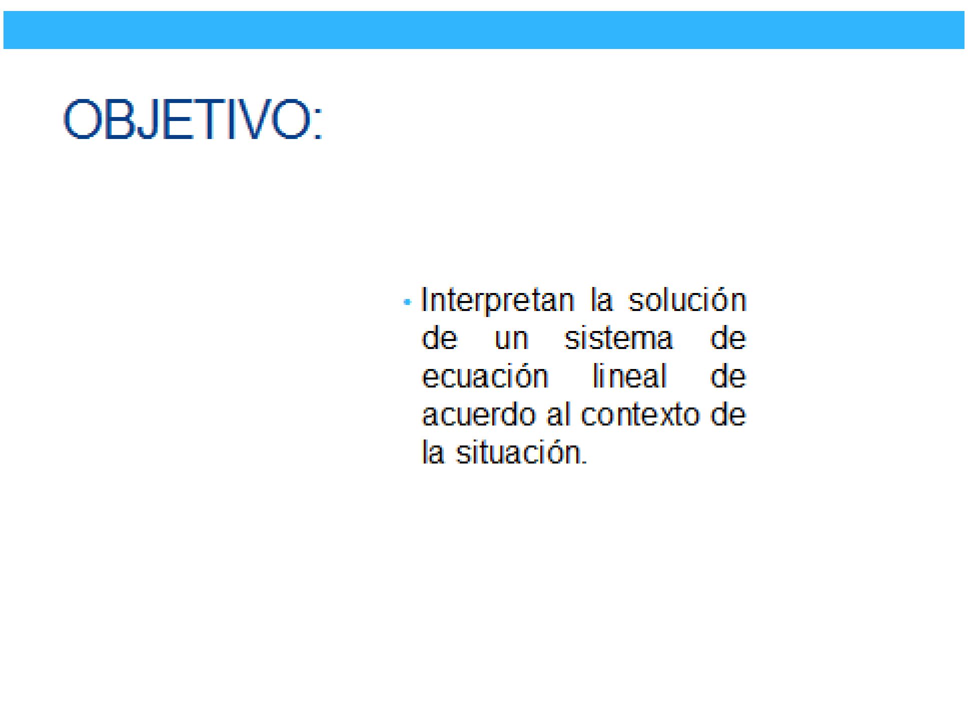
Anexo2.2.2.2. Rúbrica

ÍTEM I	EXCELENTE 3	BUENO 2	SUFICIENTE 1	INSUFICIENTE 0
Resuelve cada situación interpretando las soluciones de cada problema. **Solo para:** • **A** • **B.1** • **C** • **D**	El estudiante modela, resuelve y responde de manera correcta el problema planteado indicando cuando hay una solución, infinitas soluciones o simplemente el sistema generado no tiene solución.	El estudiante modela de manera adecuada el problema obteniendo un correcto sistema de ecuaciones el cual resuelve mediante cualquier método, sin embargo no da respuesta al problema o su respuesta no es coherente con la solución obtenida por medio del sistema.	El estudiante modela o interpreta correctamente el problema propuesto generando un correcto sistema de ecuaciones, el cual resuelve de manera incorrecta.	El estudiante no modela adecuadamente el problema planteado generando un sistema de ecuaciones erróneo o simplemente deja en blanco.

ÍTEM I	SUFICIENTE 1	INSUFICIENTE 0
Resuelve cada situación interpretando las soluciones de cada problema. **Solo para:** • **B.2**	El estudiante responde de manera correcta a la pregunta, reconociendo los conjuntos numéricos y a la vez, determinando el más adecuado para la situación.	El estudiante responde de manera errónea a la pregunta, no reconoce los conjuntos numéricos o simplemente no responde dejando el espacio en blanco.

Anexo2.2.2.3. PPT Módulo III





Recordando…

Tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{r} x + y = 1 \\ x - y = 3 \\ \hline 2x = 4 \\ x = \dfrac{4}{2} \end{array}$$

$\mathbf{x = 2}$; $\mathbf{y = -1}$

ÚNICA SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} 2a + 3b = 7 \\ 4a + 6b = 8 \end{array}$$

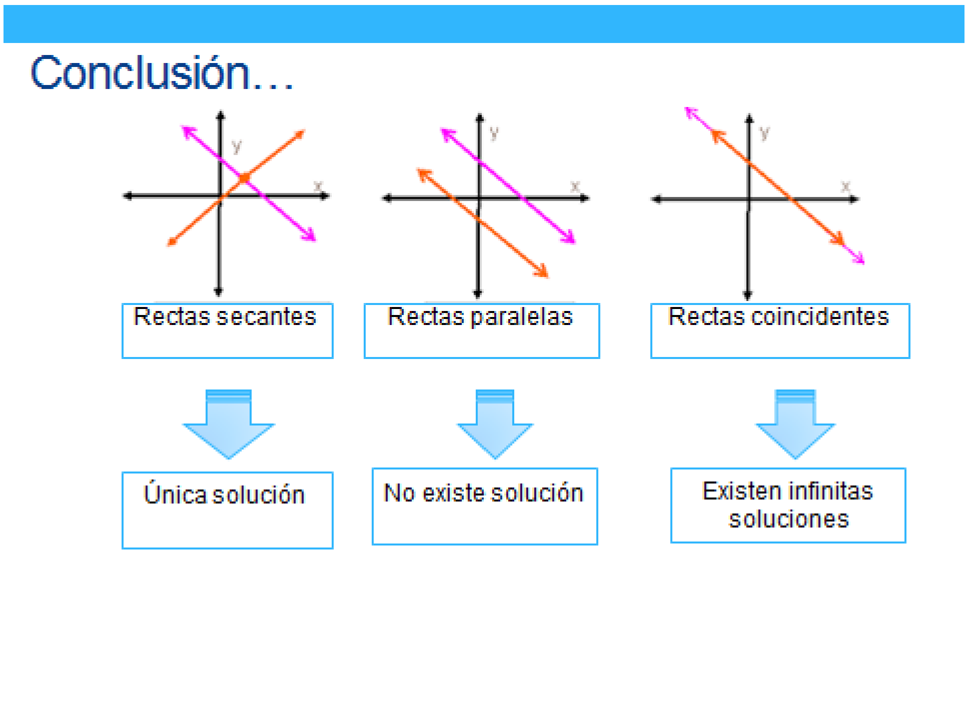
$$\begin{array}{r} 2a + 3b \ = 7 / \cdot (-2) \\ 4a + 6b = 8 \\ \hline -4a - 6b = -14 \\ 4a + 6b = 8 \\ \mathbf{0 = -6} \end{array}$$

$\nexists$ SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r} 5m + 3n = -3 \\ 15m + 9n = -9 \\ \hline \end{array}$$

$\mathbf{0 = 0}$

∞ SOLUCIONES


Conclusión…
y
x
Rectas secantes
Rectas paralelas
Rectas coincidentes
Única solución
No existe solución
Existen infinitas soluciones

Anexo2.2.3. Módulo IV

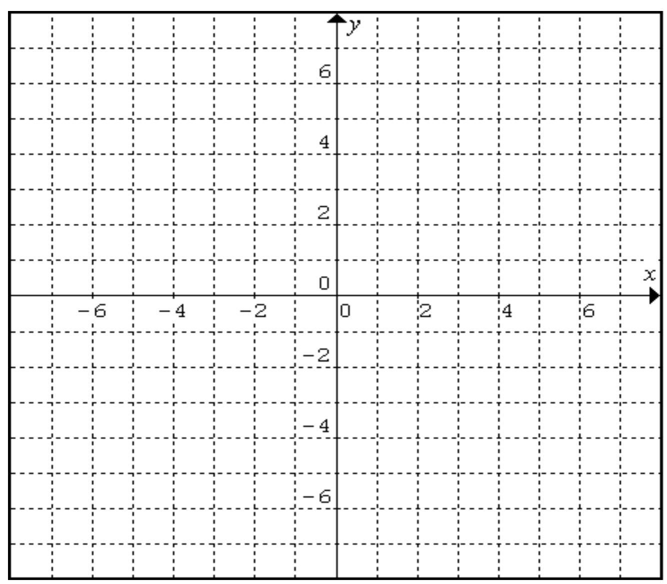
Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	
Objetivo de aprendizaje:	- Interpretan gráficamente las soluciones de un sistema de ecuación lineal. - Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación con las rectas en el plano.

I) Lee la siguiente situación y realiza las actividades indicadas

Esteban dice a Humberto: puedes adivinar dos números que estoy pensando, “si la suma del primero y el segundo es 5”,

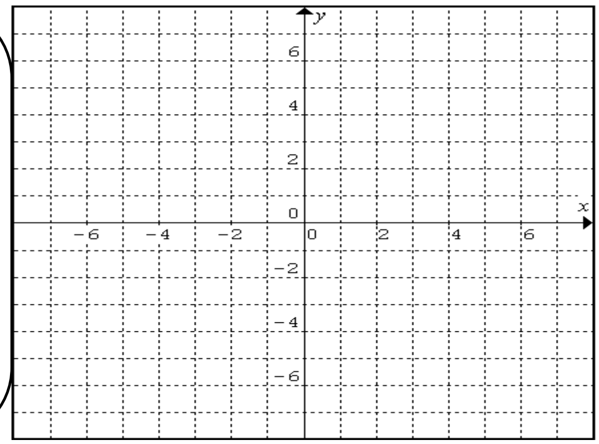
Humberto responde: es 4 y 1, pero Esteban dice que no son esos números.

Ayuda a Humberto a encontrar los números escribiendo una ecuación que exprese la adivinanza de Esteban. Escribe cinco posibles parejas de números. Representa gráficamente el conjunto de todas las soluciones.



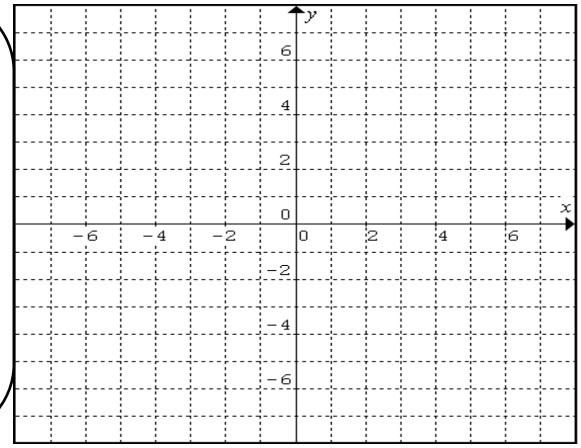
Luego Esteban plantea otra adivinanza a Humberto, “pienso en dos números los cuales el doble del primero sumado a un medio del segundo es 7¿Cuáles son los números?”, Humberto responde, los números son $\frac{1}{2}\ y\ 12$. Nuevamente Esteban responde que esos no son los números.

Ayuda a Humberto a encontrar los números escribiendo una ecuación que exprese la adivinanza de Esteban. Calcula cinco posibles parejas de números. Representa gráficamente el conjunto de todas las soluciones.



Luego Humberto enojado le dice “no se pueden adivinar los números en ninguna de las dos ecuaciones” ¿Estás de acuerdo? Argumenta tu respuesta

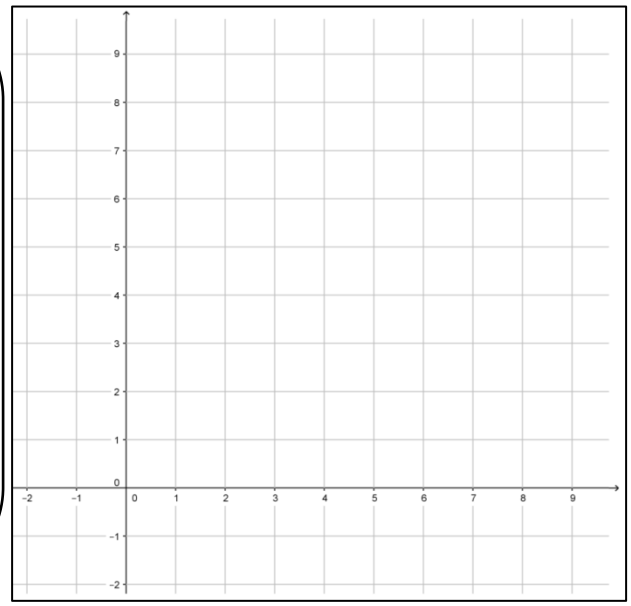
Ahora Esteban replantea su adivinanza “si la suma del primero con el segundo es 5 y el doble del primero sumado a un medio del segundo es 7”. Ayuda a Humberto a adivinar los números que piensa Esteban. Calcula algebraicamente y representa gráficamente la solución.



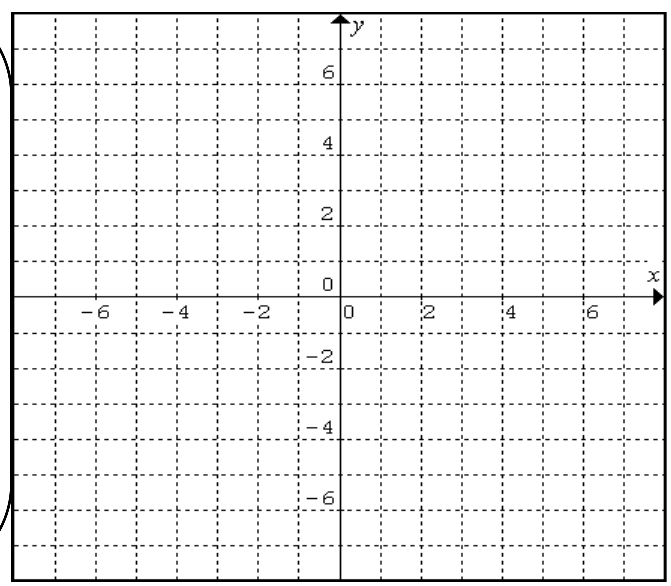
II) En cada situación plantea el sistema de ecuaciones y resuelve mediante gráfica.

(Describe variables y los sistemas de ecuaciones correspondientes a cada situación descrita, grafica ambas ecuaciones y verifica la veracidad de la solución según el contexto de la situación).

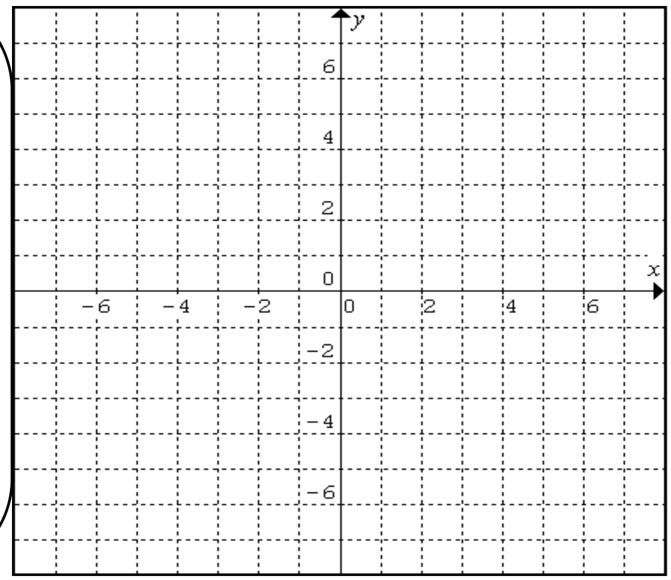
a) Una piscina rectangular tiene un perímetro de 12 metros, si mide el triple de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones de la piscina?



b) Moe Szyslak en su taberna, hoy a vendido dos jugos de naranja y uno de piña a 3 euros en total, otro día vendió 4 jugos de naranja y 2 de piña a 5 euros en total. ¿Podrá Moe saber cuántos jugos de cada sabor vendió en estos días?



c) Homero Simpson cotizó rosquillas de dos tipos. En la tienda de Apu le ofrecían una rosquilla de cada tipo a 5 dólares; mientras que en el centro comercial le ofrecían 6 rosquillas de un tipo y 6 del otro tipo a 30 dólares. ¿Podrá Homero saber cuánto vale cada rosquilla, con esta información?



III) Clasifica los resultados obtenidos a partir de los sistemas resueltos.

(A partir de las gráficas obtenidas clasifica los sistemas de ecuaciones según su solución y gráfica, luego generaliza)

a) ¿Cuándo un sistema tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?
b) ¿Cuándo un sistema no tiene solución según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?
c) ¿Cuándo un sistema tiene infinitas soluciones según las gráficas creadas a partir de los problemas anteriores?

Anexo2.2.3.1. Planificación

FECHAS		CLASE 4 (módulo IV)
APRENDIZAJE ESPERADO (código y descripción):		Relacionan y reconocen variables, formando igualdades correspondientes, interpretándolas adecuadamente, hasta formar un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas acorde al problema.
INDICADORES (código y descripción):		• Modelación del problema en el contexto de igualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Resolución de sistema de ecuaciones lineales. • Existencia y coherencia de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
CONTENIDO (código y descripción):		○ Variables ○ Ecuaciones lineales ○ Concepto de igualdad ○ Sistemas de ecuaciones lineales ○ Resolución sistema de ecuaciones mediante grafica
OBJETIVO DE LA CLASE		• interpretan soluciones, según problema o situación dada. • Interpretan gráficamente las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas. • Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación, con las rectas en el plano.
	MOMENTO DE INICIO	Se indica el objetivo de la clase, y se realiza un repaso de contenido, mostrando en una presentación las diversas rectas (y soluciones) que surgen de la razón de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se indica a los estudiantes separarse en grupos y se comienza a explicar detalladamente la actividad a realizar.
	MOMENTO DE DESARROLLO	Se entrega la hoja de trabajo a los estudiantes, la cual consiste en problemas guiados, donde los estudiantes deberán resolver dichos situaciones a través de gráficas, analizando así la existencia de dichas soluciones. Para luego analizar he interpretar dichas soluciones. En el plano. La actividad tiene como objetivo analizar he interpretar las soluciones de dichas

MOMENTOS DE LA CLASE		situaciones, analizando su contexto en los problemas y coherencia de las soluciones con este. La actividad es monitoreada en todo momento por el profesor aclarando dudas que puedan permanecer en la clase.
	MOMENTO DE CIERRE	Se revisa la actividad con los estudiantes, aclarando dudas que aun puedan permanecer en los estudiantes, proyectando y reflexionando con los alumnos en las soluciones y coherencia de estas con dichas situaciones.
OBSERVACIONES (fuentes de información, Análisis, síntesis, conclusiones, otros)		○ Ppt ○ Taller

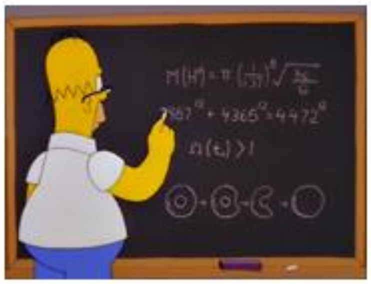
Anexo2.2.3.2. Rúbrica

	Excelente 3	**Bueno 2**	**Suficiente 1**	**Insuficiente 0**
ÍTEM II	El alumno modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano interpretando adecuadamente dicha gráfica, dando una respuesta correcta y adecuada al contexto del problema.	El alumno modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano pero **no comprende el significado** de éste, por lo cual, no da una respuesta correcta y/o coherente al problema.	El estudiante modela adecuadamente el problema generando un correcto sistema de ecuaciones pero no grafica apropiadamente las ecuaciones obtenidas.	El estudiante no modela adecuadamente el problema o entrega en blanco.

ÍTEM III	Excelente 1	Insuficiente 0
a)	Cuando las dos rectas son secantes. Cuando las dos rectas se interceptan.	El estudiante no responde adecuadamente o entrega en blanco.
b)	Cuando las dos rectas son paralelas.	
c)	Cuando las dos rectas son coincidentes	

Anexo2.2.3.3. PPT Módulo VI

INTERPRETANDO GRÁFICAMENTE LAS SOLUCIONES DE PROBLEMAS.



OBJETIVO:

- Interpretan gráficamente las soluciones de un sistema de ecuación lineal.
- Relacionan la existencia de la solución de un sistema de ecuación con las rectas en el plano.

Recordando…

Tipos de soluciones de un sistema de ecuaciones.

Gráficas según soluciones.

Graficando un sistema.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ x-y=3 \end{array}\right|$$

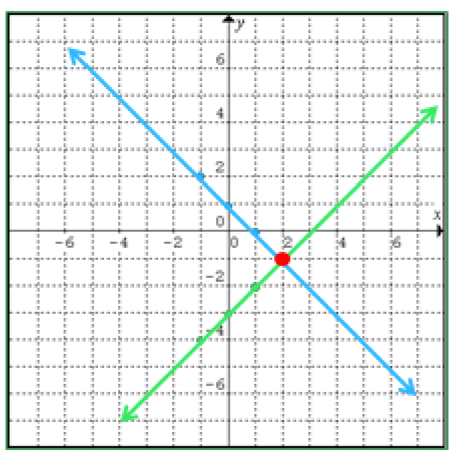
$y = 1 - x$

x	y
-1	
0	
1	

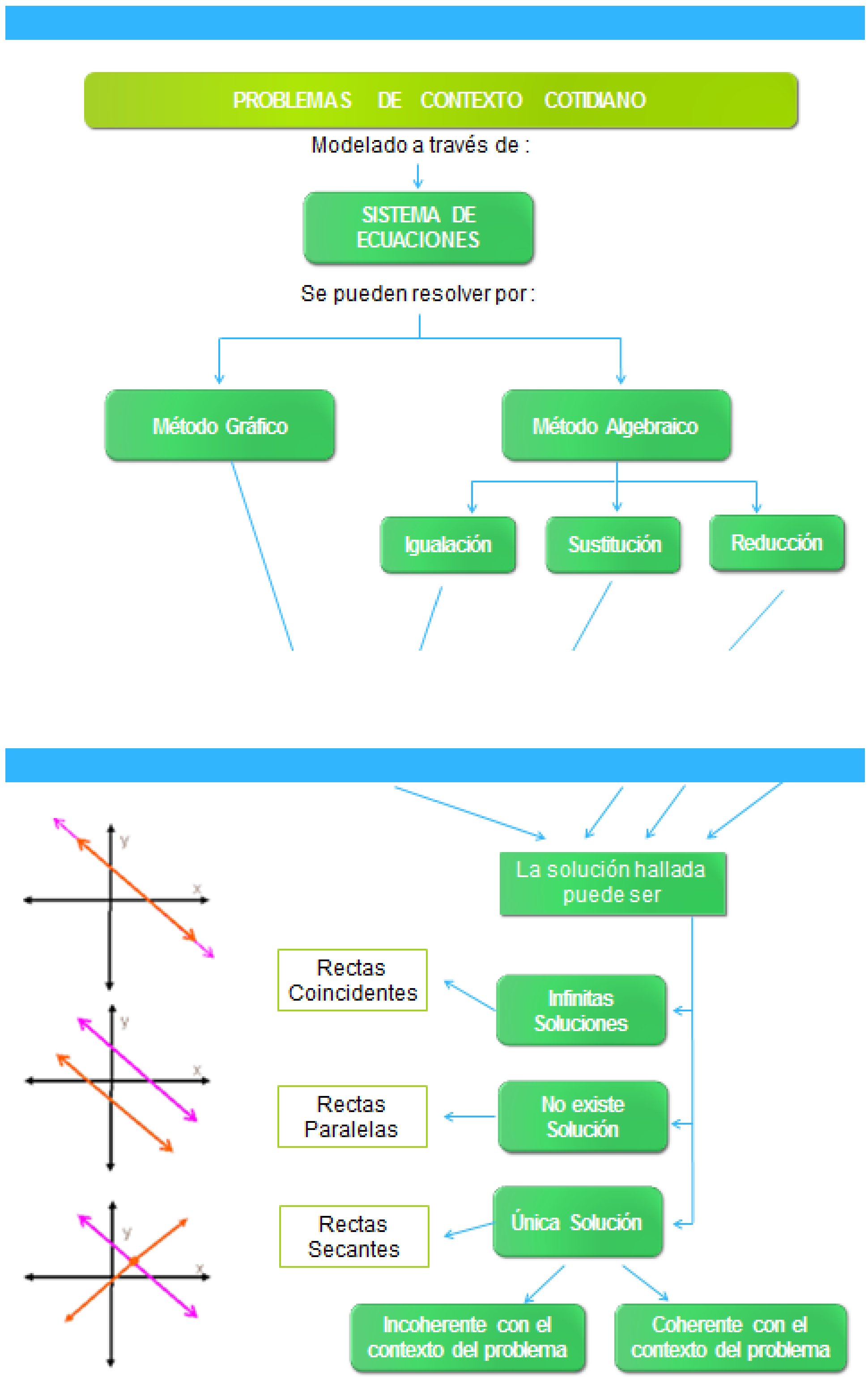
$y = x - 3$

x	y
-1	
0	
1	

Solución:
$(2, -1)$



(Con animación).


PROBLEMAS DE CONTEXTO COTIDIANO
Modelado a través de :
SISTEMA DE ECUACIONES
Se pueden resolver por :
Método Gráfico
Método Algebraico
Igualación
Sustitución
Reducción
La solución hallada puede ser
Infinitas Soluciones
Rectas Coincidentes
No existe Solución
Rectas Paralelas
Única Solución
Rectas Secantes
Incoherente con el contexto del problema
Coherente con el contexto del problema
y
x

GRACIAS POR AYUDARNOS EN NUESTRA INVESTIGACIÓN :D

Anexo3. POST-TEST

Nombre:	
Curso:	
Liceo/Colegio:	
Fecha:	

I) PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1) La edad de Marcela es el doble de la de Rosa. Hace 7 años la suma de las edades era igual a la edad actual de Marcela. Entonces ¿Cuál de las siguientes ecuaciones forman parte del sistema que permite averiguar las edades de Marcela y Rosa?

A) $x - 7 + y = x$
B) $x = y$
C) $(x - 7) + (y - 7) = x$
D) $(x + 7) + (y + 7) = x$
E) $x + y - 7 = x$

2) Cuál de las siguientes ecuaciones formaría un sistema **con infinitas soluciones** con la ecuación $\mathbf{5x - 7y = 3}$

A) $-30x + 42y = -18$
B) $25x + 35y = 10$
C) $10x - 14y = 3$
D) $15x + 21y = 3$
E) N.A

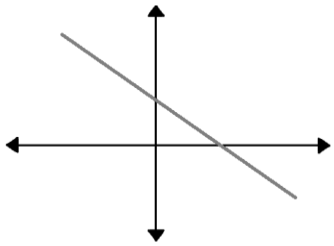
3) Con respecto a la solución del sistema:

$$\begin{array}{r} 2p + q = 0 \\ 3p + 4q = -5 \end{array}$$

¿Cuál de las siguientes opciones es **VERDADERA**, teniendo en cuenta que el conjunto de solución pertenece a los números **NATURALES**?

A) $p = 1\ ;\ q = 1$
B) $p = 1\ ;\ q = -2$
C) $p = 1\ ;\ q = -1$
D) $p = 2\ ;\ q = -1$
E) No tiene solución en los naturales.

4) Gary está tratando de encontrar el número de soluciones posibles para un sistema de dos ecuaciones lineales. Él dibuja la gráfica del sistema. ¿Qué puedes concluir?



A) El sistema no tiene solución
B) El sistema tiene una solución
C) El sistema tiene dos soluciones
D) El sistema tiene soluciones infinitas
E) Ninguna de las anteriores

5) ¿Cuál de los siguientes escenarios solo puede ser solucionado usando sistemas de ecuaciones?

A) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Hoy gastarán otros \$10.000 en la cena. ¿Cuánto gastaron en total?
B) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche y regresaron con \$8.000. ¿Cuánto dinero tenían antes de ver la película?
C) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Cada boleto costó \$9.000. ¿Cuánto gastaron en el refresco y las palomitas?
D) Carlos y Sofía gastaron \$3.000 en el cine ayer en la noche. Carlos gastó \$800 más que Sofía. ¿Cuánto gastó cada uno?
E) Todas las anteriores.

II) UBICA CADA PROBLEMA CON SU SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CORRESPONDIENTE.

COLUMNA A		COLUMNA B
	___	$\begin{cases} 2r + 3t = 240 \\ r + t = 90 \end{cases}$
F) En el estanque del zoológico de Quilpué hay tres veces más número de cisnes que de flamencos. El número total de animales en el estaque es de 144.	___	$\begin{cases} 7 + x = y \\ x + y = 45 \end{cases}$
G) Dos jugadores de fútbol han marcado durante la liga 45 goles. Si uno de ellos ha conseguido 7 goles más que el otro ¿Cuántos ha conseguido cada uno?	___	$\begin{cases} w + z = 144 \\ 3w = z \end{cases}$
H) Un almacén vende bebidas de 2 y 3 litros. Si durante el día vendió 240 litros y 90 botellas de bebidas. ¿Cuántas botellas de 2 y 3 litros vendió?	___	$\begin{cases} 2r + 3t = 90 \\ r + t = 240 \end{cases}$
	___	$\begin{cases} 3u + v = 144 \\ 3u = v \end{cases}$

III) REPRESENTA LOS SIGUIENTES PROBLEMAS COMO SISTEMAS DE ECUACIONES Y RESUELVE INDICANDO LA EXISTENCIA DE DICHAS SOLUCIONES, SEÑALANDO EN CADA CASO SI LA SOLUCIÓN ES COHERENTE CON EL PROBLEMA.

1. En un triángulo isósceles cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual y su perímetro mide 35 m. ¿Cuánto mide cada lado?

2. Ana y Pablo son hermanos. La diferencia entre el doble de la edad de Pablo y Ana es de 47 años. Dentro de 10 años, el doble de la edad de Pablo más la edad de Ana será de 67 años. ¿Cuántos años tienen Pablo y Ana actualmente?

3. El carrito de Don Pancho ubicado en Bellavista vende sopaipillas y empanadas. Al comprar tres sopaipillas y dos empanadas se debe cancelar $1.250, pero si compras nueve sopaipillas y seis empanadas, Don Pancho cobra $3.750. ¿Cuál es el valor unitario de las sopaipillas y empanadas?

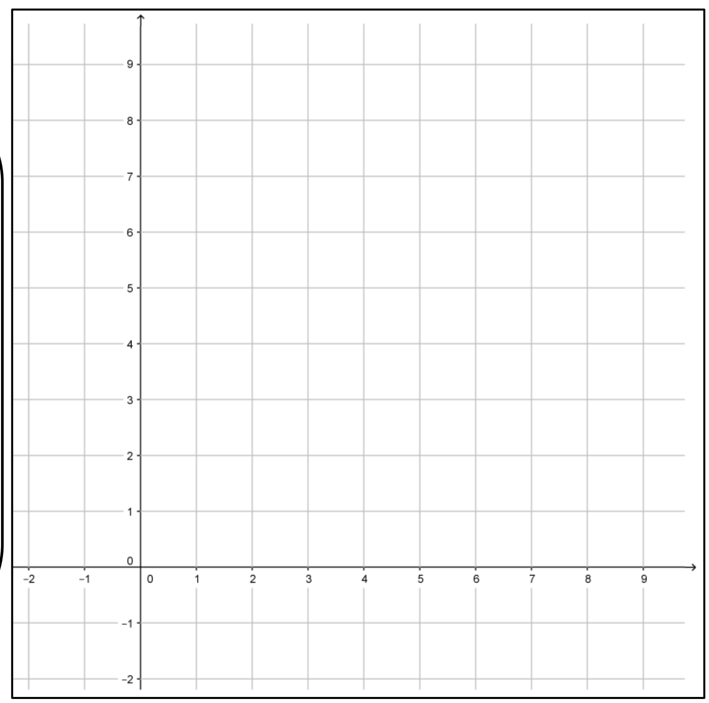
4. Se tienen dos números. El quíntuplo del primero disminuido en uno, equivale a siete veces el segundo número; mientras que veintiocho veces el segundo números es igual a veinte veces el primer número aumentado en tres. ¿Cuáles son los números?

5. Para organizar el aniversario del Liceo se convoca a una reunión. Concurren 38 estudiantes de distintos cursos, habiendo 6 alumnos más que alumnas. ¿Cuántos alumnos y alumnas asistieron a la reunión?

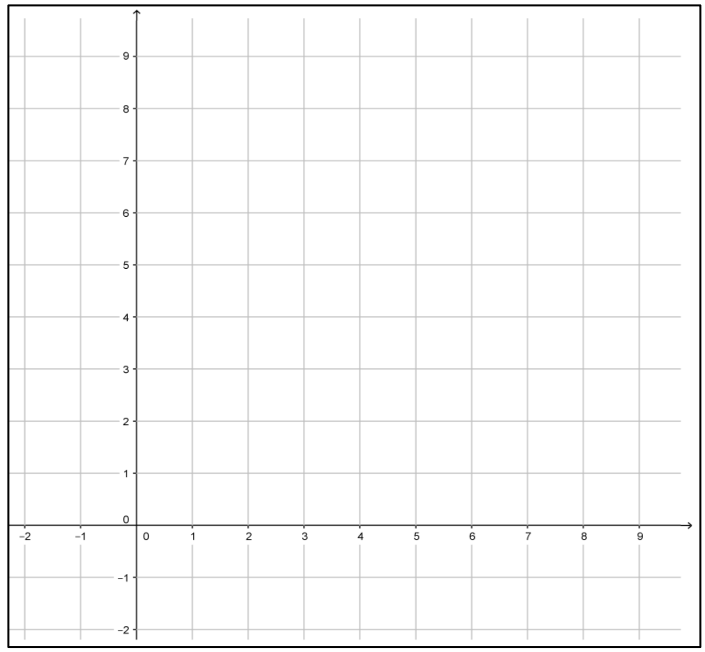
IV) TRANSCRIBE CADA PROBLEMA DE SISTEMA DE ECUACIÓN A SU INTERPRETACIÓN ALGEBRAICA, LUEGO RESUELVE MEDIANTE GRÁFICA.

-Utiliza los métodos que conoces para graficar

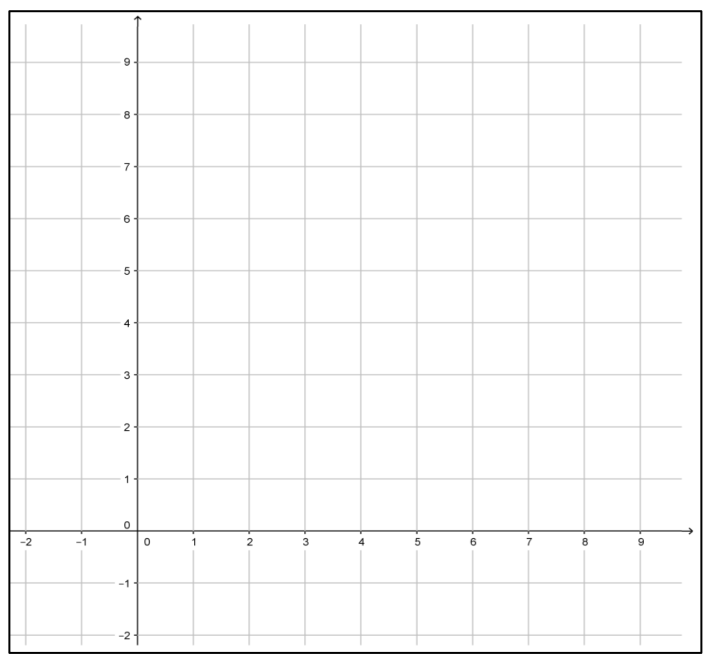
A) ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?



B) Andrés es un artista que realiza retratos y esculturas de personas. Al confeccionar 2 retratos y 1 escultura le toma 6 días, mientras que realizar 6 retratos y 3 esculturas le demora 27 días. ¿Cuánto tarda Andrés en confeccionar un retrato? Justifica tu respuesta.



C) Carl le dice a su amigo Lenny que él compró 2 chocolates y 3 galletas de mantequilla a 4 dólares… y Lenny le dice que el compró 8 chocolates y 12 galletas de mantequilla a 16 dólares. ¿Pueden saber Lenny y Carl el valor de cada producto que compraron? Argumenta tu respuesta. De ser así calcula el valor de cada producto.



Anexo3.1. Rúbrica

	1 **Suficiente (correcto)**	0 **Insuficiente (incorrecto)**
ÍTEM I	El estudiante responde correctamente marcando la alternativa correspondiente que da respuesta al enunciado.	El estudiante no entrega la respuesta correcta debido a que no marca la alternativa que da solución al problema o simplemente deja en blanco.

Pauta de Corrección Ítem II: Términos Pareados

	1 **Suficiente (correcto)**	0 **Insuficiente (incorrecto)**
ÍTEM II	El estudiante reconoce el sistema de ecuaciones que se logra de interpretar o modelar la problemática propuesta relacionando correctamente la “Columna A” con la “Columna B”.	El estudiante interpreta de manera errónea el problema provocando que marque un sistema de ecuaciones que no representa al problema o simplemente deja en blanco.

Pauta de Corrección Ítem III: Interpretación y resolución de problema

	3 **Excelente**	2 **Bueno**	1 **Suficiente**	0 **Insuficiente**
ÍTEM III	El estudiante modela y resuelve correctamente el problema utilizando algún método conocido dando una respuesta coherente al contexto del problema.	El estudiante modela y resuelve correctamente el problema, utilizando algún método conocido pero no da respuesta al problema.	El estudiante modela adecuadamente el problema generando un correcto sistema de ecuaciones pero no resuelve apropiadamente dicho sistema.	El estudiante no modela adecuadamente el problema o entrega en blanco.

Pauta de Corrección Ítem IV: Interpretación y resolución de problemas mediante gráfica.

	Excelente 3	**Bueno** 2	**Suficiente** 1	**Insuficiente** 0
ÍTEM IV	El estudiante modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano interpretando adecuadamente dicha gráfica, dando una respuesta correcta y adecuada al contexto del problema.	El estudiante modela y grafica correctamente las ecuaciones en el plano cartesiano pero **no comprende el significado** de éste, por lo cual, no da una respuesta correcta y/o coherente al problema.	El estudiante modela adecuadamente el problema generando un correcto sistema de ecuaciones pero no grafica apropiadamente las ecuaciones obtenidas.	El estudiante no modela adecuadamente el problema o entrega en blanco.