



SISTEMA DE TOMA DE DECISIONES PARA
PORTAFOLIOS EFICIENTES DE INVERSIÓN
BURSÁTIL INCORPORANDO EMOCIONES
ARTIFICIALES

Trabajo de titulación para optar al título de:
Ingeniero en Estadística

Presentado por:
David Marcelo Muñoz Bustos

Profesor guía:
Dr. Harvey Rosas Quintero
Profesor co-guía:
Dr. Daniel Cabrera Paniagua

Valparaíso, Chile, abril de 2017

Agradecimientos

Agradezco y dedico este trabajo de titulación a mi abuela y madre Malvina Saavedra Díaz quien a sido mi mayor apoyo en la vida.

Al profesor Carlos Felipe Henríquez, por las oportunidades y enormes enseñanzas entregadas que aportaron a mi desarrollo personal y profesional.

Al profesor Harvey Rosas, por su paciencia, apoyo y su enorme asertividad en cada uno de sus consejos.

A la profesora Mónica Catalán por esas conversaciones cálidas en momentos difíciles del proceso y por el apoyo incondicional.

A Ledys Salazar por ser mi principal apoyo en los últimos años y por su amor sincero, gracias por todo mi amor.

A Alejandra Otárola por ser una excelente amiga que siempre estuvo presente.

RESUMEN

En la actualidad, el mercado bursátil permite la comercialización de diferentes acciones y las transacciones entre diferentes bolsas de valores. Dichos procesos implican aspectos tales como: conocimiento, actualización de la información, manejo de las emociones y toma de decisiones. En este sentido, el presente trabajo de investigación ilustra tres sistemas para la toma de decisiones, dos de carácter racional y uno de carácter racional y emocional. El primer sistema se construye empleando el modelo media-varianza y el segundo utilizando el modelo de valoración del precio de los activos financieros.

Los tres sistemas utilizan modelos para la construcción de portafolios eficientes, sin embargo, el tercer sistema recibe información adicional basada en una componente emocional, que permite, a quien va a comprar o vender acciones, orientarse en el mundo bursátil y por ende adquirir herramientas para la toma de decisiones.

La incorporación de componente emocional se basó en la inclusión de un parámetro en la definición del retorno esperado; el cual correspondió con la salida del modelo Mamdani. Por consiguiente, se creó un sistema para la construcción de portafolios eficientes que involucra las componentes racional y emocional, el cual fue comparado con los dos sistemas racionales.

Cada uno de los elementos expuestos fueron llevados a cabo con 27 series del promedio industrial *Dow Jones*, es decir, para el conjunto de acciones se construyeron tres sistemas que fueron evaluados y comparados. Es decir, inicialmente se estudiaron los modelos: media-varianza y *CAPM*, luego, se exploraron estudios sobre la componente emocional en la toma de decisiones, y posteriormente, se investigaron los fundamentos del modelo Mandani. La articulación entre las temáticas exploradas y la construcción de un sistema que involucra las componentes emocional y racional fueron el foco fundamental del estudio.

ABREVIATURAS Y SIMBOLOGÍAS

A continuación se presentan las abreviaturas y simbologías que se utilizan a lo largo de este trabajo.

AR	<i>Autoregressive.</i>
ARMA	<i>Autoregressive moving average.</i>
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model.</i>
DJIA	<i>Dow Jones Industrial Average.</i>
MA	<i>Moving average.</i>
MTP	<i>Modern Portfolio Theory.</i>
UR	<i>Update rate.</i>
$E[R]$	Retorno esperado.
$E[R_p]$	Retorno esperado del portafolio.
n_p	Cantidad de acciones en el portafolio.
p_t	Precio en el tiempo t .
p_{t-1}	Precio en el tiempo $t - 1$.
r_t	Retorno en el tiempo t .
$\rho_{s,j}$	Correlación entre la s -ésima y j -ésima acción del portafolio.
\bar{R}_s	Retorno medio de la s -ésima acción.
σ_s	Riesgo (desviación estándar) de la s -ésima acción en el portafolio.
σ_j	Riesgo (desviación estándar) de la j -ésima acción en el portafolio.
w_s	Peso de la s -ésima acción en el portafolio.
w_j	Peso de la j -ésima acción en el portafolio.
COA	Centro del área.
BOA	Bisector de un área.
MOM	Media del Máximo.
SOM	Máximo más pequeño.
LOM	Máximo del máximo.

Índice general

ABREVIATURAS Y SIMBOLOGÍAS	1
Introducción	6
1. ESTADO DEL ARTE	8
1.1. <i>Media-varianza, CAPM</i> y series del <i>DJIA</i>	8
1.2. Emociones y lógica difusa	11
2. Marco teórico	16
2.1. Teoría de portafolio	16
2.1.1. Portafolio de inversión	16
2.1.2. Instrumento financiero	16
2.1.3. Acciones bursátiles	18
2.1.4. Eficiencia del mercado	19
2.1.5. Gestión del portafolio:	19
2.1.6. Selección del portafolio	19
2.1.7. Ratio sharpe	24
2.2. Componente emocional	25
2.2.1. Definición de emoción	25
2.2.2. Clasificación de emociones	26
2.2.3. Toma de decisiones	27
2.3. Lógica Difusa	27
2.3.1. Conjunto difuso	27
2.3.2. Funciones de pertenencia	28
2.3.3. Operaciones entre conjuntos difusos	29
2.3.4. Modelamiento difuso	31

3. Metodología	33
3.1. Construcción de portafolio	33
3.2. Operatividad del sistema	34
3.2.1. Competencia de sistemas	34
3.2.2. Software	36
3.2.3. Conjunto de datos	36
3.3. Emociones artificiales	37
3.4. Modelo difuso de Mamdani	38
4. Resultados	40
4.1. Factor emocional	40
4.2. Validación del sistema	42
4.3. Comparación de sistemas	43
CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	54
Referencias	56

Índice de figuras

1.1. Frontera eficiente (Díaz, 2015).	10
1.2. Función arco-tangente (Cabrera-Paniagua, Cubillos, Vicari, y Urra, 2015).	13
2.1. Rentabilidad versus riesgo.	17
2.2. Representación de la frontera eficiente	21
2.3. Ejemplo de fragmentación del riesgo	22
2.4. Portafolio teórico del mercado.	23
2.5. Toma de decisiones y emociones (El-Nasr, Yen, y Ioerger, 2000).	27
2.6. Ejemplo de grados de pertenencia.	28
2.7. Modelo Mamdani (Arredondo, 2014)	31
3.1. Ejemplo de portafolio de modelo media-varianza y CAPM.	34
3.2. Mismo escenario bursátil, distinto día para evaluar.	35
3.3. Representación de las funciones de pertenencia triangular y trapezoidal.	38
4.1. Estructura de la variable alegría-tristeza	41
4.2. Funciones de pertenencia para la variable de entrada (miedo)	42
4.3. Portafolios del sistema racioemocional	42
4.4. Portafolios del sistema racional	43
4.5. Desempeño de los sistemas en 2016	44
4.6. Retornos medios del sistema racioemocional y racional media-varianza	47
4.7. Volatilidades del sistema racioemocional y racional media-varianza	47
4.8. Índices Sharpe del sistema racioemocional y racional media-varianza	48
4.9. Retornos medios del sistema racioemocional y racional media-varianza	51
4.10. Volatilidades del sistema racioemocional y racional media-varianza	52
4.11. Índices Sharpe del sistema racioemocional y racional media-varianza	52

Índice de tablas

1.1. Extracto de reglas para generar emociones (Ortony, Clore, y Collins, 1990)	14
2.1. Tipos de instrumentos financieros	17
3.1. Compañías del índice <i>Dow Jones</i> seleccionadas.	37
3.2. Reglas difusas	39
4.1. Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados	40
4.2. Componentes de la variable alegría-tristeza	41
4.3. Componentes de la variable miedo	41
4.4. Hipótesis Test Shapiro-Wilk	45
4.5. Test de normalidad: sistema racional media-varianza	45
4.6. Test de normalidad: sistema racioemocional	46
4.7. Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados	46
4.8. Test de diferencia para retorno medio e índice Sharpe	48
4.9. Test de diferencia para volatilidad	49
4.10. Test de normalidad: sistema racional <i>CAPM</i>	50
4.11. Test de normalidad: sistema racioemocional	50
4.12. Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados	51
4.13. Test de diferencia para retorno medio e índice de Sharpe	53

Introducción

El mercado es un espacio en el cual se llevan a cabo intercambios, se puede vender y comprar; ya sea bienes, servicios o mercancías. Particularmente, el mercado bursátil ha adquirido notable reconocimiento en las últimas décadas por sus interesantes aportes en la compra y venta de acciones. Bursátil proviene del latín *bursa*, que significa bolsa. El mercado bursátil es un tipo particular de mercado, el cual está relacionado con las operaciones o transacciones que se realizan en las diferentes bolsas alrededor del mundo.

Dentro del mercado bursátil se realiza la transacción de documentos que pueden ser de renta fija o de renta variable; respecto a los documentos de renta variable, se pueden destacar las acciones, consideradas como una fracción del capital social de una empresa. La compra y venta de acciones en el mercado bursátil permite a los inversores utilizar su dinero de acuerdo con la oferta y demanda del mercado.

Particularmente, en el proceso de compra y venta de acciones, se pretende que el inversor obtenga mayores ganancias y menores pérdidas. Por consiguiente, es importante utilizar estrategias adecuadas y analizar algunos conceptos de carácter fundamental, por ejemplo: riesgo y rentabilidad; los cuales son el pilar fundamental en la construcción de portafolios de inversión. Sin embargo, no sólo se requiere de conocimientos para transar acciones, es fundamental el manejo emocional, puesto que acorde al control de las emociones se toman las decisiones.

En el presente trabajo de investigación se ilustra la evaluación de tres sistemas en la construcción de portafolios de inversión. Los dos primeros se fundamentan en la componente racional y el tercero combina dos componentes, la componente racional y emocional, para así construir la componente una racioemocional. Para la construcción de los dos primeros, se utilizó el modelo de media-varianza y el CAPM, y para el último se involucró la componente emocional.

Para la evaluación de los tres sistemas se utilizaron las series temporales del índice del *DJIA* (Dow Jones Industrial Average) que involucra las 30 compañías industriales más significativas del mercado bursátil de los Estados Unidos, en este trabajo se utilizan 27 de las 30, debido a las inconsistencias detectadas en los datos descargados de tres compañías. Respecto al último sistema, el retorno esperado incorporó el parámetro $\beta_{emocional}$, obtenido por el modelo Mandani.

La hipótesis de investigación consistió en incluir emociones artificiales modeladas mediante lógica difusa como una componente emocional, e integrándola con una componente racional en un sistema de toma de decisiones para portafolios eficientes de inversión; la inclusión de las emociones permitió retornos económicos superiores en comparación con un sistema de toma de decisiones en portafolios de inversión bursátil sin componentes emocionales.

El objetivo general trazado fue: evaluar el rendimiento económico de un sistema de toma de decisiones para portafolios eficientes de inversión bursátil incorporando emociones artificiales modeladas mediante técnicas de modelamiento difuso.

Para la consecución del objetivo general se planteo los siguientes objetivos específicos:

- Examinar las distintas metodologías en la creación de portafolios eficientes para inversión bursátil.
- Estudiar técnicas de modelamiento difuso para emociones artificiales en el contexto de inversión bursátil.
- Implementar un sistema de toma de decisiones que incluya técnicas modelamiento difuso para emociones artificiales.
- Comparar el rendimiento económico del sistema propuesto, con un sistema para la toma de decisiones en portafolios de inversión bursátil que no incluya componente emocional.

La construcción de los tres sistemas, se evalúa para dar cuenta de la importancia de inclusión de la componente emocional en el proceso de toma de decisiones, particularmente, en el mercado bursátil.

En el primer capítulo se suministra la revisión de la literatura de años recientes y en el segundo se presentan los fundamentos teóricos y las respectivas definiciones. En el tercer y cuarto capítulo se presentan los métodos y los resultados. Finalmente, se presentan las conclusiones y propuestas de trabajos futuros que se podrían desarrollar.

ESTADO DEL ARTE

En la actualidad, la compra y venta de acciones se ha convertido en un espacio de intercambio que implica conocimiento y toma de decisiones. Particularmente, en el mercado bursátil, los inversionistas se ven constantemente movilizados por el comportamiento del mercado y por la necesidad de obtener mayores rentabilidades.

Por consiguiente, el presente trabajo de investigación se enfoca en indagar los aspectos concernientes a esta problemática y plantear una propuesta articulada a la evaluación del rendimiento económico de un sistema de toma de decisiones. Este sistema está fundamentado en la construcción de portafolios eficientes de inversión bursátil, basados en el modelo de Media varianza y en el modelo Precios de Activos de Capital (en inglés: *Capital Asset Pricing Model, CAPM*). Sin embargo, estos sistemas se fundamentan en una perspectiva racional y surge la necesidad de crear un nuevo sistema que incluya la componente emocional. Este último, es creado incorporando emociones artificiales, basándose en el modelo Mamdani. La utilización de éste modelo, abre puertas a la construcción de tres sistemas de toma de decisiones, dos que podrían ser llamados racionales y uno racioemocional.

A continuación, se exponen los fundamentos que se convierten en un punto álgido en la construcción y desarrollo de la propuesta de investigación.

Media-varianza, CAPM y series del DJIA

Un portafolio de inversión es una combinación de las inversiones realizadas. Su construcción implica la utilización de estrategias como la diversificación de la inversión y la

banda de riesgo.

Al respecto Markowitz (1952) afirma:

El proceso de selección de una cartera puede dividirse en dos etapas. La primera etapa comienza con la observación y la experiencia y termina con las creencias sobre los resultados futuros de los valores disponibles. La segunda etapa comienza con las creencias relevantes sobre las actuaciones futuras y termina con la elección de la cartera. Respecto a la segunda etapa se considera primero la regla de que el inversionista debería maximizar los rendimientos esperados y posteriormente considerar el retorno esperado algo deseable y la varianza de vuelta indeseable. Finalmente, lo importante es los retornos esperados con la variación de los rendimientos.

Para Díaz (2015), el binomio rentabilidad-riesgo hace referencia a la relación directa existente entre ambos conceptos, es decir, a mayor expectativa de rentabilidad mayor riesgo; a mayor riesgo de una inversión, mayor potencial de rentabilidad futura, aunque también existe un mayor potencial de pérdida.

El presente trabajo de investigación ilustra el proceso de construcción de portafolios de inversión basándose en los fundamentos del modelo *media-varianza* y el modelo *CAPM*. Inicialmente se hace referencia a las series temporales de las acciones que se tienen en cuenta para la construcción del índice bursátil Promedio Industrial Dow Jones (en inglés: *Dow Jones Industrial Average, DJIA*) y posteriormente se procede con la construcción de sistemas.

Desde un enfoque neoclásico, la construcción de portafolios expuesta por Markowitz (1952) ofrece un modelo para la construcción de portafolios eficientes.

Para Díaz (2015), el modelo propuesto por Markowitz:

también es conocido como Modelo de la Media varianza, en alusión al uso de la media para la medición de la rentabilidad esperada y de la varianza como medida de riesgo y volatilidad (variación respecto de la media).

Para la construcción de portafolios eficientes es importante considerar el concepto de diversificación propuesto por Markowitz (1952), el cual implica la combinación de activos con coeficiente de correlación cercano a 0 con la intencionalidad de reducir el riesgo del portafolio sin disminuir la rentabilidad esperada. Por consiguiente, cuanto menor sea la covarianza, menor es el coeficiente de correlación y por ende menor será el riesgo.

Según Díaz (2015):

un portafolio eficiente es aquel que tiene una rentabilidad esperada mayor que cualquier otra para un determinado nivel de riesgo. El conjunto de todos los portafolios eficientes a partir del portafolio de mínima varianza forma la frontera eficiente. El cálculo de la frontera eficiente es un problema de optimización, donde se trata de minimizar la desviación típica del portafolio, sujeta a su rentabilidad y a que el total de los pesos de los elementos sean igual a 1.

La gráfica indica que los portafolio que están sobre la línea roja tienen una rentabilidad superior, en comparación de las que están ubicadas sobre la línea negra.

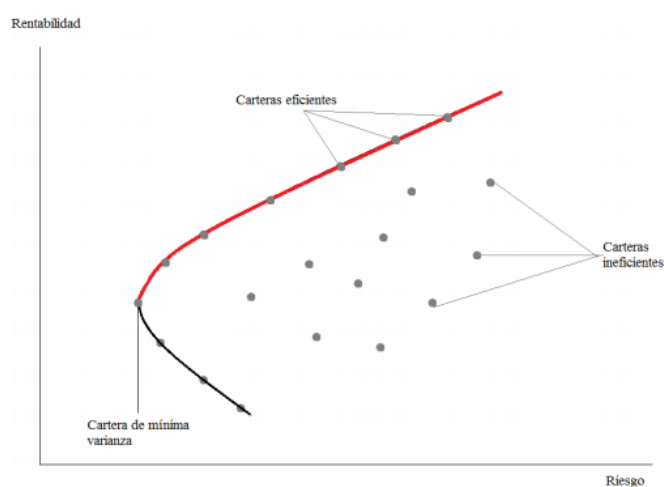


Figura 1.1: Frontera eficiente (Díaz, 2015).

Adicionalmente, desde una perspectiva neoclásica se puede mencionar el modelo *CAPM* para la construcción de portafolios de inversión expuesto por Tariq (2013) . En su trabajo afirma que:

El modelo *CAPM* que explica las características del riesgo de los mercados financieros respecto al retorno esperado. El modelo *media-varianza* no permite explicar este fenómeno porque la diversificación no puede reducir la exposición del inversor al riesgo de mercado, y por lo tanto, no es posible predecir los precios de las acciones.

En el contexto del trabajo de investigación, el proceso de construcción de portafolios de inversión puede basarse en el modelo *media-varianza* y en el modelo *CAPM*. Las series temporales en consideración son las series de las acciones que se tienen en cuenta para la

construcción del índice bursátil *DJIA*.

El *DJIA*, es un índice bursátil creado en 1896 por Charles Henry Dow, editor del periódico *The Wall Street Journal* durante el siglo XIX y co-fundador de la empresa *Dow Jones and Company*. Este índice está compuesto por las 30 compañías industriales más significativas que cotizan en el mercado bursátil de los Estados Unidos.

Como plantea Sanchez (2016), este índice es muy seguido por inversionistas, analistas, estrategas, economistas y hasta por políticos alrededor del mundo.

Sanchez (2016) afirma que:

las 30 compañías que hacen parte de la construcción del *DJIA* son conocidas como fichas azules (en inglés: *blue chip*) por ser empresas prestigiosas y solventes. Para que sean parte del *Dow Jones and Company*, las empresas deben tener una excelente reputación, crecimiento sostenido y deben ser del interés de un gran número de inversionistas. Además, deben mantener una adecuada representación de los sectores económicos.

Es importante tener en cuenta que el *DJIA* es un indicador del mercado accionario y no una medición de la rentabilidad del mercado, ni de la actividad económica de los Estados Unidos.

Emociones y lógica difusa

La construcción de portafolios de inversión para el *DJIA* es de carácter complejo, puesto que decidir comprar o vender acciones es un aspecto ampliamente influenciado por el conocimiento y la personalidad.

A partir del conocimiento y la personalidad los seres humanos toman decisiones. Particularmente en el ámbito financiero, y específicamente en el mercado bursátil, las decisiones varían con frecuencia debido a la alta influencia de la componente emocional.

Al respecto, se puede resaltar el estudio de Cabrera-Paniagua y cols. (2015) ellos proponen un sistema autónomo para toma de decisiones en el ámbito de los mercados bursátiles implementando un mecanismo sobre la base de emociones artificiales, capaz de adaptarse a las condiciones del mercado de valores. El uso de emociones artificiales permitió al sistema crear su propia noción de confianza, basada en la relación entre las decisiones de inversión realizadas y las reacciones emocionales asociadas. En dicho trabajo definieron dos sistemas de inversión, el primero se denominó agente racional, el cual utilizó tres indicadores: rentabilidad, riesgo y probabilidad de pérdida; el segundo sistema, se denominó emocional, el

cual incluyó los indicadores analíticos que el agente racional utilizaba. Adicionalmente, incorporaron emociones artificiales: alegría, tristeza, confianza, miedo, tranquilidad y enojo; las cuales relacionaron con: rentabilidad, riesgo y probabilidad de perdida.

El sistema racional configura su portafolio utilizando: la rentabilidad, el riesgo y la probabilidad de perdida, como se ilustra en la siguiente ecuación:

$$P_{racional} = Rentabilidad \cdot Q_{rentabilidad} + Riesgo \cdot Q_{riesgo} + P(perdida) \cdot Q_{P(perdida)} \quad (1.1)$$

Los parámetros Q son definidos por el inversor, el cual ponderará la relevancia de la rentabilidad, el riesgo y la probabilidad de perdida con valores entre 0 y 1 para la creación de portafolios.

Así mismo, presentaron una configuración de portafolio que denominaron emocional; la cual incluye la componente racional, más una componente emocional, como se ilustra en la siguiente ecuación:

$$P_{(emocional)} = P_{(racional)} + Rentabilidad \cdot E_{(alegría-tristeza)} + Riesgo \cdot E_{(confianza-miedo)} + P(perdida) \cdot E_{(tranquilidad-enojo)} \quad (1.2)$$

Un estado emocional neutro estaría representado por:

$$E_{(alegría-tristeza)} = 0, E_{(confianza-miedo)} = 0 \text{ y } E_{(tranquilidad-enojo)} = 0.$$

La implementación de las emociones artificiales fue realizada mediante dos métodos:

Método 1: Transición de los estados emocionales con pesos

Los estados emocionales varían mediante tres tasas de actualización (en inglés: *update rate*, UR), estas tasas representan el nivel de sensibilidad al cambio; R es un número aleatorio proveniente de una distribución uniforme en el intervalo (0,1), este añade un comportamiento no determinístico, el cual trata de reflejar la reacción cambiante del ser humano al enfrentarse a situaciones idénticas. La ecuación que modela la banda emocional alegría-tristeza es:

$$E_{(alegría-tristeza)}(t) = \begin{cases} E_{(alegría-tristeza)}(t-1) + UR_{alegría-tristeza} \cdot R & \text{Si } rentabilidad(t) > rentabilidad(t-1) \\ E_{(alegría-tristeza)}(t-1) - UR_{alegría-tristeza} \cdot R & \text{Si } rentabilidad(t) < rentabilidad(t-1) \end{cases} \quad (1.3)$$

La ecuación que modela la banda emocional confianza-miedo es:

$$E_{(confianza-miedo)(t)} = \begin{cases} E_{(confianza-miedo)(t-1)} + UR_{confianza-miedo} \cdot R & \text{Si } riesgo(t) > riesgo(t-1) \\ E_{(confianza-miedo)(t-1)} - UR_{confianza-miedo} \cdot R & \text{Si } riesgo(t) < riesgo(t-1) \end{cases} \quad (1.4)$$

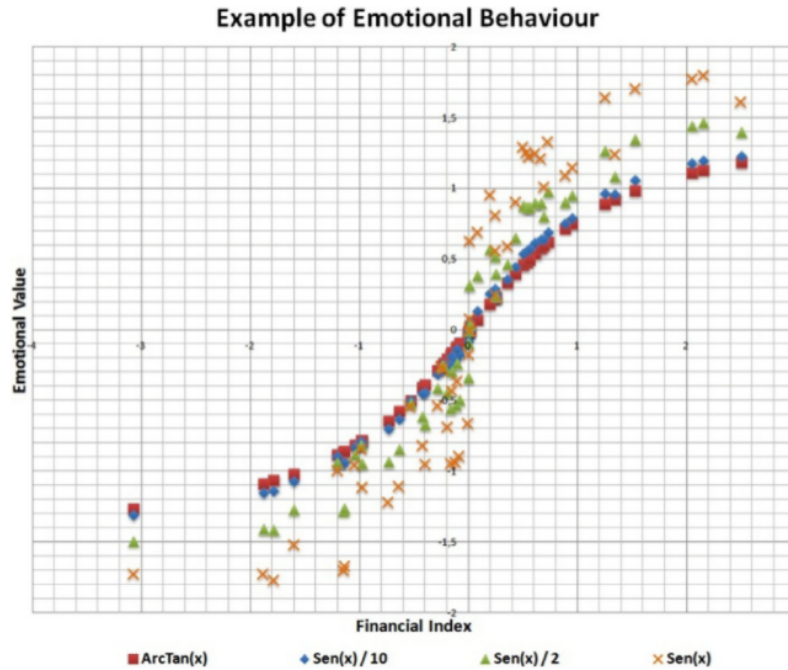
Y por último, la ecuación que modela la banda emocional tranquilidad-enojo es:

$$E_{(tranquilidad-enojo)(t)} = \begin{cases} E_{(tranquilidad-enojo)(t-1)} + UR_{tranquilidad-enojo} \cdot R & \text{Si } P(perdida)(t) > P(perdida)(t-1) \\ E_{(tranquilidad-enojo)(t-1)} - UR_{tranquilidad-enojo} \cdot R & \text{Si } P(perdida)(t) < P(perdida)(t-1) \end{cases} \quad (1.5)$$

Método 2: Transición de estados emocionales usando la función arc-tangente

Esta transición de estados emocionales se basó en el principio del beneficio marginal decreciente, el cual establece que entre más se tiene de cualquier bien o servicio, menos será su beneficio marginal (Parkin, 2014) ; para emular este principio se utilizó la función arc-tangente. Adicionalmente, se incluyó $\frac{\sin(x)}{ema_f}$ donde x se distribuye uniforme(0,1) y ema_f toma valores enteros desde 1 hasta n , cuando se incrementa ema_f la reacción emocional estará más cerca de un comportamiento determinista, en caso contrario, si ema_f disminuye la reacción emocional estará mas cerca de un comportamiento no determinista.

Figura 1.2: Función arco-tangente (Cabrera-Paniagua y cols., 2015).



A continuación se presentan los modelos de las bandas emocionales con función arc-tangente. En primer lugar, la banda emocional alegría-tristeza:

$$E_{(alegría-tristeza)}(t) = \begin{cases} \tan^{-1}(\Delta f_{rentabilidad}) + \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } rentabilidad_{(t)} > rentabilidad_{(t-1)} \\ \tan^{-1}(\Delta f_{rentabilidad}) - \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } rentabilidad_{(t)} < rentabilidad_{(t-1)} \end{cases}, \quad (1.6)$$

en segundo lugar, la banda emocional confianza-miedo:

$$E_{(confianza-miedo)}(t) = \begin{cases} \tan^{-1}(\Delta f_{riesgo}) + \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } riesgo_{(t)} > riesgo_{(t-1)} \\ \tan^{-1}(\Delta f_{riesgo}) - \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } riesgo_{(t)} < riesgo_{(t-1)} \end{cases}, \quad (1.7)$$

y finalmente, la banda emocional tranquilidad-enojo:

$$E_{(tranquilidad-enojo)}(t) = \begin{cases} \tan^{-1}(\Delta f_{P(perdida)}) + \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } P(perdida)_{(t)} > P(perdida)_{(t-1)} \\ \tan^{-1}(\Delta f_{P(perdida)}) - \frac{\sin(x)}{ema_f} & \text{Si } P(perdida)_{(t)} < P(perdida)_{(t-1)} \end{cases}. \quad (1.8)$$

El-Nasr y cols. (2000) publican un sistema de toma de decisiones definiendo tres componentes: emocional, de aprendizaje y de toma de decisiones; la componente de aprendizaje permitió incluir vivencias pasadas a las reacciones del sistema. Adicionalmente, implementaron un modelo de valoración de eventos expuestos por Ortony y cols. (1990)

Regla de generación de emoción	Emoción
Ocurrencia de un evento deseado	Felicidad
Ocurrencia de un evento no deseado	Tristeza
Posible ocurrencia de un evento deseado	Confianza
Posible ocurrencia de un evento no deseado	Miedo

Tabla 1.1: Extracto de reglas para generar emociones (Ortony y cols., 1990)

Otro estudio que es importante resaltar es presentado por Seif, Yen y Ioerger (2000):

Las emociones son un aspecto importante de la inteligencia humana y se ha demostrado que juegan un papel importante en el proceso de toma de decisiones. Los investigadores en áreas como la ciencia cognitiva, la filosofía y la inteligencia artificial han propuesto una variedad de modelos de emociones. La mayoría de los modelos se centran en el comportamiento reactivo de un agente, para el cual a menudo generan emociones de acuerdo con reglas estáticas o de dominio predeterminado. Sin embargo, a lo largo de la historia de la investigación sobre las emociones, la memoria y la experiencia han sido enfatizadas por tener una gran influencia en el proceso emocional.

Ellos proponen un nuevo modelo computacional de emociones que pueden ser incorporadas en agentes inteligentes y otros programas complejos e interactivos. El modelo utiliza una

representación de Lógica Difusa para asignar eventos y observaciones a estados emocionales. El modelo también incluye varios algoritmos de aprendizaje inductivo para patrones de aprendizaje de eventos, asociaciones entre objetos y expectativas (El-Nasr y cols., 2000).

Cada uno de los elementos mencionados se convierten en punto de partida para la construcción y desarrollo de la investigación. La estructuración de la misma conlleva a la construcción de tres sistemas: dos racionales y uno racioemocional, donde el sistema racioemocional se basa en fundamentos de la lógica difusa, específicamente, en la implementación del modelo Mandani.

Marco teórico

En este capítulo se desarrollan los fundamentos teóricos que estructuran la propuesta de investigación, se ilustran las temáticas: teoría de portafolio, emociones y lógica difusa. A través de cada uno de estos aspectos, se pretende comprender cómo este trabajo de investigación está articulado a fundamentos teóricos.

Teoría de portafolio

Portafolio de inversión

Un portafolio de inversión es un conjunto de instrumentos financieros que pueden ser de renta fija o variable, cuyo objetivo de obtener una rentabilidad futura correspondiente al nivel de riesgo asumido por el inversor. La rentabilidad y el riesgo se encuentran directamente relacionados; es decir, a mayor expectativa de rentabilidad mayor es el riesgo (posibilidad de pérdida) que conlleva y viceversa.

Instrumento financiero

Un instrumento financiero es una herramienta intangible, un servicio o producto ofrecido por una entidad. Estos pueden ser instrumentos financieros como por ejemplo divisas, seguros, y derivados. Estos se clasifican por clase de activos dependiendo si están basados en fondos propios de la empresa o basados en deuda, tabla 2.1.

Figura 2.1: Rentabilidad versus riesgo.

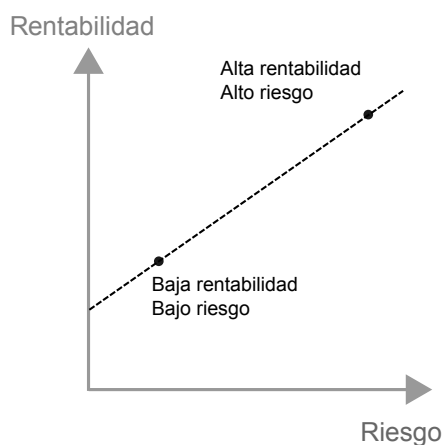


Tabla 2.1: Tipos de instrumentos financieros

Instrumentos financieros	
De inversión	Renta variable Renta fija Derivados Fondos de inversión Estructurados Planes de pensiones Seguros Divisas
De financiación	Préstamos Préstamo hipotecario Tarjeta de crédito Descuento comercial Comercio exterior Avaes Leasing Factoring Confirming

Acciones bursátiles

Instrumentos financieros de renta variable, que desde la perspectiva de los accionistas representan un título de propiedad sobre una fracción del patrimonio de la empresa y, desde la perspectiva de la compañía representa una alternativa de financiamiento para conseguir recursos.

Algunos conceptos importantes son:

- **Retorno** $[r_t]$: Es la diferencia de precio del activo en distintos tiempos. Matemáticamente se expresa como:

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \quad , \quad (2.1)$$

donde:

p_t : Precio en el tiempo t ,

p_{t-1} : Precio en el tiempo $t - 1$.

- **Retorno esperado:** $[E[R]]$: Es la media de los retornos del activo, matemáticamente se expresa como:

$$E[R] = \bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n} \quad , \quad (2.2)$$

donde:

r_t : Retorno de la acción en el tiempo t ,

n : Cantidad de retornos de la acción.

- **Riesgo** $[\sigma]$: Posibilidad de perdida del activo y su expresión matemática es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r}_s)^2}{n}} \quad , \quad (2.3)$$

donde:

r_t : Retorno en el t-ésimo tiempo t ,

n : Cantidad de retornos de la acción,

\bar{R} : Retorno medio de la acción.

Eficiencia del mercado

Se entiende que el mercado es eficiente cuando los precios de los instrumentos financieros incorporan y reflejan siempre toda la información relevante. Por consiguiente, los precios en todo momento reflejan el valor exacto del instrumento, haciendo imposible que puedan adquirirse por precios infravalorados o venderse por precios sobrevalorados. La eficiencia de mercado se puede clasificar en tres tipos:

- **Débil:** Solo información del comportamiento histórico del activo.
- **Semi-fuerte:** Adicionalmente al comportamiento histórico del activo se encuentra disponible públicamente el balance, estados de resultados, flujos de caja en otros datos de la compañía.
- **Fuerte:** A todo lo anterior se añade el precio spot.

Gestión del portafolio:

Hace mención al tipo de administración del portafolio, estas pueden ser pasivas o activas.

Gestión del portafolio pasiva: Estrategia de inversión basada en comprar y mantener por un tiempo prolongado los instrumentos financieros que componen el portafolios de inversión. Con el fin de igualar el rendimiento de algún indice seleccionado. Esta estrategia conservadora es ideal en mercados de baja volatilidad.

Gestión del portafolio activa: Estrategia de inversión basada en el ajuste continuo de los instrumentos financieros que componen el portafolio de inversión, con el fin de superar el rendimiento del indice. Esta estrategia conlleva un mayor costo para el inversor debido a los constantes cambios realizados y es adecuada en mercados de alta volatilidad.

Selección del portafolio

Para la construcción del portafolio de inversión existen distintas teorías, las que se dividen en teoría neoclásica y moderna.

Teoría neoclásica

La teoría neoclásica se fundamenta en la eficiencia de los mercados y en la racionalidad de los distintos inversores; donde se encuentran las siguientes teorías: modelo de media-varianza (Markowitz, 1952), modelo de valoración del precio de los activos financieros (en ingles: Capital Asset Pricing Model, CAPM)(Sharpe (1964); Lintner (1965); Mossin (1966)). Para el presente trabajo se utilizó:

Modelo de media-varianza: Propuesto por Harry Markowitz en 1952 y publicado en una de las revistas más prestigiosas del área de las finanzas en el The Journal of Finance. El nombre media-varianza hace alusión al uso de la media para medir la rentabilidad esperada y la varianza como medida de riesgo y volatilidad. Mediante la optimización de ambos estadísticos, maximizando la rentabilidad y minimizando el riesgo, se determina el conjunto de portafolios eficientes para cada nivel de riesgo dado. Asimismo Markowitz establece que mediante la diversificación de la inversión en varios activos financieros se logra reducir el riesgo.

Entre los conceptos básicos de esta teoría se encuentran los siguientes:

- **Retorno esperado del portafolio** ($E[R_p]$): Es la media ponderada de los distintos activos que conforman el portafolio. Matemáticamente se expresa como:

$$E[R_p] = \sum_{s=1}^{n_p} w_s \bar{R}_s \quad , \quad (2.4)$$

sujeto a:

$$\sum_{s=1}^{n_p} w_s = 1 \quad ; \quad (2.5)$$

donde:

w_s : Peso de la s-ésima acción en el portafolio,

n_p : Cantidad de acciones en el portafolio y

\bar{R}_s : Retorno medio de la s-ésima acción.

- **Riesgo del portafolio** (σ_p): Posibilidad de perdida que conlleva el portafolio. Matemáticamente se expresa como:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{s=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} w_s w_j \sigma_s \sigma_j \rho_{s,j}} \quad , \quad (2.6)$$

donde:

σ_s : Riesgo (desviación estándar) de la s-ésima acción en el portafolio,

σ_j : Riesgo (desviación estándar) de la j-ésima acción en el portafolio,

w_s : Peso de la s-ésima acción en el portafolio,

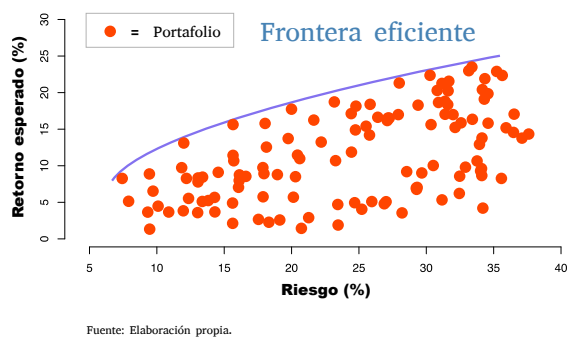
w_j : Peso de la j-ésima acción en el portafolio,

n_p : Cantidad de acciones en el portafolio,

$\rho_{s,j}$: Correlación entre la s-ésima y j-ésima acción del portafolio.

- **Frontera eficiente:** Los portafolios con máxima rentabilidad para cada nivel de riesgo son nombrados portafolios eficientes, el conjunto de estos conforman la frontera eficiente.

Figura 2.2: Representación de la frontera eficiente

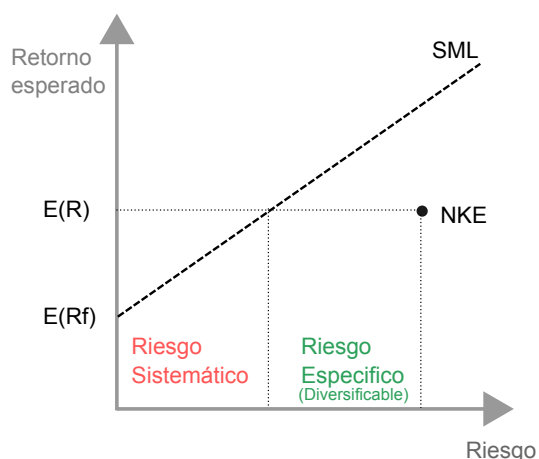


Los supuestos del modelo son:

- El interés de los inversores es exclusivamente la maximización de la rentabilidad dado un nivel de riesgo.
- La rentabilidad esperada de los activos siguen una distribución normal.
- Los coeficientes de correlación entre los activos son constantes a lo largo del tiempo.
- Los inversores tienden a maximizar sus ganancias, sin tener en cuenta otras consideraciones.
- Los inversores actúan de forma racional y tienen aversión al riesgo.
- Las expectativas de los inversores sobre las rentabilidades futuras son prácticamente exactas a la realidad.
- No existen impuestos ni costos de transacción.
- Los inversores no pueden ejercer influencias sobre el precio de los activos.
- Los inversores pueden obtener créditos y dar préstamos en cantidades ilimitadas al tipo de interés de los activos libres de riesgo.
- Todos los activos son divisibles en partes más pequeñas y pueden comercializarse de igual manera.
- Los activos en el tiempo mantienen riesgo conocido y constante.

Modelo CAPM: Propuesto independientemente por William Sharpe, John Lintner y Jan Mossin, se desarrolló en base a la teoría propuesta por Markowitz (1952). Este modelo incluye la fragmentación del riesgo en sistemático y específico. El riesgo sistemático no es diversificable, ya que se debe al mercado y no a la naturaleza del activo.

Figura 2.3: Ejemplo de fragmentación del riesgo



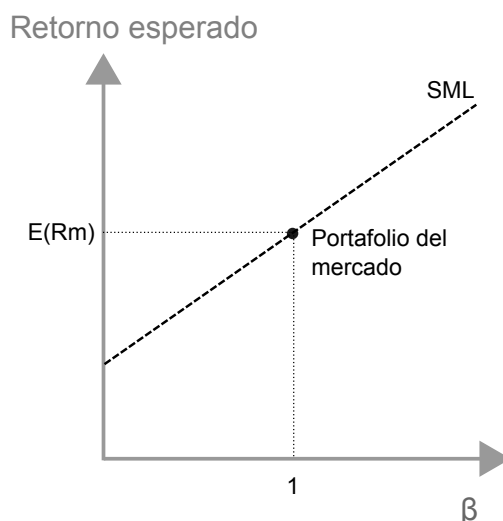
SML: Security Market Line o Línea del Mercado de valores
 Rf : Retorno libre de riesgo
 NKE: Símbolo accionario de NIKE

Adicionalmente este modelo incluye un coeficiente de variación del activo en contraste al mercado, este coeficiente es denotado por β ; el cual se expresa matemáticamente como:

$$\beta : \frac{Cov(\bar{R}_s, \bar{R}_m)}{\sigma_m^2} \quad (2.7)$$

- Si $\beta = 0$, no se relaciona la rentabilidad esperada del activo (\bar{R}_s) con la rentabilidad esperada del mercado (\bar{R}_m).
- Si $\beta = 1$, coincide la rentabilidad esperada del activo con la rentabilidad esperada del mercado.
- Si $\beta < 0$, va en sentido opuesto la rentabilidad esperada del activo con la rentabilidad del mercado.
- Si, $0 < \beta < 1$, será menor la rentabilidad esperada del activo que la rentabilidad esperada del mercado.
- Si, $\beta > 1$, es superior la rentabilidad esperada del activo a la rentabilidad esperada del mercado.

Figura 2.4: Portafolio teórico del mercado.



SML: Security Market Line o Línea del Mercado de valores

Teóricamente el portafolio del mercado tiene $\beta = 1$.

En este modelo la rentabilidad esperada del activo se expresa matemáticamente como:

$$\bar{R}' = r_f + \beta[\bar{R}_m - r_f], \quad (2.8)$$

donde:

r_f : Rentabilidad del activo libre de riesgo,

\bar{R}_m : Rentabilidad esperada del mercado,

β : Sensibilidad de activo respecto de los movimientos del mercado.

Teoría moderna

Según Díaz (2015):

Finanzas del comportamiento o *Behavioral Finance* es una rama de la economía y las finanzas que considera posibles comportamientos irracionales de parte del inversor, que pueden estar presentes en igual medida que los comportamientos racionales. Por este motivo en esta rama se incorporan conceptos de la psicología para intentar explicar comportamientos económicos.

Los conceptos más estudiados en *Behavioral Finance* según Fromlet (2001) son los siguientes:

- **Heurística:** es usada para seleccionar la información cuidadosamente; ya que, actualmente se dispone de ingentes fuentes de información. Adicionalmente, es utilizada para

la toma de decisiones basadas en experiencia y en intuición, debido a la necesidad de interpretar datos de forma rápida.

- **Anclarse:** es la tendencia de apego a pensamientos o ideas desde una única perspectiva, a pesar de que no sea la más idónea para la toma de decisiones.
- **Representatividad:** hecho en el cual las personas dan mayor relevancia o mayor probabilidad a determinadas fuentes de información por sobre otras.
- **Exceso de confianza:** es un rasgo presente principalmente en tomadores de decisiones autoconsiderados expertos. Considerar tener el control en situaciones donde se tiene poca o ninguna influencia, también es considerado una forma de exceso de confianza.

Ratio sharpe

Dentro del mercado financiero se puede calcular el índices que permiten dar cuenta de algunas características del mismo. Por ejemplo, el coeficiente β mide la volatilidad del activo; un valor superior a 1 implica que tiene mayor riesgo que la media del mercado y tiene por consiguiente un mayor potencial de rentabilidad; por el contrario, un valor inferior a 1 significa un riesgo menor que la media del mercado y una rentabilidad esperada media inferior.

Sin embargo, para quien invierte es complejo establecer el riesgo, debido a que generalmente se desea una gran rentabilidad. Por consiguiente, es necesario utilizar una medida que permita comprender la rentabilidad en correspondencia con el riesgo.

Al respecto Díaz (2015) plantea la medida del *ratio Sharpe*, él afirma que:

Esta es una medida más compleja que utiliza la desviación estándar de una acción o cartera para medir la volatilidad. Este cálculo mide el incremento del rendimiento a medida que se va asumiendo mayor riesgo de forma incremental. Cuanto mayor sea el *ratio Sharpe*, mayor es el rendimiento. Basándose exclusivamente en este criterio, si tuviésemos dos carteras con igual riesgo escogeríamos aquella que tuviese un mayor *ratio Sharpe*. La afirmación contraria también es verdadera, es decir, a menor *ratio Sharpe*, menor rentabilidad, de tal manera que si un valor tuviese *ratio Sharpe* de 0, esto implicaría que no hay recompensa por soportar mayor riesgo.

De acuerdo con la BCR News (2010), el *ratio Sharpe* ha sido una de las medidas más utilizadas en finanzas debido a su simplicidad. El *ratio Sharpe* es el cociente entre el riesgo y el retorno; y obtuvo mayor credibilidad cuando Sharpe en 1990 obtuvo el premio Nobel en

Economía por su trabajo sobre CAPM.

El *ratio Sharpe* se define como:

$$S = \frac{\bar{R} - r_f}{\sigma} \quad ; \quad (2.9)$$

donde:

r_f : rentabilidad del activo libre de riesgo,

\bar{R} : rentabilidad media del la acción,

σ :desviación estándar de los retornos.

Componente emocional

Las emociones hacen parte de la vida cotidiana y proporcionan herramientas para asumir una postura ante la vida; es decir, permiten el condicionamiento del comportamiento humano. Algunas de ellas son aprendidas y otras son innatas debido a la herencia. Sin embargo, enfocar en un punto específico es de carácter complejo debido a la gran versatilidad del concepto. A continuación se presentan algunas definiciones para conocer de manera más práctica el concepto.

Definición de emoción

El concepto de emoción es inherente a la vida misma y hace parte de los pensamientos y actitudes de los seres humanos.

Bericat Alastuey (2012) en su trabajo cita la definición según diferentes autores:

Denzin (2009) define la emoción como una experiencia corporal viva, veraz, situada y transitoria que impregna el flujo de conciencia de una persona, que es percibida en el interior de y recorriendo el cuerpo, y que, durante el trascurso de su vivencia, sume a la persona y a sus acompañantes en una realidad nueva y transformada la realidad de un mundo constituido por la experiencia emocional. Para Kemper (1987), la definición de emoción primaria de Seymour Epstein es útil: una compleja y organizada predisposición a participar en ciertas clases de conductas biológicamente adaptativas, caracterizada por unos peculiares estados de excitación fisiológica, unos peculiares sentimientos o estados afectivos, un peculiar estado de receptividad, y una peculiar pauta de reacciones expresivas. Lawler(1999) define las emociones como estados evaluativos, sean positivos o negativos, relativamente breves, que tienen elementos fisiológicos, neurológicos y cognitivos. Y Brody (1999) ve las emociones como sistemas motivacionales con

componentes fisiológicos, conductuales, experienciales y cognitivos, que tienen una valencia positiva o negativa (sentirse bien o mal), que varían en intensidad, y que suelen estar provocadas por situaciones interpersonales o hechos que merecen nuestra atención porque afectan a nuestro bienestar.

Se podría presentar diversas definiciones de emoción, pero es importante aclarar que las emociones se generan en el cerebro; específicamente en la zona límbica que representa la parte más primaria del cerebro, y a su vez, varían en correspondencia con: la situación, la estructura mental y la capacidad cognitiva del ser humano.

Clasificación de emociones

Si bien existen diversos autores que clasifican las emociones, es importante destacar que éstas poseen componentes: fisiológicos, cognitivos y conductuales; y que pueden ser primarias o secundarias.

Para Bericat Alastuey (2012):

Las emociones primarias se consideran respuestas universales, fundamentalmente fisiológicas, evolutivamente relevantes y biológica y neurológicamente innatas. Por el contrario, las secundarias, que pueden resultar de una combinación de las primarias, están muy condicionadas social y culturalmente. Algunos autores incluyen entre las emociones primarias: el miedo, la ira, la depresión o la satisfacción (Kemper, 1987), mientras que otros incluyen: la satisfacción, la felicidad, la aversión-miedo, la aserción-ira, la decepción-tristeza y el sobresalto-sorpresa (Turner, 1999). La culpa, la vergüenza, el amor, el resentimiento, la decepción o la nostalgia serían emociones secundarias.

Cada una de las emociones mencionadas están asociadas a eventos que conducen al desencadenamiento de las mismas. Por ejemplo, la alegría, se da por la ocurrencia de un evento deseable; la tristeza por la ocurrencia de un evento indeseable; y el miedo por la ocurrencia de un evento de peligro (El-Nasr y cols., 2000).

Podríamos mencionar gran cantidad de emociones y los eventos que se articulan a ellas; sin embargo, es de gran relevancia resaltar su influencia en la toma de decisiones desde cualquier ámbito.

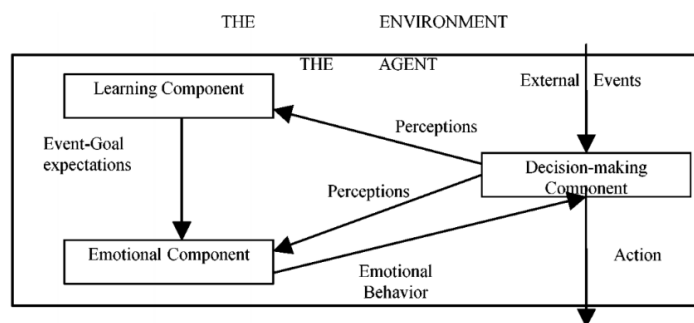
En el presente trabajo, la toma de decisiones se convierte en un aspecto influenciado ampliamente por las emociones, particularmente, para aquellas personas que desean invertir su capital.

Toma de decisiones

La toma de decisiones, permite al ser humano elegir entre un conjunto de varias alternativas. Sin embargo, implica un análisis detallado y la comprensión de la situación.

El-Nasr y cols. (2000) proponen en su estudio que las emociones dirigen un papel importante en la inteligencia humana y que hablar de agentes inteligentes es el producto de razón y emoción. Adicionalmente, hace alusión a la utilización de reglas difusas para el modelado emocional. Es decir, las emociones desencadenan acciones plasmadas en la inteligencia humana y la lógica difusa es una herramienta inspirada en el comportamiento humano, la cual es basada en determinadas reglas para la toma de decisiones.

Figura 2.5: Toma de decisiones y emociones (El-Nasr y cols., 2000).



Al igual que El-Nasr y cols. (2000), en el presente estudio se da a conocer como la componente emocional influye en la toma de decisiones, particularmente, en la construcción de portafolios eficientes de inversión bursátil.

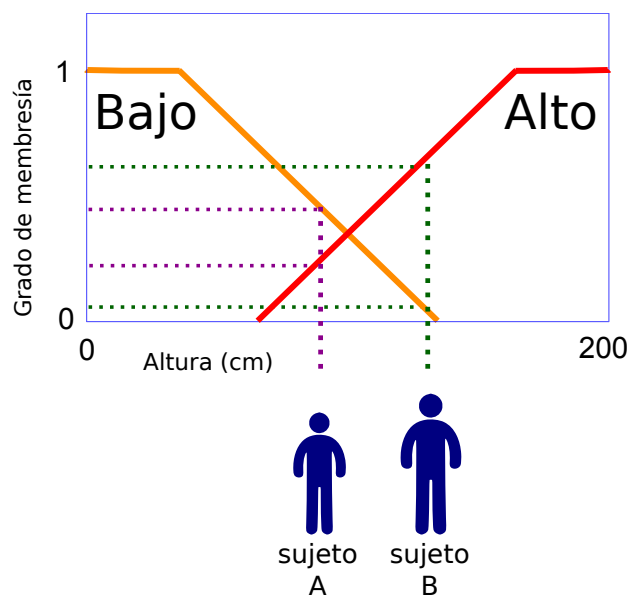
Lógica Difusa

La lógica difusa permite hacer inferencias en contextos donde no se asocia una característica dicotómica a los elementos basados en una métrica lineal. Ésta área del conocimiento fue formulada en la década de los 60 por Zadeh (1965) y se fundamenta en la utilización de los conjuntos difusos con el fin de representar matemáticamente la incertidumbre que existe en los datos.

Conjunto difuso

Zadeh (1965) definió:

Figura 2.6: Ejemplo de grados de pertenencia.



Un conjunto difuso (clase) A en X , es caracterizado por una función de pertenencia $f_A(x)$, que asocia a cada número real x un número en el intervalo $[0, 1]$, donde el valor de $f_A(x)$ representa el “grado de pertenencia” de x en A .

Es decir, si $f_A(x)$ se aproxima a 1, entonces x posee un grado de pertenencia fuerte al conjunto A ; y si $f_A(x)$ se aproxima a 0, x posee un grado de pertenencia bajo.

Funciones de pertenencia

Si se analizan los valores de los grados de pertenencia en un rango específico, se pueden determinar las funciones matemáticas que caracterizan los diferentes conjuntos. Estas funciones matemáticas, llamadas funciones de pertenencia en el marco de la lógica difusa, proveen herramientas para la interpretación de las cualidades de los conjuntos difusos.

Las funciones de pertenencia asociadas a los conjuntos difusos se pueden clasificar en: triangulares, trapezoidales, gamma, gaussianas, entre otras.

A continuación se presenta la definición de algunas funciones de pertenencia ilustradas por: Czogala y Leski (2000) y Arredondo (2014).

a) Función de pertenencia triangular

Sean a , b , y c parámetros. La función de pertenencia triangular está dada por:

$$\mu_{triangular}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{si } b \leq x \leq c \\ 0 & \text{si } c \leq x \end{cases} \quad (2.10)$$

b) Función de pertenencia trapezoidal

Sean a, b, c y d parámetros. La función de pertenencia trapezoidal está dada por:

$$\mu_{trapezoidal}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{si } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{si } d \leq x \end{cases} \quad (2.11)$$

c) Función de pertenencia singleton

Sea a un parámetro. La función de pertenencia singleton está dada por:

$$\mu_{singleton}(x; a) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = a \\ 1 & \text{si } x \neq a \end{cases} \quad (2.12)$$

Operaciones entre conjuntos difusos

De acuerdo con: Czogala y Leski (2000), las operaciones básicas entre conjuntos se pueden definir como se expresa a continuación.

a) Unión(\cup_S)

Sean A, B y X conjuntos difusos, donde A y B son subconjuntos de X . Se define la unión entre A y B de la siguiente manera: $(A \cup_S B)(x) = S(A(x), B(x)), \forall x \in X$, donde S es una s -norma.

b) Intersección(\cap_T)

Sean A, B y X conjuntos difusos, donde A y B son subconjuntos de X . Se define la intersección entre A y B de la siguiente manera: $(A \cap_T B)(x) = T(A(x), B(x)), \forall x \in X$, donde T es una t -norma.

c) Negación(\neg)

Sean A y X conjuntos difusos, donde A es un subconjunto de X . Se define la negación respecto al conjunto A de la siguiente manera: $\neg A(x) = n(A(x))$, $\forall x \in X$, donde n denota negación.

a) Norma triangular (norma-t)

Según Galindo Gómez (s.f.), la t -norma se puede definir de la siguiente manera:

Operación binaria t : $[0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, donde se asigna a cada punto del rectángulo unitario en R^2 , un elemento en el intervalo unitario de R . Es decir: $t[(x, y)] \rightarrow t[z]$, con $(x, y) \in [0, 1]^2$ y $z \in [0, 1]$. Esta operación cumple con las siguientes propiedades:

- Conmutatividad: $xty = ytx$
- Asociatividad: $xt(ytz) = (xty)tz$
- Monotonicidad: Si $x \leq yyw \leq z$, entonces: $xtyw \leq ytz$
- Condiciones frontera: $x\mathbf{t}0 = 0$, $x\mathbf{t}1 = x$

t -norma del mínimo: la función mín (\wedge) es una t -norma; corresponde a la operación de intersección en conjuntos clásicos, donde los grados de pertenencia están en $\{0, 1\}$. Por lo tanto, esta función es la extensión natural de la intersección entre conjuntos difusos (Galindo Gómez, s.f.).

b) Conorma triangular (conorma-t o norma-s)

Según Galindo Gómez (s.f.), la s -norma o t -conorma se puede definir de la siguiente manera:

Operación binaria s : $[0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, donde se asigna a cada punto del rectángulo unitario en R^2 , un elemento en el intervalo unitario de R . Es decir: $s[(x, y)] \rightarrow s[z]$, con $(x, y) \in [0, 1]^2$ y $z \in [0, 1]$. Esta operación cumple con las siguientes propiedades:

- Conmutatividad: $xsy = ysx$
- Asociatividad: $xs(ysz) = (xsy)sz$
- Monotonicidad: Si $x \leq y$ y $w \leq z$, entonces: $x\mathbf{s}w \leq y\mathbf{s}z$
- Condiciones frontera: $x\mathbf{s}0 = x$, $x\mathbf{s}1 = 1$

t -conorma o s -norma del máximo: La función máx (\vee) es una s -norma; que corresponde a la operación de unión en conjuntos clásicos, donde los grados de pertenencia están en $\{0, 1\}$. Por lo tanto, esta función es la extensión natural de la unión entre conjuntos difusos (Galindo Gómez, s.f.).

Modelamiento difuso

En el marco de la lógica difusa las reglas de inferencia se basan en la estructura condicional que considera un antecedente y un consecuente, junto con una proposición determinada.

Los fundamentos mencionados permiten la construcción de modelos difusos, tales como: el modelo Mamdani, el modelo Sugeno (también conocido como modelo Takagi Sugeno Kang o TSK), el modelo Tsukamoto, entre otros. Cada modelo tiene características específicas y es utilizado en correspondencia con el problema a resolver.

Modelo Mandami

El modelo Mamdani utiliza leyes de control con reglas lógicas si (*IF*) y entonces (*THEN*), en conjunto con funciones de pertenencia difusas para controlar un proceso y minimizar el error.

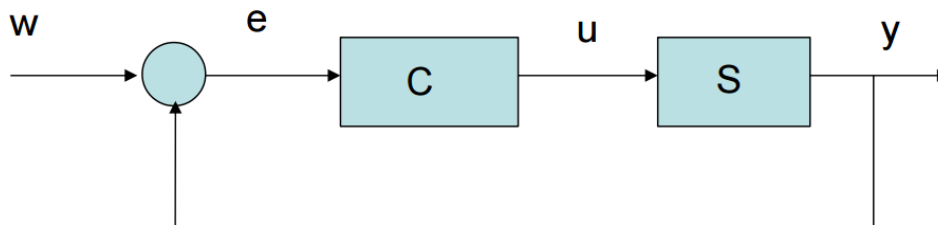
De acuerdo con Arredondo (2014) :

Usando la lógica difusa y la teoría de razonamiento introducida por Zadeh es posible crear un controlador basado en esta lógica. La forma tradicional de las leyes de control con autorregulación (*feedback*) es:

$$u(k) = f(e(k), e(k-1), \dots, e(k-v), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-v)),$$

donde e es el error entre el punto de control w y el output y , C es el controlador y S es el sistema controlado. La idea es diseñar C que minimiza el error ($e = w - y$) en el tiempo.

Figura 2.7: Modelo Mamdani (Arredondo, 2014)



Por lo tanto, el modelo Mamdani utiliza el error $e(k)$ y el cambio del error $\Delta e(k)$ para producir cambios en la función de *outputs* del controlador (puede ser $\mu(k)$ o $\Delta\mu(k)$); donde $e(k) = w(k) - y(k)$, $\Delta e(k) = e(k) - e(k-1)$, $u(k) = F(e(k), \Delta e(k))$ y $\Delta u(k) = F(e(k), \Delta e(k))$ y $e(k)$ se define como el punto de control menos el *output* (si $e(k) > 0$ entonces $w(k) > y(k)$, si $\Delta e(k) > 0$ entonces $e(k) > e(k-1)$) (Arredondo, 2012).

Algoritmo del modelo Mamdani

Arredondo (2014) sugiere algunos pasos para la implementación del modelo como se ilustra a continuación:

- Usar el valor del antecedente de cada una de las reglas (*IF...*).
- Determinar el consecuente (*THEN ...*) de cada una de las reglas.
- Agregar todos los *outputs* de las reglas para obtener el *output* de todo el sistema (este es una o mas funciones de pertenencia difusa), también se llama determinar el grado de disparo de todas las reglas (*degree of firing*).
- Desfuzificar el *output* para obtener un valor exacto.

La desfuzificación consiste en transformar el *output* difuso en *output* exacto, es decir, el valor de la función de pertenencia en un valor exacto. Algunos métodos de desfuzificación usados para el modelo Mamdani son: el Centroide (*Centroid* o *Center of Area*, COA), Bisector de un Area (*BOA*), la media del Máximo (*Mean of Maximun*, MOM), el máximo más pequeño (*SOM*) y el máximo del máximo (*LOM*).

Es importante aclarar que la implementación del modelo Mandami no se basa en un único operador, se pueden usar diferentes operadores siempre que sean *t*-norm o *t*-conorm.

Metodología

En este capítulo se presenta la metodología que fundamenta el trabajo de investigación, la operacionalidad del sistema y cada una de las técnicas propuestas para el desarrollo del mismo.

Construcción de portafolio

La creación del portafolio eficiente con componente emocional, fue inspirado en la teoría neoclásica específicamente el modelo *CAPM*, el cual incorpora sensibilidad del activo con respecto al mercado, que posteriormente participa en la optimización cuadrática con restricciones lineales. La propuesta de este trabajo de titulación es el reemplazo del factor de sensibilidad del activo con respecto al mercado por un factor emocional. Por lo tanto, la rentabilidad esperada del activo es modificada (\bar{R}') y queda expresada como :

$$\bar{R}' = \bar{R}_h + 10 \cdot \beta_{emocional} \cdot |\bar{R}_e| \quad , \quad (3.1)$$

donde:

\bar{R}_h : Rentabilidad media historica del activo

\bar{R}_e : Rentabilidad media de los ultimos 10 días del activo

$\beta_{emocional}$: Factor emocional

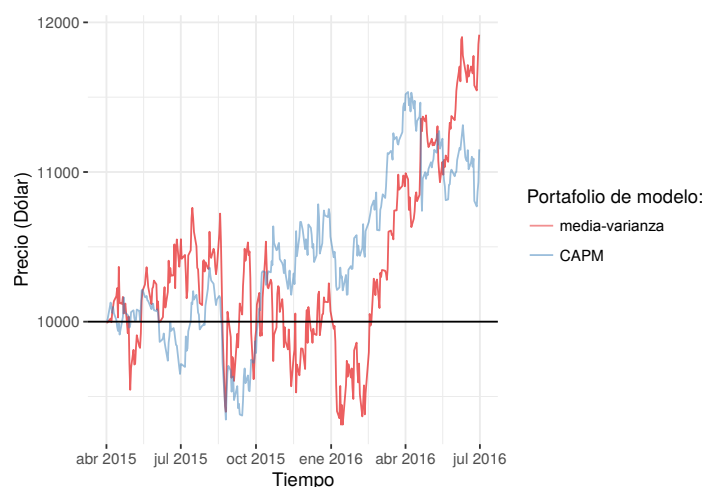
Operatividad del sistema

El sistema verificó semanalmente la tendencia del portafolio, en comparación a la semana anterior. en casos de tendencia alcista el sistema no realizaba ningún cambio, en caso contrario, se construía un nuevo portafolio. Para capturar la tendencia semanal del precio se aplicó suavizamiento *spline* cúbico en la serie de tiempo.

Competencia de sistemas

De aquí en adelante el sistema con emociones artificiales es nombrado sistema racioemocional y el sistema sin emociones artificiales, sistema racional, existiendo dos sistemas racionales: con modelo de media-varianza para la construcción de portafolio y con el modelo *CAPM*.

Figura 3.1: Ejemplo de portafolio de modelo media-varianza y *CAPM*.



El sistema racioemocional se implementó en paralelo con los sistemas racionales media-varianza y *CAPM*, en distintos escenarios bursátiles, donde se comparó el índice Sharpe obtenido de los distintos portafolios generados.

Escenario Bursátil

Se seleccionaron al azar 1000 intervalos de tiempo, los cuales permitieron operar el sistema en distintos escenarios bursátiles, por consiguiente, se obtuvo: retornos esperados, volatilidad e índice Sharpe, para cada uno de los portafolios generados.

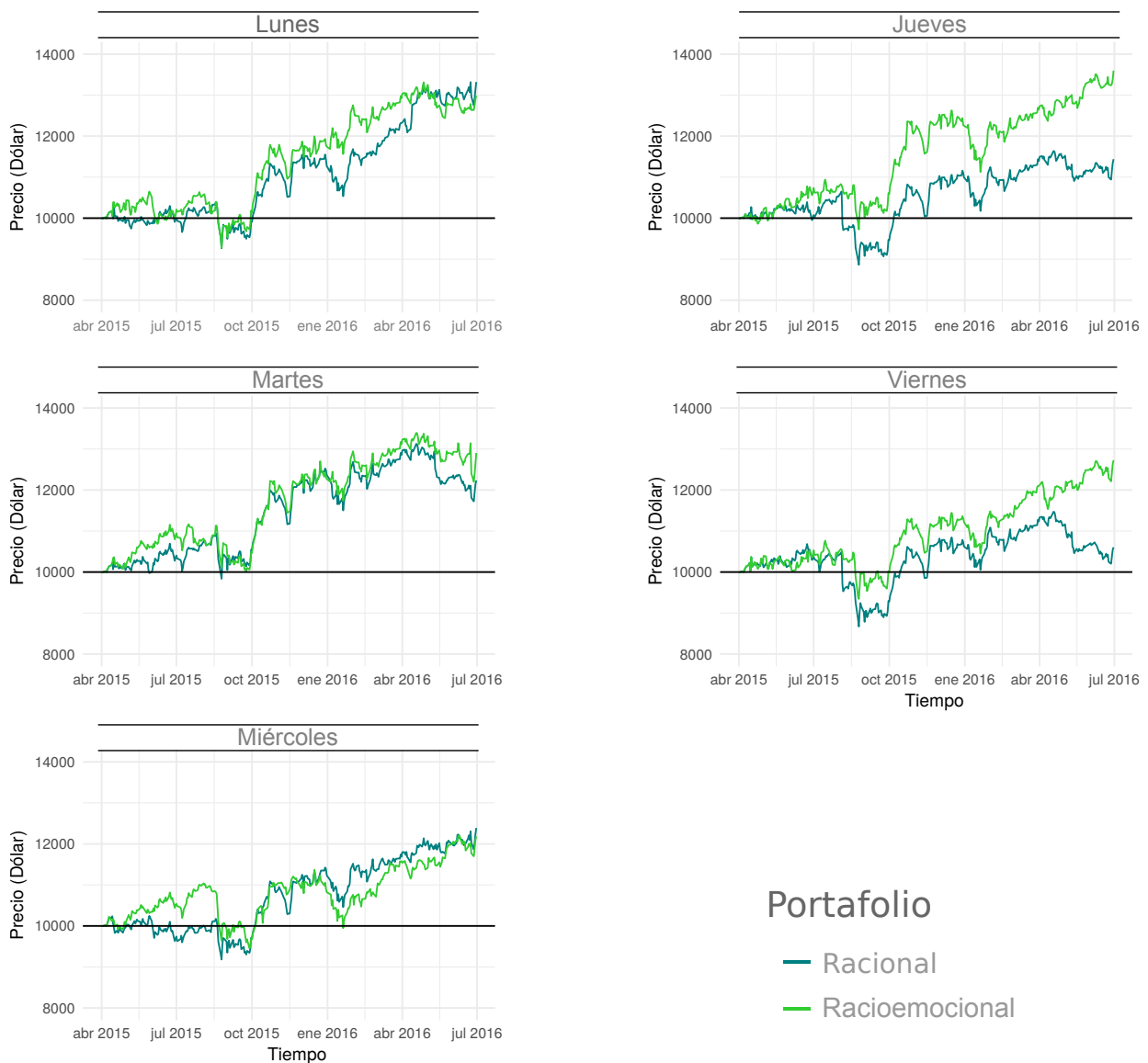
En los escenarios bursátiles se aleatorizó:

- Día de la semana para realizar la evaluación

- Día de inicio del escenario
- Longitud de tiempo del escenario, comprendido entre 80 y 150 días bursátil.

El día de la semana para evaluar es seleccionado al azar en cada uno de los escenarios, ya que, en un mismo escenario bursátil influye en los resultados. A continuación, se presenta un ejemplo de lo anteriormente expuesto.

Figura 3.2: Mismo escenario bursátil, distinto día para evaluar.



Software

El sistema fue implementado en el software R, versión 3.3.1 utilizando los siguientes paquetes:

- **quantmod:** Conjunto de herramientas completas para la gestión y visualización de datos bursátiles, las cuales permiten rápidamente explorar y construir modelos para trading. (Ryan, Ulrich, y Thielen, 2016)
- **PerformanceAnalytics:** Colección de funciones econométricas para analisis de riesgo y rendimientos de instrumentos financieros o portafolio. (Carl y Peterson, 2013)
- **quadprog:** Contiene rutinas y documentación para resolver problemas de programación cuadrática. (Turlach, 2013)
- **ggplot2:** Paquete para creación gráfica. (Wickham, Chang, y RStudio, 2016)
- **plotly:** Paquete para gráficos interactivos. (Sievert y cols., 2016)
- **matrixcalc:** Una colección de funciones para soportar cálculos matriciales para análisis probabilístico, econométrico y numérico. (Novomestky, 2015)
- **FuzzyR:** Diseño y simulación de sistemas de lógica difusa. (Garibaldi, Chen, y Maintainer, 2016)
- **matrixStats:** Funciones de alto rendimiento para filas y columnas de matrices. (Bengtsson y cols., 2016)
- **Rmisc:** Contiene diversas funciones operacionales y útiles en el análisis de datos. (Hope, 2016)

Conjunto de datos

Los datos utilizados son 27 de las 30 series temporales de acciones bursátiles que componen el índice *Dow Jones Industry*, las cuales fueron obtenidas libremente mediante el paquete *quantmod* de R desde la fuente: *Yahoo Finances*. El intervalo de tiempo contemplado fue de enero 2012 a diciembre 2016, tabla 3.1.

Tabla 3.1: Compañías del índice *Dow Jones* seleccionadas.

Nombre	Símbolo
American Express Company	AXP
Apple Inc.	AAPL
The Boeing Company	BA
Caterpillar Inc.	CAT
Cisco Systems Inc.	CSCO
Chevron Company	CVX
E. I. du Pont de Nemours and Company	DD
Exxon Mobil Corporation	XOM
General Electric Company	GE
The Goldman Sachs Group, Inc.	GS
The Home Depot, Inc.	HD
International Business Machines Corporation	IBM
Intel Corporation	INTC
Johnson & Johnson	JNJ
The Coca-Cola Company	KO
JPMorgan Chase & Co.	JPM
McDonald's Corporation	MCD
3M Company	MMM
Merck & Co., Inc.	MRK
Microsoft Corporation	MSFT
NIKE, Inc.	NKE
Pfizer Inc.	PFE
The Procter & Gamble Company	PG
The Travelers Companies, Inc.	TRV
UnitedHealth Group Incorporated	UNH
United Technologies Corporation	UTX
Verizon Communications Inc.	VZ
Visa Inc.	V
Wal-Mart Stores, Inc.	WMT
The Walt Disney Company	DIS

Emociones artificiales

Considerando a El-Nasr y cols. (2000) y la perspectiva de Cabrera-Paniagua y cols. (2015), se establece la construcción de emociones artificiales a partir del comportamiento reciente de los activos, cada uno de estos puede generar distintas emociones y en diversas intensidades. Las posibles emociones a generar son: alegría, tristeza y miedo.

Las emociones alegría y tristeza dependen del retorno medio del activo, si este es positivo entonces genera alegría, en caso contrario si este negativo generará tristeza; pudiendo en ambos caso generar hasta niveles de intensidad para cada emoción. Cuando el retorno medio del activo es próximo a cero, se considera un estado emocional neutro. La emoción miedo depende de la volatilidad del activo la cual es reflejada por la desviación estándar del mismo, a mayor volatilidad mayor miedo, pudiendo generar hasta tres niveles de intensidad emocional.

Dado que distintas emociones pueden coexistir entre si, las combinaciones emocionales posibles del sistema son:

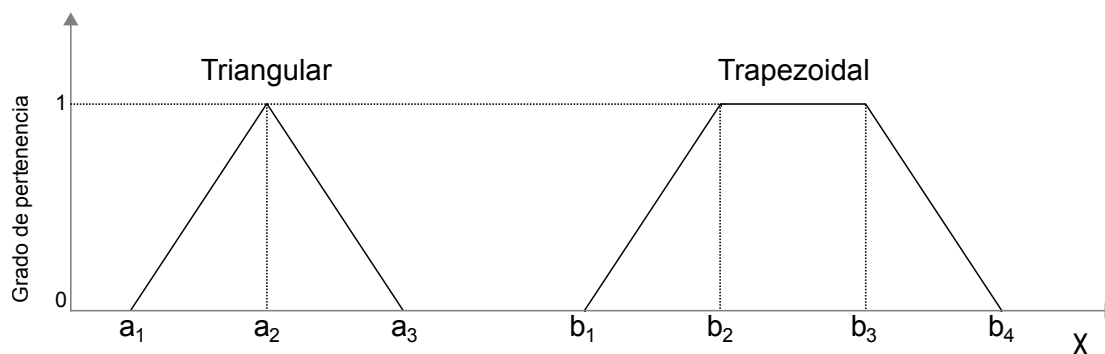
- Alegría y miedo
- Tristeza y miedo

Al combinar emociones mediante la implementación del modelo difuso Mamdani se obtuvo un único resultado que se ha denominado factor emocional, este puede ser negativo, neutro o positivo dependiendo de la combinación emocional e intensidad de las mismas.

Modelo difuso de Mamdani

El modelo fue creado con dos variables de entrada y una de salida. Las funciones de pertenencia utilizadas fueron triangular y trapezoidal. (Figura 3.3).

Figura 3.3: Representación de las funciones de pertenencia triangular y trapezoidal.



Las reglas difusas utilizaron operación unión, tabla 3.2.

El método de defusificación utilizado fue bisector de un área, cuya salida es el valor que separa el área bajo la curva en dos sub-áreas idénticas.

Tabla 3.2: Reglas difusas

Si	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de tristeza	y	la volatilidad a nivel 1 de miedo	entonces	factor emocional es negativo
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de tristeza		la volatilidad a nivel 1 de miedo		factor emocional es negativo
	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de tristeza		la volatilidad a nivel 2 de miedo		factor emocional es neutro
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de tristeza		la volatilidad a nivel 2 de miedo		factor emocional es neutro
	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de tristeza		la volatilidad a nivel 3 de miedo		factor emocional es negativo
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de tristeza		la volatilidad a nivel 3 de miedo		factor emocional es negativo
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de alegría		la volatilidad a nivel 3 de miedo		factor emocional es positivo
	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de alegría		la volatilidad a nivel 3 de miedo		factor emocional es positivo
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de alegría		la volatilidad a nivel 2 de miedo		factor emocional es neutro
	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de alegría		la volatilidad a nivel 2 de miedo		factor emocional es neutro
	la rentabilidad conlleva a nivel 1 de alegría		la volatilidad a nivel 1 de miedo		factor emocional es positivo
	la rentabilidad conlleva a nivel 2 de alegría		la volatilidad a nivel 1 de miedo		factor emocional es positivo
	la rentabilidad conlleva a nivel emocional neutro				factor emocional es negativo

Resultados

La comparación de sistemas que se exponen a continuación dan cuenta del proceso de validación e implementación del sistema. Inicialmente se presentan: el factor emocional y la validación del sistema.

Factor emocional

Para determinar las medidas adecuadas de las funciones de pertenencia del modelo Mamdani, se seleccionó al azar 10000 muestras de 10 retornos continuos, siendo la población objetivo los retornos de las 27 acciones bursátiles descritas. Posteriormente, se aplicó estadística descriptiva a los datos, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 4.1: Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados

	Mínimo	1er Quartil	Mediana	Media	3er Quartil	Máximo
Retorno medio	-0,065	-0,001	0,0004	0,0003	0,002	0,016
D.E.	0,001	0,007	0,009	0,011	0,013	0,209

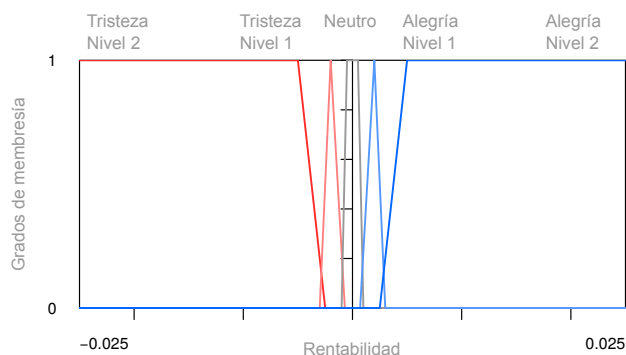
La variable de entrada alegría-tristeza se relacionó con la rentabilidad media del activo, el detalle de su composición se presenta a continuación en la siguiente tabla:

Tabla 4.2: Componentes de la variable alegría-tristeza

Nivel	Función de pertenencia	Medidas
Nivel 2 de tristeza	Trapezoidal	-0,025; -0,025; -0,005; -0,0025
Nivel 1 de tristeza	Triangular	-0,003; -0,002; -0,0007
Neutro	Trapezoidal	-0,001, -0,0005; 0,0005; 0,001
Nivel 1 de alegría	Triangular	0,0007; 0,002; 0,003
Nivel 2 de alegría	Trapezoidal	0,0025; 0,005; 0,025; 0,025

En la figura 4.1 se aprecia la estructura de la variable alegría-tristeza.

Figura 4.1: Estructura de la variable alegría-tristeza



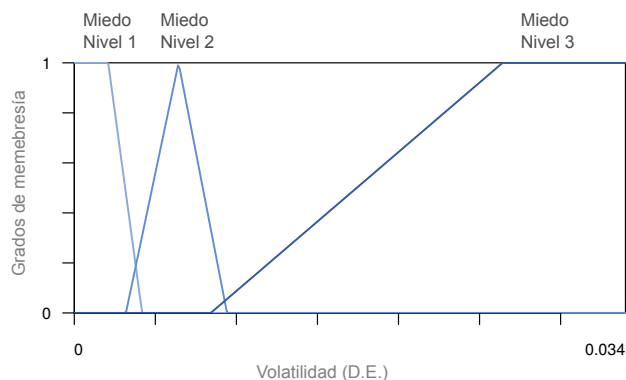
La segunda variable de entrada es miedo, la cual se relacionó con la desviación estándar de los retornos. En la siguiente tabla se presenta su composición.

Tabla 4.3: Componentes de la variable miedo

Nivel	Función de pertenencia	Medidas
Nivel 1 de Miedo	Trapezoidal	0; 0; 0,002092; 0,004184
Nivel 2 de Miedo	Triangular	0,003184; 0,006433; 0,009421
Nivel 3 de Miedo	Trapezoidal	0,008421; 0,026421; 0,034; 0,034

El resultado de la construcción de la variable miedo es el siguiente:

Figura 4.2: Funciones de pertenencia para la variable de entrada (miedo)

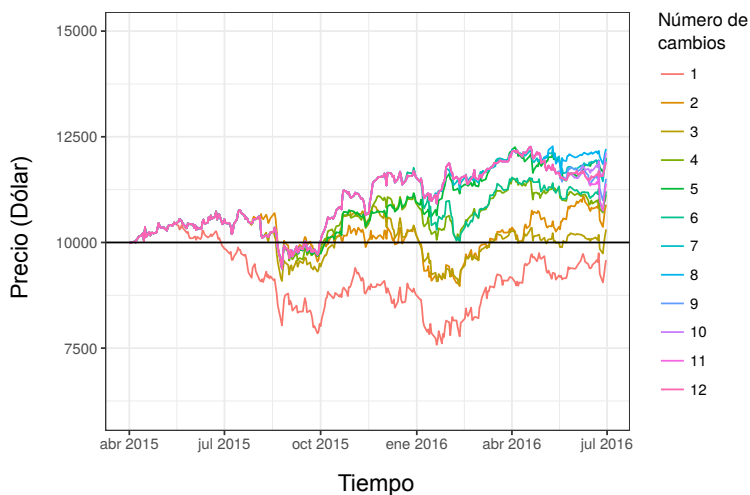


Validación del sistema

Como se mencionó en la metodología, el sistema evaluó semanalmente y propuso nuevos portafolio donde era requerido. Por ende, como máximo el sistema puede generar tantos portafolios como semanas de evaluación se considere.

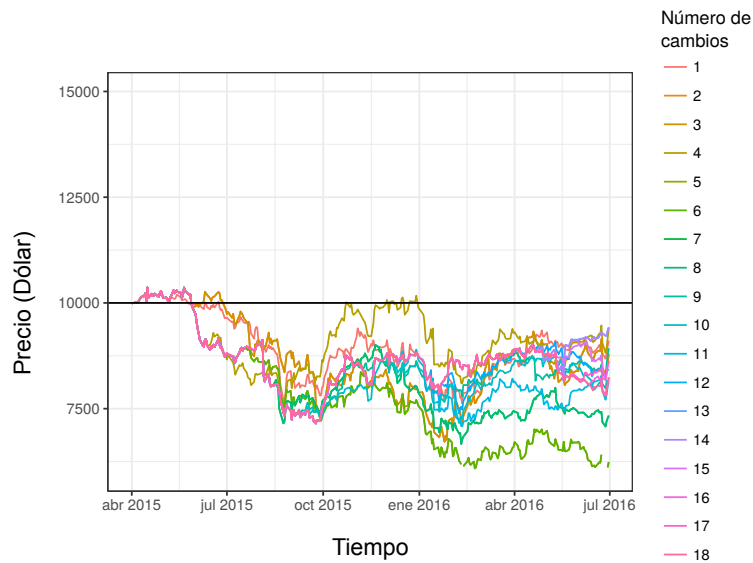
Adicionalmente, en distintos escenarios bursátiles se verificó la conveniencia de los cambios de portafolios generados por los sistemas. Consecuentemente, se evidenció que el sistema racioemocional proporciona cambios que favorecen el aumento de rendimiento del portafolio. En la Figura 4.3 se aprecia un ejemplo de implementación para el sistema racioemocional, donde se visualiza todos los portafolios producto de los cambios sugeridos, desde 1 hasta 12 cambios. El escenario bursátil se contempla entre abril de 2015 a julio de 2016, con una inversión inicial de 10.000 dólares.

Figura 4.3: Portafolios del sistema racioemocional



En la Figura 4.4 se aprecia el comportamiento del sistema racional *CAPM*, con escenario bursátil idéntico al ejemplo anterior.

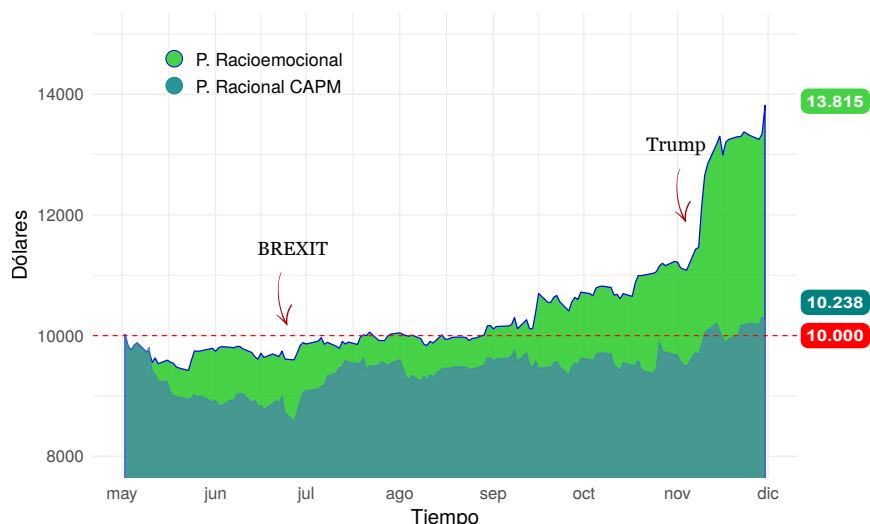
Figura 4.4: Portafolios del sistema racional



Comparación de sistemas

En escenario bursátil particular, entre mayo y diciembre de 2016, donde, sucedió *BREXIT* y las elecciones presidenciales de Estados Unidos, el sistema racioemocional fue comparado con el sistema racional *CAPM*, pudiéndose evidenciar por ejemplo que el efecto *BREXIT* afectó a ambos portafolios pero el sistema racioemocional toleró mejor la caída del mercado, en el caso de las elecciones presidenciales el portafolio racioemocional utilizó la subida del mercado. (ver Figura 4.5).

Figura 4.5: Desempeño de los sistemas en 2016



Paralelamente el sistema racioemocional se comparó con el sistema racional media-varianza y el sistema racional CAPM, en 1000 escenarios bursátiles distintos, y cuyos resultados se presentan a continuación, donde, se comparó las medidas de: retorno medio, volatilidad e índice Sharpe.

Caso: Sistema racioemocional y sistema racional media-varianza

Las variables comparadas fueron retorno medio, volatilidad e índice Sharpe, obteniéndose los siguientes resultados:

En el 64,8% de los escenarios el sistema racioemocional presentó portafolios con mayor retorno medio en comparación a los portafolios generados por el sistema racional media-varianza. En el 57,7% de los escenarios el sistema racioemocional presentó portafolios con menor volatilidad en comparación a los portafolios generados por el sistema racional media-varianza. En el 56,6% de los escenarios el sistema racioemocional presentó portafolios con mayor índice Sharpe en comparación a los portafolios generados por el sistema racional media-varianza.

Aplicando el test de Shapiro-Wilk a los datos: retorno medio, volatilidad e índice Sharpe, generados por ambos sistemas, se concluye que los datos no provienen de una distribución normal. Para más detalle ver Tabla 4.5 y 4.6.

Tabla 4.4: Hipótesis Test Shapiro-Wilk

Hipótesis

Hipótesis nula: Los datos provienen de una distribución normal

Hipótesis alternativa: Los datos no provienen de una distribución normal

Tabla 4.5: Test de normalidad: sistema racional media-varianza

Test Shapiro-Wilk
Muestras pareadas

Retorno medio	
Estadístico W:	0,996
p -valor:	0,032
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico W:	0,991
p -valor:	$1,291e^{-05}$
Indice Sharpe	
Estadístico W:	0,994
p -valor:	0,002

Tabla 4.6: Test de normalidad: sistema racioemocional

Test Shapiro-Wilk	
Muestras pareadas	
Retorno medio	
Estadístico W:	0,996
<i>p</i> -valor:	0,017
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico W:	0,989
<i>p</i> -valor:	$2,322e^{-06}$
Indice Sharpe	
Estadístico W:	0,996
<i>p</i> -valor:	0,039

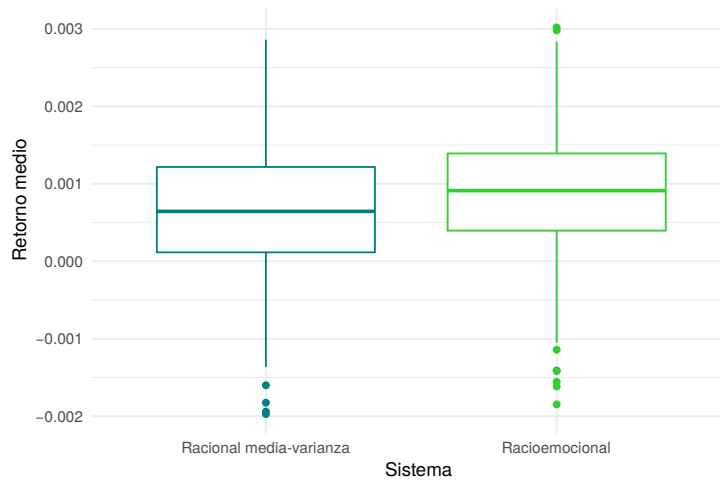
Dada la naturaleza de los datos en la Tabla 4.7 se presentan las siguientes medidas descriptivas.

Tabla 4.7: Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados

	Mínimo	1er Quartil	Mediana	Media	3er Quartil	Máximo
S. racional						
Retorno medio	-0,001	0,00007	0,0005	0,0006	0,001	0,002
Volatilidad (D.E.)	0,006	0,010	0,011	0,011	0,012	0,018
Indice Sharpe	-0,164	-0,023	0,022	0,020	0,069	0,231
S. racioemocional						
Retorno medio	-0,001	0,0003	0,0008	0,0008	0,001	0,002
Volatilidad (D.E.)	0,006	0,009	0,011	0,011	0,012	0,018
Indice Sharpe	-0,147	0,004	0,047	0,044	0,088	0,247

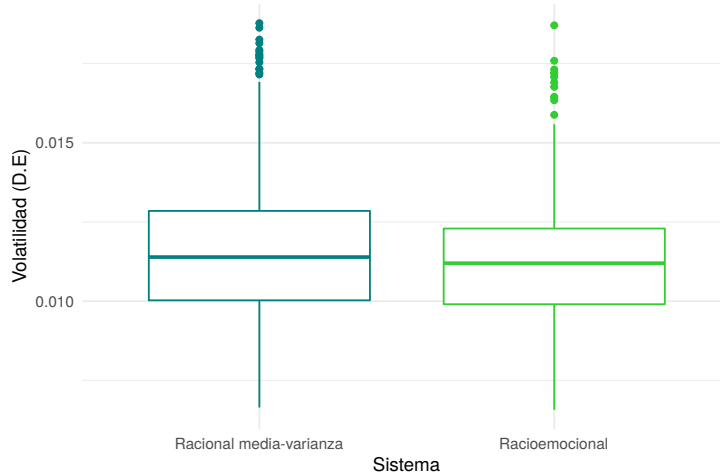
En la Figura 4.6 se aprecia la mediana de los retornos esperados del sistema racional fue de 0,011 con rango intercuartil de 0,001, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,0008 con un rango intercuartil de 0,0009.

Figura 4.6: Retornos medios del sistema racioemocional y racional media-varianza



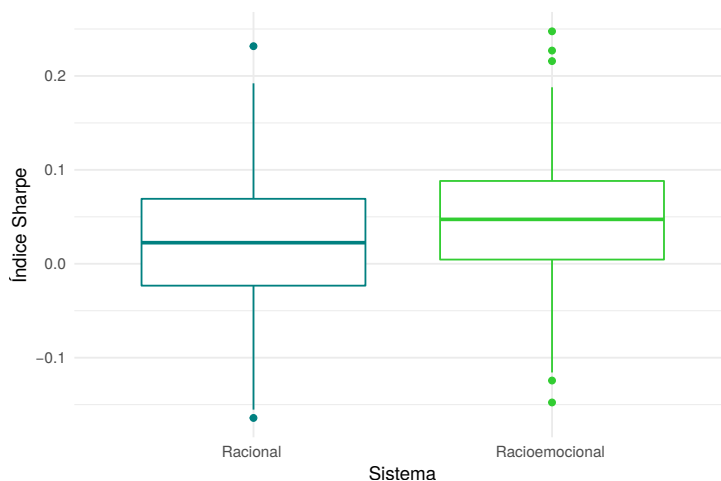
En la Figura 4.7 se aprecia la mediana de las volatilidades de los retornos del sistema racional fue de 0,011 con rango intercuartil de 0,002, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,011 con un rango intercuartil de 0,040.

Figura 4.7: Volatilidades del sistema racioemocional y racional media-varianza



La mediana de los índices Sharpe de los portafolios del sistema racional fue de 0,022 con rango intercuartil de 0,045, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,047 con un rango intercuartil de 0,083 (ver Figura 4.8).

Figura 4.8: Índices Sharpe del sistema racioemocional y racional media-varianza



Mediante el test de Wilcoxon para muestras pareadas, se comprobó la existencia de diferencia estadísticamente significativa en los retornos medios, volatilidad e índice Sharpe. Los retornos medios y el índice Sharpe de los portafolios generados por el sistema racioemocional son significativamente superiores en comparación a los retornos e índices Sharpe generados por el sistema racional media varianza. La volatilidad de los portafolios generados por el sistema racioemocional fue significativamente menor en comparación al sistema racional media-varianza. Ver más detalles en las Figuras 4.6, 4.7, 4.8 y Tablas 4.8 4.9.

Tabla 4.8: Test de diferencia para retorno medio e índice Sharpe

Test de Wilcoxon para muestras pareadas	
Hipótesis nula:	resultado del sistema racional = resultado del sistema racioemocional
Hipótesis alternativa:	resultado del sistema racional < resultado del sistema racioemocional
Retorno medio	
Estadístico V:	152580
p-valor:	$2,2e^{-16}$
Índice Sharpe	
Estadístico V:	0,994
p-valor:	0,002

Tabla 4.9: Test de diferencia para volatilidad

Test de Wilcoxon para muestras pareadas

Hipótesis nula:	resultado del sistema racional = resultado del sistema racioemocional
Hipótesis alternativa:	resultado del sistema racional > resultado del sistema racioemocional
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico V:	0,991
p-valor:	$1,291e^{-05}$

Caso: Sistema racioemocional y sistema racional *CAPM*

Las variables comparadas fueron retorno medio, volatilidad e índice Sharpe, obteniéndose los siguientes resultados:

En el 62 % de los escenarios el sistema racioemocional presento portafolios con mayor retorno medio en comparación a los portafolios generados por el sistema racional *CAPM*. En el 26,8 % de los escenarios el sistema racioemocional presento portafolios con menor volatilidad en comparación a los portafolios generados por el sistema racional *CAPM*. En el 59,2 % de los escenarios el sistema racioemocional presento portafolios con mayor índice Sharpe en comparación a los portafolios generados por el sistema racional media-varianza.

Aplicando el test de Shapiro-Wilk a los datos: retorno medio, volatilidad e índice Sharpe, se concluye que los datos no provienen de una distribución normal (ver Tabla 4.10 y 4.11).

Tabla 4.10: Test de normalidad: sistema racional *CAPM*

Test Shapiro-Wilk

Retorno medio	
Estadístico W:	0,996
<i>p</i> -valor:	0,044
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico W:	0,984
<i>p</i> -valor:	$7,108e^{-09}$
Indice Sharpe	
Estadístico W:	0,990
<i>p</i> -valor:	$3,706e^{-06}$

Tabla 4.11: Test de normalidad: sistema racioemocional

Test Shapiro-Wilk

Retorno medio	
Estadístico W:	0,997
<i>p</i> -valor:	0,175
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico W:	0,995
<i>p</i> -valor:	0,003
Indice Sharpe	
Estadístico W:	0,993
<i>p</i> -valor:	0,0003

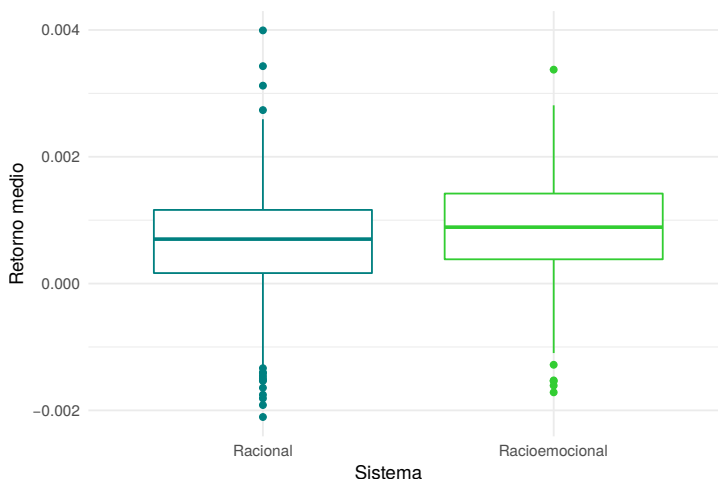
Dada la naturaleza de los datos se presentan las siguientes medidas descriptivas: mínimo, primer cuartil, Mediana, Media, tercer cuartil y máximo. Ver detalles en la Tabla 4.12.

Tabla 4.12: Medidas descriptivas de los retornos medios y desviaciones estándar de distintos retornos muestreados

	Mínimo	1er Quartil	Mediana	Media	3er Quartil	Máximo
S. racional						
Retorno medio	-0,002	0,0001	0,0007	0,0006	0,001	0,003
Volatilidad (D.E.)	0,005	0,009	0,010	0,010	0,011	0,018440
Indice Sharpe	-0,188	-0,009	0,035	0,030	0,072	0,237
S. racioemocional						
Retorno medio	-0,001	0,0003	0,0008	0,0008	0,001	0,0033740
Volatilidad (D.E.)	0,006	0,009	0,011	0,011	0,012	0,017
Indice Sharpe	-0,152	0,007	0,049	0,047	0,091	0,211

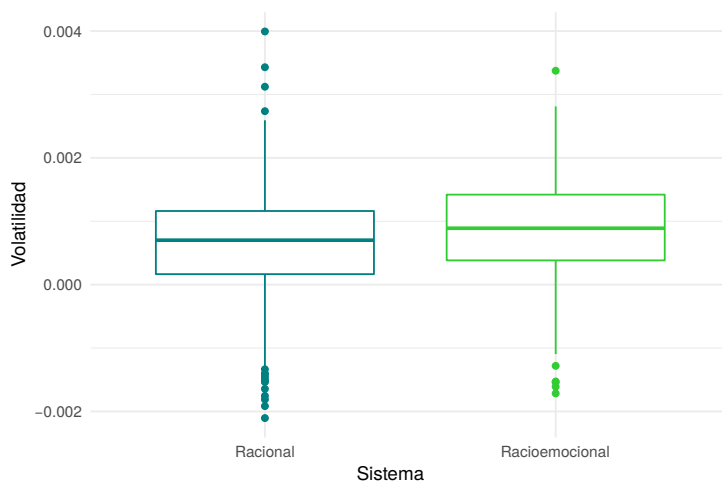
La mediana de los retornos medios del sistema racional fue de 0,0007 con rango intercuartil de 0,0009, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,0008 con un rango intercuartil de 0,001 (ver Figura 4.9).

Figura 4.9: Retornos medios del sistema racioemocional y racional media-varianza



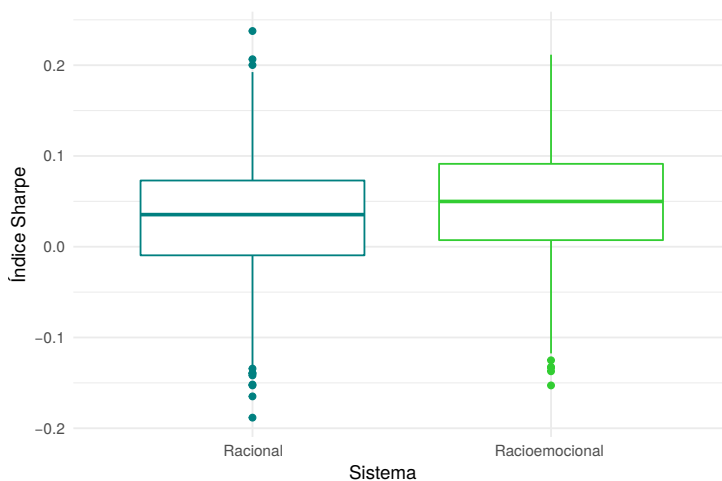
La mediana de las volatilidades de los retornos del sistema racional fue de 0,010 con rango intercuartil de 0,002, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,011 con un rango intercuartil de 0,002 (ver Figura 4.10)

Figura 4.10: Volatilidades del sistema racioemocional y racional media-varianza



En la Tabla 4.12 y Figura 4.11 se aprecia que la mediana de los índices Sharpe de los portafolios del sistema racional fue de 0,035 con rango intercuartil de 0,082, para el sistema racioemocional la mediana fue de 0,049 con un rango intercuartil de 0,084.

Figura 4.11: Índices Sharpe del sistema racioemocional y racional media-varianza



Mediante el test de wilcoxon para muestras pareadas, se comprobó que existe diferencia estadísticamente significativa en los retornos medios, volatilidad y índice Sharpe. Los retornos medios y el índice Sharpe de los portafolios generados por el sistema racioemocional son significativamente superiores en comparación a los retornos e índices Sharpe generados por el sistema racional CAPM. La volatilidad de los portafolios generados por el sistema

racioemocional fue significativamente mayor en comparación al sistema racional CAPM. Para más detalles ver Figuras 4.9, 4.10, 4.11 y Tabla 4.13

Tabla 4.13: Test de diferencia para retorno medio e índice de Sharpe

Test de Wilcoxon para muestras pareadas

Hipótesis nula:	resultado del sistema racional = resultado del sistema racioemocional
Hipótesis alternativa:	resultado del sistema racional < resultado del sistema racioemocional
Retorno medio	
Estadístico V:	175410
<i>p</i> -valor:	$2,2e^{-16}$
Volatilidad (Desviación estándar)	
Estadístico V:	107080
<i>p</i> -valor:	$2,2e^{-16}$
Indice Sharpe	
Estadístico V:	184730
<i>p</i> -valor:	$3,686e^{-13}$

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En el presente trabajo se demostró que incluir emociones artificiales modeladas mediante lógica difusa como una componente emocional, e integrándola con una componente racional en un sistema de toma de decisiones para portafolios eficientes de inversión, permite la obtención de retornos económicos superiores, en comparación con un sistema de toma de decisiones en portafolios de inversión bursátil que no involucra componentes emocionales. Por consiguiente, las emociones artificiales modeladas mediante lógica difusa son influyentes en sistemas de toma de decisiones bursátiles.

Se observó mediante el test de Wilcoxon que en 1000 escenarios bursátiles, el sistema que incluyó la componente racional y emocional logró generar portafolios con retornos medios e índices Sharpe superiores, en comparación con los resultados generados por los sistemas exclusivamente racionales.

Para el desarrollo de este trabajo de investigación se examinó distintas metodologías de construcción de portafolios eficientes de inversión bursátil, asimismo se estudió técnica de modelamiento difuso Mamdani. Los trabajos encontrados en la literatura de El-Nasr y cols. (2000) y Cabrera-Paniagua y cols. (2015) fueron la inspiración para la construcción del sistema de inversión bursátil con componente racional y emocional, modeladas mediante lógica difusa. Además, permitieron la generación de la base teórica para el desarrollo de la investigación.

Un proceso relevante en esta investigación fue la identificación de las características del modelo difuso Mamdani con el cual se generó el factor emocional. Adicionalmente, se puede destacar la complejidad en encontrar el método para la incorporación del factor emocional a la construcción de portafolio.

Se pudo evidenciar que el rendimiento económico de un sistema de toma de decisiones para portafolios eficientes de inversión bursátil incorporando emociones artificiales modeladas

mediante técnicas de modelamiento difuso, es superior, en comparación de un sistema exclusivamente racional.

Finalmente, queda abierta la posibilidad de construcción de otro tipo de sistemas con componente racional y emocional que involucren teoría para la construcción de portafolios no eficientes. Adicionalmente, respecto a los sistemas construidos, existe la oportunidad de involucrar la componente racional y emocional, a través de otros modelos, que pueden estar o no en el marco de la lógica difusa.

Referencias

- Arredondo, T. (2014). *Introducción a la Lógica Difusa*. Descargado de <http://profesores.elo.utfsm.cl/~tarredondo/info/soft-comp/IntroduccionalaLogicaDifusa.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Bengtsson, H., Corrada Bravo, H., Gentleman, R., Hossjer, O., Jaffee, H., Jiang, D., y Langfelder, P. (2016). *matrixStats: Functions that Apply to Rows and Columns of Matrices (and to Vectors)*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/matrixStats/matrixStats.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Bericat Alastuey, E. (2012). Emociones. *Sociopedia. isa*, 1–13.
- Cabrera-Paniagua, D., Cubillos, C., Vicari, R., y Urra, E. (2015). Decision-making system for stock exchange market using artificial emotions. *Expert Systems with Applications*, 42(20), 7070–7083. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2015.05.004> (Visitada: Marzo,2017) doi: 10.1016/j.eswa.2015.05.004
- Carl, P., y Peterson, B. G. (2013). *PerformanceAnalytics: Econometric tools for performance and risk analysis* (n.º 02.05.2014). Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/PerformanceAnalytics/PerformanceAnalytics.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Czogala, E., y Leski, J. (2000). Fuzzy and neuro-fuzzy intelligent systems. *Physica-Verlag, Springer-Verlag Comp.*
- Díaz, A. (2015). *Un acercamiento a la revisión bibliográfica en la actualidad sobre gestión de carteras. Análisis y evaluación* (Tesis de Master no publicada).
- El-Nasr, M. S., Yen, J., y Ioerger, T. R. (2000). FLAME—Fuzzy Logic Adaptive Model of Emotions. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 3(3), 219–257. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1023/A:1010030809960> (Visitada: Marzo,2017) doi: 10.1023/A:1010030809960
- Fromlet, H. (2001). Behavioral Finance-Theory and Practical Application: Systematic Analysis Of Departures From The Homo Oeconomicus Paradigm Are Essential For Realistic Financial Research And Analysis. *Business economics*, 63–69.
- Galindo Gómez, J. (s.f.).

- Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación Universidad de Málaga..*
- Garibaldi, J., Chen, C., y Maintainer, R. (2016). *FuzzyR: Fuzzy Logic Toolkit for R*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyR/FuzzyR.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Hope, R. (2016). *Rmisc: The Rmisc library contains many functions useful for data analysis and utility operations*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/Rmisc/Rmisc.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The review of economics and statistics*, 13–37.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The journal of finance*, 7(1), 77–91. Descargado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x/full> (Visitada: Marzo,2017) doi: 10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768–783.
- Novomestky, F. (2015). *matrixcalc: Collection of functions for matrix calculations*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/matrixcalc/matrixcalc.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Ortony, A., Clore, G. L., y Collins, A. (1990). *The Cognitive Structure of Emotions* (Cambridge University, Ed.). Cambridge.
- Parkin, M. (2014). *Economía* (1ra ed.). Pearson Educación.
- Ryan, J., Ulrich, J., y Thielen, W. (2016). *quantmod: Quantitative Financial Modelling Framework*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/quantmod/quantmod.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Sanchez, W. (2016). *¿Que es el índice Dow Jones?* Descargado 2017-03-19, de <http://dinero.about.com/od/Ahorrando/a/Qu-E-Es-El-Indice-Dow-Jones.htm> (Visitada: Marzo,2017)
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425–442.
- Sievert, C., Parmer, C., Hocking, T., Chamberlain, S., Ram, K., Corvellec, M., y Despouy, P. (2016). *plotly: Create Interactive Web Graphics via 'plotly.js'*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/plotly/plotly.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Tariq, S. (2013). Capital Asset Pricing Model in the Gulf Capital Market; An Empirical study of Bahrain Stock Exchange. *Advances In Management Sep*, 6(941).
- Turlach, B. (2013). *quadprog: Functions to solve Quadratic Programming Problems*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/quadprog/quadprog.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Wickham, H., Chang, W., y RStudio. (2016). *ggplot2: Create Elegant Data Visualisations Using the Grammar of Graphics*. Descargado de <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/ggplot2.pdf> (Visitada: Marzo,2017)
- Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353. doi: 10.1016/

S0019-9958(65)90241-X