

Universidad de Valparaíso  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Civil Industrial



Predicción Del Valor De Un Índice Económico (IPC)  
Mediante Un Modelo De Series Temporales

por

Paulina Fernanda Morales

Trabajo de Título para optar al Grado de  
Licenciado en Ciencias de la Ingeniería y título de  
Ingeniero Civil Industrial

Prof. Guía José Irrazabal

Mayo, 2016

## Índice

|  |           |
|--|-----------|
| Glosario.....  | 4         |
| Lista de abreviaturas .....  | 5         |
| Lista de Figuras.....  | 6         |
| Lista de Tablas.....   | 6         |
| Resumen ejecutivo.....   | 7         |
| Executive abstract.....  | 7         |
| <b>1 Introducción .....</b>  | <b>8</b>  |
| 1.1 Descripción del problema .....                                 | 9         |
| 1.2 Objetivos .....  | 10        |
| 1.3 Hipótesis.....   | 10        |
| <b>2 Marco teórico.....</b>  | <b>11</b> |
| 2.1 Definición de IPC.....   | 11        |
| 2.2 Propósito del índice .....                                     | 12        |
| 2.3 Metodología de cálculo del IPC .....                           | 13        |
| 2.3.1 Los gastos excluidos e incluidos de la canasta del IPC ..... | 13        |
| 2.3.2 Cobertura geográfica del IPC .....                           | 15        |
| 2.3.3 Tratamiento de impuestos y subsidios .....                   | 15        |
| 2.3.4 Situaciones excepcionales en el precio de transacción .....  | 16        |
| 2.3.5 Definición de la canasta de consumo .....                    | 16        |
| 2.3.6 Definición de las ponderaciones .....                        | 19        |
| 2.3.7 Cálculo del índice .....                                     | 19        |
| 2.3.8 Recolección de la información .....                          | 21        |
| 2.4 Series temporales.....   | 34        |
| 2.4.1 Principales características de las series de tiempo.....     | 35        |
| 2.5 MA (q).....  | 36        |
| 2.6 AR (p).....  | 36        |
| 2.7 ARMA .....   | 37        |
| 2.8 ARIMA .....  | 37        |
| 2.8.1 Condiciones y procedimiento del modelado ARIMA .....         | 38        |
| 2.9 ARMAX.....   | 45        |
| 2.10 Redes neuronales artificiales .....                           | 45        |
| 2.10.1 Bases biológicas .....                                      | 45        |
| 2.11 Ventajas y desventajas de las RNA .....                       | 49        |
| 2.11.1 Ventajas .....  | 49        |
| 2.11.2 Desventajas .....   | 50        |
| 2.11.3 Características de las RNA .....                            | 54        |
| 2.11.4 Red Perceptrón .....  | 54        |
| 2.11.5 Perceptrón multicapa .....                                  | 56        |
| <b>3 Análisis de datos.....</b>                                    | <b>59</b> |
| 3.1 Comportamiento del IPC .....                                   | 59        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>4</b> | <b>Experimentación y validación de la hipótesis.....</b>   | <b>63</b> |
| 4.1      | Metodología de experimentación.....                        | 63        |
| 4.1.1    | Selección del modelo.....                                  | 63        |
| 4.1.2    | Herramienta a utilizar.....                                | 63        |
| 4.1.3    | Construcción de la base de datos.....                      | 65        |
| 4.2      | Implementación de la red neural mediante Matlab.....       | 66        |
| 4.2.1    | Herramienta NNstart.....                                   | 66        |
| 4.3      | Implementación con redes neuronales con un modelo NAR..... | 68        |
| 4.3.1    | Análisis de Redes Neuronales NAR con Matlab NNStart.....   | 68        |
| <b>5</b> | <b>Obtención de resultados .....</b>                       | <b>80</b> |
| <b>6</b> | <b>Conclusiones.....</b>                                   | <b>86</b> |
| <b>7</b> | <b>ANEXO .....</b>   | <b>88</b> |
| 7.1      | Tabla: Base de Datos IPC .....                             | 88        |
| <b>8</b> | <b>Bibliografía .....</b>                                  | <b>93</b> |

## Glosario

**IPC:** el índice de precios al consumidor es un valor numérico que refleja las variaciones que experimentan los precios en un período determinado.

**Inflación:** Proceso económico provocado por el desequilibrio existente entre la producción y la demanda; causa una subida continuada de los precios de la mayor parte de los productos y servicios, y una pérdida del valor del dinero para poder adquirirlos o hacer uso de ellos.

**Modelos autorregresivos:** es una representación de un tipo de proceso aleatorio, que como tal, describe ciertos procesos variables en el tiempo ya sea en la naturaleza, la economía, etc.

**Matlab:** Herramienta de software matemático.

**Series temporales:** Se definen como una colección de observaciones de una variable recogidas secuencialmente en el tiempo.

**Lista de abreviaturas**

**AR:** Autorregresivo.

**ARMA:** Autorregresivo y de media móvil.

**ARIMA:** Proceso Auto regresivo Integrado de Media Móvil.

**IPC:** Índice de Precios al Consumidor.

**INE:** Instituto Nacional de Estadísticas.

**MA:** Medias Móviles.

**MPO:** Múltiple prediction output.

**NAR:** Modelo de redes neuronales.

**OSA:** One step ahead.

**UF:** Unidad de Fomento.

**UTM:** Unidad tributaria mensual.

**Toolbox:** Caja de instrumento.

### Lista de Figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura N° 2.1: Cobertura geográfica del IPC .....                                 | 15 |
| Figura N° 2.2: Definición de la canasta de consumo .....                          | 17 |
| Figura N° 2.3: Esquema mes de levantamiento .....                                 | 24 |
| Figura N° 2.4: Componentes de las series temporales.....                          | 34 |
| Figura N° 2.5: Análisis de autocorrelación.....                                   | 41 |
| Figura N° 2.6: Diferenciación de la serie .....                                   | 42 |
| Figura N° 2.7: Identificación de correlogramas.....                               | 43 |
| Figura N° 2.8: Neurona biológica .....  | 46 |
| Figura N° 2.9: Representación gráfica.....  | 47 |
| Figura N° 2.10: Esquema de operación de una NRA .....                             | 48 |
| Figura N° 2.11: Perceptrón simple.....  | 55 |
| Figura N° 2.12: Perceptrón multicapa.....   | 57 |
| Figura N° 3.1: Gráfico comportamiento del IPC.....                                | 59 |
| Figura N° 3.2: Gráfica del IPC (1928-1975).....                                   | 60 |
| Figura N° 3.3: Gráfico del IPC (1977-2015).....                                   | 60 |
| Figura N° 4.1: Modelo de red neuronal auroregresivo.....                          | 64 |
| Figura N° 4.2: Gráfico datos IPC (1928 – 2015) .....                              | 65 |
| Figura N° 4.3: Herramienta NNStart Matlab .....                                   | 67 |
| Figura N° 4.4: Selección de modelo .....  | 68 |
| Figura N° 4.5: Selección de la data .....   | 69 |
| Figura N° 4.6: Porcentaje de los datos a utilizar .....                           | 70 |
| Figura N° 4.7: Selección de los variables para el entrenamiento.....              | 71 |
| Figura N° 4.8: Entrenamiento de la red neuronal.....                              | 72 |
| Figura N° 4.9: Resultados gráficos .....  | 73 |
| Figura N° 4.10: Rendimiento del entrenamiento.....                                | 74 |
| Figura N° 4.11: Histograma de los Errores de Entrenamiento .....                  | 75 |
| Figura N° 4.12: Gráficos de regresión .....                                       | 76 |
| Figura N° 4.13: Gráficos de Resultados y Errores por tiempo de entrenamiento..... | 78 |
| Figura N° 5.1: Esquema de la red neuronal.....                                    | 80 |
| Figura N° 5.2: Gráfica con los datos a utilizar.....                              | 81 |
| Figura N° 5.3: Gráfica resultados de entrenamiento.....                           | 82 |
| Figura N° 5.4: Gráfica resultados de simulación.....                              | 83 |
| Figura N° 5.5: Histograma de errores de simulación .....                          | 84 |

### Lista de Tablas

|  |    |
|--|----|
| Tabla N° 5-1 Tabla con los resultados del valor de simulación..... | 85 |
|--|----|

### **Resumen ejecutivo**

En el trabajo de desarrollo de esta tesis, se estimará el valor de un índice económico basándose en una serie temporal, la estimación se realizará mediante un modelo matemático autorregresivo. Específicamente el índice económico a predecir es el IPC, a pesar de que se sabe que su crecimiento es sostenido a través del tiempo debido a la inflación, se puede obtener un valor exacto en el tiempo a través de su comportamiento anterior. El período con el que se trabaja es de marzo del año 1928 hasta noviembre del año 2015, con datos de frecuencia mensual.

### **Executive abstract**

In the development work of this thesis, the value of an economic index based on a time series, the calculation should be using a mathematical model autoregressive estimate. Specifically predict economic index is the IPC, although it is known that growth is sustained over time due to inflation, you can get an accurate value over time through its previous behavior. The period in which you work is March 1928 until November 2015, with monthly data.

## 1 Introducción

Uno de los grandes desafíos del ser humano es el de predecir distintas situaciones, eso incluye también herramientas de economía.

Para guiar la toma de decisiones en un futuro, se debe contar con la mayor cantidad de información fidedigna para una mayor seguridad.

Un índice importante sobre el cual Chile mide su economía es el IPC. Muchas veces hemos escuchado hablar del índice de Precios al Consumidor, más conocido como IPC. La mayoría de los medios de comunicación informan si este indicador económico subió o bajó, se disparó o se estancó, pero ¿Qué es realmente el IPC? ¿Qué mide este indicador? En pocas palabras mide algo tan simple y a la vez tan fundamental para la personas como lo es el costo de la vida.

En la economía se realizan estimaciones cuantitativas, para analizar el comportamiento a lo largo del tiempo, una forma de predecir agentes inherentes a la economía es a través de la econometría.

Dentro de la econometría existe una forma de modelar que es a través de series de tiempo, la cual a vez cuenta con distintos modelos para realizar una predicción dependiendo de cuál sea su comportamiento. Entre los modelos que se indagarán debido a que se ajustan al tipo de predicción a realizar, tenemos a:

- Modelos AR
- Modelos MA
- Modelo ARMA
- Modelos ARIMA
- Modelos ARIMAX

Sin embargo, todos estos modelos sirven para realizar predicciones de modelos lineales, pero si tuviésemos otro, como por ejemplo, una función exponencial, se tendría que recurrir a otro modelo como NAR.

## 1.1 Descripción del problema

Entrar en el mundo financiero no es fácil, muchas veces las decisiones de compra se toman en base a las expectativas que se tengan del mercado, lo que se busca es atender a la siguiente problemática:

Guiar la toma de decisiones financieras en base a una metodología, para mejorar el grado de exactitud sobre el cual se planifica la inversión.

Ausencia de un método que realice una predicción de forma continua o con más de dos niveles discretos, pues los estudios realizados se limitan sólo a la predicción del signo (+ y -) de un índice económico.

El conocer el valor del IPC mediante el análisis de los valores anteriores, permite analizar una situación futura en la economía, el aumento del costo de la vida, saber si es necesario invertir en algún tipo de negocio, o por el contrario si es que ya lo tengo aumentar mi producción de bienes o servicios.

Las personas necesitan proyectar un índice para tener en cuenta el aumento de los precios de los productos y servicios básicos que necesitan para vivir. Un ejemplo de esto es si se pretende comprar una vivienda, se debe tomar en cuenta el valor que el índice tendrá, pues incide directamente en el aumento que la UF proyectará con el tiempo.

Existen diversos modelos matemáticos estocásticos que permiten resolver el problema en cuestión, lo que será parte del desarrollo de tesis.

## 1.2 Objetivos

### Objetivos generales

Establecer un modelo predictivo basado en series temporales para predecir el valor de un índice económico, específicamente el IPC.

### Objetivos específicos

- Obtener data histórica del índice económico a predecir.
- Conformar matriz de serie de tiempo del índice económico a modelar.
- Estudiar modelo de series temporales.
- Modelar mediante modelo de series temporales.
- Proyectar el valor del índice económico a futuro.
- Evaluar resultados experimentales.

## 1.3 Hipótesis

Un modelo NAR resuelve la predicción del IPC de mejor manera que un modelo lineal, debido a que está preparado para operar con más de una variable en cuestión.

## 2 Marco teórico

En este capítulo, se da a conocer el significado del IPC en conjunto con la metodología de cálculo, además de fundamentar la importancia de su existencia para la economía chilena. También se detallarán los distintos modelos que pueden ayudar a su predicción en el tiempo.

### 2.1 Definición de IPC

El índice de Precios al Consumidor, más conocido como IPC, registra los precios de bienes y servicios que componen la canasta, además de analizar cómo estos precios varían mensualmente. La estructura general de la canasta del IPC proviene de la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF), el objetivo de este levantamiento es conocer el gasto de los hogares por cada uno de los bienes y servicios que se consumen. Para esto, los hogares encuestados del país anotan todos los productos que se han adquirido durante un periodo de tiempo definido. Una vez procesada esta información en el INE, de un gran listado de bienes y servicios, se seleccionan los que consume el 80% de la población en todos los estratos socioeconómicos. En otras palabras, los productos deben tener presencia en al menos cuatro de los cinco quintiles que conforman la canasta del IPC. La canasta debe tener desde elementos básicos como el pan y el arroz, hasta productos o servicios de recreación, como la entrada al cine o un celular. Esto asegura que la canasta sea representativa de los diferentes hogares chilenos. De esta forma nace la canasta del IPC. Los productos y bienes que conforman la canasta del IPC se actualizan cada cinco años, ya que los hábitos familiares de consumo varían. Además se aprovecha de incorporar en cada actualización nuevos estándares internacionales de calidad que aseguran la validez de la medición. Como se explicó al inicio, el IPC mide la variación mensual de los precios. Para saber cómo está la inflación en lo que va del año, se hace un cálculo entre el IPC del mes actual o el de referencia del cual se quiera obtener la información, respecto a Diciembre del año anterior. A este proceso se le llama IPC acumulado. Con esta información podemos que el IPC es un indicador económico de gran importancia para el país y para todas las personas, que se mide en Chile y en gran parte de los países del mundo.

Cada semana del primer mes, el INE cita a los periodistas para informarles el valor del IPC y su variación con respecto al mes anterior. Las personas esperan el valor del índice debido a que de él dependen, por ejemplo, las deudas que tengan en las viviendas debido a

la UF<sup>1</sup>, o las decisiones de compra que tomarán en las mismas. También afecta en los contratos y acuerdos que hayan sido pactados teniendo en cuenta este valor.

## 2.2 Propósito del índice

El IPC sirve para:

- Realizar un seguimiento del costo de vida, aunque no es un índice que técnicamente se defina para ellos, ayuda a realizar una medición. También se utiliza para para nivelar los efectos de la inflación, se aplica a la corrección de los precios como el de los salarios, tipos de interés, UF, productos, etc. El fin es acercarlos al alza de precios.
- Realizar un seguimiento de los precios de los productos que se consumen habitualmente en el hogar con el pasar del tiempo, además tiene un alto impacto en la política monetaria <sup>2</sup>, unidad de fomento (UF) como se mencionó anteriormente, unidad tributaria mensual (UTM)<sup>3</sup>, cambios en las tarifas, como las de transporte, etc. Refleja la pérdida del poder adquisitivo del dinero a través del IPC, por ejemplo, con la misma cantidad de dinero que recibíamos de sueldo el mes anterior, si sube el IPC, podríamos obtener menos productos y servicios, es decir, somos más pobres, aunque se gane lo mismo. Otro ejemplo de esto es lo que ocurre con los contratos de trabajo, muchas veces el Estado ofrece a sus trabajadores un aumento de sueldo en conformidad el IPC ha aumentado con respecto al año anterior. En las empresas también realizan alzas en los sueldos, sin embargo, si lo hacen proporcionalmente al índice quedan con la misma situación económica. Por otro lado, si los sueldos aumentan en un menor grado del incremento del IPC, se pierde poder adquisitivo, la única forma de vernos beneficiados es que suban los precios en una mayor proporción que el indicador. Por lo tanto, podríamos decir que se debe intentar que la subida de precios no

---

1 Unidad que se ajusta mensualmente conforme varía el IPC.

2 Utiliza la moneda como variable para mantener la estabilidad económica de un país.

3 Unidad definida en Chile, que se utiliza como medida tributaria que equivale a un monto en pesos y varía conforme lo hace el IPC.

suben en la misma o mayor proporción que lo hacen los salarios, es decir, se espera tener una tasa de inflación moderada.

## **2.3 Metodología de cálculo del IPC**

### **2.3.1 Los gastos excluidos e incluidos de la canasta del IPC**

El IPC se compone del gasto promedio mensual de los hogares urbanos realizados dentro de las fronteras del país.

Se excluyen:

- Los hogares colectivos, como por ejemplo, hogares de ancianos y de menores, hospitales, etc.
- Gastos nacionales realizados en el extranjero, como hospedaje, pasajes aéreos, cursos de capacitación internacional, etc.
- Transferencias sociales.
- Gastos no monetarios.
- Gastos de adquisición de viviendas.

Por el contrario si incluye los gastos de alquiler.

Se basa en el enfoque de adquisiciones. Se registra el valor total de bienes y servicios adquiridos al interior de un país durante un período de tiempo. Independiente de que se haya consumido parcialmente, o si se pagó en efectivo, cheque, tarjeta o pasivo financiero<sup>4</sup>.

Para calcular el índice se establece una temporalidad, puede ser un año mes u otro, los periodos se referencia se comparan con este para medir su variación.

Cada producto de la canasta del IPC tiene una ponderación. Es el gasto relativo de un producto dentro del total de los gastos, esto viene de la encuesta de presupuesto familiar (EPF). El peso varía según la importancia de consumo del bien o servicio.

Los gastos que se incluyen y se excluyen del IPC se encuentran en el manual de cuentas nacionales (SCN). En la última base del 2013 se dejan afuera el gasto de servicios de viviendas

---

<sup>4</sup> Obligaciones de pago generadas por una financiación externa, ya sea por una persona física o jurídica.

ocupadas por propietarios, transacciones de trueque, gastos en bienes y servicios como ingreso en especie, esto es porque no corresponde a gastos monetarios; compraventa, intereses pagados por servicios de intermediación financiera.

Se incluyen como gastos los pagos monetarios al interior del país en:

- Adquisición en bienes y servicios de consumo final, en el caso de los fletes se considera cuando les es imposible trasladar el bien, o por alguna razón les desmotiva transportarlo.
- Adquisición de autos bajo zona franca, impuesto a transferencia.
- Impuestos indirectos incluidos en el precio final, por ejemplo, IVA<sup>5</sup> tabaco, impuesto a combustibles, etc.
- Derechos administrativos por servicios recibidos, por ejemplo, licencias de conducir, certificados, etc.
- Gasto financiero (comisiones, gastos de administración y operaciones).
- Arriendos pagados por los hogares.
- Inscripciones a clubes o sociedades.
- Seguros, se exceptúa el de vida.

Se excluyen aquellos gastos que no son de consumo, en donde no existe flujo de bienes y servicios, además de gastos al exterior de las fronteras del país:

- Inversión: adquisición de viviendas, activos financieros, reparaciones de viviendas que suban el avalúo del inmueble.
- Intereses y transacciones financieras.
- Interés y cargo de administración (morosos por crédito).
- Adquisición de activos: imposición a la seguridad social AFP o ISP<sup>6</sup>
- Servicios colectivos proveídos por estado, administración pública, defensa, justicia, entre otros.
- Precios de transacciones virtuales “arriendo imputado”<sup>7</sup>

---

<sup>5</sup> Impuesto al valor agregado, aplicado al consumidor final del producto.

<sup>6</sup> Instituto de Salud pública de Chile.

<sup>7</sup> Precio que se pagaría por la vivienda en caso de ser propia.

- Transferencias (recibidas y pagadas): regalos y donaciones.
- Propina, pues en Chile no es obligatorio.

### 2.3.2 Cobertura geográfica del IPC

A continuación en la Figura N° 2.1 se detalla la cobertura geográfica del IPC:

| Región                       | Capital Regional y Zonas Conurbadas   |
|------------------------------|---|
| Región de Tarapacá           | Iquique   |
| Región de Arica y Parinacota | Arica   |
| Región de Antofagasta        | Antofagasta   |
| Región de Atacama            | Copiapó   |
| Región de Coquimbo           | <b>Gran La Serena:</b> La Serena – Coquimbo   |
| Región de Valparaíso         | <b>Gran Valparaíso:</b> Valparaíso – Viña del Mar –<br>Quilpué – Concón – Villa Alemana                     |
| Región de O'Higgins          | Rancagua  |
| Región del Maule             | Talca   |
| Región del BíoBío            | <b>Gran Concepción:</b> Concepción – Chiguayante –<br>Penco – San Pedro de la Paz – Talcahuano –<br>Hualpén |
| Región de la Araucanía       | <b>Gran Temuco:</b> Temuco – Padre Las Casas  |
| Región de los Lagos          | Puerto Montt  |
| Región de los Ríos           | Valdivia  |
| Región de Aysén              | Coihaique   |
| Región de Magallanes         | Punta Arenas  |
| Región Metropolitana         | <b>Gran Santiago:</b> Comunas de Santiago incluyendo<br>Padre Hurtado, Puente Alto y San Bernardo           |

**Figura N° 2.1: Cobertura geográfica del IPC**

### 2.3.3 Tratamiento de impuestos y subsidios

Con respecto al tratamiento de impuestos y subsidios:

- Impuestos/subsidios se excluyen pues no hay contraprestación<sup>8</sup> directa.
- Impuestos al consumo se incluyen, forman parte del precio final de un bien. No pasa lo mismo con el de propiedad, se dejan afuera porque gravan<sup>9</sup> el uso de un activo y no del consumo.
- Derechos administrativos se consideran una adquisición de un servicio y se incluye su precio en el cálculo, siempre que el gubernamental proporcione una contrapartida, por ejemplo, las licencias de conducir.

<sup>8</sup> Servicio o pago que una persona o entidad hace a otra en correspondencia al que ha recibido o debe recibir.

<sup>9</sup> Imponer impuesto u obligación económica.

- d) Subsidios se consideran siempre que no sean discriminatorios, es decir, estén disponibles para todas las personas.

#### 2.3.4 Situaciones excepcionales en el precio de transacción

Hay situaciones excepcionales en el precio de una transacción:

Situación de rebaja del precio, es decir, oferta:

- a) Aplicable a la compra individual de un bien o servicio.
- b) La rebaja debe afectar a la unidad o unidades de la variedad que está en la canasta.
- c) Debe estar disponible para todos.
- d) Ser conocida por los compradores antes de comprar.
- e) Estar claramente identificadas (publicidad en un lugar visible).

Las situaciones que afectan al precio final o los contenidos de un producto se agrupan en cuatro casos:

- a) Rebaja en el precio de la variedad a la que se le toma el precio mensualmente.
- b) La variedad especificada en la canasta se comercializa con otra variedad de regalo.
- c) Ocurre un cambio en el contenido de la variedad.
- d) El precio tiene un descuento expresado en porcentaje.

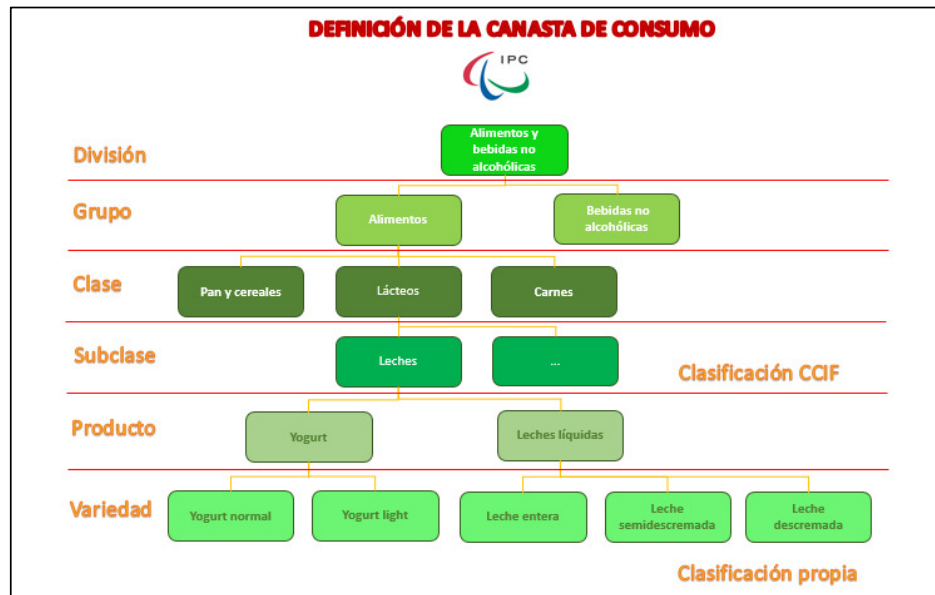
Cuando al momento del levantamiento de precios la variedad está ausente en el establecimiento.

- a) La variedad no está presente y no es posible recolectar el precio.
- b) La variedad no está presente, pero es posible obtener el precio si se vuelve a visitar el establecimiento.
- c) La variedad no se vuelve a comercializar en el establecimiento.

#### 2.3.5 Definición de la canasta de consumo

En cuanto a la definición de la canasta de consumo, va a depender de la clasificación que se fije en el período base.

A continuación en la figura 2.2 se muestra un ejemplo.



**Figura N° 2.2: Definición de la canasta de consumo**

Hay criterios de selección de los grupos, productos y variedades de la canasta. A nivel grupo la cota mínima de ponderación es:

- 0,1% en división “alimentación y bebidas no alcohólicas”.
- 0,1% los demás.

Una vez seleccionados los grupos para cada división “productos”

- a) Cota mínima de ponderación de los productos de 0,02% en gasto total de los hogares
- b) Presencia de gasto de los productos en cuatro de los cinco quintiles según ingreso per cápita.

Finalmente se excluyen los productos en que no existe factibilidad operacional de recolectar sus precios.

### 2.3.5.1 Criterios de selección de nuevos productos

En cuanto a los nuevos productos se tiene que:

- a) Productos ausentes en canasta previa.
- b) Productos que en canasta previa eran una variedad.

En el grupo que se mantienen de la canasta anterior:

- a) Productos que no modifican su glosa respecto de la canasta anterior.
- b) Productos que modifican su glosa con respecto a la canasta anterior.
- c) Productos que se fusionan con otros.
- d) Productos que se fusionan con otros y definen un nuevo producto.

Un producto deja de formar parte de la canasta debido a dos situaciones:

- a) Obsolescencia.
- b) No cumplir con los criterios de selección.

La información para seleccionar las variedades proviene de: estudios de mercado, encuestas estructurales y grandes cadenas de tienda.

Anualmente se revisa la pertinencia de las variedades. Para esto se utiliza participación de mercado registrada el año anterior, de tal forma que sean los más representativos del consumo de los hogares.

Para seleccionar variedad se utilizan los siguientes criterios:

- a) Representatividad.
- b) Permanencia.
- c) Nivel de dificultad en la medición (solo cuando es estrictamente necesario).
- d) Hábitos de consumo (tomate).

### 2.3.6 Definición de las ponderaciones

Se excluyen gastos de trueque, producción de autoconsumo, inversiones y transferencias que no constituyen un gasto de consumo.

Las ponderaciones como para autos usados. Seguros y juegos de azar se ajustan, ya que la EPF utiliza el criterio de gastos brutos<sup>10</sup>.

Las ponderaciones permanecen fijas y constantes desde el nivel de producto y hasta el nivel superior de división, dado que es un índice tipo Laspeyres<sup>11</sup>. En niveles superiores no hay ponderaciones, las variedades están autoponderadas.

#### 2.3.6.1 Registro de los precios

El IPC considera los precios en pesos, sin embargo, existe la comercialización de bienes y servicios expresados en otras unidades monetarias.

- a) Bienes y servicios expresados en UF, UTM o valores indexados<sup>12</sup> al IPC.
- b) Bienes y servicios valorados en dólares.

El INE informa anticipadamente las fechas de publicación de valor del IPC, para lo cual cita a una conferencia a periodistas.

### 2.3.7 Cálculo del índice

Con respecto al cálculo del índice

Se construye en dos etapas:

- a) Primera etapa: con la información de variedad-establecimiento se calculan los agregados elementales<sup>13</sup>. Las variaciones de cada uno de ellos se agrupan con media geométrica.
- b) Segunda etapa: se agrupan dos índices elementales para obtener los índices de nivel superior. Para ello se utiliza la media aritmética ponderada. Desde el nivel del producto hasta el IPC.

---

<sup>10</sup> Gasto total efectuado por un agente económico.

<sup>11</sup> Fórmula utilizada para calcular el IPC en donde se sobrevalora sistemáticamente la inflación.

<sup>12</sup> Contratos o acuerdos preestablecidos para que se ajusten mediante varia el IPC.

<sup>13</sup> Conforman la unidad más pequeña sobre la cual se va a calcular el IPC.

Finalmente la agregación sucesiva de índices de nivel superior permite el cálculo del IPC en un período construido con Laspeyres, que mantiene fijas las cantidades en un período base y se calcula tal como se muestran en las Fórmulas N°2-1 y N° 2-2

$$p_t = \frac{\sum_{i=1}^N p_i^t q_i^0}{\sum_{i=1}^N p_i^0 q_i^0}$$

Fórmula N° 2-1

En que:

$$p_i^t = \prod_{j=1}^n \left( \frac{v_j^t}{v_j^{t-1}} \right)^{1/n}$$

Fórmula N° 2-2

Donde:

$p_i^t$ : Precios en el período t de los bienes y servicios i.

$p_i^0$ : Precios en el período base (t=0) de los bienes y servicios i.

$q_i^0$ : Cantidad de bienes y servicios en el período base (t=0) de los bienes y servicios i.

N: Número total de bienes de la canasta.

$v_j^t$ : Precio de la variedad j en el período t.

$v_j^{t-1}$ : Precio de la variedad j en el período t-1.

N: Número de variedades.

Este índice se puede expresar como la media aritmética ponderada de los relativos de precios que utilizan como ponderadores las participaciones en el gasto del período base. En el caso del IPC se calcula como se muestra en la Figura 2-3:

$$IPC(t) = I^t = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{p_i^t}{q_i^0} w_i \right] * 100 = \left[ \sum_{i=1}^N I_j^t w_i \right] * 100$$

Fórmula N° 2-3

Donde:

$w_i$ : Ponderación del gasto del producto i

$I_j^t$ : Relativo de precios del producto i en el período t

### 2.3.8 Recolección de la información

La recolección de la información implica la definición de las variedades, disponibilidad de las especificaciones de ellas y existencia de procedimiento de recolección.

#### 2.3.8.1 Variedades y su especificación

La variedad es una manifestación de un bien o servicio que varía según la marca, descripción, tamaño, contenido, el envase y procedencia.

Las variedades se determinan según la participación de mercado. Las características se incluyen en las especificaciones.

Para el seguimiento se debe incluir una descripción de las variedades a las que se les toma el precio.

Una especificación de canasta es una descripción general de una variedad que determina nivel y evolución de precios, orienta al investigador de precios en la selección de una variedad cuando tiene que proponer reemplazos, pueden ser estrictas o amplias, depende de la preferencia de cada país; pero se pueden agrupar.

- Especificación estricta: el investigador puede identificar fácilmente entre todas las alternativas.

Para las variedades heterogéneas como zapatos de mujer requiere especificación por el margen de diferencia, pero si es de tipo homogénea como la gasolina no debe ser tan detallada.

- Especificación amplia: rápida evolución de los gastos de los consumidores, una vez elegida la variedad se complementa con las especificaciones en terreno, estas son características específicas que determinan la variedad a la que se toma el precio.

#### 2.3.8.2 Frecuencia de la recolección de precios

La frecuencia de recolección de precios se obtiene de las siguientes formas:

- Directamente en los puntos de compra.
- Centralizada en la casa de matriz del establecimiento lo que se llama "recolección centralizada".

Se utiliza recolección centralizada el nivel de precios en los distintos establecimientos:

- a) Es idéntico y definido.
- b) Cuando se trata de empresas que prestan servicios regulados.

Aquellos precios que son más volátiles se recolectan con mayor frecuencia en un período de uno a cinco en el mes y los con menor frecuencia hasta una vez al año como los servicios de educación.

#### 2.3.8.3 Tratamiento de precios recolectados:

- Una observación al mes: el precio ingresa al sistema del cálculo del IPC tal como se recoge, se excluyen aquellos que requieren de un cálculo especial (aseo, vestuario, etc.).
- Más de una observación al mes: ingresa al cálculo como la media equiponderada de las observaciones del establecimiento en el mes que se realiza el cálculo.
- Cálculos especiales: medición que se destina a obtener un precio que entra en el cálculo del IPC pero no resulta de una medición directa, por ende, requiere de tratamiento ad-hoc.<sup>14</sup>En esta situación se encuentran:
  - a) Productos con precios compuestos, como el servicio de agua potable, tiene una parte fija y otra variable.
  - b) Gasto en productos con agregación de múltiples pagos, como el servicio educacional que se paga matrícula, incorporación y arancel.
  - c) Productos cuyo precio está efectuado en unidades monetarias como las viviendas que están en UF.

#### 2.3.8.4 Precios recolectados y su tratamiento:

Se realiza por medio de encuestas directas aplicadas en los hogares.

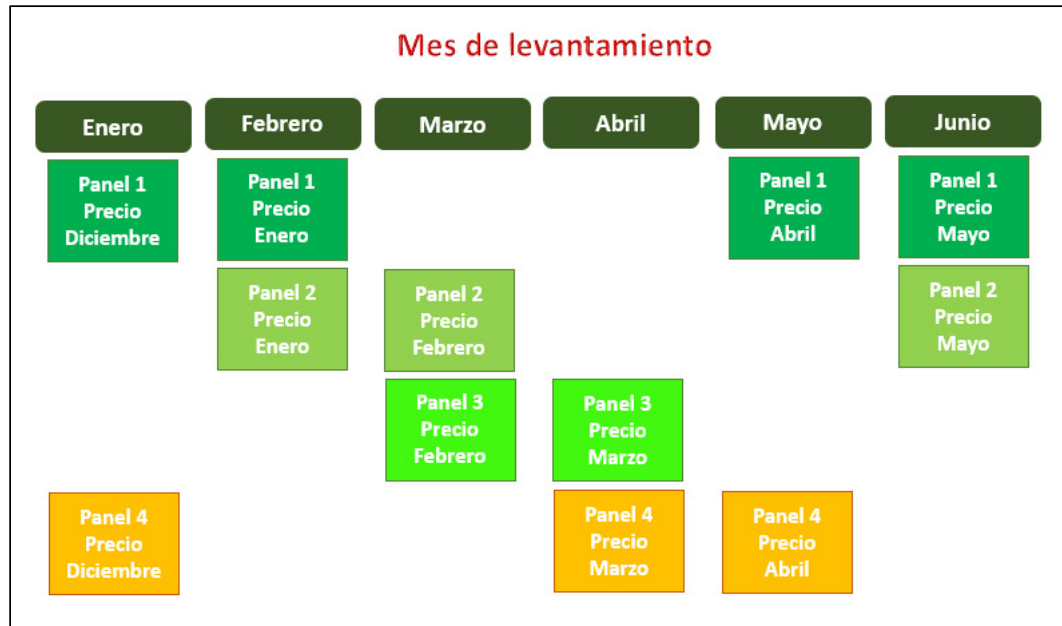
---

<sup>14</sup> Solución específicamente elaborada para un problema o fin preciso y, por tanto, no generalizable ni utilizable para otros propósitos.

➤ Arriendo de la vivienda

Se excluye el gasto de viviendas ocupadas por sus dueños. Las viviendas que conforman la muestra son asignadas a cuatro paneles de forma que sean homogéneos. Los precios se levantan de forma bimestral, tomando el precio del segundo mes, ese panel es el que entra en el cálculo del IPC, a este mes en el próximo cálculo no se le toma el precio.

A continuación en la Figura N° 2.3 se muestra el proceso de toma de precios del arriendo de una vivienda.



**Figura N° 2.3: Esquema mes de levantamiento**

El valor mensual del arriendo de la vivienda se obtiene como media geométrica autoponderada aplicada a las variaciones de los arriendos.

Una vivienda sale de la muestra cuando:

- Deja de estar arriendo y la ocupa su dueño.
- Se destina a un uso no de vivienda.
- Rechazo para responder encuesta.
- Vivienda sin moradores por más de seis meses.
- Vivienda destruida.
- Información no fidedigna.

#### 2.3.8.5 Servicio doméstico

Labores de hogar como lavado, planchado, cocinería, entre otros, que realizan los trabajadores puertas adentro y afuera.

De forma mensual se consulta en un hogar el monto cancelado en el mes anterior, cantidad de horas trabajadas y forma de pago. El tratamiento y metodología de precios es el mismo que el de las viviendas, es decir, con los cuatro paneles que se calculan de manera bimestral.

El seguimiento se realiza solo a los hogares que gastan en servicio doméstico por medio de una encuesta. Para tener en cuenta la variación se calcula la media geométrica con las variaciones de los pagos.

#### 2.3.8.6 Recolección de precios en las empresas

En el caso de los consumos que no son constantes y varían según el consumo del hogar, se hace una “cuenta tipo” para el consumo constante.

Una cuenta tipo es el valor de un número de partidas complementarias que refleja el consumo de suministro de agua, gas, electricidad, entre otras, en que una parte es fija y otra variable.

#### ➤ Vivienda y servicios básicos

- a) Seguridad de la vivienda: Se mide a través de planes de monitoreo. Se toman en cuenta las empresas con mayor participación en el mercado, se abre una cuenta tipo con los gastos de instalación, arriendo de equipo y monitoreo, ingresando al IPC como la media geométrica de las variaciones de los precios de cada una de las cuentas.
- b) Suministro de agua potable y alcantarillado: Se construye con una cuenta tipo con gastos fijos y variables. Los consumidores se dividen en consumo medio y consumo alto. Las cuentas tipo se distinguen entre período punta y no punta, se valoran con las tarifas al día 15 de cada mes. Para el cálculo se usa una media geométrica ponderada.

La valorización considera:

- Cargo fijo: Se debe pagar haya consumo o no.
- Cargo variable punta ( $\$/m^3$ ): pago de una mayor demanda, se da entre diciembre y marzo.
- Cargo variable no punta ( $\$/m^3$ ): tarifas entre Abril y Noviembre.

- Cargo variable de sobreconsumo ( $\$/m^3$ ): nivel de consumo sobre el cual se aplica la tarifa de autoconsumo. Se aplica entre Julio y Noviembre.
  - Cargo variable por servicio de alcantarillado de aguas servidas: pago por retiro de aguas servidas desde el inmueble, es proporcional al agua potable.
  - Cargo variable por tratamiento de aguas servidas: pago por servicio de tratamiento que garantiza que las aguas servidas cumplan con la normativa.
- c) Suministro eléctrico: al igual que otros servicios básicos se elabora una cuenta tipo, clasificando el consumo en bajo, Medio y alto. Se consultan las tarifas el día 15 vigente de cada mes. Ingresan al IPC como el promedio geométrico ponderado.
- d) Suministro de gas: hace la diferencia entre gas de red y licuado.

El gas de red se obtiene del consumo promedio representativo a través de una cuenta tipo por distribuidora, formada por cargos variables y servicios adicionales. Para la valoración de la cuenta tipo se utiliza el tarifario más común, es decir, el mayor porcentaje de uso entre los usuarios. De forma mensual entra al cálculo del IPC como el promedio geométrico ponderado de las variaciones.

El gas licuado del petróleo se distribuye a granel y en cilindros.

El gas licuado del petróleo a granel se considera una cuenta tipo por empresa distribuidora, se valoriza mensualmente con gastos de gas separando los gastos fijos de los variables. Anualmente se realiza una encuesta estructural para determinar los consumos promedios y la participación de mercado.

- Gas licuado del petróleo en cilindros: no tiene tratamiento especial sigue el criterio del registro de precio de bienes.
- Servicios para la conservación y reparación de la vivienda: se toman los servicios de mano de obra de gasfitería, reparación de cristales, reparación eléctrica y de pintura. Se toma el precio de la tarifa cobrada y entra en el cálculo del IPC a través de una media geométrica de las variaciones.

## ➤ Salud

- a) Productos, artefactos y equipo médico: canasta de productos que utilizan en los hogares para combatir enfermedades. Para la toma de precio se seleccionan las

variedades más comercializadas. En el caso de los medicamentos, los productos de la canasta se clasifican según los grupos terapéutico.

- b) Servicios para pacientes externos: Se valoriza un conjunto de consultas médicas de diferentes especialidades.
- c) Servicios de hospitalización: corresponden a los de mayor frecuencia de uso en clínicas privadas y hospitales.

➤ Transporte

- a) Adquisición de vehículos motorizados: sigue el modelo y la marca más vendida, se utiliza información de importaciones de vehículos al año.

La canasta de automóviles nuevos:

- Anualmente se seleccionan las marcas y modelos de automóviles de pasajeros diferenciándose de vehículos todoterreno.
- Se construyen dos paneles con el auto de pasajeros y los vehículos todoterreno con los modelos más comercializados del año anterior según las ventas ponderadas.
- Se elige la versión más comercializada de las dos clasificaciones, esto debido a que los precios de las distintas versiones se comportan de manera parecida.

Los precios mensuales de los autos nuevos se registran en las concesionarias, mientras que los usados en sitio web y anuncios clasificados en la prensa.

- b) Funcionamiento del equipo de transporte personal: los precios de repuestos y elementos de conservación y reparación se toman siguiendo las pautas de recolección.
- c) Servicio de peaje: Se atiende a cada variedad, tanto horaria como de ubicación. Para obtener el índice se agrega a través de una media geométrica.
- d) Servicios de transporte: se distinguen tres tipos: aire, carretera, urbano por aire y combinado. Para la selección se usa el criterio de mayor frecuencia.

Transporte de pasajeros por vías urbanas y carreteras:

- a) Servicio de pasajeros por vías urbanas y carreteras
  - Servicio de transporte de pasajeros por vías urbanas: taxi, colectivo, transporte escolar, transporte en microbús y transfer. Se establece un recorrido típico y sus tarifas son las que entran al cálculo del IPC.

- Servicios de pasajeros por carreteras: bus interurbano, se toma el valor de un pasaje de adulto clásico.
  - Servicios de transfer: tarifa de un pasajero desde la ciudad al aeropuerto.
- b) Transporte de pasajeros por aire
- Servicio de transporte: formado por aéreo nacional e internacional. Se toma origen/destino, más frecuente. Opera como mercado futuro, la tercera semana se consulta valor para el otro mes (estadía de una semana).
- c) Transporte combinado de pasajeros
- Servicio de transporte combinado de pasajeros, considera buses de acercamiento. Troncales y subterráneo. Se toma el valor tarifa adulto en las diferentes combinaciones de los 120 primeros minutos. El precio ingresa al cálculo del IPC como media geométrica ponderada de la tarifa adulto por todas las combinaciones de uso y horario con cambios de precios.

➤ Comunicaciones

- a) Equipos telefónicos: No se requiere de tratamiento especial. Se consideran equipos de gama baja, media y alta.
- b) Servicios telecomunicaciones residenciales: se usa una cuenta tipo por empresa y por tipo de servicio. La cuenta se forma con el consumo promedio de un conjunto de componentes, se valoran a través de minutos según los precios del mercado. Ingresan al cálculo del IPC como el promedio geométrico ponderado de la participación de cada uno de los servicios.
- Servicio de conexión a internet: Se contrata separadamente de los packs. Se sigue el plan más contratado por clientes. Para el cálculo se usa una media geométrica ponderada.
  - Servicio de conexión a internet móvil: Se contrata aparte de servicios packetizados, el criterio es similar a lo anterior.
  - Servicio pack de telecomunicación: Se toma el precio de los servicios packetizados más frecuentes. Se toma el precio mensualmente e ingresa al cálculo del IPC como media geométrica ponderada.

-Servicio telefonía móvil: se toma el precio de los planes que concentran la mayor cantidad de clientes de cada mes de minutos y mensajería. Se obtiene con una media geométrica ponderada.

-Servicio telefonía fija: Se incluyen clientes con plan y prepago. En el caso del plan se siguen los que generan mayor concentración de clientes, se agrega precios variables que representa promedio. Para el prepago Se sigue el valor de recargo y el precio por minuto, además se agrega el horario. Se calcula según la media geométrica ponderada.

-Servicio de televisión residencial: se toman separadamente de los servicios paquetizados. El criterio es similar a los anteriores.

➤ Recreación y cultura

Concentra la mayoría de los productos tecnológicos cuya característica principal es su rápido cambio tecnológico, que muchas veces corresponde a un cambio de calidad. Para casos de televisor, cámara entre otras, se dispone de ecuaciones hedónicas, las que permiten estimar la diferencia de calidad.

➤ Servicios de educación

Enseñanza pre-escolar y enseñanza básica, enseñanza media enseñanza postsecundaria no terciaria, enseñanza superior. Para obtener el precio de los servicios de educación se recurre a la suma de la matrícula y arancel, en algunas partes se agrega el costo de la cuota de incorporación. Se elabora una cuenta tipo por establecimiento y el cálculo se realiza mediante media geométrica. Los valores se modifican una vez al año. La valoración entra al IPC solo en los meses que se ofrece, es decir, de marzo a Diciembre.

➤ Bienes y servicios diversos

- a) Seguros: Se levanta el automotriz. Se calcula con la media geométrica. Para controlar se define un cliente promedio, con comportamiento que no cambia en el tiempo.

b) Servicios financieros: gastos de productos financieros que no tienen que ver con la tasa de interés, entre estos, gastos de administración, mantención de cuentas, etc. Se toma el precio de manera mensual. El producto gasto financiero está formado por:

- Comisiones de bancos e instituciones financieras.
- Comisiones de casas comerciales asociados a créditos de consumo.

Para calcular las variedades se utiliza un promedio geométrico ponderado, por la importancia de las empresas.

c) Sala cuna: se toma el valor de la matrícula y el arancel, por el cuidado de un menor de dos años. El precio se arrastra hasta que se dé un aviso de cambio en el precio. Se obtiene con una media geométrica.

#### 2.3.8.7 Tratamiento de precios faltantes

Esto ocurre por desabastecimiento, estacionalidad o desaparición de una variedad. El proceso mediante el cual se completan los precios faltantes se denomina imputación de precios, esta consiste en asignar una variedad para la cual no se tiene un precio.

#### ➤ Tratamiento de precios faltantes por ruptura de stock

Último recurso cuando se han utilizado todas las instancias para completar la información  
Cuando falta una variedad en el establecimiento:

- a) Se escoge la misma variedad en establecimientos similares, siempre y cuando sea representativo.
- b) Si no se dispone con el nivel de precios mínimo para escoger la variedad en establecimientos similares, se busca en otros establecimientos.
- c) Si no es posible ninguna de las opciones anteriores se imputa con la variación de precios las otras variedades que componen el producto al que pertenece la variedad.
- d) Si lo anterior no se cumple se busca el precio en zonas de proximidad geográfica.
- e) Si lo anterior no se cumpla se utilizan las variaciones de la zona geográfica próxima que cumpla con la representatividad.
- f) Si lo anterior no es cumplido, se imputa por la variación de la subclase.

- g) Si de forma extraordinaria no se cumple, se realiza el método de arrastre, para el mes que no está disponible la variedad, hasta que éste se encuentre.

➤ Tratamiento de precios faltantes estacionales

No se encuentran en todas las estaciones del año. Divisiones como la de “alimentos y bebidas no alcohólicas” con “vestuario” se ven fuertemente variadas según la estacionalidad a la que se vean sujetas.

En la canasta de frutas y verduras se separa aquellas que están presentes todo el año, de aquellas que presentan una estacionalidad. En cuanto al vestuario se definen las variedades según la temporada.

➤ Tratamiento de precios faltantes productos temporales

No están disponible todo el año, por diversas razones, climáticas, comerciales o institucionales. Se identifican los meses en que se debe levantar el precio.

El método de imputación que se utiliza para los períodos fuera de temporada es el arrastre, se hace repitiendo el último precio que se le tomó al producto, hasta que se ingresó en un período que se pueda volver a levantar el precio debido a que se encuentra nuevamente en su temporada.

➤ Productos que se distribuyen gratuitamente

Algunas empresas lo ofrecen de forma excepcional.

- a) Se da cuando una empresa o institución, ya sea pública o privada, entrega un producto o servicio de manera temporal y el Estado lo subsidia. En este caso el precio se arrastra.
- b) Cuando una empresa pública o privada entrega un producto o servicio de forma gratuita, se considera como una transferencia y no una venta, razón por la cual se excluye del cálculo del IPC. Si se comenzara a cobrar por el producto tendría que ingresar al cálculo como una nueva variedad.

### 2.3.8.8 Reemplazos de variedades y cambios de calidad

#### ➤ Reemplazo de variedades

Se aguanta la ausencia de un precio de una variedad como máximo en dos meses, si en el segundo mes no se encuentra el precio de la variedad se debe proponer un reemplazo que cumpla con las características de las especificaciones de la canasta. En el caso de cambios por moda en el caso del vestuario o de tecnología, el reemplazo se debe realizar en el primer mes de la ausencia del producto.

#### ➤ Ajuste de calidad

Se define bajo un punto de vista de producción, se mide a través de las especificaciones y evolución del producto que quedan reflejados en su precio.

Cuando hay un cambio en la calidad del producto se ajusta el precio de un bien, por ende también lo hacen sus características, sin embargo, no todas. Es por esto que se debe evaluar la perspectiva de los consumidores, esto se traduce en un cambio en su utilidad.

El ajuste de calidad permite comparar la calidad entre dos variedades para quitársela al precio de otra variedad de reemplazo y mantener constante la calidad de la canasta. Es un cálculo de cuanto el consumidor está dispuesto a pagar de más por la característica de la variedad con una mejor calidad.

El IPC mide la variación de precios en un determinado período de tiempo, cada vez que se realiza una sustitución se busca mantener constante la calidad del producto, sin embargo, con los cambios técnicos, por lo que en la calidad son distintos. Lo que se busca es determinar que parte del nuevo del precio de la nueva variedad corresponde a la diferencia de calidad con la variedad anterior, para ocupar en el cálculo del IPC el precio puro.

Se utilizan los siguientes métodos de ajuste de calidad:

- a) Método en el cual no se determina la magnitud de diferencia de calidad:
  - Variedades comparables: Las características de las variedades son similares, por lo tanto cuando la variedad desaparece y se realiza el reemplazo, las variaciones de precio se explican no por la calidad. Sino por condiciones de mercado.

- Variedades no comparables: las características de la variedad de reemplazo con la que ya no existe son distintos, por lo tanto la diferencia de precios aquí se explica por diferencias en la calidad, por ende no son comparables.
- b) Métodos de ajuste donde se cuantifica la diferencia de calidad: se realiza un ajuste en la calidad a saber. Ocurre cuando los productos son muy complejos.
  
- Método de solapamiento: se calcula un cociente del precio de la variedad de reemplazo con la que desaparece, el resultado se toma como el indicador de la variación debido a la calidad. El método asume que la diferencia de la calidad equivale a la diferencia en el precio.
- Método de opciones: se ajusta el precio del bien que desaparece por un valor igual a los costos de los atributos adicionales del nuevo producto.
- Método de regresión hedónica: el precio de la variedad se explica por el conjunto de características que el bien contiene, se desarrolla una ecuación del precio en función de las características.

#### 2.3.8.9 Técnicas y criterios para asegurar la calidad del índice

Se valida la información en los establecimientos, se debe verificar la no existencia de errores muestrales producto de la digitación. Se eliminan los relativos de precios que estén fuera del rango +/-20%, identificando que no se trata de un valor atípico.

#### 2.3.8.10 Programa de mejoramiento del IPC

Se compromete a mostrar un índice frecuentemente actualizado. Con fórmulas hedónicas<sup>15</sup> se muestra la evolución de los precios de los productos, donde se incorpora nuevas características que mejoran la calidad del producto o servicios.

---

<sup>15</sup> Relación entre el precio de un bien heterogéneo y las características diferenciadoras que contiene.

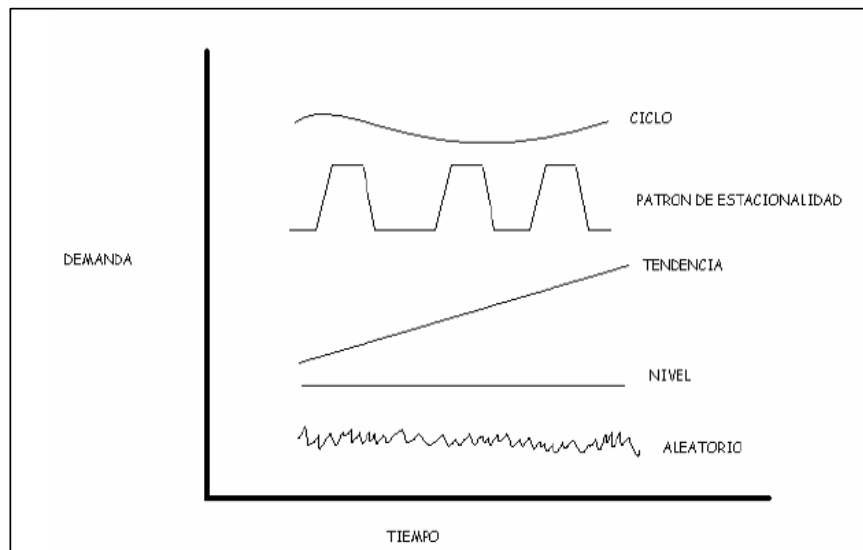
## 2.4 Series temporales

Las series temporales pueden clasificarse en:

- Estacionales: son constantes en el tiempo, es decir con media y varianza constantes.
- No estacionales: tendencia y variabilidad cambian en el tiempo.

Cuando hablamos de series de tiempo tenemos que reconocer que están influenciadas por componentes que son: tendencia, estacionalidad, ciclicidad e irregularidad.

A continuación en la Figura N° 2.4 se detallan los componentes de una serie temporal.



**Figura N° 2.4: Componentes de las series temporales**

- **Tendencia:** representa el movimiento predominante de la serie. Esta puede ser definida vagamente como el cambio de la media a lo largo de un extenso período de tiempo.
- **Ciclo:** Caracterizado por oscilaciones alrededor de la tendencia con una larga duración, y sus factores no son claros. Por ejemplo, fenómenos climáticos que duran varios años.
- **Estacionalidad:** es un movimiento periódico que se producen dentro de un periodo corto y conocido. Este componente está determinado, por ejemplo, por factores institucionales y climáticos (menores a un año).
- **Aleatorio:** son movimientos erráticos que no siguen un patrón específico y que obedecen a causas diversas. Este componente es prácticamente impredecible. Este

comportamiento representan todos los tipos de movimientos de una serie de tiempo que no son tendencia, variaciones estacionales ni fluctuaciones cíclicas.

#### 2.4.1 Principales características de las series de tiempo

- a) La mayoría de las series temporales, como se dijo anteriormente presenta una tendencia. Sus valores medios varían a lo largo del tiempo. Ellas son series de tiempo no estacionarias.
- b) Algunas siguen un curso que asemeja a los meandros de los ríos, es decir, con una sinuosidad pronunciada. Este comportamiento corresponde a una caminata aleatoria, que se calcula tal como lo muestra la Formula N° 2-4, es propiedad de muchas series no estacionarias. Solo hay una excepción para las series correspondientes a inflación y tasa de interés.

Caminata aleatoria

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Fórmula N° 2-4

Donde:

$Y_t$ : Variable a pronosticar

$Y_{t-1}$ : Variable anterior

$\varepsilon_t$ : Error

$\delta$ : Constante

La inclusión de una constante intenta reproducir una tendencia existente en la variable de interés. En un modelo de caminata aleatoria la varianza de  $Y_t$  aumenta con el tiempo, lo que es propio de un proceso no estacionario.  $\varepsilon_t$  Corresponde a ruido blanco, donde los valores son independientes y únicamente distribuidos a lo largo del tiempo con media cero y varianza constante.

- c) Los choques tienen alto grado de persistencia. Los cambios de forma abrupta en la serie toman un tiempo para decaer. Se da principalmente en variables como inversión y producción.
- d) Movimiento en forma conjunta. Como algunas tasas de interés y la producción.

## 2.5 Modelos autorregresivos

Los modelos autorregresivos plantean que la variable de salida depende linealmente de sus valores anteriores. A continuación se detallan los modelos que pueden servir para resolver la predicción del IPC, mediante su data histórica.

## 2.6 MA (q)

En los modelos de media móvil, el proceso se representa como una suma ponderada de errores actuales y anteriores, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-5. El número de rezagos del error considerados (q) determina el orden del modelo de media móvil. Cuando se habla de rezagos o retardos se refiere a los períodos que tomo hacia atrás para predecir el valor futuro.

$$Y_t = \delta + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Fórmula N° 2-5

$Y_t$ : Valor predecido

$\delta$ : Valor inicial

$\theta$ : Valor ponderado

$\varepsilon$ : Valor de error

## 2.7 AR (p)

En los modelos autorregresivos, el proceso se presenta como una suma ponderada de observaciones pasadas de la variable, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-6. El número de rezagos (p) determina el orden del modelo autorregresivo.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Fórmula N° 2-6

Donde:

$Y_t$ : Valor predecido

$\delta$ : Valor inicial

$\phi$ : Valor ponderado

$\varepsilon$ : Valor de error

## 2.8 ARMA

Para la obtención de estimaciones con propiedades estadísticas adecuadas de los parámetros de un modelo ARMA, es necesario que la serie muestral que utilizamos para la estimación sea estacionaria en media y varianza. En palabras sencillas diríamos que precisamos que la serie no tenga tendencia y las fluctuaciones se realicen en torno a una constante. A efectos prácticos esta propiedad pasa por tomar logaritmos y diferenciar adecuadamente la serie objeto de estudio.

Los modelos autorregresivos (AR), son una representación aleatoria que describe procesos variables en el tiempo, ya sea en la naturaleza, economía etc. Especifica que la variable de salida depende linealmente de sus propios valores anteriores. El valor de la variable para un periodo t es calculado mediante las observaciones de la variable correspondientes a periodos anteriores más un término de error modelado mediante un ruido blanco, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-7.

$$Y_t = \delta + \theta_1 Y_{t-1} + \dots + \theta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Fórmula N° 2-7

Donde:

$Y_t$ : Variable a pronosticar

$\delta$ : Constante

## 2.9 ARIMA

Pues bien, un Modelo Autorregresivo-Integrado de Medias Móviles de orden p, d, q, o abreviadamente ARIMA (p,d,q), no es más que un modelo ARMA (p,q) aplicado a una serie integrada de orden d., I (d), es decir, a la que ha sido necesario diferenciar d veces para eliminar la tendencia. En la notación ARIMA (p,d,q) se hace referencia a ARIMA (orden parte autor regresiva, diferenciación, media móvil). Que sea un proceso integrado además de AR Y MA, significa que su media, varianza y autocorrelaciones no son constantes, porque dependen del tiempo.

Las variables explicadas por el modelo se llaman endógenas, mientras que las explicativas del modelo pero no explicadas por el mismo, se denominan predeterminadas. Las

variables predeterminadas las podemos clasificar en dos grupos: exógenas y endógenas retardadas, éstas últimas no son explicadas por el modelo en un momento  $t$  pero fueron explicadas en algún momento anterior, a diferencia de las exógenas que no son explicadas en ningún momento.

“El objetivo de Box-Jenkins es identificar y estimar un modelo estadístico que se pueda interpretar como generador de la información muestral. Entonces, si el modelo se va a utilizar para realizar predicciones, debe suponer que sus características son constantes a través del tiempo, y particularmente en períodos de tiempo futuro. Así la simple razón para requerir información estacionaria es que cualquier modelo inferido a partir de esta información pueda interpretarse como estacionaria o estable, proporcionando entonces una base válida para la predicción”<sup>16</sup>.

## 2.9.1 Condiciones y procedimiento del modelado ARIMA

### 2.9.1.1 Prueba de estacionariedad

Para que exista estacionariedad, las fluctuaciones de las variables deben realizarse en torno a una constante, en cambio cuando la serie es no estacionaria las fluctuaciones se realizan en torno a una tendencia.

Conviene graficar para analizar el comportamiento, nos debemos enfocar en el componente tendencia, una buena forma de apreciarlo es realizar la graficando.

Para que la serie sea estacionaria debe cumplir con estas condiciones:

- No debe tener raíz unitaria.
- Varianza Media cero.
- Varianza constante.
- Covarianza cero.

---

<sup>16</sup> Michael Pokorny, An Introduction to Econometrics, Basil Blackwell, New York, 1987, p.343

### 2.9.1.2 Procedimiento

- a) Graficar series para analizar su comportamiento.

Antes de realizar cualquier análisis complejo, se aconseja a través de un gráfico analizar si existe o no tendencia.

A través de los correlogramas, se muestra cada una de las correlaciones que existen entre el valor de la serie de hoy y de la de tiempo atrás. Si en el correlograma existe un decrecimiento suavizado en que las correlaciones llegan a ser 0, es decir, al medio del intervalo de confianza, se dice que no es estacionaria. Cuando es abrupto decimos que es estacionaria.

- b) Verificar su estacionariedad

Es necesario aplicar algunas pruebas:

Prueba de raíz unitaria de Dickey Fuller

Ho:  $\gamma \geq 0$  ( $|\theta_1| \geq 1$ ) La serie estudiada tiene raíz unitaria, por lo tanto no es estacionaria. Si la probabilidad  $\alpha > 5\%$ . Si no es menor al 5%, no rechazo la hipótesis nula. En ese caso se debe realizar una diferenciación, con el método Dickey Fuller.

H1:  $\gamma \leq 0$  ( $|\theta_1| < 1$ ) La serie estudiada no tiene raíz unitaria, por lo tanto es estacionaria. Si  $\alpha < 5\%$ , es significativa, siendo la serie estacionaria. Se rechaza hipótesis nula.

Cuando decimos que una serie es estacionaria en primera diferenciación, otra forma de decirlo es que son integradas de orden 1.

Tener una raíz unitaria es sinónimo de decir que la serie no es estacionaria, de la misma manera que decir que la serie no tiene raíz única es igual que decir que es estacionaria.

Para que la serie a modelar sea estacionaria debe cumplir además debe cumplir con los siguientes supuestos:

- Media constante, es decir, que sea similar en todo el espacio de tiempo que se tenga, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-8.

$$E(Y_t) = \mu$$

Fórmula N° 2-8

- Varianza constante, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-9.

$$\text{Var}(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$$

Fórmula N° 2-9

- La covarianza debe depender del intervalo de separación de cada uno de los rezagos y el momento en el que ocurren. Cuando analice la covarianza con cuatro periodos atrás y otros cuatro más atrás, deberá tener un valor estándar, tal como se muestra en la Fórmula N° 2-10.

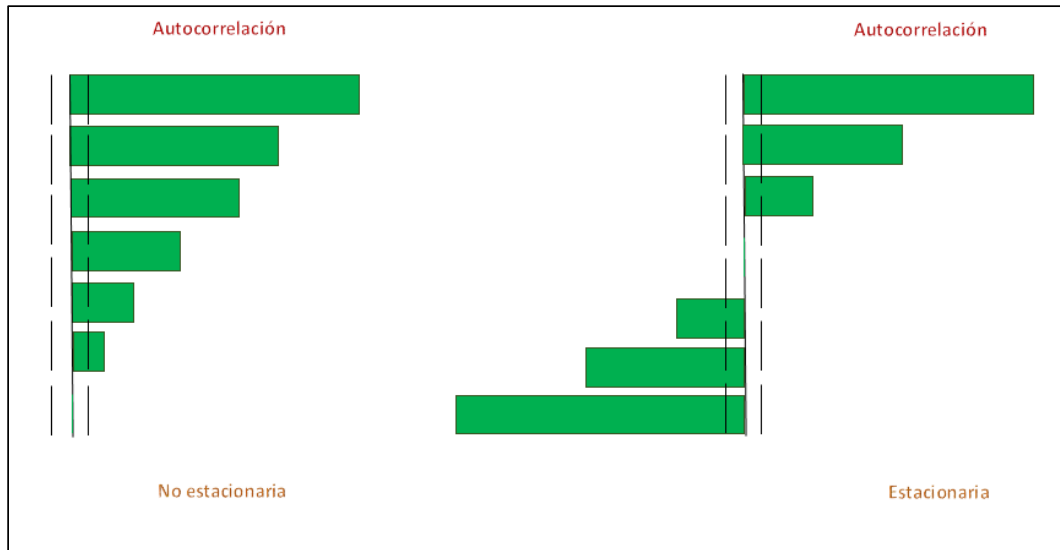
$$Y_k = E((Y_t - \mu)(Y_{t+k} + \mu))$$

Fórmula N° 2-10

- c) Si las series no son estacionarias se requiere realizar transformaciones para alcanzar la estacionariedad.

Una vez eliminado los componentes de tendencia y no estacionariedad, se procede a estudiar la correlación entre una observación de la serie y las anteriores. La existencia de altas correlaciones entre las observaciones, se denomina autocorrelación, que puede ser la consecuencia del comportamiento lineal del fenómeno a través del tiempo, además no da una idea del modelo apropiado a utilizar.

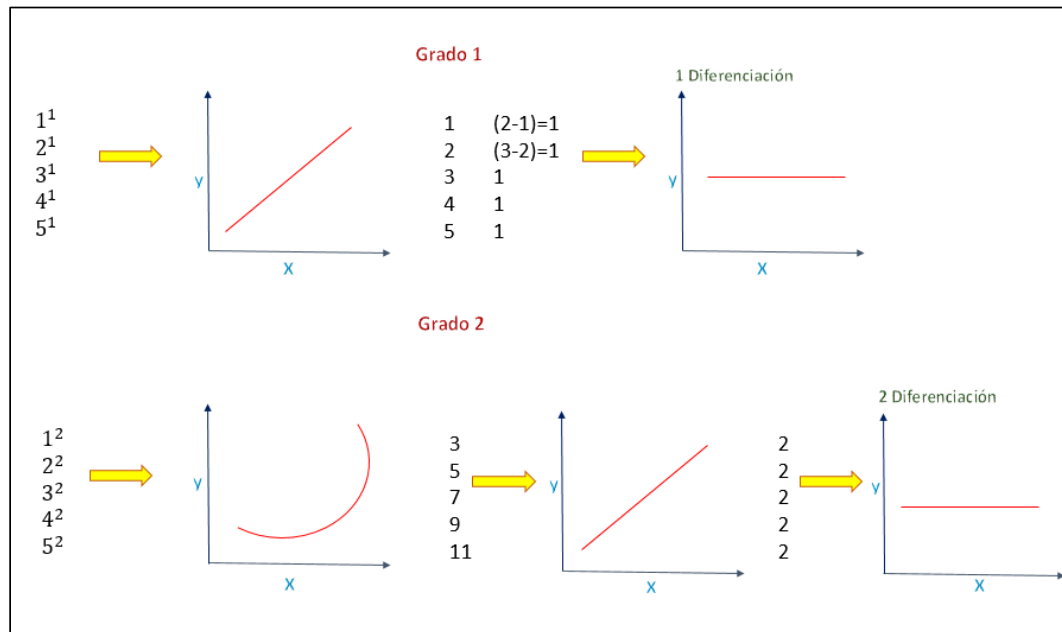
A continuación en la Figura N° 2.5 se muestra el análisis de correlación en función al comportamiento.



**Figura N° 2.5: Análisis de autocorrelación**

La función de autocorrelación muestra la asociación entre los valores de la misma variable en diferentes periodos de tiempo. La altura de las líneas representa la correlación entre las observaciones que están separadas por unidad de tiempo. La autocorrelación parcial identifica la relación entre los valores actuales y los valores anteriores de la serie cronológica original.

A continuación en la Figura N° 2-6 se muestra la diferenciación según el grado.



**Figura N° 2.6: Diferenciación de la serie**

Cuando hablamos de diferenciación, no es más que la resta del valor de hoy menos el de ayer ( $Y_t - Y_{t-1}$ ). Al parecer cuando se realiza esta diferenciación la serie tiende a perder la tendencia, en pocas palabras, el objetivo de la diferenciación es la eliminación de la tendencia.

La diferencia está asociada al grado del polinomio que subyace a la forma funcional de la serie en cuestión.

Entonces, se puede deducir que:

Si es de grado 1=1 Diferenciación.

Si es de grado 2=2 Diferenciaciones.

Si es de grado 3= 3 Diferenciaciones y así sucesivamente.

A continuación en la Figura N° 2.7 se detalla el cuadro de identificación de correlogramas.

| <b>Identificación de correlogramas</b> |  |  |
|--|--|--|
|  | FAC  | FAP  |
| <b>MA(q)</b>                           | Se anula para retardos superiores a q      | Decrecimiento rápido sin llegar a anularse |
| <b>AR(p)</b>                           | Decrecimiento rápido sin llegar a anularse | Se anula para retardos superiores a p      |
| <b>ARMA(p,q)</b>                       | Decrecimiento rápido sin llegar a anularse | Decrecimiento rápido sin llegar a anularse |

**Figura N° 2.7: Identificación de correlogramas**

Es importante validar que las series sean estacionarias antes de modelar porque, si tuviésemos dos series que no lo son, aunque entre ellas no guarden ninguna relación, podrían mostrar algún tipo de correlación. Esto se puede comprobar a través de una regresión, se analiza el  $R^2$  y la significancia.

Cuando trabajamos con series no estacionarias nos puede llevar a falacias interpretativas.

d) Identificación del modelo ARIMA (mediante correlograma)

Depende de las diferencias realizadas el análisis del correlograma, es decir si es orden 1 o 2. Además se identifica si es autorregresivo, de media móvil, o ambas que es el integrado ARIMA.

Se debe constatar que la serie no presente un ruido blanco, es decir, que presente información modelable.

Para que una serie presente ruido blanco se deben dar las siguientes condiciones:

- Tener media cero
- Tener varianza constante

e) Estimación del modelo identificado

Debe cumplir los supuestos de ruido blanco de autocorrelación y heterocedasticidad condicionada.

Con el estadístico analizamos la prueba de ruido blanco, mediante la probabilidad.

$H_0$ = Existe ruido blanco

$H_1$ = No existe ruido blanco

En el correlograma de los residuos se analizan las probabilidades, si éstas son mayores al 5% no se rechaza la hipótesis nula de ruido blanco, es decir, no son estadísticamente significativos.

La heterocedasticidad se presenta cuando la varianza de las perturbaciones no es constante a lo largo de las observaciones.

$H_0$ = No existe heterocedasticidad condicionada

$H_1$ = Existe heterocedasticidad condicionada

El igual que en el procedimiento de estacionariedad y ruido blanco, se analiza el nivel de significancia.

f) Verificación del supuesto ruido blanco de los residuales (mediante correlograma).

g) Decisión: si los residuales son ruido blanco avanzar al paso 6 sino volver al paso 2 o 1.

## 2.10 ARMAX

Además de componentes autorregresivos y de medias móviles, se pueden incorporar al modelo variables externas ( $X_i$ ) como regresores. Dichas variables son “externas” en el sentido de la información que contienen proviene de una fuente distinta a la serie de tiempo que se desea pronosticar, y los modelos resultantes se denominan modelos ARMAX (p,q,n), donde p es la cantidad de componentes autorregresivas, q componentes de medias móviles y n variables regresoras externas, su cálculo se muestra en la Fórmula 2-11.

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \dots + \phi_q \varepsilon_{t-q} + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_n X_{n,t}$$

Fórmula N° 2-11

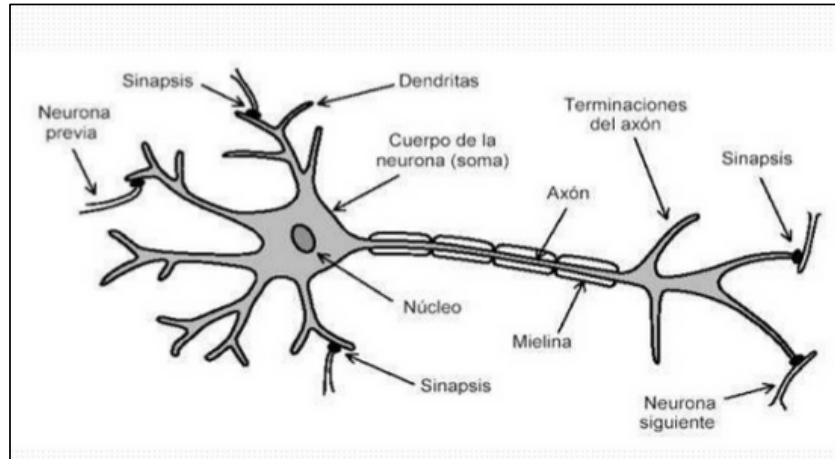
## 2.11 Redes neuronales artificiales

### 2.11.1 Bases biológicas

- El cerebro humano es un sistema súper complejo y es el más poderoso que existe.
- El proceso de información es robusto y tolerante a fallos.
- Los procesadores de información biológicos son flexibles, no necesitan volver a ser programados cuando se cambia de entorno o de ambiente, sino que ellos mismos se reajustan al entorno.
- Son capaces de trabajar con información incompleta, con ruido e inconsistente.
- La maquinaria que realiza estas funciones es altamente paralela, pequeña, compacta, y disipa poca cantidad de energía.
- Esta maquinaria biológica del cerebro se llama neurona.

### 2.11.1.1 Funcionamiento de la neurona biológica

A continuación en la Figura N° 2.8 se detallan las partes de la neurona biológica.

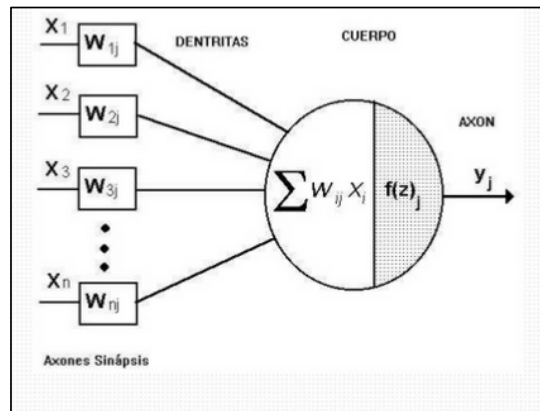


**Figura N° 2.8: Neurona biológica**

Las neuronas biológicas se componen de: sinapsis, dendritas, axones y cuerpos celulares. Un axón es el encargado de transportar la salida de las neuronas hasta las conexiones de otras neuronas. Las dendritas facilitan la conexión con los axones de otras neuronas. Una neurona no hace nada, a menos que la influencia colectiva de todas sus entradas alcance un nivel de umbral. Los axones influyen en las dendritas sobre unos espacios pequeños llamados sinapsis. La estimulación en unas sinapsis hace que las neuronas de disparen y en otras desalienta el disparo.

### 2.11.1.2 Analogía de las RNA y redes biológicas

A continuación en la Figura N° 2.9 se detalla una representación de una red neuronal.



**Figura N° 2.9: Representación gráfica**

Las señales que llegan a la sinapsis son las entradas a las neuronas, dichas señales son ponderadas (atenuadas o modificadas) a través de un parámetro denominado peso, asociado a la sinapsis correspondiente. Las señales pueden excitar a las neuronas (sinapsis con peso positivo) o inhibirla (peso negativo). El efecto es la suma de las entradas ponderadas. Si la suma es igual o mayor que el umbral de la neurona, entonces ésta se activa. Cada neurona se activa o no se activa.

En una red de neuronas existe un peso o fuerza sináptica que se traduce en un valor numérico, el cual pondera las señales que se reciben por sus entradas. Este peso será un valor que determinará la fuerza de conexión entre dos neuronas. Cuando se evalúa una neurona se debe calcular el conjunto de todas las fuerzas o valores (denominado NET) que se reciben por sus entradas. Una vez calculado el valor conjunto de todas las entradas se aplica una función de activación (FA), que determinará el valor del estado interno de la neurona y será lo que se transmita a su salida.

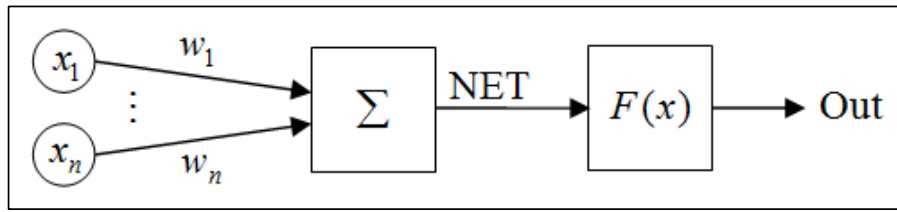
La combinación de señales que recibe la neurona se puede calcular mediante la Fórmula N° 2-12.

$$NET_i(t) = \sum_{j=1}^{N-1} (W_{ij} * O_j * (t - 1))$$

Fórmula N° 2-12

Donde  $W_{ij}$  representa el peso de la conexión entre una neurona emisora J y una neurona receptora i.

A continuación en la Figura N° 2.10 se detalla el esquema de cómo opera una red neuronal artificial.



**Figura N° 2.10: Esquema de operación de una NRA**

Las funciones de activación y de transferencia son las encargadas de definir el nuevo estado de activación  $A_i$  y la respuesta  $O_i$  de la neurona. Tanto el estado de activación como la salida de la neurona van a variar en función de las entradas que reciben en un determinado momento y del estado de activación previo que tenga esa neurona.

Un RNA es un arreglo masivo de elementos de procesamientos simples llamados neuronas, los cuales poseen un alto grado de inter conectividad entre sus elementos, en los que la información puede fluir en cascada o retroceso. Estos arreglos están inspirados en la naturaleza biológica de las neuronas, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico.

## 2.12 Ventajas y desventajas de las RNA

### 2.12.1 Ventajas

Procesamiento de un gran conjunto de datos.

Aprendizaje adaptativo: realiza tareas basadas en entrenamiento, en base a una entrada inicial.

Auto-organización: crea su representación de la información en una etapa de aprendizaje. Las redes neuronales emplean su capacidad de aprendizaje adaptativo para autoorganizar la información que reciben durante el aprendizaje y/o la operación. Mientras que el aprendizaje es la modificación de cada elemento procesal, la autoorganización consiste en la modificación de la red neuronal completa para llevar a cabo un objetivo específico.

Cuando las redes neuronales se usan para reconocer ciertas clases de patrones, ellas autoorganizan la información usada. Por ejemplo, la red llamada backpropagation, creará su propia representación característica, mediante la cual puede reconocer ciertos patrones.

Esta autoorganización provoca la generalización: facultad de las redes neuronales de responder apropiadamente cuando se les presentan datos o situaciones a las que no había sido expuesta anteriormente. El sistema puede generalizar la entrada para obtener una respuesta. Esta característica es muy importante cuando se tiene que solucionar problemas en los cuales la información de entrada no es muy clara; además permite que el sistema dé una solución, incluso cuando la información de entrada está especificada de forma incompleta.

Capacidad para trabajar aún con errores: la destrucción de forma parcial en una red conduce a una degradación, sin embargo, algunas de las capacidades de la red se pueden retener incluso sufriendo un daño.

En las redes neuronales, si se produce un fallo en un número no muy grande de neuronas y aunque el comportamiento del sistema se ve influenciado, no sufre una caída repentina.

Hay dos aspectos distintos respecto a la tolerancia a fallos:

- a) Las redes pueden aprender a reconocer patrones con ruido, distorsionados o incompletos. Esta es una tolerancia a fallos respecto a los datos.
- b) Las redes pueden seguir realizando su función (con cierta degradación) aunque se destruya parte de la red.

La razón por la que las redes neuronales son tolerantes a los fallos es que tienen su información distribuida en las conexiones entre neuronas, existiendo cierto grado de redundancia en este tipo de almacenamiento. La mayoría de los ordenadores algorítmicos y sistemas de recuperación de datos almacenan cada pieza de información en un espacio único, localizado y direccionable. En cambio, las redes neuronales almacenan información no localizada. Por lo tanto, la mayoría de las interconexiones entre los nodos de la red tendrán sus valores en función de los estímulos recibidos, y se generará un patrón de salida que represente la información almacenada.

#### 2.12.2 Desventajas

Una red neuronal, se compone de una entrada, una caja negra en donde itera el algoritmo y una salida. Cuando se refiere a una caja negra, es porque no se pueden visualizar en primera instancia todas las iteraciones que realiza el modelo, debido a que son muchas.

##### Aplicaciones de las redes neuronales

Las redes neuronales son una herramienta computacional que puede utilizarse en una gran variedad de áreas, tanto comerciales como militares.

Medicina: Las aplicaciones en medicina encuentran su reflejo en problemas de diagnóstico médico. Es uno de los campos con más futuro y, hoy por hoy, unos de los menos desarrollados. Aplicaciones en este caso serían:

Caracterización de la dinámica en la variabilidad cardiaca: La regulación del ritmo cardiaco se lleva a cabo por un sistema dinámico operando bajo un régimen caótico.

Detección de tumores cancerígenos: Una red neuronal entrenada localiza y clasifica en imágenes médicas la posible existencia de tumores cancerígenos.

Predicción del riesgo de intoxicación por digoxina: La tarea de la red neuronal es predecir el posible riesgo de intoxicación por digoxina que es un fármaco usado en los problemas de corazón.

Predicción de enfermedades degenerativas cardíacas: Pacientes que han sufrido infarto recientemente presentan un cierto grado de sufrir otro. Se puede usar una red para modelar el comportamiento de las arterias coronarias.

Compresión de señales de electrocardiografía: Unos de los temas más activos actualmente en el campo de la ingeniería biomédica es la tele-medicina. Esta disciplina consiste en el desarrollo de algoritmos que permitan el diagnóstico de una determinada enfermedad sin que el paciente se tenga que desplazar al centro médico. Las diferentes señales que necesita el médico se transmiten vía telefónica. Para aumentar la eficacia de esta transmisión se podría pensar en la compresión de la señal que consiste en aplicar diferentes algoritmos para reducir su tamaño. Uno de los métodos de compresión es con redes neuronales.

Predicción de la respuesta emética: Determina como salida la respuesta emética. Esta respuesta está relacionada con el número de náuseas y vómitos que siente un paciente oncológico tras un tratamiento con quimioterapia.

Predicción del nivel de ciclosporina: La ciclosporina es un fármaco utilizado habitualmente para evitar la reacción de rechazo en trasplantes de riñón, corazón, pulmón e hígado. Predecir la concentración de este fármaco a corto plazo ayudaría a la optimización de la dosis siguiente. Esta predicción se puede hacer con una red neuronal.

- Diagnóstico de cardiopatías: Este tipo de aplicaciones nos clasifican el electrocardiograma en diferentes tipos o clases.
- Predicción del nivel de Tacrolimus en sangre: Este fármaco se utiliza en la terapia post-trasplante. Presenta un estrecho ámbito terapéutico (la concentración de

sangre debe mantener entre 5 y 15 ng/ml). Una red neuronal ha demostrado su utilidad en la predicción del nivel de este fármaco en la sangre.

- Telecomunicaciones: Procesado de la señal. En este campo las redes neuronales han encontrado un gran hueco de tal forma que ya existe una sociedad internacional sobre la aplicación de redes neuronales en problemas de procesado de la señal. Algunos problemas de clasificación donde se aplican las redes neuronales serían:
- Sonar y radar: La capacidad de las redes neuronales para clasificar determinados objetos (imágenes, sonidos, señales unidimensionales,...) les permite su aplicación en este campo como dispositivos para discernir los diferentes objetivos.
- Control: En este caso el sistema a controlar se modela para poder realizar predicciones de su comportamiento y, de esta forma poder controlarlo más fácilmente.
- Reconocimiento de voz: Esta aplicación, de gran importancia de cara a la implementación de sistemas controlados por la voz, ha encontrado en las redes neuronales un camino para su desarrollo.
- Reconocimiento de patrones de imágenes: Esta aplicación evidencia la capacidad de las redes neuronales ya que se trata de una tarea relativamente sencilla para un ser humano pero tremendamente costosa de implementar en un sistema artificial.
- Ecuilización de canales de comunicación: Ecuilizar un canal consiste en recuperar la señal que, al pasar a través de un canal de comunicaciones, sufre una distorsión. Esta aplicación entonces tiene gran importancia con el auge de las comunicaciones móviles. La aplicación de redes neuronales se ha mostrado más efectiva que el uso de otros sistemas.
- Economía: En esta disciplina, donde hay que tomar decisiones entre un número de opciones, las redes neuronales son directamente aplicables frente a otros

métodos por sus características intrínsecamente no lineales. Así algunas de estas aplicaciones serían:

- **Concesión de créditos:** En esta aplicación las redes neuronales en virtud de determinados marcadores económicos de la persona que pide el préstamo decide su viabilidad o no.
- **Determinación de la quiebra de un banco:** Determina el riesgo de quiebra de un banco en virtud de determinados parámetros económicos.
- **Predicción de stock.** Unos de los mayores problemas que se puede encontrar una fábrica es la falta o exceso de suministros: En el primer caso no puede producir y, en el segundo, si no dispone de un buen almacén, se puede producir el caos. Una buena previsión de la cantidad necesaria justa podría evitar muchos problemas.
- **Detección de posibles fraudes en tarjetas de crédito:** Pueden ser usadas como elementos discriminatorios para conceder o no una determinada cantidad en un cajero automático.
- **Cambio de moneda:** Se han usado para la predicción del cambio entre el dólar americano y el marco alemán.
- **Predicción del gasto eléctrico de empresas y centrales:** Se puede estimar el consumo de una empresa, por lo tanto, se puede administrar mejor los recursos eléctricos de dicha empresa. Extensiones en este trabajo abarcan otros recursos como, por ejemplo, el consumo de agua.
- **Tendencias a corto y medio plazo en bolsas de valores:** Si se buscan por internet los productos derivados de las redes neuronales que se comercializan se encontrará rápidamente que la gran mayoría de ellos se orientan a aplicaciones de este tipo.

### 2.12.3 Características de las RNA

- Aprendizaje adaptativo: capacidad de aprender basada en un entrenamiento o una experiencia inicial.
- Auto organización: la red crea su propia organización o representación de la información que recibe mediante una etapa de aprendizaje.
- Tolerancia a fallos: la red puede funcionar con información incompleta o errónea a pesar de algunos elementos inoperantes.
- Operación en tiempo real: la red procesa información en paralelo muy rápidamente.
- Operación paralela.

### 2.12.4 Red Perceptrón

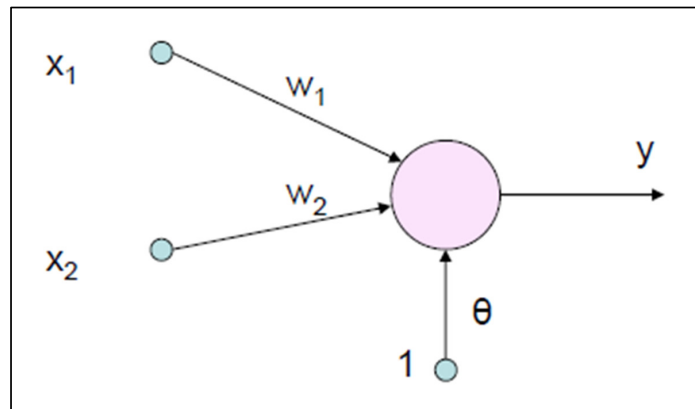
En 1943 Warren Mc Culloch/Walter Pitts originaron el primer modelo de operación Neuronal. La característica principal del modelo neuronal de Warren es que la suma ponderada de las señales de entrada es comparada con un umbral para determinar la salida de la neurona. Cuando la suma es mayor o igual al umbral, la salida es igual a 1. Cuando la suma es menor que el umbral. La salida es 0.

Contribución en 1950 de Frank Rosenblat

Su contribución fue: una regla de aprendizaje para entrenar el perceptrón en la solución de problemas de reconocimiento. La regla de aprendizaje simple convergirá a los pesos correctos de la red

## 2.12.4.1 Perceptrón simple

A continuación en la Figura N° 2.11 se detallan las partes del perceptrón simple



**Figura N° 2.11: Perceptrón simple**

El perceptrón simple es un modelo simple de neurona; una regla de aprendizaje basada en la corrección del error. El perceptrón simple está constituido por un conjunto de sensores que reciben los patrones de entrada a reconocer o clasificar y una neurona de salida que se ocupa de clasificar a los patrones de entrada de dos clases.

- a) Se inicia la matriz de pesos y el valor del bias, por lo general se asignan valores aleatorios a cada uno de ellos.
- b) Se presenta el primer patrón a la red, junto con la salida esperada en forma de pares entrada/salida.

Se calcula la salida de la red por medio de la Fórmula N° 2-13.

$$A = f(\sum X_i W_i + \text{bias})$$

Fórmula N° 2-13

- a) Cuando la red no retorna la salida correcta, es necesario alterar el valor de los pesos, tratando de llevarlo hasta  $p$  y así aumentar las posibilidades de que la clasificación sea correcta, una posibilidad es adicionar  $p$  a  $w$  haciendo que el vector  $w$  apunte en la dirección de  $p$ , y de esta forma después de repetidas presentaciones de  $p$  a la red,  $w$

se aproximará a  $p$ ; este es el procedimiento adoptado para la regla de aprendizaje del perceptrón.

#### 2.12.5 Perceptrón multicapa

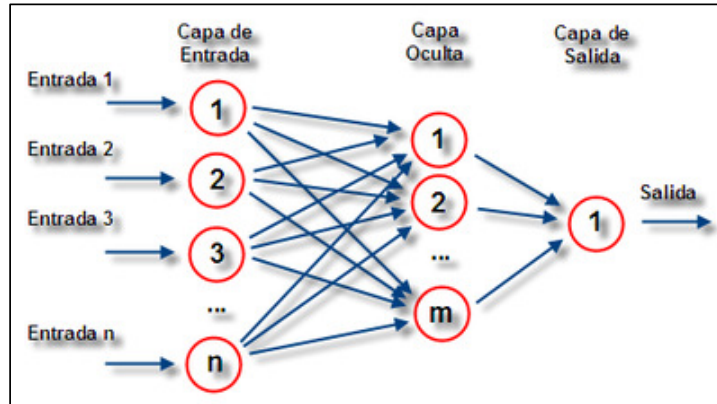
El perceptrón multicapa es una red neuronal artificial formada por múltiples capas, esto le permite resolver problemas que no son linealmente separables. La salida de una neurona está determinada por la suma ponderada con las salidas de las neuronas de la capa anterior y una función de activación.

A diferencia del perceptrón simple, la arquitectura del multicapa permite que las entradas se encuentran total o localmente conectadas a las capas subsecuentes, esto es que la información de entrada de una neurona puede conectarse a todas las neuronas de la siguiente capa oculta, o solo a una o algunas de ellas.

Las capas que conforman el perceptrón multicapa pueden ser de tres tipos:

- a) Capa de entrada: Es la conformada por la información que alimentará la red. En las neuronas que componen esta capa no se realiza procesamiento alguno.
- b) Capas ocultas: Están conformadas por neuronas que reciben información de capas anteriores y envían información a capas anteriores. En éstas se realizan diversos procesamientos de la información.
- c) Capa de salida: Está conformada por neuronas cuyos valores de salida corresponden a las salidas de toda la red.

A continuación en la Figura N° 2.12 se detallan las variables del perceptrón multicapa



**Figura N° 2.12: Perceptrón multicapa**

Algoritmo de aprendizaje, mediante la Fórmula N° 2-14.

$$net_i = \sum_{j \in A} O_j W_{ji} \quad \forall i: i \in B$$

Fórmula N° 2-14

Donde A es el grupo de neuronas y B en la otra.  $O_j$  es la activación para la neurona J y  $W_{ji}$  son pesos asignados a la conexión entre las neuronas j e i. En la ecuación se toman los valores de salida y se alimenta a la siguiente capa a través de los pesos. Esta operación se realiza para cada neurona en la siguiente capa, produciendo un valor de red.

Este valor es la suma de todos los valores de activación en las neuronas de la capa anterior, y cada valor de red es aplicado ahora a la siguiente ecuación, conocida como función de activación para producir la activación de esa neurona, se calcula mediante la Fórmula N° 2-14.

$$O_j = f(net_i) = \frac{1}{1 + e^{-net_i}}$$

Fórmula N° 2-15

Después de que todas las neuronas tienen un valor de activación asociado a un patrón de valores de entrada, el algoritmo sigue buscando errores en cada neurona que no es entrada. Los errores encontrados para las neuronas de salida son propagados hacia atrás, a

la capa anterior, para que puedan ser asignados a neuronas de las capas escondidas. Esto se calcula por medio de la Fórmula N° 2-15.

$$\delta = f'(net_i) \sum_{j \in A} \delta_j W_{ij} \quad \forall i: i \in D$$

Fórmula N° 2-16

Donde D es el grupo de neuronas en una capa que no es de entrada y E es el grupo de neuronas de la siguiente capa. Este cálculo se repite para cada capa escondida en la red. Después de que se ha encontrado la activación y el error asociado a cada grupo de neuronas, los pesos se actualizan, primero encontrando el valor que cada peso debe modificarse esto se logra calculando mediante la Fórmula N° 2-16.

$$\Delta W_{ij} = C O_i \delta_j \quad A_i, j: i \in A, j \in B$$

Fórmula N° 2-17

Donde C es conocida como la razón de aprendizaje, es una constante que controla el valor del cambio de los pesos y  $W_{ij}$  es el cambio de los pesos entre la neurona i y j. El peso es cambiado evaluando la Fórmula N° 2-17.

$$W_{ijt+1} = W_{ijt} + \Delta W_{ij}$$

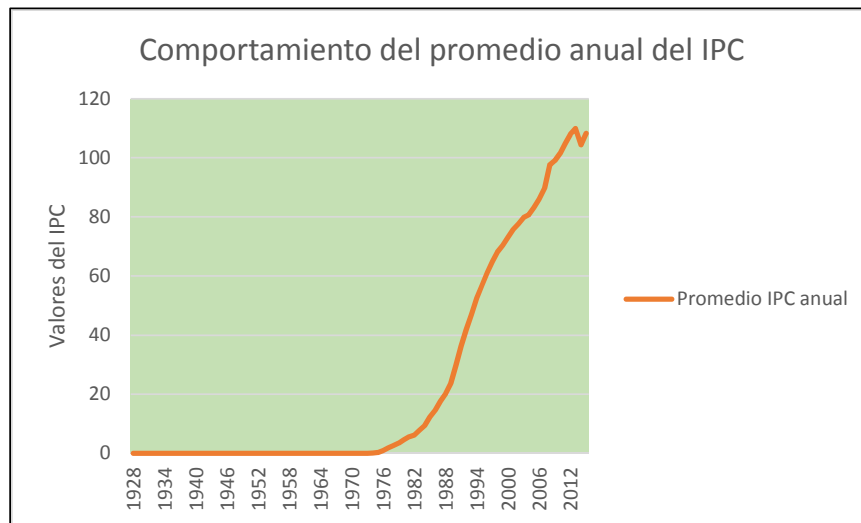
Fórmula N° 2-18

### 3 Análisis de datos

El análisis del modelo predictivo, se realiza en base a los datos mensuales publicados por el INE desde Marzo del año 1928 hasta Septiembre del año 2015. El comportamiento y aumento del IPC directamente ligado a la inflación que presenta la economía en el país.

#### 3.1 Comportamiento del IPC

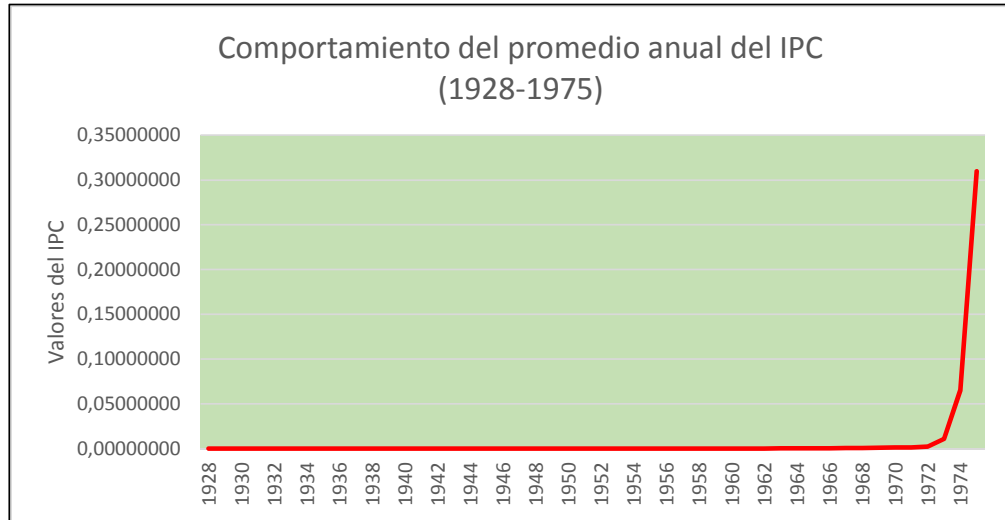
Cuando hablamos de la inflación en Chile, nos referimos a menudo al índice de precios al consumo, abreviado como IPC. El IPC chileno muestra la evolución de los precios de una serie definida de productos y servicios que adquieren los hogares en Chile para su consumo. Para determinar la inflación, se analiza cuánto ha aumentado porcentualmente el IPC en un período determinado con respecto al IPC en un período anterior. En caso de caída de los precios, se habla de deflación (inflación negativa).



**Figura N° 3.1: Gráfico comportamiento del IPC**

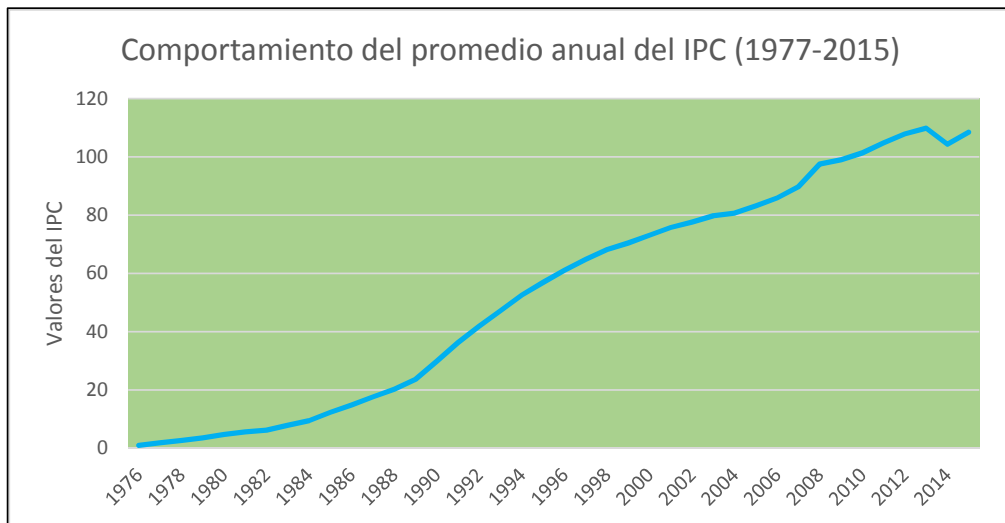
Como se puede apreciar en el gráfico de la Figura N° 3.1, el IPC se comporta distinto a través del tiempo, es decir, tramos diferentes, tal como se aprecia, a simple vista se puede notar un brusco crecimiento a partir del año 1976. Se dividió la gráfica en dos partes para apreciar mejor esta situación.

A continuación en la Figura N° 3.2 , se muestra el comportamiento anual del IPC entre los años 1928-1975.



**Figura N° 3.2: Gráfico del IPC (1928-1975)**

En el gráfico de la Figura N° 3.2, se aprecia un comportamiento prácticamente constante, esto es porque los números son muy cercanos y casi cero, entre ellos existe una diferencia muy mínima, razón por la cual en la gráfica se ve una línea constante. A partir de 1970 se logra apreciar un cambio en la tendencia.



**Figura N° 3.3: Gráfico del IPC (1977-2015)**

Esta es la segunda parte de la gráfica de la Figura N° 3.3, se presenta una función en crecimiento que se mantiene hasta estos días.

La inflación es el aumento general y continuado de los precios de una economía y está se mide con varios índices, como el índice del IPC.

Hay diversas causas que provocan la inflación como es el crecimiento económico, que aumenta el consumo y a su vez los precios; o una subida de precios de la energía.

El término inflación hace referencia a la subida generalizada de los precios en una economía o territorio determinados. Todos sabemos que los precios tienden a subir de un año a otro, de tal forma que lo que hoy vale una barra de pan, por ejemplo, poco tiene que ver con lo que valga dentro de diez años.

Son varias las causas que pueden provocar la inflación, algunas de ellas son:

a) Economía en crecimiento

Cuando la economía está en un ciclo de crecimiento, la mejora en la situación general de las economías domésticas da lugar a un aumento del consumo de bienes y servicios, lo cual se traduce en un aumento de los precios. La regla básica de la economía dice que a mayor demanda, mayor precio.

b) Aumento de la base monetaria del país

Otras veces, los Gobiernos, para pagar su deuda o su déficit, han usado la estrategia de fabricar y emitir dinero, con lo que ha aumentado la base monetaria del país. Se puede decir que en estos casos hay más dinero en circulación del que realmente la economía necesita.

c) Comportamiento de los tipos de interés

También puede variar la inflación dependiendo del comportamiento de los tipos de interés. Si la inflación sube mucho porque la situación económica es muy buena, se habla de una economía recalentada, y la forma de enfriar la economía es subir los tipos de interés para reducir el número de préstamos concedidos y por tanto el consumo, con lo que bajan los precios. De igual forma, bajadas de tipos de interés favorecerán el crecimiento económico y por tanto la inflación.

d) Subida de los precios de la energía

La subida de los precios de la energía, por ejemplo el petróleo, también produce inflación generalizada al estar presente en la fabricación o transporte de casi todos los productos.

Lo más difícil para un gobierno es mantener una buena tasa de crecimiento económico sostenido y una baja inflación.

Existe una tendencia generalizada a identificar el índice de precios al consumidor como el indicador de la tasa de inflación, sin embargo, es importante que el usuario tenga en cuenta que el índice de precios al consumidor tiene como objetivo reflejar la variación en el nivel de precios entre dos momentos del tiempo; esa tasa puede ser positiva, negativa o igual a cero. Si es positiva indica que existió inflación de precios; si es negativa indica deflación, y si es nula significa que, entre los dos momentos considerados, el nivel promedio de precios se mantuvo constante (con independencia de que, individualmente, algunos precios hayan subido y otros bajado).

A continuación se detalla cómo se calcula la inflación mensual por medio del IPC, mediante la Fórmula N° 3-1.

$$\frac{(IPC_x - IPC_{x-1})}{IPC_{x-1}} \times 100$$

Fórmula N° 3-1

En donde:

$IPC_x$  = Índice de Precios al Consumidor del mes actual

$IPC_{x-1}$  = Índice de Precios al Consumidor del mes anterior

Si analizamos la fórmula de la inflación, se puede apreciar en como el cálculo está basado en los valores del IPC.

## 4 Experimentación y validación de la hipótesis

### 4.1 Metodología de experimentación

Para comenzar con la metodología, primero se debe encontrar un modelo que resuelva la predicción del índice económico, se analiza cuál de los modelos existentes y analizados en el primer capítulo, se ajusta de mejor manera a la problemática y al tipo de serie.

#### 4.1.1 Selección del modelo

A continuación se detallan los fundamentos por el cual se eligió el más idóneo:

- AR: No se descarta, debido a que es la base del modelo predictivo.
- MA: El modelo de media móvil no se ajusta a la realidad, pues al realizar los cálculos en base a la media provoca que la predicción no sea exacta.
- ARMA: Contiene un modelo de media móvil, por ende, conlleva a una predicción no exacta.
- ARIMA: Modelo que también involucra una media móvil, por lo tanto, no es exacto.
- ARIMAX: No sirve pues es un modelo multivariado, y el caso del IPC es un proceso univariado.
- NARX: No sirve pues es un modelo multivariado, y el caso del IPC es un proceso univariado.
- NAR: Se escoge como el modelo más idóneo, debido a:
  - a) En su elaboración no utiliza una media móvil.
  - b) Corresponde a un modelo univariado, dado que analizaré solo el valor del IPC publicado por el INE.
  - c) Corresponde a un modelo autorregresivo.

#### 4.1.2 Herramienta a utilizar

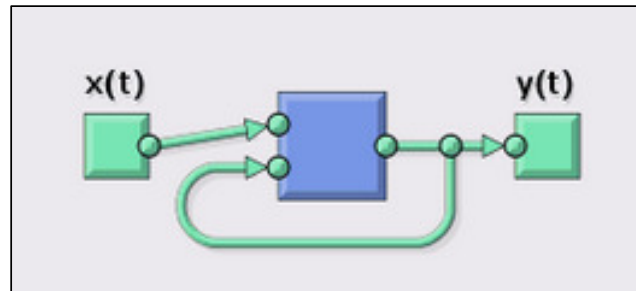
Para el experimento a realizar se utilizará el software matemático Matlab, cuenta con un lenguaje de programación propia y está disponible para diversas plataformas, como la más utilizada que es Windows.

La razón por la cual fue escogido el software, es porque es uno de los más utilizados por Universidades y proyectos de investigación, razón por la cual existe mucha información disponible en los distintos medios.

Matlab además cuenta con una herramienta específica que es *Toolbox*, proporciona funciones para el diseño, inicialización, simulación y entrenamiento de los modelos neuronales de uso más extendido en la actualidad: perceptrón, redes lineales, redes retropropagación, etc. Este *Toolbox* incluye un manual de introducción al campo de las redes neuronales junto con una colección de demostraciones y aplicaciones didácticas.

A pesar de que el estudio de las redes neuronales se inició ya hace algunas décadas. Las primeras aplicaciones sólidas dentro de este campo no han tenido lugar hasta unos diez años y aún ahora constituyen un área de investigación en rápido desarrollo. Este *Toolbox* tiene por tanto, una orientación diferente a aquellos destinados a campos como el de sistemas de control u optimización donde la terminología, fundamentos matemáticos y procedimientos de diseño están ya firmemente establecidos y se han aplicado durante años. Este *toolbox* es utilizado para la valoración y diseño de diseños neuronales en la industria y sobre todo en educación e investigación.

A continuación en la Figura N° 4.1 se detalla el modelo de una red NAR.



**Figura N° 4.1: Modelo de red neuronal autorregresivo**

Esta forma de predicción se llama autorregresivo no lineal, o NAR, y se puede escribir mediante la Fórmula N° 4-1.

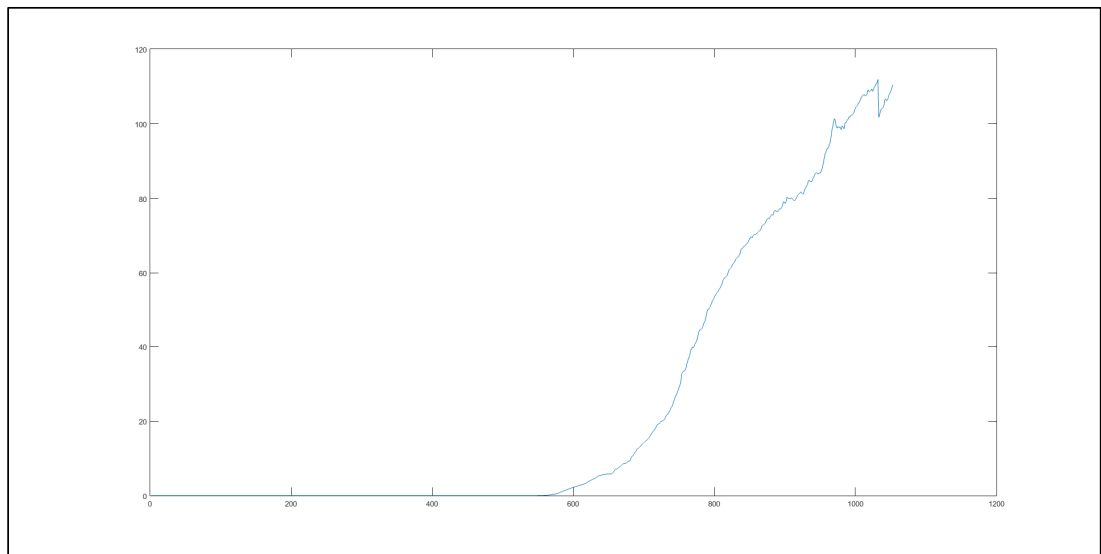
$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-d))$$

Fórmula N° 4-1

Las redes neuronales autorregresivas en Matlab se llevan a cabo a través de modelos dinámicos. En este tipo de problema de series de tiempo, sólo hay una serie en cuestión. Los valores futuros de una serie de tiempo (t) se predicen sólo de valores pasados de esa serie.

#### 4.1.3 Construcción de la base de datos

A continuación en la Figura N° 4.2 se muestra la gráfica del IPC con sus respectivos valores desde el año 1928 al 2015.



**Figura N° 4.2: Gráfico datos IPC (1928 – 2015)**

El primero paso para la confección del modelo es ordenar las entradas con las que se trabajará, la base de datos a utilizar, corresponde a los valores publicados mensualmente publicados por el INE desde marzo del año 1928 hasta Octubre del año 2015<sup>17</sup>. Se asume que los datos que se ingresaron son representativos, pues son los valores reales que el IPC ha experimentado a lo largo del tiempo, esto debe ser así, pues si los valores no fueran representativos, no sería confiable el valor a predecir.

Para ocupar la base de datos en Matlab, deben estar todos los datos ordenados en columnas, es decir una columna que indique los años de manera ascendente, con una columna al lado que muestre los respectivos valores de IPC.

<sup>17</sup> [http://www.ine.cl/canales/chile\\_estadistico/estadisticas\\_precios/ipc/series\\_antecedentes\\_historicos/](http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/estadisticas_precios/ipc/series_antecedentes_historicos/)

De todos los valores que con que se cuenta para construir la red, solo se ingresa una parte de ellos, se deja la otra en que se saben los resultados que deben dar, para darse cuenta si es que la red ya aprendió lo suficiente, es decir, para comprobar su entrenamiento.

Con la otra parte de las entradas, que no se utilizaron en la red, se analizan las diferentes salidas que arroja, y se hace la respectiva comparación con lo que debía haber dado según los datos que ya se saben.

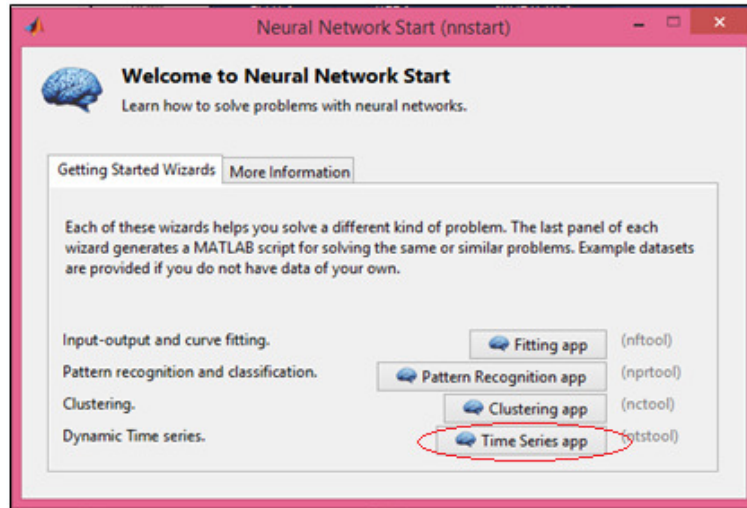
- a) Si el resultado que arroja es cercano a lo que debía haber dado, se considera como correcto.
- b) Si el resultado que arroja no se asemeja a lo que se sabe debería dar, se considera incorrecto.

## **4.2 Implementación de la red neural mediante Matlab**

### **4.2.1 Herramienta *NNstart***

La Herramienta de redes neuronales de Matlab, *NNStart*, consiste en un entorno de trabajo con ventanas, que presentan diferentes opciones para la generación de redes neuronales, reconocimiento de patrones, agrupaciones y series temporales dinámicas, ofrece enlaces a las listas de conjuntos de datos, que permite generar redes y entrenarlas.

A continuación en la Figura N° 4.3 se detalla la herramienta *NNStart* y la opción para las series de tiempo.



**Figura N° 4.3: Herramienta NNStart Matlab**

Se escoge la opción *Time Series app*, pues es la que se ajusta a nuestro modelo de redes neuronales autorregresivas univariadas.

Al seleccionar la opción series temporales dinámicas se presenta la ventana de la Figura n°19, donde se selecciona la estructura de la red neuronal que se generará pudiendo optar por una de las siguientes:

- NARX
- NAR
- Entrada/ Salida no lineal.

A continuación en la Figura N° 4.4 se detalla la opción para trabajar con una red neuronal artificial no lineal

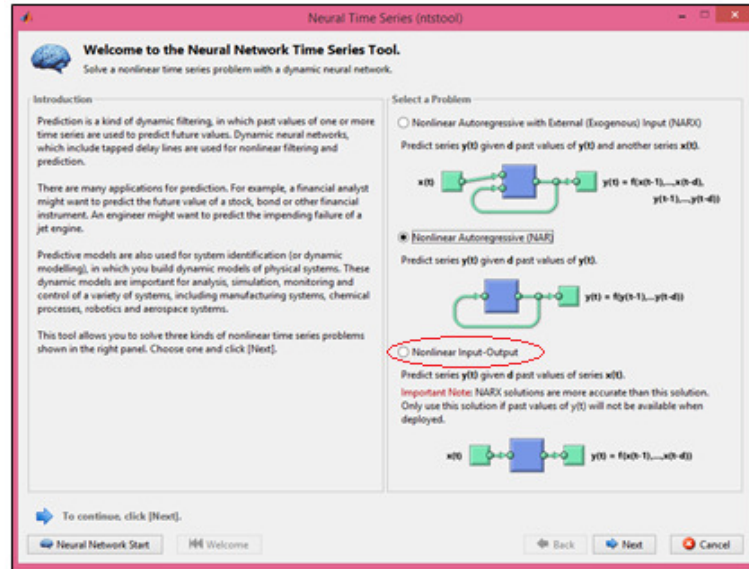


Figura N° 4.4: Selección de modelo

Una vez escogida la opción, tal como se muestra en la Figura nº 19, se ingresa la base de datos previamente ordenada en columna para comenzar con el entrenamiento de la red.

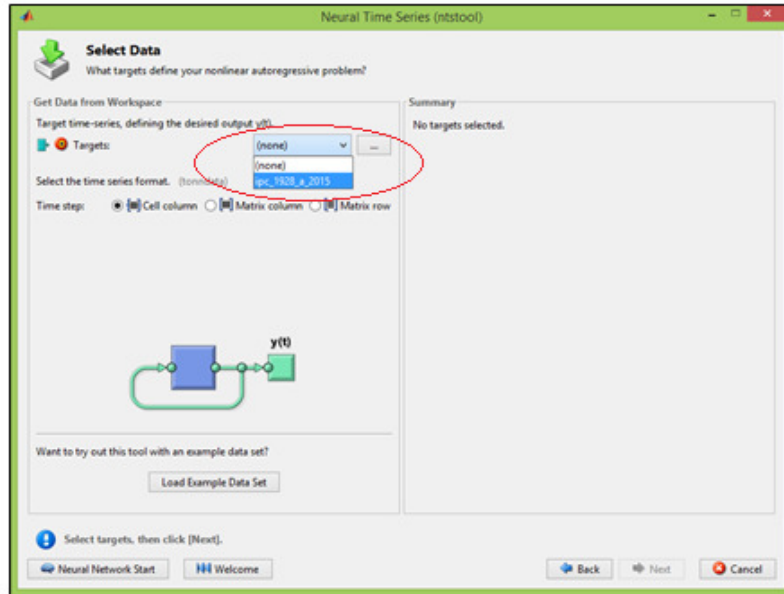
### 4.3 Implementación con redes neuronales con un modelo NAR

En el análisis con redes neuronales de estructura NAR, las cuales son redes dinámicas recurrente con conexiones de realimentación de la misma serie de datos, se implementa usando los valores del IPC, donde la información de salida vuelve a realimentar la red neuronal, realizando la predicción del índice, con los datos de la misma estación.

#### 4.3.1 Análisis de Redes Neuronales NAR con Matlab *NNStart*

Se implementa con *toolbox*, una herramienta de Matlab, dentro de la cual está *NNStart*, complemento que cuenta con diferentes ventanas va permitiendo la configuración y generación de la red neuronal

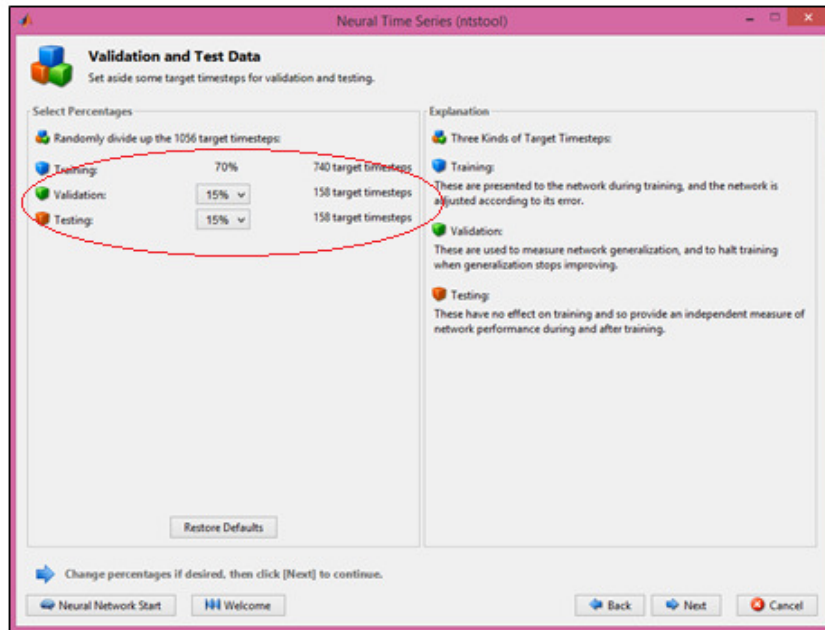
A continuación en la Figura N° 4.5 se selecciona la base de datos previamente ordenada en columnas.



**Figura N° 4.5: Selección de la data**

En la Figura N° 4.5 se indica el ingreso del nombre del archivo que contiene la serie de datos de los valores del IPC.

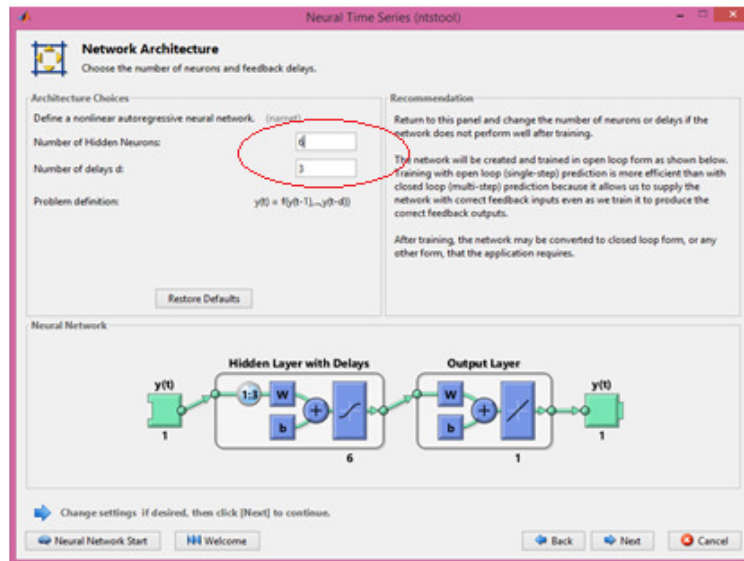
A continuación en la Figura N° 4.6 se muestra la ventana en donde se escoge el porcentaje de datos a utilizar en cada proceso.



**Figura N° 4.6: Porcentaje de los datos a utilizar**

En la Figura N° 4.6 se fijan los porcentajes de los datos que serán usados para entrenamiento, testeo y validación. En donde el 70% de la data se usa para el entrenamiento con los valores salientes, el 15% para la validación y el 15% restante para el testeo. Mientras más bajo sea el entrenamiento es mejor la estrategia.

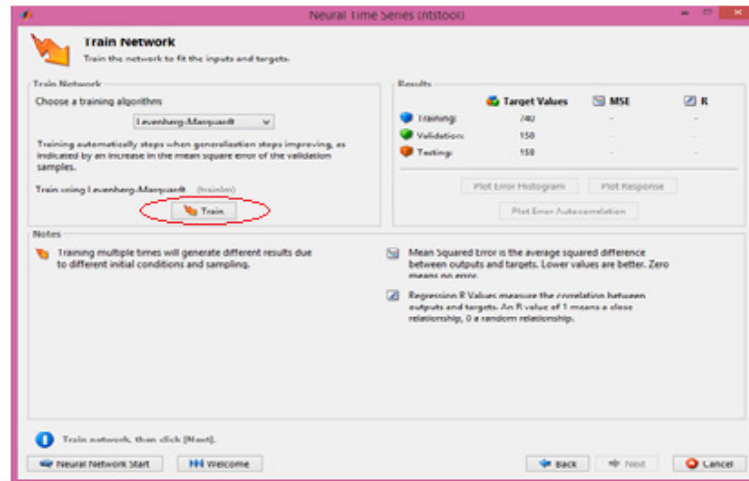
A continuación en la Figura N° 4.7 muestra la cantidad de neuronas a utilizar en las capas.



**Figura N° 4.7: Selección de los variables para el entrenamiento**

En la Figura N° 4.7, se presenta la configuración de la red neuronal indicándose la cantidad de neuronas en la capa oculta, en este caso se indican 6 neuronas y los retardos de tiempo que se usarán para la realimentación de la red, se fija en 3, en base a pruebas, pues se está experimentando hasta encontrar los valores óptimos.

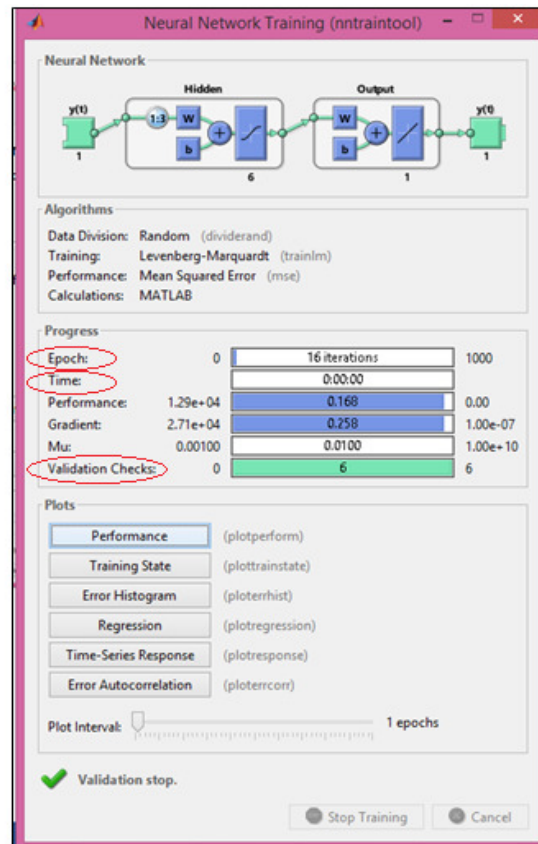
A continuación en la Figura N° 4.8 se muestra la opción para entrenar la red.



**Figura N° 4.8: Entrenamiento de la red neuronal**

En la Figura N° 4.8, se presenta la ventana con la opción de realizar entrenamiento o re-entrenamiento, en la cual luego del entrenamiento se presentan los resultados y opciones de visualizarlos gráficamente.

A continuación en la Figura N° 4.9, se muestran las variables que se pueden calcular mediante Matlab.



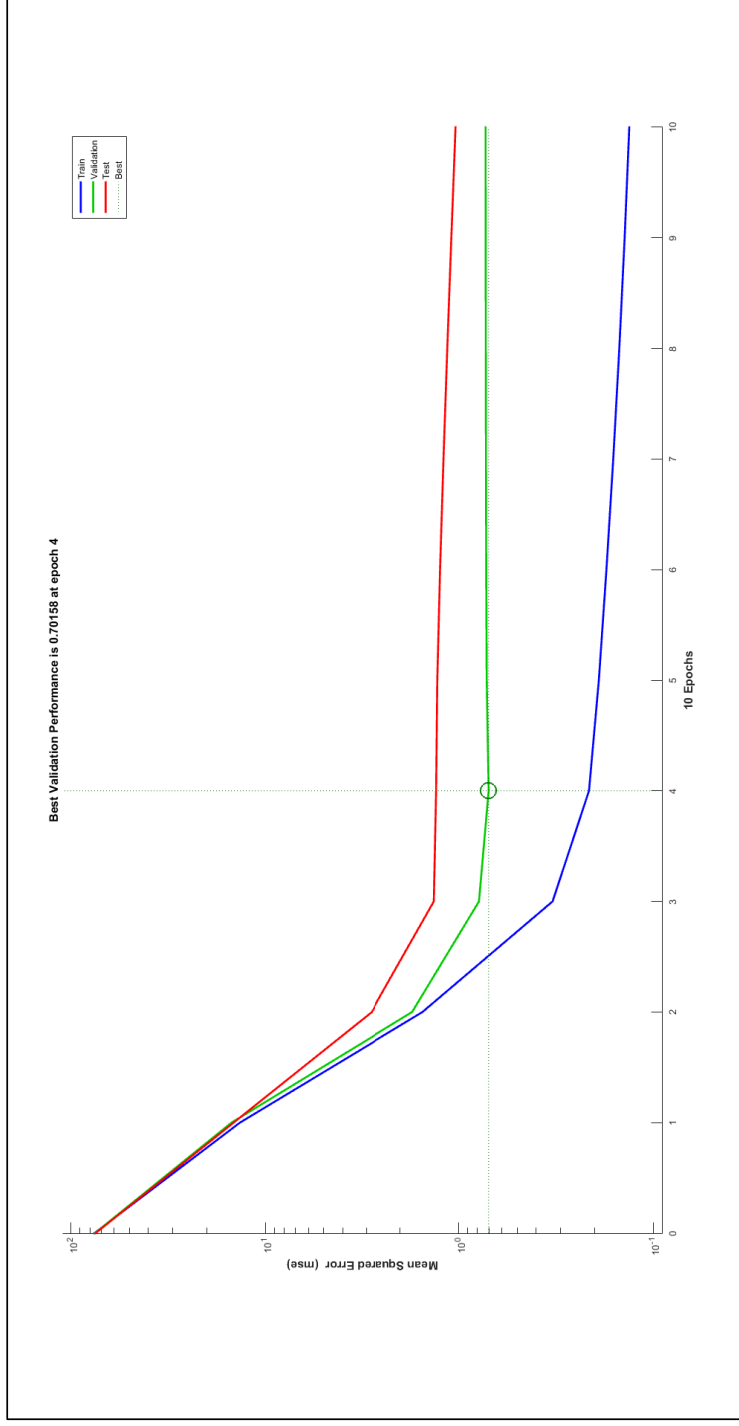
**Figura N° 4.9: Resultados gráficos**

En la Figura N° 4.9 *Epoch* indica la cantidad de iteraciones que demora en llegar a una solución aceptable. *Time* arroja el tiempo en que la red demora en llegar a una resultado confiable. *Validation Checks* son los chequeos validación

En la ventana que se visualiza en la Figura N° 4.9, puede seguirse el proceso de ajuste de la red al visualizarse las iteraciones y los errores de ajustes que se están dando, también se presentan opciones que permiten visualizar gráficamente los siguientes resultados:

- Rendimiento del entrenamiento
- Histograma de los Errores de Entrenamiento
- Gráficos de regresión
- Gráficos de Resultados y Errores por tiempo de entrenamiento

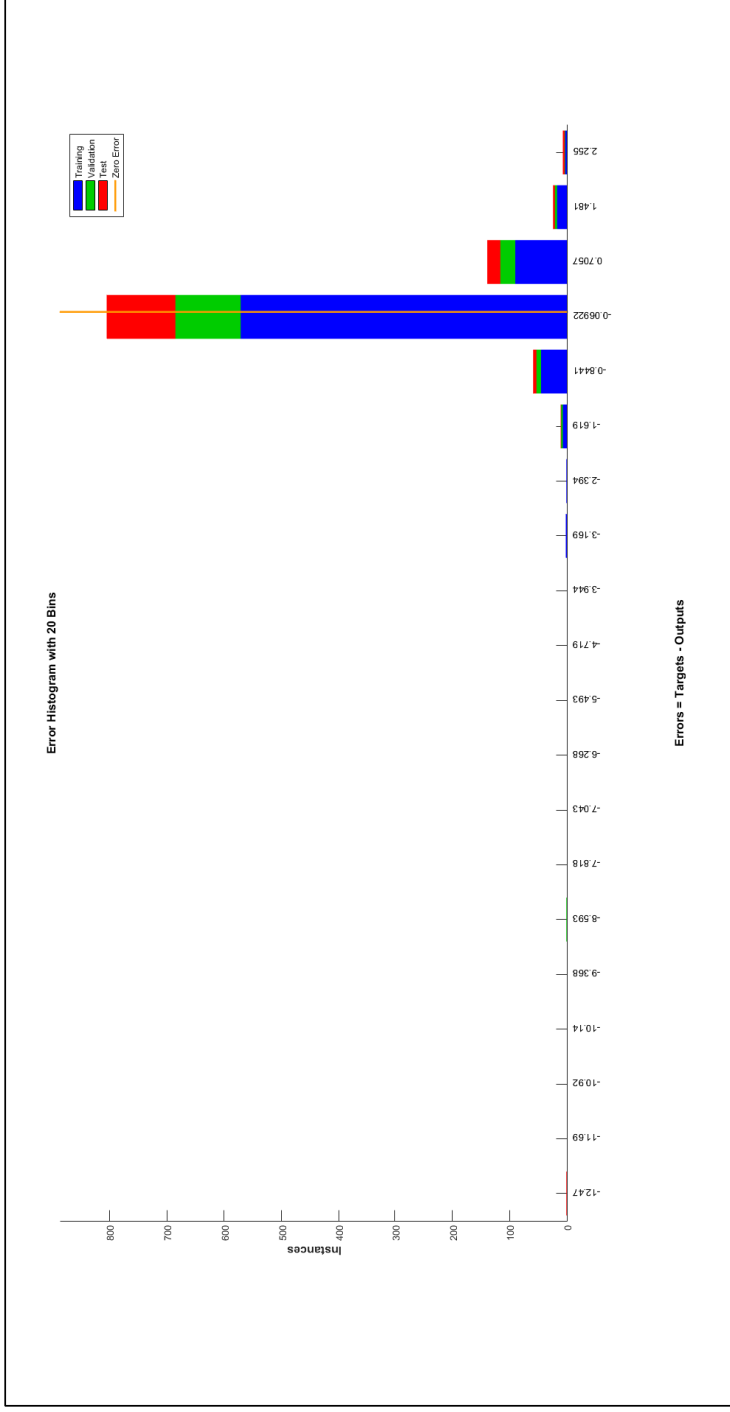
A continuación en la Figura N° 4.10, se indica el error cuadrático medio del entrenamiento.



**Figura N° 4.10: Rendimiento del entrenamiento**

La Figura N° 4.10 indica el error cuadrático medio del entrenamiento, validación y testeo. En el eje X están las épocas, y en eje Y el error cuadrático medio. Como se puede observar, cercano al punto 0 en el eje X el error es muy alto, debido a que la red está comenzando a entrenar para los tres casos, con el pasar de las épocas el error va disminuyendo, el punto óptimo se puede apreciar en el test de validación en la época cuatro.

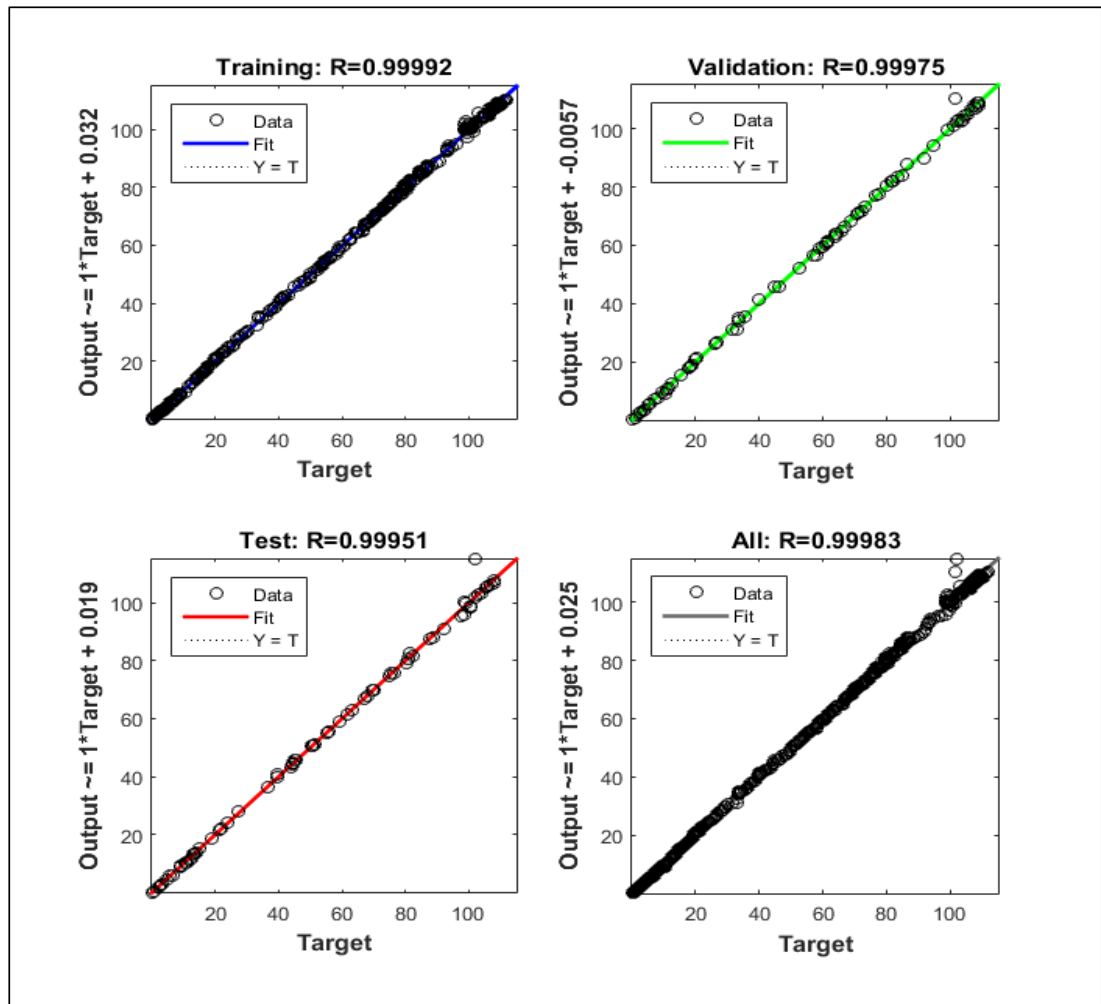
A continuación en la Figura N° 4.11, se grafica el error para los procesos de entrenamiento, validación y testeo.



**Figura N° 4.11: Histograma de los Errores de Entrenamiento**

En la Figura N° 4.11 en el eje X se grafica el error y en el eje Y la instancia, para los procesos de entrenamiento, validación y testeo. En un principio los errores son grandes, pero al aumentar las instancias se aprecian valores de error pequeños, incluso llegando a ser cero. Cabe destacar que instancia es distinto de época, pues instancia o momentos pueden ser muchos, en cambio un ciclo es cuando termina un proceso.

A continuación en la Figura N° 4.12 , se muestra los gráficos de ajuste para los procesos de entrenamiento, validación y testeo.



**Figura N° 4.12: Gráficos de regresión**

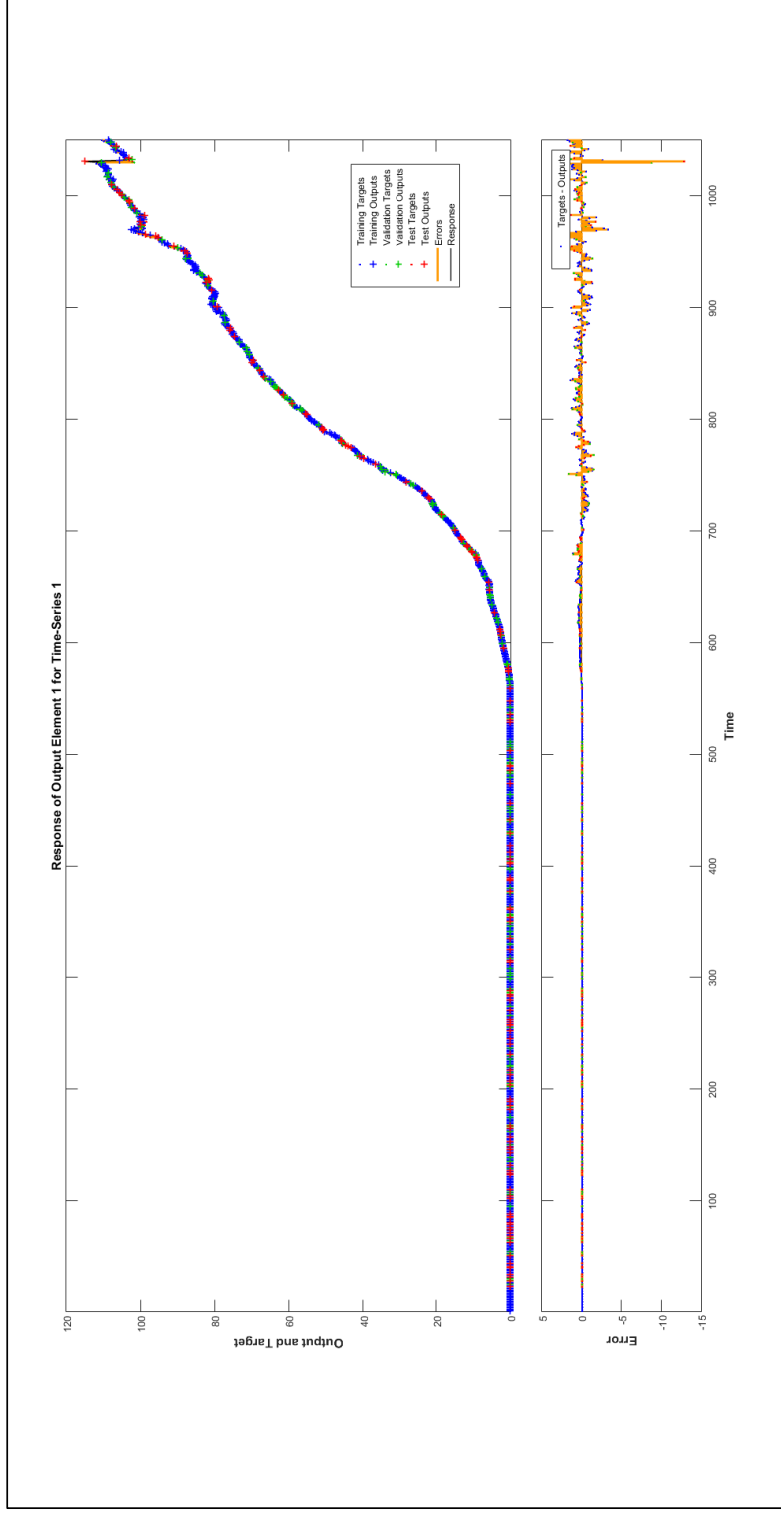
En la Figura N° 4.12 los círculos negros son los datos, es decir, los valores del IPC y las líneas son el ajuste de tendencia. El R indica el índice de regresión. Si el R diera 1, significa que el ajuste entre el valor que me da y el que debe dar están perfectamente relacionados.

La gráfica de *training*, señala la relación entre lo que tengo y que sale que son los *outputs* y los *targets* que es lo que me debe dar en el proceso de formación o entrenamiento en el que ocupo el 70% de los datos.

En la gráfica de validación, es el mismo razonamiento que el anterior, pero yo no entreno la red, solo compruebo con el otro 15% de los datos, si los valores que dieron como salida coinciden con lo que espero.

En el gráfico de test, es algo parecido al de validación pero más reducido que el de validación con el 15% restante de los datos.

En la Figura N° 4.13, se integran los resultados anteriores.



**Figura N° 4.13: Gráficos de Resultados y Errores por tiempo de entrenamiento**

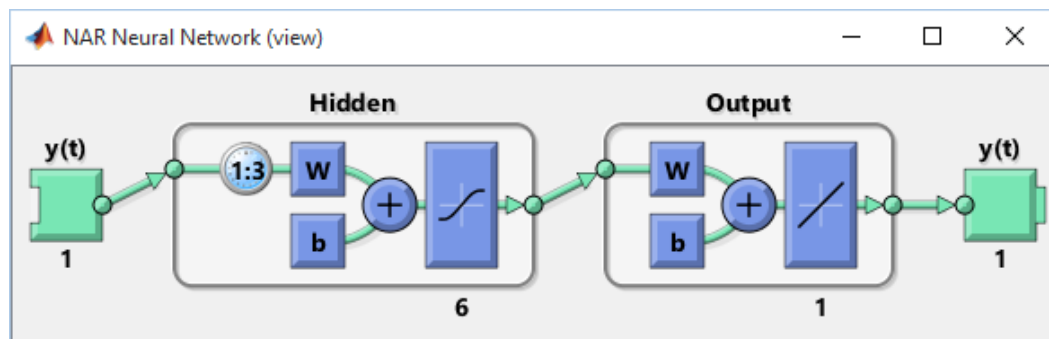
En la Figura N° 4.13 los puntos son los valores esperados, y las cruces son los valores que tienen que salir. Tal como se puede apreciar en la gráfica, los valores que esperamos tanto en entrenamiento, validación y test, coinciden casi perfectamente con los que salen, con excepción del error que se aprecia por una variación en color amarillo.

Lo que cuenta aquí es que todo se parece y el seguimiento es casi perfecto, excepto en el punto en que hay una corrección que no sigue la tendencias y genera un error de 10 puntos pero en consideración de una máxima de 120 o 110 por lo tanto 10 de 110 es menor que un 10%.

## 5 Obtención de resultados

En este capítulo se detallará los resultados obtenidos a partir del modelo de redes neuronales.

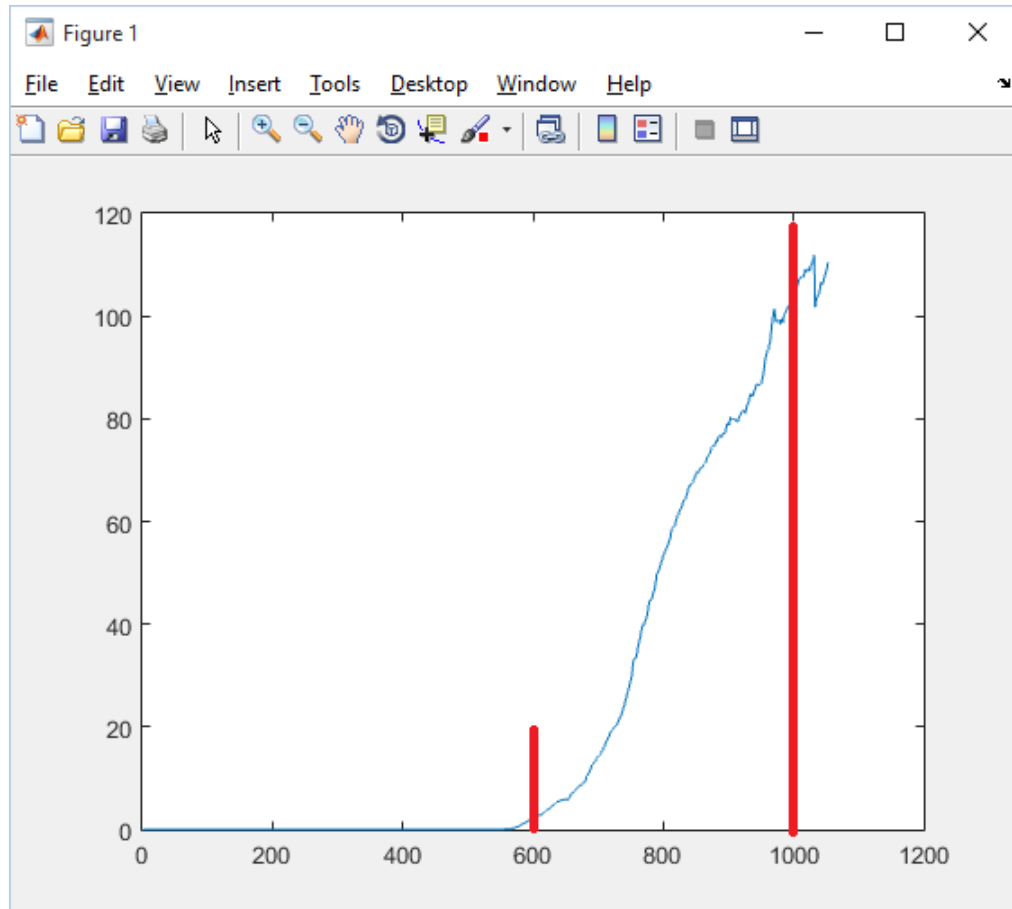
A continuación en la Figura N° 5.1 se presenta el esquema de una red neuronal, con las capas correspondientes.



**Figura N° 5.1: Esquema de la red neuronal**

En el siguiente esquema, se muestra el modelo de red neuronal NAR. El primer bloque representa las variables de entrada, el siguiente bloque corresponde a la capa de oculta, la cual es alimentada por tres neuronas y un bias, adicionalmente la capa oculta está compuesta por 6 neuronas que alimentan la capa de salida. El último corresponde a la capa de salida.

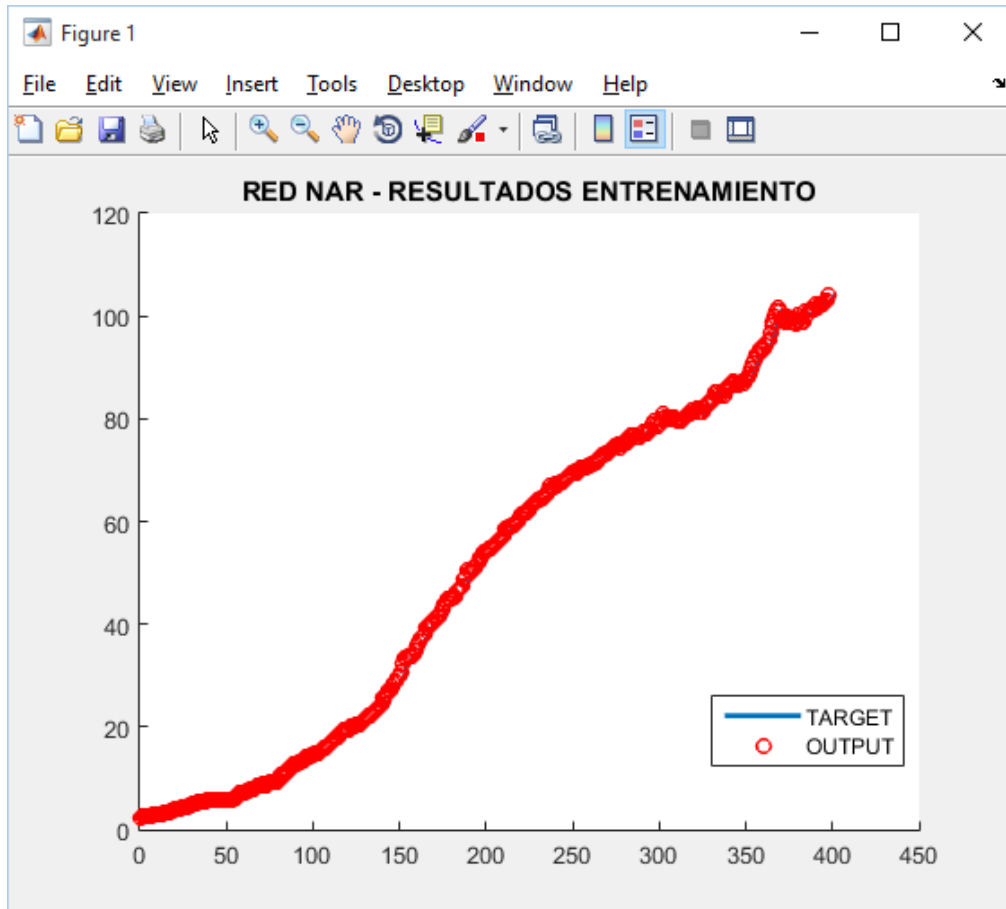
A continuación en la Figura N° 5.2 se muestra la sección de los datos con los cuales se trabajó.



**Figura N° 5.2: Gráfica con los datos a utilizar**

Para entrenar la red, se debe utilizar un trazo que guarde correlación con lo que ocurre con el IPC actualmente, es decir, un comportamiento creciente, es por esto que el tramo desde 1 a 600 datos se desecha. Del 100% del total de los datos extraídos de la base de datos para experimentar, se ocupara aproximadamente el 40% que corresponde a los datos desde 600 hasta 1000 y se dejara el otro restante para validar equivalente a un 5% del total. Entonces ahora mi 100% de los datos equivalen a 400 datos.

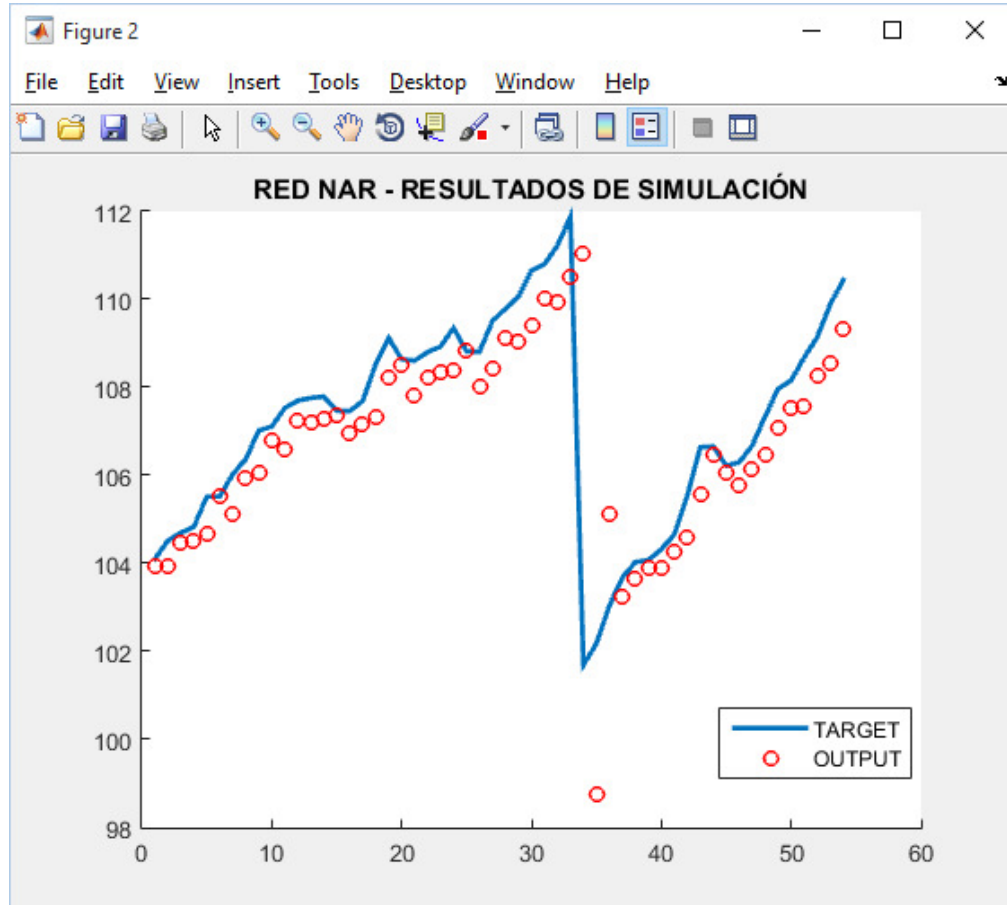
A continuación en la Figura N° 5.3 se detalla la grafica de los resultados obtenidos con los esperados.



**Figura N° 5.3: Gráfica resultados de entrenamiento**

Aquí se aprecia que el entrenamiento de los valores esperados se ajusta prácticamente perfecto a lo que debería dar. Existe un rápido ajuste de la red neuronal con un mínimo de error.

A continuación en la Figura N° 5.4 se muestran los resultados obtenidos.



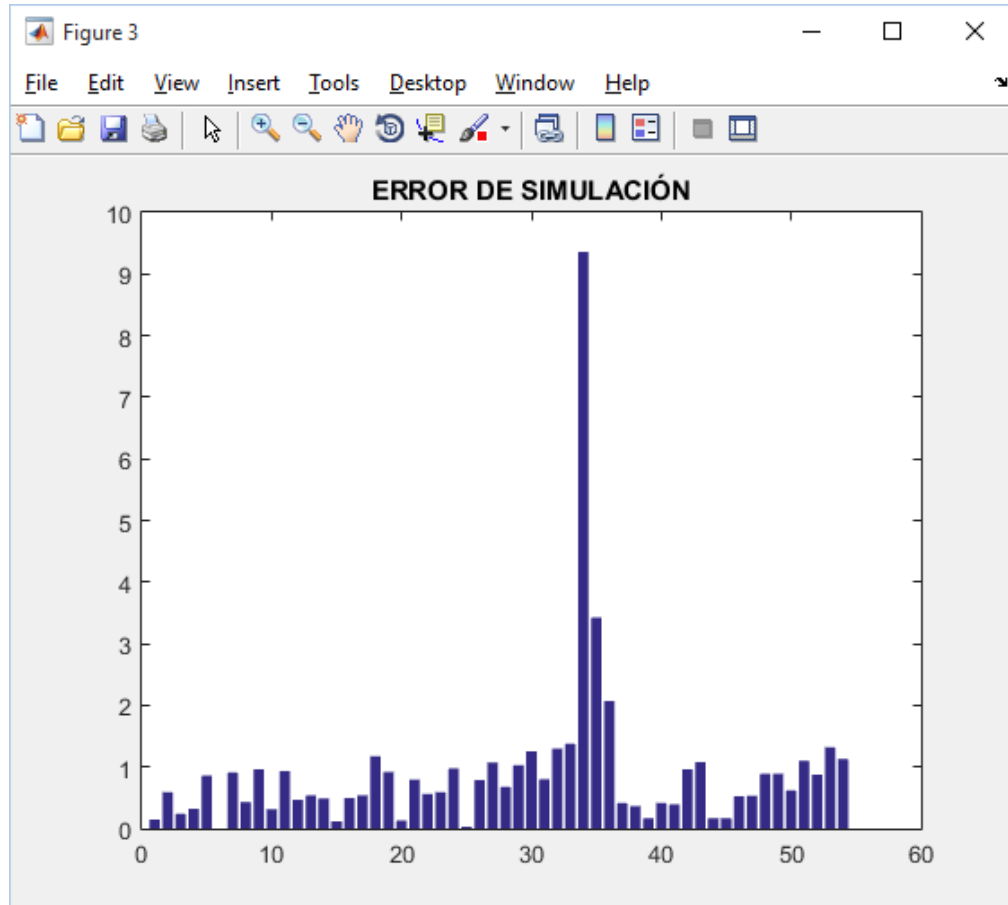
**Figura N° 5.4: Gráfica resultados de simulación**

En el siguiente gráfico se aprecia el resultado que arroja el modelo. El resultado esperado con el simulado se ajusta casi perfectamente, utilizando tres periodos anteriores para la simulación. Cabe destacar que una vez que con los tres periodos anteriores se calcula el subsiguiente, para la próxima simulación, en vez de utilizar el valor simulado utilizo el real, esto es para ajustar lo más posible el modelo a la realidad.

En el gráfico se observa un desajuste, esto es debido a la baja que tuvo el IPC. Una vez que el índice siguió su comportamiento habitual, el ajuste volvió a ser muy cercano entre los valores esperados y los simulados.

A continuación en la Figura N° 5.5, se muestra el histograma de errores de simulación.

**Figura N° 5.5: Histograma de errores de simulación**



En el histograma se puede apreciar un crecimiento en el error coincidiendo justo con la gráfica anterior, también se puede apreciar que ya al tercer periodo subsiguiente se estabiliza el nivel de error, es decir, vuelve a ser pequeño (se ajusta el valor del *targets* con el *outputs*).

En caso de que los errores sean muy altos, lo que se debe hacer es volver a entrenar la red, una opción puede ser cambiar el rango de entrenamiento valores por valores reales los más recientes.

Tabla N° 5-1 Tabla con los resultados del valor de simulación

| TARGETS O VALOR ESPERADO | OUTPUTS O VALOR DE PREDICCIÓN | ERROR DE PREDICCIÓN mse |
|--------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| 104,10                   | 103,96                        | 0,14                    |
| 104,52                   | 103,93                        | 0,59                    |
| 104,70                   | 104,46                        | 0,24                    |
| 104,83                   | 104,51                        | 0,32                    |
| 105,52                   | 104,66                        | 0,86                    |
| 105,52                   | 105,52                        | 0,00                    |
| 106,03                   | 105,12                        | 0,91                    |
| 106,37                   | 105,94                        | 0,43                    |
| 107,02                   | 106,06                        | 0,96                    |
| 107,11                   | 106,79                        | 0,32                    |
| 107,53                   | 106,60                        | 0,93                    |
| 107,70                   | 107,24                        | 0,46                    |
| 107,76                   | 107,22                        | 0,54                    |
| 107,79                   | 107,31                        | 0,48                    |
| 107,47                   | 107,35                        | 0,12                    |
| 107,46                   | 106,96                        | 0,50                    |
| 107,69                   | 107,15                        | 0,54                    |
| 108,52                   | 107,35                        | 1,17                    |
| 109,13                   | 108,21                        | 0,92                    |
| 108,64                   | 108,51                        | 0,13                    |
| 108,61                   | 107,81                        | 0,80                    |
| 108,80                   | 108,24                        | 0,56                    |
| 108,93                   | 108,34                        | 0,59                    |
| 109,35                   | 108,37                        | 0,98                    |
| 108,82                   | 108,85                        | 0,03                    |
| 108,81                   | 108,02                        | 0,79                    |
| 109,51                   | 108,44                        | 1,07                    |
| 109,79                   | 109,11                        | 0,68                    |
| 110,06                   | 109,03                        | 1,03                    |
| 110,65                   | 109,39                        | 1,26                    |
| 110,80                   | 110,00                        | 0,80                    |
| 111,22                   | 109,92                        | 1,30                    |
| 111,88                   | 110,50                        | 1,38                    |
| 101,69                   | 111,05                        | 9,36                    |
| 102,18                   | 98,75                         | 3,43                    |
| 103,04                   | 105,11                        | 2,07                    |
| 103,68                   | 103,26                        | 0,42                    |
| 104,03                   | 103,67                        | 0,36                    |
| 104,08                   | 103,91                        | 0,17                    |
| 104,32                   | 103,90                        | 0,42                    |
| 104,66                   | 104,27                        | 0,39                    |
| 105,54                   | 104,58                        | 0,96                    |
| 106,64                   | 105,56                        | 1,08                    |
| 106,66                   | 106,49                        | 0,17                    |
| 106,22                   | 106,05                        | 0,17                    |
| 106,30                   | 105,78                        | 0,52                    |
| 106,68                   | 106,15                        | 0,53                    |
| 107,35                   | 106,46                        | 0,89                    |
| 107,97                   | 107,08                        | 0,89                    |
| 108,16                   | 107,54                        | 0,62                    |
| 108,68                   | 107,58                        | 1,10                    |
| 109,14                   | 108,27                        | 0,87                    |
| 109,88                   | 108,56                        | 1,32                    |
| 110,44                   | 109,31                        | 1,13                    |

En la figura están los resultados de la simulación con el otro 20%, es decir desde el año 1000 hasta el 1200.

## 6 Conclusiones

El IPC es un indicador de gran utilidad para analizar la economía de un país, la metodología de cálculo está establecida y publicada por el INE para conocimiento de las personas.

La predicción del IPC, permite anticiparnos a diversas situaciones del mercado. Se cuenta con diversas herramientas para modelamiento. Para conocer se estudiaron los distintos métodos autorregresivos predictivos, unos de los más utilizados son los modelos autorregresivos basados en series temporales, se escoge el que se ajuste de mejor manera de acuerdo a lo que se pretenda proyectar. También existe una herramienta que opera también basada en la autorregresión, pero que presenta otra estructura para la predicción.

El modelo de red neuronal está hecho para predecir un período siguiente, es decir, un modelo tipo OSA (*One step ahead*), en este caso, un mes. Si yo quisiera predecir más de un periodo, debo suplir los valores anteriores con los simulados de manera recursiva ó MPO (*Multiple Prediction output*).

La predicción realizada fue de múltiples pasos adelante (MPO), es decir, para la proyección se trabajó con valores reales anteriores del IPC para calcular el mes siguiente. Una vez obtenido el valor simulado, para calcular el mes subsiguiente, se cambia el valor proyectado por el real para hacer que el modelo se ajuste lo más posible a la realidad. Este tipo de predicciones son hechas para un futuro cercano, sin embargo, se limitan si se quisiera proyectar a mayor tiempo.

Se obtuvo una data histórica de los valores del IPC a lo largo del tiempo, debido a que al ser un índice económico importante y público para el país, se encuentra divulgado en la página del INE.

Una vez obtenida la data, se ordenaron los valores del IPC, para poder ser analizados y utilizados en la simulación, esto es, de manera ascendente.

La herramienta a utilizar para el modelamiento corresponde a Matlab, debido a que es uno de los software más amigables y conocidos, razón por la cual información y ayuda para su uso, se encuentra disponible en la red.

Se estudiaron los modelos de series temporales para encontrar el que más se ajusta a la realización de la predicción. Se descartaron los que presentaban en su elaboración media móvil, debido a que ésta es una medida que no exacta, como los son MA, ARMA y ARIMA. También desecho los que además de presentar media móvil correspondían a un proceso

multivariado como lo son ARIMAX Y NARX. El modelo que más se ajusta a la problemática es NAR, debido a que es autorregresivo univariado y no utiliza la media para su realización.

Para la construcción del modelo no se trabajó con el total de la data obtenida, pues el comportamiento del IPC tiene un antes y un después. El IPC desde el año 1928 hasta aproximadamente el año 1970, tuvo un comportamiento constante, es decir las variaciones del Índice se mantenían similares, pero después de este período tuvo un cambio y comenzó a aumentar de manera creciente hasta nuestros días. Por esta razón no se podía modelar con la primera parte de los datos, pues no sería representativo con el comportamiento que actualmente presenta el IPC. Entonces se trabajó con el segundo tramo que es desde el año 1973 hacia adelante.

Con la data del año 1973 hacia adelante se realiza el modelamiento para predecir el IPC, sin embargo, no se entrena la red con la totalidad de los datos, pues una parte se utiliza para el entrenamiento, otra para el testeo y finalmente una última parte para la validación.

En los resultados de entrenamiento se puede apreciar que los valores obtenidos se ajustan prácticamente de manera precisa a lo que debiese dar. Para el modelamiento se utilizaron tres periodos anteriores, valor elegido por experimentación debido a que es el que arrojaba un mínimo de error.

El error que arroja los resultados se debe a que el IPC presenta un desajuste en su comportamiento habitual, pero después que se estabiliza el ajuste vuelve a ser tan preciso tan como antes.

En los resultados se puede apreciar que en un principio los errores son mayores, motivo que se debe a que la red aún está aprendiendo, al aumentar las épocas ese error se ve disminuido.

Cuando se realiza la predicción utilizando tres periodos anteriores, una vez obtenida la predicción del mes subsiguiente, se reemplaza con el valor real del IPC, así el modelo se va ajustando lo más posible a la realidad.

## 7 ANEXO

7.1 Tabla: Base de Datos IPC

| ño  | Enero              | Febrero            | Marzo              | Abril              | Mayo               | Junio              | Julio              | Agosto             | Septiembre         | Octubre            | Noviembre          | Diciembre          |
|-----|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 928 | -                  | -                  | 0,00000044<br>8898 | 0,00000045<br>7921 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000052<br>0745 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000048<br>4878 |
| 929 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000050<br>2811 | 0,00000052<br>0745 | 0,00000050<br>2811 | 0,00000051<br>1834 | 0,00000052<br>0745 |
| 930 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000050<br>2811 | 0,00000050<br>2811 | 0,00000049<br>3788 |
| 931 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000045<br>7921 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000045<br>7921 | 0,00000047<br>5855 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000049<br>3788 |
| 932 | 0,00000043<br>9988 | 0,00000043<br>9988 | 0,00000045<br>7921 | 0,00000046<br>6944 | 0,00000048<br>4878 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000049<br>3788 | 0,00000052<br>0745 | 0,00000058<br>3568 | 0,00000059<br>2591 | 0,00000060<br>1614 | 0,00000061<br>0524 |
| 933 | 0,00000061<br>0524 | 0,00000061<br>0524 | 0,00000061<br>0524 | 0,00000061<br>9547 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000066<br>4437 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000063<br>7481 |
| 934 | 0,00000061<br>9547 | 0,00000061<br>0524 | 0,00000061<br>9547 | 0,00000062<br>8458 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000066<br>4437 |
| 935 | 0,00000066<br>4437 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000063<br>7481 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000064<br>6504 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000065<br>5414 |
| 936 | 0,00000065<br>5414 | 0,00000066<br>4437 | 0,00000067<br>3347 | 0,00000068<br>2370 | 0,00000070<br>0304 | 0,00000070<br>9327 | 0,00000071<br>8350 | 0,00000071<br>8350 | 0,00000072<br>7260 | 0,00000074<br>5194 | 0,00000073<br>6283 | 0,00000073<br>6283 |
| 937 | 0,00000073<br>6283 | 0,00000071<br>8350 | 0,00000074<br>5194 | 0,00000077<br>2150 | 0,00000079<br>0083 | 0,00000080<br>8130 | 0,00000081<br>7040 | 0,00000082<br>6063 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000080<br>8130 |
| 938 | 0,00000079<br>9107 | 0,00000079<br>9107 | 0,00000080<br>8130 | 0,00000082<br>6063 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000082<br>6063 |
| 939 | 0,00000080<br>8130 | 0,00000079<br>0083 | 0,00000080<br>8130 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000083<br>4973 | 0,00000084<br>3996 | 0,00000087<br>0953 | 0,00000088<br>8886 | 0,00000088<br>8886 |
| 940 | 0,00000086<br>1930 | 0,00000087<br>9863 | 0,00000088<br>8886 | 0,00000091<br>5843 | 0,00000092<br>4753 | 0,00000096<br>0732 | 0,00000095<br>1709 | 0,00000096<br>9756 | 0,00000101<br>4645 | 0,00000102<br>3556 | 0,00000100<br>5622 | 0,00000096<br>9756 |
| 941 | 0,00000096<br>9756 | 0,00000098<br>7689 | 0,00000101<br>4645 | 0,00000103<br>2579 | 0,00000106<br>8445 | 0,00000108<br>6379 | 0,00000109<br>5402 | 0,00000111<br>3335 | 0,00000116<br>7248 | 0,00000118<br>5182 | 0,00000117<br>6159 | 0,00000119<br>4205 |
| 942 | 0,00000120<br>3453 | 0,00000123<br>0523 | 0,00000128<br>3533 | 0,00000133<br>7672 | 0,00000136<br>4741 | 0,00000135<br>5718 | 0,00000136<br>4741 | 0,00000140<br>9856 | 0,00000143<br>6926 | 0,00000148<br>7612 | 0,00000148<br>7612 | 0,00000149<br>8959 |
| 943 | 0,00000147<br>3018 | 0,00000149<br>8959 | 0,00000151<br>7005 | 0,00000158<br>0167 | 0,00000161<br>6259 | 0,00000164<br>3329 | 0,00000162<br>5282 | 0,00000162<br>5282 | 0,00000164<br>3329 | 0,00000165<br>2352 | 0,00000164<br>3329 | 0,00000161<br>6259 |

|     |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |                    |
|-----|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 944 | 0,00000164<br>3329 | 0,00000162<br>5282 | 0,00000165<br>2352 | 0,00000171<br>4385 | 0,00000175<br>9501 | 0,00000174<br>1454 | 0,00000175<br>0478 | 0,00000179<br>5593 | 0,00000188<br>5824 | 0,00000196<br>5904 | 0,00000196<br>5904 | 0,00000185<br>8755 |
| 945 | 0,00000184<br>9731 | 0,00000185<br>8755 | 0,00000187<br>6801 | 0,00000189<br>4847 | 0,00000190<br>3870 | 0,00000192<br>1916 | 0,00000192<br>1916 | 0,00000193<br>9962 | 0,00000202<br>0042 | 0,00000208<br>3204 | 0,00000197<br>4927 | 0,00000200<br>1996 |
| 946 | 0,00000202<br>9065 | 0,00000201<br>1019 | 0,00000202<br>9065 | 0,00000207<br>4181 | 0,00000211<br>9296 | 0,00000219<br>0353 | 0,00000222<br>6445 | 0,00000229<br>8630 | 0,00000240<br>5779 | 0,00000247<br>7963 | 0,00000249<br>6010 | 0,00000260<br>4287 |
| 947 | 0,00000273<br>8505 | 0,00000272<br>0459 | 0,00000284<br>6782 | 0,00000289<br>9792 | 0,00000298<br>1000 | 0,00000299<br>0023 | 0,00000304<br>4162 | 0,00000311<br>5218 | 0,00000315<br>1311 | 0,00000313<br>3265 | 0,00000319<br>6426 | 0,00000320<br>5449 |
| 948 | 0,00000323<br>2519 | 0,00000330<br>4703 | 0,00000337<br>5760 | 0,00000342<br>9898 | 0,00000343<br>8921 | 0,00000346<br>5991 | 0,00000355<br>5094 | 0,00000365<br>4348 | 0,00000377<br>0520 | 0,00000377<br>0520 | 0,00000374<br>4578 | 0,00000374<br>4578 |
| 949 | 0,00000383<br>3681 | 0,00000386<br>0750 | 0,00000391<br>4889 | 0,00000410<br>3246 | 0,00000414<br>8361 | 0,00000420<br>2500 | 0,00000421<br>1523 | 0,00000430<br>0626 | 0,00000431<br>8672 | 0,00000448<br>8982 | 0,00000453<br>4098 | 0,00000451<br>6052 |
| 950 | 0,00000451<br>6052 | 0,00000446<br>1913 | 0,00000454<br>3121 | 0,00000459<br>7259 | 0,00000465<br>1398 | 0,00000473<br>1478 | 0,00000482<br>1709 | 0,00000488<br>4870 | 0,00000491<br>0811 | 0,00000541<br>3848 | 0,00000529<br>7676 | 0,00000526<br>1584 |
| 951 | 0,00000525<br>2561 | 0,00000536<br>8733 | 0,00000541<br>3848 | 0,00000544<br>9941 | 0,00000558<br>5287 | 0,00000570<br>1459 | 0,00000588<br>0793 | 0,00000618<br>6449 | 0,00000656<br>3163 | 0,00000667<br>1440 | 0,00000645<br>6014 | 0,00000649<br>2106 |
| 952 | 0,00000650<br>9025 | 0,00000655<br>4140 | 0,00000668<br>0463 | 0,00000683<br>2728 | 0,00000720<br>9441 | 0,00000726<br>3580 | 0,00000746<br>0960 | 0,00000754<br>2167 | 0,00000780<br>2709 | 0,00000785<br>6847 | 0,00000777<br>5639 | 0,00000727<br>2603 |
| 953 | 0,00000759<br>6306 | 0,00000765<br>8339 | 0,00000768<br>5409 | 0,00000778<br>4663 | 0,00000795<br>4973 | 0,00000821<br>5515 | 0,00000880<br>7654 | 0,00000938<br>2876 | 0,00001023<br>5557 | 0,00001080<br>1755 | 0,00001125<br>9676 | 0,00001135<br>7802 |
| 954 | 0,00001187<br>6629 | 0,00001205<br>7091 | 0,00001294<br>8120 | 0,00001392<br>9380 | 0,00001439<br>1813 | 0,00001498<br>9592 | 0,00001570<br>0160 | 0,00001704<br>2343 | 0,00001758<br>3728 | 0,00001835<br>0690 | 0,00001900<br>4863 | 0,00001943<br>3459 |
| 955 | 0,00002008<br>7633 | 0,00002100<br>1219 | 0,00002234<br>3403 | 0,00002432<br>8480 | 0,00002547<br>8923 | 0,00002665<br>1923 | 0,00002722<br>7145 | 0,00002828<br>7357 | 0,00003047<br>5454 | 0,00003230<br>2627 | 0,00003426<br>5147 | 0,00003572<br>0119 |
| 956 | 0,00003700<br>5908 | 0,00003737<br>8110 | 0,00003787<br>4380 | 0,00003875<br>4130 | 0,00003956<br>6207 | 0,00004062<br>6419 | 0,00004169<br>7910 | 0,00004387<br>4728 | 0,00004704<br>4085 | 0,00004946<br>9038 | 0,00004934<br>4970 | 0,00004918<br>7067 |
| 957 | 0,00004900<br>6605 | 0,00004920<br>9624 | 0,00005050<br>6692 | 0,00005303<br>3154 | 0,00005418<br>3597 | 0,00005616<br>8675 | 0,00005875<br>1532 | 0,00006029<br>0215 | 0,00006761<br>6708 | 0,00006319<br>5399 | 0,00005910<br>1176 | 0,00005766<br>8762 |
| 958 | 0,00005943<br>9542 | 0,00006141<br>3340 | 0,00006311<br>6447 | 0,00006492<br>1063 | 0,00006662<br>4169 | 0,00006751<br>5198 | 0,00006832<br>7276 | 0,00007003<br>0382 | 0,00007165<br>4536 | 0,00007326<br>7412 | 0,00007515<br>0980 | 0,00007641<br>4211 |
| 959 | 0,00007882<br>7884 | 0,00008242<br>5838 | 0,00008628<br>3204 | 0,00008952<br>0235 | 0,00009239<br>6341 | 0,00009446<br>0372 | 0,00009840<br>7968 | 0,00010065<br>2461 | 0,00010208<br>4876 | 0,00010460<br>0059 | 0,00010244<br>5799 | 0,00010181<br>4183 |
| 960 | 0<br>,000103168    | 0<br>,000103348    | 0<br>,000103878    | 0<br>,000102987    | 0<br>,000103348    | 0<br>,000103168    | 0<br>,000105593    | 0<br>,000107115    | 0<br>,000108288    | 0<br>,000108548    | 0<br>,000108379    | 0<br>,000107386    |
| 961 | 0<br>,000109269    | 0<br>,000109720    | 0<br>,000110533    | 0<br>,000111063    | 0<br>,000111875    | 0<br>,000112236    | 0<br>,000113668    | 0<br>,000114931    | 0<br>,000116454    | 0<br>,000117526    | 0<br>,000117446    | 0<br>,000117706    |



|     |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|-----|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 982 | 5<br>.841452913      | 5<br>.795260492      | 5<br>.820826109      | 5<br>.815015741      | 5<br>.785673386      | 5<br>.824021811      | 5<br>.939357605      | 6<br>.131099731      | 6<br>.394018857      | 6<br>.700806259      | 6<br>.923343332      | 7<br>.003816919      |
| 983 | 7<br>.126996710      | 7<br>.135421743      | 7<br>.270512785      | 7<br>.486658459      | 7<br>.589792478      | 7<br>.708033454      | 7<br>.855616786      | 8<br>.066823646      | 8<br>.255079554      | 8<br>.454956194      | 8<br>.567096284      | 8<br>.621132701      |
| 984 | 8<br>.627235204      | 8<br>.613585368      | 8<br>.832050094      | 8<br>.963946128      | 9<br>.071438585      | 9<br>.186766225      | 9<br>.267834583      | 9<br>.291362586      | 9<br>.562114270      | 1<br>0,34507155<br>8 | 1<br>0,46533829<br>2 | 1<br>0,60740435<br>0 |
| 985 | 1<br>0,94034360<br>4 | 1<br>1,16026760<br>5 | 1<br>1,47403423<br>5 | 1<br>1,73578331<br>1 | 1<br>1,97225325<br>2 | 1<br>2,41326867<br>9 | 1<br>2,57363180<br>2 | 1<br>2,68518778<br>0 | 1<br>2,83946684<br>6 | 1<br>3,03294429<br>4 | 1<br>3,24153085<br>4 | 1<br>3,40945975<br>6 |
| 986 | 1<br>3,76882312<br>3 | 1<br>3,89346767<br>5 | 1<br>4,10205423<br>5 | 1<br>4,29786651<br>8 | 1<br>4,39983618<br>7 | 1<br>4,59214621<br>1 | 1<br>4,73713081<br>9 | 1<br>4,83009787<br>4 | 1<br>5,05727335<br>7 | 1<br>5,28590810<br>7 | 1<br>5,50089302<br>9 | 1<br>5,73680170<br>8 |
| 987 | 1<br>6,04969276<br>4 | 1<br>6,32742651<br>8 | 1<br>6,59528210<br>5 | 1<br>6,98661482<br>0 | 1<br>7,24371666<br>8 | 1<br>7,36427525<br>3 | 1<br>7,65597314<br>7 | 1<br>7,90842776<br>6 | 1<br>8,24920220<br>3 | 1<br>8,68934207<br>0 | 1<br>9,05016470<br>5 | 1<br>9,11262168<br>7 |
| 988 | 1<br>9,25120793<br>3 | 1<br>9,32304917<br>4 | 1<br>9,68674546<br>5 | 1<br>9,83940810<br>7 | 1<br>9,93145470<br>2 | 2<br>0,05268679<br>7 | 2<br>0,07962726<br>4 | 2<br>0,24127005<br>9 | 2<br>0,43209835<br>5 | 2<br>0,74191371<br>2 | 2<br>1,13479551<br>1 | 2<br>1,53665746<br>3 |
| 989 | 2<br>1,77687661<br>2 | 2<br>1,80381707<br>9 | 2<br>2,21914926<br>5 | 2<br>2,45038826<br>1 | 2<br>2,89041587<br>3 | 2<br>3,29452285<br>8 | 2<br>3,71883519<br>7 | 2<br>3,95680931<br>3 | 2<br>4,46643312<br>7 | 2<br>5,17137532<br>2 | 2<br>5,60466781<br>5 | 2<br>6,14796720<br>8 |
| 990 | 2<br>6,801           | 2<br>6,880           | 2<br>7,529           | 2<br>8,018           | 2<br>8,445           | 2<br>9,069           | 2<br>9,554           | 3<br>0,149           | 3<br>1,624           | 3<br>2,831           | 3<br>3,121           | 3<br>3,294           |
| 991 | 3<br>3,435           | 3<br>3,478           | 3<br>3,866           | 3<br>4,491           | 3<br>5,350           | 3<br>6,001           | 3<br>6,653           | 3<br>7,097           | 3<br>7,582           | 3<br>8,669           | 3<br>9,026           | 3<br>9,506           |
| 992 | 3<br>9,941           | 3<br>9,690           | 3<br>9,968           | 4<br>0,494           | 4<br>0,927           | 4<br>1,208           | 4<br>1,668           | 4<br>2,263           | 4<br>3,246           | 4<br>3,864           | 4<br>4,490           | 4<br>4,521           |
| 993 | 4<br>4,595           | 4<br>4,775           | 4<br>5,029           | 4<br>5,660           | 4<br>6,326           | 4<br>6,555           | 4<br>7,013           | 4<br>8,017           | 4<br>8,576           | 4<br>9,826           | 4<br>9,869           | 4<br>9,968           |
| 994 | 5<br>0,489           | 5<br>0,646           | 5<br>1,216           | 5<br>1,468           | 5<br>2,202           | 5<br>2,480           | 5<br>2,794           | 5<br>3,380           | 5<br>3,643           | 5<br>3,960           | 5<br>4,285           | 5<br>4,438           |
| 995 | 5<br>4,783           | 5<br>5,060           | 5<br>5,396           | 5<br>5,733           | 5<br>6,074           | 5<br>6,487           | 5<br>6,959           | 5<br>7,895           | 5<br>8,239           | 5<br>8,690           | 5<br>8,732           | 5<br>8,901           |
| 996 | 5<br>9,062           | 5<br>9,368           | 5<br>9,799           | 6<br>0,405           | 6<br>0,894           | 6<br>1,150           | 6<br>1,328           | 6<br>1,590           | 6<br>1,891           | 6<br>2,334           | 6<br>2,580           | 6<br>2,807           |
| 997 | 6<br>3,124           | 6<br>3,651           | 6<br>3,851           | 6<br>4,062           | 6<br>4,210           | 6<br>4,363           | 6<br>4,751           | 6<br>5,014           | 6<br>5,618           | 6<br>6,422           | 6<br>6,512           | 6<br>6,604           |
| 998 | 6<br>7,068           | 6<br>6,981           | 6<br>7,246           | 6<br>7,511           | 6<br>7,634           | 6<br>7,865           | 6<br>8,155           | 6<br>8,386           | 6<br>8,743           | 6<br>9,291           | 6<br>9,358           | 6<br>9,711           |
| 999 | 6<br>9,479           | 6<br>9,529           | 6<br>9,971           | 7<br>0,234           | 7<br>0,317           | 7<br>0,415           | 7<br>0,464           | 7<br>0,603           | 7<br>0,763           | 7<br>1,014           | 7<br>1,133           | 7<br>1,321           |
| 000 | 7<br>1,446           | 7<br>1,844           | 7<br>2,367           | 7<br>2,715           | 7<br>2,869           | 7<br>3,036           | 7<br>3,133           | 7<br>3,322           | 7<br>3,768           | 7<br>4,214           | 7<br>4,465           | 7<br>4,549           |

|     |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 001 | 7<br>4,800  | 7<br>4,570  | 7<br>4,925  | 7<br>5,267  | 7<br>5,594  | 7<br>5,636  | 7<br>5,490  | 7<br>6,096  | 7<br>6,654  | 7<br>6,758  | 7<br>6,751  | 7<br>6,514  |
| 002 | 7<br>6,452  | 7<br>6,459  | 7<br>6,863  | 7<br>7,149  | 7<br>7,219  | 7<br>7,121  | 7<br>7,463  | 7<br>7,755  | 7<br>8,411  | 7<br>9,094  | 7<br>9,024  | 7<br>8,675  |
| 003 | 7<br>8,752  | 7<br>9,387  | 8<br>0,314  | 8<br>0,237  | 7<br>9,93   | 7<br>9,93   | 7<br>9,861  | 7<br>9,993  | 8<br>0,146  | 8<br>0,021  | 7<br>9,777  | 7<br>9,519  |
| 004 | 7<br>9,373  | 7<br>9,380  | 7<br>9,714  | 8<br>0,007  | 8<br>0,425  | 8<br>0,774  | 8<br>0,962  | 8<br>1,269  | 8<br>1,311  | 8<br>1,548  | 8<br>1,757  | 8<br>1,450  |
| 005 | 8<br>1,192  | 8<br>1,115  | 8<br>1,631  | 8<br>2,363  | 8<br>2,586  | 8<br>2,928  | 8<br>3,437  | 8<br>3,681  | 8<br>4,51   | 8<br>4,922  | 8<br>4,719  | 8<br>4,434  |
| 006 | 8<br>4,503  | 8<br>4,427  | 8<br>4,922  | 8<br>5,465  | 8<br>5,674  | 8<br>6,176  | 8<br>6,643  | 8<br>6,873  | 8<br>6,887  | 8<br>6,664  | 8<br>6,518  | 8<br>6,602  |
| 007 | 8<br>6,867  | 8<br>6,720  | 8<br>7,090  | 8<br>7,591  | 8<br>8,135  | 8<br>8,958  | 8<br>9,962  | 9<br>0,938  | 9<br>1,969  | 9<br>2,255  | 9<br>2,952  | 9<br>3,377  |
| 008 | 9<br>3,343  | 9<br>3,719  | 9<br>4,500  | 9<br>4,862  | 9<br>5,957  | 9<br>7,386  | 9<br>8,487  | 9<br>9,400  | 1<br>00,460 | 1<br>01,345 | 1<br>01,213 | 1<br>00,000 |
| 009 | 9<br>9,24   | 9<br>8,800  | 9<br>9,260  | 9<br>9,110  | 9<br>8,860  | 9<br>9,200  | 9<br>8,770  | 9<br>8,410  | 9<br>9,380  | 9<br>9,380  | 9<br>8,920  | 9<br>8,620  |
| 010 | 1<br>00,030 | 1<br>00,310 | 1<br>00,390 | 1<br>00,860 | 1<br>01,220 | 1<br>01,220 | 1<br>01,870 | 1<br>01,770 | 1<br>02,180 | 1<br>02,280 | 1<br>02,350 | 1<br>02,470 |
| 011 | 1<br>02,760 | 1<br>02,980 | 1<br>03,770 | 1<br>04,100 | 1<br>04,520 | 1<br>04,700 | 1<br>04,830 | 1<br>05,520 | 1<br>05,520 | 1<br>06,030 | 1<br>06,370 | 1<br>07,020 |
| 012 | 1<br>07,110 | 1<br>07,530 | 1<br>07,700 | 1<br>07,760 | 1<br>07,790 | 1<br>07,470 | 1<br>07,460 | 1<br>07,690 | 1<br>08,520 | 1<br>09,130 | 1<br>08,640 | 1<br>08,610 |
| 013 | 1<br>08,800 | 1<br>08,930 | 1<br>09,350 | 1<br>08,820 | 1<br>08,810 | 1<br>09,510 | 1<br>09,790 | 1<br>10,060 | 1<br>10,650 | 1<br>10,800 | 1<br>11,220 | 1<br>11,880 |
| 014 | 1<br>01,690 | 1<br>02,180 | 1<br>03,040 | 1<br>03,680 | 1<br>04,030 | 1<br>04,080 | 1<br>04,320 | 1<br>04,660 | 1<br>05,540 | 1<br>06,640 | 1<br>06,660 | 1<br>06,220 |
| 015 | 1<br>06,300 | 1<br>06,680 | 1<br>07,350 | 1<br>07,970 | 1<br>08,160 | 1<br>08,680 | 1<br>09,140 | 1<br>09,880 | 1<br>10,440 |             |             |             |

Fuente INE

## 8 Bibliografía

Instituto Nacional de Estadística. (2013). *Índice de Precios al Consumidor (IPC) base anual 2013*. Metodológico, INE, Estudios de Precios.

Chile, U. d. (Ed.). (14 de Noviembre de 2008). *www.u-cursos.cl*. Obtenido de [https://u-cursos.cl/ingenieria/2010/1/CC52A/1/material\\_docente/](https://u-cursos.cl/ingenieria/2010/1/CC52A/1/material_docente/)

Aguirre, J. A. (1994). *Introducción al tratamiento de series temporales*. (E. D. Santos, Ed.) Madrid.

Chatfield, C. (2003). *The Analysis of Time Series*. Chapman & Hall/CRC.

Fernández, S. d. *Modelo Arima*. Universidad Autónoma de Madrid, Economía Aplicada, Madrid.

Ramón Mahía, R. d. *Modelos Arima*. Econometría Aplicada, Economía Aplicada.

México, M. E. (2012). Obtenido de [www.remeri.org.mx/tesis/INDIXE-TEISIS](http://www.remeri.org.mx/tesis/INDIXE-TEISIS)  
neuronales, M. d. (s.f.). Obtenido de  
[http://www.konradlorenz.edu.co/images/stories/suma\\_digital\\_sistemas/2009\\_01/APLICACION%20DE%20REDES%20NEURONALES%20MLP/Cap%203.pdf](http://www.konradlorenz.edu.co/images/stories/suma_digital_sistemas/2009_01/APLICACION%20DE%20REDES%20NEURONALES%20MLP/Cap%203.pdf)

Montserrat., C. F. (s.f.). *Redes Neuronales Artificiales. Predicción de alturas río Paraná*. Obtenido de [www.une.edu](http://www.une.edu)