UNIVERSIDAD DE VALPARAISO

FACULTAD DE CIENCIAS

MATEMÁTICA

Una secuencia didáctica como material de apoyo para el docente, con el objetivo que los estudiantes puedan vincular la función cuadrática con su gráfica

Tesis presentada para optar al grado de Licenciado en educación, Mención Didáctica.

Realizada por:

Viviana Licandeo

Ginny Estrada Gómez

Profesor Guía:

Mg. Silvana Gómez

Noviembre 2012

Valparaíso - Chile

Agradecimientos:

- A Dios

Por acompañarme todos los días, por llenarme de dicha y bendiciones.

- Alberto

Por tu infinita paciencia, por tu compañía y tú inagotable apoyo. Gracias por compartir mi vida y mis logros, ésta tesis también es tuya.

- Mamá

Por enseñarme a ser la persona que soy y a quien admiro por su fortaleza, ya que a pesar de todos los problemas a los que se ha enfrentado en su vida, siempre ha salido vencedora.

- Profesora Silvana

Por el apoyo en el proceso de elaboración de la Tesis y sus atinadas correcciones.

- A cada persona que todos los días me preguntó: ¿cómo vas con la tesis?
- Por último, pero no menos importante, a mi compañera de tesis, porque gracias a ella fue posible concebir y culminar el presente proyecto.

Viviana

El reflexionar al final de ésta gran etapa y ver todas las personas que me han apoyado desde mi niñez quiero dedicar ésta tesis a las siguientes personas:

- En primer lugar a la persona que siempre confió en mí, quien me educó y se preocupó desde que era una niña, quien me ha dado su apoyo en cada decisión que tomé en la vida, por esto gracias mamá por estar siempre conmigo, cada día de mi vida que sin ti yo no existiría.

- En segundo lugar, pero no menos importante al ser que me ha amado y apoyado en estos años que llevamos juntos, me ha tenido la paciencia, por todos esos días que lo he dejado sólo por trabajar, estudiar y sobretodo en este tiempo al realizar la tesis, al amor de mi vida Esteban que sin ti no habría podido terminar mis estudios.

- En tercer lugar a mi hija por todos los días que la he dejado solita, porque sin ella no hubiese tenido la motivación necesaria para aprobar los ramos que me faltaban.

- Por último, aunque no de importancia gracias a Dios que ha hecho todo bien en mi vida, el darme un hogar donde nacer y ser querida, por mis hermanos, mi esposo y por darme la alegría de ser madre, por Blanca y Felipe. Además por colocarme a las personas correctas en este proceso de estudio, como a nuestra profesora guía que nos ha apoyado y guiado durante este viaje que hoy culmina.

Gracias a todos y te amo Esteban

Ginny Estrada

Índice

Índice de imágenes y gráficos

Imágenes:

Gráficos

Tablas

Introducción

Los profesores de matemáticas diariamente nos enfrentamos a problemas complejos dentro del aula. Éstos problemas pueden ser de enseñanza-aprendizaje; y como profesores decimos que los alumnos no tienen los contenidos necesarios para el curso que están, o que el profesor que estuvo antes no les enseño de manera adecuada; nos referimos a los problemas de lograr que nuestros alumnos construyan de la mejor manera posible su conocimiento matemático. En algunos casos, nos cuesta entender el por qué algunos de nuestros estudiantes no pueden avanzar en la construcción de éstos conocimientos, por lo cual tendemos a culparlos de que no tienen el interés necesario para conseguirlo. Pero en general es importante reflexionar sobre esto y ver si realmente los apoyamos para que puedan construir su conocimiento.

Al reflexionar con respecto a éstas dificultades, cuando nos enfrentamos al momento de enseñar las materias, nos percatamos que un primer paso sería el asumir que el centro de nuestro trabajo y de nuestra preocupación es el aprendizaje de los alumnos y cómo lograr que ellos lleguen a crear su propio conocimiento matemático; esto significa que deben ser capaces de resolver problemas en donde, creen estrategias y tomen decisiones. De acuerdo a lo expuesto podemos preguntarnos ¿Por qué nuestros estudiantes no son capaces de resolver un problema dado? Pero pensando en el tema que nos llevó a realizar ésta investigación podemos preguntarnos ¿Por qué los alumnos tienen dificultades cuando necesitan encontrar la representación algebraica de la función cuadrática dado la representación gráfica y viceversa?

Ésta pregunta nos conecta directamente con los métodos de aprendizajes y con el apoyo que utiliza el docente para lograr los conocimientos, con esto nace la pregunta ¿será que los alumnos no tienen el material necesario para apoyar la construcción del conocimiento sobre las conversiones entre registro gráfico y algebraico y viceversa? Por eso el objetivo de nuestro trabajo es diseñar una secuencia didáctica que sirva de instrumento para el docente y para el alumno para que así los estudiantes logren graficar de una manera efectiva.

Para poder conseguir éste propósito es donde nace nuestra investigación, la cual es una herramienta para que el docente logre seguir con sus estudiantes que conviertan de una representación a otra. Y a continuación haremos un resumen capítulo por capítulo de la investigación realizada.

En el capítulo primero titulado Planteamiento del problema y justificación, se encuentra estructurado en dos secciones. En la primera se plantea y se justifica el problema a investigar, el propósito de la investigación y se exponen las preguntas y objetivos de la investigación. En la segunda sección se presenta una revisión de la literatura relacionada con el tema función cuadrática ya sea de forma directa o indirectamente.

En el marco teórico, el cual sería nuestro segundo capítulo se exponen un análisis matemático de los parámetros del objeto de estudio, además de referencias teóricas que son la base para entender y que apoyan la realidad de la problemática abordada. Dentro de estas teorías encontramos los sistemas de representación de Duval y una breve definición de visualización según Cantoral.

En el capítulo 3 encontramos la metodología que utilizaremos en nuestra investigación la cual es de estilo cuantitativa y cualitativa. Cualitativa en el momento que revisemos los textos de estudio, son aquellos con que trabajan los estudiantes y en donde los docentes se apoyan para poder enseñar los contenidos a tratar en clases de una forma más didáctica. Y cualitativa al momento de analizar el porcentaje de logro obtenido por un grupo de alumnos del colegio el Belloto de Quilpué al aplicar una actividad exploratoria, que diseñamos con el objetivo de encontrar evidencias sobre la poca vinculación que tienen los estudiantes al realizar un cambio de registro.

En el capítulo cuarto encontraremos la secuencia didáctica, que logramos luego de las conclusiones que obtenemos en cada sección del capítulo anterior. Cabe señalar que la secuencia propuesta es validada con un grupo de 7 alumnos de tercero medio del Liceo Tecnológico de Villa Alemana.

Y para terminar en el capítulo quinto encontraremos las conclusiones obtenidas al realizar nuestro trabajo y las sugerencias y aportes para futuros investigadores.

Capítulo 1

Planteamiento y justificación del problema

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema, luego la justificación nos muestra la importancia que tiene el tema de estudio en la educación matemática y finaliza con la formulación de los objetivos generales y específicos de la investigación.

1.1. Planteamiento del problema y su justificación.

Dentro de lo largo de nuestra experiencia en el área matemática, ya sea en nuestras clases en la época escolar, en clases particulares, en la práctica profesional y actualmente en nuestra experiencia laboral, hemos encontrado errores frecuentes en varias áreas de las matemáticas; ya sea en realizar una simple operación , en plantear un problema, en álgebra, geometría, etc., y a partir de esta realidad nos centramos en la función cuadrática, ya que nos percatamos que existen grandes dificultades en las unidades donde deben realizar un gráfico, esto puede ser debido a que las estrategias a utilizar no son las mejores, porque suelen recurrir más a menudo a los cálculos fundamentalmente de la tabla de valores de la función, con lo que son más propensos a cometer errores para poder graficar y realizar así un cambio de registro adecuado en diversos ejercicios.

Además nos dimos cuenta en este tiempo que tienen dificultades para relacionar los coeficientes de las ecuaciones algebraicas de las funciones con las características geométricas de su representación gráfica. A raíz de esto nos surge la siguiente pregunta ¿Por qué los estudiantes cometen estos errores al graficar una función cuadrática?, ¿Cuál es su mayor dificultad; al cambiar de registro gráfico al algebraico o del algebraico al gráfico?

Luego al realizar una intervención en un colegio de Quilpué pudimos darnos cuenta al realizar clases tipo PSU en 4º medio sobre la materia que debían recordar, nos dimos cuenta de lo poco que recordaban o que era casi nada, así que decidimos realizar una actividad exploratoria inicial para ver si los conocimientos eran correctos y en que tenían falencias, a partir de esto realizamos una tabla en donde muestra el porcentaje de logro por alumno.

Observación: se evaluará con porcentajes de logro logrado (L), medianamente logrado (ML) y no logrado (NL). En caso que no posea desarrollos se indicará sin respuesta (SR)

PREGUNTA ALUMNOS	Nº1 a)	Nº1 b)	Nº1 c)	Nº2	% de logro por alumno
ALUMNO 1	ML	ML	NL	ML	33%
ALUMNO 2	S.R.	S.R	S.R	S.R	S.R
ALUMNO 3	NL	ML	ML	L	66%
ALUMNO 4	NL	NL	NL	NL	0%
ALUMNO 5	NL	NL	NL	NL	0%
ALUMNO 6	NL	ML	NL	S.R	16%
ALUMNO 7	NL	NL	NL	ML	16%
ALUMNO 8	NL	NL	NL	NL	0%
ALUMNO 9	S.R	S.R	S.R	ML	16%
ALUMNO 10	SR	SR	SR	NL	0%
% LOGRADO	5%	15%	5%	20%	------

Tabla Nº1: tabla resumen de los niveles de logro actividad exploratoria inicial

Lo cual representa que ningún alumno pudo resolver la actividad en forma correcta, es decir, realizar un cambio de registro adecuado. En consideración podemos afirmar que:

> Los alumnos tienen dificultades en el desarrollo de las funciones cuadráticas durante su proceso de aprendizaje. Las causas de esta dificultad se puede deber a diversos motivos, entre ellos, una de éstas posibles dificultades es la escasa comprensión del concepto de función cuadrática y sus representaciones.

Es aquí donde nos surge una nueva interrogante, ¿Cómo hacemos para evitar que estos errores vuelvan a suceder?

Con todo lo expuesto anteriormente las interrogantes de investigación son las siguientes:

1. ¿Cuáles son los errores que presentan los estudiantes al cambiar de registro algebraico al gráfico y viceversa?
2. ¿En cuál de estos dos cambios de registros existe mayor dificultad? ¿por qué?

Con el fin de responder estas preguntas, el objetivo del trabajo consiste en investigar las dificultades que cometen los estudiantes de cuarto año medio con el propósito de diseñar una secuencia didáctica referida al tema de la gráfica de la función cuadrática, la cual fomente el cambio de registro gráfico al algebraico

En relación a esto se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- ❖ Realizar un análisis didáctico de los planes y programas del MINEDUC, programas de estudio, respecto a la unidad de Función cuadrática.
- ❖ Diseñar una actividad exploratoria que permita evidenciar la problemática de los estudiantes..
- ❖ Analizar el porcentaje de logro en forma cuantitativa al realizar la actividad exploratoria.
- ❖ Diseñar una secuencia didáctica a partir de las conclusiones de la actividad exploratoria, para alumnos de tercer año medio.

1.2. Antecedentes

El estudio de la función cuadrática es de sumo interés y ha sido objeto de diversas investigaciones. En la literatura, desde diversas perspectivas, encontramos una serie de investigaciones en el área de la educación matemática enfocadas al triángulo didáctico, a saber, alumno-profesor-saber.

En relación al saber se encuentran artículos que abordan las dificultades del estudio de la función cuadrática, su comprensión y su representación. En Oaxaca y Valderrama[1], se realiza un análisis de las diferentes representaciones de la función cuadrática y sus correspondientes conversiones de una representación a otra. Para ellos lograr estas conversiones es necesario desarrollar en el estudiante la habilidad de la visualización matemática ya que de ésta tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de la actividad.

[1] **Enseñanza de la función cuadrática interpretando su comportamiento al variar sus parámetros**

Roxana (2010) [2]efectúa un análisis centrado en la forma en que los contenidos, en éste caso la función cuadrática, se reflejan en el libro de texto. Se toma como punto de inflexión la reforma educativa que se produce en 1993 con la Ley Federal de Educación en argentina. El instrumento de análisis que utilizó es una adaptación del diseñado por Villella para examinar los libros escolares de su país desde tres dimensiones: la formal, la epistemológica y la didáctica. También se abordó el estudio y tratamiento de la función cuadrática haciendo hincapié en los sistemas de representación utilizados en los textos.

Como los cambios de registro es nuestro enfoque, en nuestra investigación es importante considerar los mapas conceptuales, ya que se utilizan como una herramienta para representar visualmente la estructura de una información, en éste caso de objetos matemáticos y su correspondiente discurso. Con éste método se muestra una estructura donde se relaciona los conceptos, los procedimientos y representaciones correspondientes al objeto a analizar, he aquí la importancia de utilizar los mapas conceptuales, ya que con éstos se puede observar las distintas representaciones (considerando sólo la gráfica y algebraica) de la función cuadrática.

Cabe destacar que hay otras investigaciones relacionadas aunque no de forma directa con la gráfica de la función cuadrática ya que en sus antecedentes o marco teórico, ayudan en nuestra investigación, uno de ellos es Cordero [3](2010) el cual señala que la gráfica de la función cuadrática está presente en el ámbito escolar, aunque no de forma explícita, ya que siempre están referidas al concepto de función, y no hay una asignatura en donde se trate exclusivamente a las gráficas. Por esto podemos concluir de la necesidad de crear una secuencia didáctica en donde los estudiantes.

[2] **La función cuadrática. Un estudio a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina**

[3]**Cordero (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el Bachillerato**

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Función cuadrática y su gráfica

Primeramente para poder graficar una función cuadrática debemos tener claro el concepto de función cuadrática, para esto nos apoyaremos en la tesis de Juan Oaxaca y María Valderrama en la cual se basa en "Enseñanza de la función cuadrática interpretando su comportamiento al variar sus parámetros". Es importante señalar que utilizaremos el marco teórico textual de de ésta tesis, ya que fue aprobada y publicada a excepción de las imágenes que son realizadas por el geogébra. También cabe recalcar que ésta tesis nos apoya en nuestra secuencia didáctica.

2.1.1 Análisis matemático de los parámetros de la función cuadrática:

Definición:

Una función cuadrática es aquella que se puede expresar de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{f}\ \mathbf{(x) = Ax^2+Bx+C}$$

Donde **A, B** y **C** son números reales cualquiera y **A** distinto de cero ($A\neq 0$; $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C} \in \boldsymbol{R}$).

Si representamos "todos" los puntos (x , f(x)) de una función cuadrática, obtenemos siempre una curva llamada **parábola.**

Como ejemplo, ahí tienes la representación gráfica de dos funciones cuadráticas sencillas

$f(x) = x^2$

$f(x) = -x^2$

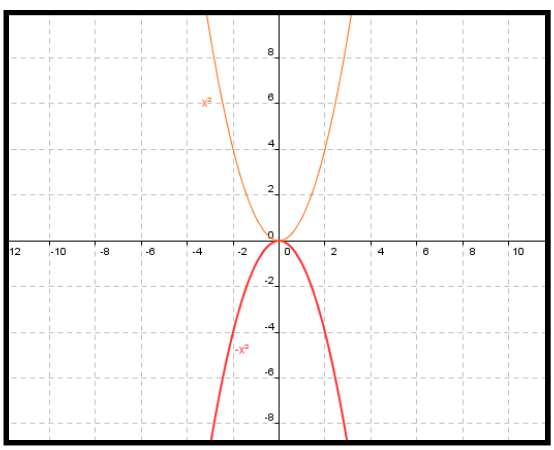


Gráfico Nº1: sacado de Juan Oaxaca y María Valderrama pág. 3[4]

[4] **Enseñanza de la función cuadrática interpretando su comportamiento al variar sus parámetros.** De aquí en adelante todas los gráficos son creados en geogebra aunque tomando como referencia los originales

En el término cuadrático (Ax^2); el coeficiente "A" es mayor que uno ($A > 1$), podemos observar que a medida que "A" crece el comportamiento de la función es comprimirse positivamente hacia el eje de las ordenadas "y".

***f(x) = Ax*^2 , si A>1**

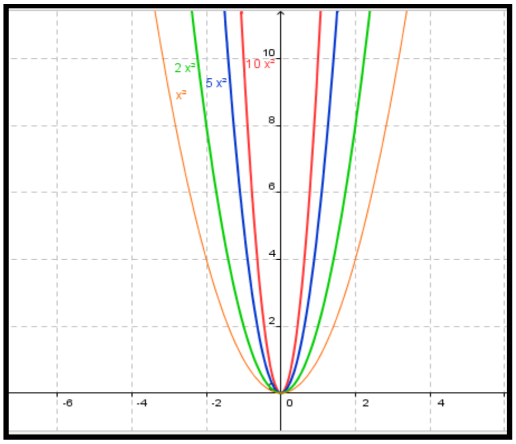


Gráfico Nº 2(pág. 4)

Ahora en el término cuadrático se le asocia un coeficiente "A" cuando es mayor que cero, pero menor que uno ($0 < A < 1$), podemos observar que a medida que éste se hace más pequeño el comportamiento de la función se expande hacia el eje de las abscisas "x".

***f (x) = Ax*^2 , si 0 < A < 1**

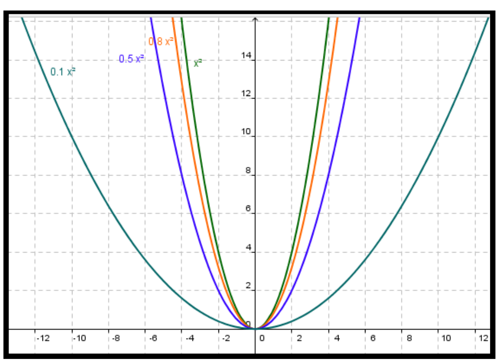


Grafico Nº3(pág. 4)

El coeficiente "A" del término cuadrático es menor que cero ($A < 0$), podemos observar que a medida que éste se hace más pequeño el comportamiento de la función se comprime negativamente hacia el eje de las ordenadas negativo.

$f(x) = Ax^2$, si $A < 0$

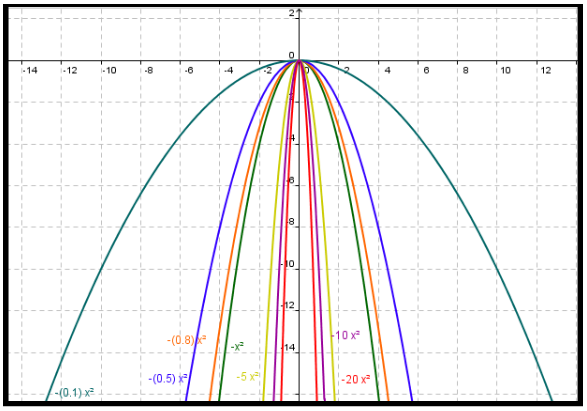


Grafico Nº 4(pág. 4)

Hasta ahora hemos observado como es el comportamiento de la función cuadrática con un término cuadrático, pero que ocurre si además posee un término lineal. Ahora su forma será:

$f(x) = Ax^2 + Bx$, si el coeficiente del término cuadrático $A > 0$, entonces la parábola es cóncava hacia arriba y posee un mínimo, pero si $A < 0$, entonces la parábola es cóncava hacia abajo y posee un máximo, pero observemos cómo se comporta la función al agregar el término lineal.

Análisis del parámetro "B" de la función cuadrática $f(x) = Ax^2+Bx+C$.

Cuando $B > 0$

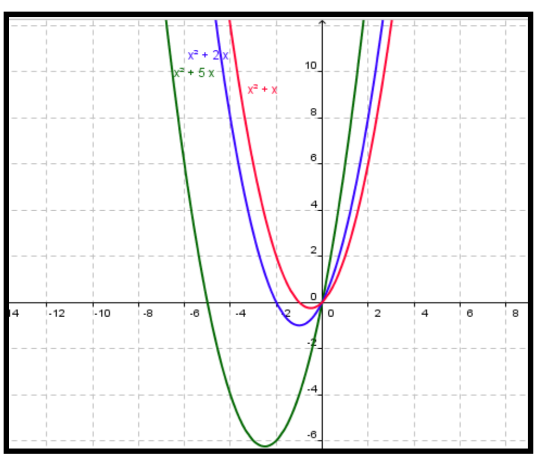


Gráfico Nº5(pág. 5)

Cuando B < 0

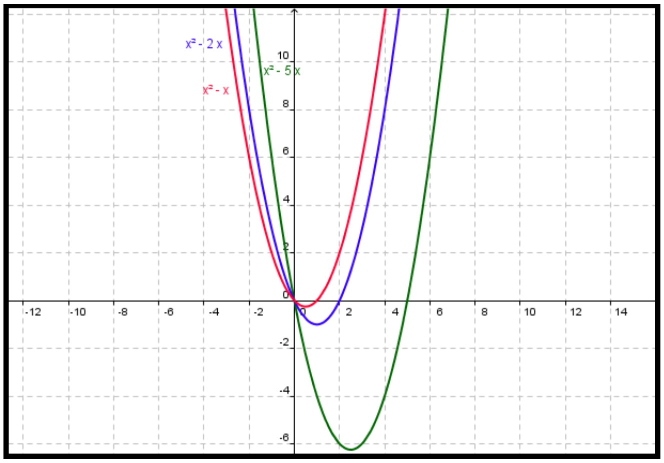


Gráfico Nº6(pág. 5)

De las gráficas se observa que cuando B > 0, el desplazamiento de las parábolas es a la izquierda, y cuando el valor de B < 0 el desplazamiento es a la derecha, en ambas situaciones a medida que el valor absoluto de "B" aumenta la ordenada del vértice de la parábola es negativa. En los dos casos las parábolas coinciden en el origen.

Análisis del parámetro "C" de la función cuadrática

Ahora se analizará el comportamiento de la función cuadrática cuando el término independiente se ve modificado, manteniendo constantes los valores de A y B, por lo que la forma de la función es:
$f(x)= Ax^2+Bx+C.$

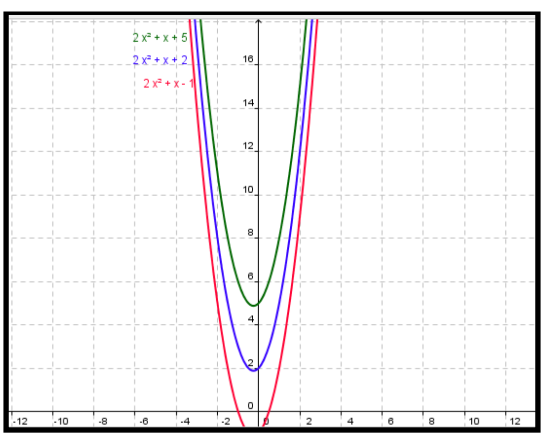


Gráfico Nº 7(pág. 6)

En la gráfica se observa que el desplazamiento de función cuadrática es vertical, es decir la ordenada del vértice es positivo si $C > 0$ y negativa si $C < 0$; conservando las características del efecto que proporciona el término cuadrático y el término lineal.

Intersección de la parábola con los ejes

Toda función cuadrática $\mathbf{f(x) = Ax^2 + Bx + C}$, representa una parábola tal que:

- Su concavidad depende exclusivamente del coeficiente **A** de x^2.
- Los coeficientes **B** y **C** trasladan la parábola a izquierda, derecha, arriba o abajo.
- Si $\mathbf{A > 0}$, las ramas van hacia arriba y si $\mathbf{A < 0}$, hacia abajo.
- Cuanto más grande sea el valor absoluto de **A**, más cerrada es la parábola.
- Existe un único punto de corte con el eje "y", que es el **(0,c).**
- Los cortes con el eje "x" se obtienen resolviendo la ecuación $\mathbf{Ax^2 + Bx + C = 0}$, pudiendo ocurrir que lo intercepte en dos puntos, en uno o en ninguno.

Intersección con el eje "y": Como todos los puntos de éste eje tienen la abscisa x=0, el punto de intersección de la parábola con el eje "y" tendrá de coordenadas **(0,c).**

Intersección con el eje "x": Como todos los puntos del eje "x" tienen la ordenada y= 0, para ver éstos puntos de intercepte se resuelve la ecuación de segundo grado $Ax^2 + Bx + C = 0$.

Dependiendo del valor del **discriminante (D)** de la ecuación, se pueden presentar tres situaciones distintas:

Si $\mathbf{D > 0}$, donde $\mathbf{D} = b2 - 4ac$, entonces la ecuación tiene dos soluciones reales y distintas y **la parábola interceptará al eje "x" en dos puntos**.

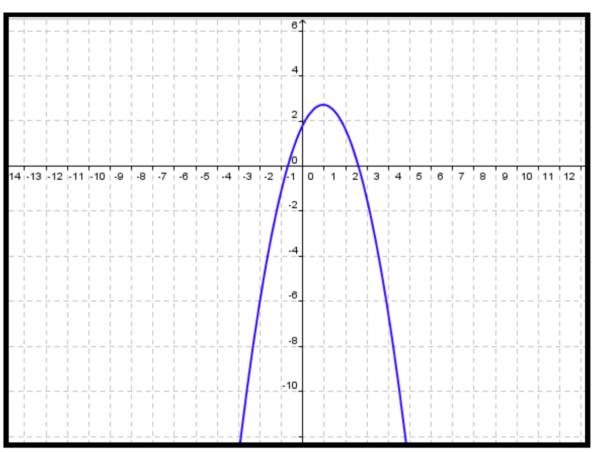


Gráfico Nº 8(pág. 7)

Si **D = 0**, donde **D** = $b^2 - 4ac$, la ecuación tiene una solución real y, por tanto, **la parábola interceptará al eje "x" en un punto** (que será el vértice).

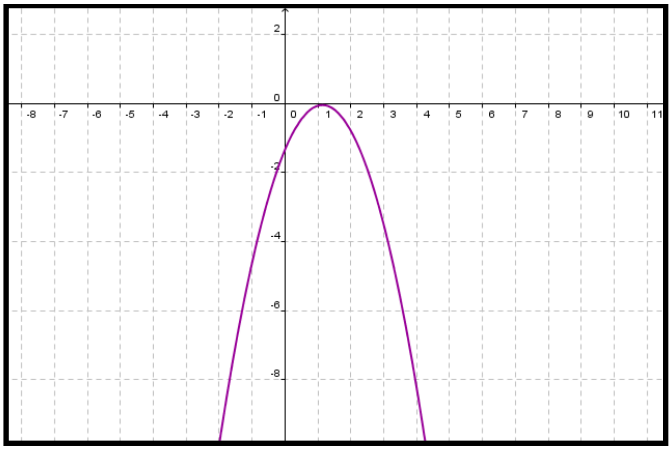


Gráfico Nº 9(pág. 7)

Si **D < 0**, donde **D** = $b^2 - 4ac$, la ecuación no tiene soluciones reales y no intercepta al eje x, por lo que la parábola puede abrir hacia arriba o hacia abajo, pero sobre el eje "x" o por abajo del eje "x", según sea el caso.

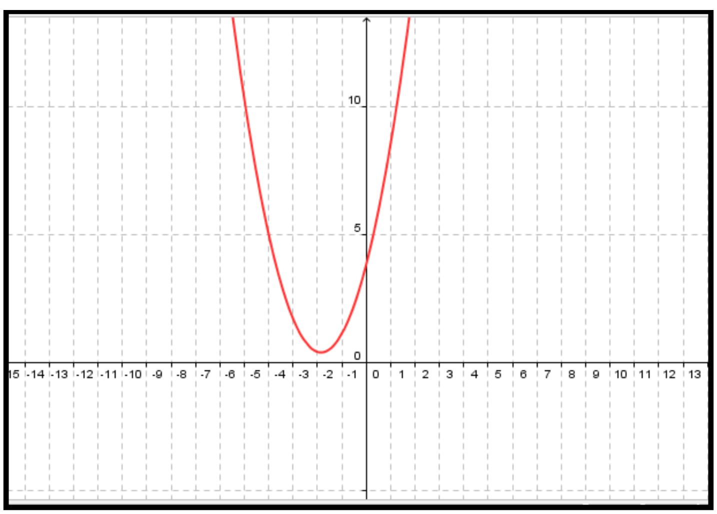


Gráfico Nº 10(pág. 7)

Ceros de la función cuadrática

También llamados "raíces", representa los valores de "x" cuya imagen tiene valor cero, $(x,0)$. Al ser cuadrática sólo se obtiene, como máximo dos valores, denominados x_1 y x_2.

Estos valores (raíces) pueden utilizarse para expresar la función cuadrática en forma de producto de factores: $f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$

Para calcular los ceros de la función cuadrática se aplica la fórmula de resolución de una ecuación:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Como una de las características de la parábola es que ésta es simétrica con respecto al eje focal, entonces la abscisa del vértice corresponderá al punto medio entre ambos valores de la abscisa, esto es:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Sustituyendo valores

$$x_m = \frac{\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2}$$

Simplificando

$$x_m = \frac{-2b}{4a}$$

$$x_m = \frac{-b}{2a}$$

Sustituyendo éste valor en la función original

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y_m = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c$$

Desarrollando

$$y_m = \frac{ab^2}{4a^2} + \frac{b^2}{2a} + c$$

Simplificando

$$y_m = \frac{ab^2 - 2ab^2 + 4a^2c}{4a^2}$$

$$y_m = \frac{-ab^2 + 4a^2c}{4a^2}$$

$$y_m = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Entonces las coordenadas del vértice son:

$v = (x_m, y_m)$ que les corresponde $v = \left(\dfrac{-b}{2a}, \dfrac{4ac - b^2}{4a}\right)$

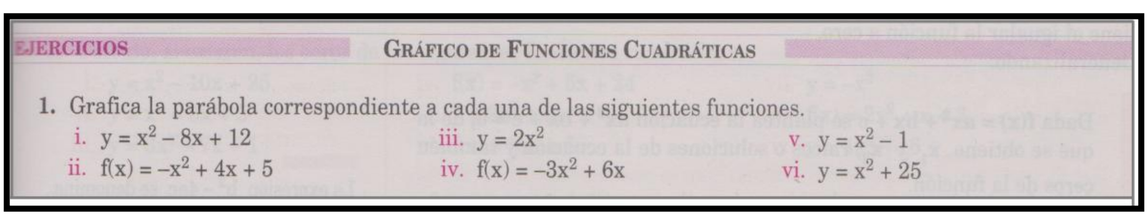
El cual se localizará como un punto máximo cuando la parábola abre hacia abajo, es decir cuando el coeficiente del término cuadrático sea negativo y cuando éste sea positivo, la parábola abre hacia arriba y le corresponde un mínimo.

2.2 Referencias teóricas

En este estudio, se considera dos teorías cognitivas en nuestro marco teórico. La primera es la teoría de las representaciones de Duval y la segunda se trata de la teoría de visualización según Cantoral.

Para poder introducirnos en éstas teorías es importante relacionarlas con los enunciados más frecuentes de los ejercicios que forman parte en las actividades sugeridas a los alumnos con respecto a la función cuadrática, ya que al relacionarlas con éstas teorías es más fácil la comprensión de nuestra problemática a estudiar.

Algunos de los enunciados más frecuentes son por ejemplo los que se muestran en las siguientes imágenes:


EJERCICIOS — GRÁFICO DE FUNCIONES CUADRÁTICAS

1. Grafica la parábola correspondiente a cada una de las siguientes funciones.
   - i. $y = x^2 - 8x + 12$
   - ii. $f(x) = -x^2 + 4x + 5$
   - iii. $y = 2x^2$
   - iv. $f(x) = -3x^2 + 6x$
   - v. $y = x^2 - 1$
   - vi. $y = x^2 + 25$

Imagen Nº 1: Santillana (1994)[5] pág. 67

[5] Matemática Educación Media, Plan Común III

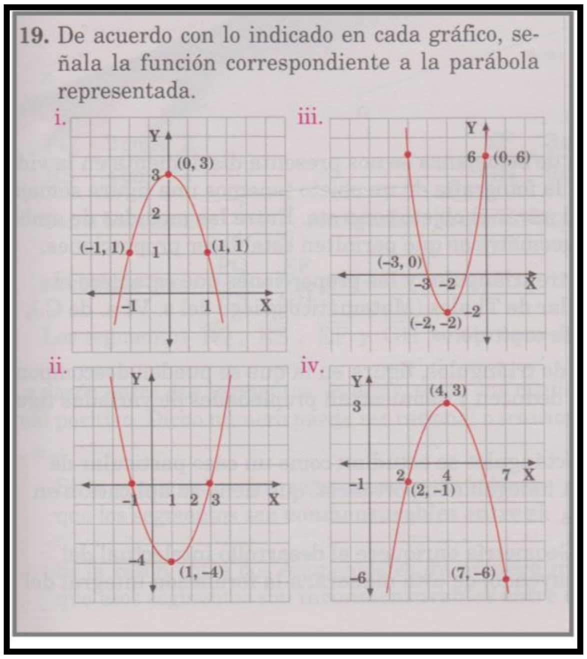


Imagen Nº 2: Santillana (1994)[6] pág. 85

Al leer los enunciados en ambas imágenes se aprecia que éstas revelan distintas representaciones; la primera presentada en registro algebraico y se solicita la representación gráfica, en la segunda imagen presenta el ejercicio al revés. En conclusión lo que el estudiante tiene que realizar es una conversión de registro.

2.2.1 Duval y las Representaciones

Centrándose en que el objetivo de nuestra investigación es elaborar un material de apoyo para el profesor con el fin de lograr que los estudiantes adquieran la habilidad para realizar cambios de registros al trabajar con la función cuadrática. Duval, en su artículo: ***Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación.*** Escribe:

"…*En cualquier caso los profesores observan a menudo que la adquisición del conocimiento matemático no introduce a la mayoría de los estudiantes en las formas del pensamiento matemático como por ejemplo en la habilidad para cambiar el registro de representación…"(Duval, 2006.)*

Es importante señalar que en nuestra investigación registros de representación semiótica se utilizará como lo menciona Duval:"…son aquellas en las cuales la producción no puede hacerse sin la movilización de un

[6] Matemática Educación Media, Plan Común III

sistema semiótico: así las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal) o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas). (Citado en Guzmán, pág.3)[7]

Además Duval (1993) caracteriza un sistema semiótico como un sistema de representación de la manera siguiente: "un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

1) La presencia de una representación identificable.

2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada.

3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.[8]

Tomando en cuenta los sistemas semióticos de representación gráfica y algebraica, con el objetivo de analizar las dificultades al realizar la conversión entre la representación gráfica de la función cuadrática a su expresión algebraica, al respecto Duval (1988) indica que: "… la dificultad del paso de la representación gráfica a una ecuación tiene que ver con la habilidad para distinguir las variables visuales que entran en juego…"(citado por Hitt ,pág.5), para poder extraer información importante de una gráfica y poder asociar esta información con su correspondiente en el registro algebraico[9]. También Duval (2000) indica que las variables visuales cobran singular importancia para el registro gráfico, ya que entran en juego para poder extraer información relevante de una gráfica y poder asociar ésta información con su correspondiente en el registro algebraico (Hitt, pág.5)[10]

Cabe destacar que el proceso que se realiza entre un registro y otro, en este caso en registro figural y registro algebraico y viceversa recibe el nombre de conversión, Duval define la conversión de una representación como una actividad cognitiva que consiste en "*la transformación de esta representación a una representación en otro registro conservando la totalidad o solamente una parte del contenido de la representación inicial*" (Duval, 1998). Indica que para favorecer la conversión, se deben presentar tareas específicas por lo mismo hace una categorización de tareas concernientes a la aprehensión de las

[7] **Ismenia guzman.** Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. Revista latinoamericana de Investigación en matemática educativa, México.

[8] **Fernando Hitt**. Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras Cognitivas. Departamento de matemática educativa del cinvestav-ipn, México.

[9] **Fernando Hitt**. Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras Cognitivas, , Departamento de matemática educativa del cinvestav-ipn, México.

[10] **Fernando Hitt,** Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras Cognitivas. Departamento de matemática educativa del cinvestav-ipn, México.

representaciones semióticas, en las que propone tareas de variaciones comparativas relativas a la significancia de las representaciones.[11]

2.2.2. VISUALIZACIÓN

En el campo de la matemática educativa confluyen distintos enfoques que orientan a la comprensión de los conceptos matemáticos en los procesos de enseñanza y el aprendizaje. Dada la importancia que tiene el estudio de los sistemas de representación, en la comprensión del concepto, interesa en ésta sección definir y explicar cómo la visualización se integra al proceso cognoscitivo de las funciones.

Es por esto que Cantoral en su publicación : **visualización y pensamiento matemático** nos dice: "*…debemos entender a la visualización no como el simple acto de ver, pues visualizar una función, no significa solamente verla, mirar o contemplar su gráfica, de hecho es posible visualizarla sin verla…" "…en un sentido más amplio, entendemos que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende. De modo que al realizar la actividad de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a los ámbitos numéricos, gráficos, algebraicos o verbales, pero exige también del uso de un lenguaje común para explicar ciertos fenómenos e incluso para describir experiencias vivenciales, digamos que se requiere del ámbito de lo gestual..*"[12]

[11] **Duval** 1998, Semiosis y pensamiento humano
[12] Cantoral-Montiel(2003)- Alme16- Visualización y pensamiento matemático

Capítulo 3

Metodología de la investigación

3.1. Análisis didáctico.

3.1.1. Función cuadrática en el curriculum vigente y Programas de estudio. Análisis del marco curricular vigente

1.1. Marco curricular, Ministerio de Educación de Chile.

El Ministerio de Educación, en sus planes de estudio de matemática, trata el contenido de Funciones cuadráticas, en el nivel de tercero medio.

Revisaremos las unidades donde se trata este contenido, en la siguiente sección.

1.1.1. Contenidos Matemática, Tercer año Medio.

En el programa de estudio de matemática de tercero medio, la Primera unidad, contempla los siguientes detalles:

Unidad 1: Las funciones cuadráticas y raíz cuadrada.

Contenidos:

Raíces cuadrada y cúbica. Raíz de un producto y de un cuociente. Estimación y comparación de fracciones que tengan raíces en el denominador.

Función cuadrática. Gráfico de las funciones:

$$y = ax^2$$

$$y = x^2 \pm a, \ a > 0,$$

$$y = (x \pm a)^2, \ a > 0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Discusión de los casos de intersección de la parábola con el eje x. Resolución de ecuaciones de segundo grado por completación de cuadrados y su aplicación en la resolución de problemas.

Función raíz cuadrada. Gráfico de: $y = \sqrt{x}$, enfatizando que los valores de x, deben ser siempre mayores o iguales a cero. Identificación de $\sqrt{x^2} = |x|$.

Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

En este trabajo nos interesa analizar los libros de texto de los estudiantes y analizar una actividad exploratoria para poder así elaborar una secuencia didáctica que sea una ayuda para poder forjar la vinculación entre las representaciones gráficas y algebraicas.

3.2. Análisis de textos.

Investigaciones sobre el análisis de texto reportan la importancia del libro de texto, como recurso básico para el profesor, un primer grupo de ellas se han centrado en estudiar la influencia de los libros de texto en la aplicación del currículo en las aulas, estableciendo cómo los libros de texto actúan de enlace entre las disposiciones curriculares y los profesores, (Azcarate, 2006)[13].Esto nos llevó a considerar utilizar el análisis de textos como parte de nuestra investigación.

El objetivo del análisis de los textos en una primera instancia es responder las siguientes preguntas:

¿Cómo presentan los libros de texto la gráfica de una función cuadrática?, ¿Qué actividades utilizan?, es decir analizar las secuencias presentadas en los textos desde el punto de vista cognitivo usando a Duval y un análisis de contenido elaborado a través de una pauta con el fin de elaborar un cuadro Resumen que permita obtener información al momento de diseñar la secuencia de aprendizaje.

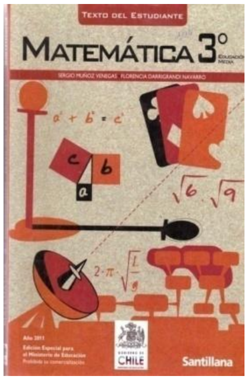
La elección de los libros de texto se realizó a partir de los siguientes parámetros:

- En primer lugar, porque el docente que en ese momento estaba a cargo del curso, en el cual se realiza la intervención con una actividad exploratoria inicial, lo utilizaba para realizar sus clases.

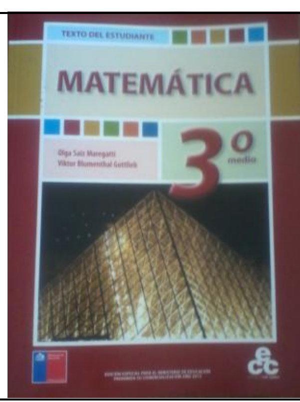
- En segundo lugar, porque en ese momento es el texto que está aprobado y que entrega el ministerio de educación como apoyo a los docentes.

[13] Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO

Los textos escolares seleccionados para analizar son los siguientes:

TEXTO N°1		
	Texto:	**Matemática 3º Año Medio. Texto para el Estudiante**
	Edición:	**Santillana S.A.**
	Año:	**2011**
	Autores:	**Sergio Muñoz Venegas y Florencia Darrigrandi Navarro**
	Editorial:	**Santillana**
	Páginas:	**54-105**

TEXTO N°2		
	Texto:	**Matemática Educación Media, Plan Común III**
	Edición:	**Santillana.**
	Año:	**1994**
	Autores:	**Santiago Blanco Molleda, Rodrigo E. de las Heras Karl, Gabriel Fuenzalida, José Antonio Riveros.**
	Editorial:	**SM**
	Páginas:	**64-85**

TEXTO N°3		
	Texto:	**Matemática 3º Medio**
	Edición:	**Cal y Canto**
	Año:	**2012**
	Autores:	**Olga Saiz Maregatti, Viktor Blumenthal Gottlieb**
	Editorial:	Ediciones Cal y Canto Ltda.
	Páginas:	**64-141**

3.2.1. Descripción de los textos escolares:

El análisis de los textos escolares se hará según una pauta de análisis en donde veremos su estructura

Pauta utilizada para el análisis del texto Nº1

A continuación se detalla la pauta utilizada para el análisis para cada una de las definiciones, propiedades y actividades propuestas de los textos analizados.

Título: Matemática 3º Educación Media
Curso: 3º Medio
Año Edición: 2011
Autores: Sergio Muñoz, Florencia Darrigrandi
Editorial: Santillana
Páginas: 54-105

¿En éste curso aparece la función cuadrática?

Si, en tercero medio el cual es la segunda unidad del libro del estudiante entre las páginas 54 a la 105.

1.1. Presentación de la unidad

1.1.1¿Cuál es el título de la unidad?

Función Cuadrática y función raíz cuadrada

1.1.2¿Se expresan los objetivos y/o aprendizajes esperados de la unidad?

Si, en la página 54 aparece el tema a tratar y los aprendizaje que obtendrá el alumno al estudiar la unidad.

1.1.1. ¿Existe algún mapa conceptual con los contenidos a tratar?

Si, aunque de ésta forma:

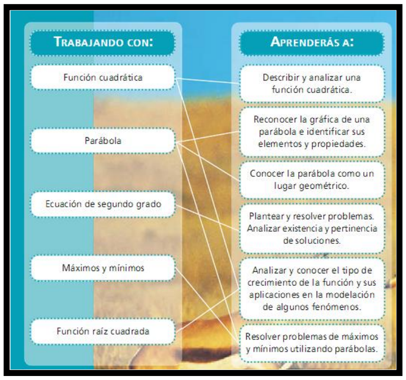


Imagen Nº3: texto del estudiante Santillana 2011 pag.54.

1.2. Contenido

1.2.1. ¿Los contenidos están acompañados de imágenes, tablas, gráficos, etc. para facilitar la comprensión por parte del alumno?

Sí, en todos los temas de la unidad están presentes imágenes que tienen relación con el contenido.

1.2.2. ¿Se encuentran destacados los conceptos más importantes?

Si, en forma de resumen al término del tema que se está tratando, como se muestra en la siguiente imagen:

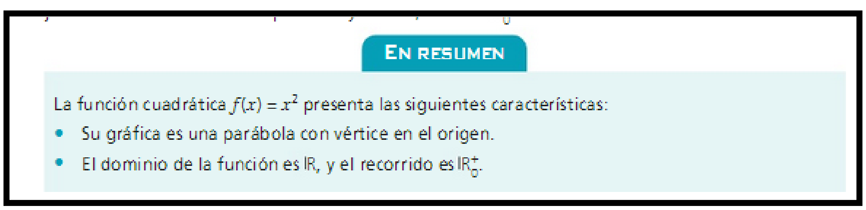


Imagen Nº4: texto del estudiante Santillana 2011 pag.61.

1.2.3. ¿Muestra algo de historia relacionada la función cuadrática y su gráfica?

No

1.2.4. ¿Existen ejercicios para realizar y consolidar el conocimiento adquirido?

Si, al término del tema a tratar existen actividades para que el estudiante realice

1.3. Actividades

1.3.1. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de la unidad?

No.

1.3.2. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de cada sección?

Sí, comienza cada sección o tema a tratar con un ejercicio el cual se desarrolla y después se institucionaliza

1.3.3. Luego de cada introducción teórica ¿presenta ejercicios resueltos?

Sí, en algunos casos.

1.3.4. ¿Presenta actividades en que el alumno deba trabajar con calculadoras y computadores?

Sí, existe una sección en donde los alumnos tienen que utilizar diversas herramientas tecnológicas.

1.3.5. Al final de la unidad, ¿presenta alguna síntesis de la unidad?

Sí, en forma de mapa conceptual.

1.3.6. ¿Las actividades presentadas favorecen los cambios de registro?

Solamente favorece los cambios de registro del algebraico al gráfico.

1.3.7. ¿Qué cambios de registro utiliza el texto?

Solamente del algebraico al gráfico

1.4. Evaluación

1.4.1. ¿Contiene alguna evaluación diagnóstica que permita visualizar los conocimientos previos y las necesidades de los alumnos?

Sí, en la tercera y cuarta página presenta una suma de ejercicios en donde activa los conocimientos previos para trabajar esta unidad.

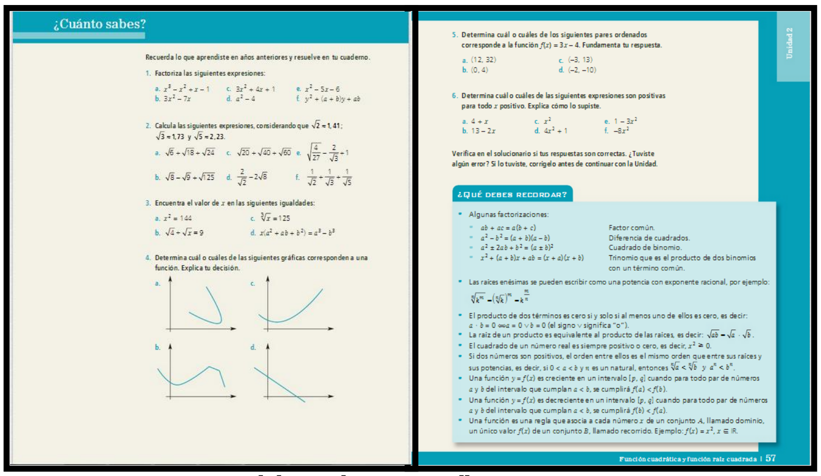


Imagen Nº5: texto del estudiante Santillana 2011 pag.56-57.

1.4.2. ¿Existe alguna evaluación intermedia o autoevaluación?

Sí, luego de terminar con un tema en la unidad se realiza una pequeña evaluación que busca ver el progreso del estudiante hasta ese momento.

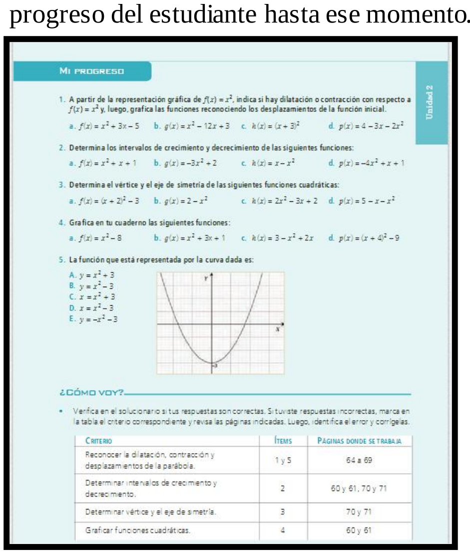


Imagen Nº6: texto del estudiante Santillana 2011 pág.75.

1.4.3. ¿Contiene alguna evaluación final que permita evaluar cuanto han aprendido los alumnos?

Si, al término de la unidad entre las paginas 103-105 esta la evaluación final de la unidad.

Pauta utilizada para el análisis del texto Nº2

Título: Matemática Educación Media, Plan común III
Curso: 3º medio
Año Edición: 1994
Autores: Santiago Blanco, Rodrigo de las Heras, Gabriel Fuenzalida, José Riveros.
Editorial: Santillana
Páginas: 64-85

¿En éste curso aparece la función cuadrática?

Sí, pero específicamente lo que tiene que ver con función cuadrática y su gráfica que es lo que nos interesa se ve solo en las paginas66 y 67 las demás se ocupa la gráfica pero no como eje central.

1.1. Presentación de la unidad

1.1.1¿Cuál es el título de la unidad?

Funciones e inecuaciones cuadráticas

1.1.2¿Se expresan los objetivos y/o aprendizajes esperados de la unidad?

Sí, en la página 64 se señala los objetivos y los contenidos a tratar en la unidad

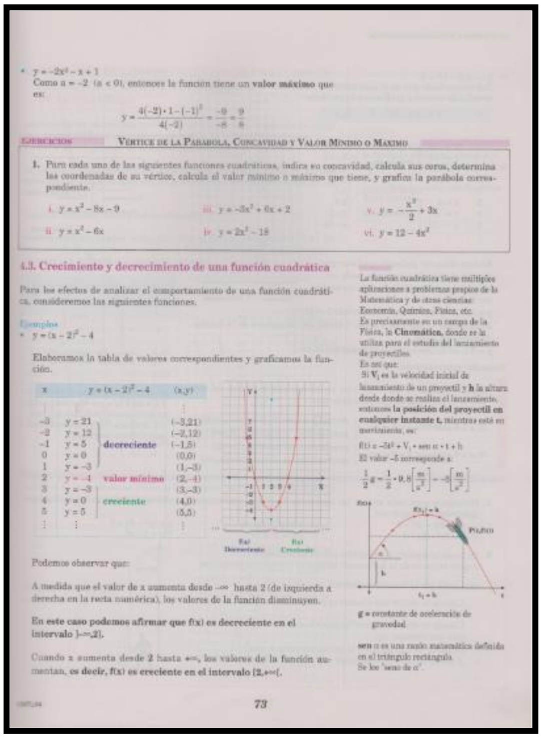
1.1.3¿Existe algún mapa conceptual con los contenidos a tratar?

No, no existe ningún mapa conceptual

1.2. Contenido

1.2.1. ¿Los contenidos están acompañados de imágenes, tablas, gráficos, etc. Para facilitar la comprensión por parte del alumno?

Sí, a los costados de cada página hay gráficos que ayudan a la comprensión de los contenidos como lo muestra en la siguiente imagen:



- $y = -2x^2 - x + 1$

Como $a = -2$ $(a < 0)$, entonces la función tiene un **valor máximo** que es:

$$y = \frac{4(-2)\cdot 1 - (-1)^2}{4(-2)} = \frac{-9}{-8} = \frac{9}{8}$$

EJERCICIOS — VÉRTICE DE LA PARÁBOLA, CONCAVIDAD Y VALOR MÍNIMO O MÁXIMO

1. Para cada una de las siguientes funciones cuadráticas, indica su concavidad, calcula sus ceros, determina las coordenadas de su vértice, calcula el valor mínimo o máximo que tiene, y grafica la parábola correspondiente.

i. $y = x^2 - 8x - 9$ iii. $y = -3x^2 + 6x + 2$ v. $y = -\frac{x^2}{2} + 3x$

ii. $y = x^2 - 6x$ iv. $y = 2x^2 - 18$ vi. $y = 12 - 4x^2$

4.3. Crecimiento y decrecimiento de una función cuadrática

Para los efectos de analizar el comportamiento de una función cuadrática, consideremos las siguientes funciones.

Ejemplos

- $y = (x - 2)^2 - 4$

Elaboramos la tabla de valores correspondientes y graficamos la función.

x	$y = (x-2)^2 - 4$		(x,y)
⋮	⋮		⋮
−3	y = 21	decreciente	(−3,21)
−2	y = 12		(−2,12)
−1	y = 5		(−1,5)
0	y = 0		(0,0)
1	y = −3		(1,−3)
2	y = −4	valor mínimo	(2,−4)
3	y = −3	creciente	(3,−3)
4	y = 0		(4,0)
5	y = 5		(5,5)
⋮	⋮		⋮

Podemos observar que:

A medida que el valor de x aumenta desde −∞ hasta 2 (de izquierda a derecha en la recta numérica), los valores de la función disminuyen.

En este caso podemos afirmar que f(x) es decreciente en el intervalo]−∞,2].

Cuando x aumenta desde 2 hasta +∞, los valores de la función aumentan, **es decir, f(x) es creciente en el intervalo [2,+∞[.**

La función cuadrática tiene múltiples aplicaciones a problemas propios de la Matemática y de otras ciencias: Economía, Química, Física, etc.

Es precisamente en un campo de la Física, la **Cinemática**, donde se la utiliza para el estudio del lanzamiento de proyectiles.

Es así que:

Si V_i es la velocidad inicial de lanzamiento de un proyectil y **h** la altura desde donde se realiza el lanzamiento, entonces **la posición del proyectil en cualquier instante t**, mientras esté en movimiento, es:

$f(t) = -5t^2 + V_i \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot t + h$

El valor −5 corresponde a:

$\frac{1}{2}g = -\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\left[\frac{m}{s^2}\right] = -5\left[\frac{m}{s^2}\right]$

g = constante de aceleración de gravedad

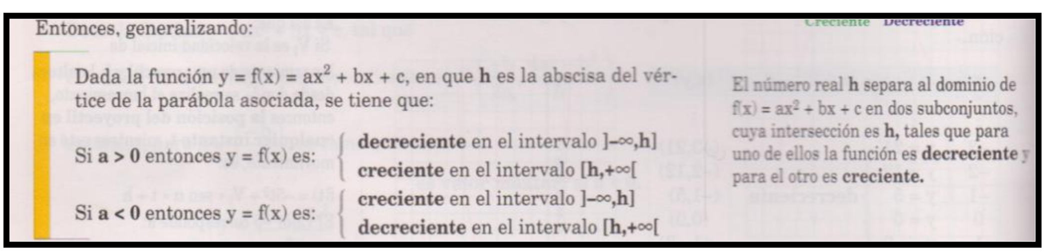
sen α es una razón matemática definida en el triángulo rectángulo. Se lee "seno de α".

73

Imagen Nº7: texto del estudiante Santillana 1994 pág.73.

1.2.2. ¿Se encuentran destacados los conceptos más importantes?

Los contenidos más importantes están en paréntesis de corchete y con negrita.



Entonces, generalizando:

Dada la función $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, en que **h** es la abscisa del vértice de la parábola asociada, se tiene que:

Si **a > 0** entonces y = f(x) es: **decreciente** en el intervalo **]−∞,h]**; **creciente** en el intervalo **[h,+∞[**

Si **a < 0** entonces y = f(x) es: **creciente** en el intervalo **]−∞,h]**; **decreciente** en el intervalo **[h,+∞[**

El número real **h** separa al dominio de $f(x) = ax^2 + bx + c$ en dos subconjuntos, cuya intersección es **h,** tales que para uno de ellos la función es **decreciente** y para el otro es **creciente.**

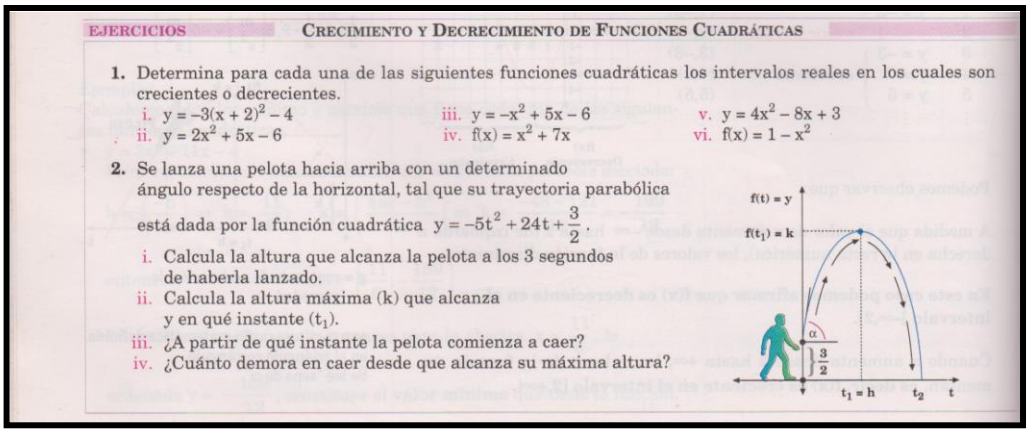
Imagen Nº8: texto del estudiante Santillana 1994 pág.74.

1.2.3. ¿Muestra algo de historia relacionada con la función cuadrática y su gráfica?

En la introducción a la unidad hay una pequeña referencia histórica, el cual menciona que la ecuación cuadrática viene de la escuela pitagórica.

1.2.4. ¿Existen ejercicios para realizar y consolidar el conocimiento adquirido?

Al término de cada tema dentro de la unidad se proponen una serie de ejercicios en donde el alumno tiene que repetir los pasos en cada ejercicio.


EJERCICIOS — CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE FUNCIONES CUADRÁTICAS

1. Determina para cada una de las siguientes funciones cuadráticas los intervalos reales en los cuales son crecientes o decrecientes.
   i. $y = -3(x+2)^2 - 4$
   ii. $y = 2x^2 + 5x - 6$
   iii. $y = -x^2 + 5x - 6$
   iv. $f(x) = x^2 + 7x$
   v. $y = 4x^2 - 8x + 3$
   vi. $f(x) = 1 - x^2$

2. Se lanza una pelota hacia arriba con un determinado ángulo respecto de la horizontal, tal que su trayectoria parabólica está dada por la función cuadrática $y = -5t^2 + 24t + \frac{3}{2}$.
   i. Calcula la altura que alcanza la pelota a los 3 segundos de haberla lanzado.
   ii. Calcula la altura máxima (k) que alcanza y en qué instante (t_1).
   iii. ¿A partir de qué instante la pelota comienza a caer?
   iv. ¿Cuánto demora en caer desde que alcanza su máxima altura?

Imagen Nº9: texto del estudiante Santillana 1994 pág.74.

1.3. Actividades

1.3.1. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de la unidad?

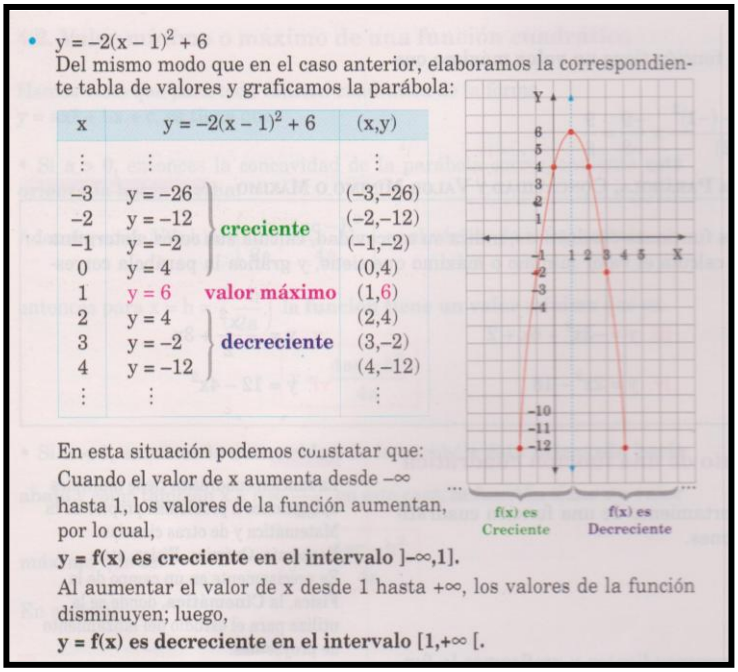
No, sólo comienza con la definición y los elementos de la función cuadrática.

1.3.2. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de cada sección?

Sí, en forma de ejemplo para poder introducir a la sección.

1.3.3. Luego de cada introducción teórica ¿presenta ejercicios resueltos?

Sí, de la siguiente forma cómo podemos observar en la imagen.



- $y = -2(x-1)^2 + 6$

Del mismo modo que en el caso anterior, elaboramos la correspondiente tabla de valores y graficamos la parábola:

x	$y = -2(x-1)^2 + 6$		(x,y)
⋮	⋮		⋮
−3	y = −26		(−3,−26)
−2	y = −12	creciente	(−2,−12)
−1	y = −2		(−1,−2)
0	y = 4		(0,4)
1	y = 6	valor máximo	(1,6)
2	y = 4		(2,4)
3	y = −2	decreciente	(3,−2)
4	y = −12		(4,−12)
⋮	⋮		⋮

En esta situación podemos constatar que:
Cuando el valor de x aumenta desde $-\infty$ hasta 1, los valores de la función aumentan, por lo cual,
y = f(x) es creciente en el intervalo]$-\infty$,1].
Al aumentar el valor de x desde 1 hasta $+\infty$, los valores de la función disminuyen; luego,
y = f(x) es decreciente en el intervalo [1,$+\infty$ [.

Imagen Nº10: texto del estudiante Santillana 1994 pág.74.

1.3.4. ¿Presenta actividades en que el alumno deba trabajar con calculadoras y computadores?

No, no presenta nada alguna forma tecnológica para que el alumno practique.

1.3.5. Al final de la unidad, ¿presenta alguna síntesis de la unidad?

No.

1.3.6. ¿Las actividades presentadas favorecen los cambios de registro?

Sí, aunque solamente los ejercicios propuestos van de la forma algebraica a la gráfica

1.3.7. ¿Qué cambios de registro utiliza el texto?

Solamente utiliza cambios de registro del algebraico al gráfico.

1.4. Evaluación

1.4.1. ¿Contiene alguna evaluación diagnóstica que permita visualizar los conocimientos previos y las necesidades de los alumnos?

No, sólo presenta a los costados del libro pequeños recordatorios de los contenidos previos que deben recordar los alumnos.

1.4.2. ¿Existe alguna evaluación intermedia o autoevaluación?

No, sólo al término de cada sección existen actividades para que practiquen los alumnos.

1.4.3. ¿Contiene alguna evaluación final que permita evaluar cuanto han aprendido los alumnos?

Sí, en la página 84 y 85 encontramos ejercicios y problemas para que los alumnos realicen y vea cuanto ha aprendido en toda la unidad.

Pauta utilizada para el análisis del texto Nº3

Título: Matemática 3º Medio
Curso: 3º medio
Año Edición: 2012
Autores: Olga Saiz Maregatti, Viktor Blumenthal Gottlieb
Editorial: Cal y Canto Ltda.
Páginas: 74-141

¿En éste curso aparece la función cuadrática?

Sí, Ecuaciones cuadráticas y función cuadrática y tiene 68 páginas en las cuales encontramos este tema a aprender.

1.1. Presentación de la unidad

1.1.1¿Cuál es el título de la unidad?

Ecuaciones cuadráticas y función cuadrática.

1.1.2¿Se expresan los objetivos y/o aprendizajes esperados de la unidad?

Sí, en la segunda hoja encontramos los objetivos fundamentales y transversales de la unidad.

1.1.3¿Existe algún mapa conceptual con los contenidos a tratar?

Sí, aunque muestra por partes los contenidos de la unidad a trabajar.

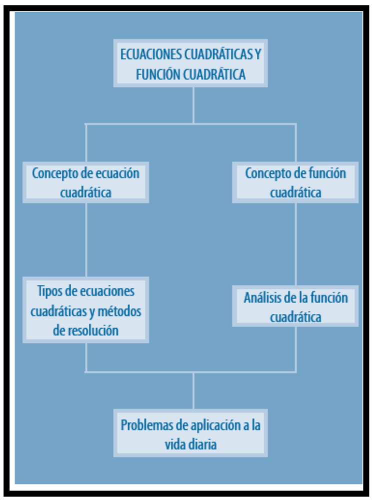


Imagen Nº11: texto del estudiante Cal y Canto 2012 pág.74.

1.2. Contenido

1.2.1. ¿Los contenidos están acompañados de imágenes, tablas, gráficos, etc. para facilitar la comprensión por parte del alumno?

El concepto de función cuadrática va acompañado de diversas imágenes o gráficos.

1.2.2. ¿Se encuentran destacados los conceptos más importantes?

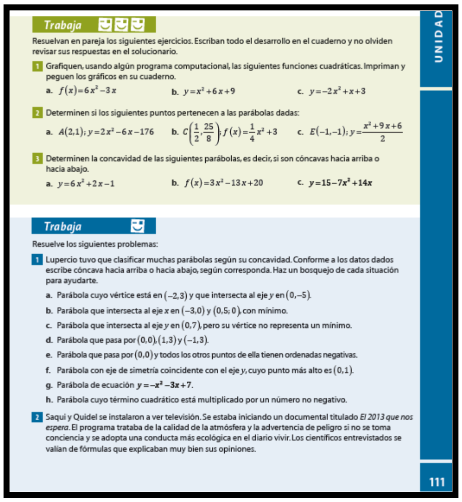
Sí, a medida que va avanzando la materia los conceptos que necesitan los alumnos aprendan están con negrita o como subtítulo.

1.2.3. ¿Muestra algo de historia relacionada la función cuadrática y su gráfica?

Sí, hace una pequeña reseña de donde se remonta la noción de la ecuación de segundo grado y del concepto de función.

1.2.4. ¿Existen ejercicios para realizar y consolidar el conocimiento adquirido?

Sí, existen dos tipos de secciones en donde se les pide a los alumnos trabajen una verde y una azul como se ve en la siguiente imagen.



Trabaja

Resuelvan en pareja los siguientes ejercicios. Escriban todo el desarrollo en el cuaderno y no olviden revisar sus respuestas en el solucionario.

1. Grafiquen, usando algún programa computacional, las siguientes funciones cuadráticas. Impriman y peguen los gráficos en su cuaderno.
   a. $f(x)=6x^2-3x$ b. $y=x^2+6x+9$ c. $y=-2x^2+x+3$

2. Determinen si los siguientes puntos pertenecen a las parábolas dadas:
   a. $A(2,1)$; $y=2x^2-6x-176$ b. $C\left(\frac{1}{2},\frac{25}{8}\right)$; $f(x)=\frac{1}{4}x^2+3$ c. $E(-1,-1)$; $y=\frac{x^2+9x+6}{2}$

3. Determinen la concavidad de las siguientes parábolas, es decir, si son cóncavas hacia arriba o hacia abajo.
   a. $y=6x^2+2x-1$ b. $f(x)=3x^2-13x+20$ c. $\mathbf{y=15-7x^2+14x}$

Trabaja

Resuelve los siguientes problemas:

1. Lupercio tuvo que clasificar muchas parábolas según su concavidad. Conforme a los datos dados escribe cóncava hacia arriba o hacia abajo, según corresponda. Haz un bosquejo de cada situación para ayudarte.
   a. Parábola cuyo vértice está en $(-2,3)$ y que intersecta al eje y en $(0,-5)$.
   b. Parábola que intersecta al eje x en $(-3,0)$ y $(0,5;0)$, con mínimo.
   c. Parábola que intersecta al eje y en $(0,7)$, pero su vértice no representa un mínimo.
   d. Parábola que pasa por $(0,0)$, $(1,3)$ y $(-1,3)$.
   e. Parábola que pasa por $(0,0)$ y todos los otros puntos de ella tienen ordenadas negativas.
   f. Parábola con eje de simetría coincidente con el eje y, cuyo punto más alto es $(0,1)$.
   g. Parábola de ecuación $\mathbf{y=-x^2-3x+7}$.
   h. Parábola cuyo término cuadrático está multiplicado por un número no negativo.

2. Saqui y Quidel se instalaron a ver televisión. Se estaba iniciando un documental titulado *El 2013 que nos espera*. El programa trataba de la calidad de la atmósfera y la advertencia de peligro si no se toma conciencia y se adopta una conducta más ecológica en el diario vivir. Los científicos entrevistados se valían de fórmulas que explicaban muy bien sus opiniones.

UNIDAD

111

Imagen Nº12: texto del estudiante Cal y Canto 2012 pág.111.

1.3. Actividades

1.3.1. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de la unidad?

No.

1.3.2. ¿Presenta alguna actividad introductoria al comienzo de cada sección?

Sí, al comienzo de cada sección presentan actividades resueltas para ir guiando el trabajo de aprendizaje del alumno.

1.3.3. Luego de cada introducción teórica ¿presenta ejercicios resueltos?

Sí y a veces dos para poder encontrar relación entre ellos.

1.3.4. ¿Presenta actividades en que el alumno deba trabajar con calculadoras y computadores?

En algunas secciones entre las unidades a tratar.

1.3.5. Al final de la unidad, ¿presenta alguna síntesis de la unidad?

Si.

1.3.6. ¿Las actividades presentadas favorecen los cambios de registro?

Si hay diversos ejercicios en donde el alumno tiene que realizar cambios de registros para resolverlos.

1.3.7. ¿Qué cambios de registro utiliza el texto?

Solamente el texto favorece el cambio de la representación algebraica a la gráfica.

1.4. Evaluación

1.4.1. ¿Contiene alguna evaluación diagnóstica que permita visualizar los conocimientos previos y las necesidades de los alumnos?

Sí, después de la introducción con base histórica se realiza una serie de actividades para activar los conocimientos obtenidos en años anteriores.

1.4.2. ¿Existe alguna evaluación intermedia o autoevaluación?

Sí, al término de cada sección existe una evaluación intermedia para ir evaluando los aprendizajes obtenidos por los alumnos.

1.4.3. ¿Contiene alguna evaluación final que permita evaluar cuanto han aprendido los alumnos?

Sí, desde la página 132 a la 140 se presentan diversos ejercicios para que el estudiante realice.

3.2.2. Conclusión de los análisis de textos:

En conclusión podemos decir que los tres textos apoyan el aprendizaje de los estudiantes y que luego de cada sección proponen al estudiante diversas actividades para que refuercen el nuevo aprendizaje, los tres textos tienen un orden jerárquico y cada sección de la unidad está apoyada por imágenes, tablas o gráficas en donde el estudiante pueda visualizar su representación gráfica. Ahora de acuerdo con lo que estábamos analizando sobre los cambios de registro y cuál de ellos favorecen los textos pudimos darnos cuenta que los tres textos favorecen la conversión de la representación algebraica a la gráfica de la función cuadrática pero no hay actividades al términos de las secciones en donde favorezcan la conversión de su representación gráfica a la algebraica.

3.3. Análisis de la actividad exploratoria

Este trabajo reporta la experiencia obtenida al aplicar un instrumento un curso de 24 alumnos del colegio particular subvencionado El Belloto de Quilpué, sobre el estudio de funciones cuadráticas, en lo que respecta a las dificultades que presentan estos estudiantes al resolver una actividad en la cual tienen que realizar cambios de registros, del gráfico al algebraico y viceversa.

Para realizar ésta investigación primero planteamos una conjetura, la cual era descubrir las dificultades y técnicas que utilizan los alumnos de este establecimiento al realizar un cambio de registro del gráfico al algebraico y viceversa. Ésta conjetura nace a raíz de nuestra experiencia vivida dentro del aula, ya sea en nuestro tiempo como alumnas, practicantes y actualmente en nuestro trabajo como docente, y se confirmó al realizar una actividad exploratoria inicial con un curso de cuarto año medio de la comuna de Quilpué, la cual al ser analizada dio como resultado que el 20% aproximadamente de los alumnos, fue capaz a de efectuar un cambio de registro del gráfico al algebraico en forma satisfactoria.

Esto al principio se realizó en un curso de 4º año de Enseñanza Media del establecimiento anteriormente mencionado, con estudiantes entre 16-19 años de un colegio de la región de Valparaíso. Los estudiantes, de ambos sexos, conforman un curso de 24 personas, que desde Primero Medio su profesor de matemáticas ha sido el mismo.

Lo expuesto nos llevó a tomar la decisión de diseñar y aplicar una actividad exploratoria más elaborada para recoger evidencias claras del problema, con la finalidad de diseñar una secuencia didáctica la cual sea un instrumento de ayuda al docente para que el alumno logre realizar el cambio de registro que buscamos.

La actividad exploratoria que se construyó está formada por dos partes. La primera busca que los alumnos logren graficar dos funciones cuadráticas y además que puedan encontrar dados dos gráficos la función respectiva a ellas. En la segunda parte se presentan 4 casos donde la finalidad es relacionar la función cuadrática expresada en forma canónica y estándar dada con su representación gráfica.

A continuación se presenta la actividad exploratoria diseñada:

3.3.1. ACTIVIDAD EXPLORATORIA

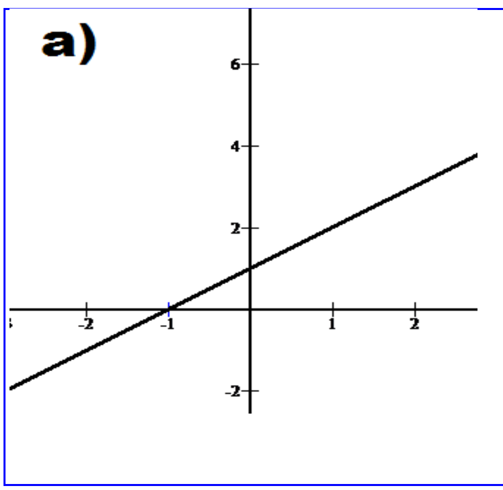
PRIMERA PARTE

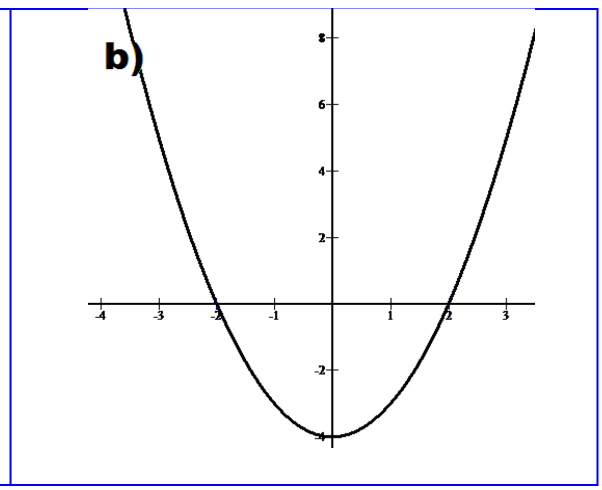
1. Grafique las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 4$

b) $f(x) = (x-4)^2 - 3$

2. Para cada uno de los gráficos que se exponen a continuación, determinar la expresión algebraica asociada al grafico de estas funciones.

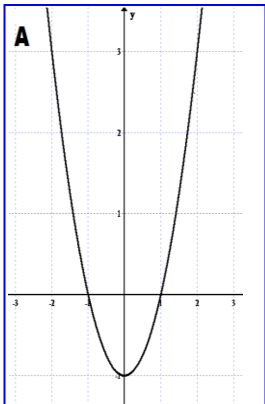


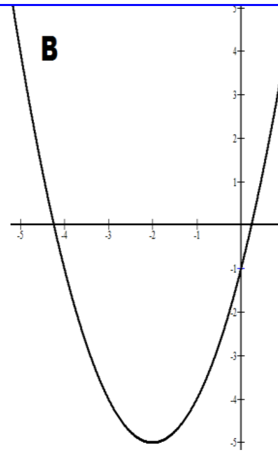


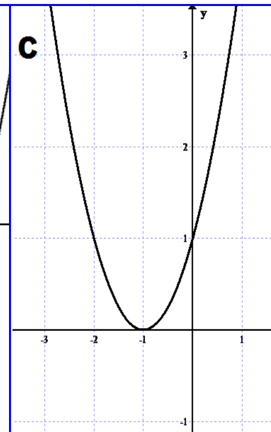
SEGUNDA PARTE

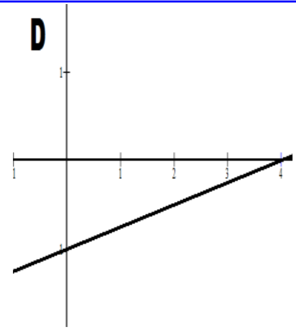
1) ¿Cuál (o cuáles) de los siguientes gráficos corresponde a la representación grafica de la función dada en cada caso? Argumenta tu respuesta en el recuadro:

PRIMER CASO: $\mathbf{y = x^2 + 4x - 1}$



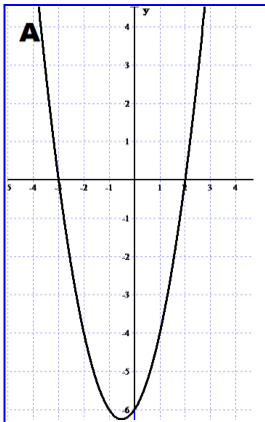


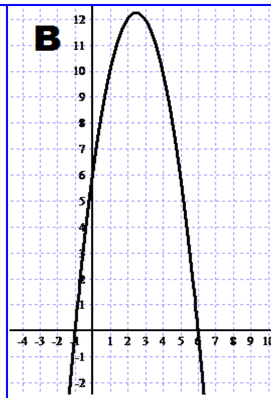


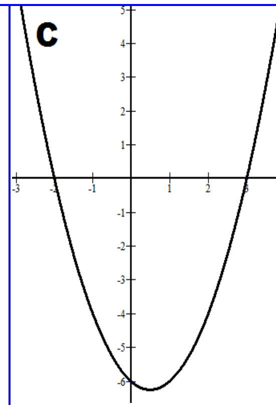


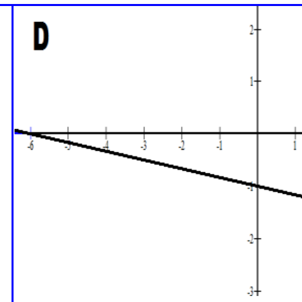
ARGUMENTACION

SEGUNDO CASO: $y = x^2 - x - 6$



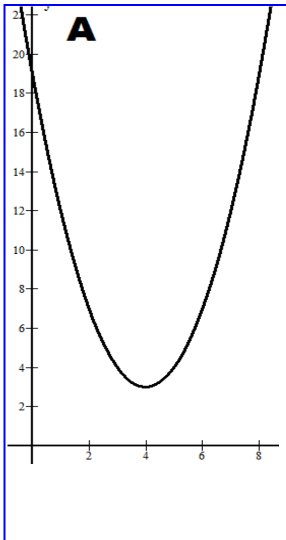
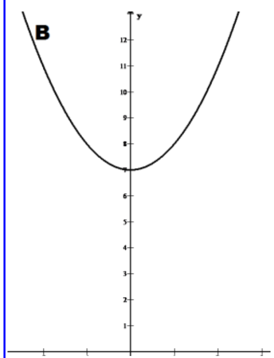
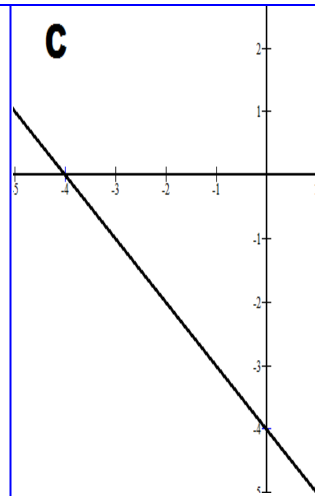
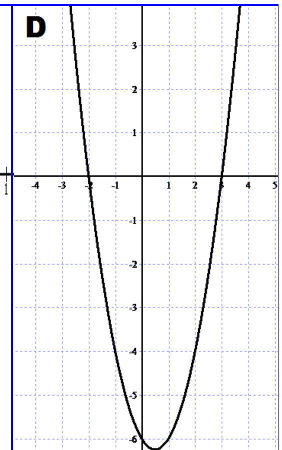




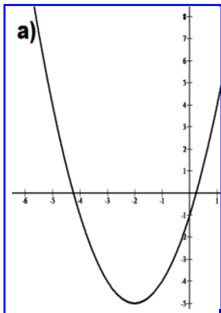


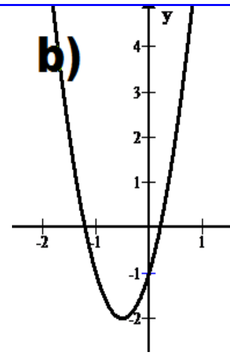
ARGUMENTACION

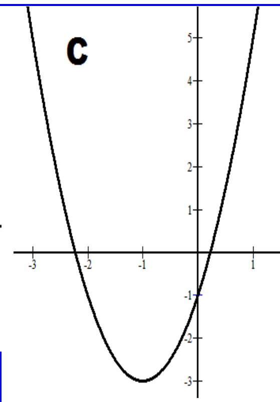
TERCER CASO: $y - 3 = (x - 4)^2$

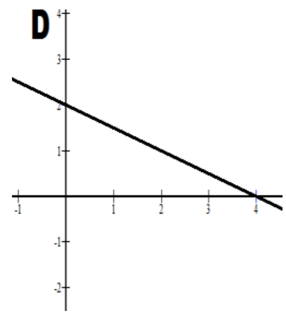
			
ARGUMENTACION			

CUARTO CASO: $y = 2x^2 + 4x - 1$









ARGUMENTACION

3.3.2 Análisis de los resultados de la actividad exploratoria

Es importante analizar los resultados obtenidos por los 24 alumnos que realizaron la actividad exploratoria, que tiene como objetivo saber si son capaces de realizar la transformación entre registros de representación gráfico-algebraica y viceversa.

Para realizar éste análisis nos enfocaremos en sus respuestas o argumentos que indican en los desarrollos de cada ejercicio y evaluaremos con niveles de logro; no logrado (NL), medianamente logrado (ML), logrado (L).

A continuación analizaremos la primera parte de nuestra actividad exploratoria

En la pregunta 1a del ítem 1 los alumnos respondieron lo siguiente:

En la tabla N° 2 muestra las técnicas utilizadas por los alumnos para poder graficar la función dada, lo cual demuestra que no utilizan una sola forma para realizar un gráfico.

Respuestas	alumnos
Factorizan	24
Realizan el grafico SIN indicar el vértice	6
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular las coordenadas	0
Utilizan tabla de valores para determinar los cortes.	3
Determinan vértice	3
Determinar signo de la función cuadrática según concavidad	3
Utilizan coeficiente de la función cuadrática	3

Tabla N°2: Resumen de las estrategias para argumentar la pregunta 1ª de la primera parte de la actividad exploratoria.

Para realizar una evaluación de esta pregunta, tomaremos en cuenta los siguientes puntos:

- ✓ Concavidad
- ✓ Intersección con el eje x
- ✓ Intersección con el eje y
- ✓ Vértice

En conclusión en este ejercicio el 50% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 25% obtiene medianamente logrado y el otro 25% no logrado.

La pregunta 1b encontramos lo siguiente:

Respuestas	Alumnos
Factorizan	0
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular las coordenadas	12
Desarrollan el binomio al cuadrado	18
Determinan vértice	0
Determinar signo de la función cuadrática según concavidad	0
Utilizan coeficiente de la función cuadrática	3
Discriminante	3

Tabla Nº3: Resumen de las estrategias para argumentar la pregunta 1b de la primera parte de la actividad exploratoria.

Observación: cabe señalar que el 12,5% de los alumnos no realizaron ningún tipo de respuesta.

Para realizar una evaluación de esta pregunta, tomaremos en cuenta los siguientes puntos:

- ✓ Concavidad
- ✓ Intersección con el eje x
- ✓ Intersección con el eje y
- ✓ Vértice

En conclusión en este ejercicio el 0% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 75% obtiene medianamente logrado y el otro 25% no logrado.

Pregunta 2 a:

Para que respuesta este un 100% correcta debe estar expresada de una de las siguientes formas:

- ✓ Y=mx+n o
- ✓ f(x)=mx+n
- ✓ ax+by+c=0

En conclusión en este ejercicio el 25% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 0% obtiene medianamente logrado y el otro 25% no logrado y un 50% del alumnado no presenta ningún tipo de respuesta.

Observación: cabe señalar que un alumno muestra éste tipo de respuesta en donde sabe cómo se expresa la función lineal, pero presenta un error al dar su respuesta final lo cual lo veremos en la siguiente imagen.

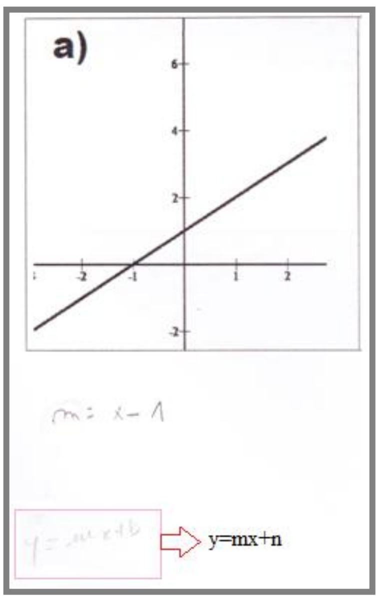


Imagen Nº 13: Actividad exploratoria Anexo Nº2

Pregunta 2b:

Para que la respuesta este un 100% correcta debe estar expresada de una de las siguientes formas:

- ✓ $Y=ax^2 + bx + c$, en donde $a \neq 0$
- ✓ $f(x)= ax^2 + bx + c$, en donde $a \neq 0$

En conclusión, en éste ejercicio el 37,5% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 37,5% obtiene medianamente logrado y el otro 0% no logrado y un 25% del alumnado no presenta ningún tipo de respuesta.

Segunda parte

Primer caso

En este primer caso los alumnos escriben las siguientes argumentaciones para validar su alternativa marcada:

Argumentaciones	N° de alumnos
Calculo del mínimo de la parábola	4
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular la intersección con el eje de las abscisas	15
Concavidad	5
Coeficiente de posición	20
Vértice	0
Simetría	3
Discriminante	3

Tabla N°4: *Resumen de las estrategias para argumentar el primer caso de la segunda parte de la actividad exploratoria.*

En conclusión, en éste ejercicio el 60% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 10% obtiene medianamente logrado y el otro 20% no logrado.

Observación: cabe señalar que el 10% de los alumnos no respondieron el ejercicio.

Segundo caso

En este segundo caso los alumnos escriben las siguientes argumentaciones para validar su alternativa marcada:

Argumentaciones	N° de alumnos
Calculo del mínimo de la parábola	4
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular la intersección con el eje de las abscisas	9
Concavidad	3
Coeficiente de posición	6
Vértice	4
Simetría	0
Factorización para encontrar la intersección con el eje x	12

Tabla Nº5: *Resumen de las estrategias para argumentar el segundo caso de la segunda parte de la actividad exploratoria.*

Observación: cabe señalar que el 10% de los alumnos no respondieron el ejercicio y que existe uno de los alumnos que dentro de su argumentación indica que la alternativa D es una recta así que por eso la descarta. Además el 20% de los estudiantes marca la alternativa correcta pero sin presentar una argumentación que valide su respuesta.

En conclusión en este ejercicio el 40% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 20% obtiene medianamente logrado y el otro 10% no logrado.

Tercer caso

En este tercer caso los alumnos escriben las siguientes argumentaciones para validar su alternativa marcada:

Argumentaciones	N° de alumnos
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular la intersección con el eje de las abscisas	3
Coeficiente de posición	16
Vértice	2
Desarrollo del cuadrado de binomio para dejar la función en su forma estándar.	18

Tabla N°6: *Resumen de las estrategias para argumentar el tercer caso de la segunda parte de la actividad exploratoria.*

Observación: cabe señalar que el 10% de los alumnos no respondieron el ejercicio, el 10% de los estudiantes marca la alternativa correcta pero sin presentar una argumentación que valide su respuesta.

En conclusión en este ejercicio el 70% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 10% obtiene medianamente logrado y el otro 0% no logrado.

Cuarto caso

En este cuarto caso los alumnos escriben las siguientes argumentaciones para validar su alternativa marcada:

Argumentaciones	N° de alumnos
Ocupan fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular la intersección con el eje de las abscisas	16
Coeficiente de posición	5

Vértice	5
Tabla de valores	2

Tabla Nº7: *Resumen de las estrategias para argumentar el cuarto caso de la segunda parte de la actividad exploratoria.*

En conclusión en este ejercicio el 20% de los alumnos obtiene como evaluación logrado (L), el 40% obtiene medianamente logrado y el otro 20% no logrado.

Observación: cabe señalar que el 20% de los alumnos no respondieron el ejercicio y que existe uno de los alumnos que dentro de su respuesta coloca como alternativa la opción D como lo vemos en la siguiente imagen.

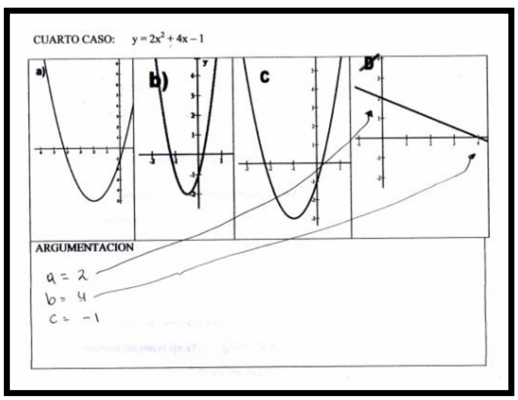


Imagen Nº 14: Actividad exploratoria Anexo Nº2

3.3.3. Conclusión de la actividad exploratoria:

En la siguiente tabla se presenta un resumen del porcentaje que logra por ítem y pregunta.

Pregunta		Logrado L	Medianamente logrado (ML)	No logrado (L)	Sin respuesta (SR)	Sin Argumentación
Ítem 1	1 1a	50%	25%	12,5%	12,5%	0%
	1 1b	0%	75%	25%	10%	
	2 2a	25%	0%	25%	50%	
	2 2b	37,5%	37,5%	0%	25%	
Ítem 2	1°	60%	10%	20%	10%	
	2 °	40%	20%	10%	10%	20%
	3°	70%	10%	0%	10%	10%
	4°	20%	40%	20%	20%	

A partir de estos resultados podemos percatarnos que más del 50% de los alumnos de éste curso logran realizar el cambio de registro algebraico al gráfico, es decir, relacionan una función cuadrática con su representación gráfica. Cabe señalar que la mayoría de sus dificultades se presentan cuando se les proporciona como información la gráfica de una función cuadrática y tienen que determinar su representación algebraica, ya que cuando se enfrentan a un ejercicio donde deben realizar este cambio, el mayor porcentaje de los alumnos no responde. Por lo tanto esto nos lleva a pensar que le dieron mayor enfoque al cambio de registro algebraico-gráfico.

Para poder graficar a partir de la expresión algebraica y viceversa, hemos definido ciertos elementos necesarios para poder lograrlo, tales como:

- ✓ Vértice
- ✓ Coordenadas de cortes en eje y
- ✓ Coordenadas de corte en eje x

De manera tal que estén íntimamente relacionado, como se muestra en el mapa conceptual realizado en la secuencia didáctica realizada.

En el análisis de la actividad exploratoria se muestra que los alumnos no saben discriminar entre los elementos significativos para lograr el cambio de registro, por lo tanto se muestran perdidos, esto se nota al mostrar desarrollos inconclusos, en cambio la minoría que logro llegar a la respuesta o lo más cercano a ella, se enfocó en estos elementos nombrados anteriormente. Esto indica primeramente que si conocen claramente los elementos importantes, ellos no perderían el tiempo realizando cálculos innecesarios, luego deben lograr encontrar la relación entre un elemento y otro y el camino para llegar a lograr el cambio de registro, para esto se creó el mapa conceptual.

Después de realizar el análisis de los textos escolares y de la actividad propuestas a los alumnos sobre el cambio de registro podemos rescatar que en libros no se presentan ni se enseñan pasos claros para realizarlos, por tal un 75% de los alumnos no logran realizar la conversión de forma correcta de un registro al otro por lo mismo se puede afirmar que existe la necesidad de diseñar una secuencia didáctica para que los alumnos logren realizar la conversión de registro gráfico al algebraico, la cual sea un material de apoyo tanto para los profesores y alumnos para lograr este objetivo.

Capítulo 4

Secuencia didáctica

4.1. Introducción

Esta secuencia didáctica ha sido diseñada a partir de los resultados de la actividad exploratoria y del análisis de textos en donde queda de manifiesto la poca vinculación que tienen los alumnos con la gráfica de la función cuadrática y que además los textos del estudiante priorizan el trabajo algebraico más que el gráfico y sobre todo la conversión de la representación algebraica a la gráfica, pero no de la gráfica a la algebraica.

Ésta secuencia aborda los contenidos del currículum vigente de tercero medio en donde encontramos la función cuadrática. Y está dirigida a alumnos de entre dieciséis y diecisiete años de edad y sobre todo para que un docente la aplique junto con los contenidos que enseña en el aula.

4.2. Propósito

• Crear una vinculación de los parámetros de la función cuadrática con la gráfica y viceversa.

• Desarrollar las habilidades de conversión entre la gráfica de una función cuadrática y su representación algebraica.

4.3. Contenidos

La función cuadrática y su cambio de representación gráfica - algebraico

4.4. Tiempo estimado

Diez clases de 45 minutos cada una

UNIVERSIDAD DE VALPARAISO

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

GRAFICANDO PARÁBOLAS

Material de apoyo 1: Parábola en contexto

María Ignacia, gerente comercial de una tienda de electrónica, encargó a su equipo de trabajo un estudio de ventas de LCD durante 2009 y hasta mayo del 2010, mes previo al mundial de fútbol en las distintas salas de ventas a través del país.

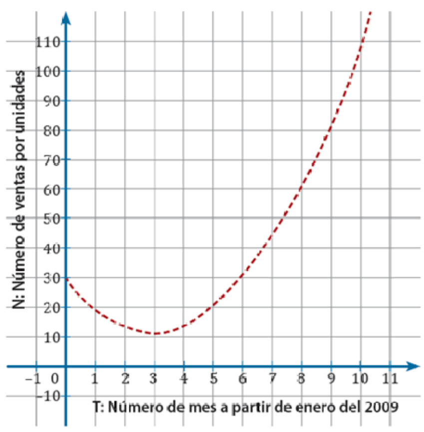


Imagen Nº 15: actividad del texto del estudiante 3º medio, editorial cal y canto, pág.

En la reunión de octubre del 2009, y viendo la gráfica, hizo a su equipo varias preguntas, tanto de las ventas ya realizadas como de las proyecciones que se tenían hasta mayo del año siguiente. Algunas que tú también puedes responder fueron:

1.- Trabaja sólo con la interpretación del grafico

a. ¿Es verdad que las ventas de febrero del 2009 fueron de 18 unidades? ¿Por qué?

b. ¿En qué mes se vendieron 62 unidades? Chequea efectuando los cálculos necesarios.

c. ¿Cuántas unidades se espera vender en diciembre?

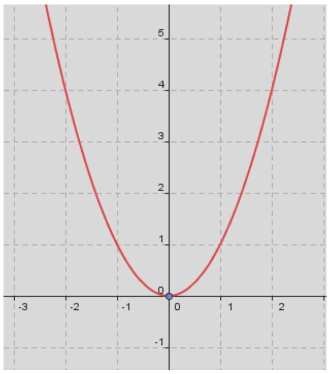
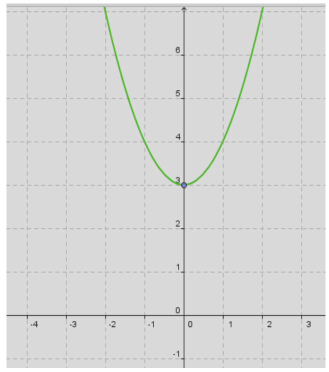
d. Específicamente, en el próximo mayo, ¿superarán las ventas de LCD las 370 unidades? ¿Por qué?

e. En total, ¿habrá más de 600 unidades vendidas durante los dos meses previos a junio del 2010?

2.-Dada la $N(T) = 2T^2 - 2T + 30$ determinar los valores exactos de las letras a) y b) descritas anteriormente.

Material de apoyo Nº2: Elementos de la parábola.

2.1. Dadas las siguientes gráficas determinar el vértice y la intersección con el eje x


a) V=(,) b) V=(,) c) V=(,)

2.2. Si en la gráfica c) los valores de: a= 1 , b= -6 , c= 9

Calcular las coordenadas del vértice dado que, $x = \frac{-b}{2a}$, y= $\frac{4ac-b^2}{4a}$

2.3. Comparar si el vértice encontrado en c) y los valores encontrados para $x = \frac{-b}{2a}$, y= $\frac{4ac-b^2}{4a}$ coinciden entre sí.

¿Qué puedes concluir?

Material de apoyo 3: Paso de la representación algebraica a la representación gráfica.

3.1. Para comenzar la esta actividad hay que abrir el geogébra en el escritorio, puedes tener en el escritorio abierto a la vez el programa y la hoja de prácticas.

La ecuación de la función cuadrática ($f(x) = ax^2 + bx + c$) tiene tres elementos que son: el primero es el término cuadrático (ax^2) y está formado por a y x^2, $a \neq 0$ (diferente de cero) y x es la variable independiente. El segundo es el término lineal (bx) y el tercero es el término independiente de x(c), Evaluaremos cada uno de sus elementos y observar como la gráfica cambia, según modificamos cada uno de sus coeficientes *a, b, c*.

Utilizando tabla de valores, realiza el bosquejo de las siguientes expresiones:

EXPRESIÓN	$f(x)= x^2$	$f(x)= -x^2$	$f(x) = \frac{1}{4}x^2$
TABLA DE VALORES			

¿Qué cambios observaste entre las gráficas?

R

EXPRESIÓN	$f(x)= 4x^2$	$f(x)= -4x^2$
TABLA DE VALORES		

¿Qué cambios observaste entre las gráficas?

R

Conclusiones finales: ¿Que puedes decir de ambas comparaciones?

R

2.- Ahora con el programa geogébra grafique las mismas funciones de la pregunta N°1

¿Llegaron a las mismas gráficas? ¿Por qué?

R

3.- Grafique en el programa las siguientes funciones, describa las diferencias y las similitudes con la función $f(x)=x^2$.

a) $f(x)= x^2+1$

b) $f(x)= x^2-3$

c) $f(x)= (x+5)^2+4$

d) $f(x)= (x+2)^2 -3$

Similitudes con $f(x)=x^2$	Diferencias con $f(x)=x^2$
a)	a)
b)	b)
c)	c)
d)	d)

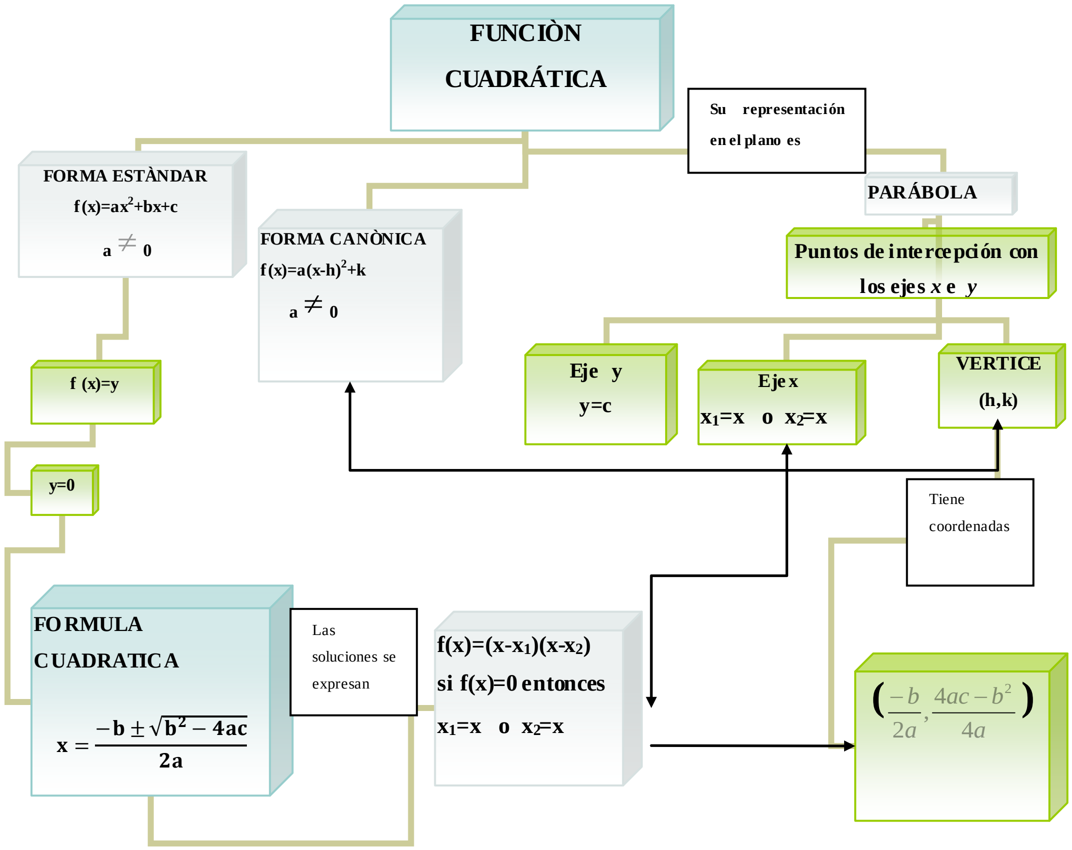
3.2. Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una parábola más arriba que la anterior?

b) ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una parábola que este más a la derecha de la anterior?

c) ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una parábola que esté con los brazos más abierto que la anterior?

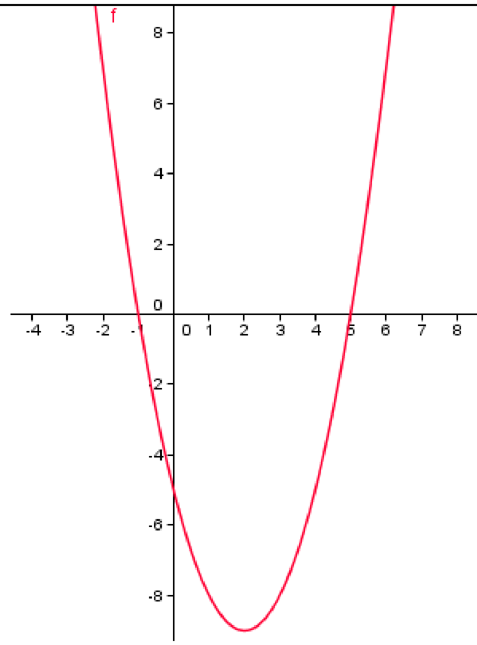
3.3. **Recordemos**:



Mapa conceptual Nº 1

A partir del mapa conceptual relacionemos el cambio de una representación algebraica a una representación gráfica.

3.3.1 Cambio de registro de la función cuadrática en su forma estándar a su representación gráfica.

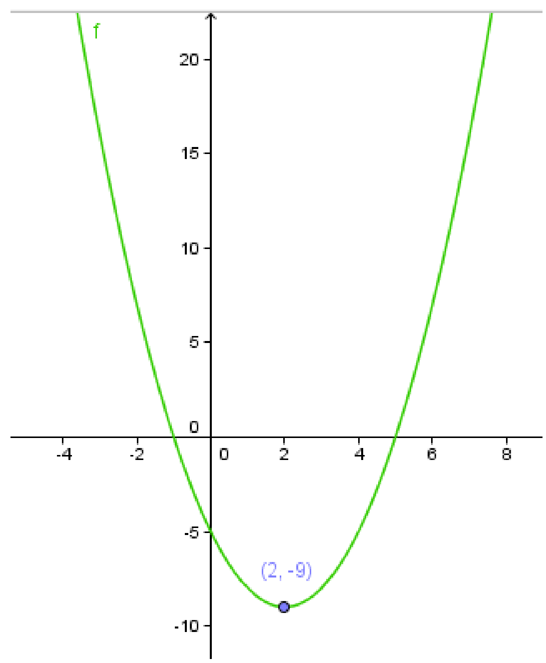
Función cuadrática en representación algebraica	**Representación gráfica**
$f(x) = x^2-4x-5$ OBSERVACIONES: Utilizando la fórmula de resolución de una ecuación cuadrática encontramos las soluciones que son los puntos que interceptan el eje de las abscisas. Estos puntos que son $x_1=-1$ y $x_2=5$. Que traduciéndolo a coordenadas del plano cartesiano serian (-1,0) y (5,0). Reemplazando a=1, b=-4 y c=-5 en la fórmula $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ obtenemos las coordenadas del vértice de la gráfica de la función. Por último la ordenada del punto de intersección de la parábola con el eje *y* es el punto (0,c), es decir (0,-5)	

Actividad

A partir de la expresión algebraica realiza el gráfico que la represente.

1.- $f(x) = 4x^2+3x+5$
2.- $f(x) = 3x^2-4x+12$
3.- $f(x) = x^2-x-12$
4. $f(x) = x^2-4$

3.3.2 Cambio de registro de la función cuadrática de su forma canónica a su representación gráfica.

Función cuadrática en representación algebraica	Representación gráfica
$f(x) = (x-2)^2-9$ OBSERVACIONES: la función se presenta en forma canónica, donde inmediatamente encontramos el vértice (h,k), que en este caso seria (2,-9). Al desarrollar el binomio al cuadrado y reduciendo términos semejantes, se encuentra la función escrita en forma estándar, de la cual obtenemos el termino independiente que nos indica la coordenada en que la parábola corta al eje y.	

Actividad

A partir de la expresión algebraica realiza el gráfico que la represente.

1.- $f(x) = (x+4)^2-7$

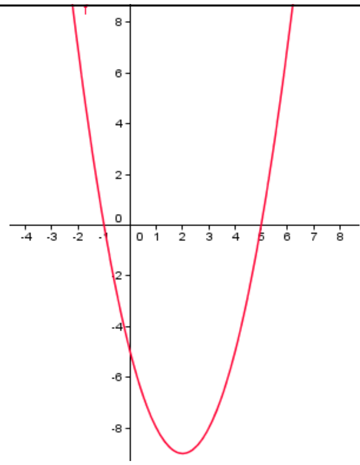
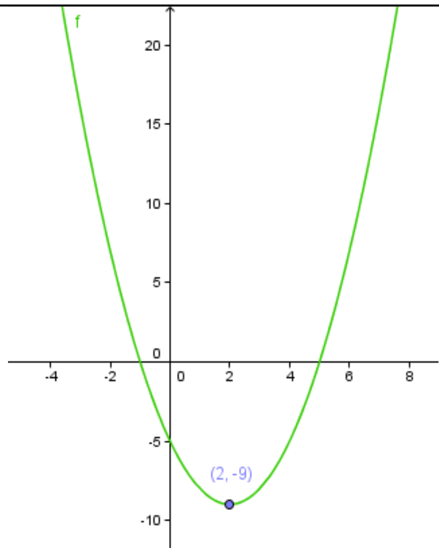
2.- $f(x) = (x-8)^2$

3.- $f(x) = (x+1)^2+5$

4. $f(x) = (x-3)^2+7$

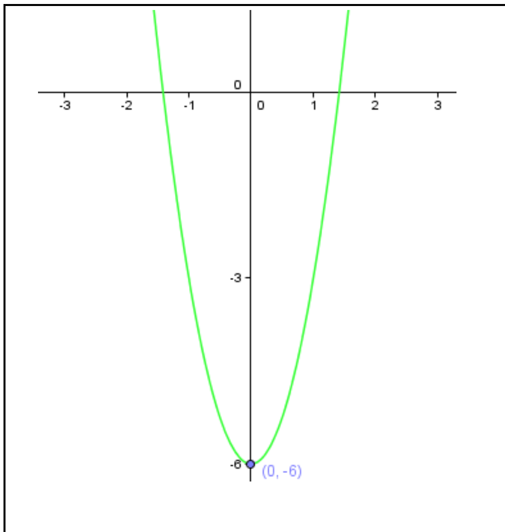
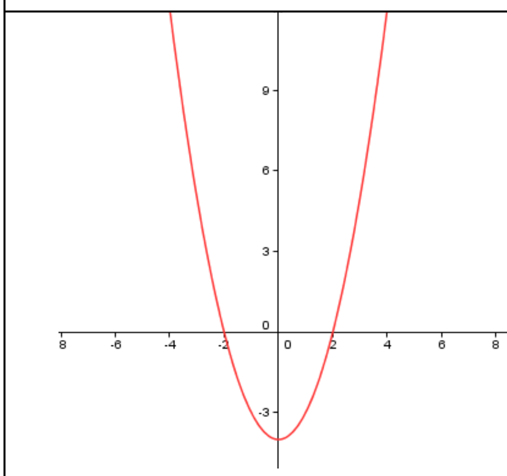
Material de apoyo Nº4: Paso de la representación gráfica a la algebraica.

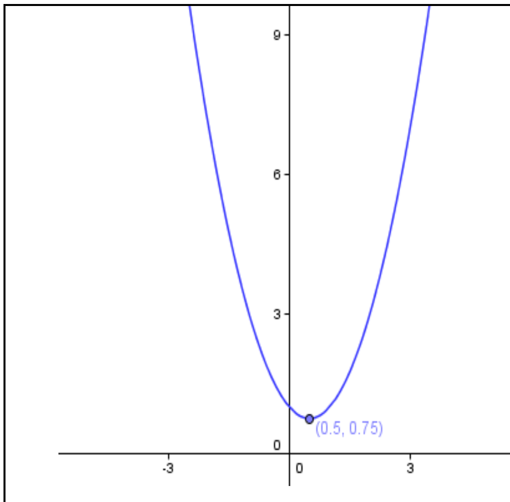
4.1. A partir del mapa conceptual relacionemos el cambio de una representación grafica a una representación algebraica

Representación gráfica	Representación algebraica
	En la gráfica presentada tiene como datos conocidos las coordenadas de los puntos en donde la parábola interseca al eje x, las cuales son soluciones de la fórmula de resolución de una ecuación cuadrática y se puede expresar: $f(x)=(x-x_1)(x-x_2)$ Al desarrollar la multiplicación de los binomios con un término en común obtenemos la función cuadrática en su forma estándar que representa al gráfico entregado, además podemos encontrar los parámetros de la función cuadrática.
Representación gráfica	**Representación algebraica**
	La función se presenta en su representación gráfica, donde los datos conocidos son las coordenadas de los puntos en donde se encuentra el vértice (h,k) de la parábola en el plano cartesiano lo cual significa que tenemos que utilizar la forma canónica $f(x)=(x-h)^2+k$ el cual después desarrollamos el cuadrado del binomio y obtenemos la función en su forma estándar.

Actividad

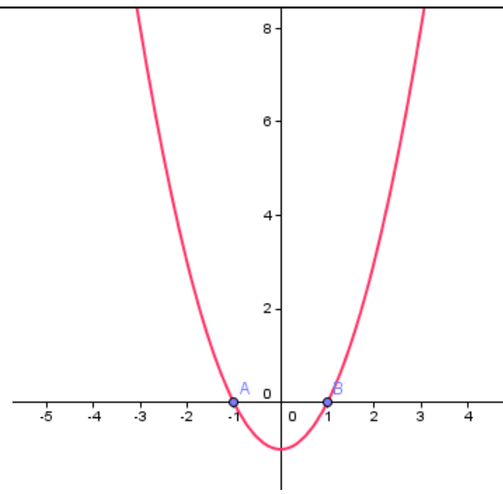
A partir de la representación gráfica encontrar la función algebraica que la represente.

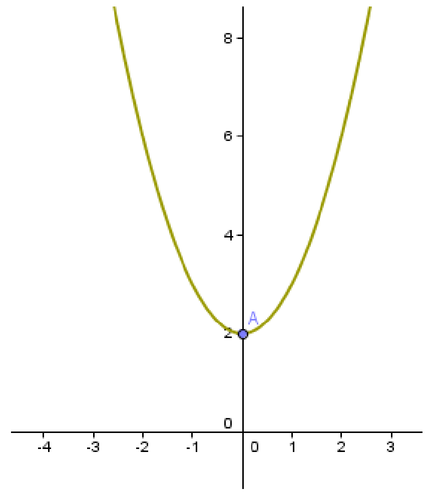
	

4.2. Dadas las siguientes representaciones gráficas encontrar los parámetros *a*, *b* y *c* de la representación algebraica de cada función cuadrática.

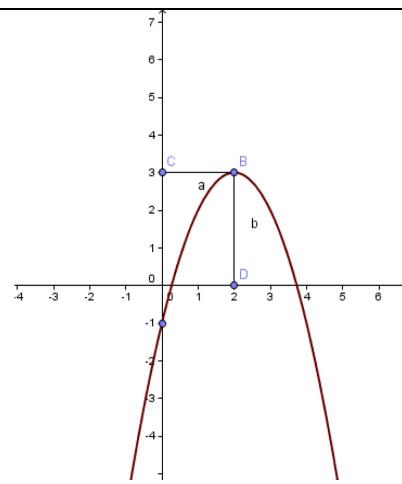
a)

a= **b=** **c=**	

b)

a= **b=** **c=**	

c)

a= **b=** **c=**	

Material de apoyo Nº 5: Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACIÓN

ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones, efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

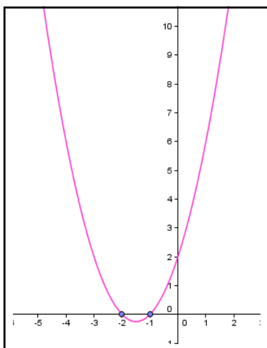
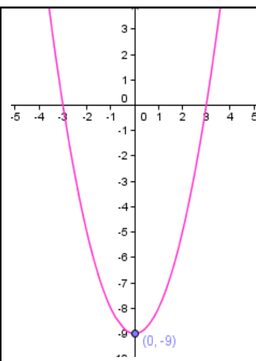
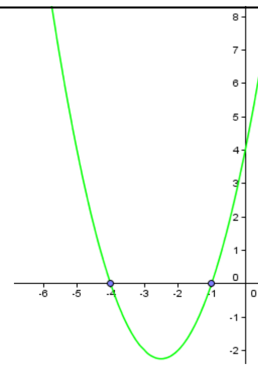
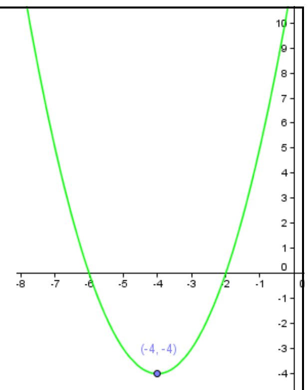
3.- $f(x) = 3x^2-4x$

4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

5.- $f(x) = x^2-4$

6.- $f(x) = (x-8)^2$

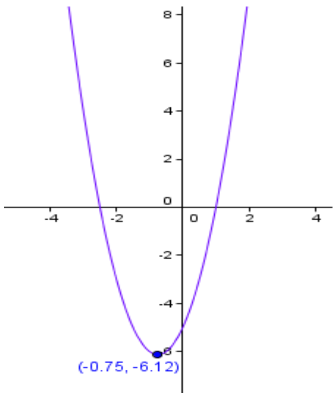
II.- Encuentre la función cuadrática que representa cada gráfico dado.

ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El gráfico de la figura corresponde a la función:



a) f(x)= x^2-2x

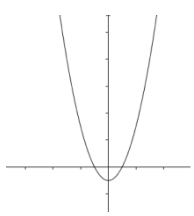
b) f(x) = $2x^2$-2x+1

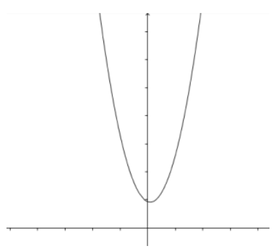
c) f(x) = -x^2-5

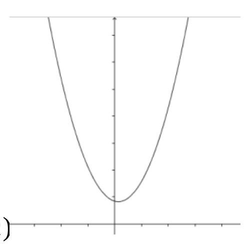
d) f(x) = $2x^2$+3x-5

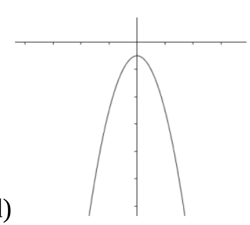
e) e) (x) = x^2+x-5

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) Ninguna de las anteriores

4.6. Conclusiones secuencia didáctica

Para poder validar la secuencia se escoge 7 alumnos de tercero medio de la especialidad de alimentación del Liceo Tecnológico de Villa Alemana, para poder entregar la secuencia, enseñarla y evaluarla. Cabe decir que estos alumnos no tenían la noción de función cuadrática así que se tuvo que empezar enseñando éste contenido y de los cuales obtuvimos los siguientes resultados en la evaluación propuesta en la secuencia didáctica:

EVALUACIÓN

ITEM DESARROLLO[14]

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

Dada esta pregunta lo realizado por los alumnos fue lo siguiente:

- Los siete alumnos resolvieron la función desarrollando el cuadrado de binomio para convertir así la función de su forma canónica a su forma estándar, para poder así encontrar los parámetros de la función cuadrática, de donde colocan que el parámetro c intercepta al eje de las ordenadas. Y de la forma canónica encuentran el vértice. Así con el punto de intercepción con el eje de las ordenadas y el vértice logran realizar la gráfica correspondiente a la función dada.
- Cabe señalar que Laura, Carolina y Constanza se equivocan en encontrar los valores de los parámetros.
- Ximena y Karina hablan que la función dada se encuentra en su forma canónica.
- Jesica y Gonzalo no escriben el vértice en su respuesta, pero si lo grafican.

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

Dada esta pregunta los alumnos realizaron:

- Los siete alumnos encontraron los parámetros de la función cuadrática para poder de ésta manera utilizar la formula de resolución de una ecuación cuadrática para encontrar los puntos de intersección del eje x. Además con los parámetros de la función cuadrática logran encontrar el vértice de la parábola.
- Cabe señalar Constanza no encuentra el vértice de la parábola.

[14] Para mayor información de lo respondido alumno por alumno ver anexo Nº3

3.- $f(x) = 3x^2-4x$

- Carolina, Jesica, Gonzalo y Laura factorizan la función cuadrática por x e igualan a cero para poder encontrar los puntos de intersección con el eje de las abscisas. Además encuentran los parámetros de la función dada para encontrar el vértice de la gráfica.
- En cambio Constanza, Karina y Ximena no realizan esta pregunta.

4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

- Laura, Gonzalo, Jesica, carolina y Constanza no realizan ésta pregunta.
- Ximena y Karina desarrollan el cuadrado de binomio de la función para encontrar los parámetros de la función cuadrática. Al presentarse la función en su forma canónica encuentran el vértice

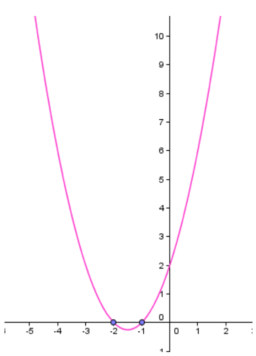
5.- $f(x) = x^2-4$

- Los siete alumnos logran graficar la función cuadrática.
- Los alumnos factorizan en dos binomios con un término en común. Estos binomios son una suma por su diferencia, los cuales luego de igualarlos a cero encuentran los puntos de intersección con el eje x.
- Además encuentran los parámetros de la función cuadrática.

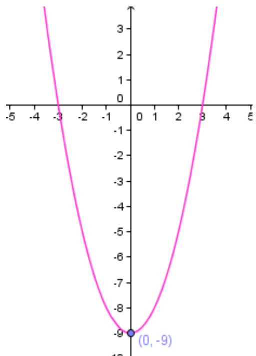
6.- $f(x) = (x-8)^2$

- Constanza, Karina, Carolina y Jesica desarrollan el cuadrado de binomio para poder así encontrar los parámetros de la función cuadrática. Dado que se encuentra en su forma canónica encuentran el vértice fácilmente.
- Ximena, Gonzalo y Laura no realizaron ésta pregunta.

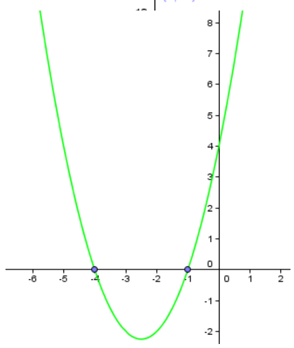
II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.



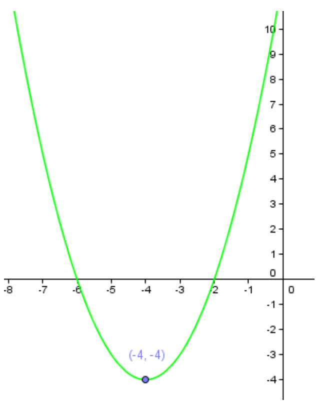
- Al darles ésta gráfica, los siete alumnos encuentran su representación gráfica utilizando los puntos de intersección en el eje x, los escriben como $x=-1$ y $x=-2$, luego lo escriben como una multiplicación de binomios con un término en común $(x+1)(x+2)$, los multiplican y encuentran la función en su forma estándar.



- Los siete alumnos logran llegar a la representación algebraica.



- Igual que en el grafico nº1 los siete estudiantes logran llegar a su representación gráfica utilizando los puntos de intersección en el eje x, los escriben como x=-4 y x=-1, luego lo escriben como una multiplicación de binomios con un término en común (x+4)(x+1), los multiplican y encuentran la función en su forma estándar



- En ésta gráfica Constanza, Karina, Carolina y Gonzalo escriben la representación algebraica utilizando el vértice de la gráfica y escriben la función en su forma canónica, luego desarrollan el cuadrado de binomio de tal forma en que convierten de su forma canónica a su forma estándar.
- En cambio Ximena, Jesica y Laura utilizan los puntos de intersección en el eje x, los escriben como x=-6 y x=-2, luego lo escriben como una multiplicación de binomios con un término en común (x+6)(x+2), los multiplican y encuentran la función en su forma estándar.

ITEM ALTERNATIVA

I.- Marque la alternativa correcta:

En este ítem los siete alumnos eligen la alternativa correcta como su respuesta.

En general el porcentaje de logro de los estudiantes que le fue administrada la secuencia fue mayor y sus calificaciones son aceptables.

Y podemos además señalar que la secuencia fue aprobada por los alumnos, los cuales lograron tener aproximadamente el 80% de la evaluación realizada correcta.

Capítulo 5

Conclusiones finales

5.1. Conclusión

Nuestro primer interés se basó en investigar la problemática que se encuentra en el aula sobre la función cuadrática ya que en nuestra experiencia como docentes, resultados de las evaluaciones nos evidenciaban que estos no lograban vincular la función cuadrática con su representación gráfica, esto nos llevo a preguntarnos ¿Cuáles son los errores que cometen los alumnos al graficar la función cuadrática? El resultado de la actividad exploratoria con el fin de responder esta pregunta revelo que los alumnos podían graficar dada su representación algebraica, pero al momento de convertir de la representación gráfica en algebraica no lograba realizar la conversión.

Esto nos llevo a diseñar una secuencia didáctica formada por reactivos en los que se reforzara la conversión de registro gráfico-algebraico que fuera un material de apoyo para el profesor, considerando la importancia que tiene que los estudiantes realicen cambios de registros, lo que según Duval les lleva a comprender lo que es una función cuadrática.

La secuencia fue aplicada a 7 alumnos de tercero medio de un nivel técnico profesional, prioritario y que no habían estudiado la función cuadrática como contenido en el aula, en esta aplicación se pudo encontrar:

Que todos los alumnos después de realizada la secuencia, pudieron responder correctamente los reactivos en los que tenían que convertir de la representación gráfica a la algebraica de la función cuadrática, lo que valida la secuencia.

Como sugerencia:

Una forma de complementar nuestra secuencia seria analizar los errores cometidos por los alumnos al realizar la conversión de la forma algebraica a la gráfica de la función cuadrática.

Bibliografía

- AZCARATE (2006) Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO.

- CORDERO F, CEN CHE C, SUÁREZ L (2010), Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato.

- CANTORAL-MONTIEL(2003). Revista Alme16. Visualización y pensamiento matemático

- DUVAL (1998). Semiosis y pensamiento humano

- DUVAL (2006), Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2004). Matemática Plan de estudio tercer año medio. Chile.

- MUÑOZ, S. y DARRIGRANDI, F (2011). Texto del estudiante, Matemática 3º educación media. Editorial Santillana.

- BLANCO, S., DE LAS HERAS, R., FUENZALIDA, G., Y RIVEROS, J.(1994), Matemática Educación Media, Plan Común III". Editorial Santillana.

- ROXANA VIVAS, D.(2010) La función cuadrática. Un estudio a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. Edición especial del Bicentenario, Argentina.

- GUZMÁN, I., (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. Revista latinoamericana de Investigación en matemática educativa, México.

- HITT F, Construcción de conceptos matemáticos y de estructuras Cognitivas. Departamento de matemática educativa del cinvestav-ipn, México.

- MUÑOZ S, DARRIGRANDI F(2011), Matemática 3º año medio. Texto del estudiante.

- OAXACA J, VALDERRAMA M, Enseñanza de la función cuadrática interpretando su Comportamiento al variar sus parámetros.

- SAIZ O, BLUMENTHAL V(2012). Matemática 3º medio

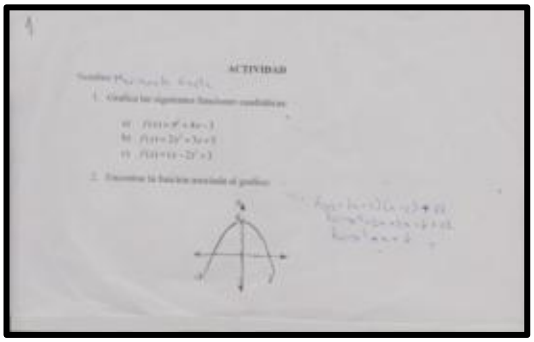
ANEXO

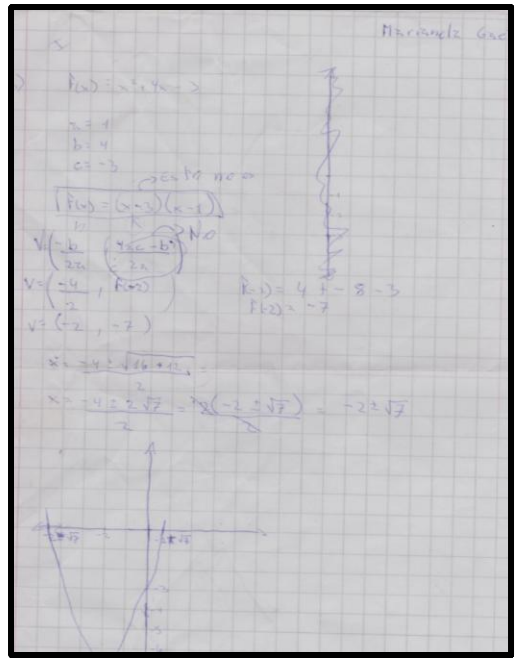
Nº1

ACTIVIDAD EXPLORATORIA INICIAL

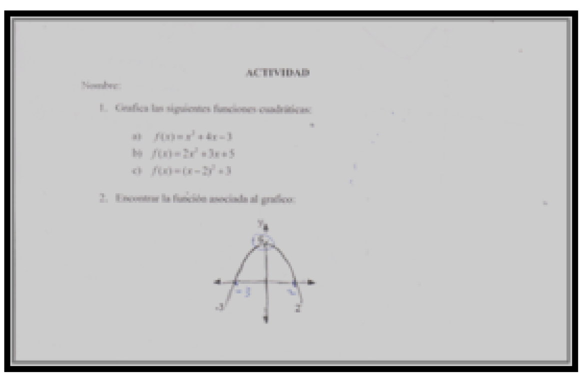
Imágenes de la actividad exploratoria inicial.

1. **Alumno Nº 1**





2. **Alumno Nº2**



ACTIVIDAD

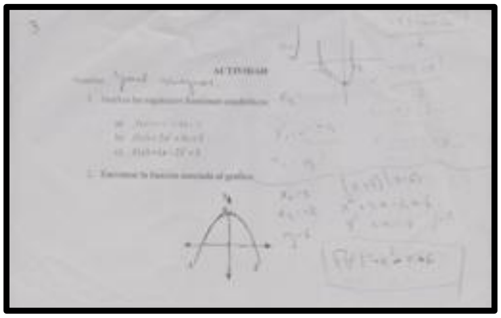
Nombre:

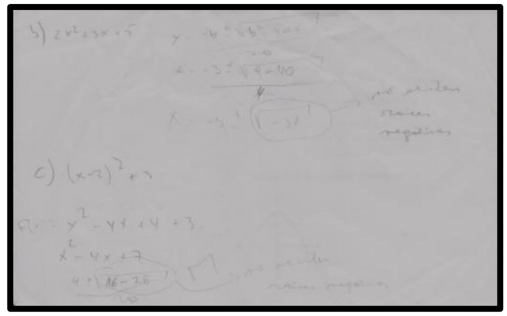
1. Grafica las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x)=x^2+4x-3$
b) $f(x)=2x^2+3x+5$
c) $f(x)=(x-2)^2+3$

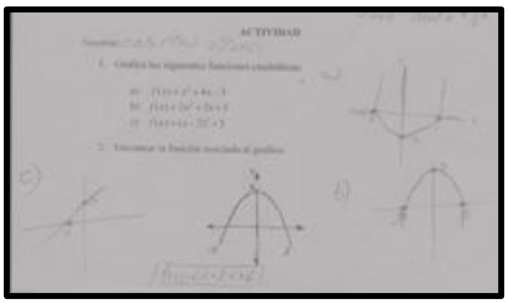
2. Encontrar la función asociada al grafico:

3. **Alumno Nº 3**

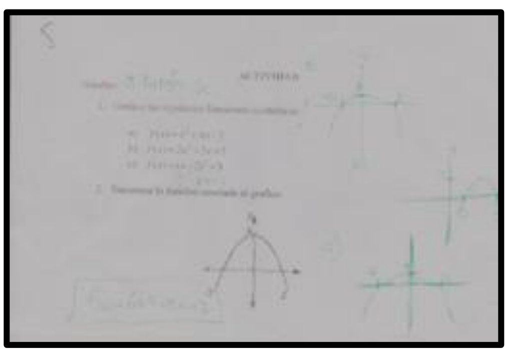




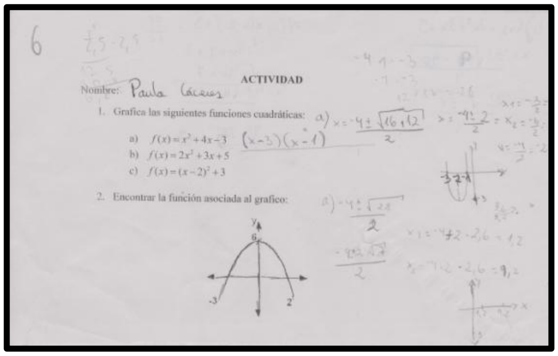
4. **Alumno Nº4**

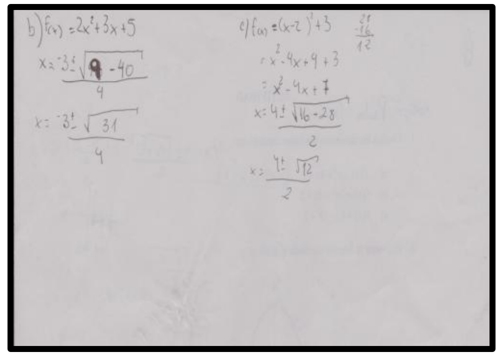


5. **Alumno Nº5**

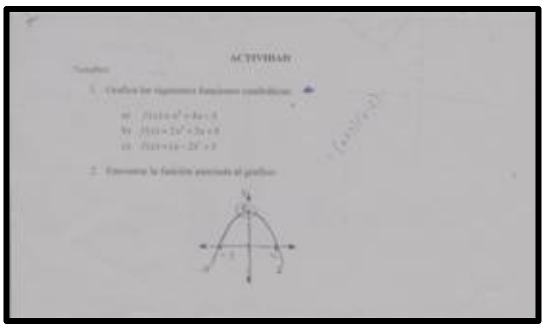


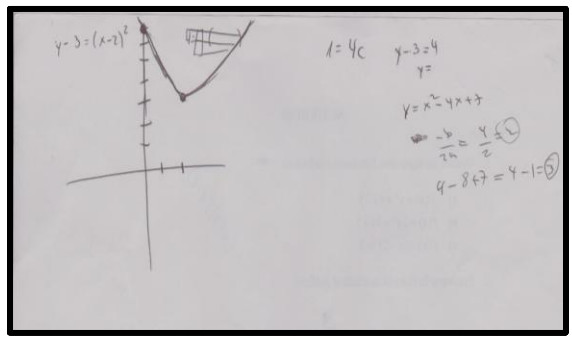
6. **Alumno Nº6**



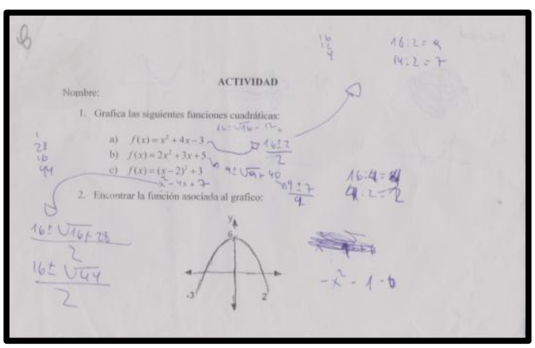


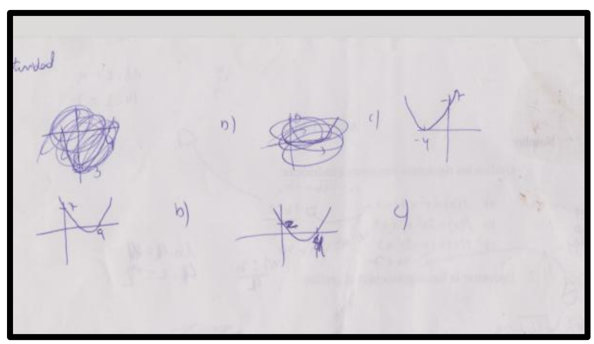
7. **Alumno Nº7**



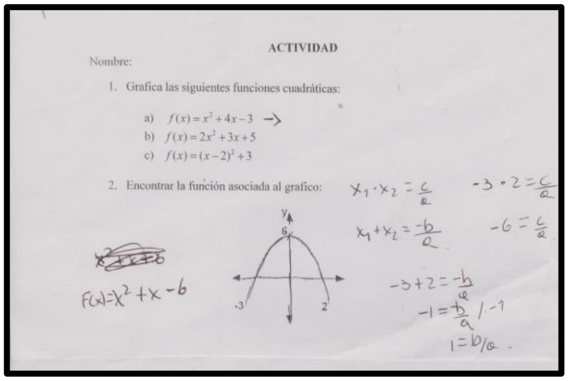


8. **Alumno Nº8**





9. **Alumno Nº9**



ACTIVIDAD

Nombre:

1. Grafica las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x)=x^2+4x-3$ →

b) $f(x)=2x^2+3x+5$

c) $f(x)=(x-2)^2+3$

2. Encontrar la función asociada al grafico:

$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ $\quad -3\cdot 2=\frac{c}{a}$

$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ $\quad -6=\frac{c}{a}$

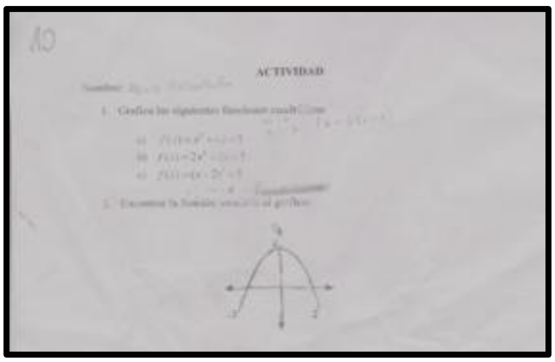
$-3+2=\frac{-b}{a}$

$-1=\frac{-b}{a}$ $/\cdot -1$

$1=b/a$

$F(x)=x^2+x-6$

10. **Alumno Nº 10**



10

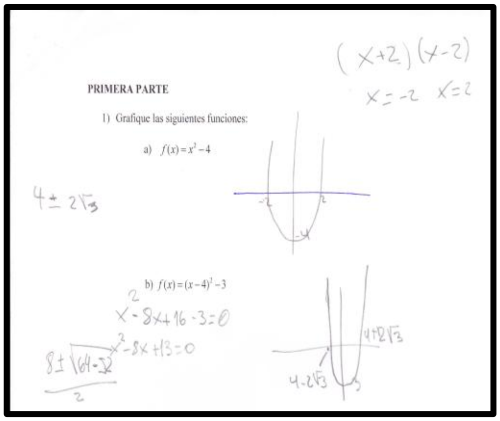
ACTIVIDAD

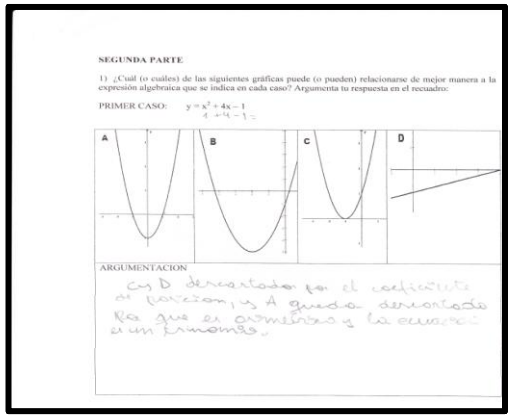
Anexo Nº2

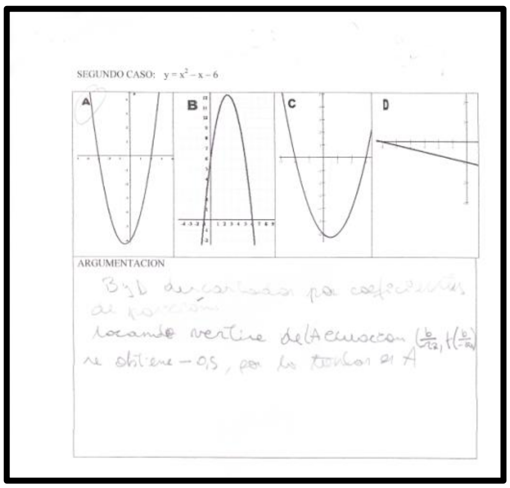
Evidencia de la actividad exploratoria.

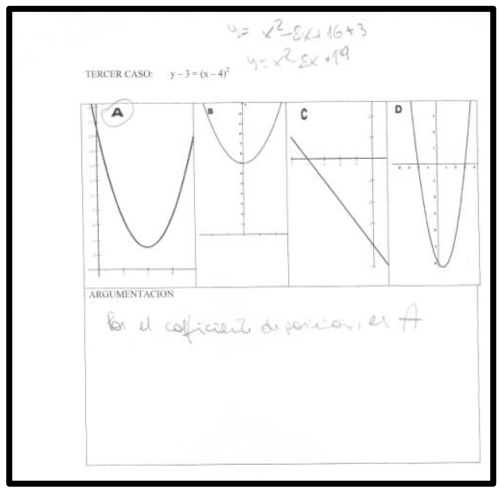
Se seleccionaron solamente 4 alumnos de los 24.

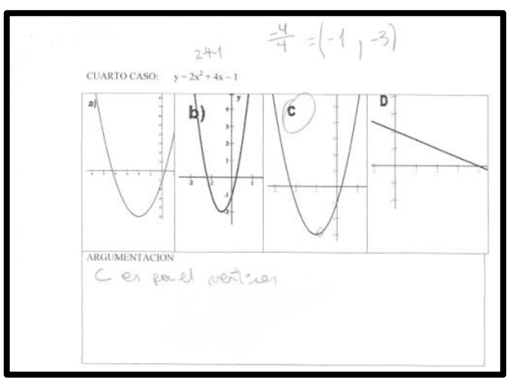
Alumno Nº1



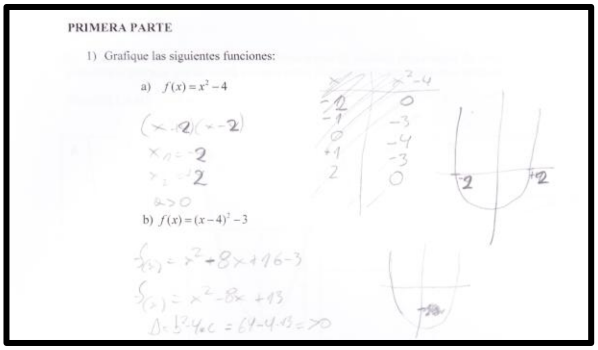


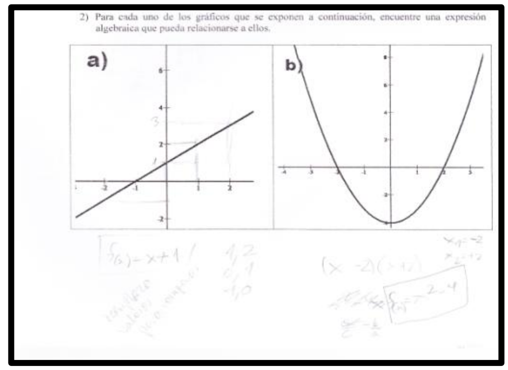


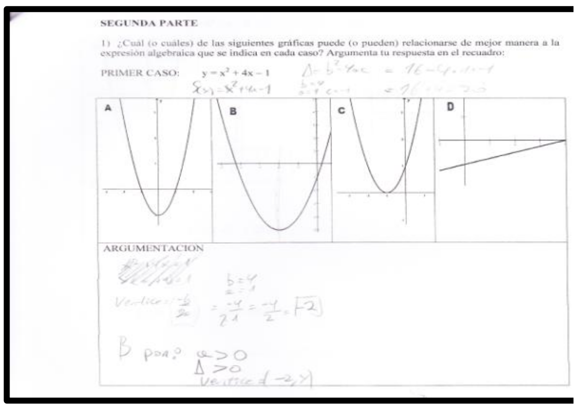


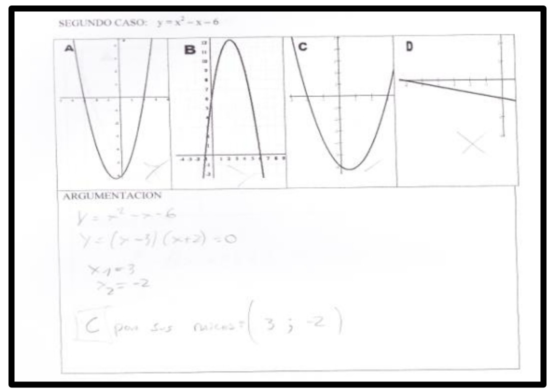


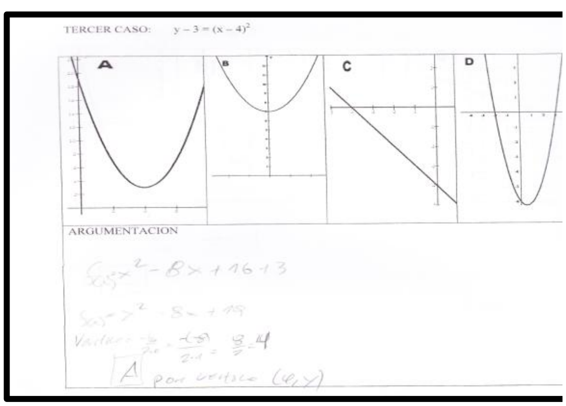
Alumno Nº2

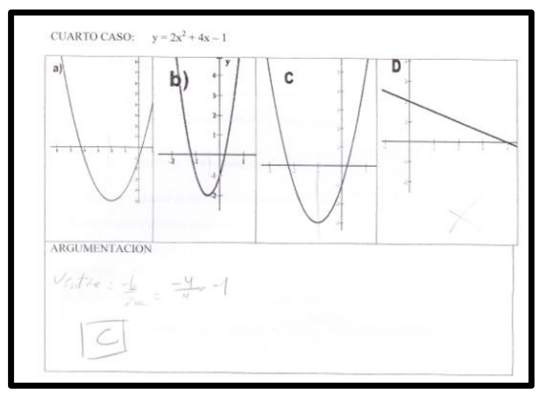

PRIMERA PARTE
1) Grafique las siguientes funciones:
a) $f(x) = x^2 - 4$
b) $f(x) = (x-4)^2 - 3$


2) Para cada uno de los gráficos que se exponen a continuación, encuentre una expresión algebraica que pueda relacionarse a ellos.
a)
b)

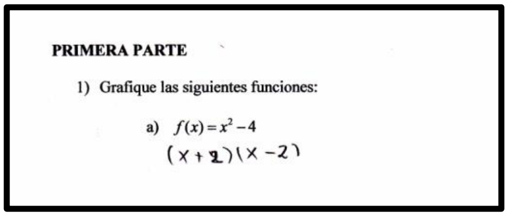

SEGUNDA PARTE
1) ¿Cuál (o cuáles) de las siguientes gráficas puede (o pueden) relacionarse de mejor manera a la expresión algebraica que se indica en cada caso? Argumenta tu respuesta en el recuadro:
PRIMER CASO: $y = x^2 + 4x - 1$
A
B
C
D
ARGUMENTACION

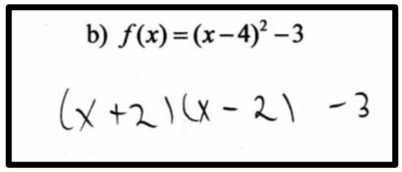

SEGUNDO CASO: $y = x^2 - x - 6$
A
B
C
D
ARGUMENTACION

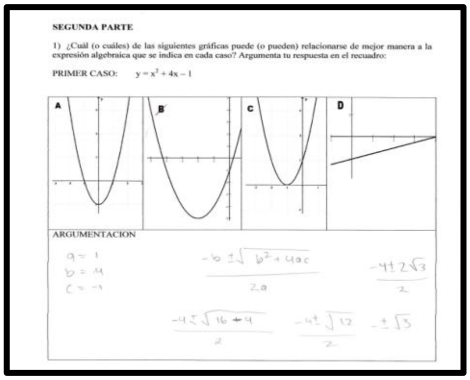

TERCER CASO: $y - 3 = (x-4)^2$
A
B
C
D
ARGUMENTACION

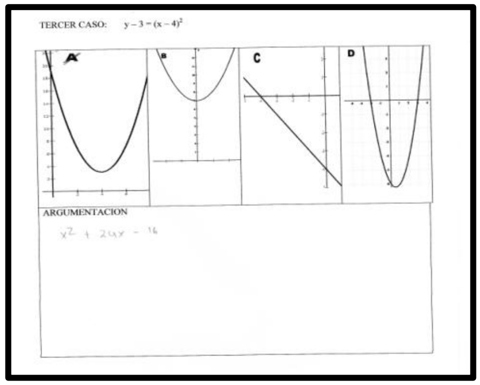

CUARTO CASO: $y = 2x^2 + 4x - 1$
a)
b)
C
D
ARGUMENTACION

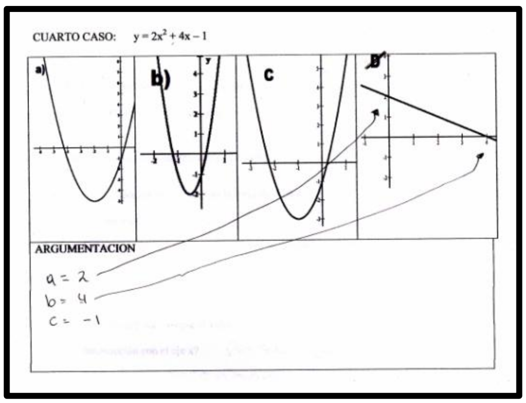
Alumno Nº3


PRIMERA PARTE
1) Grafique las siguientes funciones:
a) $f(x)=x^2-4$
$(x+2)(x-2)$

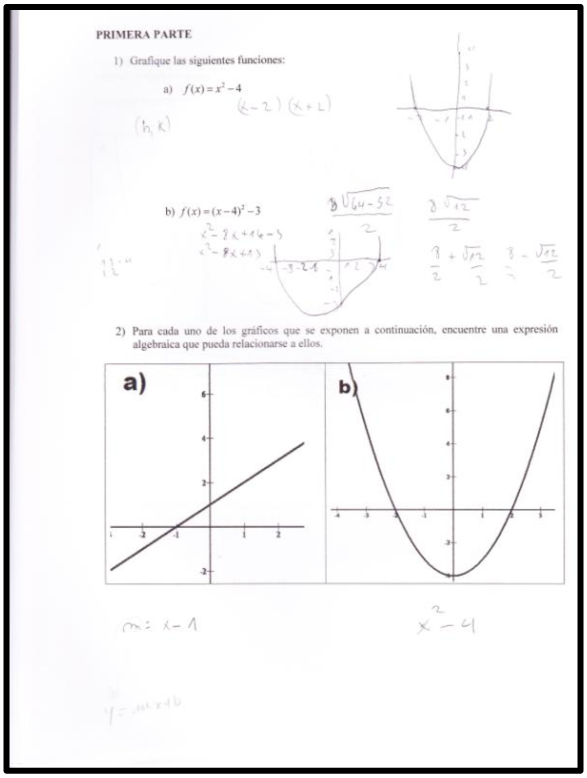

b) $f(x)=(x-4)^2-3$
$(x+2)(x-2)\ -3$

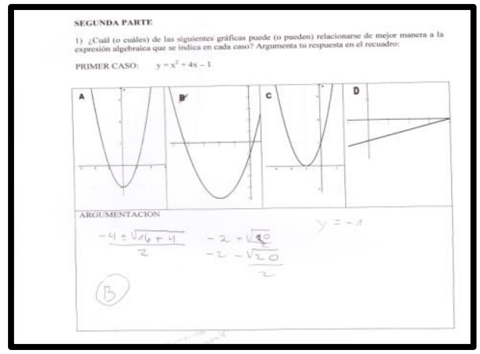

SEGUNDA PARTE
1) ¿Cuál (o cuáles) de las siguientes gráficas puede (o pueden) relacionarse de mejor manera a la expresión algebraica que se indica en cada caso? Argumenta tu respuesta en el recuadro:
PRIMER CASO: $y=x^2+4x-1$
A
B
C
D
ARGUMENTACION
a = 1
b = 4
c = -1

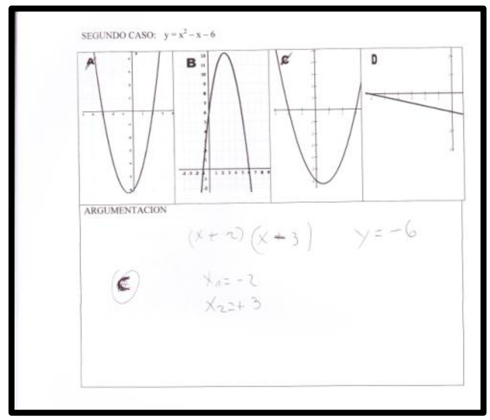

TERCER CASO: $y-3=(x-4)^2$
A
B
C
D
ARGUMENTACION

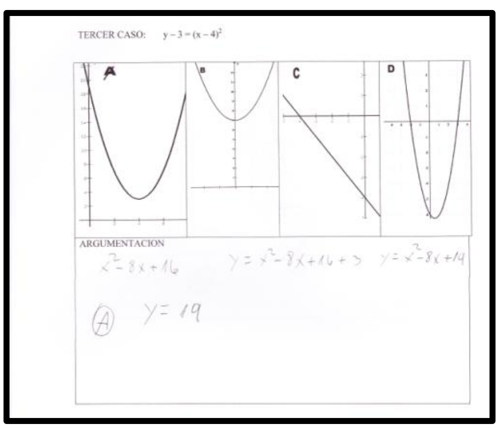

CUARTO CASO: $y=2x^2+4x-1$
a)
b)
C
B
ARGUMENTACION
a = 2
b = 4
c = -1

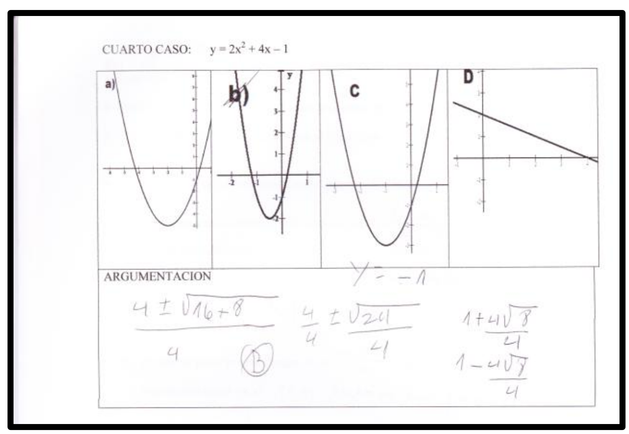
Alumno Nº4


PRIMERA PARTE
1) Grafique las siguientes funciones:
a) $f(x) = x^2 - 4$
b) $f(x) = (x-4)^2 - 3$
2) Para cada uno de los gráficos que se exponen a continuación, encuentre una expresión algebraica que pueda relacionarse a ellos.
a)
b)


SEGUNDA PARTE
1) ¿Cuál (o cuáles) de las siguientes gráficas puede (o pueden) relacionarse de mejor manera a la expresión algebraica que se indica en cada caso? Argumenta tu respuesta en el recuadro:
PRIMER CASO: $y = x^2 + 4x - 1$
A
C
D
ARGUMENTACION


SEGUNDO CASO: $y = x^2 - x - 6$
B
D
ARGUMENTACION

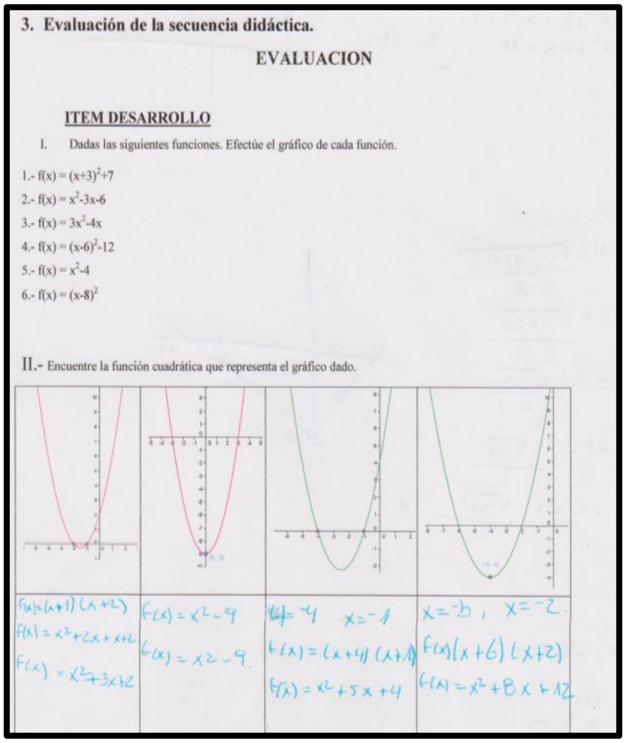

TERCER CASO: $y - 3 = (x - 4)^2$
B
C
D
ARGUMENTACION


CUARTO CASO: $y = 2x^2 + 4x - 1$
a)
C
D
ARGUMENTACION

Anexo Nº3

Evaluación de la secuencia didáctica por alumnos.

Alumno Nº1



3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

3.- $f(x) = 3x^2-4x$

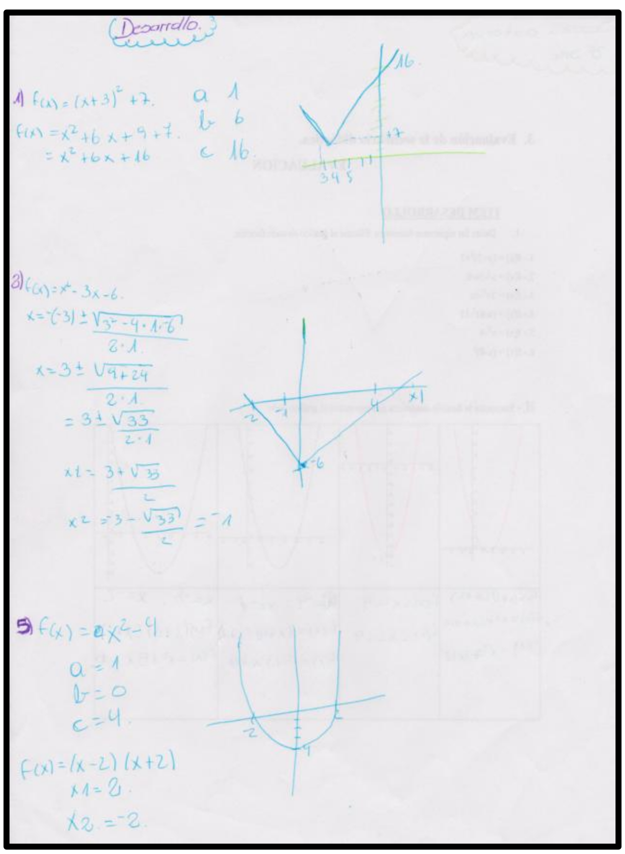
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

5.- $f(x) = x^2-4$

6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$f(x) = (x+1)(x+2)$ $f(x) = x^2+2x+x+2$ $f(x) = x^2+3x+2$	$f(x) = x^2-9$ $f(x) = x2-9$	$x=-4$ $x=-1$ $f(x) = (x+4)(x+1)$ $f(x) = x^2+5x+4$	$x=-6$, $x=-2$ $f(x)(x+6)(x+2)$ $f(x) = x^2+8x+12$



Desarrollo.

1) $f(x) = (x+3)^2+7$. a 1, b 6, c 16.

$f(x) = x^2+6x+9+7$

$= x^2+6x+16$

2) $f(x) = x^2-3x-6$.

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot -6}}{2\cdot 1}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+24}}{2\cdot 1}$

$= \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2\cdot 1}$

$x1 = \frac{3+\sqrt{33}}{2}$

$x2 = \frac{3-\sqrt{33}}{2} = -1$

5) $f(x) = ax^2-4$.

$a = 1$

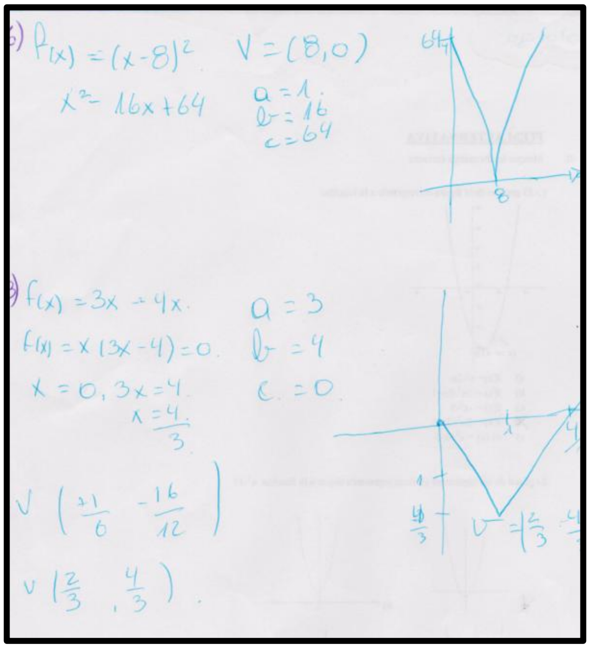
$b = 0$

$c = 4$.

$f(x) = (x-2)(x+2)$

$x1 = 2$.

$x2 = -2$.



5) $f_{(x)} = (x-8)^2$ $V = (8,0)$

$x^2 - 16x + 64$ $a = 1$, $b = 16$, $c = 64$

6) $f(x) = 3x - 4x$. $a = 3$

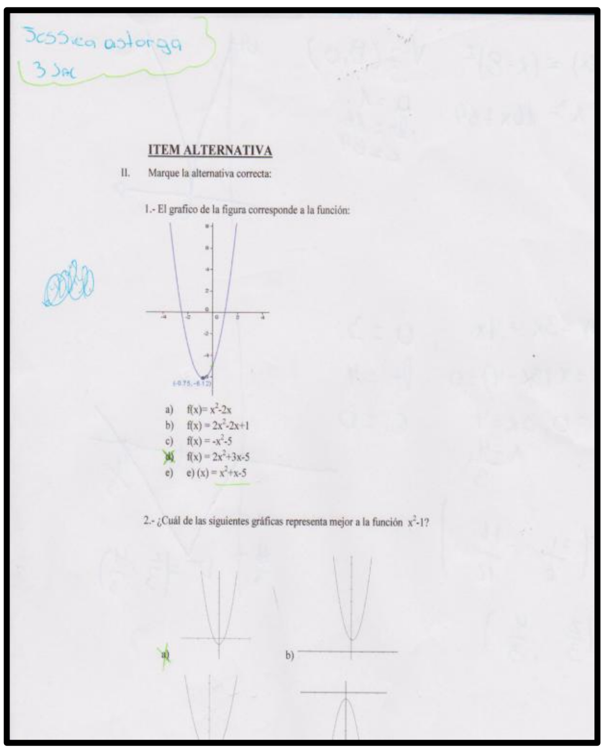
$f(x) = x(3x-4) = 0$. $b = 4$

$x = 0$, $3x = 4$ $c = 0$

$x = \frac{4}{3}$

$V\left(\frac{+1}{6}, -\frac{16}{12}\right)$

$V\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$.



Jessica astorga
3 JAC

ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

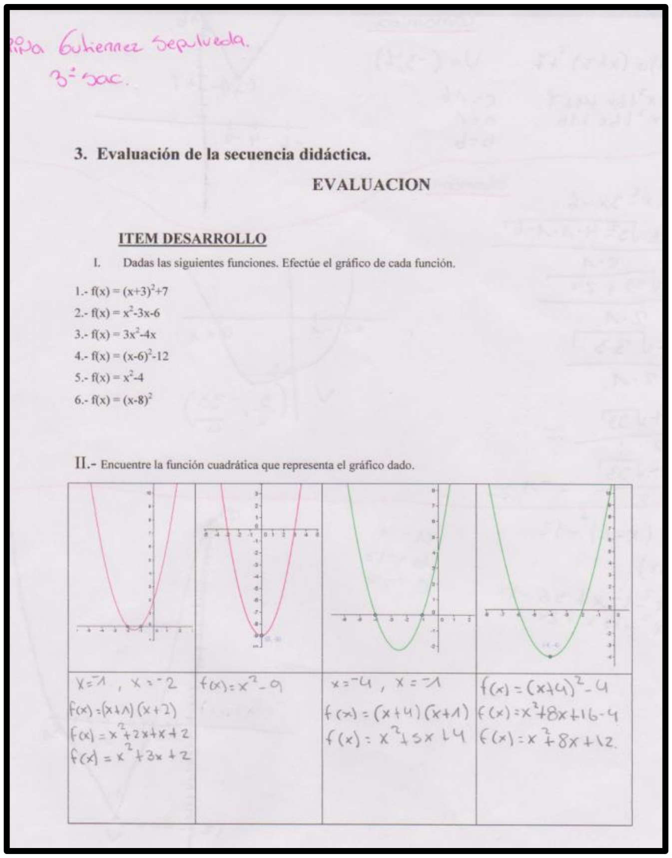
a) $f(x) = x^2 - 2x$
b) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$
c) $f(x) = -x^2 - 5$
d) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$
e) e) $(x) = x^2 + x - 5$

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función $x^2 - 1$?

a)

b)

Alumno Nº 2:



...ela Gutierrez Sepulveda.
3° sac.

3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

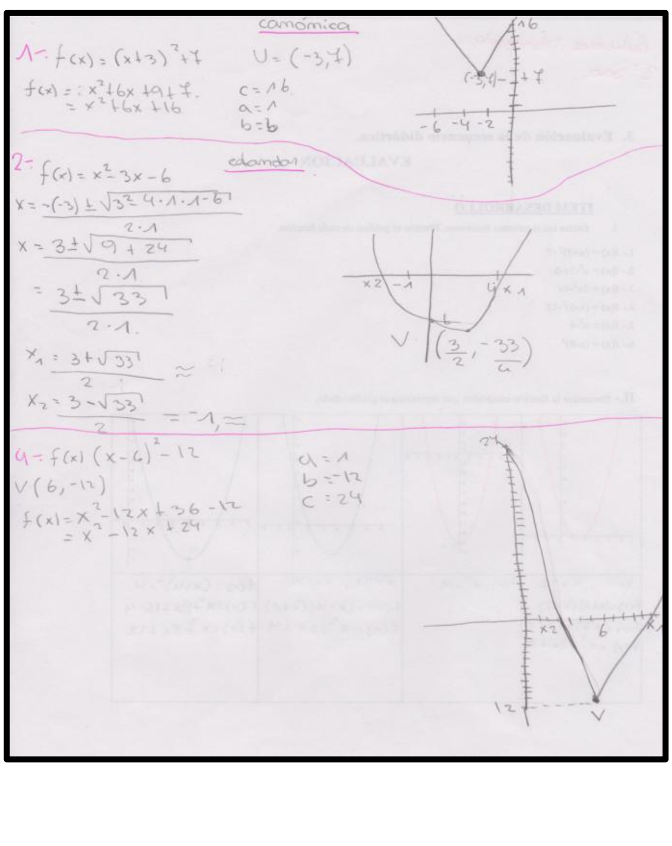
ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$
2.- $f(x) = x^2-3x-6$
3.- $f(x) = 3x^2-4x$
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$
5.- $f(x) = x^2-4$
6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$x=-1$, $x=-2$ $f(x)=(x+1)(x+2)$ $f(x)=x^2+2x+x+2$ $f(x)=x^2+3x+2$	$f(x)=x^2-9$	$x=-4$, $x=-1$ $f(x)=(x+4)(x+1)$ $f(x)=x^2+5x+4$	$f(x)=(x+4)^2-4$ $f(x)=x^2+8x+16-4$ $f(x)=x^2+8x+12$



canónica

1- $f(x)=(x+3)^2+7$ $V=(-3,7)$

$f(x)=x^2+6x+9+7$
$=x^2+6x+16$

$c=16$
$a=1$
$b=6$

2- $f(x)=x^2-3x-6$ estandar

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot-6}}{2\cdot1}$

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+24}}{2\cdot1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{33}}{2\cdot1}$

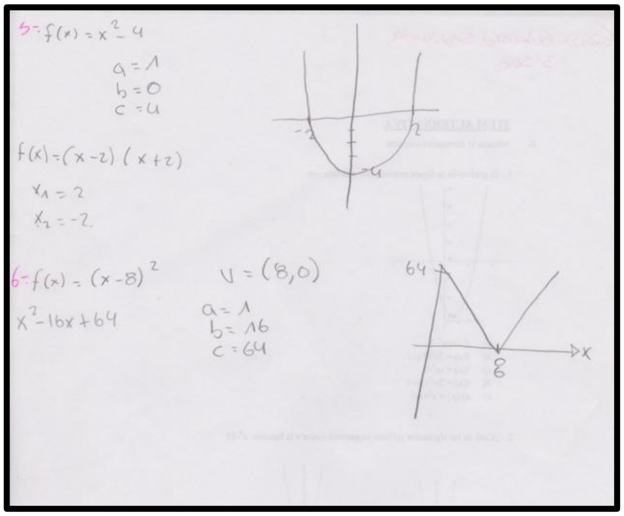
$x_1=\frac{3+\sqrt{33}}{2}\approx$

$x_2=\frac{3-\sqrt{33}}{2}=-1,\approx$

$V\left(\frac{3}{2},-\frac{33}{4}\right)$

4- $f(x)\ (x-6)^2-12$
$V(6,-12)$
$f(x)=x^2-12x+36-12$
$=x^2-12x+24$

$a=1$
$b=-12$
$c=24$


5.- $f(x) = x^2 - 4$

$a = 1$
$b = 0$
$c = 4$

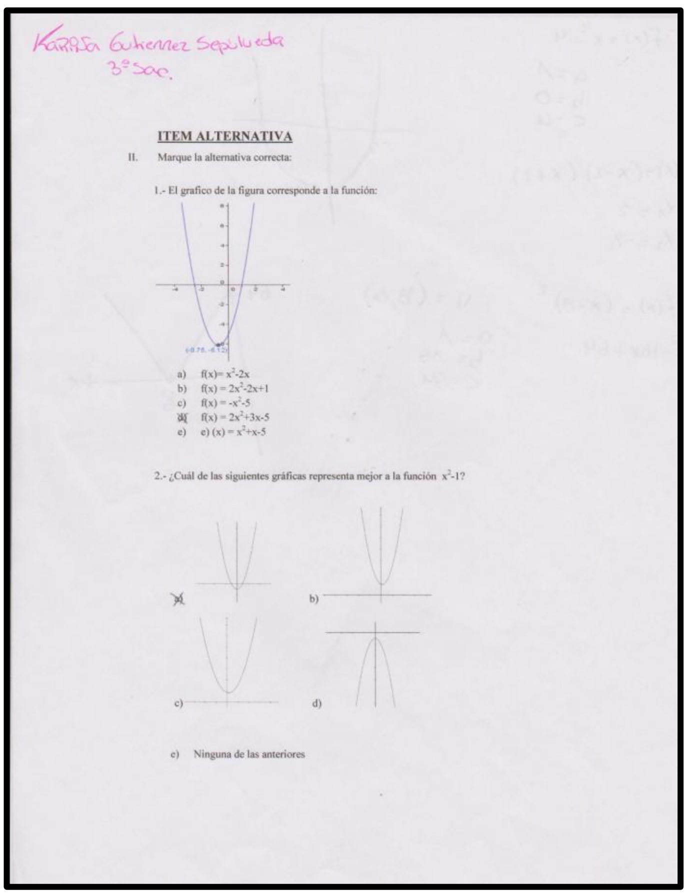
$f(x) = (x-2)(x+2)$

$x_1 = 2$
$x_2 = -2$

6.- $f(x) = (x-8)^2$ $V = (8,0)$

$x^2 - 16x + 64$

$a = 1$
$b = 16$
$c = 64$


Karissa Gutierrez Sepulveda
3° Sec.

ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

a) $f(x)= x^2-2x$
b) $f(x) = 2x^2-2x+1$
c) $f(x) = -x^2-5$
d) $f(x) = 2x^2+3x-5$
e) e) $(x) = x^2+x-5$

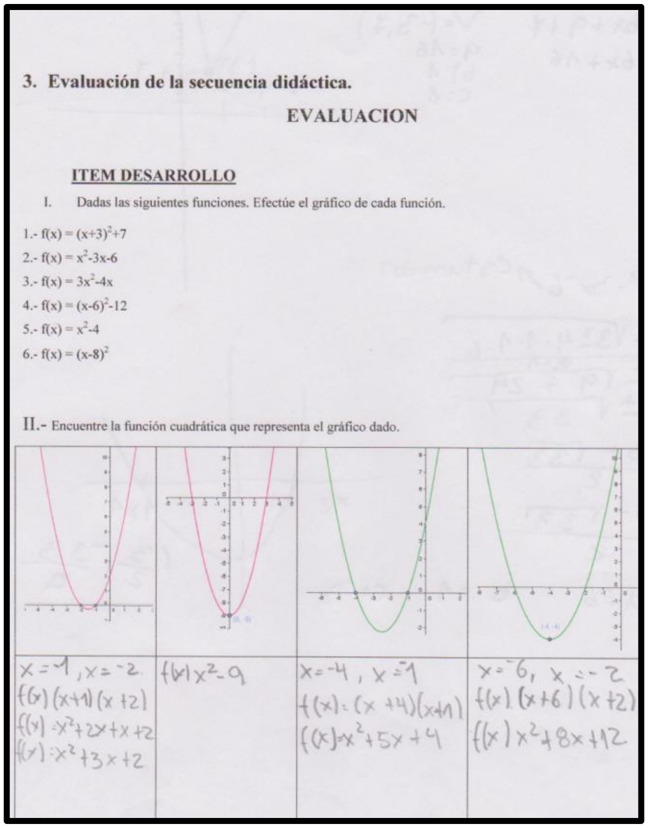
2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a) b)

c) d)

e) Ninguna de las anteriores

Alumno Nº3



3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

3.- $f(x) = 3x^2-4x$

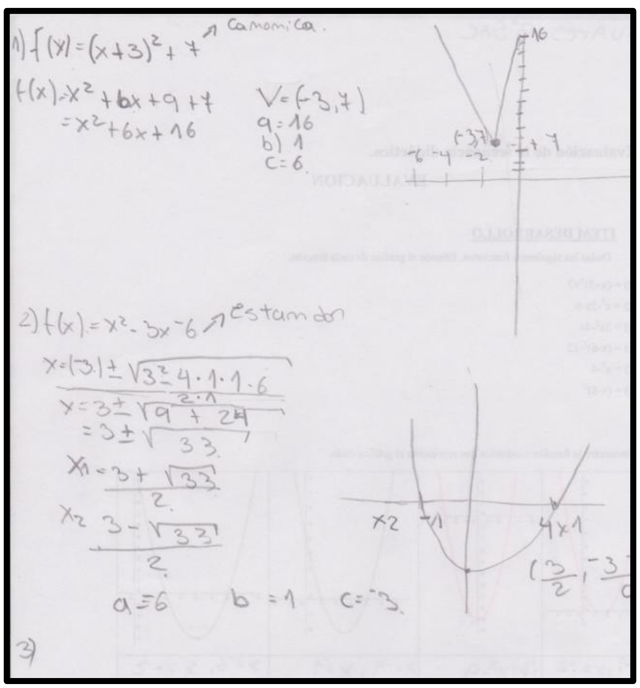
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

5.- $f(x) = x^2-4$

6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$x=-1, x=-2$ $f(x)\ (x+1)(x+2)$ $f(x)=x^2+2x+x+2$ $f(x)=x^2+3x+2$	$f(x)\ x^2-9$	$x=-4,\ x=1$ $f(x)=(x+4)(x+1)$ $f(x)=x^2+5x+4$	$x=-6,\ x=-2$ $f(x)\ (x+6)(x+2)$ $f(x)\ x^2+8x+12$



1) $f(x) = (x+3)^2 + 7$ canonica.

$f(x) = x^2+6x+9+7$ $V=(-3,7)$

$= x^2+6x+16$ $a=16$ $b)\ 1$ $c=6$

2) $f(x) = x^2-3x-6$ estandar

$x = \frac{(-3) \pm \sqrt{3^2-4\cdot1\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}$

$x = 3 \pm \sqrt{9+24}$

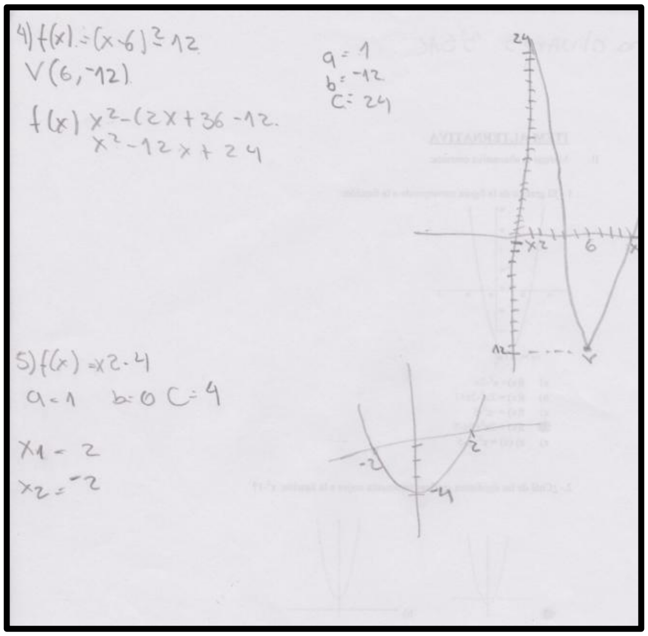
$= 3 \pm \sqrt{33}$

$x_1 = \frac{3+\sqrt{33}}{2}$

$x_2\ \frac{3-\sqrt{33}}{2}$

$a=6$ $b=1$ $c=-3$

3)



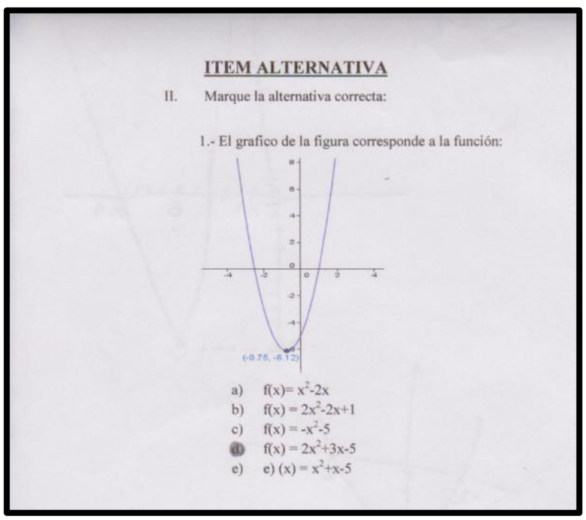
4) $f(x) = (x-6)^2 - 12$
$V(6,-12)$

$f(x)\ x^2-(2x+36-12.$
$x^2-12x+24$

$a=1$
$b=-12$
$C=24$

5) $f(x) = x^2-4$
$a=1 \quad b=0 \quad C=4$

$x_1 = 2$
$x_2 = -2$

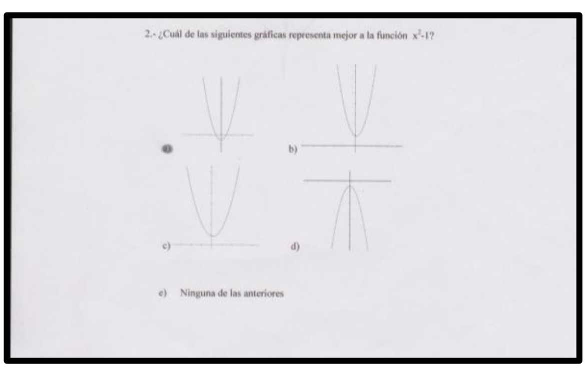


ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

a) $f(x)= x^2-2x$
b) $f(x) = 2x^2-2x+1$
c) $f(x) = -x^2-5$
d) $f(x) = 2x^2+3x-5$
e) e) $(x) = x^2+x-5$

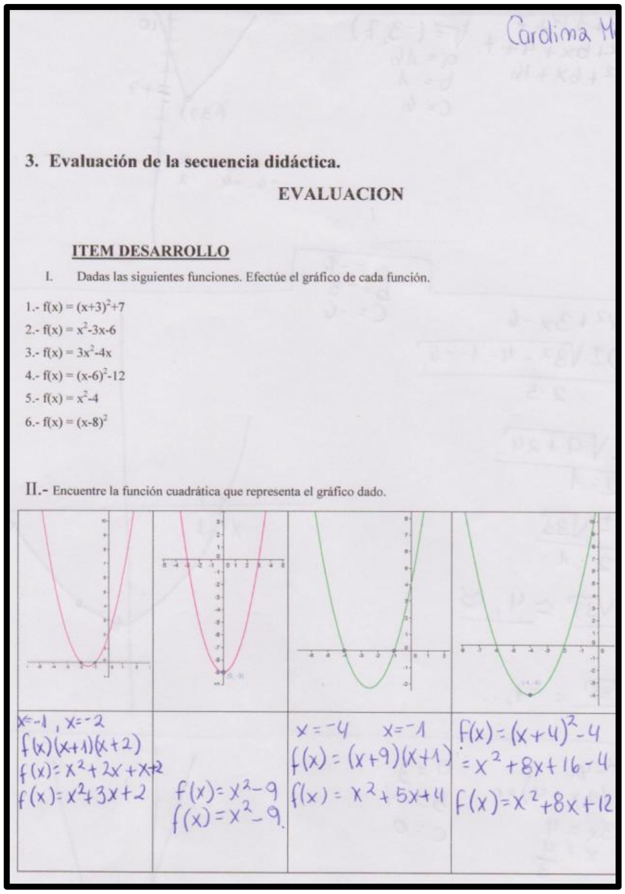


2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a) b) c) d)

e) Ninguna de las anteriores

Alumno Nº4



Carolina M

3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

3.- $f(x) = 3x^2-4x$

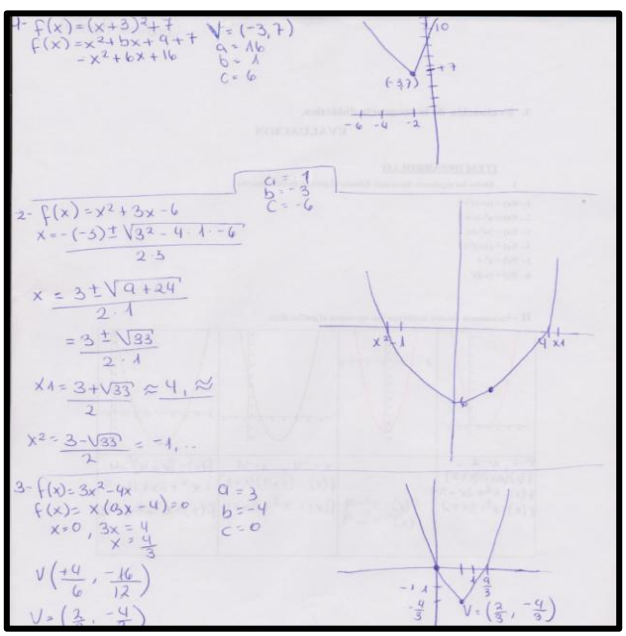
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

5.- $f(x) = x^2-4$

6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$x=-1$, $x=-2$ $f(x)(x+1)(x+2)$ $f(x)=x^2+2x+x+2$ $f(x)=x^2+3x+2$	$f(x)=x^2-9$ $f(x)=x^2-9$	$x=-4$ $x=-1$ $f(x)=(x+9)(x+1)$ $f(x)=x^2+5x+4$	$f(x)=(x+4)^2-4$ $=x^2+8x+16-4$ $f(x)=x^2+8x+12$



1- $f(x)=(x+3)^2+7$ $V=(-3,7)$

$f(x)=x^2+bx+9+7$ $a=16$

$-x^2+6x+16$ $b=1$ $c=6$

2- $f(x)=x^2+3x-6$ $a=1$ $b=-3$ $c=-6$

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot-6}}{2\cdot3}$

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+24}}{2\cdot1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{33}}{2\cdot1}$

$x_1=\frac{3+\sqrt{33}}{2}\approx 4,\approx$

$x_2=\frac{3-\sqrt{33}}{2}=-1,..$

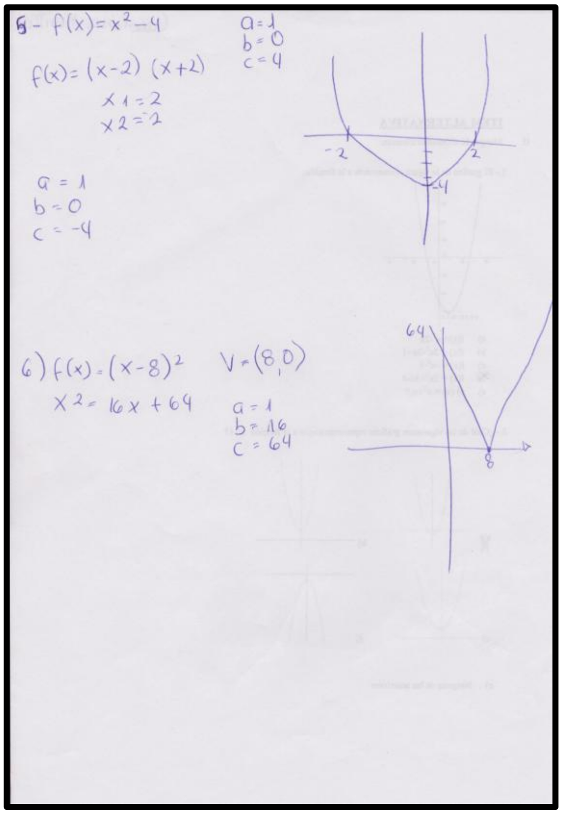
3- $f(x)=3x^2-4x$ $a=3$ $b=-4$ $c=0$

$f(x)=x(3x-4)=0$

$x=0$, $3x=4$, $x=\frac{4}{3}$

$V\left(\frac{+4}{6},\frac{-16}{12}\right)$

$V=\left(\frac{2}{3},-\frac{4}{3}\right)$



5- $f(x)=x^2-4$ $a=1$ $b=0$ $c=4$

$f(x)=(x-2)(x+2)$

$x_1=2$

$x_2=2$

$a=1$

$b=0$

$c=-4$

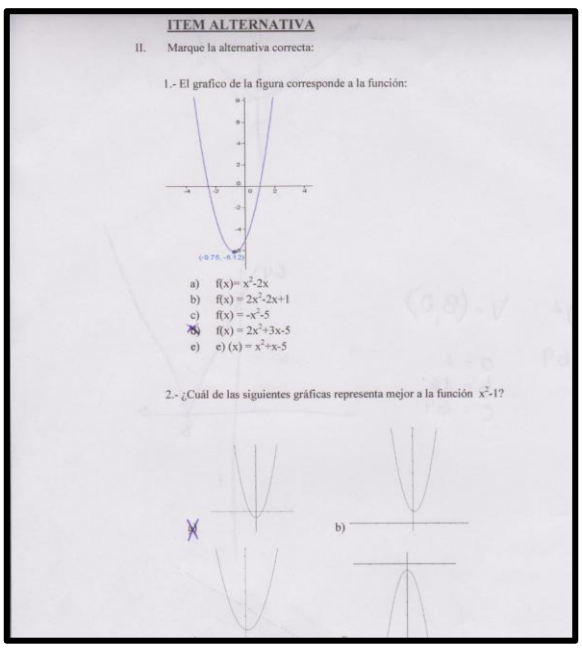
6) $f(x)=(x-8)^2$ $V=(8,0)$

$x^2=16x+64$

$a=1$

$b=16$

$c=64$



ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

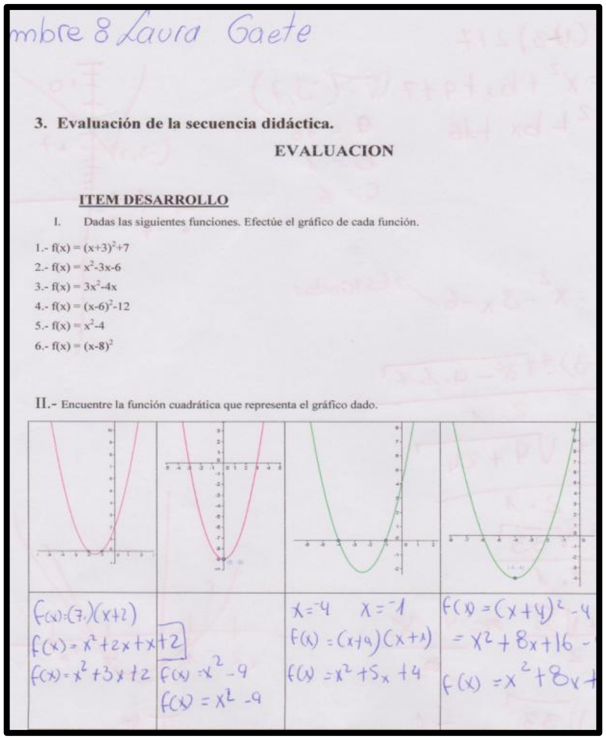
a) $f(x)=x^2-2x$
b) $f(x)=2x^2-2x+1$
c) $f(x)=-x^2-5$
d) $f(x)=2x^2+3x-5$
e) e) $(x)=x^2+x-5$

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a)

b)

Alumno Nº5


mbre 8 Laura Gaete

3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

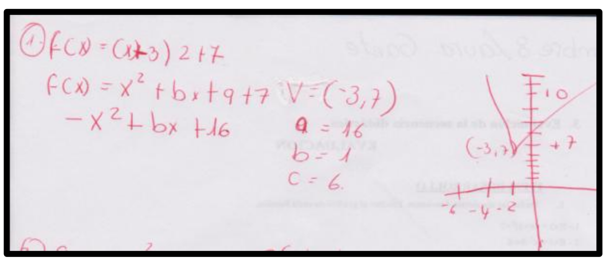
ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$
2.- $f(x) = x^2-3x-6$
3.- $f(x) = 3x^2-4x$
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$
5.- $f(x) = x^2-4$
6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

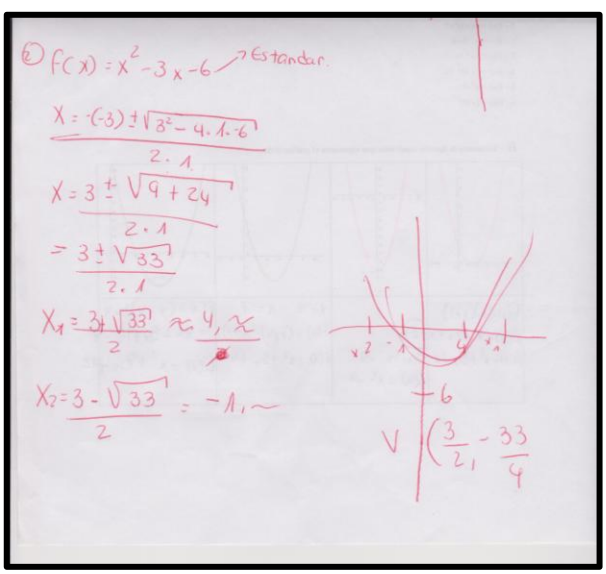
$f(x)=(7,)(x+2)$ $f(x)=x^2+2x+x\boxed{+2}$ $f(x)=x^2+3x+2$	$f(x)=x^2-9$ $f(x)=x^2-9$	$x=-4 \quad x=-1$ $f(x)=(x+4)(x+1)$ $f(x)=x^2+5x+4$	$f(x)=(x+4)^2-4$ $=x^2+8x+16-$ $f(x)=x^2+8x+$


① $f(x)=(x+3)2+7$

$f(x)=x^2+bx+9+7$ $V=(-3,7)$

$-x^2+bx+16$

$a=16$
$b=1$
$c=6$


② $f(x)=x^2-3x-6$ → Estandar

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot-6}}{2\cdot1}$

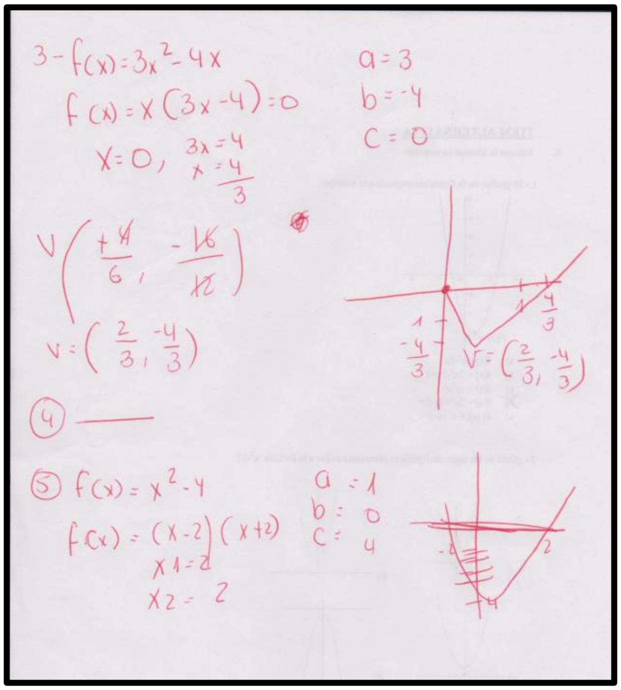
$x=\frac{3\pm\sqrt{9+24}}{2\cdot1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{33}}{2\cdot1}$

$x_1=\frac{3+\sqrt{33}}{2}\approx 4,x$

$x_2=\frac{3-\sqrt{33}}{2}=-1,\sim$

$V\left(\frac{3}{2},-\frac{33}{4}\right)$



3- $f(x)=3x^2-4x$ $a=3$

$f(x)=x(3x-4)=0$ $b=-4$

$x=0,\ 3x=4$ $c=0$

$x=\frac{4}{3}$

$V\left(\frac{+4}{6},\ \frac{-16}{12}\right)$

$V=\left(\frac{2}{3},\ \frac{-4}{3}\right)$

$V=\left(\frac{2}{3},\ \frac{-4}{3}\right)$

1 $\frac{4}{3}$ $-\frac{4}{3}$

(4) ______

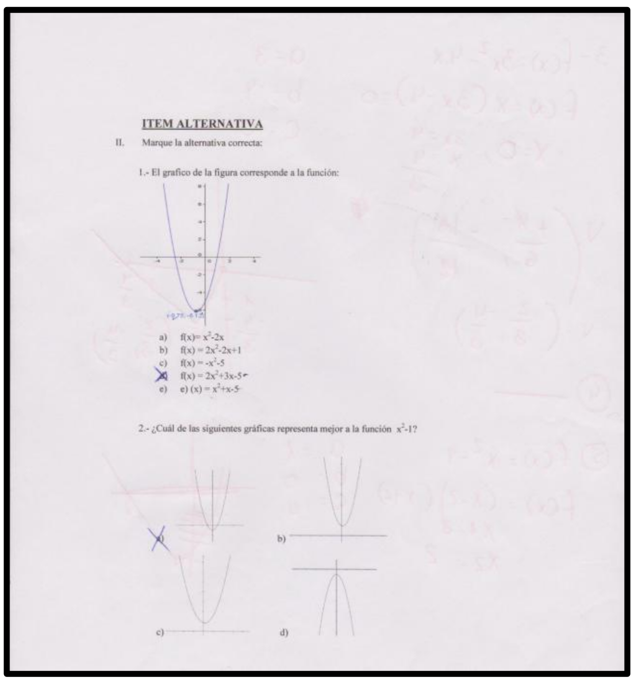
(5) $f(x)=x^2-4$ $a=1$

$f(x)=(x-2)(x+2)$ $b=0$

$x_1=2$ $c=4$

$x_2=2$

-2 2 -4



ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

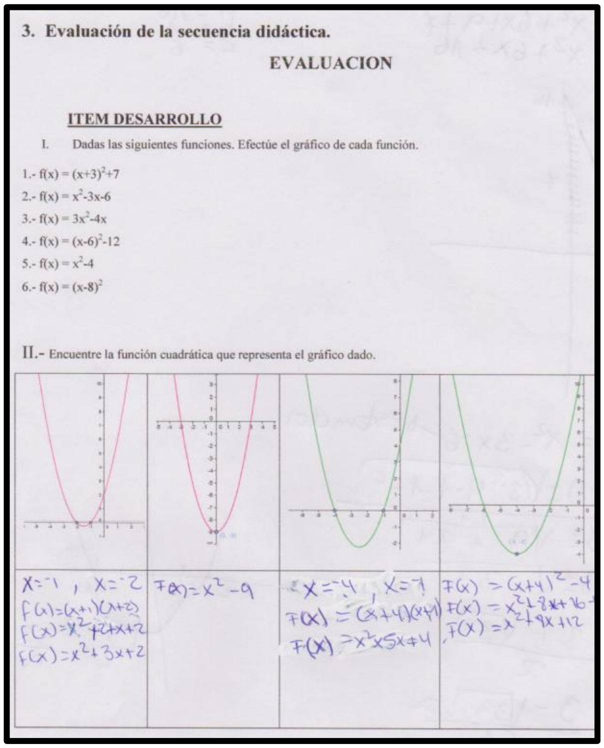
1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

a) $f(x)=x^2-2x$
b) $f(x)=2x^2-2x+1$
c) $f(x)=-x^2-5$
d) $f(x)=2x^2+3x-5$
e) e) $(x)=x^2+x-5$

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a) b) c) d)

Alumno Nº 6



3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

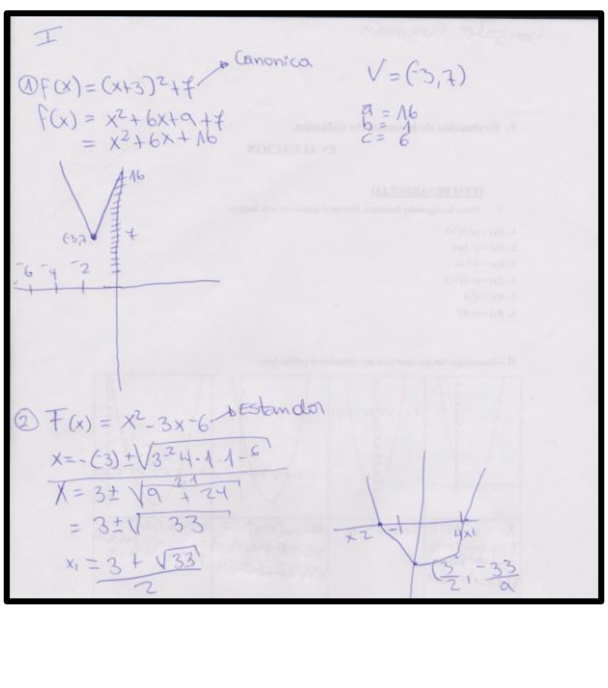
ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$
2.- $f(x) = x^2-3x-6$
3.- $f(x) = 3x^2-4x$
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$
5.- $f(x) = x^2-4$
6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$x=-1$, $x=-2$ $f(x)=(x+1)(x+2)$ $f(x)=x^2+2x+x+2$ $f(x)=x^2+3x+2$	$F(x)=x^2-9$	$x=-4$, $x=-1$ $F(x)=(x+4)(x+1)$ $F(x)=x^2 \times 5x+4$	$F(x)=(x+4)^2-4$ $F(x)=x^2+8x+16-$ $F(x)=x^2+9x+12$



I

① $f(x) = (x+3)^2+7$ → Canonica

$V = (-3,7)$

$f(x) = x^2+6x+9+7$
$= x^2+6x+16$

$a = 16$
$b = 1$
$c = 6$

② $F(x) = x^2-3x-6$ → Estandar

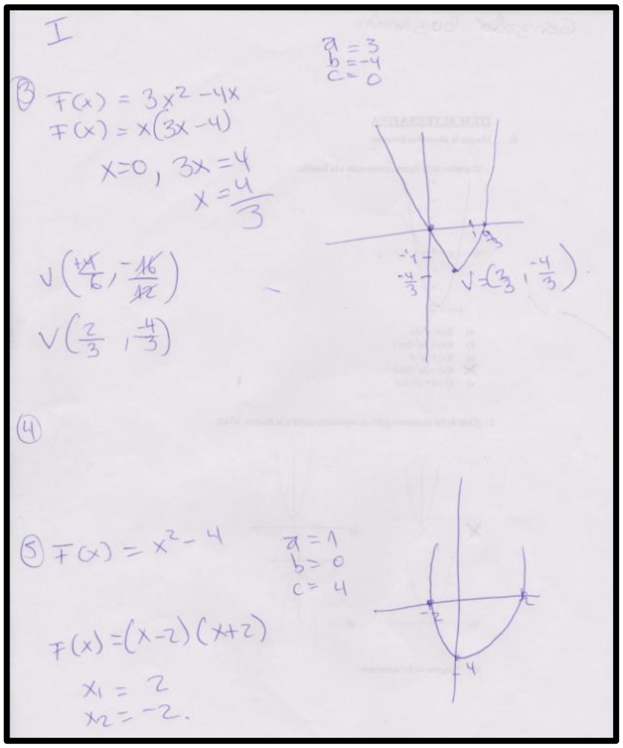
$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot -6}}{2 \cdot 1}$

$x = 3 \pm \sqrt{9 + 24}$

$= 3 \pm \sqrt{33}$

$x_1 = \frac{3+\sqrt{33}}{2}$

$\left(\frac{3}{2}, -\frac{33}{9}\right)$


I

$a = 3$
$b = -4$
$c = 0$

(3) $F(x) = 3x^2 - 4x$
$F(x) = x(3x - 4)$
$x = 0, \ 3x = 4$
$x = \frac{4}{3}$

$V\left(\cancel{\frac{4}{6}}, \cancel{\frac{-16}{12}}\right)$

$V\left(\frac{2}{3}, \frac{-4}{3}\right)$

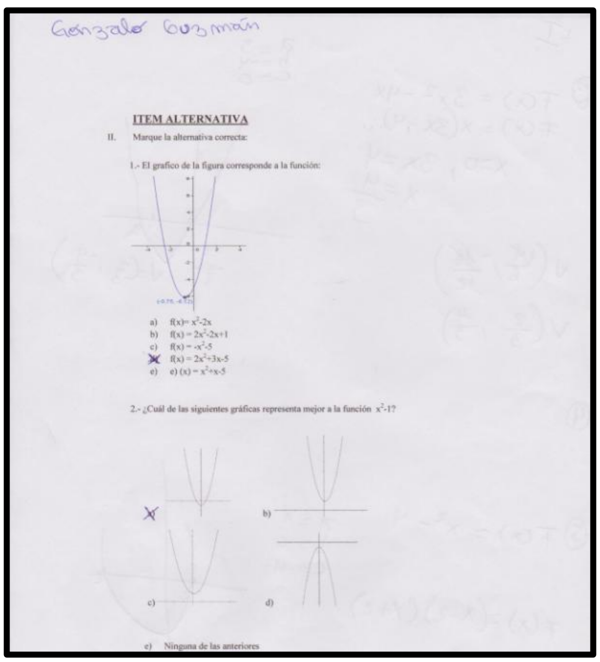
(4)

(5) $F(x) = x^2 - 4$

$a = 1$
$b = 0$
$c = 4$

$F(x) = (x-2)(x+2)$

$x_1 = 2$
$x_2 = -2.$


Gonzalo Guzmán

ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

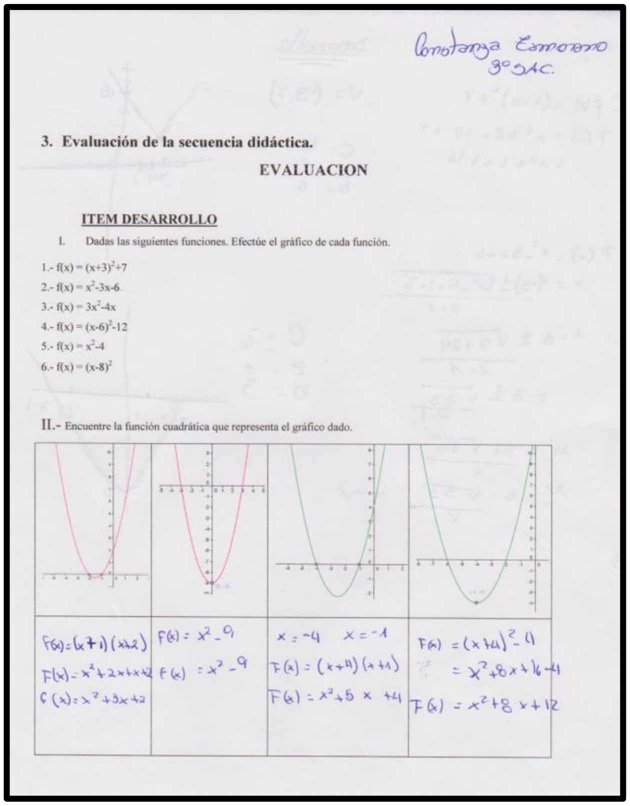
a) $f(x) = x^2 - 2x$
b) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$
c) $f(x) = -x^2 - 5$
d) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$
e) e) $(x) = x^2 + x - 5$

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función $x^2 - 1$?

a)
b)
c)
d)

e) Ninguna de las anteriores

Alumno Nº7



Constanza Zamorano
3º 5AC.

3. Evaluación de la secuencia didáctica.

EVALUACION

ITEM DESARROLLO

I. Dadas las siguientes funciones. Efectúe el gráfico de cada función.

1.- $f(x) = (x+3)^2+7$

2.- $f(x) = x^2-3x-6$

3.- $f(x) = 3x^2-4x$

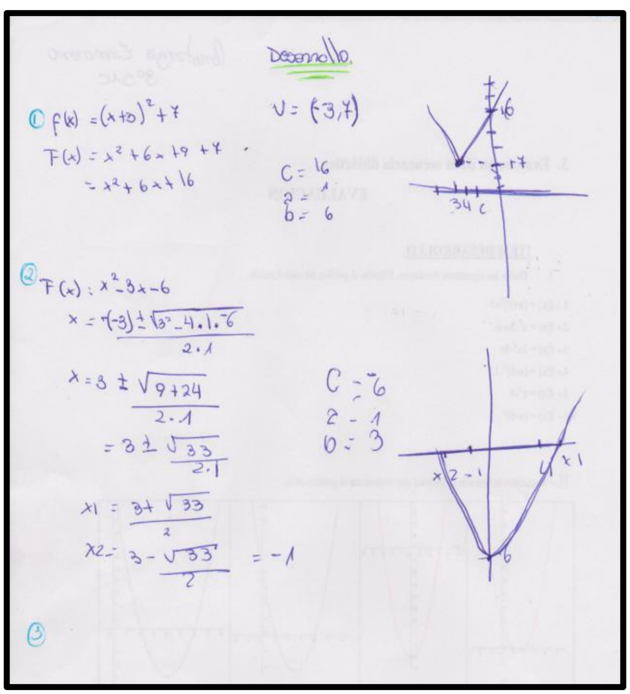
4.- $f(x) = (x-6)^2-12$

5.- $f(x) = x^2-4$

6.- $f(x) = (x-8)^2$

II.- Encuentre la función cuadrática que representa el gráfico dado.

$F(x)=(x+1)(x+2)$ $F(x)=x^2+2x+x+2$ $f(x)=x^2+3x+2$	$f(x)=x^2-9$ $f(x)=x^2-9$	$x=-4 \quad x=-1$ $F(x)=(x+4)(x+1)$ $F(x)=x^2+5x+4$	$F(x)=(x+4)^2-4$ $=x^2+8x+16-4$ $F(x)=x^2+8x+12$



Desarrollo.

① $f(x) = (x+3)^2+7$

$F(x) = x^2+6x+9+7$

$= x^2+6x+16$

$V = (-3,7)$

$C = 16$

$a = 1$

$b = 6$

② $F(x) = x^2-3x-6$

$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{3^2-4\cdot1\cdot-6}}{2\cdot1}$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+24}}{2\cdot1}$

$= \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{2\cdot1}$

$x1 = \dfrac{3+\sqrt{33}}{2}$

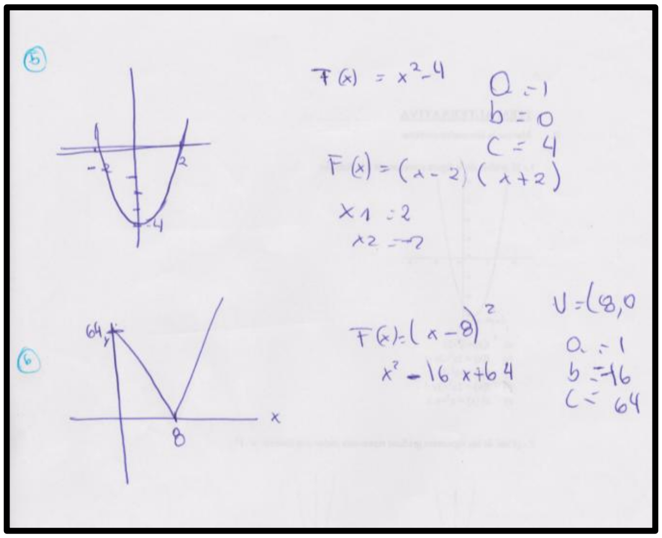
$x2 = \dfrac{3-\sqrt{33}}{2} = -1$

$C = -6$

$a = 1$

$b = 3$

③



(5)

$F(x) = x^2-4$

$a = 1$
$b = 0$
$c = 4$

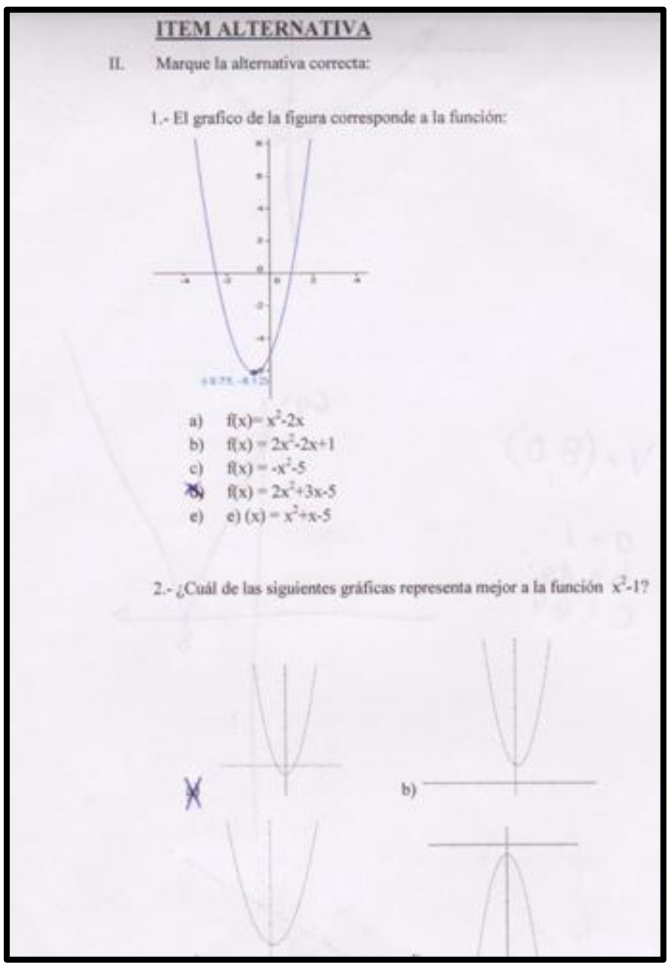
$F(x) = (x-2)(x+2)$

$x_1 = 2$
$x_2 = -2$

(6)

$F(x) = (x-8)^2$
$x^2 - 16x + 64$

$V = (8,0$
$a = 1$
$b = -16$
$c = 64$



ITEM ALTERNATIVA

II. Marque la alternativa correcta:

1.- El grafico de la figura corresponde a la función:

a) $f(x)= x^2-2x$
b) $f(x) = 2x^2-2x+1$
c) $f(x) = -x^2-5$
d) $f(x) = 2x^2+3x-5$
e) e) $(x) = x^2+x-5$

2.- ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor a la función x^2-1?

a)

b)