FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA EL APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PLANTEO ALGEBRAICO EN EL NIVEL NM1, MEDIANTE TRABAJO DE MÓDULOS.

PEARP

Seminario de Título para optar al Título de Profesor de Enseñanza Media en Matemática con Mención en Didáctica y el grado de Licenciado en Educación

Memoria de Título presentada por:

Adonis Clementina Bustos Almonacid

Profesor guía: Dr. Carlos Enrique Silva Córdova

Valparaíso, Chile.

2013

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

DEDICATORIA

A mi familia, por cuidarme, apoyarme y guiarme toda la vida…

A Onofre Navarro Flandes, por hacer de esta etapa una de las más lindas de mi vida…

A Evelyn Antonella Navarro Bustos, por hacer de mi vida y de esta etapa una de las mejores de mi vida…

A Dr. Carlos Silva Córdova, por apoyarme y guiarme en todo este proceso…

A mis amigos verdaderos que aportaron con un granito de arena en esta etapa…

AGRADECIMIENTOS

Le agradezco a DIOS y San Expedito por todas las cosas buenas y malas que han ocurrido en mi vida.

Las buenas, porque me han entregado la confianza para seguir adelante por sobre todo.

Las malas, porque me han entregado las herramientas para aprender y madurar en la vida, a crecer y querer ser siempre mejor.

Al Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo B-52 y a toda la unidad educativa, por darme la oportunidad de aplicar mis actividades en los cursos solicitados y por brindarme todo el apoyo tanto en lo material, como humano.

Les agradezco a las siguientes personas que estuvieron conmigo en el proceso de mi memoria:

- A mi familia, porque sin ellos no hubiese podido llegar hasta esta etapa. Especialmente a mis padres postizos Rosa Vargas Marín y José Oliva Gómez, a mi suegra Georgina Flandes Astudillo, a mis hermanitas(os) pequeños porteños Thiare Flandes Cárcamo, Melanie Flandes Cárcamo y Erik Oliva Vargas.

- A mi profesor guía Dr. Carlos Enrique Silva Córdova, por ayudarme y guiarme durante todo el proceso.

- A mí querido y amado esposo Onofre Navarro Flandes, por su apoyo incondicional y su amor.

- A mi hija Evelyn Antonella Navarro Bustos, por sus alegrías, amor incondicional y su todo.

- A los profesores que han hecho de mí la profesora que soy hoy en día.

- Y a todas las personas que creyeron en mí y me brindaron su apoyo cuando más lo necesite en especial a: Gerardo Araya, Daniela Cárdenas, Javier Herrera.

RESUMEN

Es sabido que durante muchos años en Chile, la enseñanza está basada en una metodología conductista. Esta situación sin duda se ha dado en todas las áreas de la matemática, lo que ha provocado un aprendizaje memorístico y mecánico, obteniendo como resultado estudiantes que no logran un aprendizaje significativo en los procesos aplicados sobre un determinado problema o ejercicio.

La propuesta de investigación se fundamenta en la Teoría de Aprendizaje significativo de Ausubel, las estrategias para la Resolución de Problemas de Pólya y la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.

Lo que se propone con esta investigación es conocer las relación existente entre el álgebra y la resolución de problemas de aplicación, utilizando el trabajo de módulos, desglosado en actividades sustentadas en el aprendizaje significativo, y los logros académicos de los estudiantes, donde el uso de mapas conceptuales sea un apoyo al aprendizaje y que produzca un acercamiento al conocimiento de resolución de problemas de aplicación algebraica, pasando por las etapas elementales de introducción, experimentación y consolidación de conocimientos.

Para analizar y comparar datos empíricos sobre el conocimientos que tienen los estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media sobre el concepto de álgebra y sus elementos y resolución de problemas de aplicación y el compromiso con la asignatura, se realizó una encuesta, resultando que el 46% no recuerda nada sobre lo que significa una expresión algebraica, 62% recuerda muy poco los elementos de una expresión algebraica, el 53% no recuerda nada sobre la resolución de problemas de planteo, el 46% se ha enfrentado muy poco a resolver problemas, que involucran expresiones algebraicas, el 56% no recuerda nada como se operan las expresiones algebraicas y el 63% tiene poca noción de los pasos a seguir en la resolución de un problema de planteo. Esto señala que los estudiantes no recordaban, o en otro caso, no les enseñaron en sus establecimientos; el concepto de álgebra y sus elementos; y resolución de problemas de aplicación algebraica.

A partir de ello, se desarrolló una investigación cuasi-experimental con Pre-Test y Post-Test, utilizando un grupo control. En el grupo experimental se abordaron contenidos con el uso de módulos desglosados en actividades grupales e individuales, en ambientes de aprendizaje significativo. Con el grupo control, se procedió a trabajar con el texto escolar y los mismos materiales de evaluación del grupo experimental, estableciendo una relación de contenidos, objetivos de sesiones y materiales de evaluación. Es decir en ambos

grupos se aplicaron: Pre-Test, para medir conocimientos previos y Post-Test para medir los contenidos.

Solo en el grupo experimental se aplica una encuesta para detectar las percepciones de los estudiantes sobre la experiencia vivida.

Finalmente se comparan los resultados realizándose el análisis correspondiente al grupo control y al grupo experimental. Los resultados de la investigación arrojaron que los estudiantes que experimentaron con el trabajo de módulos, tuvieron un incremento significativo en sus logros académicos sobre aquellos que no utilizaron este trabajo de módulos.

Se entregan además las percepciones de los estudiantes acerca de la experiencia vivida.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años han ido ocurriendo una serie de cambios en las visiones de la matemática y en los métodos de enseñanza de ella.

Sin duda la educación chilena no está exenta de estos cambios, aunque sigue siendo un desafío hoy en día.

Basándonos en lo resultados entregados por el SIMCE nos indica que la brecha de los resultados entre los puntajes de los colegios municipales y particulares pagados y entre los alumnos del nivel socioeconómico alto y el bajo se ha ido reduciendo; pero es sabido que para obtener buenos rendimientos o logros, en las distintas pruebas de medición internacional como PISA, TIMSS y a nivel nacional PSU y SIMCE, los estudiantes deben ser capaces de adquirir los conocimientos y aplicarlos en los diversos contextos en los cuales estos se ven involucrados. (OPECH[1], pág. 8, 2012)[2]

Por lo demás, un estudio reciente[3] muestra que el puntaje en el SIMCE, especialmente de matemáticas, se traduce en el ingreso futuro: un incremento de 5 puntos significaría un aumento del ingreso a los 29 años de US$ 2.500.

Para esto es primordial dar alternativas viables de implementación de modelos y enfoques educacionales que permitan y entreguen las herramientas necesarias para avanzar y abordar los distintos tipos de aprendizajes, ya que las propuestas aún vigentes no han sido capaces de lograr cambios significativos.

El desafío propuesto para el aprendizaje, es en el eje temático de Álgebra, particularmente en el contenido de Resolución de Problemas, enfocada en Primer Año de Enseñanza Media.

Sin duda la Resolución de Problemas en el área de las matemáticas es muy compleja ya que nos podemos enfrentar a problemas de índole sencilla, mediana y compleja. Pero las clases que están dedicadas a la resolución de problemas, tienen como finalidad que los alumnos sepan aplicar los aprendizajes previos y del mismo modo que aprendan a resolverlo.

[1] OPECH: Observatorio Chileno de Políticas Educativas.

[2] "SISTEMA DE MEDICIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN SIMCE: BALANCE CRÍTICO Y PROYECCIONES IMPRESCINDIBLES"

[3] Chumacero, R; R.Paredes; A.Barrios; H.Hotschild. Returns to (measured) quality of education in Chile. PUC. Documento de Trabajo, Departamento de Ingeniería Industrial, 2013.

Así, la propuesta que se presenta en esta investigación se enmarca en la resolución de problemas, para lograr un aprendizaje significativo generando mejores rendimientos académicos, para lo cual la Propuesta de Enseñanza PEARP posee una estructura esquematizada, basada en lo siguiente:

Una encuesta inicial la cual pretende visualizar el compromiso de los estudiantes con la asignatura, y el manejo de los conocimientos previos, resolución de problemas, Pre-Test para medir conocimientos previos, cuatro módulos de trabajo cada uno con distintas actividades entrelazadas, Post-Test para medir la adquisición de los conocimientos y una encuesta final la cual tiene como finalidad evaluar la apreciación del trabajo realizado clase a clase.

CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA A INVESTIGAR

La resolución de problemas de planteo, es sin duda, una temática que a gran parte de los estudiantes y/o docentes, más de alguna vez, le ha traído complicaciones. Esto se acrecienta aún más, puesto que durante muchos siglos la enseñanza ha sido exclusivamente verbal, enfocada en una metodología guiada por el “Conductismo” la cual se basa en aprendizaje memorístico y ejercitación, dejando de lado el pensamiento analítico y reflexivo, generando una baja comprensión de los contenidos.

En chile, desde mi punto de vista el Estado cada año invierte una gran cantidad de recursos en la educación, como la implementación de la jornada escolar completa, la producción de textos escolares, el perfeccionamiento docente y la recientemente prueba Inicia, las cuales forman parte de una cuantiosa inversión en la educación.

Pero a pesar de todos estos aportes no se ha logrado atacar estas deficiencias, un ejemplo claro son los programas escolares que tienen una tendencia a ir aumentando más y más los contenidos, lo que no genera que los alumnos aprendan, ya que es sabido que el aprendizaje depende de cómo lo hagamos y no la cantidad de contenidos que pretendamos enseñar.

No obstante la realidad muestra que Chile no ha podido alcanzar los estándares internacionales de educación que las autoridades han propuesto.

Esto se puede remontar a que las metodologías de enseñanzas utilizadas en los establecimientos no han sido eficientes y diversos estudios lo acreditan, como por ejemplo la prueba SIMCE, PSU, TIMSS Y PISA, entre otras; ya que queda demostrado o evidenciado que los alumnos no logran la adquisición de los conocimientos.

Por lo mismo es de suma importancia “atacar” esto, mejorando las metodologías de enseñanza, implementando actividades novedosas que estimulen y logren la adquisición de los conocimientos de manera significativa. La idea no es solo abarcar una serie de contenidos, si no fomentar el desarrollo de destrezas útiles en la vida, con las cuales logren resolver, en un futuro, problemas de su propio entorno e incluso sean capaces de proponer soluciones a problemas de índole social que deban enfrentar.

Dicha intención podría fomentarse mediante la **“resolución de problemas de planteo”** matemático y su desarrollo curricular en el aula, ya que son en la actualidad un tema significativo dentro de los planteamientos de la reforma educativa en Chile.

Siendo esta una actividad cognitiva que consiste en proporcionar una respuesta-producto a partir de un objeto o de una situación.

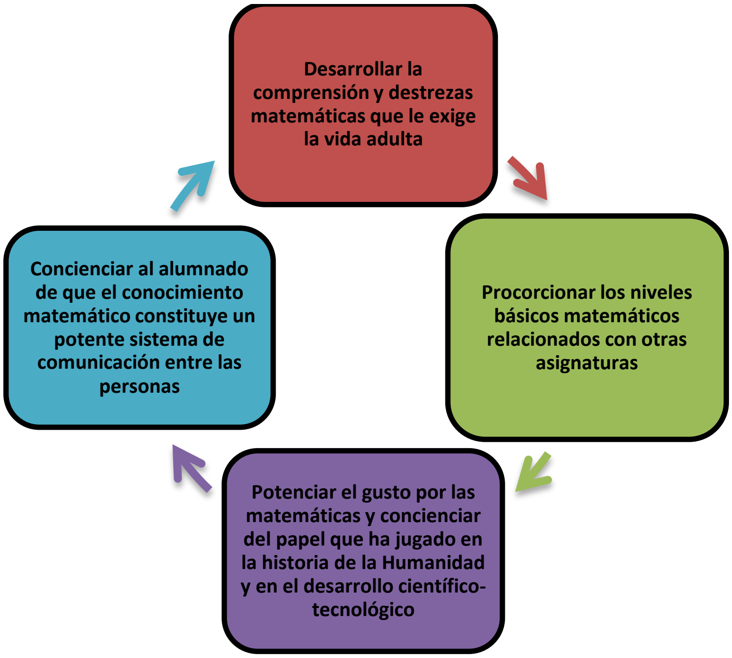
Una de las capacidades más importantes en la resolución de problemas es la de hacer preguntas que permitan surgir de un conflicto y sortear la dificultad, algunas preguntas pueden servir para identificar el problema, otras para buscar alternativas, entre otros. Es posible preguntarse: ¿Qué es lo que hace problemática esta situación? ¿Qué me falta por saber? ¿Cuántos problemas están involucrados? ¿Cuál voy a intentar resolver? ¿Qué es lo que no funciona? ¿Cuáles son las alternativas que se pueden tomar? ¿Qué conozco sobre este tema? ¿Por dónde puedo empezar, para que sea más fácil? entre otros.

Pero para que los alumnos logren resolver problemas de planteo matemáticos, es necesario enseñarles a resolver problemas; esta es una práctica poco utilizada en las salas de clase. De allí, la importancia de las estrategias didácticas como alternativa para mejorar esto en el aula.

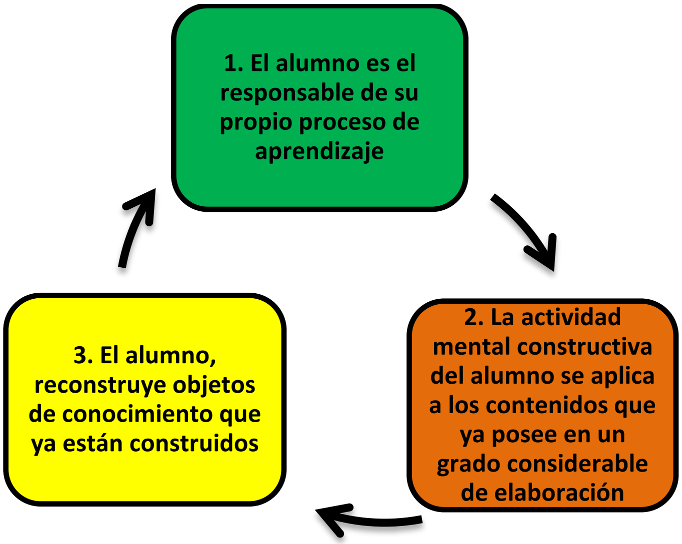
Sin embargo, la forma en que se comprende el sentido de la resolución de problemas no siempre permite desarrollar a plenitud todas sus potencialidades formativas. De hecho, en la mayoría de los textos escolares, la resolución de problemas se reduce a un breve enunciado que requiere de una operación matemática que da lugar a una solución numérica.

Por lo que nos lleva a concluir, que la finalidad fundamental del aprendizaje matemático, en la educación obligatoria es que los estudiantes aprendan a resolver problemas y aplicar los conceptos matemáticos para desenvolverse en la vida cotidiana.

Esta finalidad se concreta en cuatro objetivos que deben orientar nuestra tarea docente en relación con la enseñanza de las matemáticas:



Por todo lo expuesto, la presente investigación se enmarca en la implementación de una metodología de enseñanza constructivista la cual se funda en tres nociones fundamentales:



Se busca lograr un aprendizaje significativo en los alumnos, abordando las teorías de las situaciones didácticas, donde se trabaja principalmente en el nivel de primer año de enseñanza media en la unidad de álgebra.

Para concluir sólo es importante hacer mención a dos consideraciones relevantes en la resolución de problemas, estas nos darán la base para lograr que los alumnos logren adquirir de manera significativa el aprendizaje y saber enfrentarse a este.

- La primera hace referencia a que el contexto en el que se sitúen los problemas, que por parte de los profesores se tienden a considerar como irrelevante o, al menos como poco significativo, tiene una gran importancia, tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los mismos, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los alumnos.
- La segunda, es que la única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy bueno conocer técnicas y procedimientos, pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío. Luego, hay que hacer cuantos esfuerzos sean precisos para que la resolución de problemas sea el núcleo central de la enseñanza matemática.

1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Por todo lo señalado en el planteamiento del problema, es que surgen algunas inquietudes por mejorar la calidad de enseñanza tanto en el rendimiento académico del estudiante como en su aprendizaje significativo. Para que la metodología propuesta fundamente estas inquietudes, se proponen las siguientes interrogantes:

1. ¿Existen mejoras en el rendimiento académico en los estudiantes que aprenden mediante la Propuesta Metodológica?

2. Producto de la implementación de la Propuesta Metodológica, ¿el aprendizaje resulta ser significativo en la resolución de problemas de planteo?

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La actualidad de la educación matemática en el sistema escolar, particularmente en el medio chileno, ha puesto en evidencia debilidades y falencias tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de la misma. Algunas de estas debilidades apuntan al mismo sistema escolar, a los docentes, a las familias, a los estudiantes y la falta de competencias que estos presentan al enfrentarse a desafíos que implican la utilización de herramientas matemáticas. (Pérez, pág. 1, 2012)[4]

Quizás una de las evidencias más importantes de las afirmaciones anteriores son los informes de la prueba PISA (Programme for International Student Assessment of the OECD), la que si bien nos sitúa por sobre nuestros pares latinoamericanos, a nivel de la OECD (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) estamos posicionados bajo el promedio, ubicándonos en el lugar 44 de 67 países participantes. (Pérez, pág. 1, 2012)

La prueba PISA (en su versión 2006) caracteriza las competencias en matemática de los estudiantes en seis niveles de rendimiento, mediante los cuales se describe el grado de competencia alcanzado por los y las estudiantes. A éstos se añade un nivel inferior que encuadra al alumnado que no alcanza la puntuación correspondiente al primer nivel.

La definición de estos niveles permite, por un lado, asignar a cada alumno o alumna una puntuación específica en función de los ítemes que ha respondido correctamente; por otro lado, sirve para describir que tipo de tareas es capaz de realizar en cada nivel. Para la

---

[4] ENSAYO: COMPETENCIA MATEMÁTICA, ESTUDIANTES COMPETENTES Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS from http://aulamagica.files.wordpress.com/2012/11/competencia-matemc3a1tica-estudiantes-competentes-y-resolucic3b3n-de-problemas-ivan-esteban-perez-vera-2012.pdf

construcción de estos niveles se asigna a los ítems una puntuación que está en la misma escala que la puntuación obtenida por el alumnado. (Pérez, pág. 1, 2012)

Posteriormente se establecen seis niveles en orden ascendente de dificultad a los que se le asigna la puntuación correspondiente, teniendo en cuenta que entre cada nivel se mantiene una distancia de 62 puntos (Christhin, 2008).

Basado en la problemática mencionada, la cual busca mejorar la propuesta PEARP, esta se focaliza principalmente en la **Competencia del Nivel 6.** En este nivel, los alumnos competentes son capaces de llevar a cabo pensamientos y razonamientos matemáticos avanzados. "*Estos alumnos pueden aplicar su entendimiento y conocimiento, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales, con el fin de desarrollar nuevos enfoques y estrategias para afrontar situaciones novedosas. Los alumnos de este nivel pueden formular y comunicar con precisión sus actos y reflexiones, relativos a sus averiguaciones, interpretaciones, argumentaciones, y su adecuación a las situaciones originales."* (Pérez, pág. 1, 2012)

En efecto, el término **resolución de problemas** ha sido usado con diversos significados, que van desde trabajar con ejercicios rutinarios hasta hacer matemática profesionalmente.

"La importancia de la resolución de problemas es reconocida internacionalmente como un aspecto central del proceso de aprendizaje en matemáticas y sigue siendo la principal preocupación de educadores e investigadores en educación matemática" (Díaz y Poblete 2001).

Así también, el **N.C.T.M.**[5] de Estados Unidos, declaraba hace más de diez años que "el objetivo fundamental de la enseñanza de las Matemáticas no debería ser otro que el de la resolución de problemas".

Sin duda es de suma importancia comprender ¿Qué entiende por resolución de problemas el MINEDUC?, ¿Qué entiende por resolución de problemas PISA?, ¿Qué otros entendimientos existen sobre lo que es resolución de problemas? ¿Son estas miradas de la resolución de problemas las que más se acercan al ideal para potencias el desarrollo de competencias matemáticas?

Para el MINEDUC (2012) "*la Resolución de Problemas se entiende a partir de un saber y un saber hacer, propio del conocimiento disciplinario, necesario para la comprensión de la realidad y, fundamentalmente, para enfrentar y resolver variadas situaciones en diversos contextos. Es así como la Resolución de Problemas puede ir desde el enfrentar y resolver*

[5] National Council of Teachers of Mathematics (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas)

problemas muy explícitos y directos, hasta comparar y evaluar diferentes estrategias de resolución."

En PISA (2003) se define *"la resolución de problemas como la capacidad individual que utiliza los procesos cognitivos para confrontar y resolver situaciones multidisciplinares donde el camino hacia su resolución, además de no ser obvio, necesita de conocimientos aplicables desde diferentes áreas, no exclusivamente desde matemáticas, ciencias o lectura."*

Santos (2008) identifica a "*la resolución de problemas como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. También contempla actividades que permitan extender el problema inicial y formular conjeturas y otros problemas."*

Según Stanic y Kilpatrick (1988), *"los problemas han ocupado un lugar central en el Curriculum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemáticos han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término "resolución de problemas" se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular."*

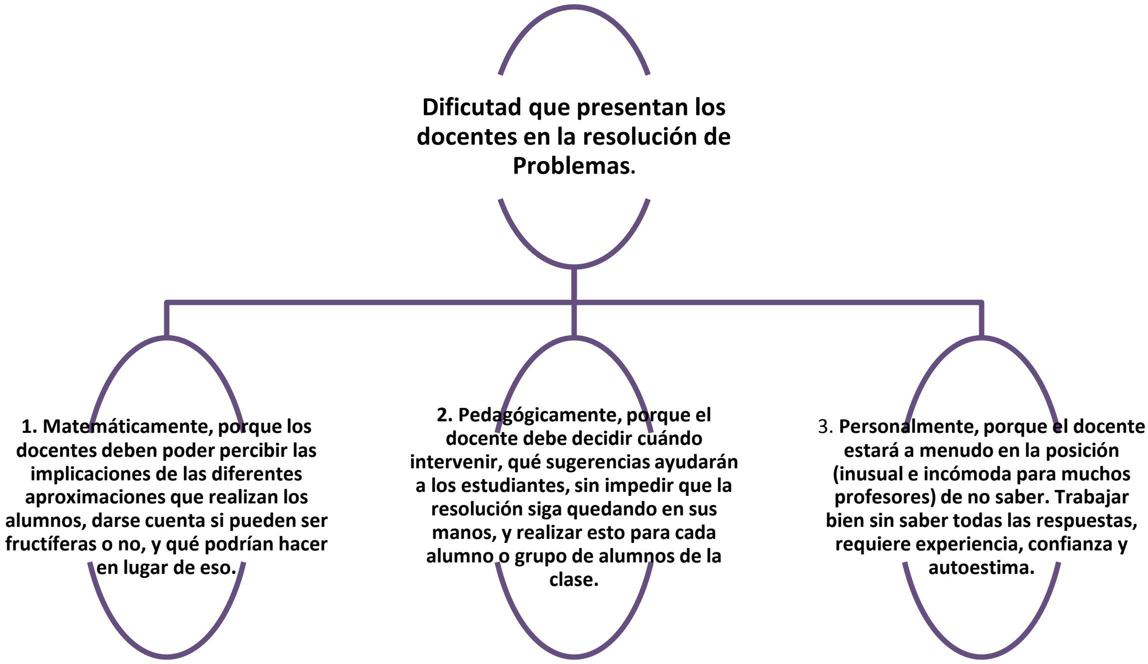
Luis Santaló (1985), gran matemático español y además muy interesado en su didáctica, señala que *"enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas".*

En una conferencia pronunciada en 1968, George Pólya decía: *"Está bien justificado que todos los textos de matemáticas, contengan problemas. Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática"*

Por lo mencionado anteriormente se puede concluir que la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas".

Lo que lleva a concluir que, sin duda, el objetivo principal de la educación matemática debería ser que los alumnos aprendan matemática a partir de la resolución de problemas.

Frente a estas referencias es de suma importancia enfrentar a los estudiantes a la resolución de problemas matemáticos, pero no basta solo esto; puesto que enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Pólya, se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:



Siegler (2003) manifestó que lo estudiantes encuentran dificultades a la hora de enfrentarse a los problemas debido a la limitación de los conocimientos previos que poseen sobre los problemas. Además, menciona que hay otros factores como: la capacidad para hacer inferencias correctas a partir de la representación propia que se hacen del problema y la dificultad para aprender adecuadamente la información que se requiere y que influye de manera directa en tratar de encontrar la solución correcta, además de la experiencia que se tiene de problemas similares al que actualmente se está presentado; por ello es que la mejora en la capacidad de resolver problemas estará determinada por la inferencia y la representación de la situación conflictiva dejando claro que un déficit en esto impedirá la solución de la misma.

La Dificultad en la capacidad para Resolver depende de dos factores:

- Los conocimientos previos y los adquiridos continuamente que son importantes para resolver un tipo dado de problemas.
- La memoria del sujeto.

Es de gran importancia considerar que la solución de los problemas requiere tener presente todas las variables importantes como la codificación, la memoria, el reconocimiento de inferencias entre otros; Además se ha comprobado que la capacidad de representación depende de que se adquieran los conocimientos específicos relevantes para la solución de los problemas y sobre todo de que se pueda atender a la información relevante.

Los experimentos de Siegler sugieren que es posible modular todas estas variables a manera de “Facilitar” la discriminación de los elementos de información que se proporciona a los niños sobre el problema y “Suaviza” el esfuerzo de memoria a realizar haciendo que los niños puedan acudir a ayudas externas cuando lo necesiten. Esto último sin embargo no significa que se pueda enseñar a los niños de diversas edades a resolver cualquier tipo de problemas dado que el aumento de la capacidad de memoria en parte depende de procesos madurativos.

Por otra parte, autores como Vilanova, Silvia y otros señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de “cómo enseñar a través de la resolución de problemas”, destacándose tres aspectos principales a profundizar en la investigación:

1. El rol del docente en una clase centrada en la resolución de problemas: poca literatura relacionada con la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas que discuta la especificidad del rol del docente.

2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas: no hay una descripción adecuada de lo que realmente ocurre en estas clases, a pesar de existir largas listas sobre los comportamientos de los docentes, sobre los comportamientos de los alumnos, sobre sus interacciones y la clase de atmósfera que existe.

3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo, y no en los individuos aislados: gran parte de lo investigado en resolución de problemas matemáticos se ha centrado en los procesos de pensamiento usados por los individuos mientras resuelven problemas.

Sin embargo, queda pendiente profundizar la investigación centrándose en los grupos y en los ambientes de clase, indagando los procesos de enseñar y aprender matemática desde la perspectiva del aprendizaje situado.

Para lograr solucionar los problemas no se necesita de un talento especial sino más bien de ver con claridad las ideas y acciones que entran en juego en la solución de problemas por ello es que varios autores refieren que se requiere de un cambio y una reestructuración.

Por lo expuesto y basado en las necesidades que presenta la educación específicamente en el ámbito matemático en la resolución de problemas, surge la **“Propuesta de enseñanza para el aprendizaje de la resolución de problemas de planteo con enunciado verbal en ecuaciones de primer grado con una incógnita, mediante el trabajo de guías didácticas”**, enfocada principalmente en una enseñanza constructivista.

Esta propuesta pretende contribuir en la creatividad, razonamiento matemático, trabajo en equipo, y resolución de problemas de tipo cotidiano, fomentando en los alumnos un mayor interés por aprender.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 OBJETIVO GENERAL

- ✓ Diseñar una propuesta metodológica de enseñanza basada en la resolución de problemas de planteo que permita mejorar los logros académicos de los estudiantes de NM1 en cursos homólogos; en el contenido de álgebra.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Diagnosticar las competencias que poseen los estudiantes para la resolución de problemas de planteo algebraico.
- ✓ Realizar análisis teóricos para fundamentar la propuesta.
- ✓ Elaborar las actividades de “trabajo de módulos grupales y fichas didácticas”, para la propuesta.
- ✓ Crear y definir cada etapa de la propuesta.
- ✓ Elaborar los instrumentos de evaluación.
    - Encuesta inicial.
    - Pre-Test.
    - Trabajo de Módulos: de manera individual y grupal.
    - Post-Test.
    - Encuesta final.
- ✓ Definir el grupo de control y el grupo experimental.
- ✓ Aplicar la propuesta PEARP.
- ✓ Analizar y presentar los resultados obtenidos en los Test de los grupos experimentales y control

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

2.1 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Sin duda los problemas juegan un rol importante en un curso de matemática y la habilidad que utilizan para resolverlos es un aspecto importante dentro de la evaluación.

Por lo mismo antes de desarrollar este tema es importante tener una noción de ¿Qué es un problema? Y ¿Qué es la resolución de problemas?, para esto podemos citar algunos autores que nos proporcionan un acercamiento a estas definiciones:

Para Dumas-Carré (1987) problema:

"……corresponde a una situación incierta que provoca a quien la padece una conducta tendente a hallar la solución y reducir de esta forma la tensión a dicha incertidumbre"

(Dumas, 1987; en Cevallos, pág. 12, 2012)

Por otro lado, González (1999) dice que:

"Un problema de matemáticas es una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto, que involucra cierto grado de incertidumbre, implícito en lo que se conoce como las preguntas del problema o la información desconocida, cuya clarificación requiere la actividad mental y manifiesta de un sujeto, al que llamamos resolutor, a lo largo de un proceso, también llamado resolución, en el que intervienen conocimientos matemáticos y se han de tomar decisiones comprendiendo los errores y las limitaciones que dichas decisiones conllevan y que finaliza cuando aquél encuentra la solución o respuesta a las preguntas o disminuye la incertidumbre inicial y da por acabada la tarea"

(González, pág. 2, 2009)

Según Puig y Cerdán (1993) mencionan que:

"La resolución de un problema de matemáticas verifica, entre otras, las siguientes condiciones: el resolutor se encuentra ante una situación nueva que acepta como un desafío o reto; el resolutor no sabe a priori cuál es la solución ni si tiene o no solución ni cómo llegar a ella; no se producen bloqueos ni abandonos que impidan la resolución, es decir, el resolutor confía en sus capacidades y conocimientos y reconoce que el problema está a su altura"

(Puig y Cerdán, 1993; en González, pág. 2,2009):

Lo que podemos concluir es que un problema es una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos.

2.1.1 DIFERENCIA ENTRE PROBLEMA Y EJERCICIO

Sin duda no es fácil diferenciar a ciertas un problema de un ejercicio, pero resulta más fácil describir un ejercicio ya que estos poseen cierta facilidad, son más específicos y por lo general el procedimiento esta hecho, o te dan a conocer cuál puede ser la respuesta, realizando por lo general un procedimiento que no es muy complejo. En cambio los problemas que son más avanzados, no contienen tantas facilidades, y requieren que el alumno ponga en práctica muchos conocimientos de distintos temas y procedimientos, dependiendo del tipo de problema a desarrollar.

Cabe mencionar que hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas. Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos entre otras cosas, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas (Hernández & Villalba, pág. 2, 1994).

A continuación se da a conocer una tabla que expresa la diferencia ente problema y ejercicio:

Tabla 2-1: Diferencia entre problema y ejercicio

	Ejercicio.	**Problema.**
Primera impresión.	Se ve inmediatamente en qué consiste la cuestión y cuál es el medio de resolverla.	No se sabe a primera vista cómo atacarlo y resolverlo. A veces ni se ve claro en qué consiste el problema.
Objetivo.	Que el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de identificar.	Propone un problema que el alumno busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores y elabore una estrategia de resolución.
Tiempo de resolución.	Su resolución exige poco tiempo y este se puede prever de antemano.	Exige un tiempo imposible de prever antemano.
Tipo de cuestión.	Son cuestiones cerradas.	Están abiertos a posibles variantes y generalizaciones y a nuevos problemas.
Aparición en libros de textos.	Abundan en los libros de textos.	Son escasos en los libros de textos.

Afectividad y sentimientos.	No implica afectividad.	Supone una fuerte inversión de energías y afectividad. Se pueden tener sentimientos de ansiedad, de confianza, frustración, entusiasmo, alegría, entre otros.

(Adaptado de Vila y Callejo, pág. 74, 2004)

2.1.2 RELEVANCIA Y SENTIDO EDUCATIVO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas debe entenderse como la esencia fundamental del pensamiento y el saber matemático, y en ese sentido ha de impregnar e inspirar todos los conocimientos que se vayan construyendo en esta etapa educativa, considerándose como eje vertebrador de todo el aprendizaje matemático y orientándose hacia la reflexión, el análisis, la concienciación y la actitud crítica ante la realidad que nos rodea en la vida cotidiana.

A continuación citaré algunos autores y su impresión frente a la importancia de la resolución de problemas.

Resolver un problema para Pólya (1995) es:

"*……encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados".*

(Pólya, pág. 19, 1995; en Villella, pág. 12, 2002)

Por su parte, Fernández (2005) manifiesta que:

"La resolución de problemas es una cuestión de gran importancia para el avance de las matemáticas y también para su comprensión y aprendizaje. El saber hacer, en matemáticas, tiene mucho que ver con la habilidad de resolver problemas, de encontrar pruebas, de criticar argumentos, de usar el lenguaje matemático con cierta fluidez, de reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas, de saber aguantar una determinada dosis de ansiedad, pero también de estar dispuesto a disfrutar con el camino emprendido. Lo importante no es obtener la solución, sino el camino que lleva hacia ella. La habilidad para resolver problemas es una de las habilidades básicas que los estudiantes deben tener a lo largo de sus vidas, y deben usarla frecuentemente cuando dejen la escuela. Es una habilidad que se puede enseñar."

(Fernández, pág. 1, 2005)

Además, González (1999) menciona que si tenemos en cuenta que *“aprender matemáticas es hacer matemáticas”* , la resolución de problemas de matemáticas es el campo por excelencia del aprendizaje matemático y debe constituir una parte fundamental de la metodología de la enseñanza de esta materia. De hecho, “En todos los niveles de la enseñanza de las matemáticas deberían incluirse oportunidades para la resolución de problemas, incluida la aplicación de las matemáticas a situaciones de la vida diaria” (Informe Cockroft, 1982; en González, pág. 3, 1999).

Para González (pág. 3, 2009), la resolución de problemas es importante por su:

1) **Valor instrumental**: aprendizaje de contenidos relevantes del área. "*La resolución de problemas es una actividad de reconocimiento y aplicación de los conocimientos y las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas*" (Vila, 2001)

2) **valor utilitario o funcional**: utilidad / aplicación en la vida, en el trabajo, etc., lo que conduce a una comprensión más completa, ajustada y efectiva de la realidad involucrada (González, 2009)

3) **valor formativo:** procesos de pensamiento que ejercitan la mente en las cualidades propias de las matemáticas, hundiendo sus raíces en el conocimiento matemático, desarrolla aspectos internos como el esfuerzo y la concentración, el interés o el gusto por aceptar retos, y es fundamental para seguir aprendiendo, puesto que: “…*favorece que los estudiantes puedan explorar, acomodarse a nuevas condiciones y crear conocimientos nuevos a lo largo de toda su vida*” (NCTM[6], 2003).

Con la resolución de problemas “*bien elegidos*” adecuados al nivel (ni por encima ni por debajo), motivantes (que inciten a experimentar y fomenten el gusto por la investigación y el descubrimiento), accesibles (grado de dificultad apreciable y suficiente pero sin hacer imposible el éxito), se promueve un aprendizaje relevante y de calidad con el que los alumnos conocen las matemáticas, aprenden a pensar matemáticamente y experimentan su potencia y utilidad (González, pág. 3, 2009).

[6] National Council of Teachers of Mathematics (Consulado Nacional de Profesores de Matematicas)

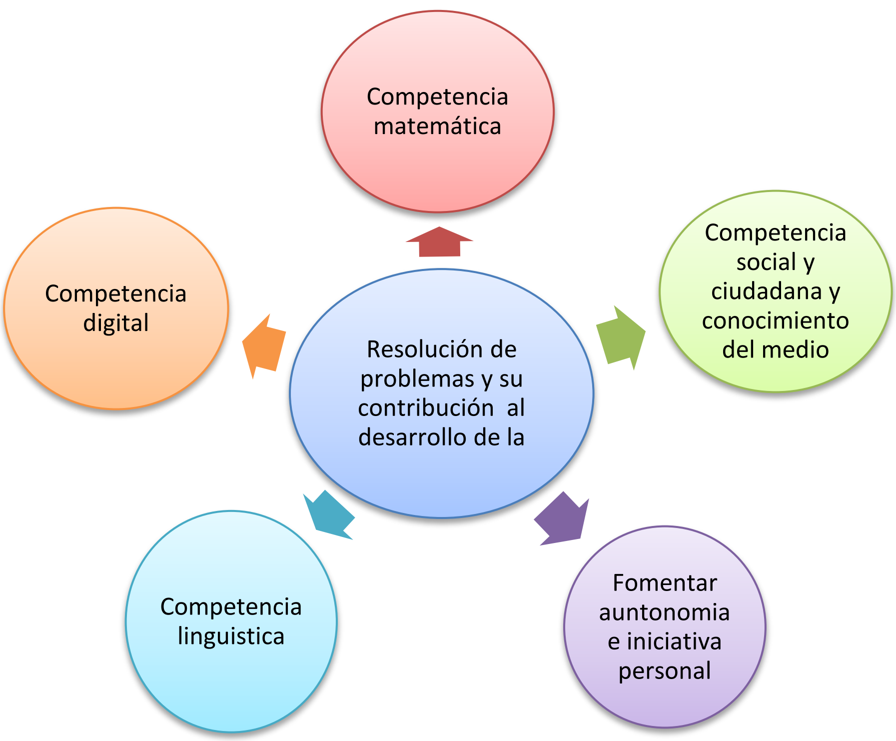
2.1.3 FINES DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolver problemas de matemática tiene varias metas las cuales consisten en:

- Mejorar la confianza del alumno frente a su propio pensamiento.
- Potenciar sus habilidades y capacidades para aprender.
- Comprender y aplicar las matemáticas.
- Contribuir al desarrollo de las competencias básicas y específicas.
- Favorecer la consecución de un grado elevado de autonomía intelectual que le permita continuar su proceso de formación.
- Desarrollar su razonamiento deductivo.
- Equiparlo con estrategias para resolver problemas.

2.1.4 CONTRIBUCIÓN DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Según el Real decreto 1513/2006 (MEC, 2006) la resolución de problemas contribuye a desarrollar:



Desglose de las contribuciones de la resolución de problemas (Según Real Decreto 1513 Junta de Andalucía, MEC, 2006; en González, pág. 4, 2009), para los alumnos:

Competencia matemática: comprender y dominar las estrategias y técnicas heurísticas; pensar y razonar; modelizar, representar datos y por último argumentar.

Competencia social y ciudadana y conocimiento del medio: introducir y aplicar los contenidos matemáticos de forma contextualizada a problemas comunes y cotidianos y a problemas reales relacionados con otras áreas; como abiertos poco o nada estructurados a través de actividades interdisciplinares y globalizadas.

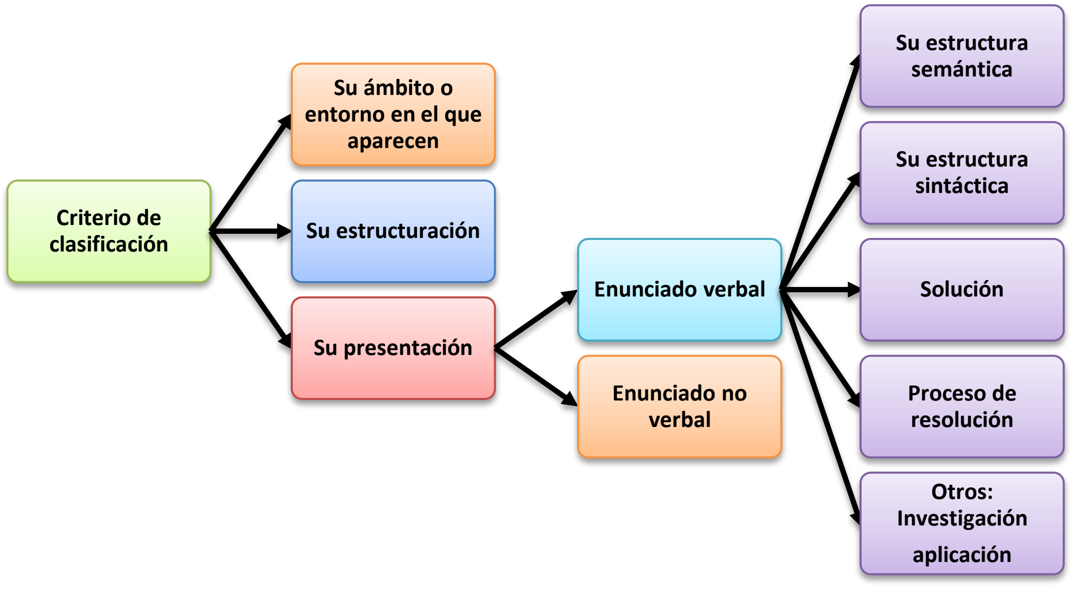
Fomentar la educación en valores y favorecer la consecución de un buen nivel de **autonomía e iniciativa personal**; así como el desarrollo de habilidades y capacidades para **aprender a aprender.**

Competencia lingüística: expresión oral y escrita, lectura comprensiva, formulación de preguntas, interpretación y análisis de la información y los resultados, organización en esquemas y resúmenes y la comunicación eficaz de los procesos y resultados obtenidos.

Competencia digital: uso de herramientas auxiliares (ordenador, calculadoras, entre otros)

2.1.5 CLASES DE PROBLEMAS

Para González (2009), no existe un único criterio ni una sola clasificación de problemas de matemáticas. Existen diferentes clasificaciones que pueden servir de ayuda para recordar la variedad de problemas que debieran ser tratados en las aulas de Matemáticas de los distintos niveles educativos. Los criterios y tipos más importantes son los siguientes:



Desglose de los criterios de clasificación de los problemas (Según González, pág. 5, 2009): los problemas se pueden distinguir, entre otros, por:

- **Su ámbito o entorno en el que aparecen**: escolares, no escolares (cotidianos, laborales, etc.)
- **Su estructuración** (si está o no organizada la información, si es explícita, accesible, etc.): desde nada o poco estructurados (en un extremo se encuentran los problemas de modelización matemática (situaciones de la vida real) o los juegos) hasta muy estructurados (problemas de enunciado verbal escolares con solución única (libros de texto)).
- **Su presentación**: con enunciado verbal o sin enunciado verbal (problemas manipulativos con un material didáctico o una situación cotidiana o una reflexión personal).
- Los problemas de enunciado verbal, a su vez, se pueden distinguir por:
    - **Su estructura semántica**: significados asociados al contexto a que se refiere el enunciado: cambio, combinación, comparación, etc.
    - **Su estructura sintáctica**: en el sentido gramatical (verbo, sujeto, etc.) y lógico del enunciado.
- **Su solución**: única, múltiple o sin solución
- **Su proceso de resolución**:
    - Cerrados (proceso determinado finito) y abierto (proceso indeterminado o indefinido o infinito; algunos problemas de investigación, los juegos de grupo)
    - De una etapa o de varias etapas, como también de una o varias operaciones combinadas.
- **Otros:** de descubrimiento, de aplicación, abiertos.

2.1.6 TIPOS MÁS FRECUENTES E IMPORTANTES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A continuación se presentan los tipos de problemas más frecuentes e importantes, Según González (pág. 5, 2009).

Problemas de enunciado verbal (los clásicos escolares):

- *Problemas aritméticos:* en su enunciado presentan datos numéricos y relaciones cuantitativas y en su resolución se requiere la realización de operaciones aritméticas. Se incluyen aquí los problemas de medidas y sobre el sistema métrico decimal.

- *Problemas geométricos:* se trabajan contenidos y conceptos geométricos.

- *Problemas de azar y probabilidad:* situaciones planteadas a través de registros en juegos de azar, votaciones, fenómenos reales, frecuencias, etc.

Problemas de razonamiento lógico: con o sin enunciado verbal; Análisis de proposiciones: utilización precisa del lenguaje. Demostraciones y justificaciones.

Problemas manipulativos (material didáctico) (con o sin enunciado verbal): Construcciones y problemas con material didáctico estructurado: regletas, ábacos, bloques, tangram, mosaicos, puzles, entre otros.

Problemas ligados a juegos y pasatiempos (con o sin enunciado verbal): En su desarrollo aparecen problemas y ejercicios mentales que favorecen la aplicación del conocimiento matemático, la búsqueda de estrategias, estimulan la imaginación y desarrollan la inteligencia. Juegos individuales o de grupo (cartas, tiro al blanco, habilidad, Bingos, Juegos de tableros; Pasatiempos lógico-matemáticos: criptogramas, cuadrados mágicos, enigmas, sopas.

Problemas de modelización matemática: los tenemos con o sin enunciado verbal). Situaciones de aplicación de la matemática a la realidad tal y como se presentan, sin preparar ni estructurar.

2.1.7 RASGOS QUE CARACTERIZAN A LOS BUENOS PROBLEMAS

Una vez que tenemos un problema, los hay mejores y peores, vamos a referirnos a los rasgos que caracterizan a los buenos problemas. Reseñamos y comentamos los más importantes (Grupo Cero, 1984; en Escudero, pág. 11, 1999):

1. **No son cuestiones con trampas ni acertijos**. Es importante hacer esta distinción en la enseñanza porque los alumnos, cuando se les plantean problemas, tienden a pensar que si no hay (o al menos ellos no lo recuerdan directa-mente) un algoritmo para abordarlos ni se les ocurre ningún procedimiento, seguro que lo que sucede es que tiene que haber algún tipo de truco o de "magia". La práctica sistemática resolviendo problemas hace que esa percepción habitual vaya cambiando.

2. **Pueden o no tener aplicaciones, pero el interés es por ellos mismos.** Así como hay otras cuestiones cuya importancia proviene de que tienen un campo de aplicaciones (y sin descartar que los problemas las tengan), el interés de los problemas es por el propio proceso. Pero a pesar de ello, los buenos problemas suelen llevar a desarrollar procesos que, más tarde, se pueden aplicar a muchos otros campos.

3. **Representan un desafío a las cualidades deseables en un matemático.** Parece obvio para todo el mundo que existen unas cualidades que distinguen a las personas que resuelven problemas con facilidad, aunque si se tienen que señalar cuáles son, es bien dificultoso hacerlo. Y se tiende a pensar que coinciden en líneas generales con las cualidades propias de los matemáticos.

4. **Una vez resueltos apetece proponerlos a otras personas para que a su vez intenten resolverlos.** Pasa como con los chistes que nos gustan, que los contamos enseguida a otros, y así se van formando cadenas que explican su rápida difusión. Lo mismo sucede con los buenos problemas.

5. **Parecen a primera vista algo abordable, no dejan bloqueado sin capacidad de reacción.** Y puede pasar que alguna solución parcial sea sencilla o incluso inmediata. Desde un punto de vista psicológico, sólo nos planteamos aquello que somos capaces (o al menos eso creemos) de resolver. Por eso, si un problema sólo lo es para nosotros cuando lo aceptamos como tal, difícil es que nos "embarquemos" en una aventura que nos parezca superior a nuestras fuer-zas.

6. **Proporcionan al resolverlos un tipo de placer difícil de explicar pero agradable de experimentar.** La componente de placer es fundamental en to-do desafío intelectual, si se quiere que sea asumido con gusto y de manera duradera. Incluso, en la enseñanza, la incorporación de esos factores a la práctica diaria puede prefigurar la inclinación de los estudios futuros. Y no hay que olvidar que las matemáticas son de las materias que no dejan indiferente, se las quiere o se las odia (como aparece en múltiples estudios). Por ello más vale que introduzcamos refuerzos positivos para hacer que aumenten los que las aprecian.

2.1.8 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN PÓLYA

Pólya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zúrich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en EE.UU. y pasó a la Universidad de Stamford en 1942. En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados (Becerra, pág. 14, 2012).

En 1945, Pólya en su libro “How to solve it, (Como Plantear y Resolver Problemas)”, desarrolla una serie de estrategias importantes en la resolución de problemas, con lo cual potencia la construcción de una nueva metodología en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este libro, el autor propone los cuatro pasos básicos para resolver un problema. En cada uno de estos pasos, según Pólya, el docente debe guiar a sus estudiantes con una serie de preguntas. En la etapa de comprensión, el docente debe proponer un problema con un nivel de dificultad adecuado, de modo que sea interesante para el estudiante. En la etapa de concebir un plan, el docente guía al estudiante hacia una estrategia para la solución del problema basada en experiencias anteriores y conocimientos previos. En lo que respecta a la etapa de ejecución del plan, es el estudiante quien examina todos los detalles y analiza que los pasos realizados sean correctos. Finalmente, en el cuarto paso, se lleva a cabo una visión retrospectiva de la solución con el objeto de verificar el resultado y el razonamiento seguidos, esto le permite al estudiante afianzar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver otros problemas (Becerra, pág. 14, 2012).

La finalidad del método es que el estudiante examine y remodele sus propios métodos de pensamiento, de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Polya denominó pensamiento productivo (Salinas & Lema, pág. 47, 2012). Hace referencia a que cuando se resuelve un problema, se establecen ciertas habilidades, que permitirán al alumno resolver cualquier tipo de problema que se le presente.
Para Pólya los problemas en el ámbito de las matemáticas, son aquellos que contienen como elementos principales, la incógnita, los datos y la condición.

Una vez señaladas las características de los buenos problemas, hay que referirse a la importancia que tiene resolver problemas en clase. Pensemos, que, como dice Pólya (1945):

“sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento”; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, “este género de experiencia, a una determinada edad, puede determinar el gusto del trabajo intelectual y dejar, tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durará toda una vida”.

(Pólya, 1945; en Jiménez, pág.46, 2011)

2.1.9 PAUTAS A SEGUIR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SEGÚN PÓLYA

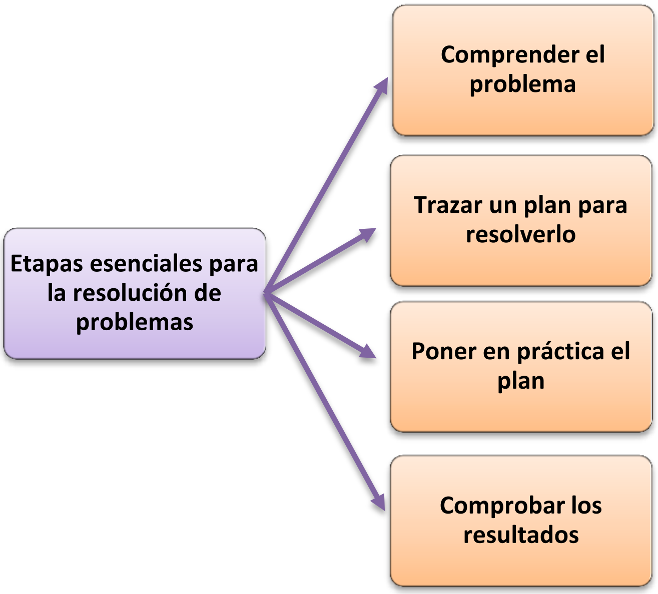
Es importante mencionar que las personas tenemos distintas capacidades al momento de resolver un problema. Que suelen ser las que aplican (generalmente de una manera inconsciente) toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son los, procesos que se llaman "heurísticos": operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismos es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad entrenable, un apartado en el que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y aplicarlos de una forma planificada, con método (Pólya, 1945; en Jiménez, pág.46, 2011).

Este plan consiste en un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema. Es decir, el plan muestra cómo atacar un problema de manera eficaz y cómo ir aprendiendo con la experiencia. Dentro de cada una de ellas es posible dar sugerencias válidas y más o menos útiles para toda clase de problemas.

Pero seguir estos pasos no garantizará que se llegue a la respuesta correcta del problema, puesto que la resolución de problemas es un proceso complejo y rico que no se limita a seguir instrucciones paso a paso que llevarán a una solución como si fuera un algoritmo[7]. Sin embargo, el usarlos orientará el proceso de solución del problema. Por eso conviene acostumbrarse a proceder de un modo ordenado, siguiendo los cuatro pasos.

Es ya clásica, y bien conocida, la formulación que hizo Pólya (1945) de las cuatro fases esenciales para la resolución de un problema, que constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores (Pólya, 1945; en Jiménez, pág.46, 2011):

[7] Un **algoritmo** es un conjunto finito de instrucciones o pasos que sirven para ejecutar una tarea y/o resolver un problema.



Desglose de las etapas esenciales para la resolución de problemas:

En cada uno de estas etapas Pólya (1945) hace uso de interrogantes que buscan propiciar la reflexión, ya que formula toda una serie de preguntas que guían al alumno hacia aspectos como: la identificación de los elementos principales del problema y su comprensión, el diseño de un plan de acción y la visión retrospectiva sobre los razonamientos, pasos ejecutados y resultados obtenidos.

- **Comprender el problema:**

En esta fase, la meta es comprender el problema, para ello es necesario que se produzca un proceso en el que los estudiantes se familiaricen con el problema, es decir que se generen todas las interrogantes posibles las cuales permitirán aclarar el problema:

- **Trazar un plan para resolverlo:**

Esta fase implica generar reflexiones sobre cómo abordar la solución del problema o cuales son los pasos a considerar para hallar la solución del mismo. Esto se origina una vez que se conocen los elementos principales del problema.

En esta fase es adecuado formular algunas preguntas que fomentaran la formulación del plan a elaborar:

- ✓ ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ✓ ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- ✓ ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ✓ ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

También es importante considerar el uso de las siguientes interrogantes:

- ✓ ¿Por dónde debo empezar?
- ✓ ¿Qué debo hacer?
- ✓ ¿Qué puedo encontrar?
- ✓ ¿Qué gano haciendo esto?

- **Poner en práctica el plan:**

En esta fase, cada alumno debe llevar a cabo el plan formulado que le permita solucionar el problema. Aquí, es donde los alumnos deben utilizar sus conocimientos previos, concentración y habilidades que le permiten ejecutar su plan para lograr la resolución del problema.

Aquí también se recomiendan ciertas interrogantes que facilitaran la ejecución del plan:

- ✓ ¿Qué conocimientos poseo y cuales puedo aplicar aquí?
- ✓ ¿Qué paso es el que debo dar primero?
- ✓ ¿Qué gano haciendo esto?
- ✓ ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?

- **Comprobar los resultados:**

En esta fase final, los alumnos aplicaran nuevamente un proceso de reflexión sobre los pasos expuestos durante la resolución del problema; es decir el razonamiento aplicado y los resultados obtenidos; solo de esta manera podrán estar seguros de que la resolución del problema fue la correcta.

También se plantean algunas interrogantes que son de importancia en esta fase:

- ✓ ¿Puede verificar el resultado?
- ✓ ¿Puede verificar el razonamiento que utilizo?
- ✓ ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ✓ Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ✓ ¿Se puede comprobar la solución?
- ✓ ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ✓ ¿Se puede hallar alguna otra solución?

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas: se pueden conocer muchos métodos pero no cuál aplicar en un caso concreto.

Por lo tanto hay que enseñar también a los alumnos a utilizar los instrumentos que conozca, con lo que nos encontramos en un nivel metacognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás.

Schoenfeld (1985), a partir de los planteamientos de Pólya (1945), se ha dedicado a proponer actividades de resolución de problemas que se pueden llevar a cabo en el aula, con el fin de propiciar situaciones semejantes a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de resolución de problemas.

Análisis.

1. Trazar un diagrama.
2. Examinar casos particulares.
3. Probar a simplificar el problema.

Exploración.

1. Examinar problemas esencialmente equivalentes.
2. Examinar problemas ligeramente modificados.
3. Examinar problemas ampliamente modificados.

Comprobación de la solución obtenida.

1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
    - ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
    - ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
    - ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:
    - ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
    - ¿Puede quedar concretada en caso particulares?
    - ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
    - ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Este aspecto es importante ya que permite, de antemano, planificar los pasos a seguir en la resolución de un problema, ejecutar esos pasos y, posteriormente, supervisar el proceso de resolución y comprobar la solución o resultado.

Finalmente, hacemos una recopilación de las estrategias más frecuentes que se suelen utilizar en la resolución de problemas. Según Fernández (1992) serían:

- Ensayo-error.
- Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
- Manipular y experimentar manualmente.
- Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
- Experimentar y extraer pautas (inducir).
- Resolver problemas análogos (analogía).
- Seguir un método (organización).
- Hacer esquemas, tablas, dibujos (representación).
- Utilizar un método de expresión adecuado: verbal, algebraico, gráfico, numérico (codificar, expresión, comunicación).
- Sacar partido de la simetría.
- Deducir y sacar conclusiones.
- Conjeturar.
- Principio del palomar.
- Analizar los casos límite.
- Reformular el problema.
- Suponer que no (reducción al absurdo).
- Empezar por el final (dar el problema por resuelto).

2.1.10 LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DESDE UNA CONCEPCIÓN BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Pólya (1981), se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:

1. Matemáticamente, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferas o no, y qué podrían hacer en lugar de eso.

2. Pedagógicamente, porque el docente debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar esto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.

3. Personalmente, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de no saber. Trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.

Por otra parte, diferentes autores, como lo mencionan Vilanova, Silva y Otros, señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de "cómo enseñar a través de la resolución de problemas", destacándose tres aspectos principales a profundizar en la investigación:

1. El rol del docente en una clase centrada en la resolución de problemas: poca literatura relacionada con la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas discute la especificidad del rol del docente.

2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas: no hay una descripción adecuada de lo que realmente ocurre en estas clases, a pesar de existir largas listas sobre los comportamientos de los docentes, sobre los comportamientos de los alumnos, sobre sus interacciones y la clase de atmósfera que existe.

3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo, y no en los individuos aislados: gran parte de lo investigado en resolución de problemas matemáticos se ha centrado en los procesos de pensamiento usados por los individuos mientras resuelven problemas.

(Vilanova, Silva & Otros, pág.9, S/F)

Sin embargo, queda pendiente profundizar la investigación centrándose en los grupos y en los ambientes de clase, indagando los procesos de enseñar y aprender matemática desde la perspectiva del aprendizaje situado.

2.1.11 MÉTODOS PARA IDENTIFICAR ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Al enfrentarnos a un problema, se requiere de todas nuestras habilidades y conocimientos para lograr resolverlo, por lo mismo daré a conocer una serie de estrategias que nos facilitaran lograr la solución adecuada.

Las estrategias pueden definirse como: “los procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen, coordinan y aplican las habilidades” (Nisbet y Shuckmith, 1987).

Conjunto de estrategias que pueden aparecer al momento de llevar a cabo la resolución de un problema:

- **El ensayo-error:** utilización de respuestas al azar.
- **El análisis de metas-fines**: tratar de establecer subobjetivos e ir resolviendo el problema parcialmente hasta llegar a una solución completa.
- **La búsqueda hacia atrás:** se realizan las operaciones a partir del estado final hacia el estado inicial.
- **La simplificación:** cuando el problema tiene una compleja naturaleza es posible reducir mediante la eliminación de algunas de las variables que actúan sobre él.
- **La inferencia:** se infiere la información más relevante en cada momento, y utilizando el razonamiento inductivo como medio para lograr la solución de problema.

Todas estas estrategias se pueden emplear de distintas formas, la cuales ayudaran a resolver el problema, teniendo en consideración que una única estrategia no garantiza soluciones perfectas.

Basándonos en todo lo expuesto anteriormente podemos concluir que la resolución de problemas, como una estrategia de enseñanza y de aprendizaje, conlleva a un diseño de situaciones que sean significativas y provoquen reflexión en el alumno, para ello el punto de partida de esta estrategia es la pregunta o tema, los criterios a considerar para seleccionar un problema estos provendrán de las materias, del estilo de aprendizaje del alumno, de los recursos instrumentales con los cuales se posean y el material disponible. Por lo que su solución no debería ser fácil, para que así el alumno busque, investigue e interactúe ya sea con un grupo de trabajo o de manera individual para su resolución. Fomentando un aprendizaje activo, constructivista y real; tomando conciencia de los diferentes pasos del proceso y las actividades cognitivas que este implica.

2.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

El concepto de aprendizaje significativo, es interpretado de muchas maneras, pero **¿Qué se entiende por aprendizaje significativo?,** para dar respuesta a esta inquietud daré a conocer algunas definiciones y sus respectivos autores:

- Aprendizaje significativo según Ausubel

Para Ausubel (1963, p. 58), el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento

- El aprendizaje significativo en una óptica piagetiana

Piaget (1971,1973, 1977), para dar un significado de aprendizaje significativo en un enfoque piagetiano, podemos interpretar la asimilación, la acomodación y la equilibración en términos de aprendizaje significativo, es decir asimilar y acomodar se puede interpretar en el sentido de dar significados por subordinación o por superodenación.

- El aprendizaje significativo en una perspectiva kelliana

Para Kelly (1963, p. 9), el aprendizaje significativo lo vincula a la edificación de constructos, es decir a medida que los constructos personales son éxitos, en sentido de anticipar eventos a través de sus réplicas, estaríamos frente a un aprendizaje significativo subordinado derivativo.

- Aprendizaje significativo en un enfoque vygotskiano

Para Vygotsky (1987,1988), el aprendizaje significativo depende de la interacción social, i.e., de intercambio, "negociación", de significados por la vía de la interacción social.

2.2.1 TEORÍA DE AUSUBEL

La teoría de Ausubel (1976) se inscribe en el marco de las teorías cognitivas y está centrada principalmente en el aprendizaje que ocurre en un ambiente escolar en donde predominan los procesos de enseñanza-aprendizaje de conceptos científicos a partir de los conceptos formados en la vida cotidiana.

Según Ausubel, "ningún interés teórico es más esencial ni más urgente, en el estado actual de nuestros conocimientos, que la necesidad de distinguir con toda claridad los principales tipos de aprendizaje" (Op. Cit. p.34). Esta importancia lo lleva a diferenciar, por un lado, el aprendizaje por recepción (o memorístico) del aprendizaje por descubrimiento.

Por otro lado, el aprendizaje por repetición del aprendizaje significativo. Entre los extremos de ambos pares se ubican grados intermedios como también se dan subtipos de los tipos principales (Ver cuadro en página 46).

De acuerdo con lo dicho, hay un aprendizaje por recepción y por repetición, a la vez, cuando el contenido total de lo que se va aprender se presenta en forma ya terminada de modo tal que el alumno no tiene nada que descubrir por sí mismo. Por ejemplo, aprender el alfabeto, aprender un poema, un teorema, etc. En el caso opuesto, en el aprendizaje por recepción y significativo, el material potencialmente significativo es comprendido durante el proceso de internalización. Por ejemplo, al comprender relaciones entre conceptos.

En el aprendizaje por descubrimiento el contenido principal de lo que se va a enseñar no se da, sino que debe ser descubierto por el alumno. Solo después que esto sucede este contenido puede ser incorporado a la estructura cognoscitiva del alumno y así se hace significativo.

Como sabemos, en su mayoría los contenidos de estudio se adquieren mediante el aprendizaje por recepción. En cambio, los problemas cotidianos se resuelven por descubrimiento. En situaciones de laboratorio este tipo de aprendizaje comprende el método científico, y, en el caso de personas especialmente dotadas, se pueden crear así conocimientos muy importantes.

Respecto de los dos aprendizajes principales, dice Ausubel: “Desde el punto de vista psicológico, el aprendizaje significativo por descubrimiento es, obviamente, más complejo que el significativo por recepción: involucra una etapa previa de resolución de problemas antes que el significado emerja y sea internalizado. Sin embargo, en términos generales, el aprendizaje por recepción, si bien es fundamentalmente más sencillo que el aprendizaje por descubrimiento, surge, paradójicamente ya muy avanzado el desarrollo y, especialmente, en sus formas verbales puras más logradas implica un mayor nivel de madurez cognoscitiva”.
En definitiva, lo que sucede es que la formación inductiva de conceptos basados en la experiencia de resolución de problemas, de naturaleza empírica, concreta y no verbal, ejemplifica las primeras etapas del procesamiento de la información, mientras que la asimilación de conceptos a través de aprendizaje por recepción verbal significativa ejemplifica las etapas posteriores.

En la siguiente figura se puede visualizar lo mencionado anteriormente:

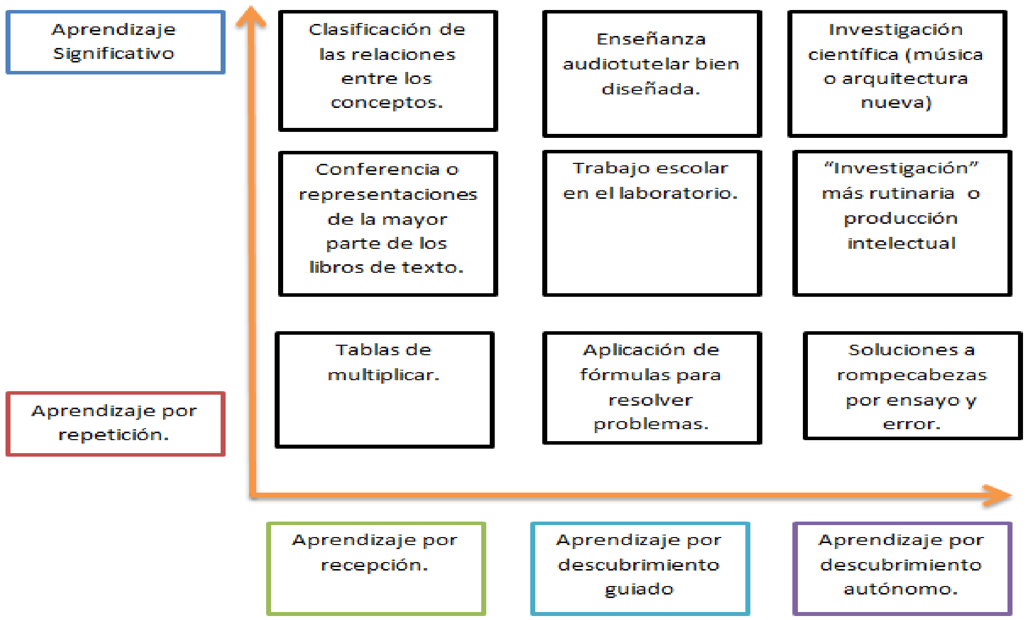


Figura 2.1: Clasificación de las situaciones de aprendizaje[8]

A modo de complementación de lo expresado anteriormente, parece interesante analizar las diferencias que Novak y Gowin (1984) establecen entre el aprendizaje significativo y el aprendizaje memorístico.

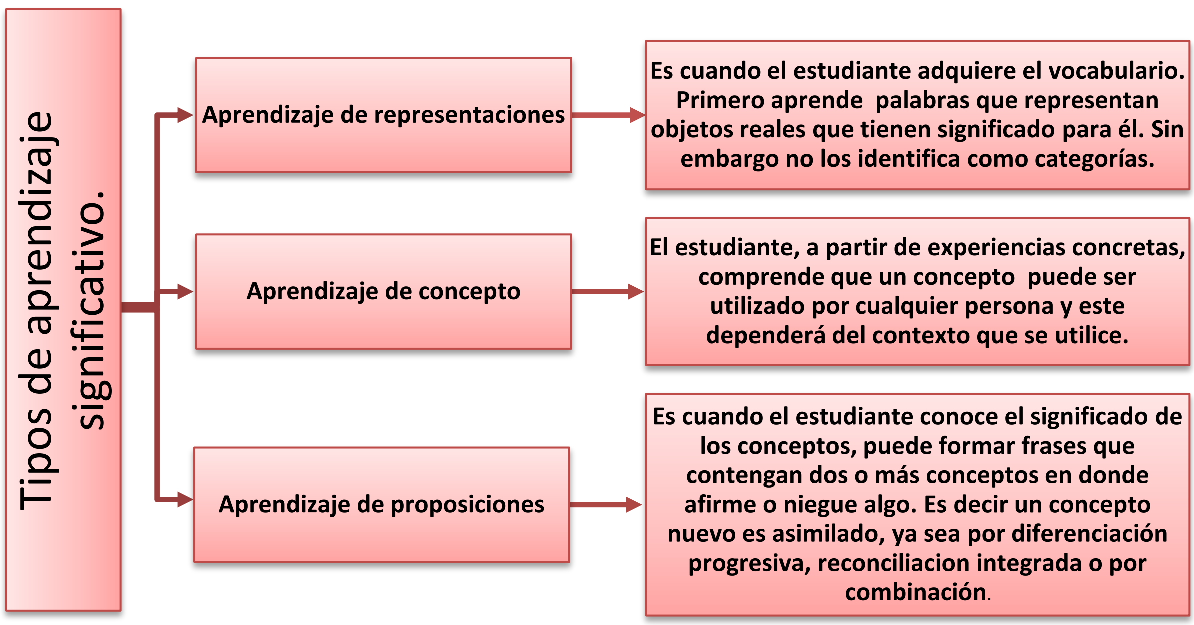
Aprendizaje Significativo	Aprendizaje Memorístico
• Incorporación sustantiva, no arbitraria y no verbalista de nuevos conocimientos en la estructura cognitiva. • Esfuerzo deliberado por relacionar los nuevos conocimientos con conceptos de nivel superior, más inclusivos, ya existentes en la estructura cognitiva. • Aprendizaje relacionado con experiencias, con hechos u objetos. Implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores.	• Incorporación no sustantiva, arbitraria y verbalista de nuevos conocimientos en la estructura cognitiva. • Ningún esfuerzo por integrar los nuevos conocimientos con • Conceptos ya existentes en la estructura cognitiva. • Aprendizaje no relacionado con experiencias, con hechos u objetos. Ninguna implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores.

[8] Clasificación de las situaciones de aprendizaje según Ausubel, Novak y Hanesian (1978, pág: 35 de la Trad.Cast: Psicología educativa. Reproducido con permiso de editorial Trillas S.A)

Lo que nos lleva a concluir que aprender significa adquirir información, retenerla y recuperarla en un momento dado. Cuando en el aula se logran aprendizajes significativos, los alumnos han adquirido los contenidos porque pudieron entender la información que se les ha presentado al tener conocimientos previos suficientes y adecuados. Las relaciones permiten el recuerdo, lo que no se relaciona no se aprende verdaderamente; pasa desapercibido o se olvida.

2.2.2 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo:



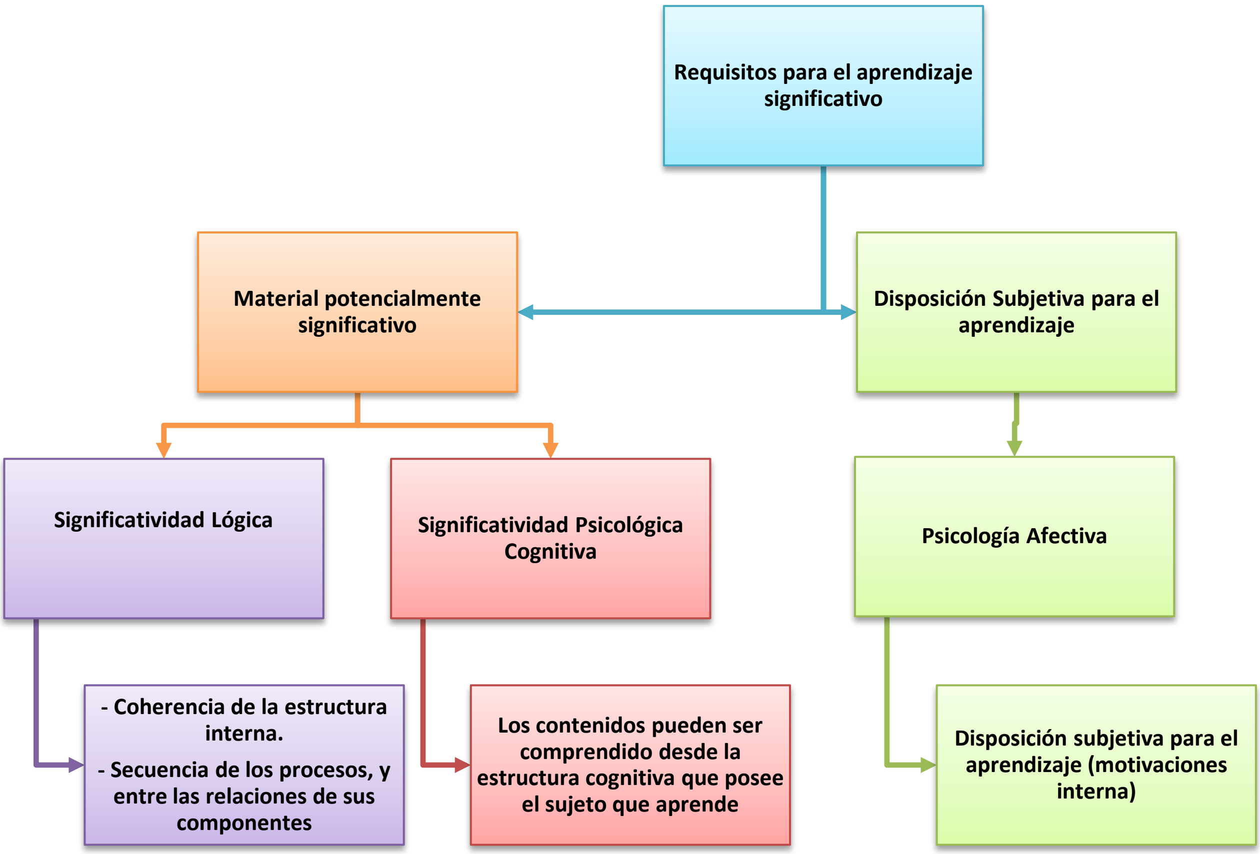
Para resumir estos tres aprendizajes mencionados anteriormente, daré a conocer la siguiente tabla:

Tabla 2-2: Objetivos y Etapas de los tipos de Aprendizaje Significativo

Aprendizaje	**Objetivo**	**Etapas**
Representaciones	Adquisición de vocabulario	➢ Previo a la formación de conceptos. ➢ Posterior a la formación de conceptos.
Conceptos	Formación (a partir de los objetos)	➢ Posterior a la formación de conceptos. ➢ Comprobación de hipótesis.
Proposiciones	Adquisición (a partir de los conceptos preexistentes)	➢ Combinación (conceptos del mismo nivel jerárquico)

2.2.3 REQUISITOS BÁSICOS A CONSIDERAR EN TODO APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ausubel (1983) propone algunos requisitos para que el aprendizaje sea significativo



Basándose en el esquema anterior es importante señalar:

- **La significatividad lógica:** se refiere a la estructura interna del contenido, es decir que el material sea potencialmente significativo.

- **La significatividad Psicológica:** se refiere a que pueden establecerse relaciones no arbitrarias entre los cocimientos previos y los nuevos. Que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

- **La psicología afectiva "Motivación":** debe existir una disposición subjetiva para el aprendizaje en el estudiante. Existen tres tipos de necesidades:
    - Poder
    - Afiliación
    - Logro.

La intensidad de cada una de ellas, varía de acuerdo a las personas y genera diversos estados motivacionales que den ser tenidos en cuenta.

2.2.4 VENTAJAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

- Facilita la adquisición de nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos significativamente. No se olvide que el aprendizaje significativo produce una modificación de la estructura cognitiva del alumno mediante reajustes de la misma para integrar la nueva información.

- Produce una retención más duradera de la información. La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la memoria a largo plazo, en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios concretos.

- Se trata de un aprendizaje activo, ya que depende de la asimilación deliberada de las actividades de aprendizaje por parte del alumno.

- Es personal, ya que la significación de los aprendizajes de un alumno determinado depende de sus propios recursos cognitivos (conocimientos previos y la forma en cómo se organizan en su estructura cognitiva).

(Ausubel 1983; en Dávila, 2000)

2.2.5 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS

Como docentes debemos tratar de que los alumnos desarrollen trabajos como lo prefieran, estimulando los conocimientos previos y abarcando al tema visto

Al tocar el tema del significado y sentido del aprendizaje escolar, se emplea el término "sentido" con la finalidad de subrayar el carácter experimentador que en buena lógica constructiva impregna el aprendizaje escolar y la percepción que tiene el alumno de una actividad concreta y particular de aprendizaje, misma que no coincide necesariamente con la que tiene el profesor (Sosapanta, pág. 58, 2013).

Es evidente que esta construcción progresiva de significados compartidos, el profesor y el alumno juegan papeles netamente distintos. El profesor conoce el principio del significado que espera compartir con el niño, el alumno por lo contrario desconoce este referente último ya que si lo conociera no tendría sentido su participación. Hacia el que trata de conducirle el profesor y por lo tanto debe ir acumulando progresivamente los sentidos y significados que construye de forma interrumpida en el transcurso de las actividades o tareas escolares (Sosapanta, pág. 58, 2013).

Al relacionar lo que ya sabemos con lo que estamos aprendiendo, los esquemas de acción y de conocimiento de lo que ya sabemos se modifican. También cabe mencionar, que no siempre se va a dar un aprendizaje significativo, es decir, no siempre da lugar a la construcción de significados y en muchas ocasiones el aprendizaje se limita a la mera repetición memorística, por ello como docentes debemos tratar de que los alumnos desarrollen trabajos como lo prefieran estimulando los conocimientos previos y abarcando al tema visto (Sosapanta, pág. 58, 2013).

2.2.6 LA FORMACIÓN DE CONOCIMIENTOS Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Desde mi punto de vista en la actualidad hay una tendencia a ir aumentando más y más los contenidos de los programas escolares y esto no tiene el efecto de que los niños aprendan, ya que no depende de la cantidad que pretendemos enseñar, si no como lo hagamos.

Durante muchos siglos la enseñanza fue exclusivamente verbal, basada en la repetición de frases y escuchar al profesor. Es a partir del Siglo XVII cuando se empiezan a introducir imágenes en los libros de textos, al tiempo que se recomienda el contacto con la naturaleza y la adecuación de las cosas.

Con los métodos que se han utilizado a lo largo de la historia, muchos individuos han aprendido pero otros aprenden poco y muy lentamente. Se supone que el individuo al término de la escolaridad tiene que tener una serie de conocimientos que la sociedad exige.

2.2.7 ESTRATEGIAS PARA ORGANIZAR LA INFORMACIÓN QUE SE HA DE APRENDER

Este tipo de estrategias permiten un mayor contexto organizativo a la información nueva que se aprenderá al representarla en forma gráfica o escrita. De esta manera se va a proporcionar una adecuada organización a la información que se ha de aprender, trayendo como consecuencia una mejora en su significatividad lógica y haciendo más probable el aprendizaje significativo de los alumnos (Mayer, 1984; en Marruffo & Ibarra, pág. 45, 2012)

Estas estrategias pueden emplearse en los distintos momentos de la enseñanza. Podemos incluir en ellas a las de representación viso-espacial, como mapas o redes semánticas, y a las de representación lingüística, como resúmenes o cuadros sinópticos (Marruffo & Ibarra, pág. 45, 2012)

2.2.8 ESTRATEGIAS Y EFECTOS ESPERADOS EN EL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES

La investigación de estrategias de enseñanza ha abordado aspectos como los siguientes: diseño y empleo de objetivos e intenciones de enseñanza, preguntas insertadas, ilustraciones, modos de respuesta, organizadores anticipados, redes semánticas, mapas conceptuales y esquemas de estructuración de textos, entre otros (Díaz Barriga y Lule, 1978).

Tabla 2-3: Estrategias de enseñanza y sus efectos en el estudiante

Estrategias de Enseñanza	**Efectos esperados en el estudiante**
Objetivos	➢ Conoce la finalidad y alcance del material y cómo manejarlo. ➢ El alumno sabe que se espera de el al terminar de revisar el material. ➢ Ayuda a contextualizar sus aprendizajes y a darles sentido
Ilustraciones	➢ Facilita la codificación visual de la información.
Preguntas Intercaladas	➢ Permite practicar y consolidar lo que ha aprendido. ➢ Resuelve dudas ➢ Se autoevalúa gradualmente.
Pistas tipográficas	➢ Mantiene su atención e interés. ➢ Detecta información principal. ➢ Realiza codificación selectiva.

Resúmenes	➢ Facilita el recuerdo y la comprensión de la información relevante del contenido que se ha de aprender.
Organizadores previos	➢ Hace más accesible y familiar el contenido. ➢ Elabora una visión global y contextual.
Analogías	➢ Comprende información abstracta. ➢ Traslada lo aprendido a otros ámbitos.
Mapas conceptuales y redes semánticas	➢ Realiza una codificación visual y semántica de conceptos, proposiciones y explicaciones. ➢ Contextualiza las relaciones entre conceptos y proposiciones.
Estructuras textuales	➢ Facilita el recuerdo y la comprensión de lo más importante de un texto.

2.2.9 APRENDIZAJE DE CONCEPTOS POR ASIMILACIÓN

El Principio de asimilación se refiere a la interacción entre el nuevo material que será aprendido y la estructura cognoscitiva existente origina una reorganización de los nuevos y antiguos significados para formar una estructura cognoscitiva diferenciada, esta interacción de la información nueva con las ideas pertinentes que existen en la estructura cognitiva propician su asimilación.

Por asimilación entendemos el proceso mediante el cual " la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente (AUSUBEL; pág.71, 1983), al respecto Ausubel recalca: Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada. (AUSUBEL; pág. 120, 1983).

Dentro de este proceso de asimilación, los nuevos conocimientos se pueden relacionar de diversas maneras con la estructura cognitiva establecida, dependiendo de la forma que estos se relacionen se pueden establecer tres tipos de aprendizajes planteados por la teoría de asimilación, los cuales son:

- **Aprendizaje subordinado**: El nuevo conocimiento se subordina a otro ya existente y de carácter más general, este a su vez puede ser:

Inclusión derivativa	Inclusión correlativa
✓ Apoya o ejemplifica conceptos ya existentes. Es decir cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo especifico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida. El significado del nuevo concepto surge sin mucho esfuerzo, debido a que es directamente derivable o está implícito en un concepto o proposición más inclusiva ya existente en la estructura cognitiva.	✓ Amplía o modifica conceptos ya existentes. Es decir la nueva información también es integrada con los conceptos más relevantes pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterios del concepto incluido pueden ser modificados. Este es el típico proceso por el cual un nuevo concepto es aprendido.

- **Aprendizaje supraordinado**: El nuevo conocimiento, es de carácter más general, "absorbe" los conocimientos ya existentes, que son más específicos. Es decir ocurre cuando una nueva información se relaciona con ideas o conceptos específicos ya establecidos en la estructura cognitiva del alumno.

- **Aprendizaje combinatorio**: No existe relación jerárquica entre la idea nueva y la idea ya existente. Es decir la nueva información que es potencialmente significativa se relaciona con otras ideas, pero esta no es ni más inclusiva ni más específica.

(Apartado Mineduc (Programa Mece), pág. 4 y 5, 1997)

2.3 TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTIAS DE GUY BROUSSEAU

Al referirnos a las *Situaciones Didácticas*, en principio debemos distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el enfoque planteado por la teoría de Brousseau. Ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el primero, tendríamos una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee los contenidos, instruye al estudiante, quien captura dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados (Brousseau, 1982; Chavarría, pág.2, 2006).

Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico[9]. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, *Situación Didáctica* se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico. Dentro de esta dinámica tenemos otra dimensión: la *Situación a-didáctica*. (Brousseau, 1982; Chavarría, pág.2, 2006).

Para Brousseau (1982), una *Situación A- Didáctica*:

"…….designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego."

(Brousseau, 1982; en Panizza, pág. 4, S/F)

Por otra parte, Brousseau (1982), dice que la *Situación Didáctica* es:

"Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución."

(Brousseau, 1982; en Panizza, pág. 4, S/F)

En resumen, la interacción entre los sujetos de la *Situación Didáctica* acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (situación didáctica) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (situación a-didáctica) (Brousseau 1982, en Rivero, pág. 58,2010).

[9] Este constituye el espacio donde se desenvuelven los elementos. El medio no representa por ello una dimensión pasiva, sino que es "sujeto" dentro de las situaciones didácticas.

Brousseau (1982, en Panizza, pág. 4, S/F) plantea la Situaciones Didácticas como una forma para “modelar” el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera tal que este proceso se visualiza como un juego para el cual el docente y el estudiante han definido o establecido reglas y acciones implícitas.

Es imprescindible destacar que la variación de algunas de las condiciones en una situación pueden simplificar o complejizar un problema a voluntad del docente, esas modificaciones permiten "comandar" la complejidad del problema y se denominan: **variables didácticas.** Cuando según los valores que toman, hace necesario para el alumno modificar las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la cuestión (Panizza, pág. 10, S/F)

El docente, para Brousseau (1995) puede:

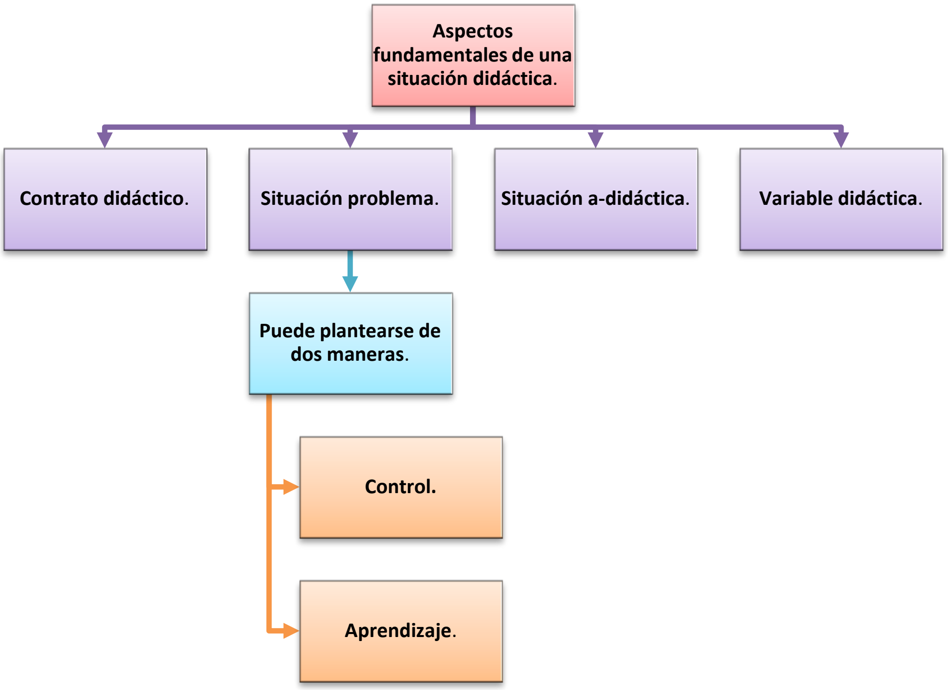
“*…….utilizar valores que permiten al alumno comprender y resolver la situación con sus conocimientos previos, y luego hacerle afrontar la construcción de un conocimiento nuevo fijando un nuevo valor de una variable. La modificación de los valores de esas variables permiten entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes,* ***una secuencia didáctica*****”.**

(Brousseau, 1995; en Panizza, pág. 10, S/F)

La teoría de Brousseau plantea una tipología de etapas en las situaciones didácticas. Cada una de ellas debería desembocar en una situación *a-didáctica*, es decir, en un proceso de validación del conocimiento construido.

2.3.1 NOCIÓN DE SITUACIÓN DIDÁCTICA

Una situación es didáctica cuando un individuo (generalmente el profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (generalmente el alumno) un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un medio. Es muy importante que la intención de enseñanza no sea desvelada, debe permanecer oculta a los ojos del alumno (Brousseau, 1995; en Cerda, pág. 2, S/F) Contiene varios aspectos:



Desglose de los aspectos fundamentales de una situación didáctica (Brousseau, 1995; en Cerda, pág. 2, S/F):

I. **Contrato didáctico:** es lo que espera el alumno del profesor y viceversa (las expectativas que se tienen). Es la relación entre el alumno y el profesor a la hora de enseñar un saber concreto.

II. **Situación-problema:** Puede plantearse de dos maneras:

a) Control: Donde se solicita la aplicación del propio saber. Esta situación se puede hacer necesaria en un determinado momento para asegurarse que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide (reforzar).

b) Aprendizaje: se debe plantear un problema al alumno y este debe manejar una estrategia de base, ya disponible en el alumno, para poder resolver el problema. Es muy importante que el problema tenga varias estrategias, y que la estrategia inicial no se base en el conocimiento que queremos enseñar.

III. **Situación a-didáctica:** es la parte de la situación didáctica en que la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno (en el enunciado del problema no aparece explícita mi intención). Debe aparecer ante los alumnos como una interacción con un medio (no didáctico), de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por la lectura de las intenciones del profesor. El alumno puede modificar sus decisiones tomando en cuenta la retroacción que le proporciona el medio, y debe realizar un cambio de estrategias para llegar al saber matemático, ya que la estrategia óptima es dicho saber.

Para que se realice el cambio el profesor debe introducir en la situación las variables didácticas.

IV. **Variable didáctica:** es un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno. Es decir las variables didácticas son aquellas que el profesor modifica para provocar un cambio de estrategia en el alumno y que llegue al saber matemático deseado. No podemos considerar que “todo” sea variable didáctica en una situación, sino sólo aquel elemento de la situación tal que si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes. La edad de los alumnos, sus conocimientos anteriores..., juegan un papel importante en la correcta resolución de una situación.

2.3.2 SITUACIONES DIDÁCTICAS Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para comprender mejor las relaciones existentes entre las situaciones didácticas y las actividades de resolución de problemas, debemos, de partida, reflexionar a propósito de la diferencia que hay entre una situación de enseñanza, entendida en el sentido de la práctica pedagógica tradicional, y la noción que constituye nuestro objeto de estudio. Esta reflexión es esencial en el desenvolvimiento de nuestras consideraciones, pues, si no hubiese diferencia entre esas dos formas de estructurar la enseñanza de la matemática, es evidente que el estudio de las situaciones didácticas perdería su interés pedagógico.

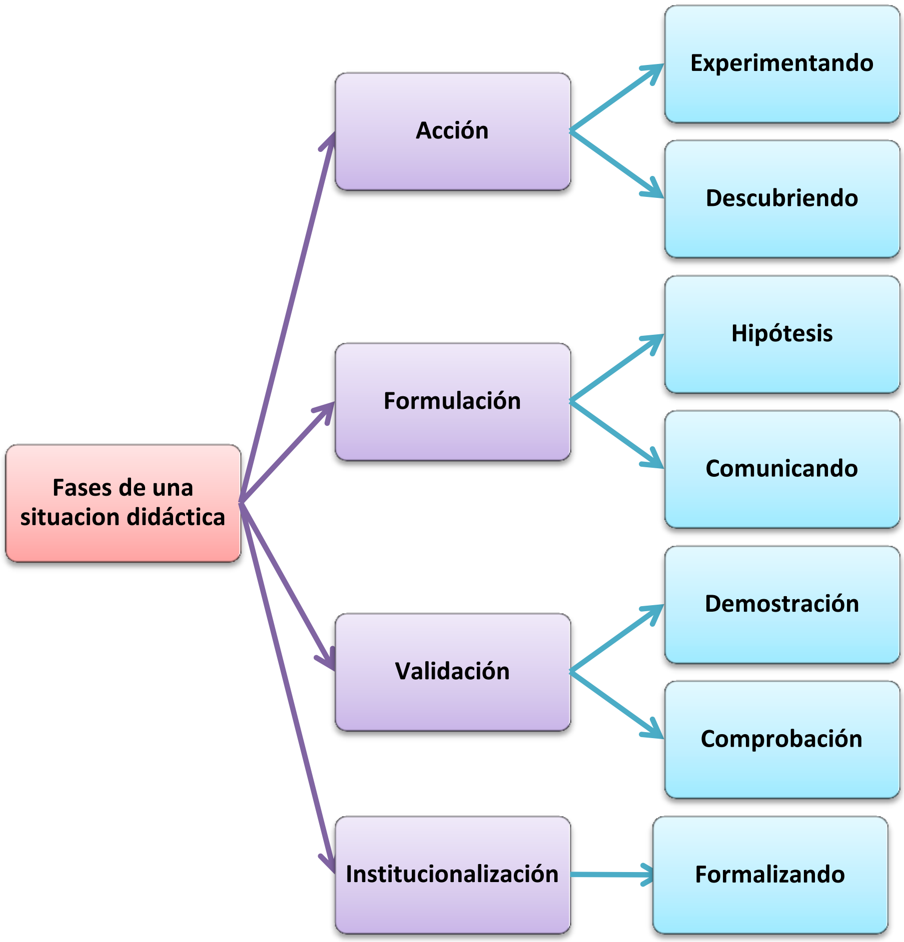
Acreditamos que, una vez establecida una intención de enseñanza, a través de la resolución de un problema, es principalmente la presencia, la valoración y la funcionalidad de situaciones a-didácticas en el transcurrir de una situación didáctica, las que diferencian en el fundamentalmente esas dos formas de enseñar.

En el proceso de enseñanza y proceso de aprendizaje debe haber condiciones para que el alumno realice él mismo sus aproximaciones, movilice sus conocimientos y sea capaz de explicitar sus procedimientos y los raciocinios utilizados.

En el caso de la matemática, la concepción de aprendizaje se vuelve evidente, cuando se analizan las situaciones didácticas relativas al trabajo con la resolución de situaciones – problema.

2.3.3 FASES DE UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA

Si una situación matemática es específica de un conocimiento concreto, (Brousseau, 1995) generalmente son reconocibles los estadios, fases o situaciones siguientes:



A continuación, se desglosa cada una de las fases de una situación didáctica:

I. Situación de acción.

La enseñanza de las matemáticas debe permitir al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos de la experimentación y el descubrimiento. Dicho de otro modo, las características de una situación de acción son:

- El alumno actúa sobre el medio, formula, prevé, y explica la situación propuesta.
- Organiza las estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.
- Las retroacciones proporcionadas por el medio, funcionan sancionando sus acciones dentro de la resolución.
- Movilización y creación de modelos implícitos de resultado.

II. Situación de formulación.

El medio de aprendizaje comprende un sistema receptor y/o emisor, con el cual el niño va a intercambiar una serie de mensajes. Esta será la base de la comunicación y la interacción con sus pares y profesor. Una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática exige que este intervenga en ella, lo cual significa que formula enunciados y prueba proposiciones, que construye modelos, lenguajes, conceptos y los pone a prueba e intercambia con otros. Reconoce los que están conformes con la actividad matemática y toma los que le son útiles para continuarla.

Las condiciones necesarias son:

- El alumno intercambia informaciones con una o varias personas.
- La comunicación puede conllevar asimilaciones y también contradicciones.
- Las interacciones entre emisor y receptor pueden producirse a través de acciones sin codificación, o bien a través de un lenguaje. El fracaso de un mensaje obliga a su revisión.
- Se crea un modelo explícito que pueda ser formulado con ayuda de signos y reglas, conocidas o nuevas.

III. Situación de validación.

El medio de aprendizaje debe servir como comprobación de la validez en las respuestas del niño al problema. Para esto, el alumno debe poder validar la situación, es decir, la propia situación tiene que informar al alumno sobre si lo ha hecho bien o no, si su solución es buena, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro. Las condiciones requeridas serán:

- El alumno debe hacer declaraciones que se someterán a juicio de su interlocutor.
- El interlocutor debe protestar, rechazar una justificación que él considere falsa, probando sus afirmaciones.
- La discusión no debe desligarse de la situación, para evitar que el discurso se aleje de la lógica y la eficacia de las pruebas

IV. Situación de institucionalización.

Tras las anteriores situaciones, debe haber reconocimiento de lo aprendido. El maestro debe poner el punto de claridad a la intención didáctica de la actividad. Este paso consiste en:

- Las respuestas encontradas al problema planteado deben ser transformadas para que los conocimientos puedan ser convertidos en saberes.
- El profesor tiene la responsabilidad de cambiar el estatuto de los conocimientos construidos, mediante la puesta en común.
- Pasar de un saber personal a un saber institucional, que los alumnos reconozcan como verdadero y utilizable.

Dentro de los intercambios que se producen en la Situación Didáctica, Brousseau identifica algunos efectos que pueden inhibir o interrumpir la construcción de conocimiento. Principalmente, son actitudes que generan efectos negativos en los procesos de enseñanza-aprendizaje, o bien, en la definición del Contrato Didáctico. Principalmente se señalan cuatro efectos:

1. **Efecto Topaze:** se produce cuando los alumnos alcanzan la solución de un problema, pero no por sus propios medios, sino porque el profesor asume la resolución del problema. Ante las dificultades que tiene un grupo para llegar a la resolución de un problema, el profesor termina indicando cuál es el camino a seguir y de esa manera, no permite la construcción de conocimiento por parte de los estudiantes.
2. **Efecto Jourdain**: Consiste en la actitud que toma el profesor cuando un estudiante da una respuesta que es incorrecta pero, no obstante, para no desilusionarlo le dice que "está bien", que esa la respuesta correcta.
3. **Deslizamiento Meta-Cognitivo** Consiste en la actitud de tomar una heurística en la resolución de un problema y asumirla como el objeto de estudio, simplificando al extremo. Por ejemplo: el uso de Diagramas de Venn en la teoría de conjuntos. Cuando se comenzaron a analizar los diagramas de Venn se dejó de lado lo que es la teoría de conjuntos, pues se tomaron los primeros como la teoría en sí misma.
4. **Uso Abusivo de la Analogía** Si bien es importante el uso de la analogía, no es apropiado naturalizar el suplantar el estudio de una noción compleja por un caso análogo.

2.3.4 TIPOS DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

La teoría distingue tres tipos de situaciones didácticas:

Desglose de los tipos de situaciones didácticas:

- **Las situaciones de acción:** son aquellas relaciones establecidas entre el alumno y un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos por parte del alumno, abordando el problema de manera individual. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
- **Las situaciones de formulación:** son situaciones en las que el alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje. El objetivo es la comunicación de informaciones entre alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
- **Las situaciones de validación**: consisten en que dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aserciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo son sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de "sancionarlas", es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras aserciones. Se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones.

CAPÍTULO III
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PLANTEO ALGEBRAICO

3.1 CONTENIDOS

3.1.1. CONTENIDOS PREVIOS

3.1.1.1. CONCEPTOS ELEMENTALES

Antes de dar comienzo a la definición de los conceptos más relevantes del Álgebra, es importante mencionar por qué se ha escogido este tópico:

El álgebra, al igual que las matemáticas en general, es una ciencia con una gran importancia y utilidad en nuestra vida cotidiana, ya que es vital para la resolución de problemas, como su nombre lo indica "la reducción", si somos capaces de manejar el álgebra en nuestra vida podremos ahorrar mucho tiempo de trabajo y asegurar resultados más fiables, generando una mayor agilidad mental.

I. Orígenes y desarrollo del álgebra

En la actualidad, existen distintas formas de entender el álgebra, bien como elemental, que se ocupa de las formulas y expresiones de números reales y complejos, o bien como abstracta o moderna, que se ocupa de estructuras matemáticas (grupos, anillos, cuerpos…etc.). Sin embargo, este saber ha sufrido una larga evolución a lo largo de la historia desde su origen en el siglo IX.

El término "álgebra" surge a partir de la obra de Mohammed ibn-Musa Al-Khowarizmi denominada "Hisab al-jabr wa-al-muqabala" (libro sobre las operaciones abr, restablecimiento, yqabala, reducción). Esta obra se inspira en los avances algebraicos llevados a cabo por las culturas griega e hindú, y antes que ellas, la china:

- En la **antigua civilización China**, gracias a su fuerte desarrollo socio-económico, se llevan a cabo grandes avances en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, ya utilizadas por los Egipcios y Mesopotámicos. Descubrieron un método de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, muy similar al de Gauss, expresando incluso los coeficientes en forma matricial transformándolos en ceros de manera escalonada.

- La **civilización hindú** también hizo grandes aportaciones a las matemáticas; se les atribuye la creación del sistema de numeración decimal y las reglas de cálculo. Además, en álgebra profundizaron en la obtención de reglas de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas con fines económicos, en las cuales las raíces negativas eran consideradas deudas.

- En la **cultura helenística de la antigua Grecia**, el álgebra comienza con la publicación de la Aritmética de Diofanto de Alejandría, en la cual trataba con una simbología muy rudimentaria las ecuaciones de primer y segundo grado, siendo uno de los precursores del álgebra moderna. Destaca también la contribución de la escuela de Pitágoras, la cual realizó una reformulación de la geometría como consecuencia del descubrimiento de los números irracionales, y establecieron el álgebra geométrica., que incluía conceptos como anexión de áreas, división áurea o la expresión de la arista de un poliedro regular a partir del diámetro de la circunferencia circunscrita. Sin embargo, eran inaccesibles los problemas que condujeran a ecuaciones de grado mayor de dos, debido a que no se podían representar con regla y compás.

II. Carácter del Álgebra y su diferencia con la Aritmética

El concepto de la cantidad en Álgebra es mucho más amplio que en Aritmética.

- En Aritmética las cantidades se representan por números y éstos expresan valores determinados.
- En Álgebra, las cantidades se representan por medio de letras, las cuales pueden representar todos los valores.

III. Notación Algebraica

Para identificar los elementos del Álgebra es necesario manejar los siguientes conceptos

- Los **símbolos** usados en Álgebra para representar cantidades son los números y las letras.
- Los **Números** se emplean para representar cantidades conocidas y determinadas.
- Las **Letras** se emplean para representar toda clase de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas.
- Las **Cantidades** conocidas se expresan por las primeras letras del alfabeto: a, b, c, d, etc.

IV. Signos del Álgebra

Los **Signos** empleados en Álgebra son de tres clases: Signos de Operación, signos de relación y signos de agrupación.

i. Signos de Operación

En Álgebra se verifican con las cantidades las mismas operaciones que en Aritmética: Suma, resta, multiplicación, división, elevación de potencias y extracción de raíces, que se indican con los signos siguientes.

El Signo de la suma	$+$	Se lee más.
El Signo de la resta	$-$	Se lee menos.
El Signo de la multiplicación	$\times$	Se lee multiplicado por. En lugar del signo x suele emplearse un punto entre los factores y también se indica la multiplicación colocando los factores entre paréntesis.
El Signo de la división	$\div$	Se lee dividido entre. También se indica la división separando el dividendo del divisor por una raya horizontal.

- El **Signo de la elevación** a potencia es el exponente, que es un número pequeño arriba y a la derecha de una cantidad, el cual indica las veces que dicha cantidad, llamada base se toma como factor.

- El **Signo de raíz** es √, llamado signo radical, y bajo este signo se coloca la cantidad a la cual se le extrae la raíz.

ii. Signos de Relación

Se emplean estos signos para indicar la relación que existe entre dos cantidades. Los principales son:

- =, que se lee igual a. Así, a=b, se lee “a igual a b”.
- >, que se lee mayor que. Así, x>y, se lee “x mayor que y”.
- <, que se lee menor que. Así, x<y, se lee “x menor que y”.

iii. Signos de Agrupación

Los signos de agrupación son: el paréntesis ordinario ( ), el paréntesis angular o corchete [ ], las llaves { } y la barra o vínculo --------.

Estos signos indican que la operación colocada entre ellos debe efectuarse primero. Así, $(a+b)c$ indica que el resultado de la suma de a y b debe multiplicarse por c.

V. Valor absoluto y valor relativo

- **Valor Absoluto** de una cantidad es el número que representa la cantidad prescindiendo del signo o sentido de la cantidad, y el **valor relativo** es el sentido de la cantidad, representado por el signo.

VI. Cantidades aritméticas y algebraicas

- **Cantidades aritméticas** son las que expresan solamente el valor absoluto de las cantidades representado por los números, pero no nos dicen el sentido o valor relativo de las cantidades.
- **Cantidades algebraicas** son las que expresan el valor absoluto de las cantidades y además su sentido o valor relativo por medio del signo. Los signos + y – tienen en álgebra dos aplicaciones: indicar las operaciones de suma y resta, e indicar el sentido o condición de las cantidades.

VII. Nomenclatura Algebraica

- **Expresión Algebraica** es la representación de un símbolo algebraico o de una o más operaciones algebraicas.
- **Término** es una expresión algebraica que consta de un símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -. Así $a, 3b, 2xy, 9x2$, son términos. Los elementos de un Término son cuatro: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.

    - **Los signos** + y – tienen en álgebra dos aplicaciones: indicar las operaciones de suma y resta, e indicar el sentido o condición de las cantidades. Por el signo, son términos positivos los que van precedidos del signo + y negativos los que van precedidos del signo -. Así, $+a, +8x, +9ab$ son términos positivos $y - x, -5bc$, - ½ x, son términos negativos. El signo + suele omitirse delante de los términos positivos.
    - **El coeficiente** es uno cualquiera, generalmente el primero, de los factores del término. Así en el término 5ª el coeficiente es 5.
    - **La parte literal** la constituyen las letras que haya en el término. Así, en 5xy la parte literal es xy.
    - **El grado** de un término es la suma de todos los exponentes de todos los factores literales
        - Grado absoluto: se obtiene sumando todos los exponentes de los factores literales
        - Grado relativo: es el valor del exponente de cada factor literal.

- **Clases de Términos**

    - **Término entero** es el que no tiene denominador literal como 5^a, $6a^4b^3$, $9b$.
    - **Término fraccionario** es el que tiene denominador literal como $3a/b$.
    - **Término racional** es el que no tiene radical, como los ejemplos anteriores, e irracional el que tiene radical, como $\sqrt{ab}$,$\sqrt{x^2y}$.
    - **Términos homogéneos** son los que tienen el mismo grado absoluto. Así $4x^4y$ y $6x^2y^3$ son homogéneos porque ambos son de quinto grado absoluto.
    - **Términos heterogéneos** son los de distinto grado absoluto, como $5a$, que es de primer grado y $3a^2$, que es de segundo grado.

VIII. Clasificación de las Expresiones Algebraicas

- **Monomio** es una expresión algebraica que consta de un solo término, como: $3ª, -5b, 4xy$
- **Binomio** es un polinomio que consta de dos términos, como: $a + x, z - n$
- **Trinomio** es un polinomio que consta de tres términos, como: $a + b + c$; $x^2 - y + z^3$
- **Polinomio** es una expresión algebraica que consta de más de un término, como: $a + b$, $x - y$, $(a/b\ +\ c)$

IX. Lenguaje común expresado en lenguaje algebraico:

Los enunciados de un problema de planteo conllevan un lenguaje simbólico entregado por la Lógica y Matemática, este lenguaje nos permite plantear y resolver los problemas siguiendo los pasos que nos permite el Álgebra en la resolución de ecuaciones o sistemas de ecuaciones simultáneas. Algunas expresiones más comunes son:

- Un número aumentado en n unidades: $x\ +\ n$
- El doble de un número: $2x$
- El triple de un número disminuido en k unidades: $3x$ – k
- El doble de un número aumentado en 5: $2x\ +\ 5$
- La diferencia de dos números es 6 : $(x\ -\ y)\ =\ 6$
- La suma de 2 números es 15 : $(x\ +\ y)\ = 15$
- Un número excede en 10 unidades a otro : $x\ - 10\ =\ y$
- Tres números consecutivos : $(x\ - 1);\ x; (x\ + 1)$
- Tres números pares consecutivos : $(2x\ -\ 2); 2x; (2x\ +\ 2)$
- Tres números impares consecutivos : $(2x\ - 3); (2x\ - 1); (2x\ + 3)$

3.1.2. CONTENIDOS ESPERADOS

3.1.2.1. MAPAS CONCEPTUALES

Los mapas conceptuales son producto de la inquietud de Novak por la búsqueda de un aprendizaje significativo que llevase a «un cambio de significado de la experiencia». Encontró el planteamiento de Ausubel (1976) y lo quiso llevar a la práctica. El libro *Aprendiendo a aprender* (1988) (*Learning how to learn,* 1984) es uno de los resultados de sus investigaciones. En él establece las bases teóricas y técnicas de los mapas conceptuales, que han tenido mucha expansión en el ámbito educativo.

Definición de "Mapa conceptual"

Es un recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones, las que constan de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica.

Elementos fundamentales

De acuerdo con la definición de Novak, el mapa conceptual contiene tres elementos fundamentales:

1. **Proposición:** Consta de dos o más términos conceptuales (*conceptos*) unidos por palabras (*palabras-enlace*) para formar una unidad semántica. Es la unidad semántica más pequeña que tiene valor de verdad, puesto que se afirma o niega algo de un concepto; va más allá de su denominación.

2. **Concepto:** Se entiende por concepto «una regularidad en los acontecimientos o en los objetos que se designa mediante algún término» (Novak, 1988:22). Los conceptos hacen referencia a *acontecimientos*, que son cualquier cosa que sucede o puede provocarse, y a objetos que son cualquier cosa que existe y se puede observar. Los conceptos son, según Novak, desde la perspectiva del individuo, las imágenes mentales que provocan en él las palabras o signos con los que expresa *regularidades*. Esas imágenes mentales tienen elementos comunes en todos los individuos y matices personales, es decir, nuestros conceptos no son exactamente iguales, aunque usemos las mismas palabras. Los significados son idiosincráticos por naturaleza. Este carácter idiosincrático se explica por la forma peculiar de cada uno de captar inicialmente el significado de un término, la experiencia acumulada sobre la realidad a la, que alude, los sentimientos que provoca, etc.

3. **Palabras-enlace:** Son las palabras que sirven para unir los conceptos y señalar el tipo de relación existente entre ambos.

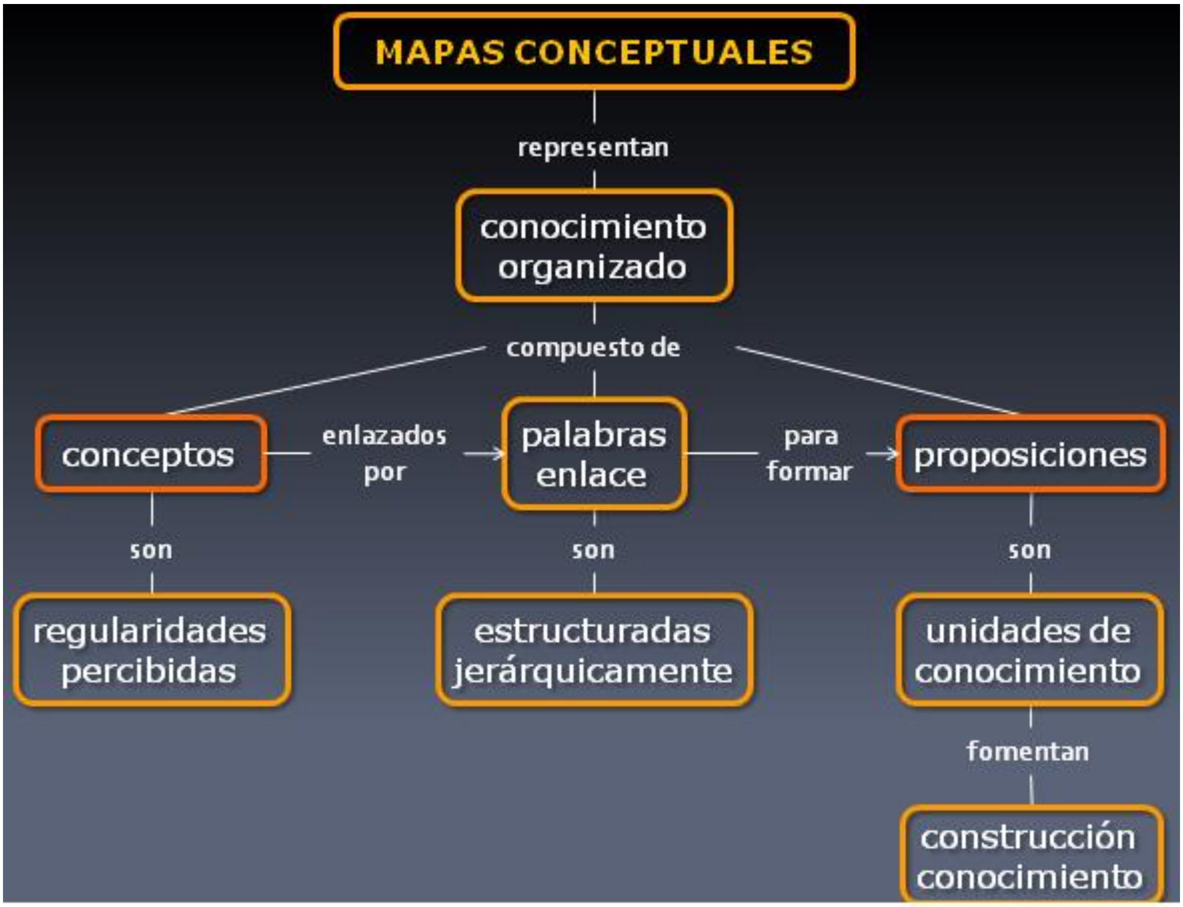


Figura 3.1: Elementos fundamentales, Mapa conceptual

Los mapas conceptuales pueden ser identificados por tres principales características: la jerarquización, selección y el impacto visual.

- **Jerarquización:** los conceptos se orden de mayor a menor según el grado de importancia. Es decir los de mayor jerarquización, se ubican en la parte superior.

- **Selección:** es importante considerar que antes de construir un mapa conceptual hay que seleccionar los conceptos más importantes y significativos.

- **Impacto visual:** la distribución espacial de los conceptos es fundamental para la comprensión, por lo mismo cuando un mapa conceptual está bien elaborado, este será más claro, simple y vistoso.

Principales pasos a seguir en la elaboración de un mapa conceptual:

1. **Construcción de una buena idea focal:** las mejores presentaciones buscan transmitir un único mensaje. En lugar de pretender transferir mucha información, lo que termina diluyendo el mensaje, suele ser mejor intentar transmitir una sola idea. Dejar bien claro desde el principio cuál es la idea nuclear de tu presentación crea un contexto que te ayudará a clasificar jerárquicamente otras ideas secundarias que pueden apoyar la transmisión de tu idea fundamental. Prueba a expresar la idea central de tu presentación en una sola frase.

2. **Sugerencia de conceptos relevantes:** Una vez que has acotado el dominio de conocimiento y definido el mensaje principal, debes seleccionar los conceptos clave de este dominio necesarios para proporcionar el conocimiento requerido para transmitir la idea focal. Si partes de un documento escrito, puedes destacar los principales conceptos que contiene.

3. **Lista de conceptos**: A continuación, identifica todos los datos, hechos, conceptos, ideas, términos que están asociados de alguna manera con la idea principal y que podrían ayudar a clarificar el mensaje. Puedes crear una lista con estos conceptos, utilizando una sola palabra o una corta frase para cada uno. Se trata como ves de un proceso de lluvia de ideas (brainstorming), durante el cual debes anotar absolutamente todo lo que se te ocurra relacionado con la idea focal.

4. **Orden de rango:** Ordenar los conceptos poniendo en la parte superior los más relevantes y hacia la inferior los menos importantes. Pueden aparecer nuevos conceptos que no se te ocurrieron en el paso anterior.

5. **Reposicionamiento y refinamiento del mapa conceptual:** elaborar el mapa final y realiza los últimos ajustes. El mensaje fundamental de la presentación debería ser fácilmente comprensible: el mapa debería poder comunicarlo con claridad a la audiencia, evitando información irrelevante o detalles secundarios que distraen y a menudo oscurecen el mensaje principal.

CAPÍTULO IV
MARCO METODOLÓGICO

4.1 TIPO DE METODOLOGÍA

La metodología es el instrumento que enlaza el sujeto con el objeto de la investigación, podemos encontrar diferentes clasificaciones de los tipos de diseños existentes: La metodología experimental y la metodología no experimental.

La metodología experimental se divide en tres categorías según Campbell y Stanley (1973), en Pre-experimentos, Experimentos Puros (verdaderos) y Cuasi-experimentos.

En mi propuesta adoptare la metodología cuasi-experimental.

Campbell y Stanley (1973) la definen de la siguiente manera:

“Son aquellas situaciones sociales en que el investigador no puede presentar los valores de la Variable Independiente a voluntad, ni puede crear los grupos experimentales por aleatorización, pero sí puede, en cambio, introducir algo similar al diseño experimental en su programación de procedimientos para la recogida de datos”.

Ventajas de la metodología cuasi-experimental:

- ✓ Provee una aproximación al experimento aleatorio cuando la aleatoriedad no es posible.
- ✓ Es versátil. Como las pruebas aleatorias, los cuasi-experimentos pueden usarse para medir resultados a nivel poblacional o de programa.

Cuando se diseñan, controlan y analizan apropiadamente, los cuasi-experimentos pueden ofrecer una evidencia casi tan fuerte del impacto del programa como la de las pruebas aleatorias y más fuerte que la mayoría de los estudios no experimentales.

Basado en lo expuesto la propuesta se centró en una muestra de 2 cursos de estudiantes de primer año de enseñanza media (alumnos que fluctúan entre 13 y 14 años de edad; ambos cursos del Liceo Isidora Ramos de Gajardo); los cuales serán divididos en grupo experimental (intervenidos) y grupo control (sin intervención).

Es importante dar una definición a cada uno de los grupos con los cuales se llevara a cabo la propuesta:

- **El grupo experimental:** son aquellos, donde se realizaran los experimentos, es decir, donde el investigador realiza los cambios para comprobar o refutar sus hipótesis. Es manipulado experimentalmente bajo estudio; con el fin de establecer una comparación con el grupo control.

- **El grupo control:** son aquellos, donde no se realiza una intervención; es el grupo que se compara al grupo que experimenta la intervención.

4.2 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Un diseño de investigación es un plan o estrategia que se despliega para alcanzar la información que se solicita en una investigación. Por lo que busca corroborar si es o no cierto el estudio elegido para resolver la investigación, del mismo modo si es que resulto interesante su organización de solución.

El diseño de esta investigación es de carácter cuasi-experimental, debido a que los grupos de estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media (grupo control y grupo experimental), no son grupos previamente seleccionados, sino más bien son al azar, esto quiere decir que la razón por la que surgen y la manera como se constituyeron es independiente del experimento.

Lo que nos permitirá lograr una validez interna a medida que se demuestre la equivalencia inicial de los grupos participantes y la equivalencia en el proceso de experimentación.

En esta investigación se tendrá un grupo experimental (1°E), a los cuales se les aplico un Pre-Test, la intervención a través de módulos, con el uso de guía didácticas y un Post-Test.

Por lo tanto tendremos dos grupos controles (1°B), a los cuales se les aplico solo el Pre-Test y el Post-Test.

Una vez aplicados el Pre-Test y el Post- Test, se llevan a cabo las comparaciones correspondientes entre los grupos controles y el grupo experimental.

4.3 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

4.3.1 Hipótesis general

Hipótesis 1: Al aplicar la metodología **PEARP**, los estudiantes mejoran su aprendizaje significativo en la resolución de problemas de planteo con enunciado verbal en ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Hipótesis 2: Al aplicar la metodología **PEARP**, los estudiantes mejoran su rendimiento académico.

4.3.2 Hipótesis Nula

Hipótesis 01: Al aplicar la metodología **PEARP**, los estudiantes no mejoran su aprendizaje significativo en la resolución de problemas de planteo con enunciado verbal en ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Hipótesis 02: Al aplicar la metodología **PEARP**, los estudiantes no mejoran su rendimiento académico.

4.4 UNIDADES DE ANÁLISIS

En nuestra investigación la unidad de análisis fue el estudiante de enseñanza media, específicamente los estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media, en la asignatura de matemática, donde se aborda el tema de resolución de problemas de lenguaje algebraico.

4.5 IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

4.5.1 Variables Independientes

- **Propuesta de enseñanza para el aprendizaje de la resolución de problemas de planteo con enunciado verbal en ecuaciones de primer grado con una incógnita, mediante el trabajo de guías didácticas**.

Esta implica el diseño de guías didácticas, las que pretenden estimular, la resolución de problemas de planteo, basado en las teorías de las situaciones didácticas para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Utilizando la elaboración de mapas conceptuales, el trabajo colaborativo.

- **Metodología Tradicional.**

Esta está basada en una metodología conductista, la cual utiliza clases expositivas, donde los alumnos reciben toda la información es decir definiciones, aplicaciones y mecanismos de resolución de guías conductistas.

4.5.2 Variables dependientes

- **Aprendizaje significativo.**

Definición conceptual: Proceso interno del estudiante, en el cual relaciona un nuevo concepto con la estructura cognitiva propia.

Definición operacional: Comparación del aprendizaje obtenido en el Pre-Test y Post-Test, a través de mapas conceptuales y el trabajo colaborativo.

- **Rendimiento académico.**

Definición conceptual: Producto de la asimilación del contenido de los programas de estudio, se refiere al resultado cuantitativo que se obtiene en el proceso de aprendizaje de conocimientos, conforme a las evaluaciones que realiza el docente mediante pruebas objetivas y otras actividades.

Definición operacional: Comparar los resultados del rendimiento académicos de los alumnos obtenidos en el Pre-Test y Post- Test.

- **Resolución de problemas.**

Definición conceptual: es la fase que supone la conclusión de un proceso más amplio que tiene como pasos previos la identificación del problema y su modelado.

Definición operacional: Comparar los resultados obtenidos por los alumnos en el Pre-Test y Post-Test.

4.6 INSTRUMENTOS EVALUATIVOS

- **Encuesta Inicial:** Esta encuesta consta de dos partes la primera, es analizar el compromiso del estudiante frente a la asignatura de matemática y la segunda es relacionada con la asimilación del concepto resolución de problemas**.**

- **Pre-Test:** Prueba que constara de 4 ítems de los cuales se desglosan en:
  - **Ítems N°1:** Completar.

    Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados verbales.
  - **Ítems N°2:** Completar

    Escribe en lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas.
  - **Ítems N°3:** Selección múltiple.
  - **Ítems N°4:** Problemas de Aplicación.
  - **Ítems N°5:** Mapa Conceptual.

La finalidad es medir los conocimientos previos que poseen los estudiantes.

- **Trabajo de Módulos**: implementar 4 módulos de los cuales se desglosan en:
  Módulo N°1: “Elementos del Álgebra”
  - **Módulo 1.0:** Conceptos Básicos de lenguaje algebraico.
  - **Módulo 1.1:** Personaje Místico: el alumno expresa en lenguaje algebraico algunos enunciados verbales y viceversa. Y trabajan con algunas interrogantes planteadas.
  - **Módulo 1.2**: Mapa conceptual: se les pide a los alumnos que construyan un mapa conceptual con los conceptos básicos de los elementos del álgebra.
  - **Módulo 1.3:** Mapa conceptual: Se le entregan algunos conceptos y un mapa conceptual en blanco, ellos deben completarlo utilizando los conceptos.
  - **Módulo 1.4:** Evaluación General de los módulos trabajados y mencionados anteriormente.

  Módulo N°2: “Problemas de Planteo Básicos e Intermedios”
  - **Módulo 2.0:** Ellos crean el Mapa conceptual: Se les pide a los alumnos que construyan un mapa conceptual con las estrategias que utilizan para la resolución de un problema.
  - **Módulo 2.1:** Problemas de planteo: Se les presentan 5 problemas los cuales deben resolver. Y responder algunas interrogantes.
  - **Módulo 2.2:** Problemas de planteo trabajado con fichas entregadas.
  - **Módulo 2.3:** Problemas de planteo creados y trabajadas con fichas creadas por los alumnos.
  - **Módulo 2.4:** Mapa conceptual: se le entregan los datos y se les pide comparar con el mapa conceptual creado por ellos el de estrategias.
  - **Módulo 2.5:** Evaluación General de los módulos trabajados y mencionados anteriormente.

  Módulo N°3: “Problemas de Planteo más Complejos”
  - **Módulo 3.0:** Problemas de planteo: se les presentan 4 problemas los cuales deben aplicar lo trabajado en el módulo dos, es decir dar a conocer los pasos y estrategias utilizadas.
  - **Módulo 3.1:** Ellos crean un Mapa conceptual de los pasos a seguir en la resolución de un problema.
  - **Módulo 3.2:** Evaluación General de los módulos trabajados y mencionados anteriormente.

Módulo N°4: Mapa Conceptual Final.

- **Módulo 4.0:** Mapa conceptual utilizando todos los conceptos trabajados.
- **Módulo 4.1:** Evaluación General de los módulos trabajados y mencionados anteriormente.

- **Post- Test:** Prueba que constara de 4 ítems de los cuales se desglosan en:
  - **Ítems N°1:** Completar.

    Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados verbales.
  - **Ítems N°2:** Completar

    Escribe en lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas.
  - **Ítems N°3:** Selección múltiple**.**
  - **Ítems N°4:** Problemas de Aplicación.
  - **Ítems N°5:** Mapa Conceptual

- **Encuesta final:** Esta encuesta consta de 8 preguntas, específicamente enfocadas en la propuesta implementada **PEARP**, para determinar si fue o no significativa en perspectiva de aprendizaje, trabajo en equipo entre otros.

4.7 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN PARA LOS RESULTADOS

- **Prueba de U Mann-Whitney:** es la prueba no paramétrica considerada más potente para comparar dos variables independientes, la cual nos permitirá demostrar nuestras hipótesis.

- **Coeficiente Alfa de Cronbach:** nos otorga confiabilidad o homogeneidad a la hora de evaluar las preguntas o ítemes en los Test realizados en la investigación.

- **Escala de Likert:** escala bipolar que mide el grado positivo como negativo de cada enunciado de la encuesta final.

4.8 POBLACIÓN

La población en estudio estuvo compuesta por alumnos que cursan Primer Año de Enseñanza Media del establecimiento “Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo”.

Los cuales cursan la asignatura de matemáticas en el segundo semestre del año 2013, donde a los alumnos se les ha instruido sobre los conceptos preliminares y condicionales para introducirse a la unidad de Álgebra, específicamente en la resolución de problemas de aplicación.

4.9 MUESTRA

La muestra seleccionada para nuestra investigación, está constituida por un total de:

- 39 estudiantes pertenecientes al 1°B
- 37 estudiantes pertenecientes al 1°E

Los datos expuestos anteriormente, se presentan en la siguiente tabla:

Tipo de grupo	N° de Estudiantes
Control	39 del 1°B
Experimental	37 del 1°E
Total	76 estudiantes

Ahora se presentan en el grafico N°1, la cantidad de estudiantes en investigación, el cual nos indica que los grupos son homogéneos.

4.10 DESCRIPCIÓN DEL ESTABLECIMIENTO

- **ESTABLECIMIENTO:**

Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo.

- **DIRECCIÓN:**

Luis Cruz Martínez Nº 93. Lebu

- **CONTACTO:**

041 2511914 – 041 2512629

- **EMAIL:**

liceo.isidora@gmail.com
lirbicentenario@lirbicentenario.com

NOMBRE y RBD DEL ESTABLECIMIENTO:

Nombre:	**Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo**
RBD:	**5024-5**

LOCALIZACIÓN

Región	**Biobío**
Provincia	**Arauco**
Comuna	**Lebu**
Dirección	**Luís Cruz Martínez 93**

IDENTIFICACIÓN DEL SOSTENEDOR

Rut sostenedor	**6.723.586-K**
Nombre sostenedor	**María Catalina Martínez Díaz**
Dirección	**Río seco 550**
Nombre representante legal	**Carlos Raúl González Anjarí**
Teléfono representante legal	**41-2866781**
E-mail representante legal	**alcalde@lebu.cl**

IDENTIFICACIÓN DEL DIRECTOR

Nombre	**Carlos Antonio Rebolledo Campos**
Teléfono fijo	**41-2512469**
Teléfono móvil	**97898872**
E-mail	**carloslebu@hotmail.com**

TIPO DE DEPENDENCIA SOSTENEDOR

Municipal	**X**
Particular subvencionado	

CARACTERÍSTICAS DEL ESTABLECIMIENTO EDUCACIONAL

Indique si es de mujeres/hombres/mixto	**Mixto**
Indique si imparte enseñanza Científico-Humanista, Técnico Profesional o Polivalente.	**Científico - Humanista**
Nivel Socioeconómico SIMCE	**Medio - Bajo**
Índice de Vulnerabilidad de Escolaridad - IVE.	**66,25**

El Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo de dependencia Municipal, es el único liceo Científico-humanista de la comuna de Lebu en la provincia de Arauco. Fue fundado el 12 de abril de 1881 con el nombre de “Liceo de Hombres de Lebu”. Habiendo celebrado el presente año su 130 aniversario de vida institucional. Su fundación surge por los requerimientos de los habitantes de la comuna y de comunas cercanas, cuyos hijos debían viajar a Concepción para continuar estudios secundarios.

Desde el año 1994 el establecimiento lleva el nombre de Isidora Ramos De Gajardo, en honor a la primera rectora mujer en ejercer ese rol a nivel nacional y como homenaje al año internacional de la mujer.

Durante su trayectoria el Liceo ha mostrado capacidad de gestión y liderazgo, que en los últimos años se evidencia a través de los siguientes hitos:

En el año 1995, el establecimiento es parte del Programa Mece Media.

El año 1997 es seleccionado por el Ministerio de Educación para participar en el Proyecto Montegrande entre 222 Liceos, por su nivel de vulnerabilidad y resultados escolares. El proyecto del Liceo Isidora Ramos denominado “El Arauco de ayer canta con voz nueva” es uno de los 51 colegios seleccionados

El año 2005 El Ministerio de Educación lo designa como Liceo de especial singularidad con planes y programas propios, por el eficiente desarrollo del Proyecto Montegrande.

En marzo del 2008, el liceo es seleccionado por la Fundación Chile, Fundación Minera Escondida y el diario El Mercurio, dentro de los treinta colegios a nivel nacional que conforman la red de experiencias innovadoras en educación y pobreza, con el proyecto" Con el arte circense mejoramos la autoestima."

En el año 2009 se reconoce como Liceo Tradicional, para los efectos de ingresar recursos destinados a superar déficit en infraestructura, equipamiento y mobiliario.

La tradición y trayectoria de nuestro colegio es avalada por los logros académico que han ido históricamente en ascenso, los resultados logrados en el SIMCE el año 2010, lo ubican el segundo lugar a nivel regional en lenguaje y en cuarto lugar en matemática entre los colegios municipalizados.

Es un liceo Municipal mixto, con jornada escolar completa que atiende a 458 alumnas y 348 alumnos, ubicado en calle Luis Cruz Martínez Nº 91 de Lebu. Funciona con 23 cursos, con una matrícula de 35 alumnos como promedio. Laboran en él, 6 docentes Directivos Técnicos, 1 sicóloga, 32 docentes de aula, 2 docentes de integración, 6 docentes Directivos-Técnicos, 20 asistentes de la educación.

Antecedentes de matrícula por nivel de los últimos 5 años.

NIVEL	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Total	**984**	**987**	**924**	**908**	**844**	**805**
Primeros	303	308	308	282	248	250
Segundos	240	244	229	239	200	177
Terceros	225	217	212	193	215	171
Cuartos	216	218	175	194	181	207

Proyección de alumnos entre los año 2012 al 2017

NIVEL	2 0 1 2	2 0 1 3	2 0 1 4	2 0 1 5	2 0 1 6	2 0 1 7
Total	**910**	**945**	**900**	**920**	**960**	**960**
Séptimos	80	80	80	160	160	160
Octavos		80	80	80	160	160
Primeros	240	160	160	160	160	160
Segundos	240	220	160	160	160	160
Terceros	180	230	200	160	160	160
Cuartos	170	175	220	200	160	160

RESULTADO SIMCE SEGUNDO MEDIO							
Años	**1994**	**1998**	**2001**	**2003**	**2006**	**2008**	**2010**
Lenguaje	224	250	255	258	272	273	284
Matemáticas	226	252	245	250	279	263	270
Promedio	**225**	**251**	**250**	**254**	**278**	**268**	**277**
Alumnos Evaluados	181	254	182	240	221	199	183

El año 2012, obtuvieron el puesto N°13 a nivel de país en el rendimiento de los bicentenarios:

Promedio Lenguaje	Promedio Matemáticas
288,4	294,4

CAPÍTULO V
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

5.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA PROPUESTA

Mi propuesta de enseñanza para el aprendizaje de la resolución de problemas de planteo algebraico (**PEARP)**, posee una estructura esquematizada, la cual se desglosa de la siguiente manera:

- Encuesta inicial consta de dos partes la primera, es analizar el compromiso del estudiante frente a la asignatura de matemática y la segunda es relacionada con la asimilación del concepto resolución de problemas.

- En la primera etapa se aplica un Pre- Test con el fin de establecer los conocimientos previos que poseen los estudiantes con respecto al contenido de Álgebra en resolución de problemas de aplicación en ambos grupos (correspondientes al grupo de control y experimental).

- En la segunda etapa, en el grupo experimental designado como E, se llevó a cabo el trabajo de módulos, en los cuales se hizo uso de guías de trabajo. En esta etapa en el grupo de control designado como C, se procedió a trabajar con el texto escolar y los mismos materiales de evaluación del grupo experimental, donde se estableció una relación de contenidos, objetivos de sesiones y materiales de evaluación.

- En la tercera etapa, se aplicó una evaluación final o de término Post-Test para apreciar el nivel de progresión de los estudiantes con respecto a los aprendizajes esperados, para luego comparar los resultados de ambos grupos (correspondientes al grupo de control y experimental).

- Encuesta Final consta de 8 preguntas, específicamente enfocadas en la propuesta implementada PEARP, para determinar si fue o no significativa en perspectiva de aprendizaje, trabajo en equipo entre otros.

Los instrumentos de evaluación de la investigación corresponden a pruebas de conocimientos señaladas como el Pre-Test y el Pos-Test. Además de una encuesta cerrada encuesta final tomada a las estudiantes del grupo experimental para averiguar las percepciones de los alumnos sobre la experiencia vivida.

Las variables dependientes que se consideraron fueron el aprendizaje significativo, el rendimiento y la resolución de problemas. La primera medible a través de la pauta para mapas conceptuales, la segunda y tercera a través de evaluación para los puntajes obtenidos en el Pre-Test y Post-Test.

La investigación se llevó a cabo en el Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo ubicado en Luis Cruz Martínez n° 93, Lebu. Corresponde a un establecimiento educacional municipalizado.

Se dispuso de la colaboración de un docente en el área de las matemáticas y a dos cursos homogéneos del Primer Año de Enseñanza Media, siendo en total 76 estudiantes. Los cursos son conformados de manera natural, no por logros académicos. Se dispuso al azar el curso establecido como grupo de control y experimental, seleccionando como grupo de control a 39 estudiantes 1° B y como grupo experimental al curso 1°E 37 estudiantes.

El grupo control, presentó como promedio del primer semestre un 5.3 en la asignatura de matemática. El grupo experimental presentó como promedio en el primer semestre un 4.7. La diferencia entre ambos grupos fue de 0.6, por lo tanto, los cursos son homogéneos en cuanto a los logros académicos.

En la siguiente tabla se observan los horarios de clases establecido por el establecimiento educacional.

Horario de clases grupo control y grupo experimental.

Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	1°E	1°B	1°B		
2	1°E	1°B	1°B		
3			1°E		
4			1°E		
5				1°B	
6				1°B	
1			1°B	1°E	
2		1°E			
3		1°E			
Reforzamientos	1°E		1°B		

Como se puede observar en la Tabla, el grupo de control posee las horas de clases del día lunes y jueves en forma dispersa, y el día miércoles tres juntas. Al contrario, el grupo experimental posee dos horas de clases juntas los días lunes y martes, y el día jueves separadas por un recreo.

TIEMPO DESARROLLADO:

El tiempo utilizado para la aplicación de la secuencia de aprendizaje en ambos grupos fue de 30 horas pedagógicas.

5.2 CARTA GANTT DE LA INTERVENCIÓN

Meses	Agosto				Septiembre				Octubre				Noviembre				Diciembre			
Actividades	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Visita al establecimiento																				
Encuesta Inicial																				
Pre-Test																				
Módulos																				
Módulo N°1																				
Conceptos básicos																				
Personaje místico																				
Mapa conceptual N°1																				
Evaluación N°1																				
Módulo N°2																				
Mapa conceptual N°2																				
Problemas de Planteo																				
Problemas de aplicación																				
Mapa Conceptual N°3																				
Evaluación N°2																				

Modulo N°3																				
Problemas de aplicación																				
Evaluación N°3																				
Modulo N°4																				
Mapa Conceptual N°6																				
Evaluación N°3																				
Post-Test																				
Encuesta Final																				
Procesamiento de datos																				
Análisis de datos																				
Entrega de resultados																				

5.3 DETALLE DE LA INVESTIGACIÓN

5.3.1 VISITA PREVIA AL ESTABLECIMIENTO EDUCACIÓNAL

Reunión con los encargados del establecimiento educacional, ya sea el Director, el jefe de unidad técnica pedagógica y/o el profesor del curso, con el fin de solicitar autorización para la pronta intervención, al mismo tiempo exponer en qué consiste tal investigación.

5.3.2 DISEÑO DE LA ENCUESTA INICIAL

Descripción general:

Previo a introducir el trabajo de la propuesta PEARP, los estudiantes son sometidos a una encuesta inicial con la finalidad de evaluar y conocer su percepción frente a la asignatura, su compromiso con esta y el desarrollo de esta.

Duración: 1 hora pedagógica**.**

Objetivos de la encuesta inicial:

- Conocer el compromiso de los alumnos frente a la asignatura.
- Conocer sus gustos frente a la asignatura.
- Conocer conocimientos previos que estos presentan frente a la propuesta a realizar.

Descripción de los momentos:

1. **Momento de inicio:** presentación al grupo curso, presentación de las indicaciones.
2. **Momento de desarrollo:** desarrollo de la encuesta.
3. **Momento de término:** recepción de las encuestas y agradecimientos por la colaboración.

Encuesta Inicial

Nombre del establecimiento: Curso: Fecha:

1. Marca con una X lo que consideras se acerca más a tu realidad. Debes responder todas las preguntas que se te presentaran a continuación.

Preguntas	**Si**	**A veces**	**No**
Referente al Estudiante			
1. ¿Asistes regularmente a las clases de la asignatura de matemática?			
2. ¿Prestas atención en las clases de la asignatura de matemática?			
3. ¿Estudias para las evaluaciones de la asignatura de matemática? (si tu respuesta es **no,** argumenta el por qué no)			
4. ¿Tienes buenas calificaciones en la asignatura de matemática?			
5. ¿Te gusta la asignatura de matemática? (Si tu respuesta es **no** argumenta el por qué, en la parte de abajo que está habilitada)			
6. ¿Le entiendes al profesor de la asignatura de matemática?			
7. ¿Comprendes la materia que se te enseña en la asignatura de matemática?			
8. ¿Te gustaría que presentaran o trabajaran de otra forma la asignatura de matemática? (si tu respuesta es **sí**, argumenta cual sería la forma que te gustaría)			

Pregunta 3 ¿Por qué no estudia para la asignatura de matemática?

____

____

Pregunta 5 ¿Por qué **no** te gusta la asignatura de matemática?

____

____

Pregunta 8 ¿Cuál según tú, sería una nueva y mejor forma de presentar o trabajar la clase de matemática?

2. En las siguientes preguntas: Marca con una X lo que consideras se acerca más a tu realidad

Preguntas	**Mucho**	**Lo suficiente**	**Poco**	**Nada**	**No fue visto**
Referente a los contenidos					
1. ¿Recuerdas lo que significa una expresión algebraica?					
2. ¿Recuerda los principales elementos de una expresión algebraica?					
3. ¿Sabes en que consiste la resolución de problemas de planteo?					
4. ¿Te has enfrentado a resolver problemas de planteo, que involucran expresiones algebraicas?					
5. ¿Recuerdas cómo se operan las expresiones algebraicas?					
6. Tienes noción de los pasos a seguir en la resolución de un problema de planteo.					

5.3.3 PRE-TEST

Descripción general:

Previo a la intervención, los estudiantes son sometidos a un Test con la finalidad de evaluar y analizar los conocimientos previos e interiorizarlos en las distintas actividades en las que trabajaran las siguientes clases, a continuación se da a conocer la distribución de este:

Duración: 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica) por semana de trabajo.

Objetivos del Pre-Test:

- Conocer el rendimiento en los estudiantes.
- Conocer el aprendizaje significativo en los estudiantes.
- Conocer la resolución de problemas en los estudiantes.

Variables a medir:

- Rendimiento.
- Aprendizaje significativo.
- Resolución de problemas.

Descripción de los momentos:

1. Momento de inicio: Presentación del grupo de investigación a los alumnos, presentación de las indicaciones y los aprendizajes esperados.

2. Momento de desarrollo: Desarrollo del Pre- Test.

3. Momento de término: recepción del Pre-Test y agradecimiento por la colaboración de los alumnos.

Materiales:

- Pre-Test.

5.3.3.1 DISEÑO DEL PRE-TEST

Nombre de la Institución:
Curso:
Sector: Matemática.
Unidad: N°2 Álgebra.

Aprendizajes esperados.

- **Traducen** al lenguaje algebraico relaciones cuantitativas en las que utilizan letras como incógnitas.
- **Realizan** y **establecen** algunas propiedades algebraicas en la resolución de problemas.
- **Resuelven** problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado.
- **Organizan** los conceptos jerárquicamente estableciendo una relación lógica y coherente entre ellos.

Ítems N°1: **Completar.**

- Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados verbales. (1 pts. c/u)

lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
1. La tercera parte de un número	
2. Un número al cuadrado aumentado en 7	
3. El triple de un número más el doble del mismo	
4. Área de un rectángulo de dimensiones x,y	
5. Un número par	
6. El antecesor de un número	
7. El doble de un número más el mismo al cuadrado	
8. Dos enteros consecutivos	
9. La semisuma de dos números	
10. Un número impar	

Ítems N°2: **Completar**

- Escribe en lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas. (1 pts. c/u)

Expresiones algebraicas	Lenguaje común.
1. $5 + x$	
2. $3(x + 3)$	
3. $d^2 + \frac{3}{5}$	
4. $x + 8x$	
5. $6mn$	
6. $2x + \frac{x}{2}$	
7. $3(a - b)$	
8. $(a + b)^2$	
9. $e^2 - t^2$	
10. $3x^2 + m$	

Ítems N°3: **Selección múltiple.**

- Leer cuidadosamente la totalidad del problema, antes de empezar a resolver.
- Marca con una X la alternativa que consideres correcta. (1 pts. c/u)

1. Al escribir en lenguaje algebraico la diferencia entre el triple de a y el cuadrado de b resulta A) $3a - b^2$ B) $3(a - b^2)$ C) $(3a - b)^2$ D) $b^2 - 3a$ E) $a^3 - b^2$	2. Si al triple del sucesor de **n** se le resta el antecesor del antecesor de n y al resultado se le agrega el cuádruplo de **n** , resulta: A) $6n + 5$ B) $6n + 3$ C) $6n + 2$ D) $6n + 1$ E) $5n + 5$
3. Si Emilio gana \$ B y gasta las dos quintas partes, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el ahorro de Emilio, en pesos? A) $B - \frac{2}{5}$ B) $\frac{2B}{5}$ C) $B \div \frac{2B}{5}$ D) $\frac{2B}{2}$ E) $B - \frac{2B}{5}$	4. Si un número de dos dígitos es igual al triple del producto de sus dígitos y estos suman 6, entonces ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el dígito x de las decenas? A) $10x + (6 + x) = 3x(6 + x)$ B) $10x + (x - 6) = 3x(x - 6)$ C) $x + 6 - x = 3x(6 - x)$ D) $10x + 6 - x = 3x(6 - x)$ E) $10x + 6 - x = 30x(6 - x)$

5. Si el perímetro de un rectángulo mide $(8a + 2b)$ y el largo mide $(3a + 2y)$ ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo? A) $\frac{5a}{2}$ B) $(a + b)$ C) $(a - b)$ D) a E) $(a - 2b)$	6. ¿Cuál de las siguientes igualdades corresponde a la proposición: “Si al triple de un número t se le suma la mitad del número, se obtiene la unidad”? A) $3t + \frac{t}{2} = 1$ B) $t^3 + \frac{t}{2} = 1$ C) $3t + \frac{1}{2} = 1$ D) $3t + \frac{t}{2} = t$ E) $3t + \frac{1}{2} = t$
7. El triple de la edad que yo tenía hace 2 años es el doble de la que tendré dentro de 6 años ¿Qué edad tendré en dos años más? A) 12 años B) 14 años C) 16 años D) 18 años E) 20 años	8. De los x dulces que tiene Pedro, le regala la sexta parte a Carlos, y a Mario le regala cuatro más que a Carlos, quedándose con ocho. ¿Cuál es la ecuación que permite determinar el número x? A) $2x/6 + 4 = 8$ B) $2x/6 + 4 = x$ C) $2x/6 + 12 = x$ D) $x/6 + 12 = x$ E) $x/6 + 4 = 8$

Ítems N°4: **Problemas de Aplicación.**

Resuelve los siguientes ejercicios propuestos. Para ello indica los pasos utilizados en la resolución de estos. (5 pts. c/u)

Problema N°1:

Pedro, Juan y Luis son hermanos. Tienen entre los tres ahorrado 63 U.F. Juan tiene un peso más que Pedro y uno menos que Luis.

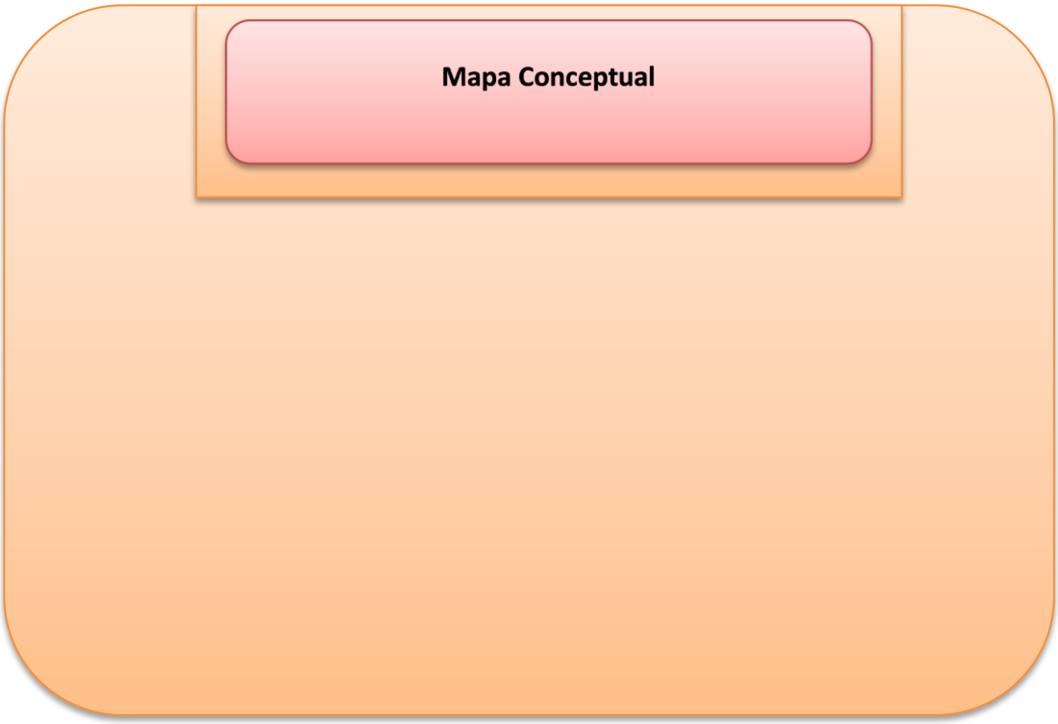
a) ¿Cuánto dinero en U.F tiene ahorrado cada uno?
b) ¿Cuánto dinero en pesos tiene ahorrado casa uno? (ver el valor de la U.F de hoy)

Problema N°2:

Esteban participó en un programa de televisión. El juego consistía en responder 50 preguntas. Por cada pregunta bien contestada el participante ganaba 25 estrellas pero le descontaban 15 estrellas por cada pregunta mal contestada. Esteban ganó 370 estrellas. ¿Cuántas preguntas contesto bien?

Ítems N°5: **Mapa Conceptual.**

Desafío: Quiero saber cuento recuerdas sobre el álgebra, para ello te reto a que elabores un mapa conceptual con los conceptos más relevantes del álgebra. (Para que recuerdes te propongo algunos conceptos, termino semejante, expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes, otros). (10 pts.) Ahora es tu turno:



5.3.3.2 PAUTA DE CORRECCIÓN DEL PRE-TEST

Pauta de corrección Ítems N°1 y N°2: **Completar**

Ítems N°1	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Expresan todas las expresiones verbales a expresiones algebraicas	Expresan la mayoría de las expresiones verbales a expresiones algebraicas	Expresan algunas de las expresiones verbales a expresiones algebraicas	No expresan ninguna expresión verbal a expresión algebraica

Pauta de corrección Ítems N°3: **Selección Múltiple.**

Ítems N°2	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Resuelven todos los enunciados correctamente.	Resuelven la mayoría de los enunciados correctamente.	Resuelven algunos de los enunciados correctamente.	No resuelven ningún enunciado correctamente.

Pauta de corrección ítems N°4: **Problemas de Aplicación.**

Ítems N°3	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Expresan, desarrollan y resuelven todos los problemas correctamente.	Expresan, desarrollan y resuelven la mayoría de los problemas correctamente.	Expresan, desarrollan y resuelven un problema correctamente.	No Expresan, desarrollan y resuelven ningún problema correctamente.

Pauta de corrección Ítems N°5: **Mapa Conceptual.**

Rubrica para corrección de mapas conceptuales.

indicadores	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
Cantidad de conceptos	Indica todos los conceptos importantes de las propiedades de álgebra.	Identifica importantes conceptos de las propiedades de álgebra.	Comete diversos errores en los conceptos de las propiedades de álgebra	No muestra ningún conocimiento en torno a las propiedades de álgebra.
Definición conceptual	Muestra entendimiento en conceptos de propiedades de álgebra.	Comete algunos errores en los conceptos de las propiedades de álgebra.	Identifica pocos conceptos de las propiedades de álgebra.	No identifica conceptos de las propiedades de álgebra.
Relaciones conceptuales	Muestra conocimiento de las relaciones entre las propiedades de álgebra.	Realiza algunas conexiones erradas entre las propiedades de álgebra.	Realiza muchas conexiones erradas entre las propiedades de álgebra.	Realiza en su totalidad conexiones erradas entre las propiedades de álgebra.
Ejemplos	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos sin equivocación en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo ejemplos con algunas equivocaciones en su desarrollo.	Construye un mapa conceptual, incluyendo pocos ejemplos con varias equivocaciones en su desarrollo.	El resultado final no es un mapa conceptual.
Relaciones entre conceptos de diferentes jerarquías.	Coloca los conceptos en jerarquías y conexiones adecuadas.	Coloca algunos de los conceptos en jerarquía y conexiones con equivocaciones	Coloca solo unos pocos conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.	No coloca conceptos en una jerarquía y conexión apropiada.

5.3.4 INTERVENCIÓN PEARP

La propuesta **PEARP** se compone de 4 módulos, desglosados a continuación:

5.3.4.1 Módulo N°1.0: "Elementos del Álgebra"

- **Objetivo:** Reforzar conocimientos previos.
- **Duración:** dos horas pedagógicas (una hora y media cronológica)

Un **'término algebraico'** es el producto de una o más variables (llamado factor literal) y una constante literal o numérica (llamada coeficiente).

Ejemplos: 3xy; 45; 2m

En todo término algebraico podemos distinguir: signo, coeficiente numérico y factor literal, tal como se

Factor literal

Signo → - 2 ab

Coeficiente numérico

Ejercicio 1:
Completa la siguiente tabla:

Expresión	C. numérico	Factor literal
9abc	9	Abc
$3hk$		
mpq		
$\frac{xy}{4}$		
8acdefg		

Una '**expresión algebraica**' es el resultado de combinar, mediante operaciones aritméticas uno o más términos algebraicos.

Ejemplos: $5ab + 6c$ $\quad$ $xyz - 3ac$ $\quad$ 4m – 3t + 8p - 2q

La expresión algebraica se puede clasificar:

Monomio: si tiene solo un término algebraico. Ejemplo: 35z
Binomio: si posee dos términos algebraicos. Ejemplo: 3 – 5b
Trinomio: si posee tres términos algebraicos. Ejemplo: a + 5b -19
Polinomio: si posee más de un término algebraico. Ejemplo: 2x – 4y + 6z – 8m

Ejercicio 2:

Completa la siguiente tabla:

Expresión algebraica	Número de términos
2x – 5y	2: binomio
$7a + 5b$	
a – b + c – 2d	
m + mn + n	
x + y + z – xyz	

Los **términos semejantes** en una expresión algebraica son todos aquellos términos que tienen el mismo factor literal.

Ejemplos:

5 a + 3b + **6 a** **– 7 b**

En esta expresión algebraica **5a** es semejante con **6a** y 3b es semejante con -7b

5 ab + 3abx + 6 ab **– 7 ab**

En esta expresión algebraica **5 ab** es semejante con 6ab y con **– 7 ab**

Ejercicio 3:

En cada una de las siguientes expresiones encierra con lápiz de color aquellos que son semejantes.

Ejemplo: 3a + 6b + 7c – 2a

a) 5x + 7y + 8z + 4x – 2xy + 6xz – 2y

b) 8ax + 2cd – 2ax + 5ax – 4by + 7cd

c) 4ab – ab + 5ac

d) 56xy + 45xy – 3xy + 8xz

Estas expresiones algebraicas podemos dejarlas más simples **reduciendo sus términos semejantes.** En este caso se asocian los términos que tienen el mismo factor literal y luego se suman o restan, según corresponda.

Ejemplo:

Ejercicio 3a + 5b – 2a + c – b = (3a – 2a) + (5b - b) + c = a + 4b + c

Reduce los términos semejantes de las siguientes expresiones como en el ejemplo:

a) 3x + 5y + 4z + 2x – 2y =

b) 4ab – ab + 5ac – ac =

c) 6xy + 5xy + 3xz + 8xy – xz =

d) 4abc + 17 abd – 3 abc + 5abc – 7abd =

Ejercicio 5:

Si:  = 5pk + 3ad + 5hz + y

 = 6ad – 2pk – 2hz + y

 = y + 4ad + 2pk + 3hz

Remplace, reduzca términos semejantes y encuentre el valor de:

1.  +  =

2.  +  =

3.  +  =

4.  +  +  =

5.3.4.2 Módulo N°1.1: “Elementos del Álgebra”

El Personaje Misterioso.

El objetivo de esta actividad es encontrar al personaje que se esconde en este código. Resuelve uno por uno cada uno de los siguientes enunciados verbales. Tu resultado será el lenguaje algebraico. Cambia esa expresión por la letra correspondiente del alfabeto. Con las letras obtendrás el nombre del personaje que buscas.

A $\frac{l}{3}+l$	B $\frac{r}{2}+3r$	C $a-b$	D $l\cdot p$	E $3x-2$	F $2l+2p$	G $\frac{r}{4}-12=r$	H $2x+4$	I $2a-3b$	J $ñ^2$
K $\frac{r}{4}+12=r$	L $3x$	M $\frac{x}{3}$	N x^2+7	O $2s$	P c^3-c^2	Q $\frac{1}{2}f+\frac{1}{3}y$	R t^2+4	S $5g$	T $2\cdot(m+n)$
U $3m+2m$	V h	W mn	X $5l\cdot 3p$	Y x-1	Z $\left(\frac{3b}{4}\right)^2$				

Enunciado Verbal	Lenguaje algebraico	Letra
1. La tercera parte de un número		
2. El triple de un número más el doble del mismo		
3. El cuadrado de un número aumentado en 4		
4. El área de un rectángulo de dimensiones l,p		
5. Un número par		
6. Un número disminuido con otro número		
7. La cuarta parte de un número más 12 es igual al número		

a. Remplaza en la casilla lenguaje algebraico las expresiones, que poseen las letras señaladas y escribe el enunciado verbal al cual corresponde.

Enunciado Verbal	Lenguaje algebraico	Letra
		C
		E
		N
		S
		U
		R
		A
		D
		O

Responde las siguientes interrogantes:

- ¿Lograste encontrar el personaje misterioso? (si tu respuesta es no, a que crees que se debió).

____

____

____

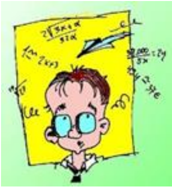
- Compara tu respuesta con tu compañero de puesto, llegaron al mismo personaje. (Si tu respuesta es no, comparen sus respuestas y verifiquen cuales fueron sus errores).

____

____

____

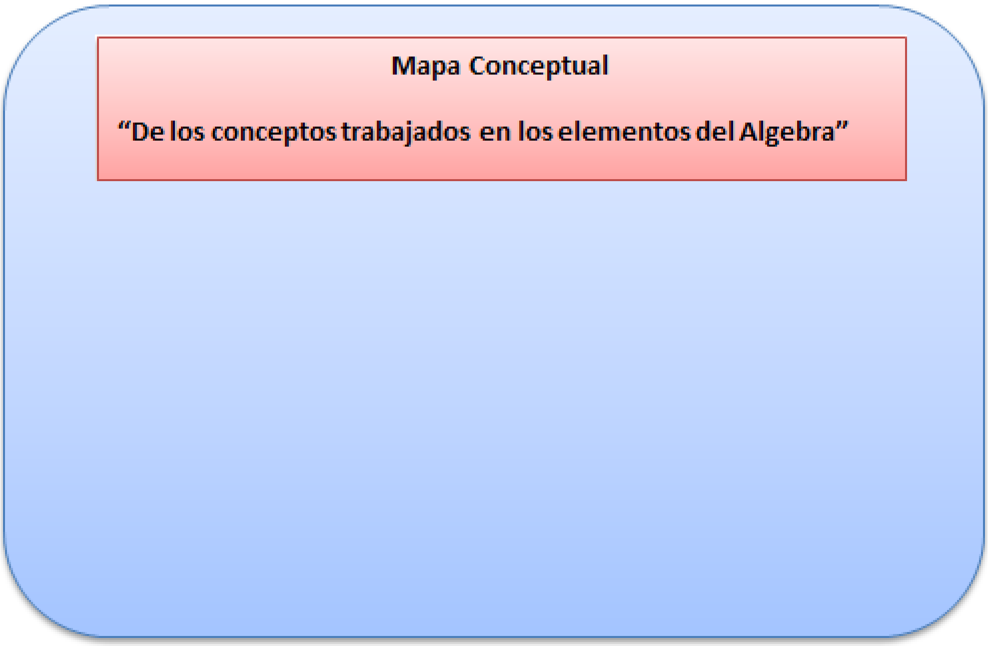
- ¿Cuál él es el personaje misterioso?



____

Desafío para ti:

1. Construye un **mapa conceptual** con los conceptos más importantes vistos en los módulos de expresiones algebraicas. **“Recuerda que los conceptos debes entrelazarlos con flechas; relacionándolos jerárquicamente, de la mejor manera que te parezca; de modo que cada uno de ellos se relacione con los demás.”**



2. Posterior a esto compara tu mapa conceptual con tu compañero de puesto.

- Tu mapa conceptual concuerda con el de tu compañero. (Si tu respuesta es no argumenten en que difieren y a criterio personal cuál de los dos diagramas consideran que esta mejor estructurado).

- A partir de las comparaciones y argumentaciones fórmense en grupos de 5 alumnos y estructuren un nuevo mapa conceptual utilizando todos los creados por los integrantes del grupo.

- Para finalizar se les solicita exponer sus mapas conceptuales al grupo curso, y en conjunto con todos elegían el mejor diagrama. O construyan uno general utilizando todas las ideas expuestas por los demás grupos.

5.3.4.3 Módulo N°1.2: “Elementos del Álgebra”

Desafío para ti:

1. Construye un mapa conceptual con los conceptos más importantes vistos en los módulos de expresiones algebraicas. “Recuerda que los conceptos debes entrelazarlos con flechas, relacionándolos jerárquicamente, de la mejor manera que te parezca; de modo que cada uno de ellos se relacione con los demás”

Mapa Conceptual

“Con los conceptos más importantes trabajados”

2. Compara tu mapa conceptual con tu compañero de puesto.

¿Tu mapa conceptual con el de tu compañero? (Si tu respuesta es no argumenten en que difieren y a criterio personal usaron. ¿Cuál de los mapas consideran que esta mejor estructurado? Justifiquen.

A partir de las comparaciones y argumentaciones construyan grupos de 5 alumnos y estructuren un nuevo mapa conceptual, utilizando tofos los creados por los integrantes del grupo.

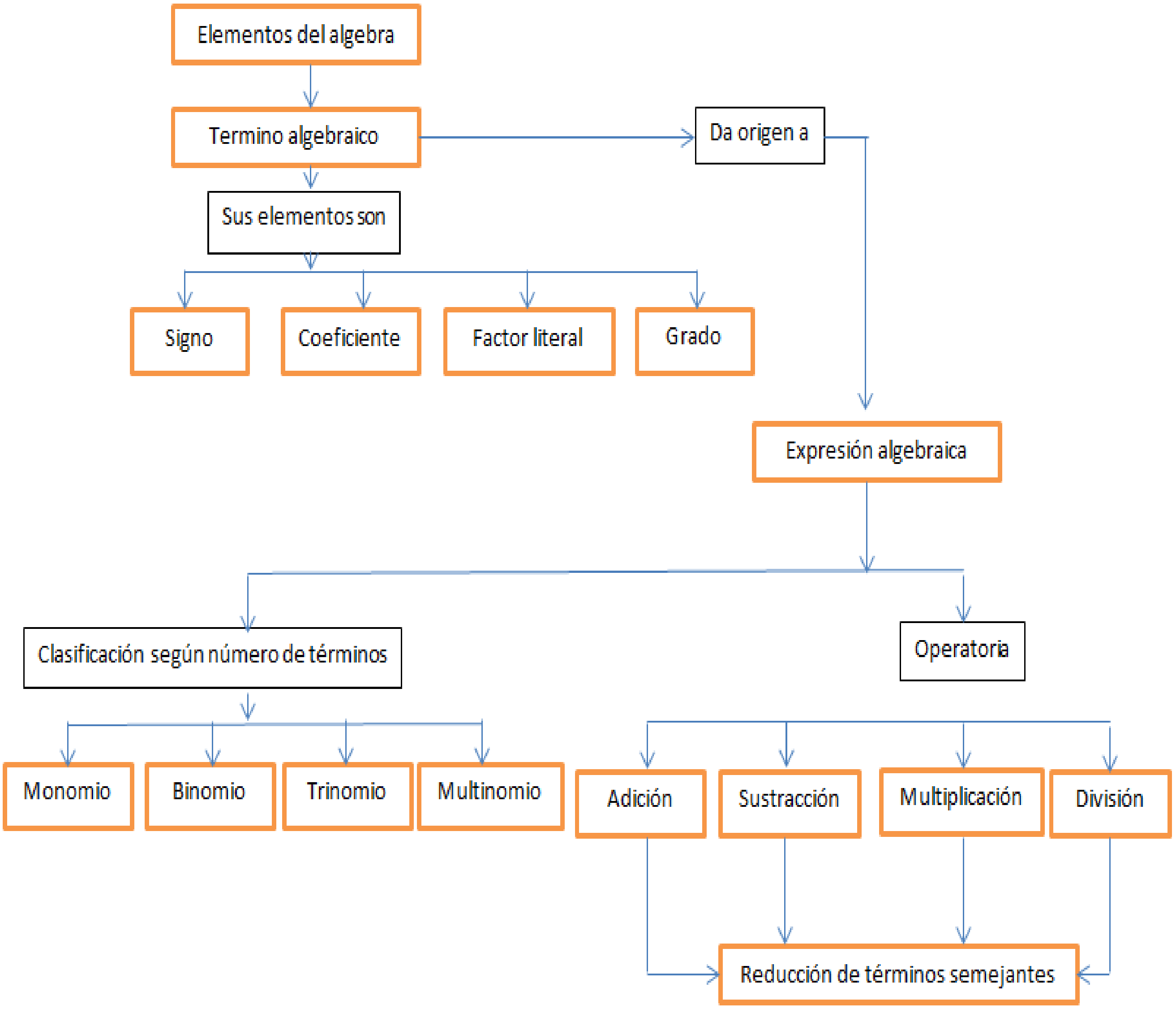
Para finalizar, se les solicita exponer sus mapas conceptuales al grupo curso, y en conjunto con todos elegían el mejor diagrama. Construyan uno general utilizando todas las ideas expuestas por los demás grupos.

5.3.4.4 Módulo N°1.3: Mapa Conceptual "Elementos del Álgebra"

Utilizando los conceptos trabajados en los módulos de expresiones algebraicas.

Término algebraico, signo, factor literal, coeficiente numérico, grado, expresiones algebraicas, términos semejantes, monomio, binomio, trinomio, multinomio, clasificación según número de términos, reducción de términos semejantes

Completa el siguiente mapa conceptual:



- Una vez finalizado tu mapa conceptual, compártelo y compáralo con tus demás compañeros, en los espacios en blanco completaron con los mismos conceptos o difieren en la mayoría.

___

___

- Luego, deben generalizar el mapa, a uno solo para ello en conjunto completen el mapa y debatan sobre si los conceptos están bien utilizados y se entrelazan entre sí de manera jerárquica.

- Para finalizar:

Recuerdas que en el módulo anterior creaste tu propio mapa conceptual utilizando los conceptos trabajados en el módulo de expresiones algebraicas.

Compara tu mapa con el presentado ahora ¿Concuerdan los mapas?, a que crees que se deba esto, ¿Cuál de los dos mapas está más completo argumenta tu respuesta?

___

___

___

¿Qué puedes concluir sobre esta actividad?

___

___

___

5.3.4.5 Evaluación General primer Módulo

Ítem N°1: Traducir a lenguaje algebraico los siguientes enunciados verbales. Y viceversa. (1 pts. c/u)

Enunciado Verbal	Lenguaje Algebraico
1. El doble de un número, disminuido en tres:	
2. Tres cuartos de un número, aumentado en once y disminuido en el doble de un número distinto:	
3. La cuarta potencia de un número, disminuido en la quinta potencia del mismo número:	
4. La quinta potencia de un número, aumentado en uno, disminuido en el doble de un número distinto:	
5. El quíntuple de un número, aumentado en siete, disminuido en la mitad de otro número:	
6. El cuadrado de un número:	
7. El área de un cuadrado de lado n	
8. El cuadrado del triple de un número:	
9. El cubo de un número:	
10. Un número par	

Enunciado Verbal	Lenguaje Algebraico
	$3x$
	$3t - 2y$
	$3(x + y)$
	$7a + 5b$
	$\frac{x}{2}$
	$(x \cdot y)^2$
	m^2
	$\left(\frac{3b}{4}\right)^2$
	$x - 1$

Ítem N°2 Selección Múltiple: (1 pts. c/u)

Encierre en una circunferencia la alternativa que considere correcta, recuerde anotar los desarrollos en cada ejercicio.

1. Al reducir la expresión algebraica $3m^2a+(5a-5m^2a)-7m^2a$ resulta:
    a) $-7m^2a+5a$
    b) $5a-3m^2a$
    c) $-9m^2a+5a$
    d) $5a-4m^2a$

2. Al reducir la expresión $3a^2-2mx-5a^2+6mx$, resulta:
    a) $-a^2-4mx$
    b) $-2a^2+4mx$
    c) a^2+8mx
    d) $-2a^2-4mx$

3. Una expresión algebraica es:
    a) El resultado de combinar, mediante operaciones aritméticas uno o más términos algebraicos.
    b) El resultado de combinar, mediante operaciones algebraicas uno o más términos aritméticos.
    c) El resultado de combinar operaciones algebraicas.
    d) Ninguna de las anteriores.

4. La siguiente expresión algebraica $4m+6c$ corresponde a:
    a) Monomio.
    b) Binomio.
    c) Trinomio.
    d) Termino semejante

5. Las expresiones algebraicas se pueden clasificar en:
    a) Monomio-binomio-trinomio-polinomio.
    b) Factor literal-factor numérico-signo.
    c) Términos semejantes-reducción de términos semejantes
    d) Todas las anteriores.

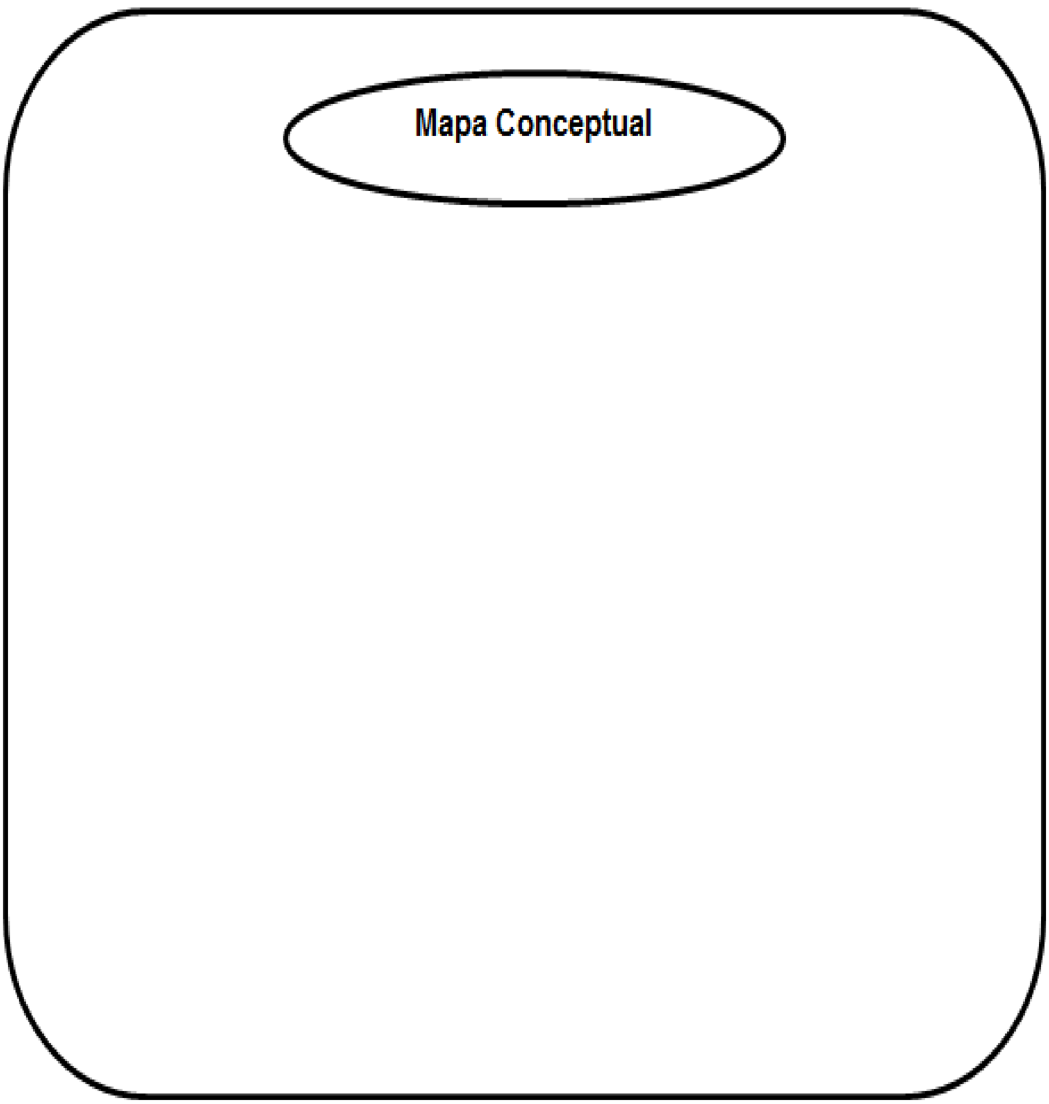
6. La expresión: $2x+5$, corresponde al enunciado:

    a) El doble de un número más 5.
    b) El doble de un número menos 5.
    c) La mitad de un número más 5.
    d) La mitad de un número menos 5.

Ítem N°3: Mapa conceptual. (10 pts.)

Crear un mapa conceptual utilizando los siguientes conceptos:

1. Expresión algebraica.
2. Términos semejantes.
3. Reducción de términos semejantes.
4. Clasificación de una expresión algebraica.
5. Monomio.
6. Binomio.
7. Trinomio.
8. Polinomio.
9. Problemas de aplicación.



5.3.4.6 Módulo N°2.0: Mapa Conceptual "Estrategia de Resolución de Problemas de Planteo"

Importante:

Recuerda:

Una 'Estrategia' es un conjunto de acciones planificadas sistemáticamente en el tiempo que se llevan a cabo para lograr un determinado fin o misión.

- Crea un Mapa conceptual donde des a conocer **¿Cuáles son las estrategias según tu criterio a utilizar en la resolución de problemas de planteo?**

Mi "Mapa conceptual", de las estrategias utilizadas en la resolución de un problema de planteo.

Compara tu mapa conceptual, con tu compañero de puesto:

- Que pueden argumentar al respecto, ¿Son similares los mapas?, ¿En qué concuerdan y en que difieren? ¿A qué crees que se deba esto?

Ahora, compara tu mapa con otros compañeros:

- Que pueden argumentar al respecto, ¿Son similares los mapas?, ¿En qué concuerdan y en que difieren? ¿A qué crees que se deba esto?

Por último, debatan como grupo curso:

- Para ello anoten en la pizarra todas las estrategias que utilizas en la resolución de un problema de planteo; los cuales hallan mencionado en su mapa.
- Ordenen de manera creciente es decir del paso más básico al más complejo.
- Como grupo curso creen un mapa conceptual general de l en la resolución de un problema de planteo.

5.3.4.7 Módulo N°2.1: Resolución de Problemas de Planteo Algebraico

“Tu turno demuestra tus capacidades”.

- **Trabajo de manera individual**

Resuelve los siguientes problemas. ”Importante leer cuidadosamente cada problema”.

- ¿Qué es lo primero que consideras al momento de desarrollar un problema de planteo?
- Mencionas los pasos a seguir en la resolución de estos problemas presentados.

Problemas de planteo.

1. La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en 8. Hallar los números.

2. La suma de dos números es 540 y su diferencia es 32. Hallar los números.

3. Pagué $ 325 por un caballo, un coche y sus jinetes. El caballo costó $80 más que el coche y la comida $25 menos que el coche. Hallar los precios respectivos.

4. En un hotel de 2 pisos hay 48 habitaciones. Si las del 2do piso son la mitad que las del 1ro. ¿Cuántas habitaciones hay en cada piso?

5. La edad de María es el triple de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. Hallar ambas edades.

❖ **Trabajo en parejas:**

Una vez realizado los problemas compara tus resultados obtenidos con tu compañero de puesto y responde las siguientes interrogantes:

- Basado en los problemas anteriores ¿Qué es lo primero que consideras al momento de desarrollar un problema de planteo?

¿Concuerdan en la respuesta si es No argumenten quien a criterio personal tiene la razón y por qué?

- Comparen los pasos a seguir en la resolución de un problema de planteo, son semejantes las respuestas o difieren totalmente uno del otro.

Si presentan diferencias menciona cuales son las diferencias y argumenta porque el orden de estas y no otra.

❖ **Trabajo grupo curso:**

- Una vez debatida estas preguntas, trabajen en conjunto como grupo curso y debatan con sus compañeros los pasos a seguir en la resolución de problemas de planteo para ello, creen un mapa conceptual general de: ¿cuáles son los pasos a seguir en la resolución de un problema de planteo? argumentando el orden de este.

5.3.4.8 Módulo N°2.2:
Resolución de Problemas de Planteo Algebraico

“Trabajo con fichas” Para esto se solicita que formen grupos de trabajos de 5 estudiantes.

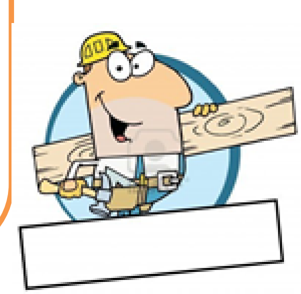
A continuación se plantean 4 problemas a trabajar para apoyar su trabajo se le harán entregas de fichas las cuales contiene:

- Incógnitas.
- Resultados.
- Nombres.
- Operaciones.
- Ecuaciones.
- Enunciados.
- Entre otros.

Las cuales deberán asociar a los problema propuestos, una vez analizada y seleccionadas las fichas correspondientes a cada problema deberán pegar las fichas que consideres las correctas en él.

Manos a la Obra:

1. El número de días que ha trabajado Pedro es 4 veces el número de días que ha trabajado Enrique. Si Pedro hubiera trabajado 15 días menos y Enrique 21 días más, ambos habrían trabajado igual número de días. ¿Cuántos días trabajó cada uno?



2. Hace 14 años la edad de un padre era el triple de la edad de su hijo y ahora es el doble. Hallar las edades respectivas hace 14 años.

3. Un padre pone 16 problemas a su hijo con la condición de que por cada problema que resuelva el muchacho recibirá $12, y por cada problema que no resuelva perderá $5. Después de trabajar en los 16 problemas el muchacho recibe $73. ¿Cuántos problemas resolvió y cuantos no?

4. Se desea repartir $24.000.000 entre dos personas, de manera que una de ellas recibe $250.000 más que la otra. ¿Cuánto recibe cada una de ellas?

Ya terminada la asociación de las fichas a los problemas planteo:

- Deben intercambiar sus trabajos con los demás grupos, para comparar el trabajo realizado.

- Posterior a esto cada grupo deberá exponer los problemas con las fichas pegadas en este, y en conjunto como grupo curso deberán corroborar si los pasos realizados por el grupo son los correctos.

❖ **¿Qué conclusiones puedes obtener de lo realizado anteriormente? ¿Qué datos crees que son necesarios considerar en la resolución de un problema de planteo?**

5.3.4.9 Módulo N°2.3: Resolución de Problemas de Planteo Algebraico.

Veamos cómo Vamos
Apliquemos lo trabajado hasta ahora.

Materiales:

- Cartulina.
- Regla.
- Tijeras.
- Lápices de colores.
- Goma.
- Hojas de oficio

Instrucciones Generales:

1. Fórmense en grupo de trabajo de 4 integrantes.
2. Inventen 3 problemas, (pueden guiarse por los vistos en las actividades anteriores, pero no utilices los mismos).
3. Escriban cada problema por separado en una hoja de oficio.
4. Desarrollen los problemas creados en una hoja aparte.
5. Creen fichas en la cartulina que trajeron (procuren que no sean muy grandes porque estas serán pegadas en la hoja de oficio), en las cuales entreguen todos los datos necesarios para la resolución y solución del problema.
6. Una vez realizada las fichas y creados los problemas, levanten la mano, dando a conocer que terminaron.
7. Ahora cambien su actividad con otro grupo.

Etapas de la Actividad:

- Desarrollar los problemas que les facilito el otro grupo, asociando las fichas creadas. Cuando tengan todo estructurado, péguenla en la hoja de oficio del problema.

- Verifiquen si las fichas y los pasos ejecutados son los correctos, para esto acérquense al grupo que creo la actividad para comprobar los resultados obtenidos.

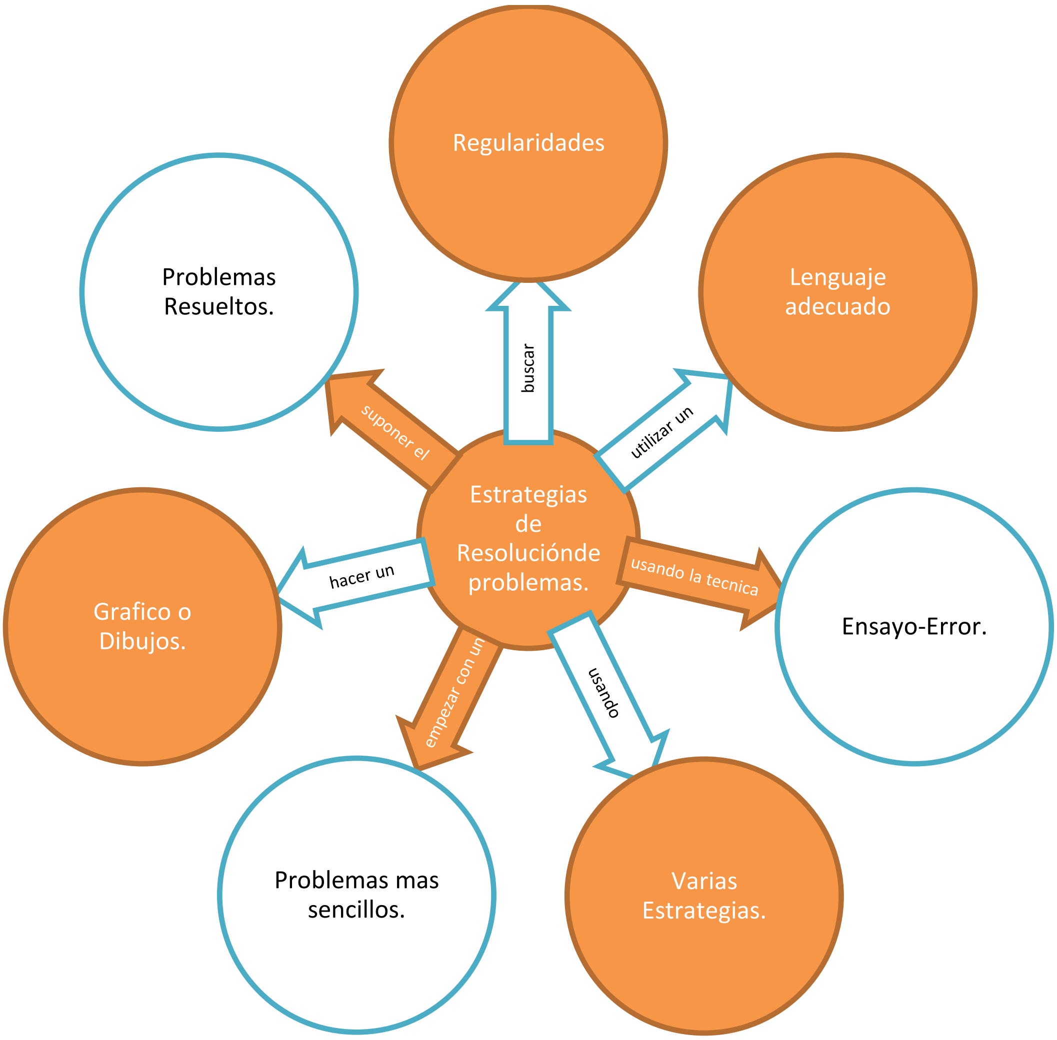
- ¿Concuerdan con la resolución que realizo el grupo creador de los problemas? Lo hubiesen hecho de otra manera ¿cuál sería esta anótala en otra hoja? Y debatan sobre esto.

- **¿Que pueden concluir sobre esta actividad?**

5.3.4.10 Módulo N°2.4: Mapa Conceptual "Estrategias de Resolución de Problemas"

Completa el siguiente mapa conceptual, para ello utiliza los siguientes conceptos.

Regularidades, grafico o dibujos, varias estrategias, usando la técnica, empezar con un, suponer el, estrategias de resolución de problemas, lenguaje adecuado.



Una vez terminado tu mapa conceptual:

- Compara tu mapa conceptual con tu compañero de puesto. ¿Concuerdan en la completación de los conceptos?

- Recuerdas que anteriormente creaste tu propio mapa conceptual de las estrategias que utilizan en la resolución de problemas, concuerdan algunos conceptos con los expuestos ahora. ¿Cuáles son los conceptos que concuerdan y cuáles son los conceptos que difieren a que crees que se deba esto?

- A partir de los dos mapas conceptuales, tanto el creado por ti, como el expuesto ahora, construye uno general.
- Luego deberás exponerlo al grupo curso.

Preguntas para el grupo curso.

¿Qué opinan del mapa conceptual, los conceptos expuestos por su compañero, los comparten, cambiarían alguno, o le podían otros que no se hayan considerado?

5.3.4.11 Evaluación General segundo Módulo

1. Asocia cada ficha, que represente la ecuación de los siguientes problemas de planteo, luego resuelve.

Problemas de aplicación	Fichas
a) El triple de un número excede en 48 al tercio del mismo número. ¿Cuál es el número? $\square = \square + \square$ b) Escribe 2 números consecutivos tales que los 4/5 del mayor sean equivalentes al menor disminuido en 4 ¿Cuáles son los números? $\square \cdot \square = \square - \square$	a. $3x$ b. $x+1$ c. 48 d. 4 e. $\frac{4}{5}$ f. $\frac{x}{3}$ g. x h. $x-1$ i. x^3

2. Crea dos problemas de aplicación, que tengan relación con tu diario vivir, luego crea las fichas que representan cada paso de la ecuación del problema y por ultimo resuelve el problema asociando las fichas.

5.3.4.12 Módulo N°3.0: "Resolución de Problemas de Planteo"

Actividad de manera individual:

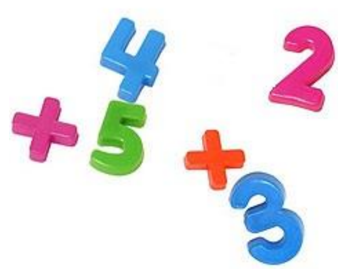
Resuelve los siguientes problemas de aplicaciones, para ello deberás dar a conocer las estrategias utilizadas, los pasos a seguir en la resolución y comprobar la solución.

Problema N°1:

A y B llevan 15 años de matrimonio. La Sra. A siempre se rebaja la edad en 5 años y el Sr. B es 5 años mayor que ella. Si el Sr. B tiene x años, ¿cuál será la edad de la Sra. A, según ella, cuando cumplan 50 años de matrimonio?

Problema N°2:

La suma de tres números es 100. El exceso del primero sobre el tercero es 9 y la diferencia del segundo con el tercero es 7. Entonces, la suma del mayor con el meno r es



Problema N°3:

Hace 6 años un padre tenía el cuádruplo de la edad de su hijo. En 10 años más tendrá sólo el doble. Hallar la edad actual del padre e hijo.

Problema N°4:

Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Luly, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: ¿cuántas ciruelas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más, si con esto el canasto se vació? ¿Puedes calcularlo tú?

5.3.4.13 Módulo N°3.1: Mapa Conceptual
“Pasos a seguir en la resolución de problemas”

Desafío para ti:

Crea tu propio mapa conceptual, dando a conocer las estrategias que utilizas para resolver un problema de aplicación.

5.3.4.14 Evaluación General tercer Módulo
Trabajo grupal:

Formar grupos de trabajos, no más de 4 estudiantes y definir jefe de grupo.

Actividad: Preparar exposición

Esta actividad busca ir cerrando los trabajos de modulo, para ello, los grupos de trabajos deberán preparar una actividad de módulos de resolución de problemas, deberán buscar, crear, copiar entre otros 5 problemas de aplicación, desde un nivel básico a un nivel complejo, analizarlos y resolverlos de manera grupal.

Para ello:

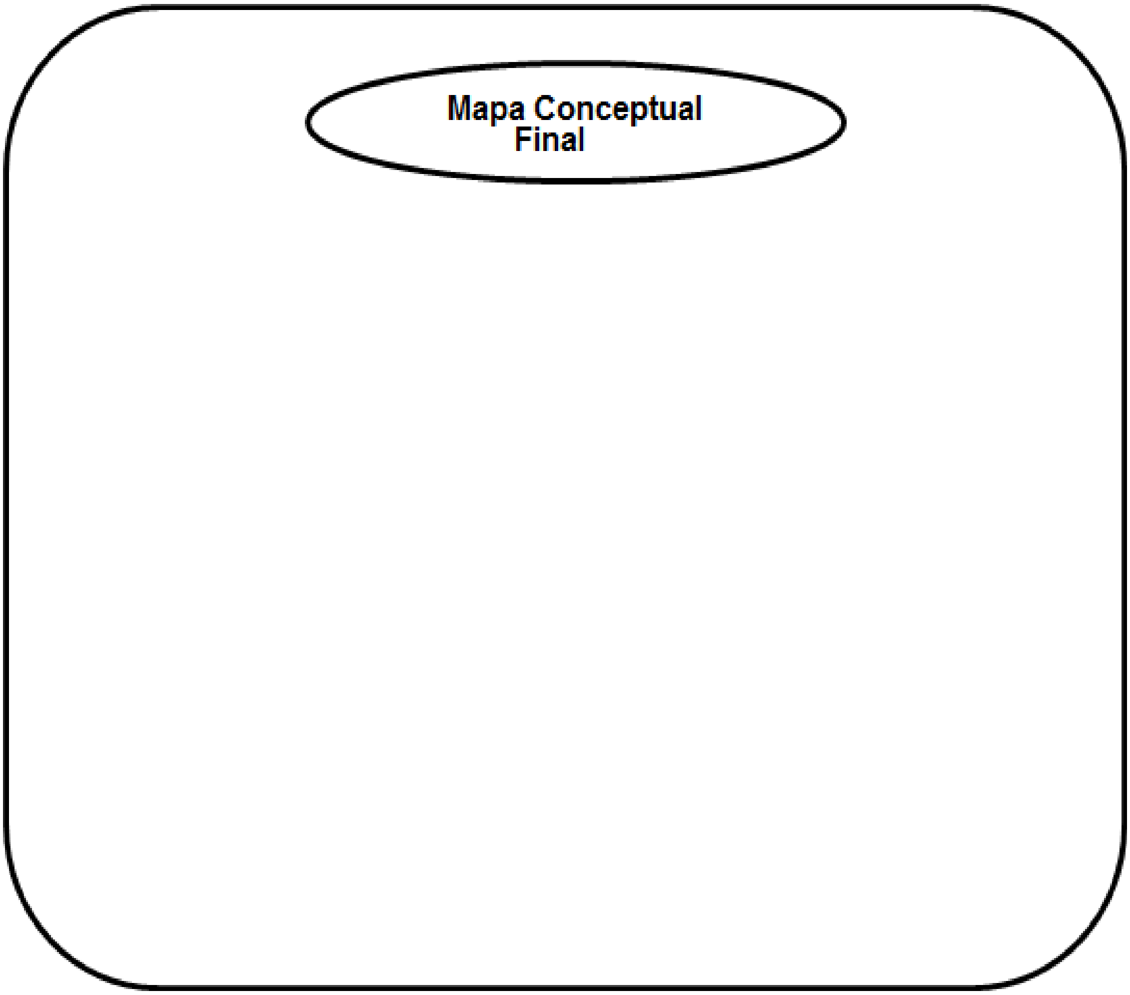
1. Deberán dar a conocer que les resulto más complejo ¿por qué?
2. ¿Por qué escogieron esos problemas de aplicación y no otros?
3. ¿Qué es lo más difícil, a la hora de resolver un problema de aplicación? ¿A qué creen que se deba esto?
4. Si tuvieran que elegir uno de los pasos a considerar en la resolución de problemas ¿Cuál escogerían? ¿por qué?
5. Basado en la estrategias a considerar a la hora de resolver un problema de aplicación, ¿cuál consideran ustedes es la más difícil de lograr? ¿por qué?
6. ¿Qué relación le atribuyen ustedes como grupo de trabajo al álgebra con relación a los problemas de aplicación y su resolución?
7. ¿Que pueden concluir de esta actividad?

Recuerden:

Todas las respuestas a las preguntas deben ser entregadas de manera escrita al grupo curso.

5.3.4.15 Módulo N°4: Mapa conceptual Final

Es tu turno de demostrar tus capacidades para aprender, por lo mismo te invito a cerrar este trabajo de módulos, creando un mapa conceptual con todos los elementos trabajados en los módulos anteriores. Sé que lo lograras Mano a la obra.



Reflexiones:

1. ¿Qué te resulto más difícil a la hora de la elaboración de tu mapa conceptual?

   ____

   ____

2. ¿Qué puedes concluir de esta actividad?

   ____

   ____

5.3.5 POST-TEST

Descripción general:

Posterior a la intervención **PEARP,** los estudiantes son sometidos a un Test con la finalidad de evaluar y analizar los aprendizajes esperados, su rendimiento y resolución de problemas, adquiridos en las distintas actividades desarrolladas durante la propuesta **PEARP,** a continuación se da a conocer la distribución de este:

Duración: 2 horas pedagógicas (1 hora y media cronológica)

Objetivos del Post-Test:

- Analizar el rendimiento, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta **PEARP.**
- Analizar el aprendizaje significativo, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta **PEARP.**
- Analizar la resolución de problemas de aplicación, alcanzado por los estudiantes, posterior a la propuesta **PERAP.**

Variables a medir:

- Rendimiento.
- Aprendizaje significativo.
- Resolución de problemas.

Descripción de los momentos:

1. **Momento de inicio**: presentación de las indicaciones y los aprendizajes esperados.

2. **Momento de desarrollo:** Desarrollo del Post- Test.

3. **Momento de término**: Recepción de los Post-Test, entrega y desarrollo de la encuesta final y agradecimiento por la colaboración de los alumnos.

Materiales:

- Post-Test.
- Encuesta Final

5.3.5.1 DISEÑO DEL POST-TEST

Nombre de la Institución:
Curso:
Sector: Matemática.
Unidad: N°2 Álgebra.

Aprendizajes esperados.

- **Traducen** al lenguaje algebraico relaciones cuantitativas en las que utilizan letras como incógnitas.
- **Realizan** y **establecen** algunas propiedades algebraicas en la resolución de problemas.
- **Resuelven** problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado.
- **Organizan** los conceptos jerárquicamente estableciendo una relación lógica y coherente entre ellos.

Ítems N°1: **Completar.**

- Expresa en lenguaje algebraico los siguientes enunciados verbales. (1 pts. c/u)

lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
1. La quinta parte de un número	
2. Un número disminuido en otro	
3. El perímetro de un rectángulo	
4. El triple de h más el doble de n	
5. Un número impar	
6. El cubo de un número menos el triple del mismo número	
7. Un número par	
8. El quíntuple de un número disminuido en otro número	
9. El doble de un número aumentado en 8	
10. La mitad de un número disminuida en el séxtuplo de otro número	

Ítems N°2: **Completar**

- Escribe en lenguaje común las siguientes expresiones algebraicas.(1 pts. c/u)

Expresiones algebraicas	Lenguaje común.
1. $x+y$	
2. $m \cdot n$	
3. $9st$	
4. $t^2 - g^2$	
5. $(2x-5)^3$	
6. $\frac{x}{2}+\frac{y}{5}$	
7. $b^2 - 3a$	
8. $\frac{m}{3}+12$	
9. $\frac{mn}{4}$	
10. $2x$	

Ítems N°3: **Selección múltiple.**

- Leer cuidadosamente la totalidad del problema, antes de empezar a resolver.
- Marca con una X la alternativa que consideres correcta. (1 pts. c/u)

1. En un corral, Juan tiene conejos y gallinas. La cantidad de conejos triplica a la cantidad de gallinas. Ana, la señora de Juan, contó 98 patas en el corral.

¿Qué relación debe establecer Ana para determinar el número de gallinas que hay en el corral?

   a. La cantidad total de patas.
   b. La cantidad de conejos y la cantidad de gallinas.
   c. La relación entre el número de patas que tienen los conejos y las gallinas con la cantidad de patas en el corral.
   d. La relación entre el número de patas que tienen los conejos y las gallinas o la relación entre la cantidad de conejos y de gallinas.

2. A Isabel le regalaron una barra de chocolates que está dividida en 40 pedazos iguales. Ella y sus hermanos el día sábado se comieron $\frac{1}{5}$ de la barra, el día domingo $0{,}25$ de lo que quedaba y el día lunes $\frac{1}{3}$de los pedazos que sobraban.

¿Cuál fue el día en que se comieron menos pedazos?

   a. Sábado.
   b. Domingo.
   c. Lunes.
   d. En los tres días se comieron la misma cantidad de pedazos.

3. Tres niñas compraron bombones en \$6. 000. La primera pagó la mitad de la suma de lo que pagaron las otras dos. La segunda pagó un tercio de la suma de lo que pagaron las otras dos. ¿Cuánto pagó la tercera? a. $\$2.000$ b. $\$1.500$ c. $\$2.500$ d. $\$1.200$	4. Después de gastar la mitad de lo que tenía y de prestar la mitad que me queda, tengo \$2500 ¿Cuánto tenía al principio? a. \$10.000 b. \$5.000 c. \$2.500 d. 15.000
5. Las edades de juan es los 3/5 de la de marta, y si ambas edades se suman, la suma excede en 4 años al doble de la edad de juan. ¿Cuál es la edad de ambos? a. Marta 10 y juan 5 b. Marta 6 y juan 10 c. Marta 10 y juan 6 d. Marta 5 y juan 10	6. El cuádruplo de un número excede en 19 a la mitad del número aumentada en 30. ¿Cuál es el número? a. 56 b. 37 c. 14 d. 19
7. La suma de la quinta parte de un número con los 3/8 del número excede en 49 al doble de la diferencia entre 1/6 y 1/12 del número. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar el número? a. $\frac{x}{5}+\frac{3}{8}+49=2\cdot\frac{x}{6}-\frac{x}{12}$ b. $\frac{x}{5}+\frac{3}{8}x-49=2\cdot(\frac{x}{6}-\frac{x}{12})$ c. $\frac{x}{5}+\frac{3}{8}x+49=2\cdot(\frac{x}{6}-\frac{x}{12})$ d. $\frac{x}{5}+\frac{3}{8}-49=2\cdot\frac{x}{6}-\frac{x}{12}$	8. Tenía cierta cantidad de dinero. gaste \$2000 y preste 2/3 de lo que me quedaba. si ahora tengo \$1000 ¿cuánto tenia al principio?, que ecuación permite determinar ¿cuánto dinero tenia al principio? a. $\frac{(x-2000)}{3}=1.000$ b. $x-2000\cdot\frac{2}{3}=1.000$ c. $x-2000=\frac{2}{3}\cdot 1.000$ d. $x+2000\cdot\frac{2}{3}=1.000$

Ítems N°4: **Problemas de Aplicación.**

Resuelve los siguientes ejercicios propuestos. Para ello indica los pasos utilizados en la resolución de estos.

Problema N°1:

La tienda el sol que se especializa en todo tipo de frituras, vende cacahuates a $0.70 el kilo y almendras a $1.60 el kilo. Al final del mes, el propietario se entera que los cacahuates no se venden bien y decide mezclar cacahuates con almendras para producir una mezcla de 45 kilos, que venderá a $1.00 el kilo.

¿Cuántos kilos de cacahuates y de almendras deberá mezclar para mantener los mismos ingresos?

Problema N°2:

Una máquina de cambiar monedas, cambia los billetes de $1.000 en monedas de $50 y de $20. Si usted recibe 29 monedas, después de introducir un billete de $1.000, ¿Cuántas monedas de cada tipo recibe?

Crear un Mapa conceptual que involucre todos los conceptos más relevantes en los Problemas de aplicación y la resolución de estos.

Mapa Conceptual

"Conceptos más relevantes en los problemas de aplicación y la resolución de estos"

5.3.5.2 PAUTA DE CORRECIÓN DEL POST-TEST

Pauta de corrección Ítems N°1y N°2: **Completar**

Ítems N°1	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Expresan todas las expresiones verbales a expresiones algebraicas	Expresan la mayoría de las expresiones verbales a expresiones algebraicas	Expresan algunas de las expresiones verbales a expresiones algebraicas	No expresan ninguna expresión verbal a expresión algebraica

Pauta de corrección Ítems N°3: **Selección Múltiple.**

Ítems N°2	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Resuelven todos los enunciados correctamente.	Resuelven la mayoría de los enunciados correctamente.	Resuelven algunos de los enunciados correctamente.	No resuelven ningún enunciado correctamente.

Pauta de corrección ítems N°4: **Problemas de Aplicación.**

Ítems N°3	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Expresan, desarrollan y resuelven todos los problemas correctamente.	Expresan, desarrollan y resuelven la mayoría de los problemas correctamente.	Expresan, desarrollan y resuelven un problema correctamente.	No Expresan, desarrollan y resuelven ningún problema correctamente.

Pauta de corrección Ítems N°5: **Mapa Conceptual.**

Ítems N°4	Completamente logrado	Logrado	Medianamente logrado	Por lograr
	Utilizan todos los conceptos. Ordenan coherente-mente y relacionan los conceptos en forma jerárquica.	Utilizan la mayoría de los conceptos. En su mayoría, ordenan los conceptos, coherente-mente y los relacionan en forma jerárquica.	Utilizan algunos de los conceptos. Ordenan y relacionan los conceptos.	No entrelazan los conceptos.

5.3.6 DISEÑO DE LA ENCUESTA FINAL

Descripción general:

Para dar termino al trabajo de la propuesta PEARP, los estudiantes son sometidos a una encuesta final con la finalidad de evaluar y conocer su apreciación frente a la manera en que fueron abordadas las clases.

Duración: 1 hora pedagógica**.**

Objetivos de la encuesta Final:

- Conocer su apreciación frente a la manera en que fueron abordadas las clases mediante la propuesta PEARP

Descripción de los momentos:

Momento de inicio: Indicaciones en que consiste la encuesta

Momento de desarrollo: desarrollo de la encuesta.

Momento de término: recepción de las encuestas y agradecimientos por la colaboración y participación durante todo el proceso.

Encuesta Final Grupo Experimental

Nombre del establecimiento: Curso: Fecha:

1. Marca con una X lo que consideras se acerca más a tu realidad. Debes responder todas las preguntas que se te presentaran a continuación.

   T.D= Totalmente en Desacuerdo
   E.D= En Desacuerdo
   N.A.N.D= Ni de Acuerdo Ni en Desacuerdo
   D.A= De Acuerdo
   T.A= Totalmente de Acuerdo

Preguntas	**T.D**	**E.D**	**N.A.N.D**	**D.A**	**T.A**
Referente la Propuesta de Enseñanza PEARP					
1. Hubo algún cambio positivo en la nueva forma de realizar la clases de matemática					
2. ¿Te pareció favorable el trabajo con módulos?					
3. ¿Te gusto trabajar con materiales didácticos? Si tu respuesta es Poco- Nada, argumenta el por que					
4. ¿Recomendarías en otras asignaturas este medio de enseñar y trabajar los contenidos?					
5. ¿Te gusto aprender a elaborar mapas conceptuales?					

CAPÍTULO VI
ANÁLISIS DE DATOS

6.1 PERSONAS INVOLUCRADAS EN EL PROCESO

En una primera instancia se debe seleccionar los cursos que serán analizados en esta investigación, con la característica de que sean cursos homogéneos entre sí, los cursos escogidos son el Primer Año de Enseñanza Media B y Primer Año de Enseñanza Media E. El curso Primer Año de Enseñanza Media E, es designado como Grupo Experimental (GE), con un total de 39 estudiantes, que consta con 10 mujeres y 29 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 4,7 de los cuales 3 de sus estudiantes presentan un promedio inferior a 4,0. Por otro lado, el Grupo de Control (GC), correspondiente al Primer Año de Enseñanza Media B , con un total de 37 estudiantes, de los cuales están compuestos por 22 mujeres y 17 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 5,3 de los cuales ninguno de sus estudiantes poseen nota inferior a 4,0.

En el Pre-Test, cabe señalar que, ambos cursos no habían estudiado previamente la unidad de álgebra, el Grupo Experimental se presentó con un promedio general de 3,4 y el Grupo de Control con un promedio de 3,6. Lo que corrobora que los cursos son homogéneos entre sí. Una vez implementada la intervención, se realizó el Post-Test, con los cual cada grupo concluyó con un incremento en sus conocimientos y esto es reflejado en el promedio general de los cursos estudiados en la investigación. El Grupo Experimental finalizó con un promedio de 5,3 y el Grupo de Control con un promedio de 4,5. Como se muestra en la siguiente tabla

6.2 TABLA COMPARATIVA PROMEDIOS POR GRUPOS

Tabla 6-2: Comparación promedios por grupos

Grupo	Pre-Test	Nota P.A	Post-Test	Nota Final
Experimental	3,4	6,0	6,4	5,3
Control	3,6	5,7	4,7	4,5
Diferencia *	-0,2	0,3	1,7	0,8

*Diferencia en relación al grupo experimental

6.2.1 GRÁFICO COMPARATIVO DE PROMEDIOS POR GRUPO (MEDIANTE GRÁFICO DE BARRA Y GRÁFICO DE LINEA)

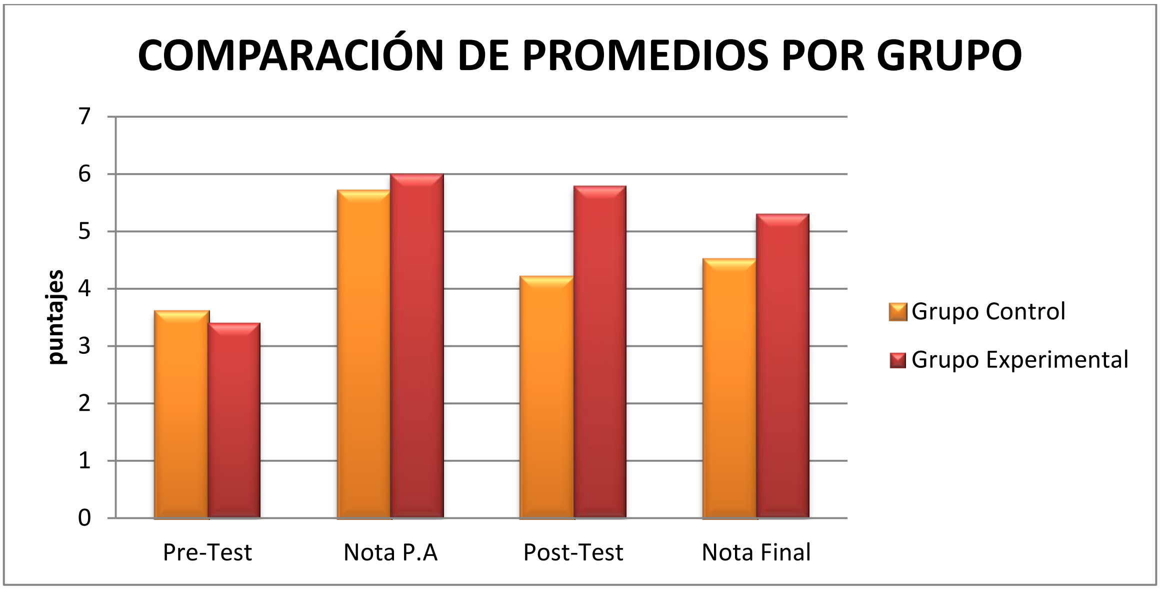


Figura 6.2: Gráfico barra comparativo de promedios por grupo

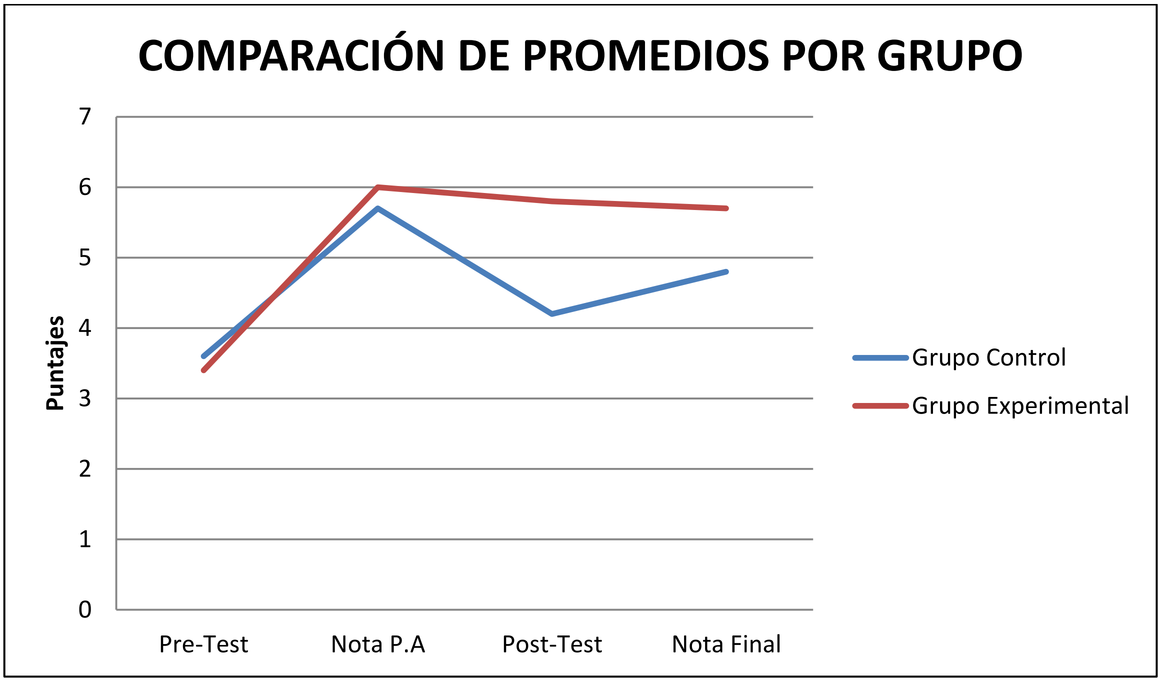


Figura 6.3: Gráfico líneas comparativo de promedios por grupo

Observaciones a los gráficos anteriores:

En el Pre-Test el grupo control, se observa que el promedio fue un 3,6, y un 3,4 en el grupo experimental, con una diferencia de 2 décimas. En cambio, se observa que en el Post-Test, el grupo control obtuvo un 4,7 como promedio y un 6,4 el grupo experimental, con una diferencia de 1,7 puntos.

En las notas de puntos acumulativos, en el caso del grupo control los puntos acumulativos corresponden a las guías trabajadas donde se observa que el promedio es un 5,7 y la del grupo experimental los puntos acumulativos corresponden a las evaluaciones de término de cada módulo, la cual es de un 6,0. La diferencia entre los resultados es de 3 décimas.

En las notas finales representada en los gráficos, se tiene que el promedio de las notas finales del grupo control es un 4,5, y la del grupo experimental es de un 5,3. La diferencia entre los promedios es de 8 décimas.

6.3 TABLA COMPARATIVA PROMEDIO PRE-TEST Y POST-TEST

Tabla 6-3: Diferencia promedio Pre-Test y Post-Test por grupo

Grupo	Pre-Test	Post-Test	Diferencia entre pruebas
Experimental	3,4	6,4	3,0
Control	3,6	4,7	1,1
Diferencia entre Grupos*	-0,2	1,7	1,9

*Diferencia en relación al grupo experimental

Se puede observar que la diferencia entre las pruebas entre ambos grupos, es de 19 décimas. Lo que indica un contraste significativo.

Para analizar los datos obtenidos del Pre- Test y Post-Test se compararon los resultados a través de la diferencias de rendimiento por cada estudiantes en cada curso, entre los Test realizados.

Los resultados conseguidos por los estudiantes de cada curso, se muestran en las siguientes tablas y gráficas.

6.4 ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO DEL PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO CONTROL

6.4.1 GRÁFICO COMPARATIVO PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO CONTROL

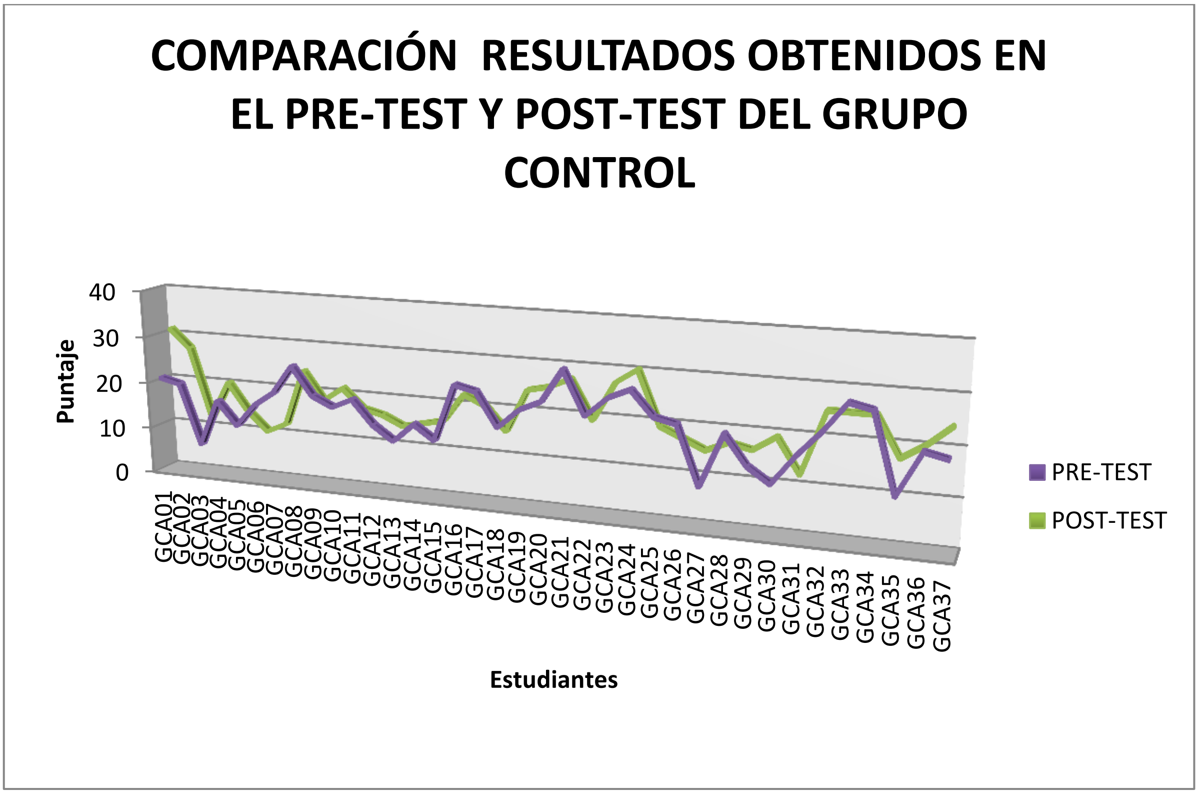


Figura 6.4: Gráfico comparativo entre Pre-Test y Post-Test grupo control

El gráfico anterior, representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes del curso Primer Año de Enseñanza Media 1°B, del Liceo Bicentenario en el Pre-Test y Post-Test.

La línea lila, representa como varían los puntajes de los estudiantes en el Pre-Test y la línea verde, representa como varían los puntajes de los estudiantes en el Post-Test, al observar y comparar ambas líneas, se puede visualizar que 16 estudiantes aumentaron su puntaje en el Post-Test en comparación con el Pre-Test es decir el 43,2% del curso, sin embargo el 56,8% obtuvo menos puntaje en el Pos-Test, respecto del Pre-Test.

Además es importante señalar que:

- El curso compuesto por 37 estudiantes, todos rindieron el Pre-Test y Post-Test.

- Y en relación a los puntajes obtenidos, este grupo es grupo control, por ende no se le hizo ningún tipo de intervención posterior al Pre-Test. A los que resultaba más complejo que los estudiantes subieran su puntaje en el Post-Test.

6.5 ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO DEL PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

6.5.1 GRÁFICO COMPARATIVO PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

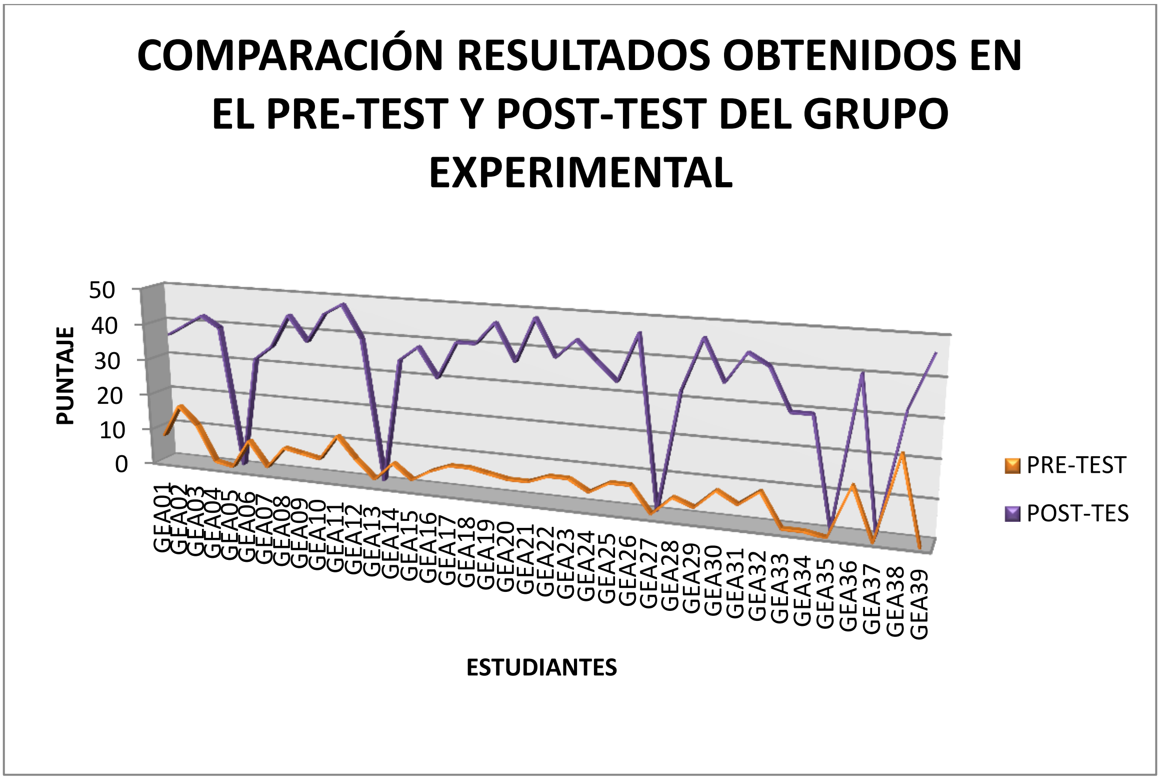


Figura 6.5: Gráfico comparativo entre Pre-Test y Post-Test grupo experimental

El gráfico anterior, representa los puntajes totales obtenidos por los estudiantes del curso Primer Año de Enseñanza Media 1°E, del Liceo Bicentenario en el Pre-Test y Post-Test.

La línea naranja, representa como varían los puntajes de los estudiantes en el Pre-Test y la línea lila, representa como varían los puntajes de los estudiantes en el Post-Test, al observar y comparar ambas líneas, se puede visualizar que los estudiantes aumentaron considerablemente su puntaje en el Post-Test en comparación con el Pre-Test es decir el 87,2% del curso, subió sus puntajes obtenidos en el Pre-Test en el Post- Test.

Además es importante señalar que:

- El curso compuesto por 39 estudiantes, pero 5 estudiantes no rindieron el Pre-Test o Post-Test. Por lo cual solo 34 estudiantes serán tomados en cuenta en nuestro análisis.

- Además a través del grafico se puede visualizar claramente que el rendimiento mejora notablemente a partir de nuestra Propuesta de Enseñanza PEARP, la cual se llevó a cabo después que los alumnos realizaran el Pre-Test y antes de rendir el Post-Test.

- Dentro del período de intervención a este grupo, también cabe señalar que por el bajo rendimiento en la resolución de problemas y elaboración de Mapas conceptuales, se realizaron clases de apoyos, en las cuales se les enseño a trabajar y reforzar estas.

6.6 ANÁLISIS POR ÍTEM DEL PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

6.6.1 GRÁFICO COMPARATIVO ITEM N°1 PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

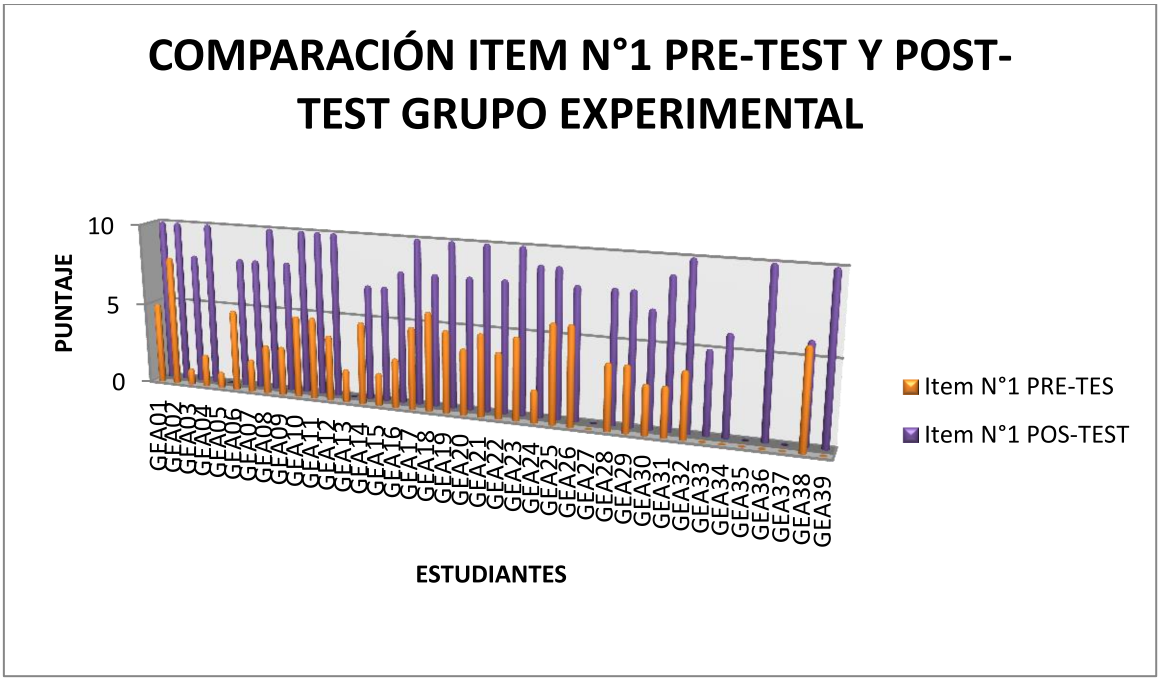


Figura 6.6: Gráfico comparativo ítem n°1 Pre-Test y Post-Test grupo experimental

En este gráfico se comparan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem N°1 de Pre-Test en comparación del ítem N°1 del Post-Test (barras azules representan el ítem N°1 del Pre-Test y las barras rojas representan el ítem N°1 del Post-Test), además es importante mencionar que en este ítem se evaluación conocimientos previos; es decir traspasó del lenguaje natural al algebraico, visualizando claramente que los alumnos presentaron bajos puntajes en el Pre-Test, por lo que en la propuesta se reforzó y se logra ver claramente en el Post- Test que los alumnos suben sus puntajes dejando entre ver que se logra un aprendizaje significativo y un mejor rendimiento por parte de los estudiantes.

6.6.2 GRÁFICO COMPARATIVO ITEM N°2 PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

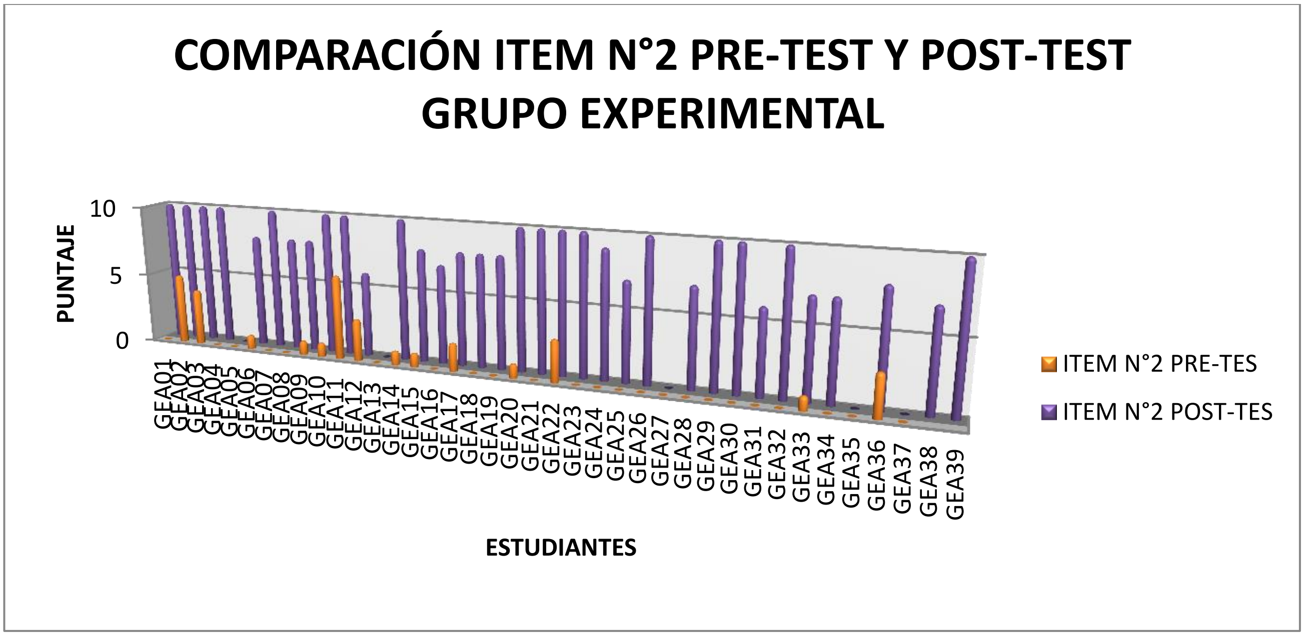


Figura 6.7: Gráfico comparativo ítem n°2 Pre-Test y Post-Test grupo experimental

En este gráfico se comparan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem N°2 de Pre-Test en comparación del ítem N°2 del Post-Test (barras naranjas representan el ítem N°2 del Pre-Test y las barras lilas representan el ítem N°2 del Post-Test), además es importante mencionar que en este ítem se evaluó conocimientos previos; es decir traspasó del lenguaje algebraico al lenguaje natural, visualizando claramente que los alumnos presentaron bajos puntajes en el Pre-Test, por lo que en la propuesta se reforzó y se logra ver claramente en el Post- Test que los alumnos suben sus puntajes dejando entre ver que se logra un aprendizaje significativo y un mejor rendimiento por parte de los estudiantes.

- En relación a las comparaciones realizadas en los ítem N°1 y ítem N°2, tanto en el Pre-Test y Post-Test del grupo experimental, estos ítem estaban basados solo en los conocimientos previos de los estudiantes es decir traspaso del lenguaje natural al algebraico y viceversa, lo que nos permite visualizar que los estudiantes presentaban un gran déficit, lo cual fue muy importante reforzar, ya que estas transformación son un pilar fundamental en la resolución de problemas de aplicación algebraica.
- También es muy importante señalar que cuando a los estudiantes se les solicito expresar en lenguaje algebraico un número para y un número impar más del 95% de los estudiantes escribieron 2 como número par y 3 como número impar, lo que también nos deja entre ver el déficit que presentan los estudiantes en la comprensión lectora y la nula interpretación en lo solicitado, solo responden lo primero que asocian.(Por lo mismo fue necesario, reforzar y leer paso a paso los ejercicios propuestos con los estudiantes, para que ellos mismo lograran darse cuenta cual había sido el error que habían cometido)

6.6.3 GRÁFICO COMPARATIVO ITEM N°3 PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

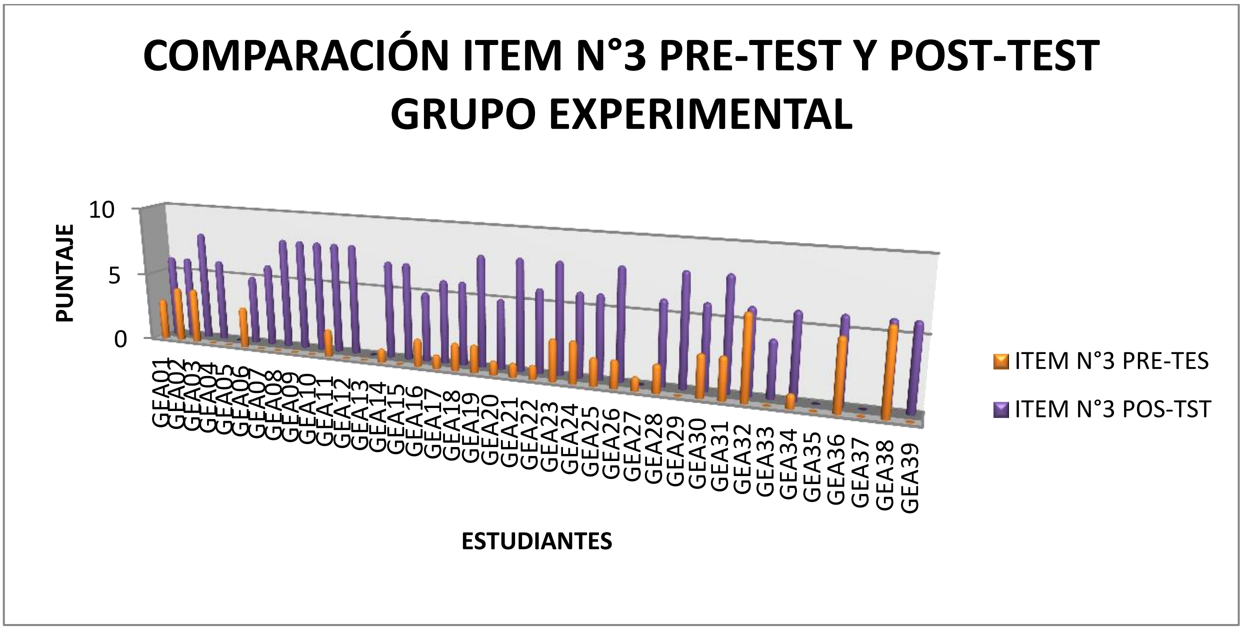


Figura 6.8: Gráfico comparativo ítem n°3 Pre-Test y Post-Test grupo experimental

En este gráfico se comparan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem N°3 de Pre-Test en comparación del ítem N°3 del Post-Test (barras naranjas representan el ítem N°3 del Pre-Test y las barras lilas representan el ítem N°3 del Post-Test), en este ítem se mide la capacidad de los estudiantes en asociar expresiones y/o ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas de planteo, basándonos en los resultados de los primeros dos ítem anteriormente definido, claramente los alumnos en el Pre-Test, no logaron muy buenos puntajes debido, a que no tenían un dominio completo de los contenidos previos tanto para el grupo control, como para el grupo experimental, pero si nos vamos a los puntajes obtenidos en el Post-Test el grupo experimental logra resultados muy significativos, esto lo podemos asociar a la Propuesta de Enseñanza PEARP, donde logro que cada estudiante subiera su puntaje en comparación con el Pre-Test.

6.6.4 GRÁFICO COMPARATIVO ITEM N°4 PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

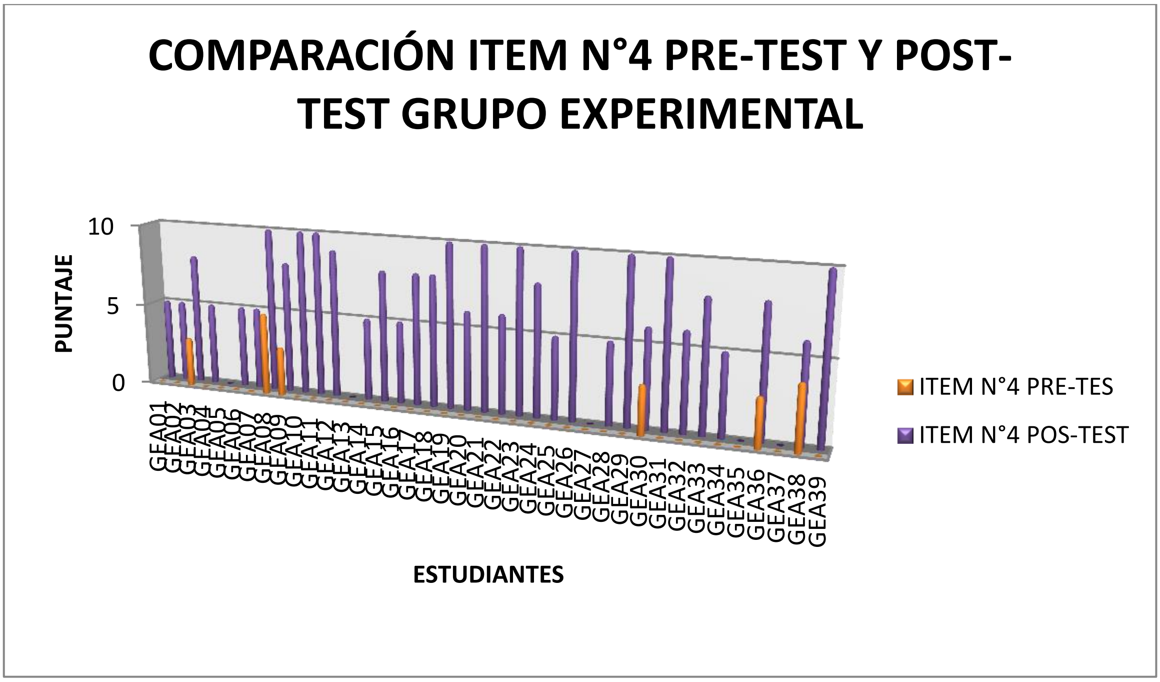


Figura 6.9: Gráfico comparativo ítem n°4 Pre-Test y Post-Test grupo experimental

En este gráfico se comparan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem N°4 de Pre-Test en comparación del ítem N°4 del Post-Test (barras naranjas representan el ítem N°4 del Pre-Test y las barras lilas representan el ítem N°4 del Post-Test), en este ítem se mide la capacidad de los estudiantes en la resolución de problemas de planteo, sin duda al analizar los puntajes se logra visualizar claramente que en el Pre-Test, que el desarrollo de este ítem fue casi nulo de un grupo experimental de 39 estudiantes, solo 6 estudiantes lograr desarrollar de cierta manera los problemas expuestos, por esto mismo a los estudiantes se les refuerza la resolución de problemas, ya que el 84,6% del grupo no sabía resolver problemas de aplicación.

Y sin duda gracias a la Propuesta de Enseñanza PEARP, se logra ver las mejorías en el Post-Test ya que todos los estudiantes que rindieron el Post-Test, lograr enfrentarse y resolver los problemas expuesto.

Si bien en el grafico se logra visualizar claramente los logros, también pueden ver soluciones [10] dadas para este ítem N°4 por algunos estudiantes.

6.6.5 GRÁFICO COMPARATIVO ITEM N°5 PRE-TEST Y POST-TEST GRUPO EXPERIMENTAL

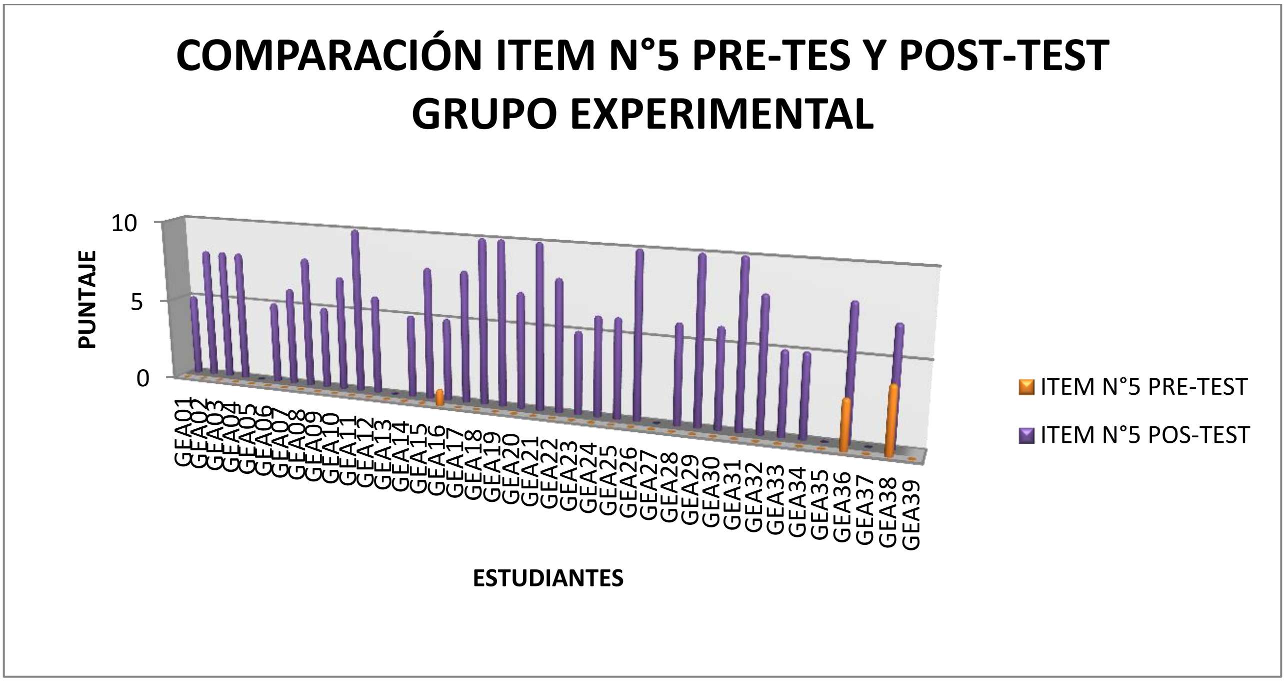


Figura 6.10: Gráfico comparativo ítem n°5 Pre-Test y Post-Test grupo experimental

En este gráfico se comparan los puntajes totales obtenidos por los estudiantes en el ítem N°5 de Pre-Test en comparación del ítem N°5 del Post-Test (barras naranjas representan el ítem N°5 del Pre-Test y las barras lilas representan el ítem N°5 del Post-Test), en este ítem se mide la capacidad de los estudiantes en la elaboración de Mapas Conceptuales

Sin duda al analizar los puntajes se logra visualizar claramente que en el Pre-Test, el desarrollo de este ítem fue casi nulo, de un grupo experimental de 39 estudiantes, solo 3 estudiantes lograr desarrollar de cierta manera sus mapas conceptuales, es decir un 92,3%, no fue capaz de desarrollar este ítem, por lo consiguiente a los estudiantes se les refuerza la elaboración de mapas conceptuales.

[10] Adjunta en el Anexo

Y sin duda gracias a la Propuesta de Enseñanza PEARP, se logra ver las mejorías en el Post-Test ya que todos los estudiantes que rindieron el Post-Test, lograr elaborar un mapa conceptual, utilizando los conceptos trabajados en todos los módulos.

6.7 ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO DEL PRE-TEST Y POST-TEST AMBOS GRUPOS

A continuación se compararan ambas pruebas Pre-Test y Post- Test, para comprobar si la intervención PEARP, entrego mejor resultados que la metodología conductista, utilizada actualmente en los establecimientos.

6.7.1 GRÁFICO COMPARATIVO RESULTADOS OBTENIDOS EN EL PRE-TEST AMBOS GRUPOS

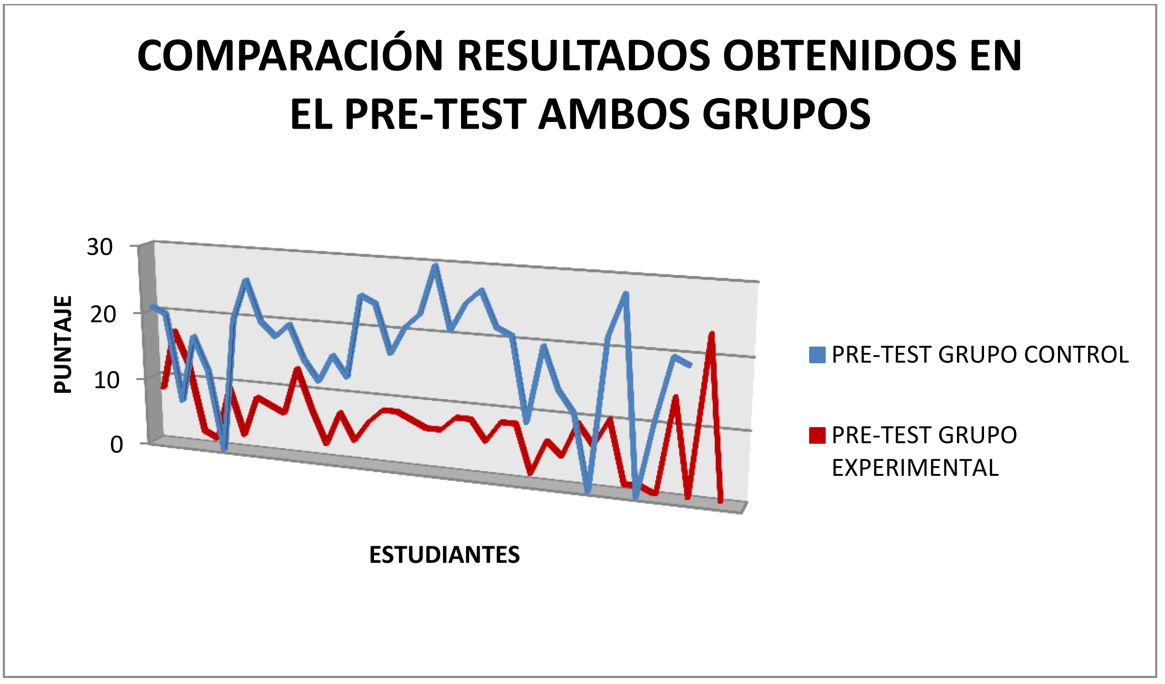


Figura 6.11: Gráfico de los resultados obtenidos en el Pre-Test ambos grupos

En este gráfico se realiza una comparación en los resultados obtenidos en el Pre-Test tanto en el grupo control como en el grupo experimental, claramente se logra visualizar que el grupo control, logro mejores puntajes en comparación al grupo experimental.

6.7.2 GRÁFICO COMPARATIVO RESULTADOS OBTENIDOS EN EL POST-TEST AMBOS GRUPOS

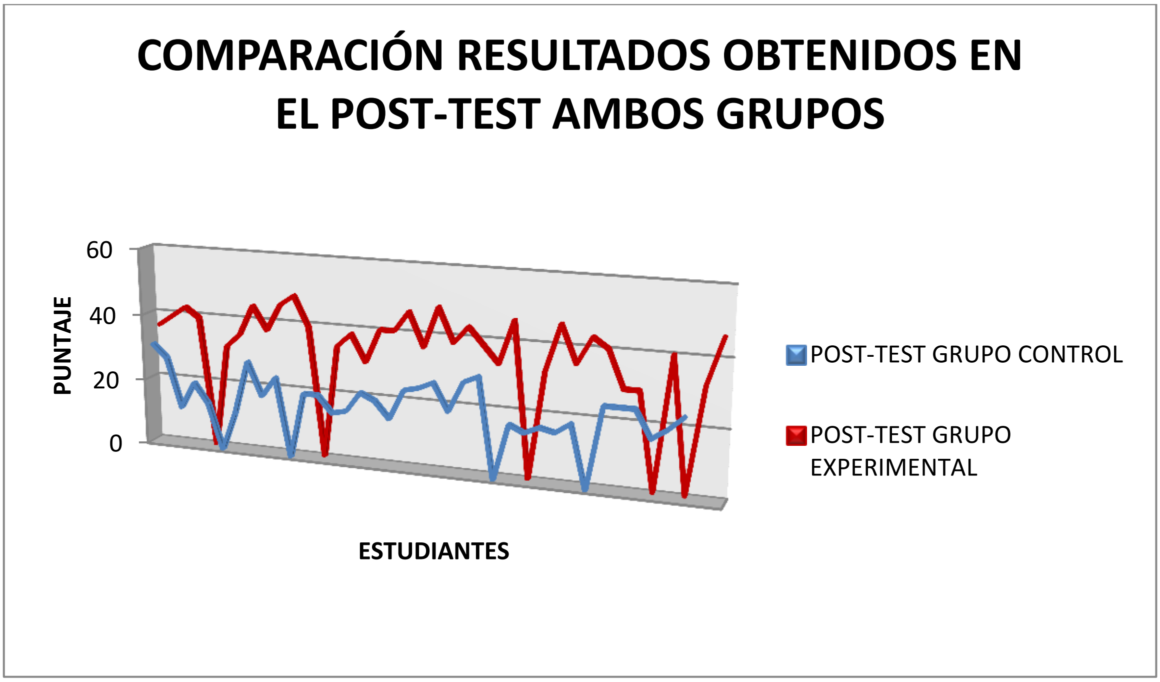


Figura 6.12: Gráfico de los resultados obtenidos en el Post-Test ambos grupos

En este gráfico se realiza una comparación en los resultados obtenidos en el Post-Test tanto en el grupo control como en el grupo experimental, claramente se logra visualizar que el grupo experimental logra puntajes muy superiores en relación al grupo control esto se atribuye a la propuesta de Enseñanza **PEARP,** la cual reforzó los conocimientos previos generando en los estudiantes un aprendizaje significativo, genero compromiso y trabajo en equipo, motivo a los estudiantes y que mejor manera de demostrar esto mediante el rendimiento académico que ellos lograron.

6.8 ANÁLISIS POR ÍTEM DEL PRE-TEST Y POST-TEST AMBOS GRUPOS

6.8.1 TABLA DE COMPARACIÓN PRE-TEST Y POST-TEST POR ÍTEM

Tabla 6-3: Tabla de comparación Pre-Test y Post-Test por ítem

	Pre-Test					Post-Test				
Grupo/ Ítem	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5
GC (Grupo Control)	274	233	104	43	20	277	245	167	134	95
GE (Grupo Experimental)	128	36	64	21	8	293	297	225	253	249

6.8.2 GRÁFICO COMPARATIVO PRE-TEST Y POST-TEST POR ITEM

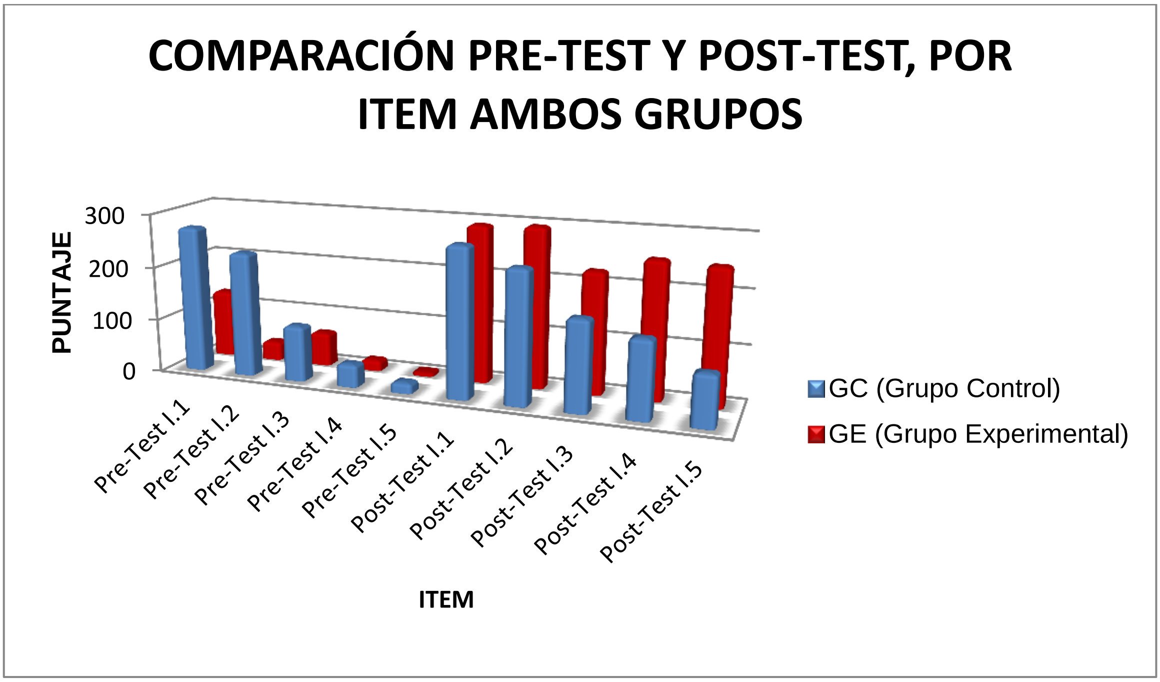


Figura 6.13: Gráfico comparativo Pre-Test y Post-Test por ítem ambos grupos

En este gráfico se logra visualizar de mejor manera, los logros académicos obtenidos por el grupo experimental, ya que se desglosa por ítem en comparación a la suma total de los puntajes obtenidos por los estudiantes, dejando muy claro que el grupo experimental, obtuvo pésimos resultados en el Pre- Test, siendo superado por el grupo control, posterior a esto sin duda el avance logrado por el grupo experimental es muy significativo ya que incrementan sus resultados de una manera muy ascendente, lo que nos permite concluir que los estudiantes al ser intervenidos por nuestra Propuesta de Enseñanza PEARP, esta ayuda a mejorar el rendimiento de los estudiantes.

6.9 ANÁLISIS MAPAS CONCEPTUALES EN PRE-TEST Y POST-TEST AMBOS GRUPO

6.9.1 TABLA DE COMPARACIÓN MAPAS CONCEPTUALES PRE-TEST Y POST-TEST

Tabla 6-4: Comparación mapa conceptuales Pre-Test y Post-Test

	Pre-Test	Post-Test	Porcentaje
Grupo	Ítem 5	Ítem 5	Puntaje total 370 GC- 390 GE
GC(Grupo Control)	20	95	5,4 % - 25,6 %
GE(Grupo Experimental)	8	249	2,0% - 63,8%

6.9.2 GRÁFICO COMPARATIVO MAPAS CONCEPTUALES AMBOS GRUPOS

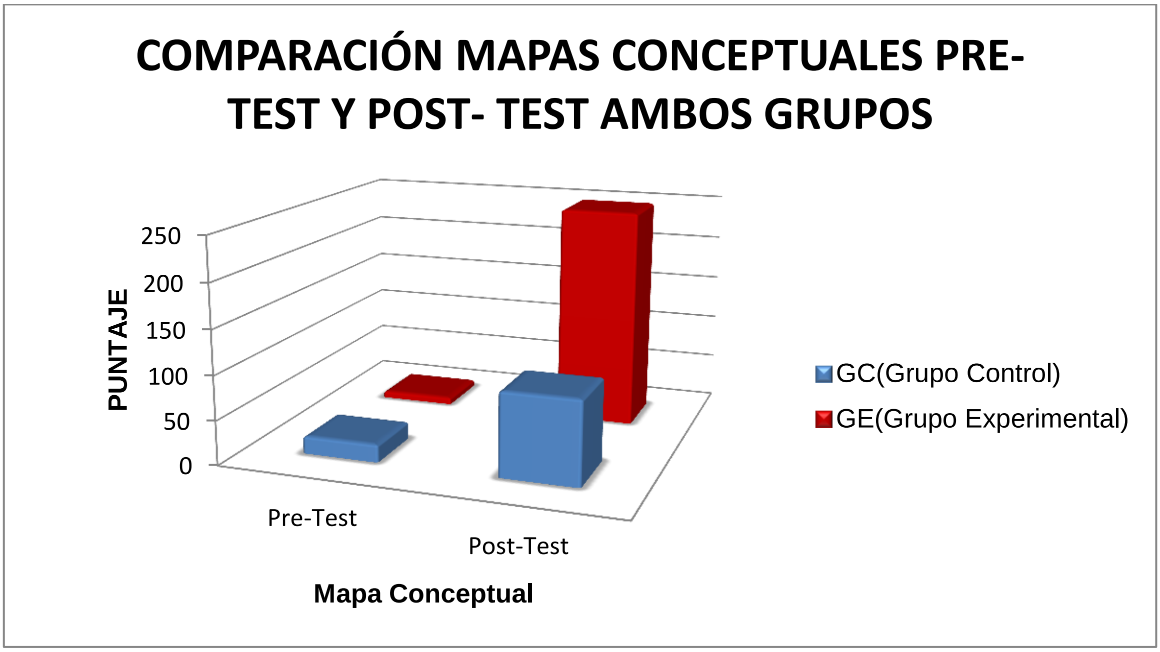


Figura 6.14: Gráfico comparativo mapas conceptuales Pre-Test y Post-Test

Para visualizar los resultados expuesto en este gráfico, pueden ver algunos mapas conceptuales[11] elaborados tanto por los estudiantes del grupo control como el grupo experimental.

[11] Adjunta en el Anexo

6.9.3 GRÁFICO PORCENTUAL PUNTAJES MAPAS CONCEPTUALES

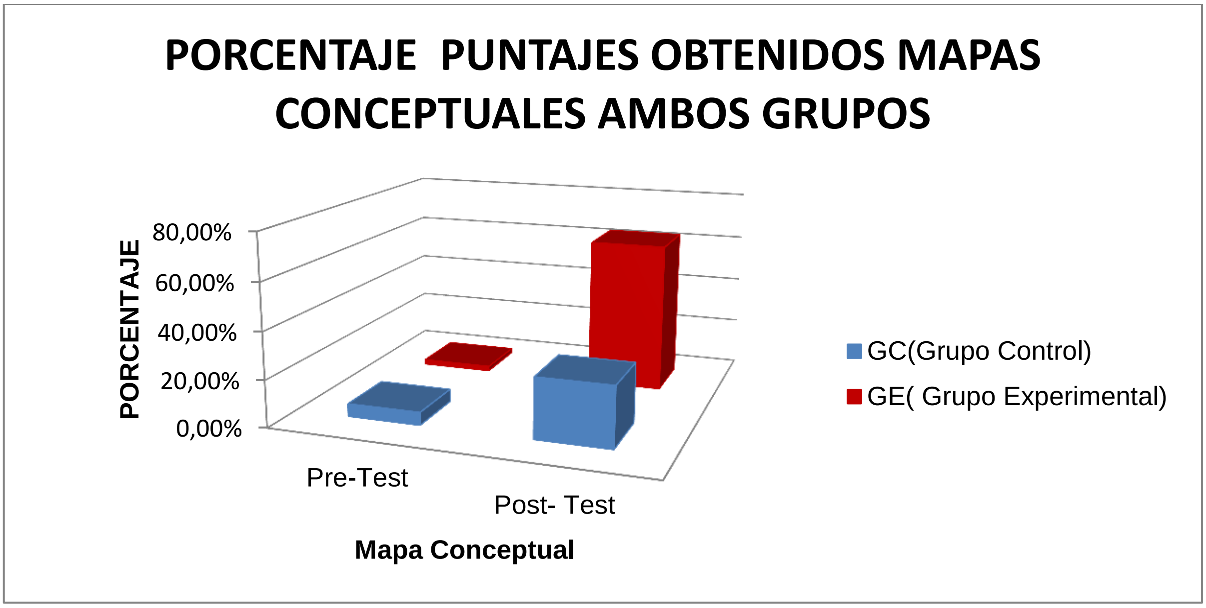


Figura 6.15: Gráfico porcentaje puntajes obtenidos mapas conceptuales ambos grupos

El gráfico anterior representa los puntajes obtenidos por los estudiantes en la elaboración de mapas conceptuales, dejando muy claro que en el Pre- Test, ambos grupos poseen una muy baja habilidad en la elaboración de estas, por lo mismo la Propuesta de Enseñanza PEARP, se vio en la obligación de enseñarles a los estudiantes a elaborar un mapa conceptual y esta logra frutos que se estampan muy claramente en el Pre-Test ya que el grupo experimental incrementa muy significativamente la elaboración de este.

Al observar el gráfico, se puede notar que al igual que en casos anteriores el grupo control logra un alce en los resultados no muy significativo, en comparación al grupo experimental, ya que en el Pre-Test obtuvieron 20 puntos y en el Post-Test 95 puntos, es decir los 20 puntos obtenidos corresponden a un 5,4% y los 95 puntos corresponden a un 25, 6%; es decir el grupo control logra un aumento del 20,2%. A diferencia del grupo experimental en el Pre-Test obtuvieron 8 puntos y en el Post- Test obtuvieron 249 puntos, sin duda si apreciamos los números se logra visualizar un aumento significativo en los puntajes, ya que si lo analizamos a nivel de porcentajes 8 puntos equivalen al 2,1 % y los 249 puntos corresponden al 63,8 %, es decir el grupo experimental logra un aumento de 61,8%; esto se atribuye a que el grupo experimental fue intervenido por la Propuesta de Enseñanza PEARP.

6.10 COMPARACIÓN DE MEDIAS

Se realizara un análisis estadístico para determinar si las diferencias de los resultados de las pruebas son significativas. Para esto es necesario considerar lo siguiente:

O_1 =Pre-Test realizado al grupo control

O_2 =Post-Test realizado al grupo control

O_3 =Pre-Test realizado al grupo experimental

O_4 =Post-Test realizado al grupo experimental

6.11 PRUEBA DE U MANN-WHITNEY

Esta prueba es aplicable para comparar dos variables continuas independientes en donde las dos muestras pueden tener dos tamaños diferentes, partiendo de la hipótesis nula de que en ambas muestras la medida de tendencia central es la misma.

Es la prueba no paramétrica considerada más potente para comparar dos variables continuas independientes.

$$\mathrm{H}_0: no\ hay\ diferencias$$

$$\mathrm{H}_1: si\ hay\ diferencias$$

En este caso las hipótesis serian:

Hipótesis nula $(\mathbf{H_0})$**:** No existe diferencia entre la aplicación de actividades convencionales en el grupo control y la aplicación de actividades con trabajo de módulos mediante un aprendizaje significativo en el grupo experimental.

Hipótesis general $(\mathbf{H_1})$**:** los resultados finales de las evaluaciones del grupo experimental son mejores y significativas que los del grupo control.

El nivel de asignación de los resultados se determina observando el valor de significación que arroje la prueba. Para todo valor de probabilidad p igual o menor que 0.05 se acepta H_1 y se rechaza H_0. Al contrario, para todo valor de probabilidad mayor que 0.05 se acepta H_0 y se rechaza H_1.

6.11.1 TABLA INTERVALO DE CONFIANZA Y PRUEBA DE U MANN-WHITNEY ENTRE AMBOS GRUPOS

ETA 1: $O_4 - O_3$	N= 34	mediana[12]= 24.0
ETA 1: $O_2 - O_1$	N=37	mediana=4.5
Punto estimado para ETA1-ETA2 es 19.0 95.2 Porcentaje IC[13] para ETA 1- ETA2 es (7.0, 26,0) Prueba de ETA1=ETA2 versus ETA1>ETA2 es significativa a 0,001 Por lo tanto la prueba es significativa a P= 0,0001 (ajuste para pares)		

Conclusión hipótesis: la prueba arrojo una probabilidad de p= 0,001 menor que 0,05. Por lo tanto, se niega H_0 y se afirma H_1, lo que quiere decir que los resultados finales de las evaluaciones del grupo experimental son mejores y significativos que el grupo control.

Es decir que la aplicación de actividades con trabajo de módulos mediante un aprendizaje significativo, provoca diferencias más altas y significativas, que aquellos grupos que no utilizan esta metodología.

[12] **Mediana**: es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando éstos están ordenados de menor a mayor
[13] **IC**: intervalo de confianza

6.12 CONFIABILIDAD DEL PRE-TEST Y POST-TEST SEGÚN AMBOS GRUPOS

Es de suma importancia entregar confiabilidad en los Test realizados en la investigación, por lo mismo utilizamos el Coeficiente Alfa de Cronbach el cual es muy utilizado a la hora de evaluar la confiabilidad o la homogeneidad de las preguntas o ítems, donde r_{tt} puede tomar valores entre 0 y 1, donde 0 significa confiabilidad nula y 1 representa confiabilidad total. El coeficiente $\propto$ de Cronbach puede ser calculado por medio de:

$$r_{tt} = \left(\frac{k}{k-1}\right)\left(\frac{\sum si^2}{st^2}\right)$$

Esto es mediante la varianza de los ítems y la varianza del puntaje total (Hernández Samperio, 2003)

Dónde:

$$r_{tt} = coeficiente\ de\ confiabilidad\ de\ la\ prueba\ o\ cuestionario$$

$$k = número\ de\ ítems\ del\ instrumento$$

$$\sum si^2 = sumatoria\ de\ las\ varianzas\ de\ los\ items$$

$$st^2 = varianza\ total\ de\ los\ instrumentos$$

Interpretación del Coeficiente de Confiabilidad.

El coeficiente de confiabilidad es un coeficiente de correlación, teóricamente significa la correlación del Test consigo mismo.

- Sus valores oscilan entre 0 y 1

Escala empleada en la interpretación de la magnitud del Coeficiente de Confiabilidad de un instrumentó. Ruiz Bolívar (2002)

Rango	Magnitud
0,01 a 0,20	Muy baja
0,21 a 0,40	Baja
0,41 a 0,60	Moderada
0,61 a 0,80	Alta
0,81 a 1,00	Muy alta

En nuestra investigación se tiene:

- **Pre-Test**

Grupo control

$r_{tt=}1{,}25 \cdot (1 - 0{,}2716495)$

$r_{tt} = 1{,}25 \ \cdot 0.7283505$

$r_{tt=}\ 0{,}910438125$

- **Pre-Test**

Grupo experimental

$r_{tt=}1{,}25 \cdot (1 - 0{,}25869)$

$r_{tt} = 1{,}25 \ \cdot 0.74131$

$r_{tt=}\ 0{,}9266375$

- **Post-Test**

Grupo control

$r_{tt=}1{,}25 \cdot (1 - 0{,}227566802)$

$r_{tt} = 1{,}25 \ \cdot 0.772433198$

$r_{tt=}\ 0{,}9655414975$

- **Post-Test**

Grupo experimental

$r_{tt=}1{,}25 \cdot (1 - 0{,}225697)$

$r_{tt} = 1{,}25 \ \cdot 0.774303$

$r_{tt=}\ 0{,}96787875$

Los valores del coeficiente $\propto$ de Cronbach mostrados anteriormente muestran que en todos los Test de los distintos grupos, la magnitud de confiabilidad es muy alta, ya que están entre 0,81 a 1,00. Por lo tanto queda validad la confiabilidad de los Test propuestos en la investigación.

6.13 GRÁFICOS DE LOS RESULTADOS ENCUESTA INICIAL A LOS ESTUDIANTE

Las encuestas de actitudes y expectativas, fueron desarrolladas con el propósito de conocer cuál es el grado de opinión; de los alumnos; hacia al establecimiento y, específicamente, al área de Matemáticas optando al estudiante a analizar gustos, intereses y métodos diferentes a la enseñanza de esta asignatura**.**

6.13.1 PREGUNTAS REFERENTES A LOS ESTUDIANTES

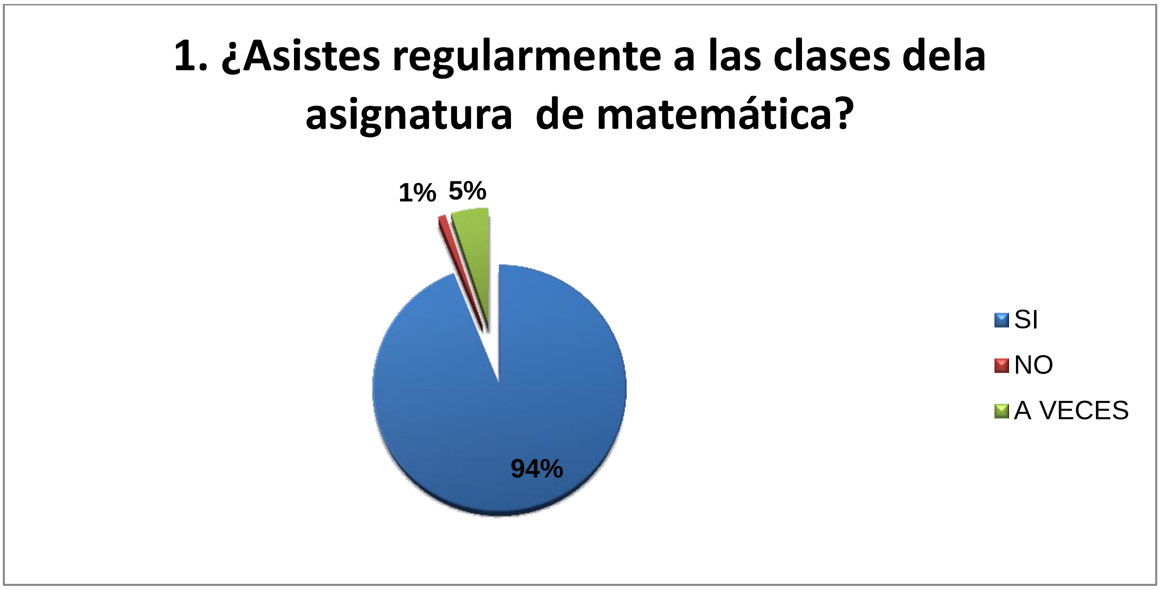


Figura 6.16: Gráfico respuesta pregunta N°1 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra un alta asistencia a las clases de matemática con un resultado de 94% (36 estudiantes).

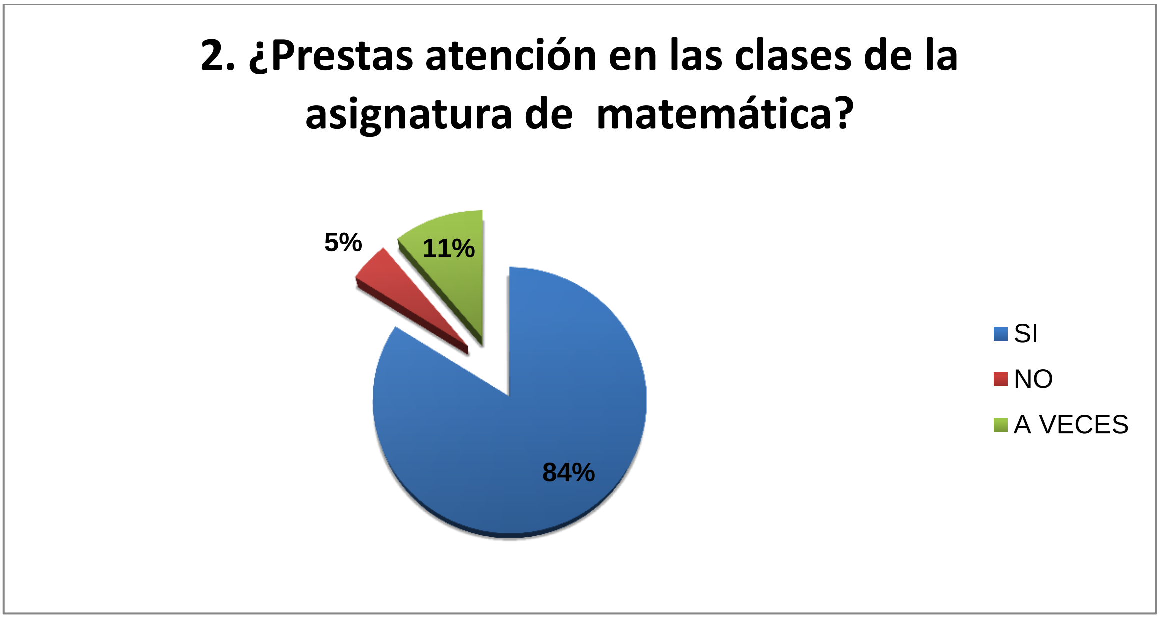


Figura 6.17: Gráfico respuesta pregunta N°2 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra un alta atención a las clases de matemática con un resultado de 84% (32 estudiantes). Sin dejar de lado que un 11% a veces solamente presta atención (4 estudiantes).

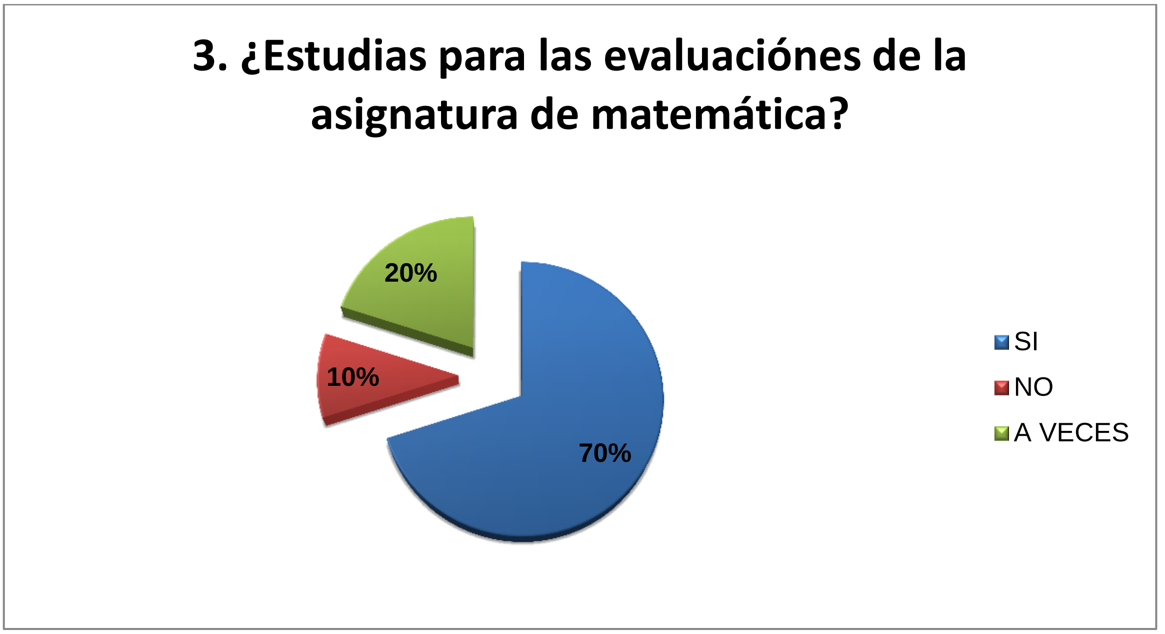


Figura 6.18: Gráfico respuesta pregunta N°3 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico que la tendencia del curso experimental estudia para las evaluaciones de la asignatura, con un resultado de 70% (27 estudiantes), un 20% a veces estudia (8 estudiantes) y un 10% no estudia (4 estudiantes).

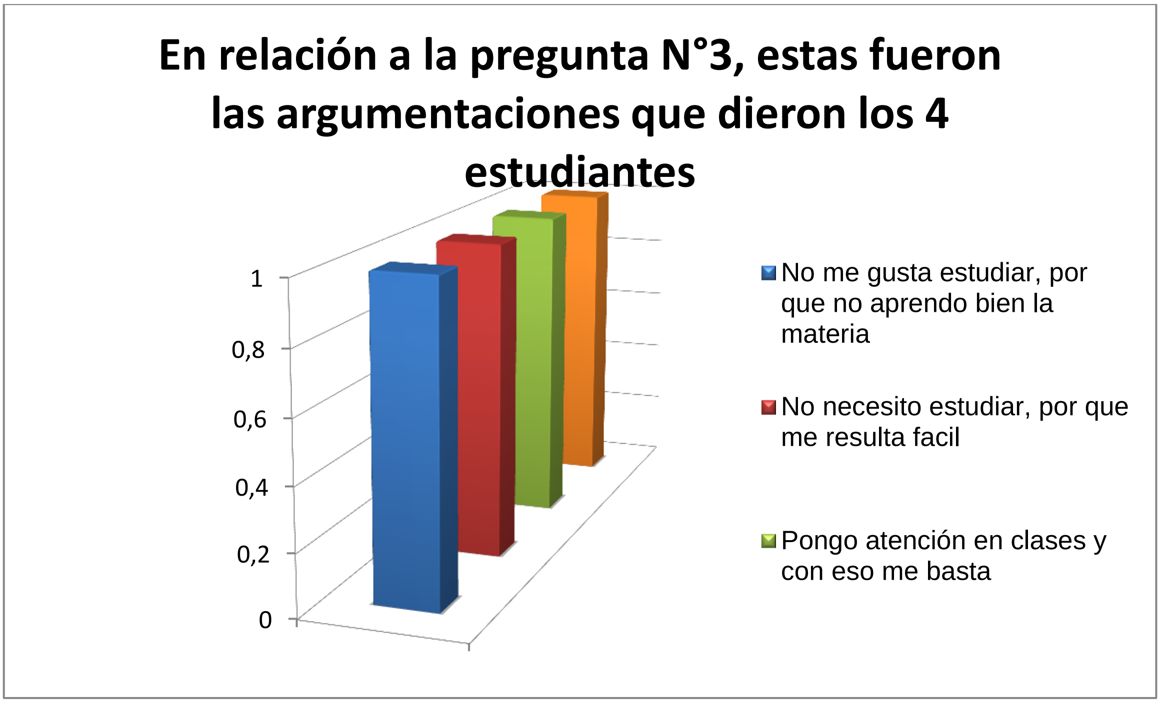


Figura 6.19: Gráfico Argumentación Pregunta N°3

Sin duda al analizar las respuestas dadas por los estudiantes no son muy positivas, por lo mismo la propuesta busca mejorar estas actitudes.

Analicemos cada respuesta: es importante mencionar que las respuestas fueron indagadas, es decir se les pregunta más profundamente que querían decir con la respuesta dada.

- **No me gusta estudiar, porque no aprendo bien la materia:** el profesor por lo general, tiende a pasar la materia y el que aprendió, aprendió, sin importarle**,** si todos aprendimos, él siempre trabaja con los que aprenden y saben más y a uno lo deja de lado.

- **No necesito estudiar, porque me resulta fácil:** a mí me gusta la asignatura por lo mismo, pongo atención y me intereso de lo que pasa el profesor, además yo tengo muy buena relación con él, él siempre me considera y me alienta a aprender más y más.

- **Pongo atención en clases y con eso me basta:** a mí no me cuesta mucho aprender, solo pongo atención aprendo, hago las guías y estoy listo, además en mi casa no me gusta estudiar, prefiero hacer cosas que me gustan.

- **Nunca estudio para ninguna asignatura, no estoy ni hay con estudiar, me obligan a asistir a clases:** a mí nunca me ha gustado ir al colegio, liceo ni nada que tenga que ver con estudiar, me gusta más trabajar, tener mi plata además mi familia tiene recurso, yo quiero dedicarme a lo que hacen ellos, la pesca.

Figura 6.20: Gráfico respuesta pregunta N°4 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico que las calificaciones del curso experimental, no son de las mejores ya que el 30% (12 estudiantes) obtienes buenas calificaciones en la asignatura, un 45 % no tiene buenas calificaciones (18 estudiantes) y un 25% (9 estudiantes) a veces tiene buenas calificaciones.

Figura 6.21: Gráfico respuesta pregunta N°5 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico el gusto por la asignatura del curso experimental, sin duda las respuestas son muy negativas ya que el 70% (27 estudiantes) no le gusta 20% (8 estudiantes) a veces le gusta la asignatura y solo al 10% (3 estudiantes) le gusta la asignatura, a lo que la propuesta buscara mejorías a estas actitudes tan negativas, frente a la asignatura.

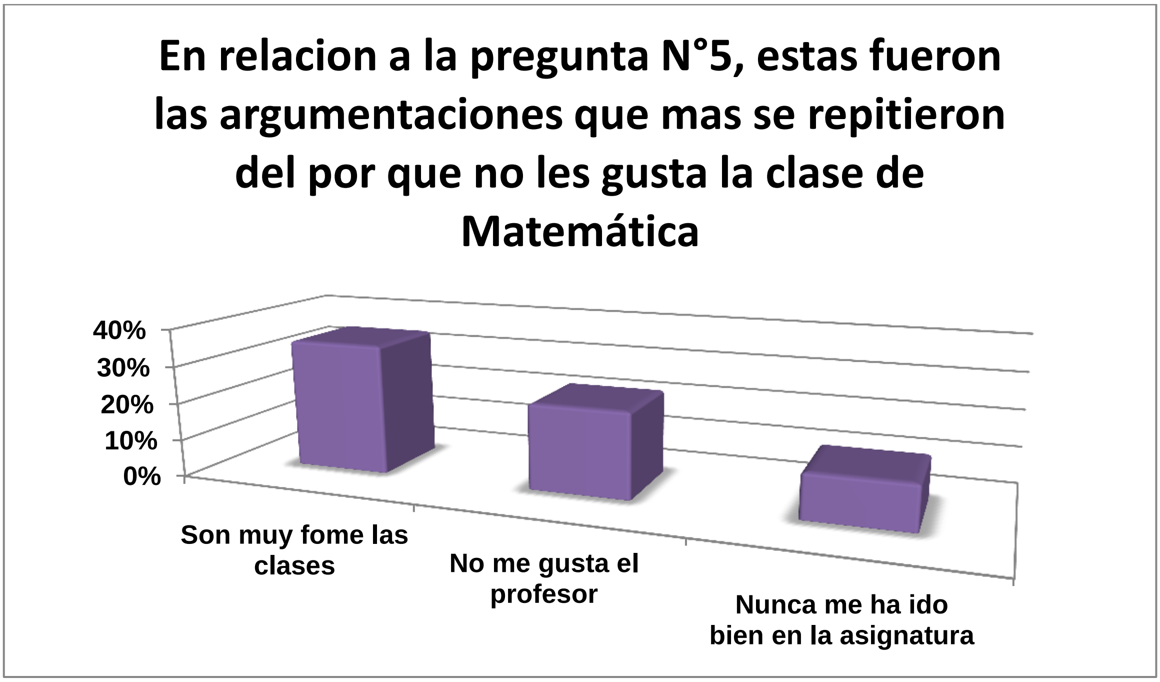


Figura 6.22: Gráfico Argumentación Pregunta N°5

Sin duda al analizar las respuestas dadas por los estudiantes sobre el por qué no les gusta la asignatura son muy significativas, ya que algo gatilla estas respuestas.

Analicemos cada respuesta:

- **Son muy fomes las clases:** a estos grupos de estudiantes, siempre se les ha enseñado a partir de una metodología conductista, a lo que ellos argumentaban que, les gustaría que las clases fueran de otra manera.

- **No me gusta el profesor:** la mayoría de los estudiantes, son provenientes de otros establecimientos, donde toda la enseñanza básica tuvieron a un mismo profesor, al ingresar al LIR, la situación cambia ya que los profesores tienen otra disposición frente a la clase (debido a que la mayoría de los docentes lleva más de 27 años de docencia, los cuales están acostumbrados a sus mecanismos de enseñanza y no se adecuan a cambios).

- **Nunca me ha ido bien en la asignatura:** el que los alumnos toda una vida, obtengan malos resultados frente a la asignatura los acondiciona a no quererlas, ya que saben que siempre le va a ir mal, no están dispuestos a superarse ni querer cambiar esto, ya que para ellos siempre será lo mismo. (actitud negativa- frente a lo que usualmente están acostumbrados- no atribuyen a que pueden haber cambios)

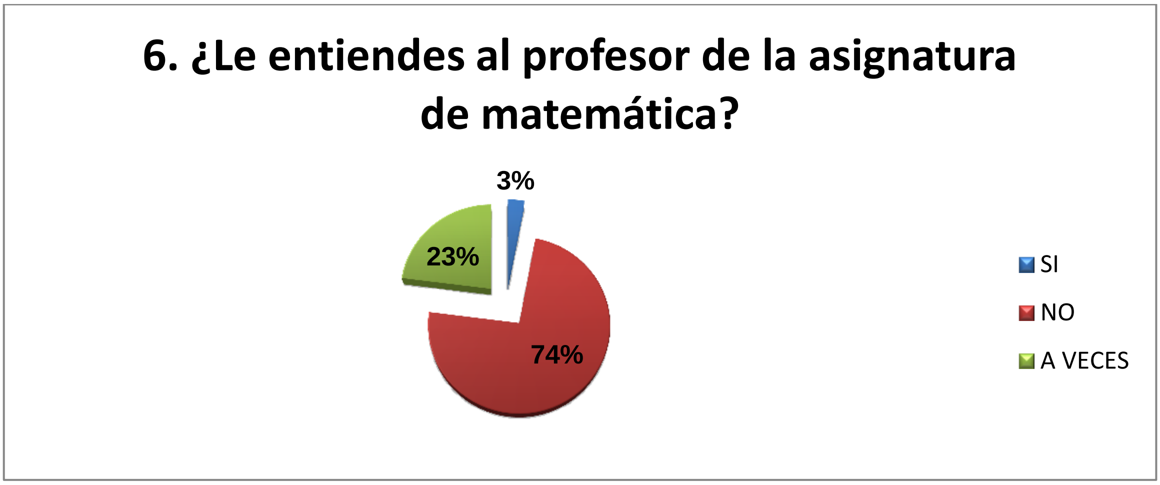


Figura 6.23: Gráfico respuesta pregunta N°6 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico el entienden al profesor de la asignatura de matemática del curso experimental, sin duda las respuestas son muy negativas ya que el 74% (29 estudiantes) no le entienden, 23% (9 estudiantes) a veces le entienden y solo al 3 % (2 estudiantes) le entienden, a lo que la propuesta buscara mejorías a estas actitudes tan negativas.

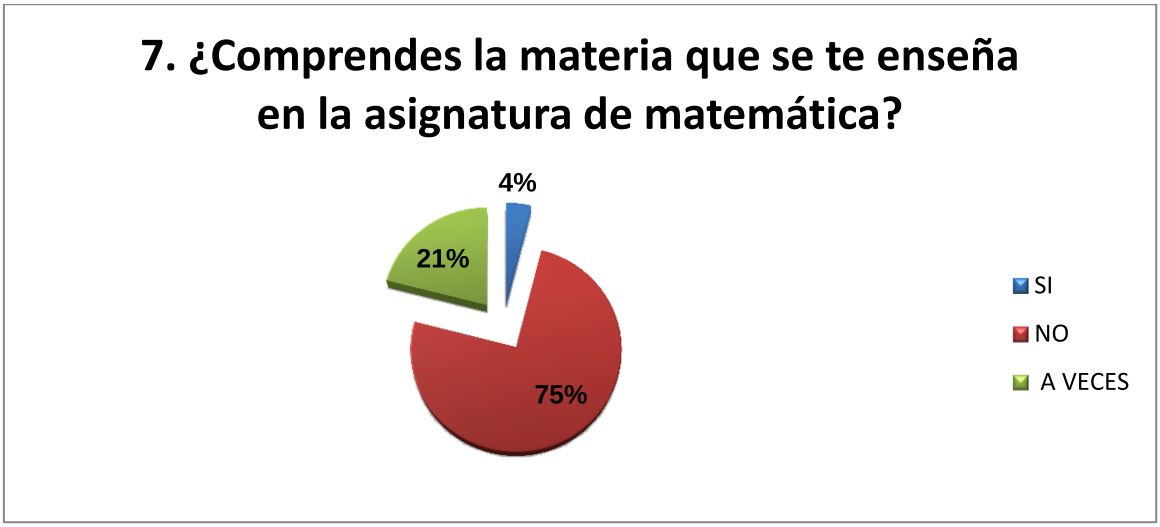


Figura 6.24: Gráfico respuesta pregunta N°7 Encuesta Inicial

Se analiza de este gráfico la comprensión de la materia de la asignatura de matemática del curso experimental, sin duda las respuestas son muy negativas ya que el 75% (30 estudiantes) no comprenden la materia, 21% (7 estudiantes) a veces la comprenden y solo al 4 % (3 estudiantes) la comprenden. Sin duda estas respuestas significaron indagar aún más, debido a que si más del 50% de los estudiantes no comprende la materia, como era posible entonces que en la pregunta 4 ¿tienes buenas calificaciones?, el 45% es decir

18 estudiantes solamente afirmaron no tener buenas calificaciones, pero en esta pregunta 30 afirman no comprender la materia, a lo que los estudiantes argumentaron que la mayoría tiene profesores particulares, hermanos mayores que les enseñan o simplemente en más de una ocasión copiaban.

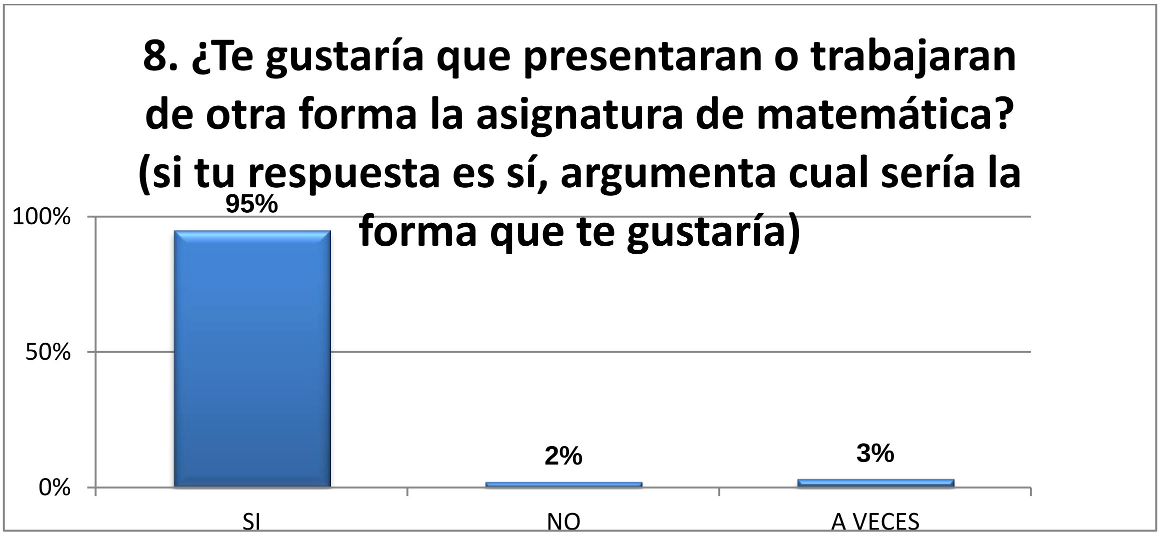


Figura 6.25: Gráfico respuesta Pregunta N°8 Encuesta Inicial

Figura 6.26: Gráfico Argumentación Pregunta N°8

Los gráficos anteriores representan los porcentajes de cada pregunta de la encuesta inicial realizada a los estudiantes del Liceo Bicentenario Isidora Ramos de Gajardo B-52.

Sin duda se logra visualizar claramente que no hay mucho gusto por las matemáticas, ni nada que tenga que ver con ellas.

6.13.2 PREGUNTAS REFERIDAS A LOS CONTENIDOS

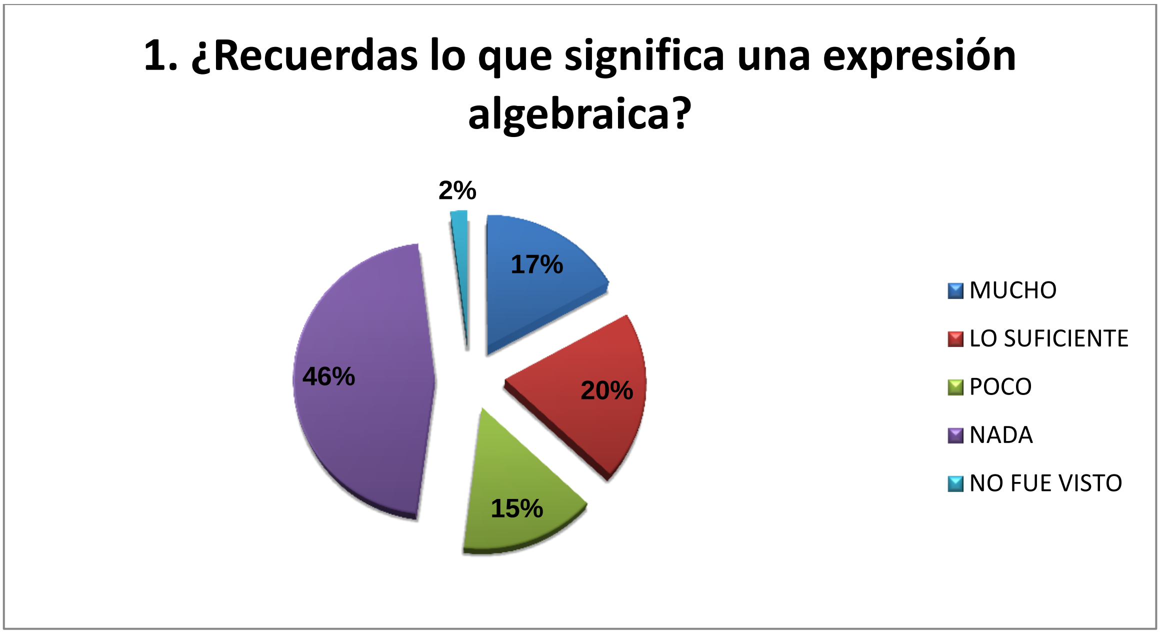


Figura 6.27: Gráfico respuesta pregunta N°1 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

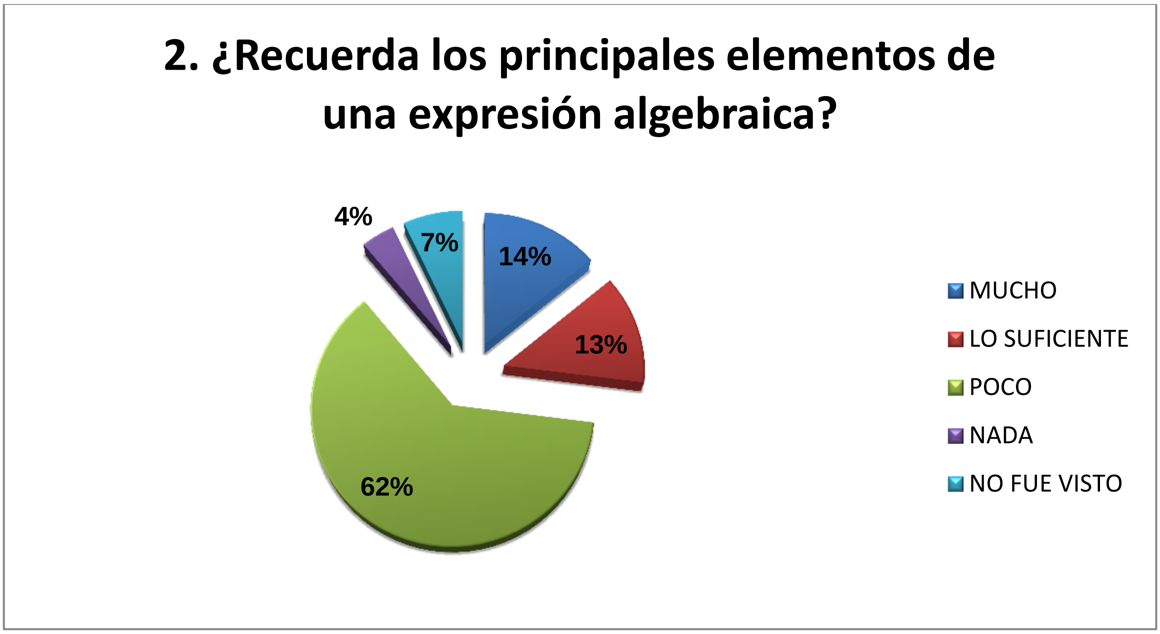


Figura 6.28: Gráfico respuesta pregunta N°2 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

Figura 6.29: Gráfico respuesta pregunta N°3 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

Figura 6.30: Gráfico respuesta pregunta N°4 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

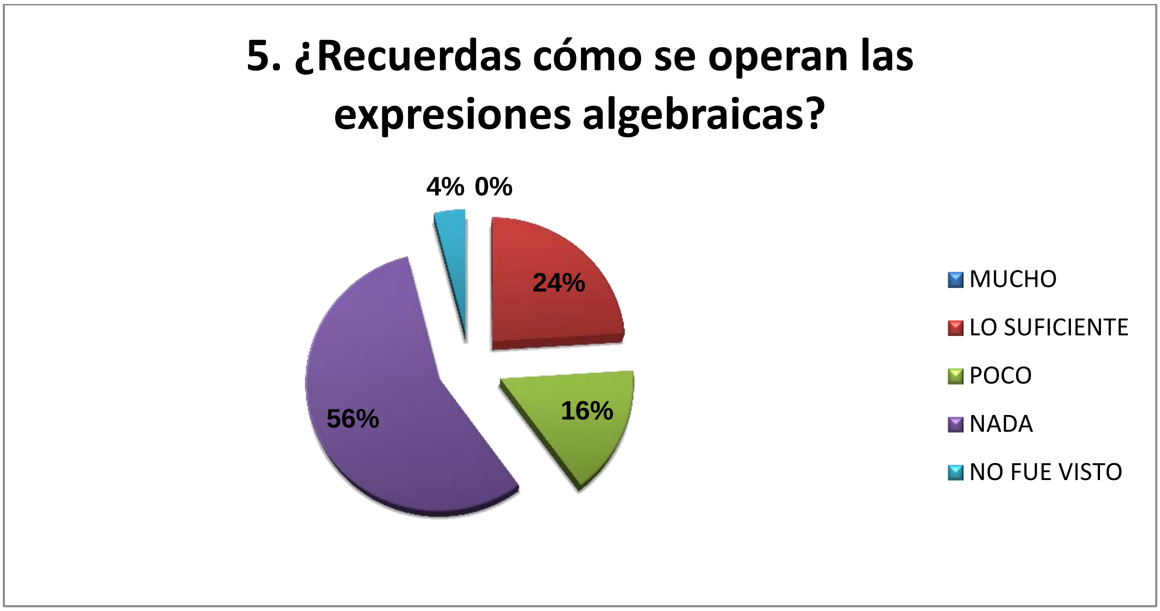


Figura 6.31: Gráfico respuesta pregunta N°5 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

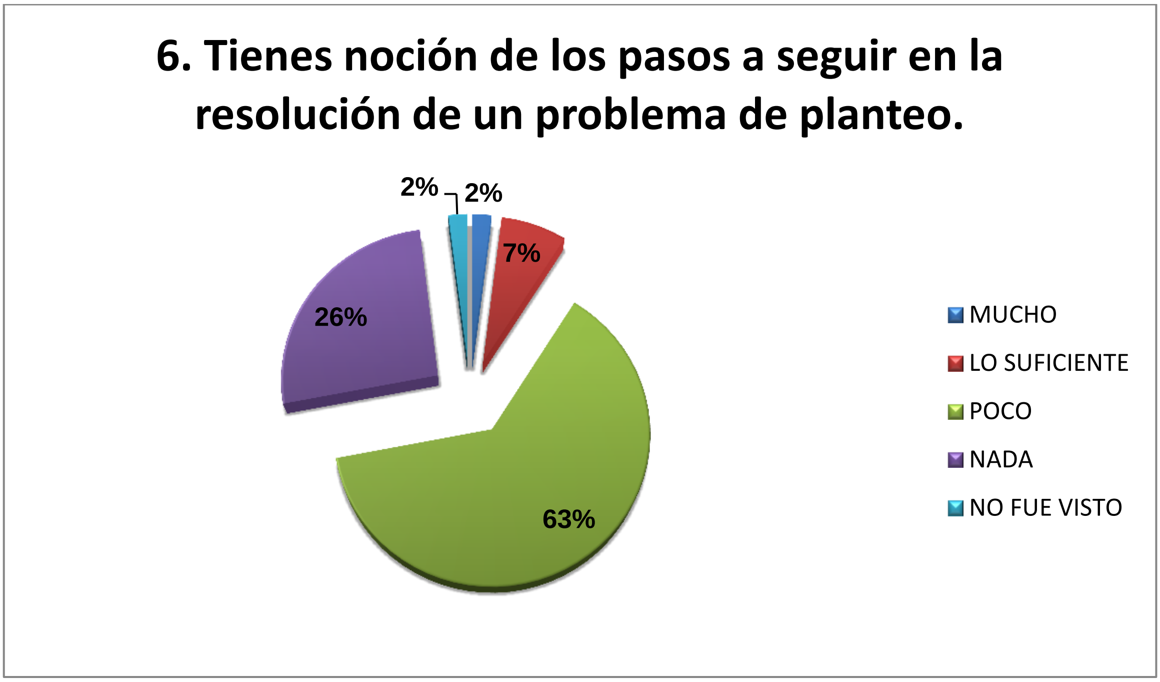


Figura 6.32: Grafico respuesta pregunta N°6 Encuesta Inicial, enfocada a los contenidos

Sin duda al analizar los resultados de las preguntas de contenidos previos, se logra visualizar claramente que los estudiantes no tienen una buena asimilación de los contenidos previos, por lo nos da ciertas aproximaciones de cómo serán los resultados en el Pre-Test.

6.14 ANÁLISIS DE ENCUESTA FINAL Y COMENTARIOS

El análisis de la encuesta se realizó mediante la Escala de Likert.

6.14.1 LA ESCALA DE LIKERT

Es un método de escala bipolar que mide el grado positivo como negativo de cada enunciado (Likert, 1932). El formato de un típico elemento de Likert con 5 niveles de respuesta sería:

1. **T.D:** Totalmente en desacuerdo
2. **E.D:** En desacuerdo
3. **N.A.N.D:** Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. **D.A:** De Acuerdo
5. **T.A:** Totalmente de acuerdo

Quedando ordenado en la siguiente tabla:

1	2	3	4	5
T.D	**E.D**	**N.A.N.D**	**D.A**	**T.A**

Luego para medir la tendencia t hacia donde apuntan las respuestas en una muestra de n personas se presentan los datos en la siguiente tabla:

Respuestas generales por pregunta.

Nivel	1	2	3	4	5	
Respuesta	**T.D**	**E.D**	**N.A.N.D**	**D.A**	**T.A**	
N° de personas por pregunta	a	b	c	d	e	$a+b+c+d+e=n$

Entonces la tendencia t se calcula del siguiente modo:

$$\frac{a\times 1+b\times 2+c\times 3+d\times 4+e\times 5}{n}=t$$

En donde el valor de t se encontrara en uno de los intervalos siguientes:

- T.D= $1\leq t<1{,}5$
- E.D= $1{,}5\leq t<2{,}5$
- N.A.N.D = $2{,}5\leq t<3{,}5$
- D.A= $3{,}5\leq t<4{,}5$
- T.A= $4{,}5\leq t\leq 5$

6.14.2 ANÁLISIS DE ENCUESTA POR PREGUNTAS REFERIDAS A LA PROPUESTA PEARP

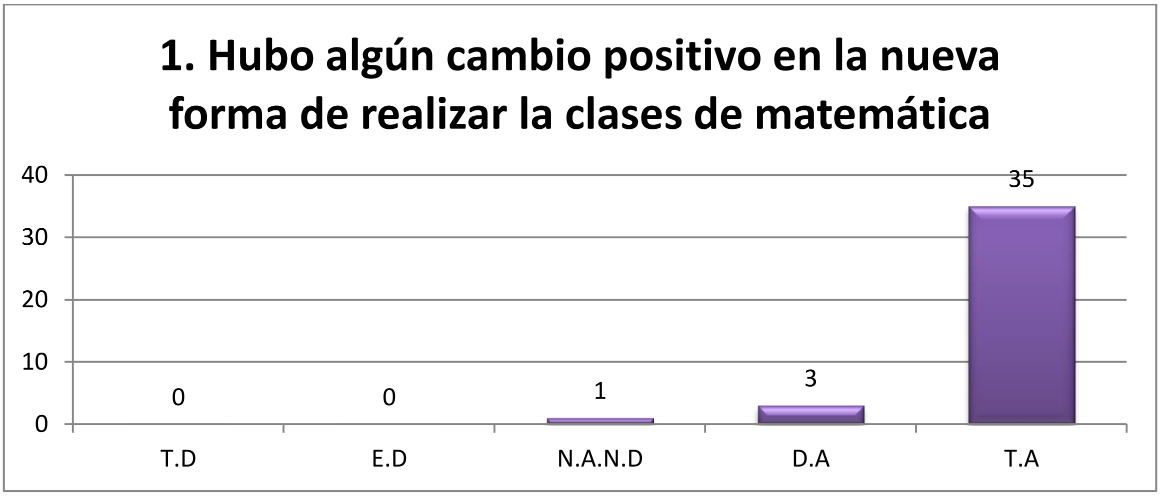


Figura 6.33: Gráfico respuesta pregunta N° 1 Encuesta Final

Con una Tendencia 4,8, en esta pregunta los estudiantes están totalmente de acuerdo que hubo un cambio positivo en la forma de realizar las clases de matemática

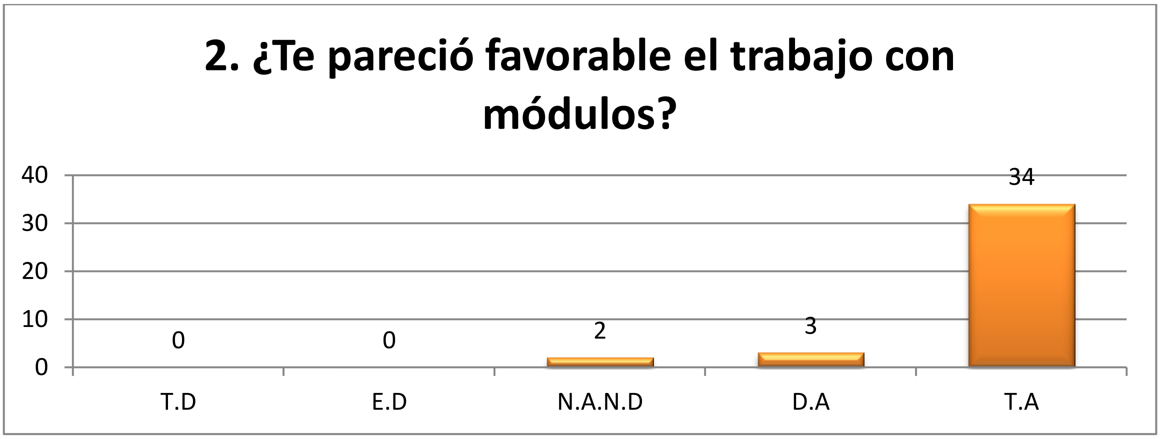


Figura 6.34: Gráfico respuesta pregunta N° 2 Encuesta Final

Con una Tendencia 4,5, en esta pregunta esto señala que los estudiantes están totalmente de acuerdo a lo favorable que resulto el trabajo con modulo.

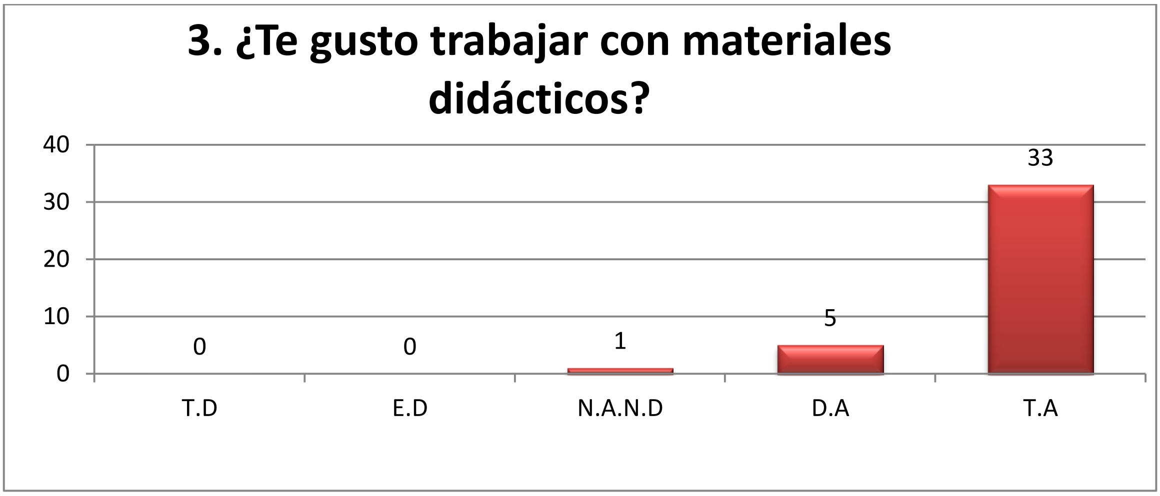


Figura 6.35: Gráfico respuesta pregunta N° 3 Encuesta Final

Con una tendencia 4,8, los estudiantes están totalmente de acuerdo que fue grato trabajar con materiales didácticos.

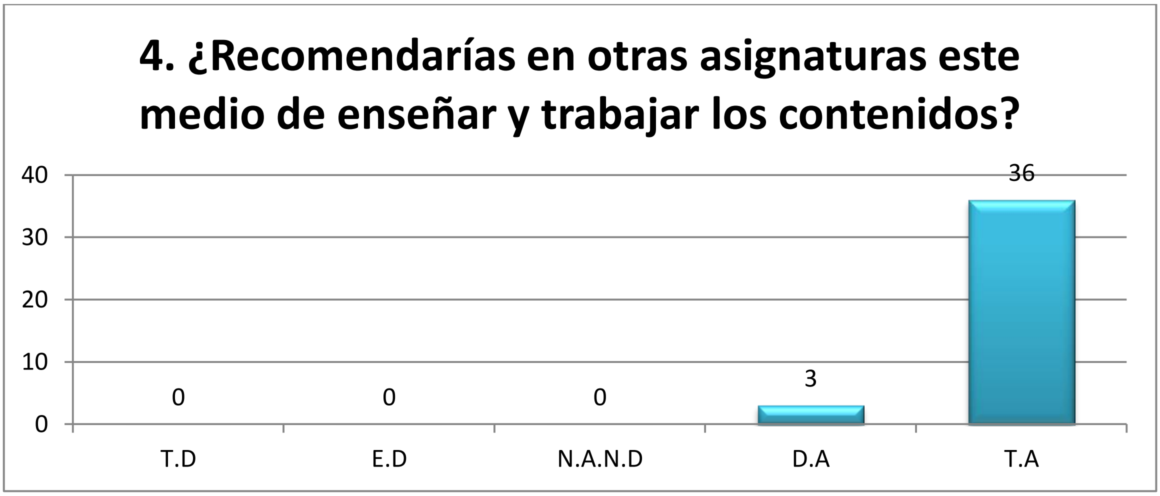


Figura 6.36: Gráfico respuesta pregunta N° 4 Encuesta Final

Con una tendencia 4,9, los estudiantes están totalmente de acuerdo, recomendar a otras asignaturas trabajar y ensañar de esta manera los contendidos.

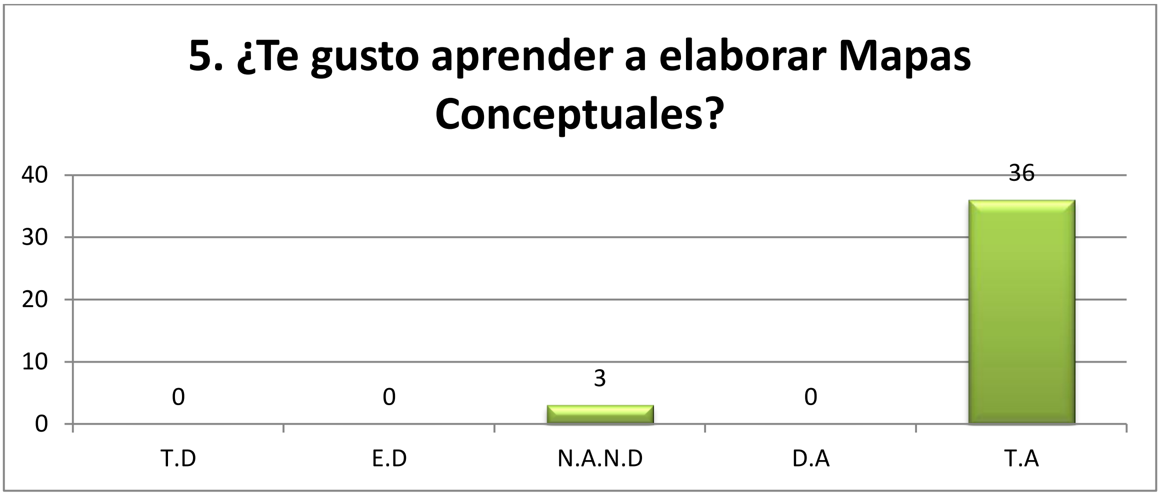


Figura 6.37: Gráfico respuesta pregunta N° 5 Encuesta Final

Con una tendencia 4,8, los estudiantes están totalmente de acuerdo que fue de su agrado aprender a elaborar mapas conceptuales.

CAPÍTULO VII
CONSLUSIONES, CRÍTICAS Y SUGERENCIAS

7.1 CONCLUSIONES

Al momento de crear la Propuesta de Enseñanza PEARP, tenía muy claro el déficit que presentan los estudiantes en la resolución de problemas de aplicación algebraica, no solo en el nivel NM1 también a nivel de Universidad. Pero esto podía mejorarse entregando las herramientas necesarias para lograr un aprendizaje significativo en la resolución de problemas de aplicación generando mejores logros en su rendimiento académico, las cuales han sido consideradas en la aplicación de la Propuesta de Enseñanza PEARP.

Así mismo considero que como docentes debemos ser capaces de generar en nuestros estudiantes aprendizajes significativos, ya que las nuevas adquisiciones se relacionan con las ya conocidas, otorgando lógica, sentido y potencial, sin duda esto no es una garantía que se lograra un aprendizaje significativo, pero si nos aporta en el crecimiento y en el rendimientos de nuestros estudiantes.

A partir de los análisis de datos, se logra verificar que se generaron diferencias concretas en el rendimiento de los estudiantes luego de la aplicación de la Propuesta de Enseñanza PEARP.

Además, se generó un aprendizaje significativo en los estudiantes posterior a la aplicación de esta propuesta.

Los estudiantes del grupo experimental, mejoraron sustancialmente su rendimiento académico, en comparación a los estudiantes del grupo control, el cual se visualiza claramente en los resultados del Post-Test.

PEARP ha potenciado el aprendizaje significativo y trabajo de módulos. Los contenidos previos y nuevos fueron adquiridos por los estudiantes de manera afianzada, gracias al trabajo en equipo y materiales enfocados en el aprendizaje.

Cabe destacar, que uno de los factores que influyo mucho en los estudiantes del grupo experimental, fueron los acuerdos y responsabilidades establecidas previamente antes de dar comienzo a la implementación de la propuesta PEARP, los alumnos se comprometieron a aprender, a trabajar en equipo, a cumplir en el trabajo de los módulos, a poner atención es decir influyo mucho la disposición a trabajar en forma distinta de lo que normalmente están acostumbrados a trabajar. Sin duda los mapas conceptuales también aportaron a este resultado positivo ya que los estudiantes lo utilizaron como una herramienta de apoyo para el estudio y comprensión de la materia.

Con todo lo anterior mente expuesto, datos analizados en gráficos y las encuestas a los estudiantes, se logra verificar que la Propuesta de Enseñanza PEARP logra influenciar de manera muy positiva en el rendimiento de los estudiantes y en su aprendizaje significativo.

Se presenta la existencia de datos evidentes que muestran la mejora en el Aprendizaje Significativo, ya que esto se veía y validaba a partir de la construcción de mapas conceptuales, en este caso los estudiantes fueron sometidos a la construcción de mapas conceptuales en el Pre-Test . durante el trabajo de módulos y en el Post-Test, ahora si nos fijamos en las construcciones hechas por los estudiantes de los grupos controles, claramente ellos no mejoraron en cuanto a la construcción de estos, entre el Pre-Test y Post-Test, más aún, en el Post-Test la mayoría no superó el promedio obtenido en las preguntas de mapas conceptuales del Pre-Test, a diferencia de los grupos experimentales, los cuales en su totalidad obtuvieron un progreso en la construcción de los mapas conceptuales del Post-Test en comparación del Pre-Test, gracias a nuestra propuesta de enseñanza PEARP y a la enseñanza particular de la elaboración de Mapas Conceptuales.

Por otro lado tenemos en cuenta que cualquier propuesta de enseñanza innovadora, para que pueda implementarse de una buena y satisfactoria manera, tiene que ser aceptada por las personas que estarán involucradas. Por ende, en este caso la opinión de los estudiantes es muy importante, ya que son ellos uno de los entes más importantes, con esto al ver las reacciones de los estudiantes y tomar sus opiniones frente al trabajo realizado, consideran muy bueno y novedoso el trabajo con los módulos, elaboración de Mapas Conceptuales y el trabajo en equipo.

Por todo lo expuesto en este trabajo, me siento muy conforme con los resultados obtenidos a lo largo de esta investigación, ya que gracias a la propuesta de enseñanza PEARP, se obtuvieron grandes mejorías en los estudiantes, en el ámbito del Rendimiento, la Resolución de Problemas y el Aprendizaje Significativo. Es importante destacar las guías diseñadas y aplicadas ya que tienen un carácter colaborativo y cooperativo, por lo tanto el aprendizaje no es solo individual, sino más bien social, es por ello se cumplen las hipótesis planteada.

7.2 CRÍTICAS

Creó que no es fácil la construcción de módulos didácticos, considerando la relación Currículo v/s tiempo del profesor en la preparación de actividades operativas para el proceso de enseñanza aprendizaje matemático, es muy reducido este período otorgado a los profesores para la preparación del material adecuado para un buen aprendizaje significativo.

En el establecimiento que se llevó a cabo la propuesta de enseñanza, si bien hubo una muy buena disposición para implementar el trabajo de módulos y todo lo que conllevaba la propuesta de enseñanza PEARP, fueron muy explícitos en darnos a conocer que la prioridad de ellos es abarcar todos los contenidos, y que si bien para ellos es bueno someter a los estudiantes a cambios, no querían que estos se atrasaran con los contenidos. Para que haya cambios significativos dentro de la enseñanza de las matemáticas y/o otras asignaturas, los establecimientos tienen que involucrarse con las metodologías innovadoras.

Por último pude apreciar con mi experiencia que los aprendizajes previos de los estudiantes no están bien establecidos y fortalecidos, y sin duda creo que uno de los factores influyentes es el insuficiente período dedicado y propuesto por el currículo a la Educación Matemática.

7.3 SUGERENCIAS

Basado en los buenos resultados obtenidos en la Propuesta de Enseñanza PEARP, se sugiere que se continúe en la línea de investigación de la enseñanza en el área de la matemática. Utilizando una metodología en donde los estudiantes logren interiorizar sus conocimientos previos con los conocimientos nuevos, tales como la resolución de problemas de aplicación en geometría y números,; con el fin de fortalecer todas las variables nombradas en nuestra investigación.

También enfocarse a estudiantes con capacidades diferentes, la mayoría de los trabajos solo abarca alumnos con capacidades iguales, pero es importante enfocar Propuestas de Enseñanza de la matemática a personas, ciegas, sordas y mudas, ya que de esta manera se involucrada a todo los grupos de estudiantes y sin duda que la educación y el los aprendizajes serian de mejor calidad.

CAPÍTULO VIII
BIBLIOGRAFÍAS

8.1. BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel, D.P. (1963). The Psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune and Stratton.

- Bermejo (2004) "Como enseñar matemáticas para aprender mejor". Madrid: CCS.

- Barriga Acerdo, Frida & Hernández (1998): “Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos”: McGraw-Hill: México.

- CENTRO DE PROFESORES Y RECURSOS Salamanca (1999): RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS (VOL 2)

- Cerda-Morales: TEORIA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS EN MATEMÁTICAS

- Cockcroft, W.H. (1982).- Las matemáticas sí cuentan. MEC. Madrid.

- Curso CEP Ceuta (2009): Fundamento y práctica de la competencia matemática: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

- Chamorro, C (2003) "Didáctica de la matemática para primaria". Madrid: Pearson.

- Chavarría (2006): “Teorías de las Situaciones Didácticas”: Cuadernos De Investigación Y Formación En Educación Matemática.

- David Ausubel, Joseph D. Novak y Helen Hanesian, Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo, México, Trillas, 6a reimpresión, 1993.

- (2008, Diciembre 7). Los niveles de competencia en PISA 2006 y realidad Argentina. Revisado Agosto 28, 2012.

- Dumas-Carré, A. (1987). La resolution de problemas en physique au licee. Tesis Doctoral, Universidad de Paris, Paris.

- Echenique, I (2006) "Matemáticas: resolución de problemas". Navarra: Departamento de Educación.

- F. Abraira, José Villella: LA GESTIÓN DE LA CLASE DE GEOMETRÍA

- Fernández. (2005): Matemáticas para pensar (mediante la resolución de problemas)

- González, J. L. (1999). Proyecto Docente. Didáctica de la Matemática. Universidad de Málaga. Inédito.

- Gómez, Juan Pedro R.; Molina Rubio, Ana y Ontoria Peña, Antonio.(1999) Potenciar la capacidad de aprender y pensar.

- Hernández y Villalba. (1994): George Pólya: El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas

- I.E.C. Roxana Sifuentes Carrillo (2011): Conceptos básicos del Álgebra.

- Juan Carlos (2066): REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria.

- Mabel Panizza: CONCEPTOS BÁSICOS DE LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS

- Marruffo & Ibarra (2013): "Estrategias Didácticas Utilizadas Para La Formación De Estudiantes En Licenciados En Educación (Sin Mención) De La Misión Sucre."

- Ministerio de Educación. (2012). Orientaciones e instrumentos de Evaluación Diagnóstica, Intermedia y Final en Resolución de Problemas. 1er. Año de Educación Media. Santiago, Chile: Ministerio de Educación, División Educación General, Nivel Educación Media: Chile

- Ministerio de Educación (1997): "Programa MECE. Elaboración curricular y evaluación. Manual para Grupos Profesionales de Trabajo": págs. 39, 40, 41: Chile

- Mundomate: "Estrategias Metodológicas para la Enseñanza de las Matemáticas": Minedu: Perú.

- NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Traducción de SAEM THALES

- Nisbet, J. & Shucksmith, J. (1987). Estrategias de aprendizaje. Madrid: Santillana.

- Nieto Said (2004): Talleres de Formación Matemática, Resolución de Problemas Matemáticos.

- Pólya, G. (1981). Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving. New York: Wiley

- Pólya, G. (1945).How to solve it. New Jerse: Princeton University Press.

- Pozo, JJ Y Otros. (1994).La solución de problemas. Madrid: Santillana

- Pólya, G (1945) "Cómo plantear y resolver problemas". México: Trillas.
- Puig y Cerdán (1988) “Problemas aritméticos escolares”. Madrid: Síntesis.
- Riveiro (2010): “Situaciones Didácticas para Resolver Problemas de Sustracción y Adición con Niños de 3° Grado de Primaria.”: Secretaria de Educación: México.
- Rodríguez, MBA (2011): Introducción a la carrera de ingeniería.
- Salinas & Lema (2012): “Estrategias didácticas en la resolución de problemas Matemáticos”: Proyecto de Grado: Ecuador
- Santos, M. (n.d.). La resolución de problemas matemáticos: Avances y perspectivas de la construcción de una agenda de investigación práctica. N.p.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cienvestav-IPN
- Sosapanta (2013): “Las Actividades Lúdicas Propician Un Aprendizaje Significativo En Comunicación Y Lenguaje En Los Estudiantes De Quinto Grado De Educación General Básica Paralelos “A” Y “B” De La Escuela Fiscal Mixta “Carlos Larco Hidalgo” Ubicada En La Parroquia Sangolquí, Cantón Rumiñahui, Provincia De Pichincha”: Proyecto de Grado: Ecuador.
- Valerias (2006): “Las Tecnologías de la Información y la Comunicación integradas en un Modelo constructivista para las Enseñanza de las Ciencias”: Tesis Doctoral: Burgos.
- VV.AA. (1996) "La resolución de problemas". Barcelona: Graó

8.2 REFERENCIAS WEB

- www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF
- http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf
- http://inst-mat.utalca.cl/~cdelpino/tesis1/capitulos/04-cap2.pdf
- http://platea.pntic.mec.es/jescuder/BLOG1/Resolucion%20de%20problemas%20matematicos.pdf
- (2008, Diciembre 7). Los niveles de competencia en PISA 2006 y realidad Argentina. Revisado Agosto 28, 2012, from http://www.evaluacionesinternacionales.edusanluis.com.ar/2008/12/losniveles-de-competencia-en.html
- (2010, Diciembre 7). Chile en PISA 2009: primera mirada a los resultados. Revisado Agosto 28,2012, from http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=206472
- matemáticas.net/ (Página para la exposición de recursos matemáticos sirviendo de punto de unión entre profesores)
- http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1GLSV1Q2T-3QMRWG-GYG/Teor%C3
- Wikipedia.org/wiki/Matem% (Enciclopedia digital sobre matemáticas con numerosos enlaces).
- www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/
- http://www.telefonica.net/web2/trescriaturas/MIWEBQUEST/rpa.htm
- 395000 referencias con la búsqueda “resolución de problemas de matemáticas”
- http://clubensayos.com/Espa%C3%B1ol/La-Resolucion-De-Problemas/847353.html
- http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1GLSV1Q2T-3QMRWG-GYG/Teor%C3
- http://curso0708.wikispaces.com/7.Distintos+enfoques+de+la+resoluci%C3%B3n+de+problemas+en+la+escuela_CACHARREROS

CAPITULO IX
ANEXOS

9.1. ANEXOS

Sin duda es de suma importancia los resultados expuesto es este trabajo, pero también es importante mostrar el desarrollo en el papel realizado por los estudiantes, por lo mismo en este capítulo, se adjunta a grandes rasgos el trabajo de los estudiantes en la elaboración de mapas conceptuales, resolución de algunos itemes y módulos.

9.1.1. Elaboración de Mapas Conceptuales

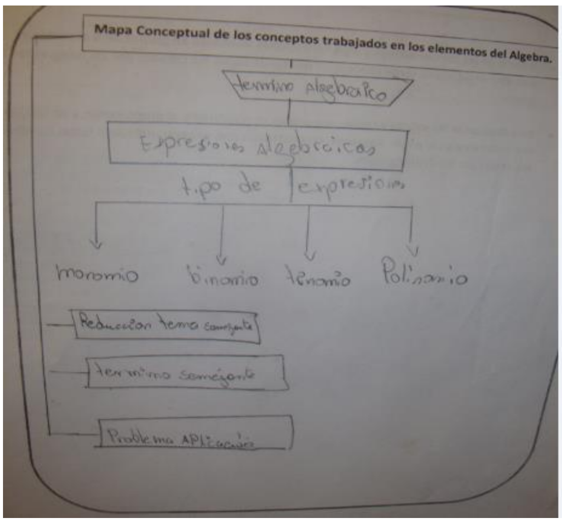


Figura 9.1.1 Solución dada por un alumno del G.E ítem N°5 Mapa Conceptual

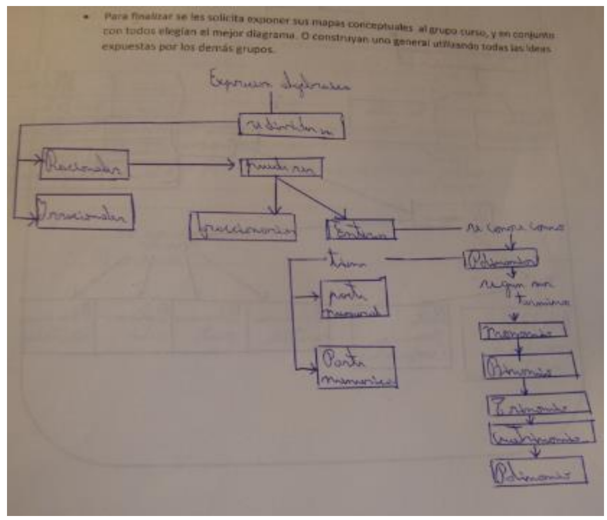


Figura 9.1.2 Solución dada por un alumno del G.E ítem N°5 Mapa Conceptual

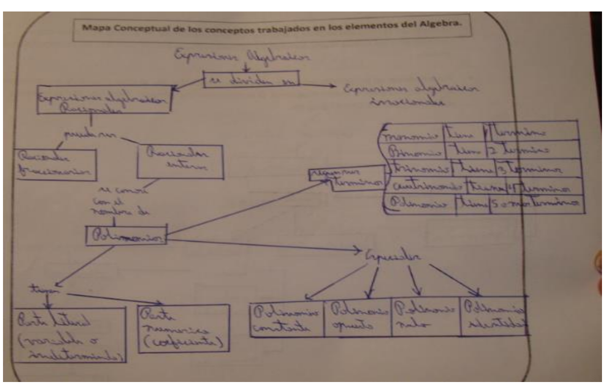


Figura 9.1.3 Solución dada por un alumno del G.E ítem N°5 Mapa Conceptual

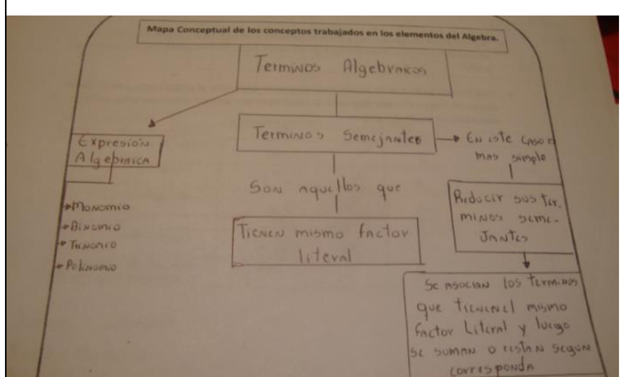


Figura 9.1.4 Solución dada por un alumno del G.C ítem N°5 Mapa Conceptual

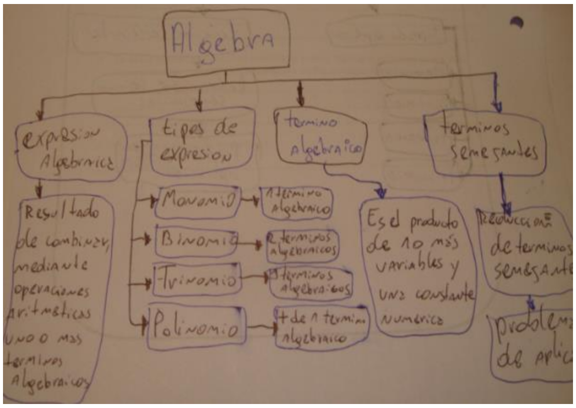


Figura 9.1.5 Solución dada por un alumno del G.C ítem N°5 Mapa Conceptual

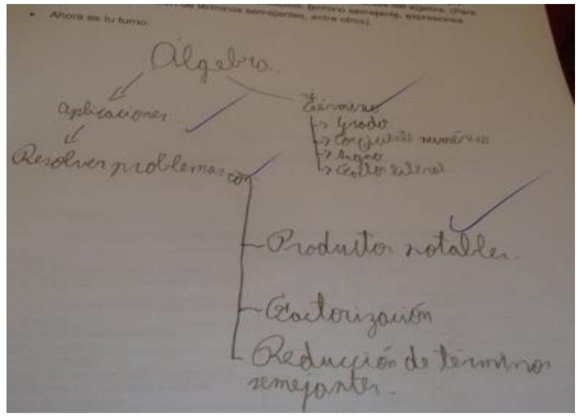


Figura 9.1.6 Solución dada por un alumno del G.C ítem N°5 Mapa Conceptual

9.1.2. Resolución Problemas de Aplicación.

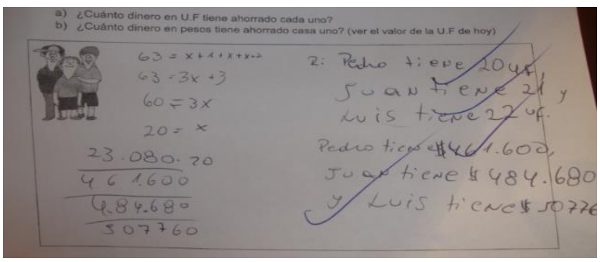


Figura 9.2.1 Solución dada por un alumno del G.C ítem N°4 Resolución de Problemas

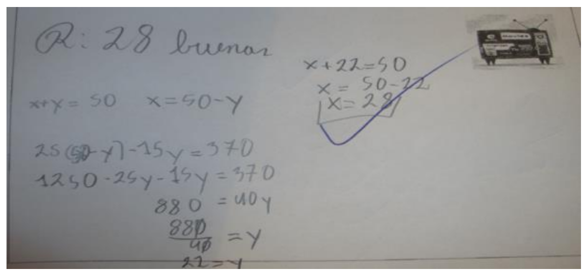


Figura 9.2.2 Solución dada por un alumno del G.C ítem N°4 Resolución de Problemas

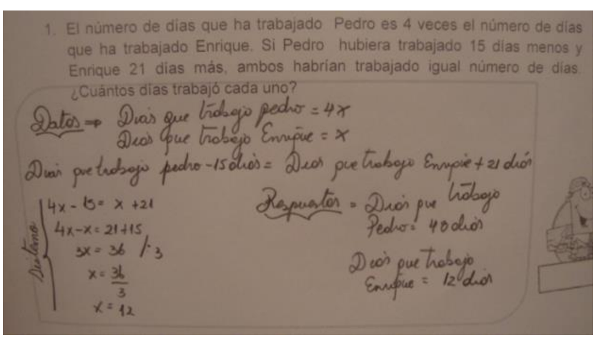


Figura 9.2.3 Solución dada por un alumno del G.E problemas de aplicación Modulo N°2.2

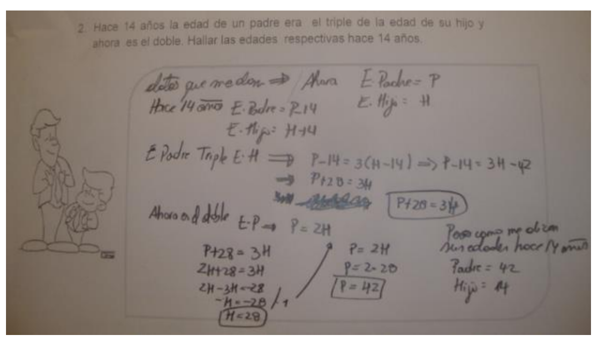


Figura 9.2.4 Solución dada por un alumno del G.E problemas de aplicación Modulo N°2.2

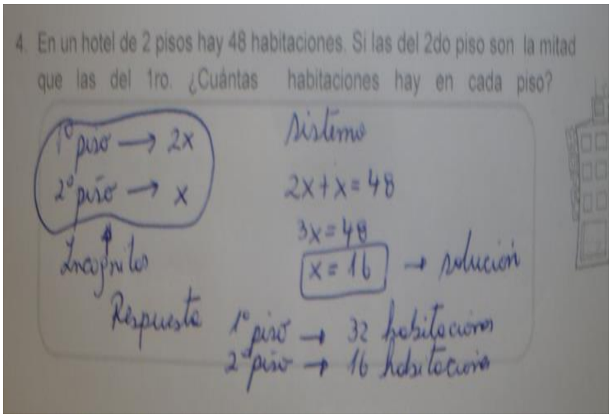


Figura 9.2.5 Solución dada por un alumno del G.E problemas de aplicación Modulo N°2.1

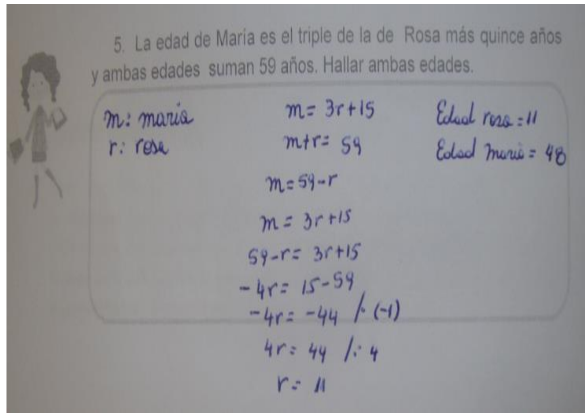


Figura 9.2.6 Solución dada por un alumno del G.E problemas de aplicación Modulo N°2.1