



FACULTAD DE INGENIERÍA

Memoria del proyecto para optar al Título de
Ingeniero Civil Oceánico

DISEÑO DE CONVERTIDOR DE ENERGIA DE OLEAJE PARA ESTRUCTURAS APOYADAS SOBRE PILOTES

Gerónimo Pulido Iparraguirre

Noviembre 2018

**DISEÑO DE CONVERTIDOR DE ENERGIA DE OLEAJE PARA ESTRUCTURAS APOYADAS
SOBRE PILOTES**

Gerónimo Pulido Iparraguirre

COMISIÓN REVISORA

NOTA

FIRMA

Jaime Leyton Espoz

Profesor guía

Patricio Winckler Grez

Docente

Mauricio Reyes Gallardo

Docente

DECLARACIÓN

Este trabajo, o alguna de sus partes, no ha sido presentado anteriormente en la Universidad de Valparaíso, institución universitaria chilena o extranjera u organismo de carácter estatal, para evaluación, comercialización u otros propósitos. Salvo las referencias citadas en el texto, confirmo que el contenido intelectual de este Proyecto de Título es resultado exclusivamente de mis esfuerzos personales.

La Universidad de Valparaíso reconoce expresamente la propiedad intelectual del autor sobre esta Memoria de Titulación. Sin embargo, en caso de ser sometida a evaluación para los propósitos de obtención del Título Profesional de Ingeniero Civil Oceánico, el autor renuncia a los derechos legales sobre la misma y los cede a la Universidad de Valparaíso, la que estará facultada para utilizarla con fines exclusivamente académicos.

*Para mis papás, mis hermanos y todos
los que me esperaron tanto*

Los mandamientos de la creatividad:

Estarás interesado

Serás valiente

Serás humilde

Isaac Asimov

CONTENIDOS

1	Introducción.....	IX
2	Objetivos	2
2.1	Objetivos generales.....	2
2.2	Objetivos específicos.....	2
3	Marco teórico	3
3.1	Teoría lineal de oleaje	3
3.2	Energía del oleaje.....	6
3.3	Oleaje no lineal.....	7
3.4	Interacción oleaje -absorbedor puntual.....	8
3.5	Generación de energía neumática.....	15
3.6	Generación por inductancia Lineal.....	17
4	Análisis y consideraciones previas.....	19
5	Diseño	24
5.1	Diseño absorbedor puntual bahía Quintero	24
5.2	Diseño absorbedor puntual bahía Valparaíso	35
6	Sistema de toma de fuerza (PTO)	42
6.1	Evaluación PTO dispositivo Quintero.....	42
6.1.1	PTO -Energía neumática.....	42
6.1.2	PTO - Inductancia lineal.....	43
6.2	Evaluación PTO dispositivo Valparaíso	45
6.2.1	PTO - Energía neumática.....	45
6.2.2	PTO - Inductancia lineal	46
7	Evaluación de alternativas.....	47
8	Conclusiones	51
9	Bibliografía.....	53
ANEXO.....		55
Anexo A.	Solución estacionaria ecuación de movimiento.....	55
A.1.	Fuerza inducida por el movimiento.....	56
A.2.	Fuerza restauradora hidrostática.....	57
A.3.	Amortiguamiento	58
A.4.	Fuerza inducida por la ola	60
A.5.	Ecuación de movimiento vertical	61
Anexo B.	Calculo experimental y estimación de factor de amortiguamiento.....	64

B.1. Cálculo de razón de amortiguamiento experimentalmente	64
B.2. Estimación valores teóricos de la razón de amortiguamiento	65
Anexo C. Curvas de movimiento	69
C.1. Curvas de movimiento - Quintero	69
C.2. Curvas de movimiento – Valparaíso	73
Anexo D. Planos alternativa N°6 – Quintero	77
Anexo E. Derivación frecuencia natural	78

ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Características onda sinusoidal	3
Ilustración 2: Grados de libertad y movimientos que experimenta un cuerpo flotando	8
Ilustración 3: Esquema flotador en movimiento vertical puro	9
Ilustración 4: Flotadores bajo la acción de oleaje; (a) con $L=\lambda$; (b) $L=N\lambda/2$	9
Ilustración 5: Esquema para análisis de conversión de energía neumática	15
Ilustración 6: Esquema generador de inducción lineal	17
Ilustración 7: Esquema preliminar dispositivo completo	25
Ilustración 8: Esquema preliminar opciones de flotadores.	26
Ilustración 9: Geometrías de áreas equivalentes	30
Ilustración 10: Esquema embolo; (a) Medidas; (b) Vista 3D	29
Ilustración 11: Esquema fuerza de roce entre el dispositivo y el pilote	33
Ilustración 12: Esquema ilustrativo test de decaimiento	65

GRÁFICOS

Gráfico 1: Coeficiente de masa añadida K_m	11
Gráfico 2: Factor de magnificación para el movimiento vertical desacoplado	12
Gráfico 3: Decaimiento del movimiento del sistema después de una perturbación - Quintero	30
Gráfico 4: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°1 -Quintero	37
Gráfico 5: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°1	31
Gráfico 6: Costo vs. potencia producida - Quintero	47
Gráfico 7: Costo vs. potencia producida – Valparaíso	48
Gráfico 8: Comparación perturbaciones a distintas razones de amortiguamiento	68
Gráfico 9: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°2	69
Gráfico 10: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°2	69
Gráfico 11: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°3	70
Gráfico 12: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°3	70
Gráfico 13: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°4	70
Gráfico 14: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°4	71

Gráfico 15: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°5	71
Gráfico 16: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°5	71
Gráfico 17: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°6	72
Gráfico 18: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°6	72
Gráfico 19: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°2	73
Gráfico 20: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°2	73
Gráfico 21: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°3	74
Gráfico 22: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°3	74
Gráfico 23: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°4	74
Gráfico 24: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°4	75
Gráfico 25: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°5	75

TABLAS

Tabla 1: Resumen teoría lineal de oleaje	6
Tabla 2: Parámetros de diseño - Quintero	24
Tabla 3: Geometría preliminar alternativas de diseño Quintero	26
Tabla 4: Propiedades preliminares de alternativas de diseño Quintero	27
Tabla 5: Masa añadida y nuevo calado de alternativas de diseño Quintero	28
Tabla 6: Geometría y características embolo alternativas de diseño Quintero	29
Tabla 7: Frecuencia natural para cada diseño Quintero	30
Tabla 8: Velocidad, aceleración y energía total de cada alternativa de diseño Quintero ..	32
Tabla 9: Energía de la ola [N-m] Quintero	32
Tabla 10: Eficiencia energética de cada dispositivo Quintero	32
Tabla 11: Fuerza inducida por la ola [N] para cada dispositivo Quintero	33
Tabla 12: Cálculos fuerza de arrastre y de roce. Quintero	34
Tabla 13: Fuerza total vertical. Quintero	34
Tabla 14: Potencia mecánica promedio [Watt] para cada dispositivo Quintero	34
Tabla 15: Parámetros de diseño - Valparaíso	35
Tabla 16: Geometría preliminar alternativas de diseño Valparaíso	36
Tabla 17: Propiedades preliminares de alternativas de diseño Valparaíso	37
Tabla 18: Masa añadida y nuevo calado de alternativas de diseño Valparaíso	37
Tabla 19: Geometría y características embolo alternativas de diseño Valparaíso	38
Tabla 20: Frecuencia natural para cada diseño Valparaíso	38
Tabla 21: Velocidad, aceleración y energía total de cada alternativa Valparaíso	39
Tabla 22: Energía de la ola [N-m] Valparaíso	39
Tabla 23: Eficiencia energética de cada dispositivo Valparaíso	39
Tabla 24: Fuerza inducida por la ola [N] para cada dispositivo Valparaíso	40
Tabla 25: Cálculos fuerza de arrastre y de roce Valparaíso	40
Tabla 26: Fuerza total vertical Valparaíso	41
Tabla 27: Potencia mecánica promedio [Watt] para cada dispositivo Valparaíso	41
Tabla 28: Calculo parámetros energía neumática - Quintero	42
Tabla 29: Eficiencia sistema de toma de fuerza neumático - Quintero	43
Tabla 30: Potencia promedio sobre un ciclo por inductancia lineal - Quintero	43
Tabla 31: Eficiencia sistema de toma de fuerza por inductancia lineal – Quintero	44
Tabla 32: Calculo parámetros energía neumática - Valparaíso	45

Tabla 33: Eficiencia sistema de toma de fuerza neumático - Valparaíso.....	45
Tabla 34: Potencia promedio sobre un ciclo por inductancia lineal	46
Tabla 35: Eficiencia sistema de toma de fuerza por inductancia lineal.....	46
Tabla 36: Tabla de frecuencias H_{m0} y T_m [%]- Quintero.....	48
Tabla 37: Matriz de potencia promedio del dispositivo sobre un periodo de ola - Quintero.	49
Tabla 38: Tabla de frecuencias H_{m0} y T_m [%]- Valparaíso.....	49
Tabla 39: Matriz de potencia promedio del dispositivo sobre un periodo de ola - Valparaíso.	49
Tabla 40: Diferentes expresiones para Factor de amortiguamiento	66
Tabla 41: Factor de amortiguamiento b [Kg/s] - Quintero.....	66
Tabla 42: Factor de amortiguamiento b [Kg/s] - Valparaíso.....	67
Tabla 43: Razón de amortiguamiento - Quintero.....	67
Tabla 44: Razón de amortiguamiento – Valparaíso	67

RESUMEN

En el presente trabajo, se analiza la implementación de un nuevo tipo de diseño de convertidor de energía de oleaje (WEC) de tipo absorbedor puntual para estructuras apoyadas sobre pilotes. Se evalúa este diseño en las costas de la V Región, particularmente en las localidades de Quintero y Valparaíso. Se proponen varios tipos de geometrías, se calculan las fuerzas y la potencia entregada por medio de la solución estacionaria de la ecuación de movimiento y se evalúan con distintos tipos de sistemas de toma de poder (PTO). Para la evaluación de la mejor alternativa se realiza un análisis de costo/potencia, donde los costos representan solo el material utilizado y la potencia es la potencia promedio entregada por el dispositivo con el sistema PTO más favorable. Los resultados muestran que la mayor potencia generada corresponde a los flotadores de sección rectangular, obteniendo en Quintero y Valparaíso, 65 kW y 1,7 kW de potencia respectivamente. Donde las eficiencias energéticas son de un 22,4% y un 7,8% para Quintero y Valparaíso respectivamente.

INTRODUCCIÓN

El mar, además de ser una fuente de trabajo y hogar de diversas especies de flora y fauna, es un enorme sistema de almacenamiento de energía. Esta energía es generada por los procesos en que el sol al calentar la superficie de la tierra, provoca cambios de presión en la atmósfera que a su vez origina el viento que, al soplar en la superficie del mar, transmite la energía cinética generando olas. Esta energía undimotriz llega a nuestro país a lo largo de toda la frontera oeste, mostrando especialmente en la zona sur uno de los mayores potenciales de energía undimotriz en el mundo (González et al., 2014). Con toda esta energía renovable disponible, resulta lógico proponer un cambio de la matriz energética desde la costa, creando estructuras y proyectos sustentables independientes de las energías no renovables que actualmente en Chile representan el 83% de la matriz energética total.

Hoy en día existen muchos tipos de dispositivos para el aprovechamiento de la energía undimotriz, que se clasifican según su geometría, ubicación o funcionamiento. Entre estos se encuentran los convertidores de energía de olas (WEC) de tipo absorbedor puntual. Los absorbedores puntuales consisten en algún tipo de boya que oscila sobre las olas o bajo el agua por el efecto de las mismas, y convierten el movimiento vertical de las olas en movimiento lineal o rotacional, para hacer funcionar algún tipo de generador eléctrico por medio de un sistema de toma de fuerza (PTO). El diseño de uno de estos absorbedores puntuales para utilizarse en estructuras apoyadas sobre pilotes es el tema de esta tesis.

El desarrollo de esta alternativa disminuiría virtualmente los costos de cableado por estar en una estructura ya existente próxima a la costa. Tampoco presentaría algún problema en el tránsito costero, en contraste con la mayoría de los diseños de absorbedor puntual, que se muestran básicamente como boyas de gran tamaño instaladas a cierta distancia de la costa. Además, proporcionaría energía eléctrica para los equipos instalados en la estructura y para la iluminación de la misma, convirtiendo muelles existentes en parcial o totalmente autosustentables energéticamente.

La metodología comienza por estimar las características del oleaje para cada sitio escogido para el dispositivo. Dicho esto, se deberá revisar la condición de aguas someras intermedias o profundas previo a los cálculos. Con esto se procederá con una geometría inicial, que puede estar sujeta a cambios debido a los requerimientos de calado, peso y otros. De acuerdo a la geometría estimada se obtendrá la frecuencia natural del sistema y la masa añadida. Para el cálculo del desplazamiento del flotador, la amplitud de la fuerza, la amplitud de movimiento y el coeficiente de amortiguamiento, se utilizará la solución de la ecuación de movimiento, y asumiendo valores para la razón de amortiguación se resolverán las ecuaciones simultáneamente. Luego de obtener todos los parámetros del sistema, se continuará con los cálculos del PTO. Por último, se obtendrán las eficiencias de los diseños dependientes de su geometría y lugar, con lo que se podrá finalmente hacer una evaluación de la mejor alternativa.

1 OBJETIVOS

1.1 OBJETIVOS GENERALES

- Diseñar un dispositivo convertidor de energía de oleaje del tipo absorbedor puntual en función de las condiciones morfológicas, estructurales y de oleaje que se presentan en el muelle GNL de Quintero y en la Caleta El membrillo de Valparaíso.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar la geometría y características de los distintos dispositivos de flotación a diseñar de acuerdo a las condiciones locales.
- Obtener la frecuencia natural del dispositivo y compararla con la frecuencia del oleaje local para determinar el tipo de diseño.
- Utilizar la ecuación de movimiento para predecir la desnivelación de un flotador limitado solamente al movimiento vertical y obtener la fuerza que la ola ejerce sobre él.
- Obtener la energía total del sistema y la potencia mecánica para cada dispositivo
- Determinar la mejor alternativa para cada sector

2 MARCO TEÓRICO

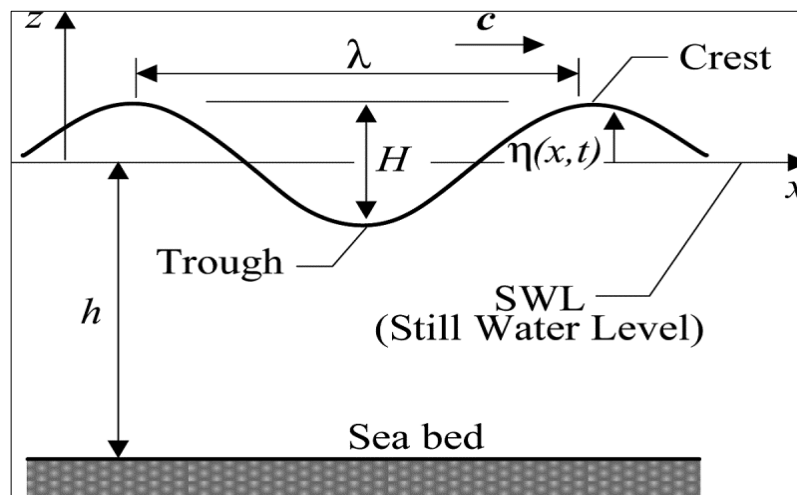
2.1 TEORÍA LINEAL DE OLEAJE

El viento sopla en zonas de generación de oleaje y produce olas de distintas alturas y periodos. Mientras las olas viajan lejos de esta zona, las de menor periodo van desapareciendo, dejando las de periodo mayor, también conocidas como *swell* (Mar de fondo). Este tipo de olas son las de mayor interés para la conversión de energía de olas, ya que, aunque la altura H sea muy menor a su longitud de onda λ , la energía del *swell* es relativamente alta.

En la teoría de oleaje lineal (Universidad de Cantabria - IH, 2000), las ondas obedecen a la ecuación de Laplace¹ si el flujo se asume irrotacional e incompresible. Además, los efectos de la viscosidad y tensión superficial son despreciables.

Las características físicas de esta onda lineal de perfil sinusoidal se muestran en la ilustración (2). El origen del eje cartesiano se encuentra en el SWL (nivel de aguas quietas), que representa la posición sin perturbaciones del agua. La profundidad h , es medida desde el fondo marino hasta el SWL.

Ilustración 1: Características onda sinusoidal.



Fuente: Vasquez, R. (2014). *Analysis of a Planar Tensegrity Mechanism for Ocean Wave Energy Harvesting [Figura]*. Recuperado de <http://mechanismsrobotics.asmedigitalcollection.asme.org>

¹ Pierre-Simon Laplace (Francia, 28 de marzo de 1749-París, 5 de marzo de 1827) fue un astrónomo, físico y matemático francés.

La ola presenta una altura H , medida de valle a cresta, una longitud de onda λ , y una celeridad c . La desnivelación medida desde el SWL en un lugar x y un tiempo t , se representa por η .

Las condiciones de borde (Voss et al., 1999) que deben satisfacerse son:

1. La condición cinemática de superficie indica que ninguna partícula de agua puede cruzar la superficie de la misma. En otras palabras, el movimiento vertical del flujo tiene que ser igual a la velocidad vertical de la superficie. Esta velocidad del fluido, asumiendo la irrotacionalidad del mismo, puede ser representada por la función potencial ϕ

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{con } z = \eta(x, t) \quad (1)$$

2. La condición dinámica lineal de superficie dice que la presión en la superficie en cualquier posición x y tiempo t es constante e igual a cero.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{con } z = \eta(x, t) \quad (2)$$

3. La condición cinemática de fondo indica que el fondo marino es impermeable y no permite el paso de las partículas del fluido.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{con } z = -h \quad (3)$$

Refiriéndose a la ilustración (2) las expresiones matemáticas para el periodo de la ola y la desnivelación son respectivamente:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (4)$$

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (5)$$

Donde f es la frecuencia de la ola, ω es la frecuencia angular ($2\pi f$), g es la aceleración de gravedad, y h es la profundidad. La ecuación (5) Puede arreglarse para obtener la expresión para la longitud de onda λ :

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \quad (6)$$

Las olas individuales viajan a una velocidad de fase c . Esta velocidad es descrita por la ecuación:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh(kh) \quad (7)$$

Donde k es el número de ola definido por

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (8)$$

Ahora, se debe considerar el movimiento de las partículas en el fluido. De un análisis simple se aprecia que la longitud de onda y la celeridad disminuyen considerablemente mientras más se acerca la ola a la orilla debido a que la onda comienza a sentir el fondo. Teóricamente, la longitud de onda y la velocidad se aproximan a cero cuando la profundidad también se aproxima a cero. Los componentes horizontal y vertical de la velocidad de las partículas que viajan en la ola son respectivamente:

$$u = \frac{\pi H \cosh(kz + kh)}{T \sinh(kh)} \cos(kx - \omega t) \quad (9)$$

$$w = \frac{\pi H \sinh(kz + kh)}{T \sinh(kh)} \sin(kx - \omega t) \quad (10)$$

Las ecuaciones anteriores describen las propiedades de la ola considerando una relación de la profundidad y la longitud de onda dentro del rango $0,05 \leq (h/\lambda) \leq 0,5$ o, en otras palabras, es considerado como aguas intermedias. Para el caso de aguas profundas y someras, las funciones hiperbólicas se aproximan de manera tal que se ajusten al cambio de la forma del movimiento de las partículas al ir acercándose a la orilla y estas vayan entrando en contacto con el fondo marino. Las propiedades tanto para aguas someras como profundas se muestran en la tabla (1).

Tabla 1: Resumen teoría lineal de oleaje.

TLO	Aguas profundas ($h/\lambda \geq 0.5$)	Aguas someras ($h/\lambda \leq 0.05$)
Longitud de onda	$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$	$\lambda = \sqrt{gh}T$
Velocidad de fase	$c = \frac{gT}{2\pi}$	$c = \sqrt{gh}$
Componente horizontal de velocidad	$u = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \cos(kx - \omega t)$	$u = \frac{H}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} \cos(kx - \omega t)$
Componente vertical de velocidad	$w = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \sin(kx - \omega t)$	$w = \frac{\pi H(z+h)}{T h} \sin(kx - \omega t)$

Fuente: Chamorro Rendón, L. J. (1982). *Energía de las olas* (1ª Ed. 1982)

2.2 ENERGÍA DEL OLAJE

Las ondas que constituyen el oleaje son el resultado de la transferencia de energía hacia el agua desde fuentes externas como es, por ejemplo, el viento. En una ola, las partículas tienen energía potencial E_p y energía cinética E_k . En la teoría lineal, la ola está compuesta igualmente por energía cinética y potencial, lo que permite encontrar una expresión para la energía total sumando ambas (Díez, 2009), entonces

$$E_k = \int_0^\lambda \int_{-d}^0 \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2) dx dz = \frac{\rho g H^2 \lambda}{16} \quad (11)$$

$$E_p = \int_0^L g \bar{z} dm = \frac{\rho g H^2 \lambda}{16} \quad (12)$$

$$E_t = E_k + E_p \quad (13)$$

$$E_t = \frac{\rho g H^2 \lambda}{16} + \frac{\rho g H^2 \lambda}{16} = \frac{\rho g H^2 \lambda}{8} \quad (14)$$

Y la potencia P , medida en KW por metro de ancho de ola, está dada por la expresión:

$$P = \frac{\rho g^2 H^2 T}{64\pi} \quad (15)$$

2.3 OLEAJE NO LINEAL

Las teorías de oleaje no lineal permiten predecir con mayor precisión el comportamiento del oleaje. La teoría que se presenta a continuación es la de Stokes (Universidad de Cantabria - IH, 2000), en la cual se asume irrotacionalidad y las propiedades de la ola son representadas por series de pequeñas perturbaciones. Mientras mayor es el número de términos incluidos en las series, mejor es la aproximación de las propiedades reales de la ola. Para el propósito del presente trabajo se considera que la teoría de Stokes de 2° orden es suficientemente satisfactoria para fines prácticos considerando las condiciones elegidas, ya que mejora la precisión al determinar el perfil de la ola. En esta teoría la desnivelación para aguas someras se obtiene de:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{16} \frac{H^2}{k^2 h^3} \cos[2(kx - \omega t)] \quad (16)$$

La expresión para el componente horizontal de velocidad según la teoría de Stokes de 2° orden es

$$u = \frac{\omega H}{2kh} \cos(kx - \omega t) + \frac{3}{16} \frac{\omega H^2}{k^3 h^4} \cos[2(kx - \omega t)] \quad (17)$$

Las expresiones para la longitud de onda λ y la celeridad c son las mismas que predice la teoría lineal. En aguas someras, la teoría de Stokes de 2° orden entrega las siguientes expresiones para la energía total de la ola y la potencia de la ola.

$$E = \frac{\rho g H^2 \lambda}{8} \left[1 + \frac{9}{64} \frac{H^2}{k^4 h^6} \right] \quad (18)$$

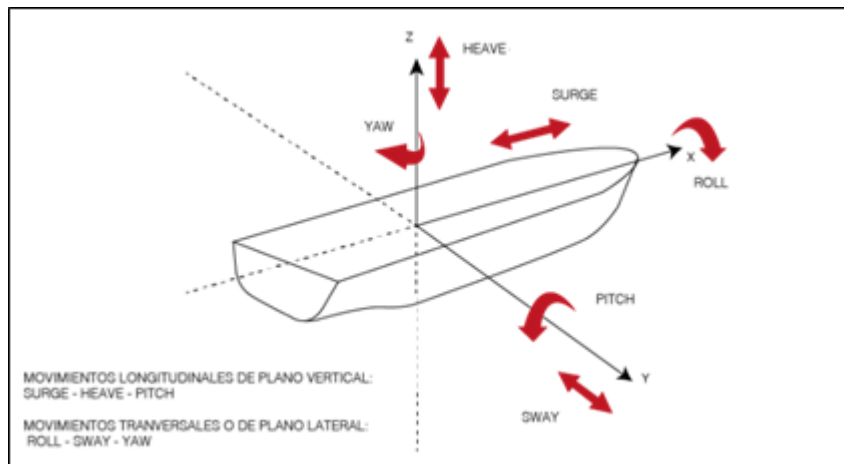
$$P = \frac{\rho g H^2 c_g}{8} \left[1 + \frac{9}{64} \frac{H^2}{k^4 h^6} \right] \quad (19)$$

Donde la celeridad de grupo c_g es igual a la celeridad c en aguas someras.

2.4 INTERACCIÓN OLAJE - ABSORBEDOR PUNTUAL

Los movimientos o grados de libertad que experimenta un cuerpo flotando libremente sobre el oleaje son seis. Tres desplazamientos que representan los movimientos arriba/abajo (*heave*), adelante/atrás (*surge*) y de traslación lateral o abatimiento (*sway*), y tres movimientos angulares como son la virada (*yaw*), el cabeceo (*pitch*) y la escora (*roll*) (Ilustración 3).

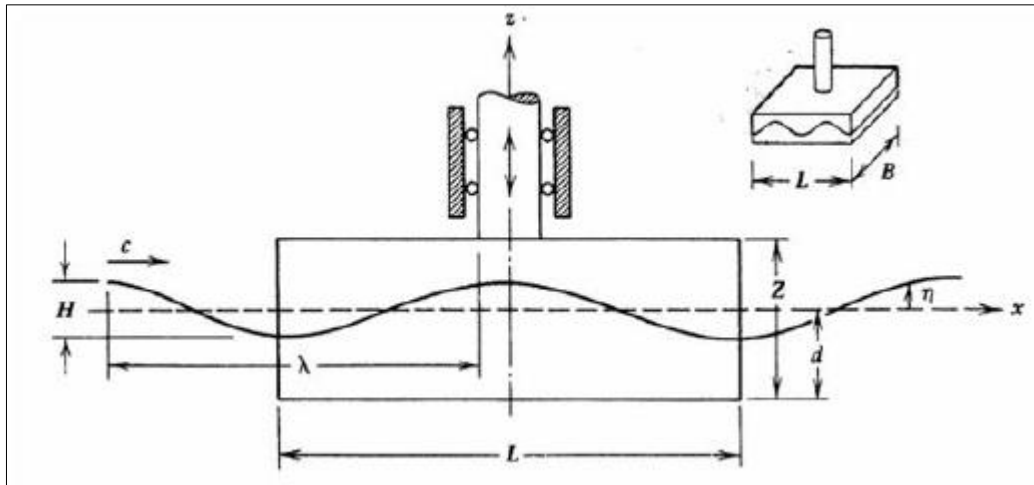
Ilustración 2: Grados de libertad y movimientos que experimenta un cuerpo flotando



Fuente: Ruts, A. (2014). Estudio de la hidrodinámica. Recuperado de http://wiki.ead.pucv.cl/La_hidrodin%C3%A1mica

Como hay seis grados de libertad para un cuerpo flotante, se requiere resolver seis ecuaciones simultáneas para un completo análisis del movimiento del mismo. Dependiendo del tipo de diseño y las características requeridas, uno o más de estos grados de libertad pueden ser restringidos, por ejemplo, por su sistema de anclaje al suelo marino o a otra estructura. En este estudio, el absorbedor puntual a diseñar estará restringido solamente a un movimiento vertical o *heave*. En la ilustración (4) se muestra un esquema de un dispositivo convertidor de energía que solamente permite el desplazamiento vertical del flotador.

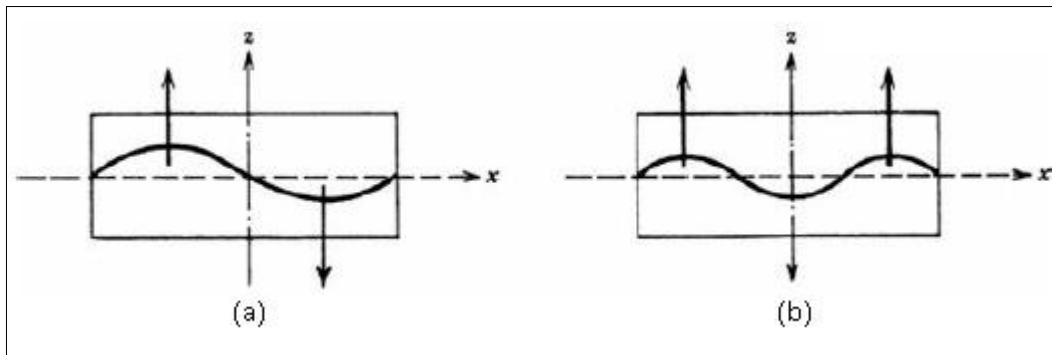
Ilustración 3: Esquema flotador en movimiento vertical puro



Fuente: McCormick, M. (2007). *Floating bodies undergoing heaving or pitching* [Figura]. Recuperado de *Wave energy conversión* (1ª Ed. 2007)

Primero se deben considerar los largos relativos del flotador L y la ola λ . Si se asume un perfil de onda sinusoidal, cuando el largo del flotador sea igual a la longitud de onda o $L=\lambda$, no ocurrirá ningún desplazamiento vertical, debido a que la cresta y valle de la onda pasaran simultáneamente bajo la totalidad del flotador (Ilustración 5.a) por lo que las fuerzas de presión y de boyantes se cancelan.

Ilustración 4: Flotadores bajo la acción de oleaje; (a) con $L=\lambda$; (b) $L=N\lambda/2$.



Fuente: McCormick, M. (2007). *Floating bodies undergoing heaving or pitching* [Figura]. Recuperado de *Wave energy conversión* (1ª Ed. 2007)

Por el otro lado, cuando la totalidad de la base del flotador se encuentra con una doble cresta o valle (Ilustración 5.b), se produce una fuerza vertical neta para el movimiento vertical. De este análisis se concluye que no habrá ninguna fuerza vertical neta cuando

$$L = N\lambda, \text{ con } N = 1,2,3, \dots \quad (20)$$

Y, por lo tanto, ningún movimiento vertical. De la misma manera, se tiene que sí habrá una fuerza vertical neta cuando

$$L = \frac{N\lambda}{2}, \quad \text{con } N = 1,3,5, \dots \quad (21)$$

Estos sistemas de flotación tendrán también una frecuencia natural, que es la frecuencia con la que un sistema mecánico sigue vibrando después de detener la señal de excitación. Si el oleaje coincide con la frecuencia natural del sistema o resonador, se llega a una condición conocida como resonancia. En el diseño de los convertidores de energía de oleaje, se busca que la frecuencia natural del sistema resuene con el oleaje de mayor valor energético o de mayor ocurrencia. La frecuencia natural de un cuerpo en movimiento vertical (McCormick, 2007) está dada por la expresión:

$$f_z = \frac{1}{T_z} = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho g A_{wp}}{m + m_w}} \quad (22)$$

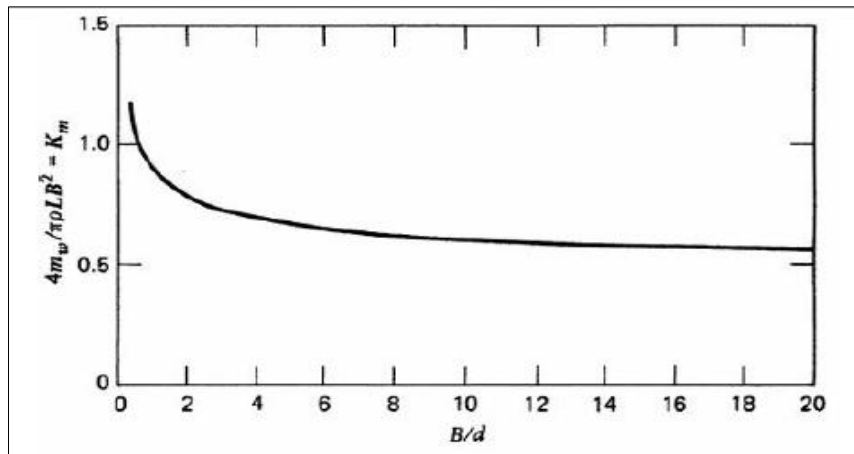
Donde T_z es el periodo natural, ω_n es la frecuencia angular natural, ρ es la densidad del agua salada, A_{wp} es el área del plano de flotación del flotador, m es la masa del sistema de flotación y m_w es la masa añadida, que es la masa de agua excitada por el movimiento del flotador. La derivación de esta expresión se encuentra en el anexo E. En el desarrollo de este estudio se considerarán dos formas básicas del flotador, uno rectangular y otro cilíndrico. Las expresiones para la masa añadida (McCormick, 2007) de estas dos formas son respectivamente

$$m_w = \frac{\rho D^3}{6} \quad (23)$$

$$m_w = \frac{K_m \pi \rho L B^2}{4} \quad (24)$$

Donde L es el largo del flotador rectangular, B es el ancho del flotador rectangular y K_m es el coeficiente de masa añadida, cuyo valor puede obtenerse del gráfico (1).

Gráfico 1: Coeficiente de masa añadida K_m



Fuente: McCormick, M. (2007). *Added-mass coefficient [Figura]*. Recuperado de *Wave energy conversión (1ª Ed. 2007)*

Las ecuaciones de movimiento son usadas para caracterizar el movimiento de los flotadores, en este caso en particular, a cómo responden al movimiento vertical. Un cuerpo flotando libremente está sometido a las siguientes fuerzas: la reacción inercial del fluido, F_1 ; la fuerza restauradora hidrostática, F_2 ; una fuerza de amortiguación, F_3 ; y una fuerza inducida por el oleaje superficial, F_4 . Aplicando la segunda ley del movimiento de Newton al cuerpo resulta la siguiente expresión para el movimiento vertical:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (25)$$

La descripción y derivación de cada una de estas fuerzas se encuentran en el Anexo A de este trabajo. La solución de esta ecuación consta de dos partes, una homogénea y otra estacionaria. La solución estacionaria es la de interés y podemos expresarla como

$$z = \frac{F_o/c}{\sqrt{\left(1 - \omega^2/\omega_n^2\right)^2 + \left[\frac{2\Delta\omega}{\omega_n}\right]^2}} \cos(\omega t + \gamma - \sigma) = Z_o \cos(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (26)$$

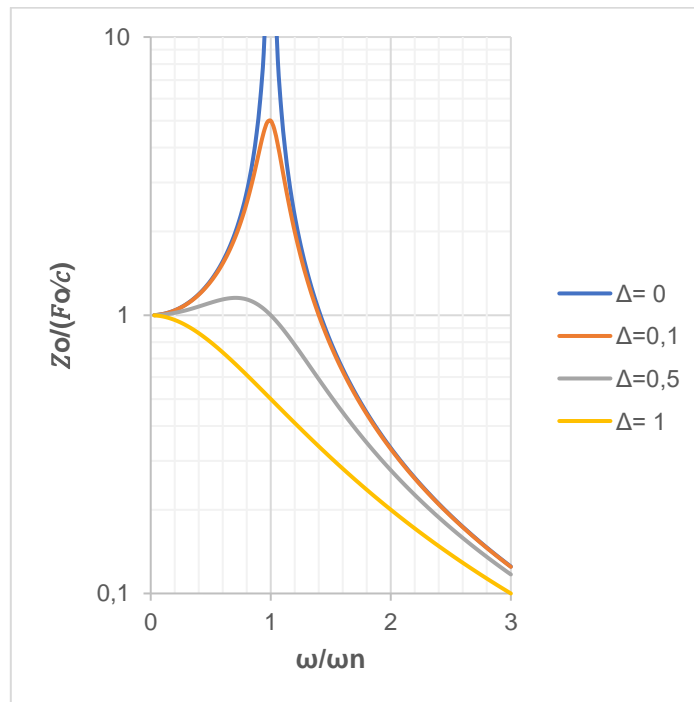
Donde el término Z_o es la amplitud de movimiento y F_o es la fuerza inducida por la ola. El ángulo de fase σ , el factor de amortiguamiento Δ (que es la razón entre el término del amortiguamiento b) y el amortiguamiento crítico (McCormick, 1973) son respectivamente

$$\sigma = \tan^{-1} \left[\frac{\frac{2\Delta\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2} \right] \quad (27)$$

$$\Delta = \frac{b}{2\sqrt{\rho g A_{wp}(m + m_w)}} \quad (28)$$

Donde ω es la frecuencia del oleaje, b es el amortiguamiento, m la masa del cuerpo y m_w es la masa añadida. La importancia de la expresión de frecuencia natural, es que define las condiciones de resonancia del movimiento. Cuando un cuerpo con una cierta frecuencia natural se encuentra con olas de similar frecuencia (periodo) se puede esperar una máxima amplitud de movimiento debido a la resonancia. Esta amplitud de movimiento dependerá también de que tan amortiguado sea el sistema. En el grafico (2) se puede ver el factor de magnificación $Z_0/(F_0/c)$ para las distintas razones de amortiguamiento en función de la razón de frecuencias ω/ω_n .

Gráfico 2: Factor de magnificación para el movimiento vertical desacoplado



Fuente: elaboración propia

Teniendo ya una expresión para el movimiento, se pueden obtener las expresiones para la velocidad y aceleración derivando con respecto al tiempo. Estas son respectivamente

$$\frac{dz}{dt} = -\omega Z_o \sin(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (29)$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 Z_o \cos(\omega t + \gamma - \sigma) = -\omega^2 z \quad (30)$$

Con esto podemos obtener expresiones para la energía cinética y potencial del sistema tomando en cuenta su masa total (La masa del cuerpo más la masa añadida). Entonces la energía cinética del sistema está dada por

$$E_{Kz} = \frac{1}{2}(m + m_w) \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}(m + m_w)\omega^2 Z_o^2 \sin^2(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (31)$$

Y la energía potencial por

$$E_{Pz} = \frac{1}{2}\rho g A_w z^2 = \frac{1}{2}\rho g A_w Z_o^2 \cos^2(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (32)$$

La energía total del sistema considerando ambas expresiones anteriores es

$$E_T = E_{Kz} + E_{Pz} = \frac{1}{2}[(m + m_w)\omega^2 + c]Z_o^2 \quad (33)$$

Para obtener la potencia mecánica disponible de un cuerpo en movimiento vertical desacoplado o puro, podemos recordar la derivación de la fuerza inducida por la ola desarrollado anteriormente. La potencia mecánica es producto de la fuerza inducida por la ola y la ecuación de velocidad derivada de la solución a la ecuación de movimiento. La fuerza inducida por la ola puede ser expresada por

$$F_z = F_o \cos(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (34)$$

Donde F_o es la fuerza inducida por la ola que aparece en la ecuación (26). Para determinar la potencia primero debemos definir la geometría del elemento. Como se mencionó anteriormente, la atención de este estudio está enfocado en flotadores simétricos, de base plana y de áreas de flotación circular o rectangular. Entonces, McCormick (2007) define la fuerza inducida por la ola para flotadores de área rectangular y circular respectivamente como

$$F_{ZR} = \frac{\rho g H B \lambda}{2\pi} (e^{-2\pi d/\lambda} + 1) \sin\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right) \cos(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (35)$$

$$F_{ZC} = \frac{\rho g H \pi R^2}{4} \left(1 - \frac{\pi^2 R^2}{2\lambda^2}\right) (e^{-2\pi d/\lambda} + 1) \cos(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (36)$$

Donde d es el calado del flotador, B es el ancho y L es el largo del flotador rectangular. En el caso del flotador de área de flotación circular, R es el radio del área de flotación. Entonces la potencia disponible de un cuerpo simétrico en movimiento vertical es

$$P_Z = F_Z \frac{dz}{dt} \quad (37)$$

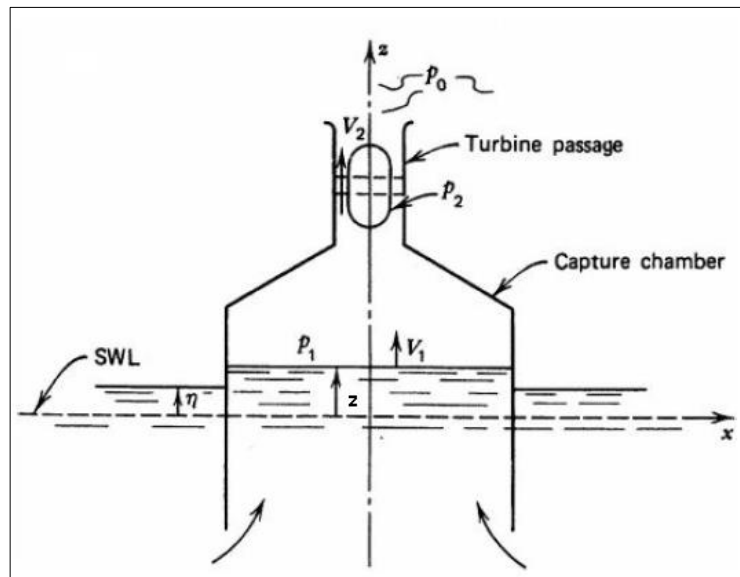
Y la potencia promedio sobre un periodo es

$$\overline{P_Z} = \frac{1}{T} \int_0^T P_Z dt = \frac{F_o \omega Z_o}{2} \quad (38)$$

2.5 GENERACIÓN DE ENERGÍA NEUMÁTICA

Un método general de análisis para la determinación de la potencia neumática disponible para la turbina (Hiramoto, 1978) se expone a continuación. Como muestra la ilustración 6, la desnivelación dentro de la cámara es representada por el desplazamiento del flotador z , dado por la ecuación (26) del apartado anterior. El aire dentro de la cámara, particularmente el que se encuentra adyacente al émbolo, se mueve con la misma velocidad del flotador, la cual está dada por la ecuación (29).

Ilustración 5: Esquema para análisis de conversión de energía neumática



Fuente: McCormick, M. (2007). Notation for the pneumatic wave energy convertor analysis [Figura]. Recuperado de Wave energy conversión (1ª Ed. 2007)

Asumiendo que el flujo de aire es incompresible, la velocidad axial en la boca de la turbina está dada por

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 \quad (39)$$

Donde V_1 es la velocidad del flotador, A_1 es el área de la cámara de captación y A_2 es el área de la boca de la turbina. La potencia disponible para la turbina depende del gradiente de presión y el caudal del flujo de aire a través de la turbina,

$$P = (p_2 - p_0)Q \quad (40)$$

Donde, de la ecuación de continuidad obtenemos

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (41)$$

La presión p_0 la asumimos igual a la presión ambiental por simplicidad. La presión p_2 podemos encontrarla por la ecuación de energía de Bernoulli,

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (V_1^2 - V_2^2) + \rho \frac{\partial}{\partial t} (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (42)$$

Donde los potenciales de velocidad φ_1 y φ_2 son respetivamente

$$\varphi_1 \approx V_1 * z \quad (43)$$

$$\varphi_2 \approx \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \varphi_1 \quad (44)$$

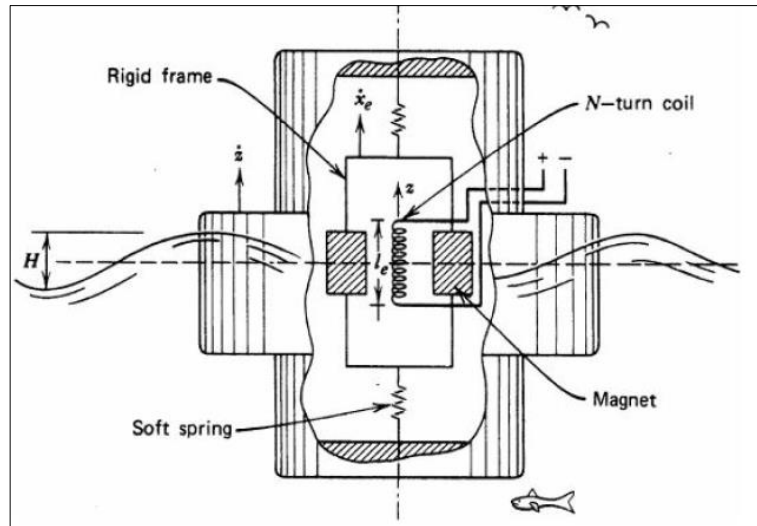
Finalmente, podemos obtener la diferencia de presión expresada en la ecuación (40) de la ecuación de momento lineal

$$p_2 - p_0 \approx \rho \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \rho \frac{Q}{A_2} (V_2 - V_1) \quad (45)$$

2.6 GENERACIÓN POR INDUCTANCIA LINEAL

Un generador de inductancia lineal (ilustración 7) consiste en un imán que pasa a través de una bobina o viceversa. Uno es fijado al sistema en movimiento y el otro se mantiene fijo. Una corriente eléctrica es producida en la bobina como resultado del movimiento relativo entre el imán y la bobina.

Ilustración 6: Esquema generador de inducción lineal



Fuente: McCormick, M. (2007). *Linear inductance generator on a heaving body* [Figura]. Recuperado de *Wave energy conversión* (1ª Ed. 2007)

Del análisis de Omholt (1978) la expresión para la energía eléctrica producida por el sistema es

$$P_e = \frac{N_e^2 B_e^2 l_e^2 \xi^2}{R_e} \quad (46)$$

Donde N_e es el número de vueltas que da el cable, B_e es la inducción magnética, l_e es el largo del cable en el campo magnético, R_e es la resistencia en la bobina y ξ es el desplazamiento relativo que se expresa como

$$\xi = z - x_e \quad (47)$$

Donde z está expresado en la ecuación (26) y x_e es el desplazamiento del imán que está dado por la ecuación

$$x_e = x_0 \cos(\omega_e t + \varphi_e) \quad (48)$$

Donde X_0 es la amplitud del movimiento del imán, ω_e es la frecuencia circular del movimiento del imán y φ_e es el ángulo de fase. La frecuencia circular del movimiento se considera igual a la frecuencia de la ola incidente cuando la condición de resonancia se cumple. Entonces la potencia promedio en un ciclo, está dada por

$$\widehat{P}_e = \frac{N_e^2 B_e^2 l_e^2 \omega^2}{2R_e} \left[Z_0^2 - \frac{4Z_0 X_0}{\pi} + X_0^2 \right] \quad (49)$$

3 ANÁLISIS Y CONSIDERACIONES PREVIAS

En el análisis entregado en el capítulo 3, se observan los parámetros que definen el funcionamiento de un convertidor de energía de olas. Como se mencionó en varias ocasiones se consideraron dos tipos de formas simétricas para el flotador, una rectangular y otra circular. Aparte de su geometría, material y peso, las condiciones del oleaje son de vital importancia y presentan una gran variabilidad dependiendo del tiempo y lugar. De acuerdo a parámetros como la longitud de onda se pueden obtener relaciones para el diámetro del flotador. El periodo de la ola indica cual es la frecuencia natural con la que debemos diseñar para alcanzar la resonancia.

Para probar la adaptabilidad del diseño en distintas condiciones, se considerarán dos locaciones con muelles existentes construidos sobre pilotes. El primero, ubicado en la bahía de Quintero es el muelle GNL (Imagen 1) con 1.900 metros de largo, una altura promedio de 12,5 metros, pilotes de 1,2 metros de diámetro aproximadamente y un calado máximo de 24 metros. El segundo se trata del muelle de pescadores caleta el Membrillo (imagen 2), que cuenta con aproximadamente 40 metros de largo, pilotes de aproximadamente 40 cm de diámetro y un calado de 10 metros. En ambos casos se considerará un dispositivo ubicado en el cabezo del muelle; en los primeros pilotes de cara al mar, para de esta manera evitar la interferencia del resto de los pilotes.

Imagen 1: Muelle GNL – Quintero



Fuente: http://www.prdw.com/major_projects/Ing_quintero

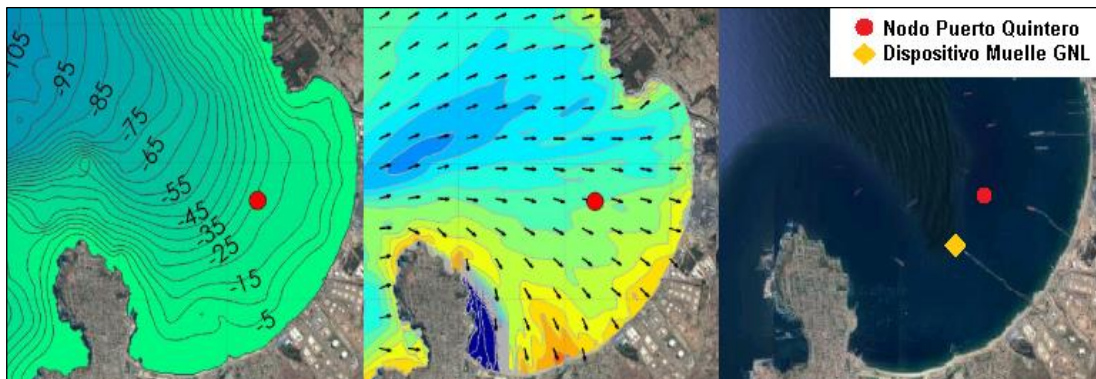
Imagen 2: Muelle Caleta El Membrillo – Valparaíso



Fuente: <https://www.tripadvisor.cl>

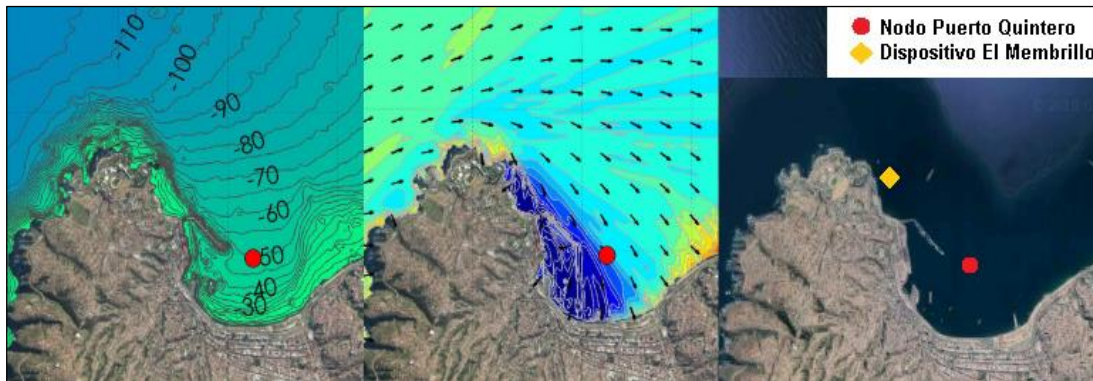
Para los parámetros de oleaje, se evaluará y diseñará con los periodos medios obtenidos del análisis de clima medio que proporciona la página www.oleaje.uv.cl. Los nodos utilizados y los lugares donde se ubican los dispositivos con sus batimetrías y campos de periodos medios se muestran en las imágenes (3) y (4).

Imagen 3: Batimetría, campo de T_m y ubicación de lugar de estudio Quintero.



Fuente: Beya et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Figura]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl - www.google.com/maps

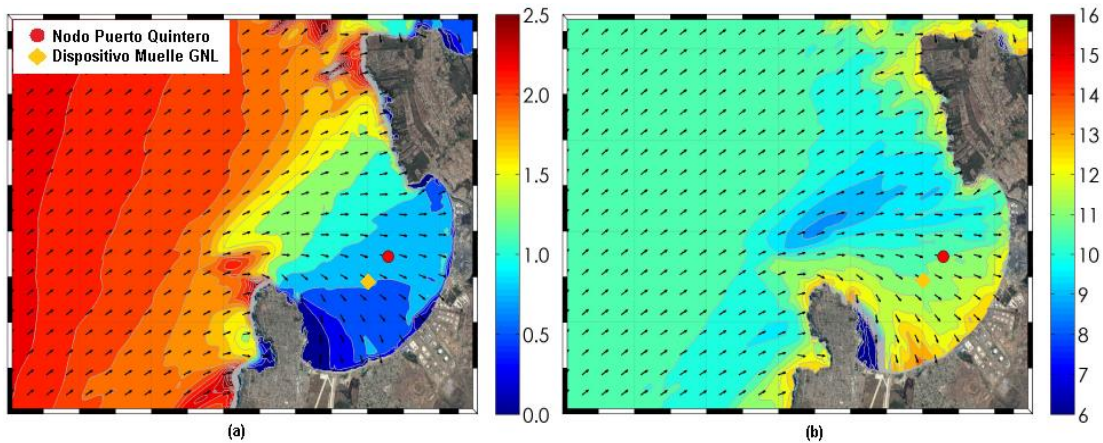
Imagen 4: Batimetría, campo de T_m y ubicación de lugar de estudio Valparaíso.



Fuente: Beya et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Figura]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl - www.google.com/maps

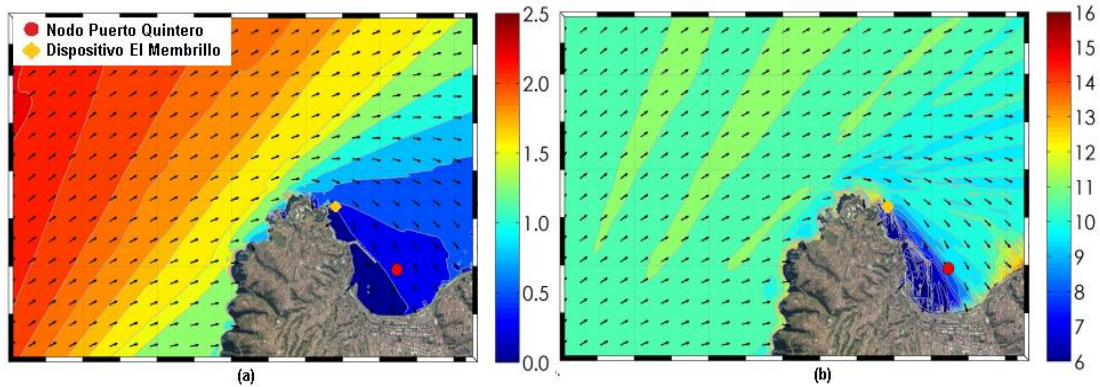
En ambos casos los nodos se encuentran alejados de los lugares de estudio. Pero los campos de periodos (T_m) y alturas (H_{m0}) de las imágenes (5) y (4), muestran que en los 2 sectores donde se proyectan los dispositivos, los valores de estos parámetros se encuentran en rangos similares a los de los nodos.

Imagen 5: (a) Campo de H_{m0} y (b) Campo de T_m – Quintero.



Fuente: Beya et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Figura]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl.

Imagen 6: a) Campo de H_{m0} y (b) Campo de T_m - Valparaíso.



Fuente: Beya et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Figura]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl.

Para mostrar las diferencias entre los sitios se procederá con el siguiente análisis. Si se observan las imágenes de los campos, entonces se puede obtener rangos aproximados de altura y periodo para los sitios de estudio. Para el caso de Quintero, unos valores tentativos para la altura y periodo en el sitio serían 0,75 metros y 10,5 segundos respectivamente. Utilizando la ecuación (15) para la potencia del oleaje en [Kw/s] en el sitio, se tiene que

$$\overline{P_{sitio}} \approx 0.49 * H_{m0\ sitio}^2 * T_{m\ sitio}$$

Con la gravedad $g=9,8$ [m/s] y la densidad del agua de mar $\rho=1,025$ [T/m³]. Con los datos del nodo de Quintero mostrados en la tabla (2) se tiene las igualdades

$$\frac{H_{m0\ sitio}}{H_{m0\ nodo}} = \frac{0.75 [m]}{0.88 [m]} \quad \frac{T_{m\ sitio}}{T_{m\ nodo}} = \frac{10.5 [s]}{9.5 [s]}$$

Despejando la altura y el periodo para el nodo, y reemplazando en la ecuación para la potencia del oleaje en el sitio

$$\overline{P_{sitio}} \approx 0.49 * 0.84 * H_{m0\ nodo}^2 * T_{m\ nodo}$$

Con este cálculo preliminar, se puede ver que la diferencia aproximada en la potencia entre el nodo y el sitio de estudio para Quintero sería de un 16% menos utilizando los parámetros promedio y los parámetros estimados de los campos de altura y periodo. Para el caso de Valparaíso, estimando una altura y periodo de 0,4 metros y 9 segundos respectivamente para el sitio y usando los parámetros del nodo de la tabla (15) se tiene que

$$\overline{P_{sitio}} \approx 0.49 * 0.72 * H_{m0\ nodo}^2 * T_{m\ nodo}$$

Lo que muestra que la diferencia de potencia de oleaje sería de un 28% menos aproximadamente.

Estas diferencias, en particular la altura significativa, tiene impacto en el cálculo de la fuerza inducida por la ola (ecuación 35 y 36), lo que a su vez afecta a la potencia mecánica del dispositivo. En el caso de Quintero, un análisis de sensibilidad muestra que la potencia mecánica varía en un $\pm 15\%$ en un rango de alturas entre 0,75 y 1 metro. El caso de Valparaíso se muestra mucho más sensible a los cambios de altura significativa, presentando una variación de hasta un 40% en la potencia mecánica con rangos de altura entre 0,2 y 0,45 metros.

En los cálculos anteriores y a lo largo de este trabajo, se utiliza los parámetros de altura significativa espectral H_{m0} y periodo medio T_m , que es equivalente al periodo medio espectral $T_{0,1}$, calculado a partir de los momentos de orden 1 y 0. Se utiliza el periodo medio para efectos de este trabajo, debido a que considera todos los periodos de los componentes del oleaje que forman el espectro. El periodo peak T_p , solo considera los componentes más energéticos del oleaje, por lo que el diseño estaría en función del caso más favorable. Además, ninguna referencia en la bibliografía de este trabajo recomienda el uso en particular de otros periodos de oleaje.

Es importante considerar que este tipo de proyecto debe ir acompañado por estudios de impacto ambiental que consideren a su vez, estudios de impacto acústico y una evaluación del valor paisajístico, para dimensionar las molestias generadas hacia la comunidad. Un análisis de factibilidad también es aconsejable para justificar este tipo de inversiones.

Este trabajo no incluye la optimización del dispositivo y estudios completos sobre los sistemas de toma de poder a utilizar ni las posibles cargas que estos manifiesten sobre el funcionamiento del mismo.

4 DISEÑO

La metodología comienza por obtener la longitud de onda, la que está en función del periodo y la profundidad en el caso de aguas someras. Dicho esto, se deberá revisar la condición de aguas someras intermedias o profundas previo a los cálculos. Con esto se procederá con una geometría inicial, que puede estar sujeta a cambios debido a los requerimientos de calado, peso y otros. De acuerdo a los periodos (frecuencias) del lugar se obtendrá la frecuencia natural del sistema y la masa añadida. El movimiento del flotador se caracterizará con la solución estacionaria de la ecuación de movimiento (26). El coeficiente de amortiguamiento se obtiene de manera experimental, con modelos físicos y un test de decaimiento. Por lo tanto, se asumirán valores para la razón de amortiguamiento Δ y así obtener el coeficiente de amortiguación. La metodología y justificación para la selección de esta razón de amortiguamiento se encuentra en el anexo B. Luego de obtener todos los parámetros del sistema, se continuará con los cálculos del PTO. Por último, obtendremos las eficiencias de los diseños dependientes de su geometría y lugar, con lo que se puede finalmente hacer una evaluación de la mejor alternativa.

4.1 DISEÑO ABSORBEDOR PUNTUAL BAHÍA QUINTERO

Los parámetros que se utilizaran para los cálculos siguientes fueron obtenidos del Atlas de oleaje de Chile de la Escuela de Ingeniería Civil Oceánica de la Universidad de Valparaíso (Beya et al., 2016). Para el nodo del puerto de Quintero ($32,759^{\circ}\text{S}$, $71,502^{\circ}\text{O}$) se consultaron los siguientes datos

Tabla 2: Parámetros de diseño - Quintero

Hm0 [m]	Tm [s]	d [m]
0,88	9,1	24

Fuente: Beya et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Datos]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl.

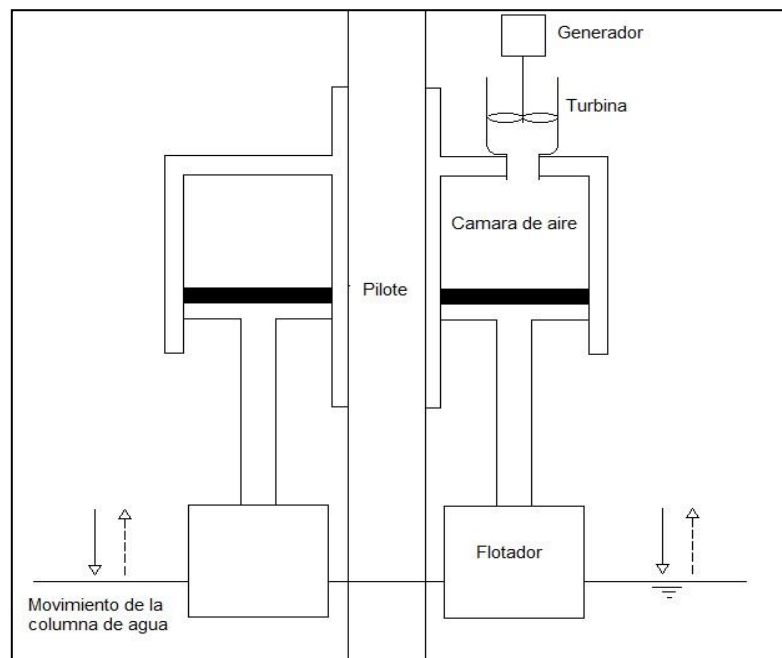
Utilizando la teoría lineal de oleaje con estos parámetros y revisando la condición de profundidad obtenemos una longitud de onda $\lambda=112,6$ metros para el periodo medio y una profundidad de 24 metros, lo que nos sitúa en aguas intermedias($0,05<d/\lambda<0,5$).

Luego es necesario definir la geometría del flotador. Como se mencionó en ocasiones anteriores una condición es que el largo o diámetro del flotador cumpla con la expresión (21). Debido a la gran longitud de la ola, diseñar un flotador con la geometría necesaria para cumplir dicha expresión sería bastante impráctico, entonces, el diseño del flotador se considerará como un *wave rider*, que tiene como característica principal que su frecuencia natural es mucho mayor que la frecuencia

de la ola lo que le permite “montar” las olas de gran longitud y como condición de diseño que $L/\lambda \ll 1$ siendo L el largo del flotador

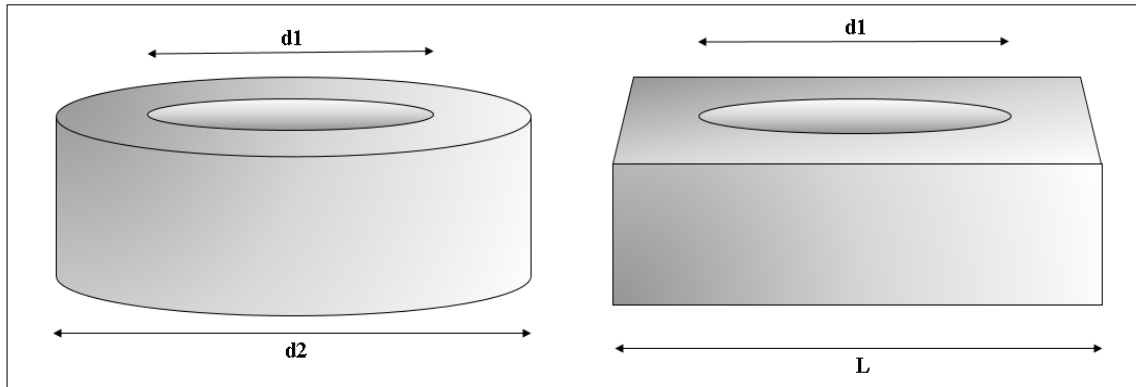
Se analiza ahora el esquema del dispositivo mostrado en la ilustración 9. La primera alternativa de flotador presenta una forma de un cilindro de diámetro d_2 con una perforación en el centro de diámetro d_1 . La segunda alternativa es un paralelepípedo rectangular de largo y ancho L con una perforación en el centro de diámetro d_1 . Los esquemas preliminares del dispositivo completo y de los flotadores se muestran en la ilustración (8) y (9) respectivamente. Se deja la discusión de la altura y calado para más adelante.

Ilustración 7: Esquema preliminar dispositivo completo



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 8: Esquema preliminar opciones de flotadores.



Fuente: Elaboración propia

Primero, se estableció el diámetro interno de los flotadores d_1 . Este se mantendrá constante en ambas alternativas, ya que está en función del diámetro de los pilotes del muelle. Considerando una separación de 10 centímetros entre el pilote y las paredes internas del flotador, y teniendo en cuenta que el diámetro de los pilotes es aproximadamente de 1,2 metros, se obtiene un diámetro interno $d_1 = 1,4$ metros. Luego se establecieron 3 medidas distintas para d_2 y L . En la tabla (3), se muestra un cuadro resumen para ambas alternativas

Tabla 3: Geometría preliminar alternativas de diseño Quintero

Forma	Tipo	Área flotación					
		d_1 [m]	d_2 [m]	L [m]	[m ²]	L/λ	$L/\lambda \ll 1$
Cilíndrica	1	1,4	3,4	-	7,54	0,03	Cumple
	2	1,4	4,4	-	13,67	0,04	Cumple
	3	1,4	5,4	-	21,36	0,05	Cumple
Rectangular	1	1,4	-	3,0	7,54	0,03	Cumple
	2	1,4	-	3,9	13,67	0,03	Cumple
	3	1,4	-	4,8	21,36	0,04	Cumple

Fuente: Elaboración propia

Cabe mencionar que el área de flotación que aparece en la tabla (3) considera la resta del área del orificio en ambas formas.

Ya que se tiene una idea de la geometría del dispositivo, ahora se debe considerar un aspecto muy importante como es el material. Para asegurar la robustez del flotador, el diseño constará de flotadores sólidos de poliuretano de alta densidad de 130 kg/m³. Con esto ya se puede calcular la masa del flotador y su calado, además de la masa añadida explicada el capítulo 3.

Primero se considera la “esbeltez” del flotador, o sea, la relación de su altura por su ancho o base. Se establecieron tres alturas de flotador para dejar esta relación entre un 44% y 46%. Entonces el volumen y masa de los cuerpos están dados por

$$Volumen = \text{Área flotación} * Altura(h)$$

$$Masa = Volumen * Densidad del material$$

Al obtener el peso del flotador se prosigue en obtener su calado por el principio de Arquímedes, tomando en cuenta que el flotador se encuentra flotando en la superficie en estado de equilibrio. Esto puede definirse como

$$\rho_f * A_f * h_f = \rho_A * A_f * calado$$

$$Calado = h_f * \left(\frac{\rho_f}{\rho_A}\right)$$

Donde ρ_f es la densidad del poliuretano, ρ_A la densidad del agua de mar, A_f el área de flotación y h_f es la altura del flotador. Luego se obtiene la masa añadida para cada geometría. Las expresiones para la masa añadida de un flotador rectangular y cilíndrico están dadas por las ecuaciones (23) y (24), respectivamente. El factor Km necesario para el cálculo de la masa añadida del flotador rectangular, se obtiene del gráfico (1) entrando con la razón entre el ancho y el calado del flotador. En la tabla (4) y (5) se muestran los resultados para ambas geometrías

Tabla 4: Propiedades preliminares de alternativas de diseño Quintero

Forma	Tipo	d ₁ [m]	d ₂ [m]	L [m]	Área flotación [m ²]	L/λ	L/λ<<1	Altura [m]	Volumen [m ³]	Masa [kg]
Cilíndrica	1	1,4	3,4	-	7,54	0,03	Cumple	1,5	11,3	1470,3
	2	1,4	4,4	-	13,67	0,04	Cumple	2	27,3	3553,1
	3	1,4	5,4	-	21,36	0,05	Cumple	2,5	53,4	6942,9
Rectangular	1	1,4	-	3,0	7,54	0,03	Cumple	1,5	11,3	1470,3
	2	1,4	-	3,9	13,67	0,03	Cumple	2	27,3	3553,1
	3	1,4	-	4,8	21,36	0,04	Cumple	2,5	53,4	6942,9

Fuente: Elaboración propia

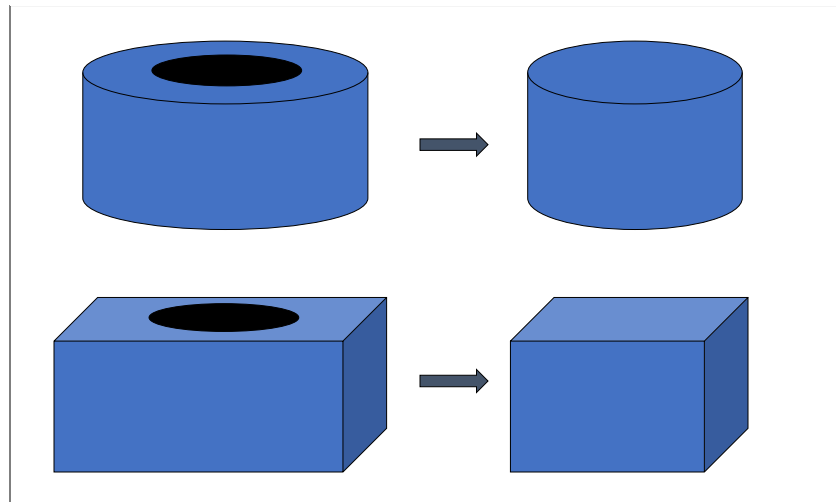
Tabla 5: Masa añadida, calado y dimensiones equivalentes Quintero

Forma	Tipo	d ₁ [m]	d ₂ [m]	L [m]	Área flotación [m ²]	L/λ	L/λ << 1	Altura [m]	Volumen [m ³]	Masa [kg]	Calado [m]	Km	d ₃ [m]	L ₂ [m]	Masa añadida [kg]	Nuevo calado [m]
Cilíndrica	1	1,4	3,4	-	7,54	0,03	Cumple	1,5	11,3	1470,3	0,19	-	3,10	-	5091,52	0,85
	2	1,4	4,4	-	13,67	0,04	Cumple	2	27,3	3553,1	0,25	-	4,17	-	12424,08	1,14
	3	1,4	5,4	-	21,36	0,05	Cumple	2,5	53,4	6942,9	0,32	-	5,22	-	24282,52	1,43
Rectangular	1	1,4	-	3,0	7,54	0,03	Cumple	1,5	11,3	1470,3	0,19	0,53	-	2,75	8833,47	1,33
	2	1,4	-	3,9	13,67	0,03	Cumple	2	27,3	3553,1	0,25	0,53	-	3,70	21555,01	1,79
	3	1,4	-	4,8	21,36	0,04	Cumple	2,5	53,4	6942,9	0,32	0,53	-	4,62	42128,67	2,24

Fuente: Elaboración propia

Donde los términos d₃ y L₂, son el diámetro y ancho equivalente respectivamente, y reemplazan el diámetro y ancho original en las fórmulas de masa añadida utilizadas en este trabajo ya que estas expresiones no consideran formas perforadas. Estas medidas son calculadas desde una forma circular y rectangular con un área equivalente a las perforadas (ilustración 10).

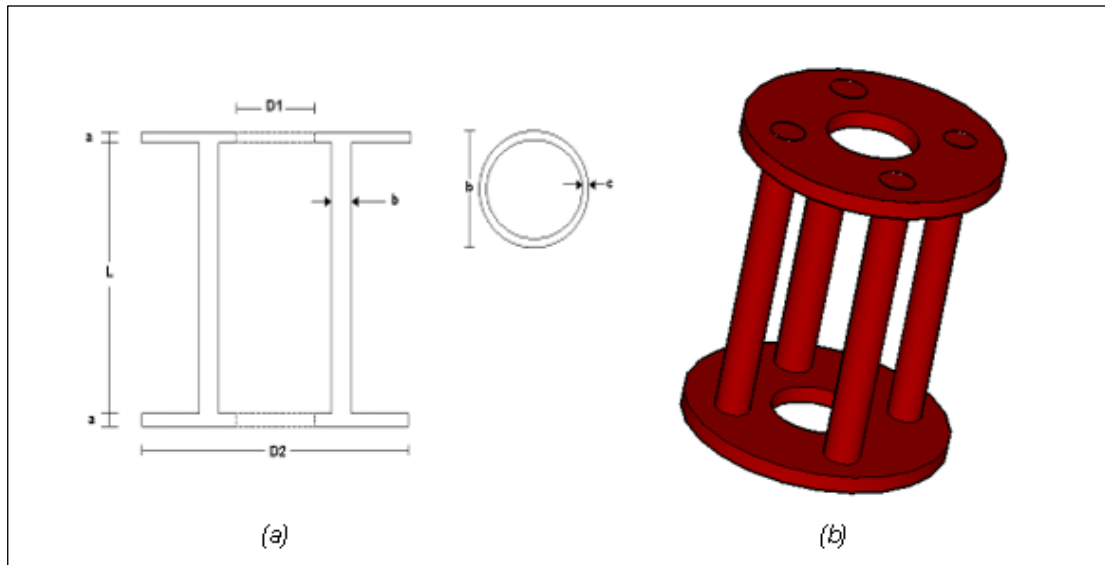
Ilustración 9: Geometrías de áreas equivalentes



Fuente: Elaboración propia

Luego de definir las características de los flotadores, se prosigue con los cálculos para el émbolo. Este se diseñará con acero de calidad estructural ASTM A131 de densidad $7,9 \text{ [gr/cm}^3\text{]}$. Este elemento del dispositivo cumplirá la función de transmitir la energía mecánica. Dependiendo de las dimensiones de cada tipo de flotador se obtendrán los pesos de los distintos émbolos. En la ilustración 11.b se puede ver un esquema 3D (no a escala) del émbolo a diseñar.

Ilustración 10: Esquema émbolo; (a) Medidas; (b) Vista 3D.



Fuente: Elaboración propia

El elemento consta de dos placas circulares perforadas de iguales medidas unidas por cuatro cilindros de igual longitud. En la tabla (6) se muestran las medidas y el peso de la estructura para cada tipo.

Tabla 6: Geometría y características émbolo alternativas de diseño Quintero

Émbolo	Tipo	D_1 [m]	D_2 [m]	a [m]	L [m]	b [m]	c [m]	Peso [kg]
	1	1,23	3	0,025	3,5	0,305	0,00635	3004,32
	2	1,23	4	0,025	3,5	0,305	0,00635	5192,44
	3	1,23	5	0,0375	3,5	0,305	0,00635	11676,63

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se obtendrá la frecuencia natural del dispositivo, la cual está en función del área de flotación del flotador, la masa y la masa añadida, ambas calculadas anteriormente. En la tabla (7) se puede ver que la frecuencia natural f_z (ecuación 20) para cada tipo de flotador es

Tabla 7: Frecuencia natural para cada diseño Quintero

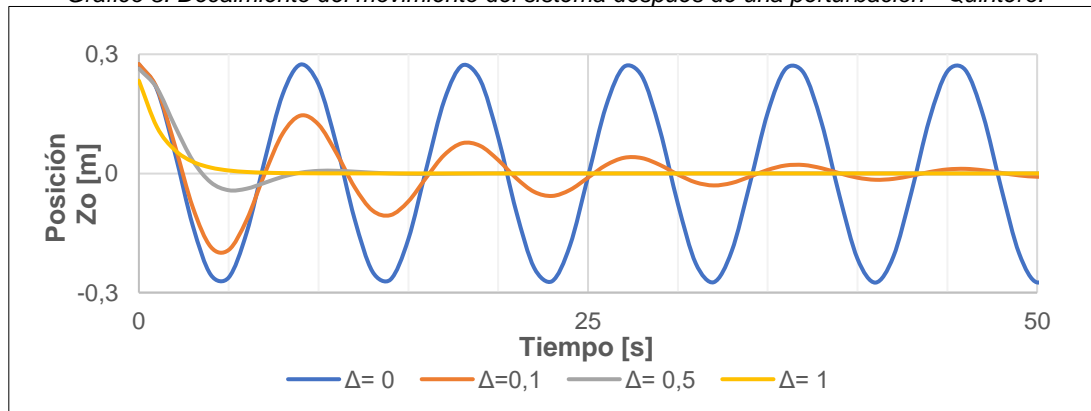
Forma	Tipo	Masa añadida [kg]	Masa [kg]	Área flotación [m ²]	fz No amortiguado
Cilíndrica	1	5091,5	1470,27	7,54	3,40
	2	12424,1	3553,14	13,67	2,93
	3	24282,5	6942,92	21,36	2,62
Rectangular	4	8833,5	1470,27	7,54	2,71
	5	21555,0	3553,14	13,67	2,34
	6	42128,7	6942,92	21,36	2,09

Fuente: Elaboración propia

Como se especifica en la tabla (2) al inicio de esta sección, el periodo promedio asociado a esta zona es de 9,1 segundos y una frecuencia de 0,11 Hertz. Como se mencionó anteriormente, el diseño se considera como un *wave rider*, un tipo de flotador que “monta” las olas de gran longitud, por lo que la frecuencia natural de este debe ser mucho mayor que la frecuencia del oleaje, como se aprecia en la tabla (7), esto se cumple para los distintos tipos de diseño de flotador.

Con la geometría de los flotadores y la frecuencia natural, se comienza por obtener las curvas de movimiento. Un factor importante a considerar es que el movimiento de un absorbedor puntual corresponde al de un sistema de oscilamiento mecánico amortiguado. El amortiguamiento es la capacidad que tiene el sistema de disipar energía y a mayor sea este mayor será la razón de amortiguamiento Δ , que indica cómo decaen las oscilaciones de un sistema en reposo después de una perturbación. El gráfico (3) muestra este decaimiento para distintas razones de amortiguamiento

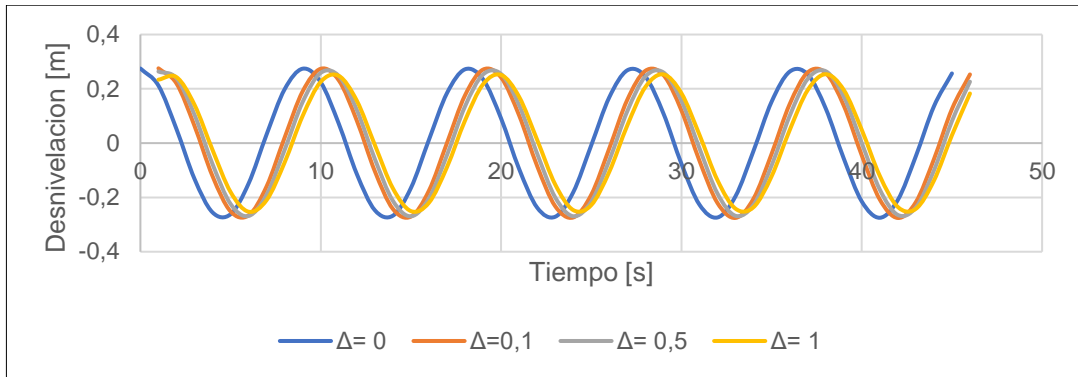
Gráfico 3: Decaimiento del movimiento del sistema después de una perturbación - Quintero.



Fuente: Elaboración propia

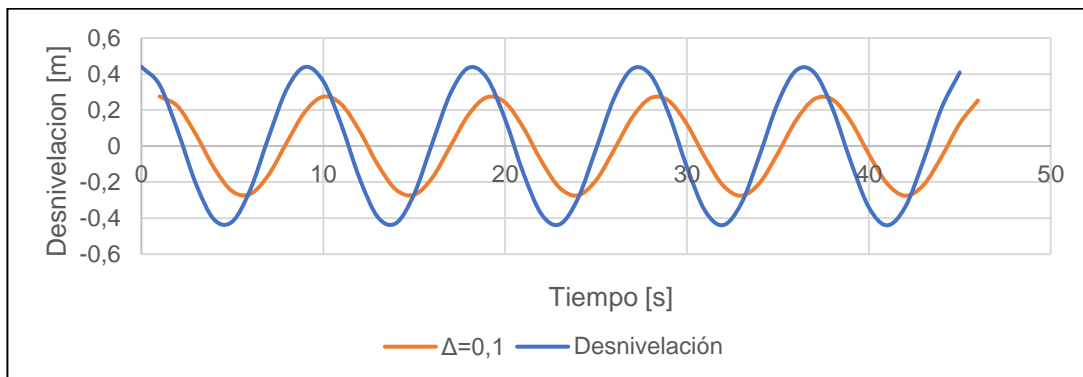
El absorbedor puntual en cuestión puede considerarse como un oscilador mecánico sub-amortiguado ($\Delta = 0,1$). En los gráficos (4) y (5) se puede apreciar cómo afectan las distintas razones de amortiguamiento al movimiento del flotador y como es su movimiento respecto al movimiento de la ola.

Gráfico 4: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°1 -Quintero



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 5: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°1



Fuente: Elaboración propia

Los gráficos de las curvas de movimiento y de comparación de movimiento y desnivelación de la superficie de las otras alternativas se encuentran en el anexo C.

Con las curvas de movimiento se puede obtener derivando la velocidad y aceleración del cuerpo, lo que permite encontrar la energía total del sistema (ecuación 33) tomando en cuenta la masa y la masa añadida para cada forma y tamaño de flotador. En la tabla (8) se presentan estos resultados.

Tabla 8: Velocidad, aceleración y energía total de cada alternativa de diseño Quintero

Tipo	N°	z [m]	dz/dt [m/s]	d ² z/dt ² [m/s ²]	Ec [N*m]	Ep [N*m]	Et [N*m]
Cilíndrico	1	0,28	-0,19	-0,13	118,6	2874,5	2993,1
	2	0,50	-0,35	-0,24	954,5	17224,9	18179,4
	3	0,49	-0,34	-0,23	1752,4	25295,2	27047,6
Rectangular	4	1,09	-0,75	-0,52	2915,2	45007,2	47922,3
	5	1,02	-0,70	-0,48	6192,1	71107,0	77299,1
	6	0,99	-0,68	-0,47	11485,4	105493,7	116979,1

Fuente: Elaboración propia

La energía de oleaje es entregada por la ecuación (14) para una altura de 0,88 metros y un ancho de cresta igual al ancho de cada dispositivo. Los resultados para Quintero se muestran en la tabla (9).

Tabla 9: Energía de la ola [N-m] Quintero

Tipo	N°	Energía de la ola [N-m]
Cilíndrico	1	372256,8
	2	481744,1
	3	591231,3
Rectangular	4	329904,0
	5	426934,6
	6	523965,1

Fuente: Elaboración propia

Con esto se puede obtener la eficiencia energética (tabla 10) de cada dispositivo.

Tabla 10: Eficiencia energética de cada dispositivo Quintero

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	0,8%
	2	3,8%
	3	4,6%
Rectangular	4	14,6%
	5	18,2%
	6	22,4%

Fuente: Elaboración propia

La potencia mecánica promedio disponible de un cuerpo en movimiento vertical, se puede determinar multiplicando la fuerza inducida por la ola entregada por las ecuaciones (35) y (36), y la velocidad obtenida de la ecuación (29). Se muestran los resultados de la fuerza inducida por la ola en la tabla (11) a continuación.

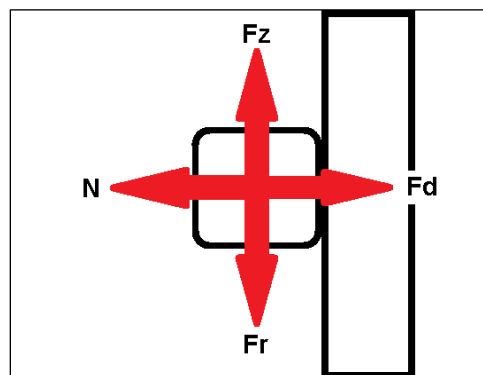
Tabla 11: Fuerza inducida por la ola [N] para cada dispositivo Quintero

Tipo	N°	Fuerza inducida por la ola [N]
Cilíndrico	1	39.154,7
	2	65.009,7
	3	97.075,7
Rectangular	4	77.295,1
	5	127.768,2
	6	189.987,2

Fuente: Elaboración propia

En estos cálculos no se tomó en cuenta las fuerzas externas como es el roce entre el dispositivo y el pilote. De un análisis simple se puede obtener una aproximación de esta fuerza, considerando la fuerza de arrastre F_d igual a la normal N , como se aprecia en la ilustración (12), y la fuerza inducida por la ola F_z , opuesta a la fuerza de roce F_r .

Ilustración 11: Esquema fuerza de roce entre el dispositivo y el pilote



Fuente: Elaboración propia

La fuerza de arrastre considera el área generada por el ancho y el calado del flotador, y los coeficientes de arrastre para cada forma. Para el cálculo de la fuerza de roce, se considera un coeficiente dinámico de roce $\mu_d = 0,09$, que es un valor para el contacto entre acero y acero. La velocidad entre el objeto y el fluido se considera como la celeridad de la onda ya que el flotador se encuentra fijo en el eje x . Los resultados se muestran en la tabla (12).

Tabla 12: Cálculos fuerza de arrastre y de roce. Quintero

Forma	Tipo	Velocidad [m/s]	Coefficiente de Arrastre	Área [m ²]	Fuerza arrastre [N]	Fuerza de roce [N]
Cilíndrica	1	12,37	1,05	2,89	237,84	21,41
	2	12,37	1,05	5,02	413,49	37,21
	3	12,37	1,05	7,70	634,45	57,10
Rectangular	4	12,37	2,05	4,02	646,21	58,16
	5	12,37	2,05	6,99	1124,32	101,19
	6	12,37	2,05	10,72	1725,15	155,26

Fuente: Elaboración propia

Según el esquema de la ilustración (12), la fuerza de roce obtenida se resta a la fuerza inducida por la ola. La nueva fuerza vertical total se muestra en la tabla (13).

Tabla 13: Fuerza total vertical. Quintero

Tipo	N°	Fuerza total vertical [N]
Cilíndrico	1	39.133,3
	2	64.972,5
	3	97.018,6
Rectangular	4	77.236,9
	5	127.667,0
	6	189.831,9

Fuente: Elaboración propia

Con la Fuerza vertical total, se puede ahora calcular la potencia promedio disponible del dispositivo (tabla 14).

Tabla 14: Potencia mecánica promedio [Watt] para cada dispositivo Quintero

Tipo	N°	Potencia promedio [Watt]
Cilíndrico	1	3.725,1
	2	11.250,0
	3	16.288,3
Rectangular	4	29.116,3
	5	44.962,9
	6	65.177,8

Fuente: Elaboración propia

4.2 DISEÑO ABSORBEDOR PUNTUAL BAHÍA VALPARAÍSO

Los parámetros que se utilizarán para los cálculos siguientes fueron obtenidos del Atlas de oleaje de Chile de la Escuela de Ingeniería Civil Oceánica de la Universidad de Valparaíso (Beyá et al., 2016). Para el nodo del puerto de Valparaíso (33.032°S, 71.614°O) se consultaron los siguientes datos de oleaje

Tabla 15: Parámetros de diseño - Valparaíso

Hm0 [m]	Tm [s]	d [m]
0,31	10,2	10

Fuente: Beyá et al., (2016). Atlas de Oleaje de Chile [Datos]. Recuperado de www.oleaje.uv.cl.

Utilizando la teoría lineal de oleaje con estos parámetros y revisando la condición de profundidad se obtiene una longitud de onda $\lambda=94,4$ metros para el periodo medio y una profundidad de 10 metros, lo que indica la condición en aguas intermedias ($0,05 < d/\lambda < 0,5$).

Luego es necesario definir la geometría del flotador. Como se mencionó en ocasiones anteriores una condición es que el largo o diámetro del flotador cumpla con la expresión (21). Debido a la gran longitud de la ola, diseñar un flotador con la geometría necesaria para cumplir dicha expresión sería bastante impráctico, entonces, el diseño del flotador se considerará como un *wave rider*, que tiene como característica principal que su frecuencia natural es mucho mayor que la frecuencia de la ola lo que le permite “montar” las olas de gran longitud y como condición de diseño que $L/\lambda \ll 1$.

Al igual que anteriormente, se considera ahora el esquema del dispositivo mostrado en la ilustración (8) y (9). La primera alternativa de flotador presenta una forma de un cilindro de diámetro d_2 con una perforación en el centro de diámetro d_1 . La segunda alternativa es un paralelepípedo rectangular de largo y ancho L con una perforación en el centro de diámetro d_1 . Se deja la discusión de la altura y calado para más adelante.

Primero, se estableció el diámetro interno de los flotadores d_1 . Este se mantendrá constante en ambas alternativas, ya que está en función del diámetro de los pilotes del muelle. Considerando una separación de 10 centímetros entre el pilote y las paredes internas del flotador, y teniendo en cuenta que el diámetro de los pilotes es aproximadamente de 0,4 metros, se obtiene un diámetro interno $d_1= 0,6$ metros. Luego se establecerán 3 medidas distintas para d_2 y L . En la Tabla (16), se muestra un cuadro resumen para ambas alternativas

Tabla 16: Geometría preliminar alternativas de diseño Valparaíso

Forma	Tipo	d ₁ [m]	d ₂ [m]	L [m]	Área flotación [m ²]	L/λ	L/λ << 1
Cilíndrica	1	0,6	1,50	-	1,48	0,02	Cumple
	2	0,6	1,80	-	2,26	0,02	Cumple
	3	0,6	2,10	-	3,18	0,02	Cumple
Rectangular	1	0,6	-	1,33	1,48	0,01	Cumple
	2	0,6	-	1,60	2,26	0,02	Cumple
	3	0,6	-	1,86	3,18	0,02	Cumple

Fuente: Elaboración propia

Cabe mencionar que el área de flotación que aparece en la tabla (16) considera la resta del área del orificio en ambas formas.

Ya que se tiene una idea de la geometría del dispositivo, ahora se debe considerar un aspecto muy importante como es el material. Para asegurar la robustez del flotador, el diseño constará de flotadores sólidos de poliuretano de alta densidad de 130 kg/m³. Con esto ya se puede calcular la masa del flotador y su calado, además de la masa añadida explicada en el capítulo 3.

Primero se considera la “esbeltez” del flotador, o sea, la relación de su altura por su ancho o base. Se establecieron tres alturas de flotador para dejar esta relación entre un 44% y 46%. Entonces el volumen y masa de los cuerpos están dados por

$$Volumen = \text{Área flotación} * \text{Altura}(h)$$

$$Masa = Volumen * Densidad del material$$

Al obtener el peso del flotador se puede determinar su calado por el principio de Arquímedes, tomando en cuenta que el flotador se encuentra flotando en la superficie en estado de equilibrio. Esto puede definirse como

$$\rho_f * A_f * h_f = \rho_A * A_f * \text{calado}$$

$$\text{Calado} = h_f * \left(\frac{\rho_f}{\rho_A} \right)$$

Donde ρ_f es la densidad del poliuretano, ρ_A la densidad del agua de mar, A_f el área de flotación y h_f es la altura del flotador. Luego se puede obtener la masa añadida para cada geometría. Las expresiones para la masa añadida de un flotador rectangular y cilíndrico están dadas por las ecuaciones (23) y (24) respectivamente.

El factor Km se obtiene del gráfico (1) entrando con la razón entre el ancho y el calado del flotador. En la tabla (17), se muestran los resultados para ambas geometrías

Tabla 17: Propiedades preliminares de alternativas de diseño Valparaíso

Forma	Tipo	d_1 [m]	d_2 [m]	L [m]	Área flotación [m ²]	Altura [m]	Volumen [m ³]	Masa [kg]
Cilíndrica	1	0,6	1,5	-	1,48	0,675	1,00	130,26
	2	0,6	1,8	-	2,26	0,81	1,83	238,18
	3	0,6	2,1	-	3,18	0,945	3,01	390,77
Rectangular	4	0,6	-	1,33	1,48	0,60	0,89	115,44
	5	0,6	-	1,60	2,26	0,72	1,62	211,08
	6	0,6	-	1,86	3,18	0,84	2,66	346,31

Fuente: Elaboración propia

Tabla 18: Masa añadida, calado y dimensiones equivalentes Valparaíso

Tipo	N°	Calado [m]	Km	d_3 [m]	L_2 [m]	Masa añadida [kg]
Cilíndrica	1	0,09	-	1,37	-	444,77
	2	0,10	-	1,70	-	836,62
	3	0,12	-	2,01	-	1395,16
Rectangular	4	0,08	0,53	-	1,22	771,64
	5	0,09	0,53	-	1,50	1451,49
	6	0,11	0,53	-	1,78	2420,51

Fuente: Elaboración propia

Donde los términos d_3 y L_2 , son el diámetro y ancho equivalente respectivamente, y reemplazan el diámetro y ancho original en las fórmulas de masa añadida utilizadas en este trabajo ya que estas expresiones no consideran formas perforadas. Estas medidas son calculadas desde una forma circular y rectangular con un área equivalente a las perforadas (Ilustración 10).

Luego de definir las características de los flotadores, se continúa con desarrollar los cálculos para el émbolo. Este se diseñará con acero de calidad estructural ASTM A131 de densidad 7,9 [gr/cm³]. Este elemento del dispositivo cumplirá la función de transmitir la energía mecánica. Dependiendo de las dimensiones de cada tipo de flotador se obtendrán los pesos de los distintos émbolos. En la ilustración (11) se puede ver un esquema 3D (no a escala) del émbolo a diseñar.

Tabla 19: Geometría y características embolo alternativas de diseño Valparaíso

Émbolo	Tipo	D1 [m]	D2 [m]	a [m]	L [m]	b [m]	c [m]	Peso [kg]
	1	0,43	1	0,025	1,6	0,219	0,00556	444,72
2	0,43	1,3	0,025	1,6	0,219	0,00792	738,03	
3	0,43	1,6	0,0375	1,6	0,219	0,00792	1381,20	

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se obtiene la frecuencia natural del dispositivo, la cual está en función del área de flotación del flotador, la masa y la masa añadida, ambas calculadas anteriormente. En la tabla (20) se puede ver que la frecuencia natural f_z (ecuación 20) para cada tipo de flotador es

Tabla 20: Frecuencia natural para cada diseño Valparaíso

Forma	Tipo	Masa añadida [kg]	Masa [kg]	Área flotación [m ²]	f_z No amortiguada
Cilíndrica	1	444,8	130,26	1,48	5,09
	2	836,6	238,18	2,26	4,60
	3	1395,2	390,77	3,18	4,23
Rectangular	4	771,6	115,44	1,48	4,10
	5	1451,5	211,08	2,26	3,70
	6	2420,5	346,31	3,18	3,40

Fuente: Elaboración propia

Como se especifica en la tabla (15) al inicio de esta sección, el periodo promedio asociado a esta zona es de 10,2 segundos y una frecuencia de 0,09 Hertz. Como se mencionó anteriormente, el diseño se considera como un *wave rider*, un tipo de flotador que “monta” las olas de gran longitud, por lo que la frecuencia natural de este debe ser mucho mayor que la frecuencia del oleaje, como se aprecia en la tabla (20), esto se cumple para los distintos tipos de diseño de flotador.

Con la geometría de los flotadores y la frecuencia natural, se puede empezar a obtener las curvas de movimiento. Un factor importante a considerar es que el movimiento de un absorbedor puntual se puede comparar al de un sistema de oscilamiento mecánico amortiguado. El amortiguamiento es la capacidad que tiene el sistema de disipar energía y a mayor sea este mayor será la razón de amortiguamiento Δ , que indica como decaen las oscilaciones de un sistema después de alguna perturbación.

El absorbedor puntual en cuestión puede considerarse como un oscilador mecánico sub-amortiguado ($\Delta = 0,1$).

Con las curvas de movimiento se puede obtener derivando la velocidad y aceleración del cuerpo, lo que permite encontrar la energía total del sistema (ecuación 33) tomando en cuenta la masa y la masa añadida para cada forma y tamaño de flotador.

Tabla 21: Velocidad, aceleración y energía total de cada alternativa Valparaíso

Tipo	N°	z [m]	dz/dt [m/s]	d ² z/dt ² [m/s ²]	Ec [N*m]	Ep [N*m]	Et [N*m]
Cilíndrico	1	0,18	-0,11	-0,07	3,77	254,15	257,92
	2	0,17	-0,11	-0,07	6,29	345,92	352,21
	3	0,17	-0,10	-0,06	9,79	455,83	465,62
Rectangular	4	0,47	-0,29	-0,18	37,73	1.649,81	1687,54
	5	0,44	-0,28	-0,17	63,18	2.246,12	2309,30
	6	0,43	-0,27	-0,17	98,56	2.960,82	3059,38

Fuente: Elaboración propia

En la tabla (22) se muestra la energía de la ola que es entregada por la ecuación (14) para una altura de 0,31 metros y un ancho de cresta igual al ancho de cada dispositivo

Tabla 22: Energía de la ola [N-m] Valparaíso

Tipo	N°	Energía de la ola [N-m]
Cilíndrico	1	17.086,24
	2	20.503,49
	3	23.920,74
Rectangular	4	21.638,72
	5	25.966,46
	6	30.294,20

Fuente: Elaboración propia

Con esto se puede obtener la eficiencia energética (tabla 23) de cada dispositivo.

Tabla 23: Eficiencia energética de cada dispositivo Valparaíso

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	1,5%
	2	1,7%
	3	1,9%
Rectangular	4	7,8%
	5	8,9%
	6	10,1%

Fuente: Elaboración propia

La potencia mecánica promedio disponible de un cuerpo en movimiento vertical, puede determinar multiplicando la fuerza inducida por la ola entregada por las

ecuaciones (35) y (36), y la velocidad obtenida de la ecuación (29). Se pueden ver los resultados de la fuerza inducida por la ola en la tabla (24).

Tabla 24: Fuerza inducida por la ola [N] para cada dispositivo Valparaíso

Tipo	N°	Fuerza inducida por la ola [N]
Cilíndrico	1	2.716,4
	2	3.900,1
	3	5.293,0
Rectangular	4	6.870,2
	5	9.848,2
	6	13.344,6

Fuente: Elaboración propia.

En estos cálculos no se tomó en cuenta las fuerzas externas como es el roce entre el dispositivo y el pilote. De un análisis simple se puede obtener una aproximación de esta fuerza, considerando la fuerza de arrastre F_d igual a la normal N , como se aprecia en la ilustración (12), y la fuerza inducida por la ola F_z , opuesta a la fuerza de roce F_r .

La fuerza de arrastre considera el área generada por el ancho y el calado del flotador, y los coeficientes de arrastre para cada forma. Para el cálculo de la fuerza de roce, se considera un coeficiente dinámico de roce $\mu_d = 0,09$, que es un valor para el contacto entre acero y acero. La velocidad relativa entre el objeto y el fluido se considera como la celeridad de la onda ya que el flotador se encuentra fijo en el eje x . Los resultados se muestran en la tabla (25).

Tabla 25: Cálculos fuerza de arrastre y de roce Valparaíso

Forma	Tipo	Velocidad [m/s]	Coefficiente de Arrastre	Área [m ²]	Fuerza arrastre [N]	Fuerza de roce [N]
Cilíndrica	1	9,25	1,05	0,57	26,13	2,35
	2	9,25	1,05	0,83	38,46	3,46
	3	9,25	1,05	1,15	53,02	4,77
Rectangular	4	9,25	2,05	0,78	69,75	6,28
	5	9,25	2,05	1,14	102,94	9,26
	6	9,25	2,05	1,58	142,12	12,79

Fuente: Elaboración propia

Según el esquema de la ilustración (12), la fuerza de roce obtenida se le resta a la fuerza inducida por la ola. La nueva fuerza vertical total se muestra en la tabla (26).

Tabla 26: Fuerza total vertical Valparaíso

Tipo	N°	Fuerza total vertical [N]
Cilíndrico	1	2.714,0
	2	3.896,6
	3	5.288,2
Rectangular	4	6.863,9
	5	9.838,9
	6	13.331,8

Fuente: Elaboración propia

Con la fuerza vertical total, se puede ahora calcular la potencia promedio disponible del dispositivo. En la tabla (27) se muestran los resultados.

Tabla 27: Potencia mecánica promedio [Watt] para cada dispositivo Valparaíso

Tipo	N°	Potencia promedio [Watt]
Cilíndrico	1	155,5
	2	211,0
	3	277,3
Rectangular	4	1.002,3
	5	1.358,2
	6	1.782,1

Fuente: Elaboración propia

5 SISTEMA DE TOMA DE FUERZA (PTO)

Los cálculos hasta ahora realizados entregan la energía y potencia mecánica del sistema hasta un punto anterior a su transformación en energía eléctrica. Para transformar la energía mecánica en energía eléctrica, existen varios sistemas de conversión, de los cuales se presentan dos para hacer un análisis preliminar de la potencial energía eléctrica extraíble. A continuación, se evalúa para cada alternativa un sistema neumático y uno de inductancia lineal.

5.1 EVALUACIÓN PTO DISPOSITIVO QUINTERO

5.1.1 PTO -Energía neumática

Se utilizó para el cálculo de la potencia el método explicado en la sección 3.5, asumiendo como la velocidad V_1 la del flotador en movimiento vertical, y que el área de la boca de la turbina A_2 es igual a 60 cm^2 para todas las alternativas. Los resultados de este cálculo preliminar se muestran a continuación.

Tabla 28: Calculo parámetros energía neumática - Quintero

Tipo	N°	z [m]	A1 [m ²]	V1 [m/s]	A2 [m ²]	V2 [m/s]	Q [m ³ /s]	P [Watt]
Cilíndrico	1	0,28	5,53	0,19	0,60	1,75	1,05	3,26
	2	0,50	11,03	0,35	0,60	6,35	3,81	176,83
	3	0,49	18,10	0,34	0,60	10,10	6,06	745,49
Rectangular	4	1,09	5,53	0,75	0,60	6,93	4,16	201,88
	5	1,02	11,03	0,70	0,60	12,91	7,74	1483,23
	6	0,99	18,10	0,68	0,60	20,63	12,38	6349,45

Fuente: Elaboración propia

Tomando los valores de la potencia mecánica media del sistema, se calcula la razón de ancho de captura o eficiencias que se muestran en la tabla 29

Tabla 29: Eficiencia sistema de toma de fuerza neumático - Quintero

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	0,1%
	2	1,6%
	3	4,6%
Rectangular	4	0,7%
	5	3,3%
	6	9,7%

Fuente: Elaboración propia

Se puede apreciar que el aumento más notorio en la potencia se genera entre las alternativas número 1 y 2. No solo se produce esto por el gran cambio en la velocidad, si no en el diferencial de áreas y el aumento en el caudal de aire. Esto nos dice cuáles son los parámetros a considerar para la optimización del sistema, ya que las eficiencias de los dispositivos incluyendo los sistemas de toma de fuerza se muestran bastante bajas.

5.1.2 PTO - Inductancia lineal

Se utilizó para el cálculo de la potencia el método explicado en la sección 3.6, asumiendo que el número de espiras de la bobina es $N_e=50$, la inducción magnética es $B_e= 10$ [WB/m²], el largo del cable es de 60 centímetros y la resistencia del circuito es de $R_e= 5$ [Ω]. También se asume que la amplitud de movimiento del imán X_0 , es igual a la amplitud de movimiento del flotador Z_0 . Luego, en la tabla (30) se muestran los resultados de la potencia promedio sobre un ciclo o periodo (ecuación 49).

Tabla 30: Potencia promedio sobre un ciclo por inductancia lineal - Quintero

Tipo	N°	\widehat{P}_e [Watt]
Cilíndrico	1	236,81
	2	783,51
	3	736,59
Rectangular	4	3712,46
	5	3240,09
	6	3079,25

Fuente: Elaboración propia

Tabla 31: Eficiencia sistema de toma de fuerza por inductancia lineal – Quintero

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	5%
	2	6%
	3	4%
Rectangular	4	12%
	5	7%
	6	4%

Fuente: Elaboración propia

Hay que recordar que para lograr los resultados mostrados en las tablas (30) y (31), se ha asumido que el movimiento del imán y del flotador se encuentran en resonancia, porque la frecuencia de movimiento del imán se toma igual a la frecuencia del oleaje. Se asume este estado para poder utilizar la ecuación (49). Además, los parámetros como la resistencia, inducción y el número de espiras de la bobina son estimaciones basadas en casos teóricos, y aquí, son utilizados como ejemplo para estos cálculos preliminares.

5.2 EVALUACIÓN PTO DISPOSITIVO VALPARAÍSO

5.2.1 PTO - Energía neumática

Se utilizó para el cálculo de la potencia el método explicado en la sección 3.5, asumiendo como la velocidad V_1 la velocidad del flotador en el movimiento vertical, y que el área de la boca de la turbina A_2 es igual a 15, 30 y 40 centímetros para las alternativas 1, 2 y 3 respectivamente para cada tipo de flotador. Los resultados de este cálculo preliminar se muestran en la tabla (32).

Tabla 32: Calculo parámetros energía neumática - Valparaíso

Tipo	N°	z [m]	A1 [m ²]	V1 [m/s]	A2 [m ²]	V2 [m/s]	Q [m ³ /s]	P [Watt]
Cilíndrico	1	0,18	0,64	0,11	0,15	0,49	0,07	0,01
	2	0,17	1,18	0,11	0,30	0,43	0,13	0,01
	3	0,17	1,87	0,10	0,40	0,49	0,20	0,03
Rectangular	4	0,47	0,64	0,29	0,15	1,24	0,19	0,22
	5	0,44	1,18	0,28	0,30	1,09	0,33	0,27
	6	0,43	1,87	0,27	0,40	1,24	0,50	0,61

Fuente: Elaboración propia

Tomando los valores de la potencia mecánica media se calcula la razón de ancho de captura o eficiencias que se muestran en la tabla (33)

Tabla 33: Eficiencia sistema de toma de fuerza neumático - Valparaíso

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	0,0077%
	2	0,0070%
	3	0,0123%
Rectangular	4	0,0218%
	5	0,0200%
	6	0,0344%

Fuente: Elaboración propia

Estos resultados tan bajos son debido a que la diferencia entre el área de la sección de la cámara de aire y el área de la boca de la turbina es muy baja. Para aumentar este diferencial se debería aumentar el tamaño, principalmente el diámetro, de la cámara de aire. Esta alternativa deberá evaluarse tomando en cuenta la funcionalidad

del muelle, ya que mayores tamaños del dispositivo pueden interrumpir las operaciones de este, tomando en cuenta que el ancho del muelle es de aproximadamente 10 metros de ancho.

5.2.2 PTO - Inductancia lineal

Se utilizó para el cálculo de la potencia el método explicado en la sección 3.6, asumiendo que el número de espiras de la bobina es $N_e=50$, la inducción magnética es $B_e= 10$ [WB/m²], el largo del cable es de 60 centímetros y la resistencia del circuito es de $R_e= 5$ [Ω]. También se asume que la amplitud de movimiento del imán X_0 , es igual a la amplitud de movimiento del flotador Z_0 . Luego, en la tabla (34) se muestra los resultados de la potencia promedio sobre un ciclo o periodo (ecuación 49).

Tabla 34: Potencia promedio sobre un ciclo por inductancia lineal

Tipo	N°	\widehat{P}_e [Watt]
Cilíndrico	1	87,41
	2	78,47
	3	73,85
Rectangular	4	329,58
	5	305,5
	6	293,19

Fuente: Elaboración propia

Tabla 35: Eficiencia sistema de toma de fuerza por inductancia lineal

Tipo	N°	Eficiencia
Cilíndrico	1	55%
	2	36%
	3	26%
Rectangular	4	42%
	5	28%
	6	20%

Fuente: Elaboración propia

Hay que recordar que en los resultados anteriores se tiene que el movimiento del imán y del flotador se encuentran en resonancia con la frecuencia de la ola, porque la frecuencia de movimiento del imán se asume igual a la frecuencia del oleaje. Se asume este estado para poder utilizar la ecuación (49).

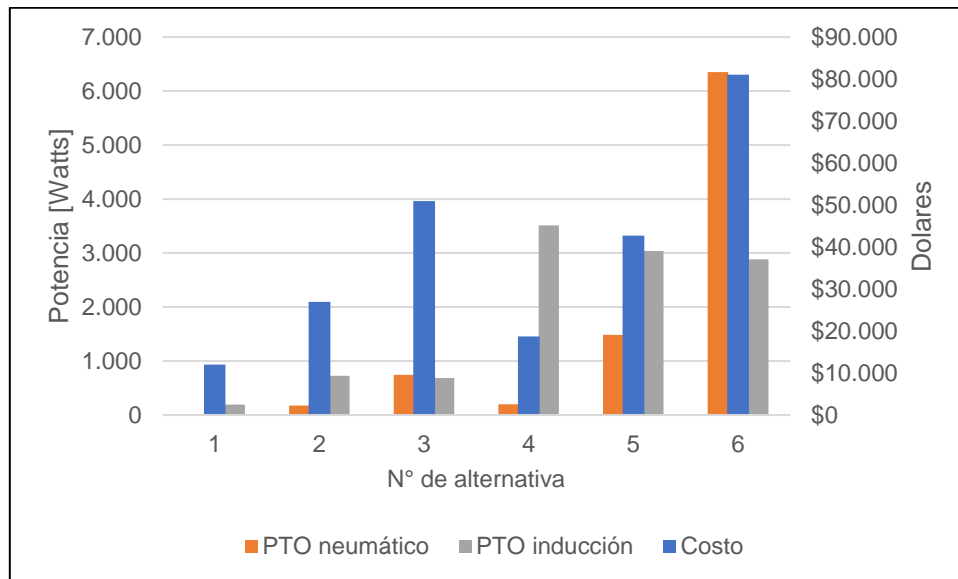
6 EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS

Como criterios de selección se analizó la potencia producida, el tamaño y peso del dispositivo, tomando en cuenta que a mayor volumen y peso la dificultad de instalación y traslado aumentan al igual que el costo de producción. Después de elegir la mejor alternativa para cada sector en particular, se evaluará la viabilidad de estos y los factores a considerar para cada caso.

Se considerará que los valores por tonelada del acero ASTM A131 y el poliuretano de alta densidad es de 800 dólares y 4.000 dólares, respectivamente. Esto con el fin de tener un valor de referencia para cada diseño, el cual no incluye costo de construcción e instalación. Se puede ver un cuadro comparativo entre el valor en dólares y la potencia media producida por cada dispositivo en los gráficos 8 y 9.

Desde un principio se puede ver que las alternativas con un diseño de flotador circular (1,2 y 3) generan menos potencia que las alternativas con diseño rectangular (4, 5 y 6) de valor similar.

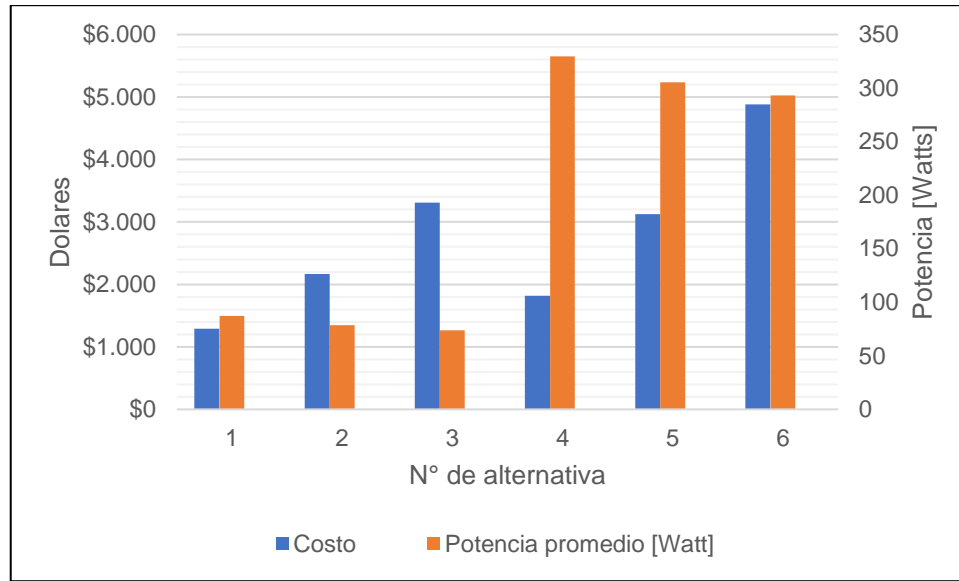
Gráfico 8: Costo vs. potencia producida - Quintero



Fuente: Elaboración propia

En el caso de Valparaíso, en el gráfico (9) no se muestra la potencia obtenida por el sistema de toma de fuerza neumático, que por lo explicado en la sección 6.2.1, no produjo potencia significativa en ninguno de los casos.

Gráfico 9: Costo vs. potencia producida – Valparaíso



Fuente: Elaboración propia

Descartando entonces los diseños de flotadores circulares se puede enfocar la decisión en los flotadores rectangulares. Si se considera una razón potencia/costo, la alternativa con mejor relación de potencia mecánica entregada por dólares de inversión en el caso de Quintero es el diseño número 6 con la opción del sistema de toma de fuerza neumática y en el caso de Valparaíso es el diseño número 4.

Las tablas de frecuencia y la matriz de potencia para ambas alternativas seleccionadas se muestran de las tablas (36) a la (39).

Tabla 36: Tabla de frecuencias Hm0 y Tm [%]- Quintero.

Hm0	Tm								TOTAL
]7-8[[8-9[[9-10[[10-11[[11-12[[12-13[[13-14[[14-15[
]0-0,3[0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	<0,1	<0,1		0,90
[0,3-0,6[6,6	7,8	7,6	7,2	6	3,9	1,4	0,2	40,7
[0,6-0,9[3	6,5	8,6	9	7,9	6,9	4	1,3	3,1
[0,9-1,2[1,2	0,5	0,7	1,1	1,3	1,4	1,3	1,1	1,1
[1,2-1,5[0,7	0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0,1	0,1	0,2	0,6
[1,5-1,8[0,4	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0,3
[1,8-2,1[0,3	<0,1				<0,1			0,2
[2,1-2,4[0,5	<0,1							0,1
TOTAL	12,9	11,1	11,5	11,6	11,6	11,5	9,9	8,1	100

Fuente: www.oleaje.uv.cl

Tabla 37: Matriz de potencia promedio del dispositivo sobre un periodo de ola - Quintero.

Potencia mecánica promedio [Kw]		T [s]								
		7	8	9	10	11	12	13	14	15
H [m]	0,3	27,9	24,9	22,5	20,4	18,7	17,2	15,9	14,9	13,9
	0,6	55,9	49,9	44,9	40,8	37,3	34,4	31,9	29,7	27,8
	0,9	83,8	74,8	67,4	61,2	56,0	51,6	47,8	44,6	41,7
	1,2	111,7	99,7	89,8	81,6	74,7	68,8	63,8	59,4	55,6
	1,5	139,7	124,7	112,3	102,0	93,3	86,0	79,7	74,3	69,5
	1,8	167,6	149,6	134,7	122,4	112,0	103,2	95,7	89,1	83,4
	2,1	195,6	174,6	157,2	142,8	130,7	120,4	111,6	104,0	97,3
	2,4	223,5	199,5	179,7	163,2	149,3	137,6	127,5	118,8	111,2

Fuente: Elaboración propia

Tabla 38: Tabla de frecuencias Hm0 y Tm [%]- Valparaíso.

Hm0	Tm								TOTAL
]7-8[[8-9[[9-10[[10-11[[11-12[[12-13[[13-14[[14-15[
]0-0,3[14,7	9,3	9,8	9,2	8,1	6,4	3,7	1,8	63,00
[0,3-0,6[5,7	1,6	1,6	2,4	3,4	5,1	6,2	5,8	31,8
[0,6-0,9[2,2	0,2	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	<0,1	0,5	3,1
[0,9-1,2[1,1	<0,1							1,1
[1,2-1,5[0,6	<0,1							0,6
[1,5-1,8[0,3	<0,1							0,3
[1,8-2,1[0,2								0,2
[2,1-2,4[0,1	<0,1							0,1
TOTAL	24,9	11,1	11,5	11,6	11,6	11,5	9,9	8,1	100

Fuente: www.oleaje.uv.cl

Tabla 39: Matriz de potencia promedio del dispositivo sobre un periodo de ola - Valparaíso.

Potencia mecánica promedio [Kw]		T [s]								
		7	8	9	10	11	12	13	14	15
H [m]	0,3	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7
	0,6	2,8	2,5	2,2	2,0	1,8	1,7	1,5	1,4	1,3
	0,9	4,2	3,7	3,3	3,0	2,7	2,5	2,3	2,1	2,0
	1,2	5,6	4,9	4,4	4,0	3,6	3,3	3,1	2,8	2,7
	1,5	7,0	6,1	5,5	4,9	4,5	4,1	3,8	3,5	3,3
	1,8	8,4	7,4	6,6	5,9	5,4	5,0	4,6	4,3	4,0
	2,1	9,8	8,6	7,7	6,9	6,3	5,8	5,3	5,0	4,6
	2,4	11,2	9,8	8,8	7,9	7,2	6,6	6,1	5,7	5,3

Fuente: Elaboración Propia

Planos preliminares de la alternativa N°6 para la localidad de Quintero, pueden encontrarse en el Anexo D. Estos planos consideran el dimensionamiento de la cámara de aire, el embolo y el flotador. Estos planos no incluyen sistemas de anclaje o fijación, ni tampoco diseño de los sistemas de toma de fuerza.

7 CONCLUSIONES

En este trabajo fueron analizadas varias opciones de geometría para cada locación con sus respectivas condiciones morfológicas y de oleaje. Primero refiriéndose solamente a la potencia entregada por el dispositivo antes del sistema de toma de potencia, se encontró que la mayor eficiencia se muestra en función de su mayor amplitud de movimiento Z_0 . En el capítulo 3 se mostró cómo el factor de magnificación (gráfico 2) relaciona la amplitud de movimiento con la frecuencia natural del cuerpo flotante. Como la frecuencia natural está en función del área de flotación y de la masa del cuerpo, el diseño geométrico y la selección del material son fundamentales.

Las consideraciones para no extender los tamaños de los flotadores fueron tomadas para no entorpecer cualquier faena u operación que se realice en las inmediaciones del muelle.

La instalación y operatividad de estos dispositivos deberá acompañarse de los respectivos estudios de oleaje y mareas para fijar una altura de operación que permita la funcionalidad el mayor tiempo posible, además del diseño de los elementos de fijación a utilizar que puedan permitir la corrección en la posición según se requieran por los cambios en las condiciones naturales de operación. En el caso de eventos de oleaje extremo, el dispositivo debería contar con una modalidad de cierre o aseguramiento que pueda soportar el embate del oleaje, o si el diseño lo permite, remover completamente el dispositivo si fuese necesario.

Se escogió dos tipos de geometría para la realización de este trabajo, una de sección circular y otra de sección cuadrada. Al evaluar ambas opciones se pudo apreciar que aún con geometrías equivalentes (ambas de igual área de flotación), la sección cuadrada producía una mayor fuerza inducida por la ola, lo que resulta en una mayor potencia producida. En los alcances de este trabajo se consideró muy superficialmente las fuerzas horizontales producidas por corriente y oleaje que afectan al flotador. A la hora de realizar estos diseños optimizados, estas fuerzas tendrían un mayor impacto en la sección cuadrada que en la circular.

Como se menciona en este trabajo, se utiliza una metodología cualitativa y comparativa para la obtención de la razón y el factor de amortiguamiento. Por esto, la realización de modelos físicos a escala que permitan la obtención de dichos valores por medio de pruebas de decaimiento, y la posibilidad de realizar pruebas de resonancia entre el flotador y la ola, son necesarios para el diseño y desarrollo de un prototipo integral.

Estos dispositivos generalmente se diseñan para entrar en resonancia, o sea, que la frecuencia del dispositivo sea igual a la frecuencia del oleaje lo que genera un aumento en la desnivelación del flotador. Para las condiciones de las costas de la Quinta Región, esto presenta un problema ya que para igualar las frecuencias del oleaje y del dispositivo las geometrías serían demasiado grandes para ser factibles de realizar. Por este motivo se decidió diseñar el dispositivo como un monta olas

(*wave rider*), haciendo que la frecuencia del dispositivo sea mucho mayor que la del oleaje incidente.

Para efectos de este trabajo se evaluó dos alternativas preliminares de sistemas de toma de fuerza, uno por energía neumática y otro por inductancia lineal. De los resultados en ambas locaciones se puede ver que, en el caso del dispositivo neumático, los factores que influyen más en la potencia a desarrollar son la fuerza inducida por la ola y la diferencia de áreas entre la cámara del pistón y la boca de la entrada de la turbina. En el caso de Valparaíso las limitaciones en el tamaño del dispositivo hacen que el área disponible para la turbina sea menor, por lo que la potencia neumática es bastante baja. Otro factor importante a considerar, especialmente en el sector de Valparaíso, es la sensibilidad que se observa en el cálculo de la potencia en función de la variabilidad de la altura significativa (capítulo 4). Se recomienda la utilización de estudios locales de oleaje o modelos que resuelvan la fase para evaluar la efectividad y factibilidad del dispositivo en la zona particular de implementación.

8 BIBLIOGRAFÍA

- Chamorro Rendón, L. J. (1982). Energía de las olas. *Ingeniería E Investigación*, (4), 58–62. Retrieved from <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4902492&info=resumen&idioma=SPA>
- Vasquez, R.E., Crane C. D., Correa J.C, (2014). Analysis of a Planar Tensegrity Mechanism for Ocean Wave Energy Harvesting. Retrieved from <http://mechanismsrobotics.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1874273>
- Hiramoto, A. (1978), “Theoretical Analysis of an Air Turbine Generation System,” Proceedings, Wave and Tidal Energy Symposium, Canterbury, England, Paper B5.
- McCormick, M. E. (1973), *Ocean Engineering Wave Mechanics*, Wiley-Interscience, New York.
- McCormick, M. E. (2007). *Ocean Wave Energy Conversion*. (D. Publication, Ed.).
- Nazari, M., & Ghassemi, H. (2013). Design of the Point Absorber Wave Energy Converter for Assaluyeh Port. *Iranica Journal of Energy and Environment (IJEE)*, 4(2), 99–103. <https://doi.org/10.5829/idosi.ijee.2013.04.02>.
- Backer, G. (2009). Hydrodynamic design optimization of wave energy converters consisting of heaving point absorbers. *Ghent University, Belgium*, 1–3. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Carta González, J. A., Calero Pérez, R., Colmenar Santos, A., Castro Gil, M. A., Ruiz, P., Franco, L., ... Gómez, M. (2014). Centrales De Energias Renovables Generacion Electrica Con Energias Renovables. *Energía*, 765. Retrieved from http://www.fedesarrollo.org.co/wp-content/uploads/2011/08/WWF_Analisis-costo-beneficio-energias-renovables-no-convencionales-en-Colombia.pdf
<http://www.ccep.co>
<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Centrales+de+energ?as+ren>
- Cozijn, H. (2005). Heave, Roll and Pitch Damping of a Deepwater CALM Buoy with a Skirt. *15th International Offshore and Polar Engineering Conference*, 8, 388–395.
- Journée, J. M. J., & Massie, W. W. (2001). Chapters 01 - 05. *Offshore Hydromechanics*, (January 2001).
- McCormick, M. E. (2007). *OCEAN WA ENERGY CONVERSION*. (D. Publication, Ed.).
- Nazari, M., & Ghassemi, H. (2013). Design of the Point Absorber Wave Energy Converter for Assaluyeh Port. *Iranica Journal of Energy and Environment (IJEE)*, 4(2), 99–103. <https://doi.org/10.5829/idosi.ijee.2013.04.02>.
- Universidad de Cantabria - IH. (2000). Documento de referencia I-Dinámicas, Vol. 1.
- Voss, S., Martello, S., Osman, I. H., Roucaïrol, C., Taylor, R. E., Dean, R. G., & Dalrymple, R. A. (1999). *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. Engineering Structures* (Vol. 7). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Omholt, T. (1978), "A Wave Activated Electric Generator," Proceedings, "Ocean '78," Marine Technology Conference, Washington, D.C., pp. 585–589.

Wendel, K. (1950). Hydrodynamic Masses and Hydrodynamic Moments of Inertia. *Jahrb. D. STG*, 44. Retrieved from <http://dome-dev.mit.edu/handle/1721.3/51294>

Beyá J., Álvarez M., Gallardo A., Hidalgo H., Aguirre C., Valdivia J., Parra C., Méndez L., Contreras F., Winckler P., Molina M. (2016). Atlas de Oleaje de Chile. Primera edición. Valparaíso, Chile, Escuela de Ingeniería Civil Oceánica - Universidad de Valparaíso

ANEXO

Anexo A. SOLUCIÓN ESTACIONARIA ECUACIÓN DE MOVIMIENTO

Para la descripción y derivación de cada una de las fuerzas de la ecuación (25) se utiliza el método de análisis conocido como "Strip theory", donde se asume que el flujo adyacente a la superficie mojada de una delgada tira del flotador es bidimensional. Luego se asume que las fuerzas resultantes en estas laminas elementales pueden sumarse a lo largo del elemento para obtener las fuerzas totales. A demás, a estos dos supuestos se suma la hipótesis Froud-Krylov, la cual postula que los movimientos de un cuerpo no alteran el movimiento de las partículas en olas superficiales, aunque el movimiento de las partículas si afectan al movimiento del cuerpo.

Antes de describir cada una de estas fuerzas se deben definir algunos aspectos del movimiento de esta tira. Primero asumimos una geometría simétrica del flotador y que se encuentra expuesto a una corriente con velocidad V . El desplazamiento del flotador desde su posición de equilibrio es lo suficientemente pequeño para poder utilizar la aproximación:

$$\theta \cong \sin \theta \cong \tan \theta \quad (\text{A.1})$$

La lámina está ubicada a una distancia ξ desde el centro de gravedad G . Cuando el flotador sube una distancia z mientras rota en un ángulo θ , el desplazamiento vertical de la tira es

$$\zeta = z + \theta \xi \quad (\text{A.2})$$

Y como el desplazamiento vertical es dependiente del tiempo, podemos derivar una expresión para la velocidad vertical. Esta es

$$\dot{\zeta} = \dot{z} + \theta \dot{\xi} + \dot{\theta} \xi \quad (\text{A.3})$$

Donde la notación de punto representa la derivación con respecto al tiempo. Las partículas de agua golpean la superficie que esta inclinada en un ángulo θ . Entonces el componente tangencial de la velocidad es

$$v_t = V \cos \theta \cong V \quad (\text{A.4})$$

Considerando la aproximación linealizada del ángulo θ mencionada anteriormente. Entonces el componente vertical de la velocidad v_t es

$$v_t \sin \theta \cong v_t \theta \cong V\theta \quad (\text{A.5})$$

Como el movimiento del cuerpo es relativo al del fluido se puede expresar la velocidad relativa entre ambos como

$$\omega_b = \dot{z} + \theta\dot{\xi} + \dot{\theta}\xi - V\theta = \dot{\zeta} - V\theta \quad (\text{A.6})$$

Entonces, la aceleración vertical de la tira es

$$\dot{\omega}_b = \ddot{z} + \theta\ddot{\xi} + (2\dot{\xi} - V)\dot{\theta} + \xi\ddot{\theta} \quad (50)$$

Asumiendo la velocidad V como constante. La velocidad $\dot{\xi}$ y aceleración $\ddot{\xi}$ son relativamente pequeñas y pueden despreciarse sin mayores errores.

A.1. Fuerza inducida por el movimiento

Como el fluido adyacente a la tira está acelerando en conjunto con ella, la reacción inercial del fluido actúa como la siguiente fuerza externa en la tira

$$\frac{dF_1}{d\xi} = -\frac{D}{Dt} [m_w(\xi)w_b] \quad (51)$$

Utilizando la derivada total obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{dF_1}{d\xi} &= -\frac{\partial}{\partial t} [m_w(\xi)w_b] \\ &\quad - (-V\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}) \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right) [m_w(\dot{z} + \dot{\theta}\xi - V\theta)] \\ &= -m_w(\ddot{z} + \xi\ddot{\theta} - V\dot{\theta}) + V \frac{dm_w}{d\xi} (\dot{z} + \dot{\theta}\xi - V\theta) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Donde $m_w(\xi)$ es la masa añadida por unidad de largo de la sección del cuerpo. Integrando la ecuación A.9 a lo largo del cuerpo del flotador obtenemos la fuerza total inducida por el movimiento

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dF_1}{d\xi} d\xi \\
 &= - \int_{-L/2}^{L/2} m_w d\xi \ddot{z} - \int_{-L/2}^{L/2} \xi m_w d\xi \ddot{\theta} + V \int_{-L/2}^{L/2} \left[\xi \frac{dm_w}{d\xi} + 2m_w \right] d\xi \dot{\theta} \quad (A.10)
 \end{aligned}$$

Con

$$\int_{-L/2}^{L/2} \frac{dm_w}{d\xi} d\xi = 0 \quad (A.11)$$

Debido a la simetría del cuerpo.

A.2. Fuerza restauradora hidrostática

Cuando la tira se desplaza de su posición de equilibrio, se presenta un cambio en la fuerza de boyantes debido al cambio del volumen desplazado. Considerando en cambio en el desplazamiento como negativo, la fuerza restauradora hidrostática en la tira es

$$\frac{dF_2}{d\xi} = -\rho g B'(\xi) \zeta \quad (A.12)$$

Uno de los supuestos necesarios para la utilización de la expresión anterior es que se consideren los lados del flotador planos a la altura de la línea de flotación. Para obtener la fuerza restauradora hidrostática total se integra sobre el largo total del flotador y utilizando la ecuación A.12 derivada anteriormente la fuerza restauradora hidrostática total es

$$F_2 = -\rho g \int_{-L/2}^{L/2} B'(\xi) d\xi \zeta - \rho g \int_{-L/2}^{L/2} \xi B'(\xi) d\xi \theta \quad (A.13)$$

A.3. Amortiguamiento

El amortiguamiento de un cuerpo flotante es debido tanto a la viscosidad como a la pérdida de energía al crear olas. En esta parte solo consideraremos esta última para el análisis.

Si pensamos en la tira oscilando en sentido vertical, al igual que distintos tipos de boyas o flotadores, esta va a generar pequeñas olas superficiales. Estas se producen debido a una inclinación en la pared del flotador, a la adherencia del agua a las paredes del flotador o a un desplazamiento del cuerpo. Como se mencionó anteriormente, una asunción básica es que las paredes del flotador sean planas(perpendiculares) a la altura de la línea de flotación. También se asume que el líquido es invíscido y que no tenga ninguna tensión superficial. Con esto se puede asumir que las olas generadas por el flotador son generadas por un desplazamiento alternante del volumen causado por la elevación y caída del cuerpo.

La potencia transmitida a la ola está representada por el flujo de energía de a ola expresado por

$$\dot{E}d\xi = \frac{\rho g a_d^2 c_g}{2} d\xi \quad (\text{A.14})$$

Donde a_d es la amplitud de amortiguamiento y la velocidad de grupo c_g se asume que se presenta en aguas profundas por lo que se tiene

$$c_g \rightarrow \frac{c}{2} = \frac{\omega_n}{2k}$$

Con

$$k \rightarrow \frac{\omega_n^2}{g}$$

Con ω_n es la frecuencia del cuerpo cuando esta excitado por el oleaje. Entonces la potencia transmitida en aguas profundas es

$$\dot{E}d\xi = \frac{\rho g^2 a_d^2}{4\omega_n} d\xi \quad (\text{A.15})$$

La energía perdida en el agua es igual al producto de la fuerza de amortiguamiento, dF_d , y la velocidad vertical del cuerpo. Entonces considerando a $A_b(\xi)$ como la amplitud del movimiento del cuerpo a una posición ξ , entonces en un periodo de ola la pérdida de energía de parte del cuerpo es

$$dF_d \overline{\omega_b} = dF_d \left(\frac{4A_b}{T} \right) = dF_d \left(\frac{2A_b \omega_n}{\pi} \right) \quad (\text{A.16})$$

Donde T es el periodo de tanto el movimiento del cuerpo como el de la ola, y $\overline{\omega_b}$ es la velocidad relativa promedio. Tomando en cuenta que la energía perdida por el cuerpo tiene que ser igual a la que gana el agua se puede tener que

$$dF_d \overline{\omega_b} = 2\dot{E} d\xi \quad (\text{A.17})$$

Donde el factor 2 es debido a que el flotador genera dos sets de olas. Combinando los resultados anteriores, simplificando y dividiendo por la velocidad relativa promedio se obtiene la expresión para la fuerza de amortiguación por unidad vertical de velocidad de la tira

$$\frac{dF_d}{d\xi} \frac{1}{\overline{\omega_b}} = \frac{dN}{d\xi} = \frac{\pi^2 \rho g^2 \left(\frac{a_d}{A_b} \right)^2}{8\omega_n^3} \quad (\text{A.18})$$

Donde N(ξ) es la fuerza amortiguadora por unidad vertical de velocidad. La fuerza de amortiguación en la tira es entonces

$$\frac{dF_3}{d\xi} = -\frac{dN}{d\xi} \overline{\omega_b} \quad (\text{A.19})$$

Integrando por el largo del flotador, la fuerza de amortiguación total es

$$F_3 = -\int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{dN}{d\xi} \right) \overline{\omega_b} d\xi = -\frac{\pi^2 \rho g^2}{8\omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \overline{A^2}(\xi) \overline{\omega_b} d\xi \quad (\text{A.20})$$

Donde $\overline{A}(\xi)$ es la razón entre la amplitud de movimiento de la ola y la amplitud de movimiento de la tira.

A.4. Fuerza inducida por la ola

Anteriormente se mencionó la hipótesis de Froude-Krylov, que plantea que la presencia de un cuerpo flotante no altera los campos de presión en la ola presentes cuando no hay ningún cuerpo. Entonces, la reacción inercial del fluido puede ser analizada considerando la presión hidrodinámica en cualquier punto de la ola. Si el flujo se considera irrotacional, esta presión puede describirse por la ecuación de Bernoulli donde el potencial de velocidad es dado por la teoría lineal. Combinando estos conceptos y aplicándolos para el área de la tira, la fuerza debido a la presión p_w está dada por

$$p_w ds d\xi = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} ds d\xi \quad (\text{A.21})$$

Donde s es la coordenada curvilínea a lo largo del perímetro mojado de la tira. Como $s=s(y,z)$ entonces

$$ds = dy \sin(\alpha) + dz \cos(\alpha) \quad (\text{A.22})$$

El componente vertical de la presión está dado por

$$p_w ds d\xi \sin(\alpha) = p_w (dy) d\xi \quad (\text{A.23})$$

Donde $dy/dz = \tan(\alpha)$. Entonces el componente vertical de la fuerza hidrodinámica de presión inducida por la ola es

$$\frac{dF_{4a}}{d\xi} = \int_{-B'/2}^{B'/2} p_w dy = \rho a_w g \cos(k\xi - \omega t) \int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy \quad (\text{A.24})$$

Donde a_w es la amplitud de la ola. Esta es la primera fuerza inducida por la ola, por eso el subíndice 4a. La segunda fuerza inducida por la ola es el cambio en la fuerza restauradora hidrostática después de que ésta pasa. Usando la expresión para la desnivelación de la teoría lineal, se puede expresar la fuerza boyante en la tira como

$$\frac{dF_{4b}}{d\xi} = \rho g B' \eta = \rho g B' a \cos(k\xi - \omega t) \quad (\text{A.25})$$

Para obtener la fuerza vertical total inducida por la ola en la tira, se suma las expresiones anteriores. Entonces

$$\frac{dF_4}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} (F_{4a} + F_{4b}) = \rho a_w g \cos(k\xi - \omega t) \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) \quad (\text{A.26})$$

La fuerza total inducida por la ola en el flotador es obtenida integrando esta ecuación sobre el largo de la superficie mojada del flotador. Así se tiene que

$$F_4 = \rho g a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) [\cos(k\xi - \omega t)] d\xi \quad (\text{A.27})$$

A.5. Ecuación de movimiento vertical

En los apartados anteriores se pudo ver el análisis y obtención para cada fuerza involucrada en el movimiento vertical del flotador, las cuales dependían del movimiento vertical del cuerpo en cuestión. La fuerza inducida por la ola, sin embargo, es independiente al movimiento del cuerpo y actúa como la función forzante del sistema. Con esto ya se puede formar una ecuación para el movimiento del cuerpo. Las ecuaciones A.10, A.13, A.20 Y A.27 se combinan con la ecuación (25) derivada de la segunda ley de Newton, obteniendo la ecuación de movimiento vertical

$$m\ddot{z} + a\dot{z} + bz + cz + d\ddot{\theta} + e\dot{\theta} + h\theta = F_A \cos(\omega t) + F_B \sin(\omega t) = F_0 \cos(\omega t + \gamma) \quad (\text{A.28})$$

Donde los coeficientes hidrodinámicos son

$$a = \int_{-L/2}^{L/2} m_w d\xi$$

$$b = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{dN}{d\xi} \right) d\xi = \frac{\pi^2 \rho g^2}{8\omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \overline{A^2} d\xi \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned}
c &= \rho g \int_{-L/2}^{L/2} B' d\xi \\
d &= \int_{-L/2}^{L/2} \xi m_w d\xi \\
e &= -V \int_{-L/2}^{L/2} \left(\xi \frac{dm_w}{d\xi} + 2m_w \right) d\xi + \frac{\pi^2 \rho g^2}{8\omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \xi \overline{A^2} d\xi \\
h &= \rho g \int_{-L/2}^{L/2} \xi B' d\xi - \frac{V\pi^2 \rho g^2}{8\omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \overline{A^2} d\xi \\
F_A &= \rho g a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) [\cos(k\xi)] d\xi \\
F_B &= \rho g a_w \int_{-L/2}^{L/2} \left(\int_{-B'/2}^{B'/2} e^{kz} dy + B' \right) [\sin(k\xi)] d\xi \\
F_o &= \sqrt{(F_A^2 + F_B^2)} \\
\gamma &= \tan^{-1} \left(\frac{-F_B}{F_A} \right)
\end{aligned}$$

Este set de ecuaciones describe el movimiento vertical del cuerpo, que en la práctica se encuentra acoplado a los otros tipos de desplazamientos y rotaciones que puede experimentar un cuerpo flotando, los cuales se deberían resolver en conjunto y dependientemente uno de otro. Pero, existen casos en que las ecuaciones se desacoplan entre sí, permitiendo resolverlas independientemente.

Para esto se debe considerar el cuerpo del flotador simétrico en el plano YZ con lo que se obtiene

$$\int_{-L/2}^{L/2} \xi m_w d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \xi B' d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\xi^2 \frac{dm_w}{d\xi} \right) d\xi = \int_{-L/2}^{L/2} \xi \overline{A^2} d\xi = 0 \quad (\text{A.30})$$

Además, se debe asumir que la razón entre la amplitud de la ola y la amplitud del movimiento del cuerpo $\bar{A} = a_d/A_b$ es constante, lo que resulta en

$$\int_{-L/2}^{L/2} \xi \overline{A^2} d\xi = \overline{A^2} \int_{-L/2}^{L/2} \xi d\xi = 0 \quad (\text{A.31})$$

Y, por último, asumiendo que no hay ninguna corriente actuando sobre el cuerpo o que éste no tiene movimiento hacia adelante o atrás, se tiene que $V=0$ y $e=0$. Con estas tres generalizaciones se puede decir que las ecuaciones de movimiento están desacopladas y, por lo tanto, pueden resolverse independientemente. Esto permite reducir la ecuación A.28 a la expresión

$$(m + a)\dot{z} + b\ddot{z} + cz = F_0 \cos(\omega t + \gamma) \quad (52)$$

La solución de esta ecuación consta de dos partes, una homogénea y otra estacionaria. La solución estacionaria es de particular interés y se puede expresar como

$$z = \frac{F_0/c}{\sqrt{\left(1 - \omega^2/\omega_n^2\right)^2 + \left[\frac{2\Delta\omega}{\omega_n}\right]^2}} \cos(\omega t + \gamma - \sigma) = Z_o \cos(\omega t + \gamma - \sigma) \quad (A.33)$$

Anexo B. CALCULO EXPERIMENTAL Y ESTIMACIÓN DE FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO

B.1. Calculo de razón de amortiguamiento experimentalmente

En el caso de un cilindro flotando en movimiento vertical libre en aguas quietas, la ecuación A.32 puede ser escrita como:

$$\ddot{z} + 2\gamma * \dot{z} + \omega_n * z = 0$$

Donde el coeficiente de amortiguamiento está definido como

$$2\gamma = \frac{b}{m + m_w}$$

Y el factor de amortiguamiento no dimensional Δ , queda definido como

$$\Delta = \frac{\gamma}{\omega_n} = \frac{b}{2\sqrt{\rho g A_{wp}(m + m_w)}}$$

El flotador, entonces, es posicionado en un desplazamiento vertical inicial z_a , en aguas quietas para después ser soltado. La solución de la ecuación A.32 (Journée & Massie, 2001) para este movimiento en decaimiento es expresada por

$$z = z_a e^{-\gamma t} \left(\cos \omega_z t + \frac{\gamma}{\omega_z} \sin(\omega_z t) \right)$$

Donde $z_a e^{-\gamma t}$ es el decaimiento de la cresta después de un período. Entonces, el decaimiento logarítmico del movimiento es

$$\gamma * T_z = \ln \left\{ \frac{z(t)}{z(t + T_z)} \right\}$$

Como $\omega_z^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ para la frecuencia natural de oscilación y el amortiguamiento es pequeño ($\gamma < 0.2$) tal que $\gamma^2 \ll \omega_0^2$, se puede despreciar γ aquí y usar $\omega_z \approx \omega_0$, lo que conduce a

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{z(t)}{z(t + T_z)} \right\} = b * \frac{\omega_0}{2(\rho g A_{wp})}$$

Estos valores para Δ , pueden ser fácilmente encontrados cuando los resultados de un test de decaimiento con un modelo en aguas quietas están disponibles. Estos son como se muestra en la ilustración 12.

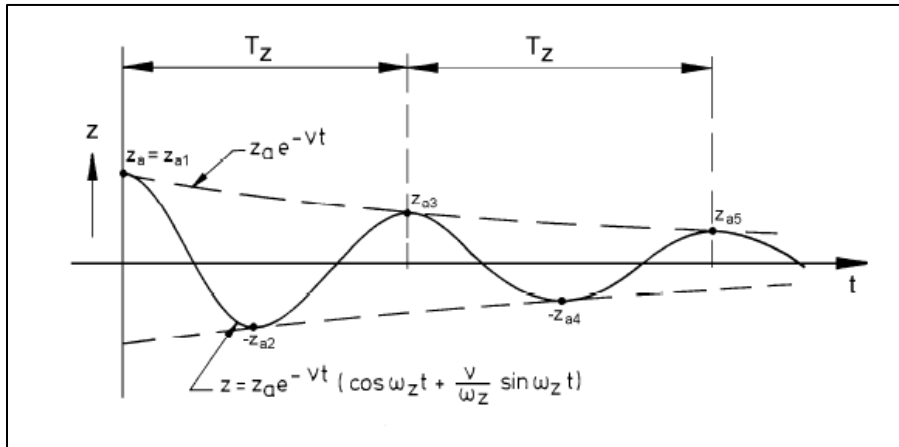


Ilustración 12: Esquema ilustrativo test de decaimiento

Con la geometría del cuerpo se puede calcular el coeficiente de restitución c , y así obtener la razón de amortiguamiento Δ y, por consiguiente, el coeficiente de amortiguación b .

B.2. Estimación valores teóricos de la razón de amortiguamiento

En este trabajo no se contó con medios para la determinación experimental del coeficiente de amortiguación Δ . Por este motivo se utilizó un valor estimado de 0,1 que representa un decaimiento paulatino en el movimiento del cuerpo después de una perturbación. En otras palabras, se considera que el sistema está sub amortiguado, o sea que después de una perturbación, la amplitud del movimiento va disminuyendo en cada ciclo. Este comportamiento es el que se encontró en la mayoría de los trabajos consultados (Backer, 2009; Cozijn, 2005; Nazari & Ghassemi, 2013), además de descartar las alternativas de un sistema con un coeficiente aún menor y la de un coeficiente mayor a 1, donde se referiría a un sistema sobre amortiguado, que debido a las características de flotación del cuerpo y el oleaje que interactúa sobre él, tampoco se ajustan a la visión práctica de este trabajo.

Dependiendo de la fuente y el trabajo, las formas de calcular este factor de amortiguamiento varían considerablemente. Tres distintas fuentes y las expresiones para el cálculo del factor de amortiguamiento se muestran a continuación.

Factor amortiguamiento b	Expresión
McCormick, 1973	$\frac{\pi\rho g^2}{8\omega_n^3} \int_{-L/2}^{L/2} \bar{A}^2 d\varepsilon$
Cozijn, 2005	$\frac{4}{3\pi} \rho C_D A_f \omega z$
Nazari & Gassemi, 2013	$\frac{8}{3\pi} \left[\frac{z}{0,5T} \right] (0,5\rho C_D Dd)$

Tabla 40: Diferentes expresiones para Factor de amortiguamiento

La expresión de McCormick, derivada en el anexo A sección 10.1.3, está en función de la frecuencia natural del flotador y de la razón de amplitud de amortiguamiento \bar{A} , parámetro que se obtiene dividiendo la amplitud del oleaje por la amplitud de movimiento del dispositivo. Esta razón es una función que se obtiene de manera experimental, pero para un cálculo aproximado, se consideró como una constante. Las otras expresiones son bastante similares entre ellas, ya que ambas utilizan un coeficiente de arrastre C_D , el área de flotación del flotador y el desplazamiento vertical de este. La diferencia entre ellas es que Nazari & Gassemi, utilizan el calado del flotador. Con estas expresiones podemos obtener unos factores de amortiguación que nos permitan a su vez calcular razones de amortiguamiento preliminares.

F. amortiguamiento b [Kg/s]		Quintero		
Forma	Tipo	McCormick, 1973	Cozijn, 2005	Nazari & Gassemi, 2013
Cilíndrica	1	2538,71	789,09	79,92
	2	1350,03	2403,82	252,72
	3	2265,32	3510,55	375,97
Rectangular	4	275,33	6099,98	859,71
	5	557,58	9543,84	1397,39
	6	880,96	14013,60	2090,25

Tabla 41: Factor de amortiguamiento b [Kg/s] – Quintero

F. amortiguamiento b [Kg/s]		Valparaíso		
Forma	Tipo	McCormick, 1973	Cozijn, 2005	Nazari & Gassemi, 2013
Cilíndrica	1	309,49	92,40	9,37
	2	564,86	125,75	13,04
	3	903,31	165,69	17,40
Rectangular	4	80,96	459,63	63,75
	5	148,32	625,62	88,94
	6	237,65	824,44	118,89

Tabla 42: Factor de amortiguamiento b [Kg/s] - Valparaíso

Razón de amortiguamiento Δ		Quintero		
Forma	Tipo	McCormick, 1973	Cozijn, 2005	Nazari & Gassemi, 2013
Cilíndrica	1	0,057	0,018	0,002
	2	0,014	0,026	0,003
	3	0,014	0,021	0,002
Rectangular	4	0,005	0,109	0,015
	5	0,005	0,081	0,012
	6	0,004	0,068	0,010

Tabla 43: Razón de amortiguamiento - Quintero

Razón de amortiguamiento Δ		Valparaíso		
Forma	Tipo	McCormick, 1973	Cozijn, 2005	Nazari & Gassemi, 2013
Cilíndrica	1	0,053	0,016	0,002
	2	0,057	0,013	0,001
	3	0,060	0,011	0,001
Rectangular	4	0,011	0,063	0,009
	5	0,012	0,051	0,007
	6	0,013	0,044	0,006

Tabla 44: Razón de amortiguamiento - Valparaíso

Ahora, tomando todos los valores de la razón de amortiguamiento calculadas, se puede ver que se encuentran en un intervalo entre 0,001 y 0,109, con un promedio de 0,025. Se puede apreciar cómo estos factores afectan al movimiento después de una perturbación en el gráfico (11).

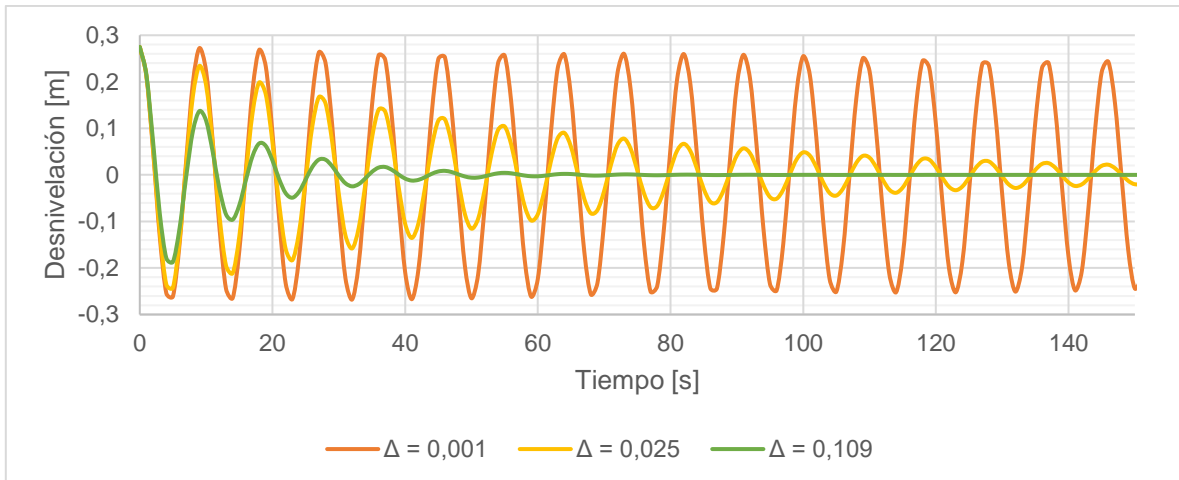


Gráfico 10: Comparación perturbaciones a distintas razones de amortiguamiento

Con esto se observa que para valores muy bajos de Δ , la oscilación tiene un decaimiento extremadamente bajo, lo que significa que se mueve prácticamente sin amortiguamiento, caso que se considera solo de manera hipotética y nunca para fines prácticos. Aunque el factor de 0,025 muestra un decaimiento más real, este aun es bastante bajo, ya que pasados más de 2 minutos desde que se inició el movimiento del sistema, éste sigue oscilando aún. El último caso con un $\Delta=0,109$, se muestra un escenario más realista, donde la oscilación apenas llega hasta el minuto para después detenerse completamente.

De este modo, se puede optar por utilizar una razón de amortiguamiento igual a 0,1 para todos los cálculos teóricos en este trabajo, ya que representa un caso más realista que los demás factores y se encuentra dentro del rango de los valores preliminares calculados.

ANEXO C. CURVAS DE MOVIMIENTO

C.1. Curvas de movimiento - Quintero

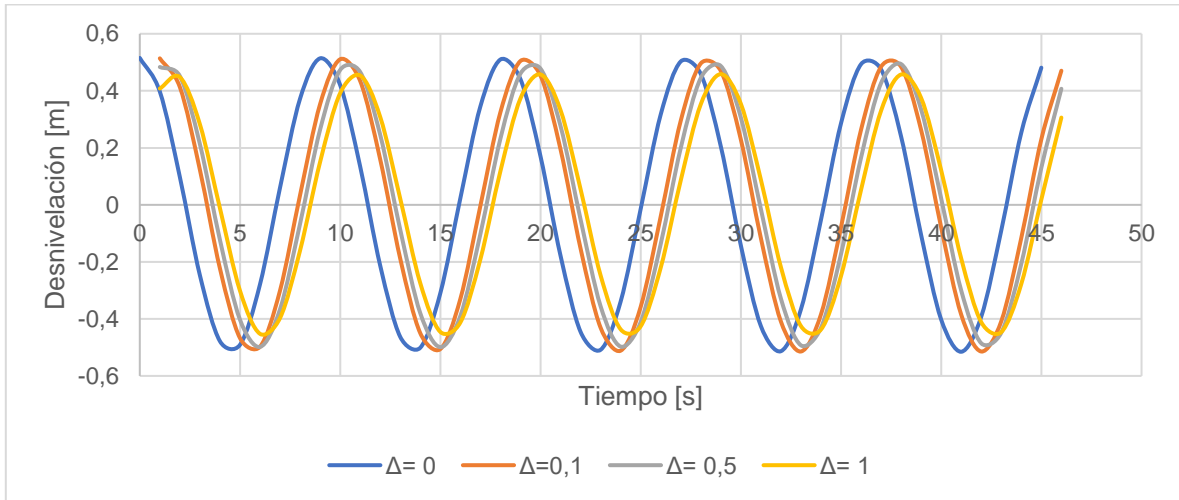


Gráfico 11: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°2

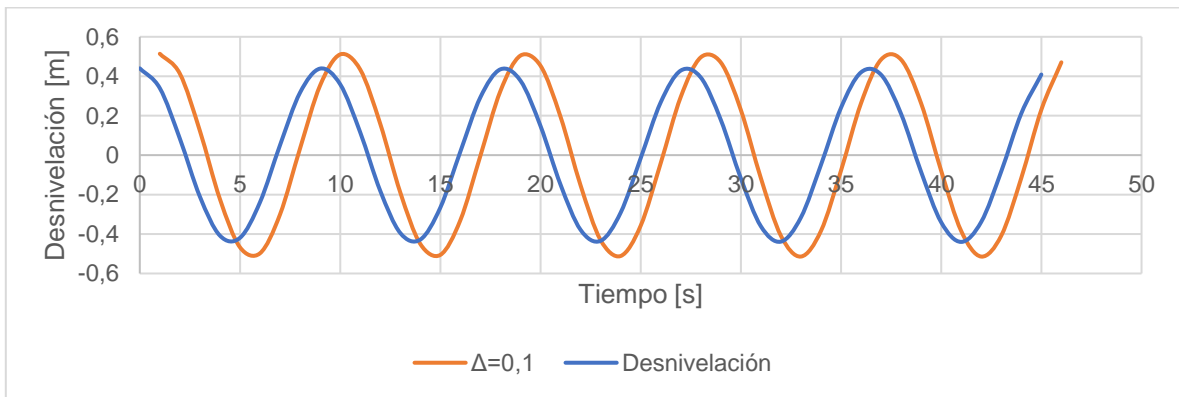


Gráfico 12: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°2

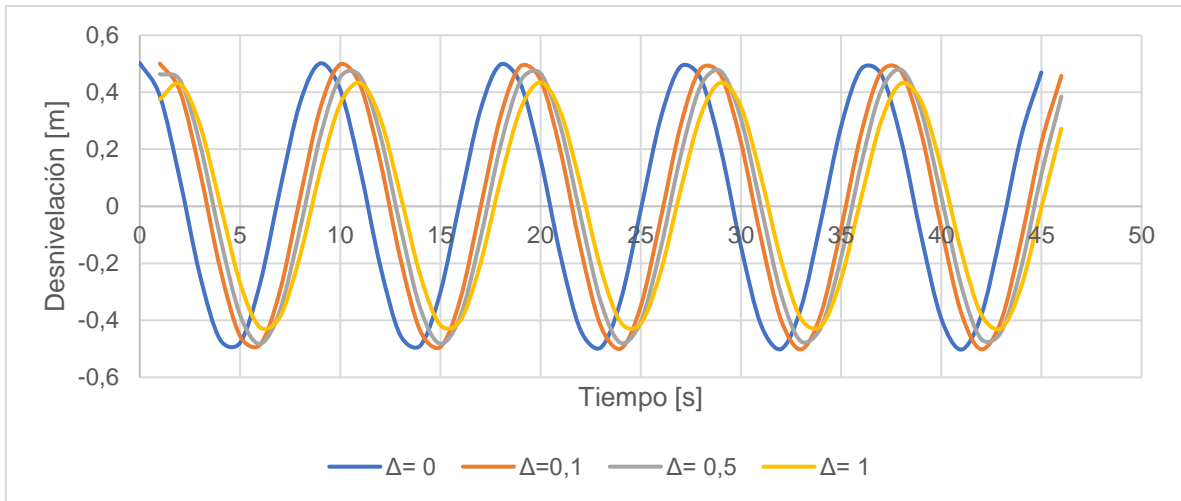


Gráfico 13: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°3

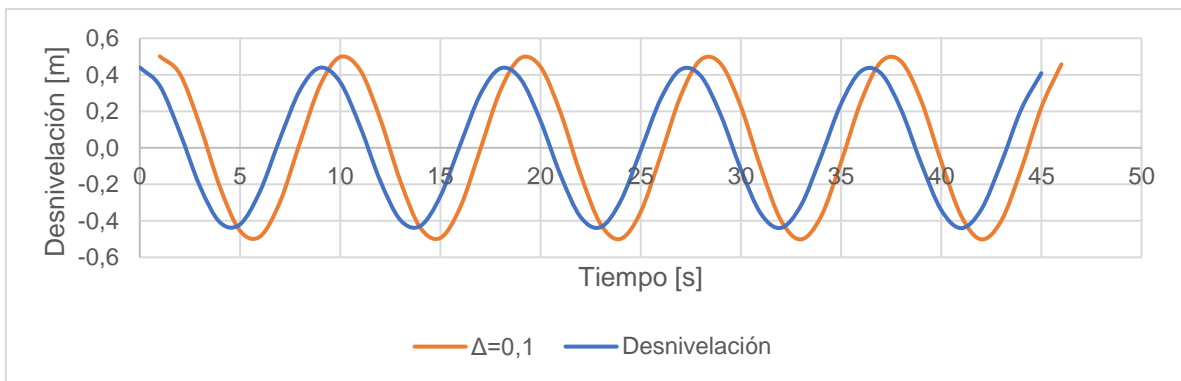


Gráfico 14: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°3

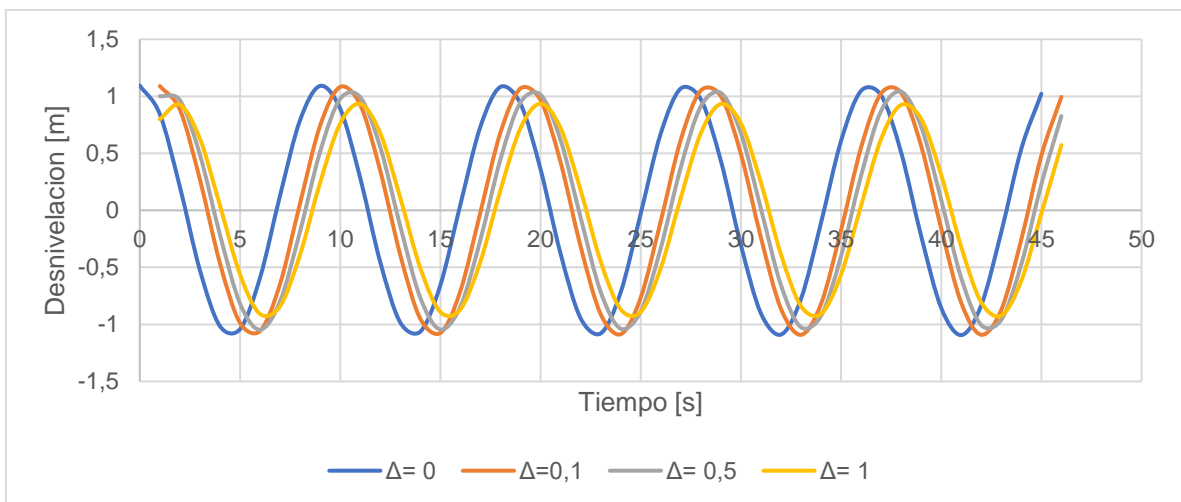


Gráfico 15: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°4



Gráfico 16: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°4

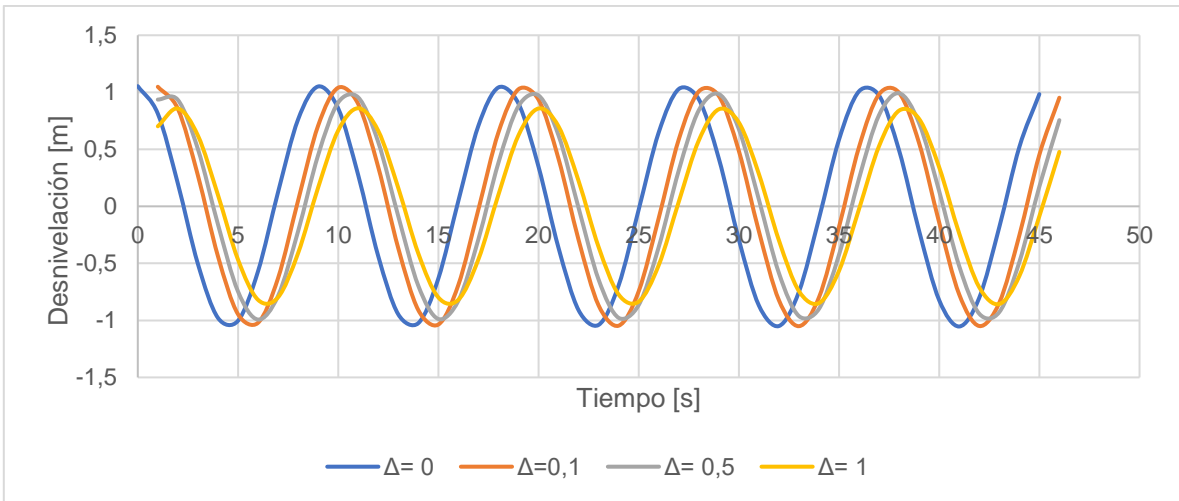


Gráfico 17: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°5



Gráfico 18: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°5

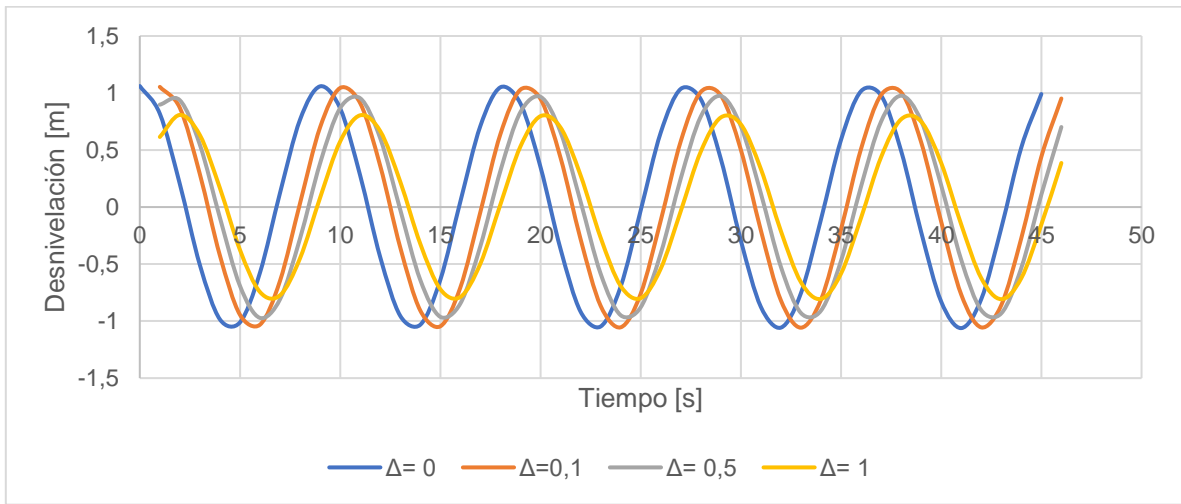


Gráfico 19: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°6

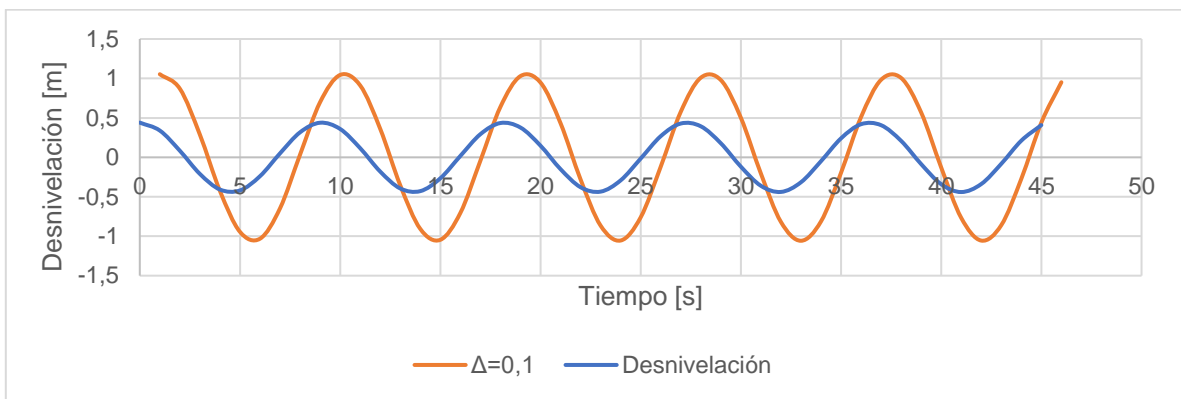
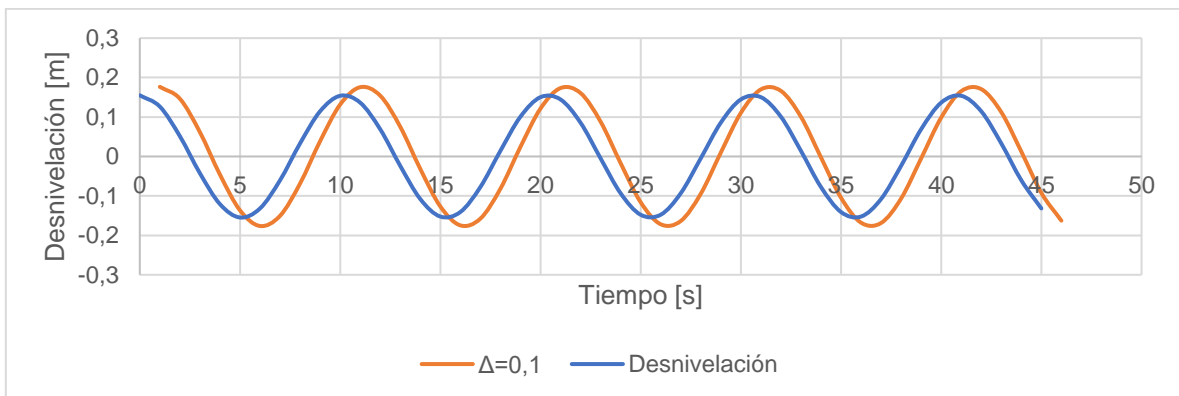
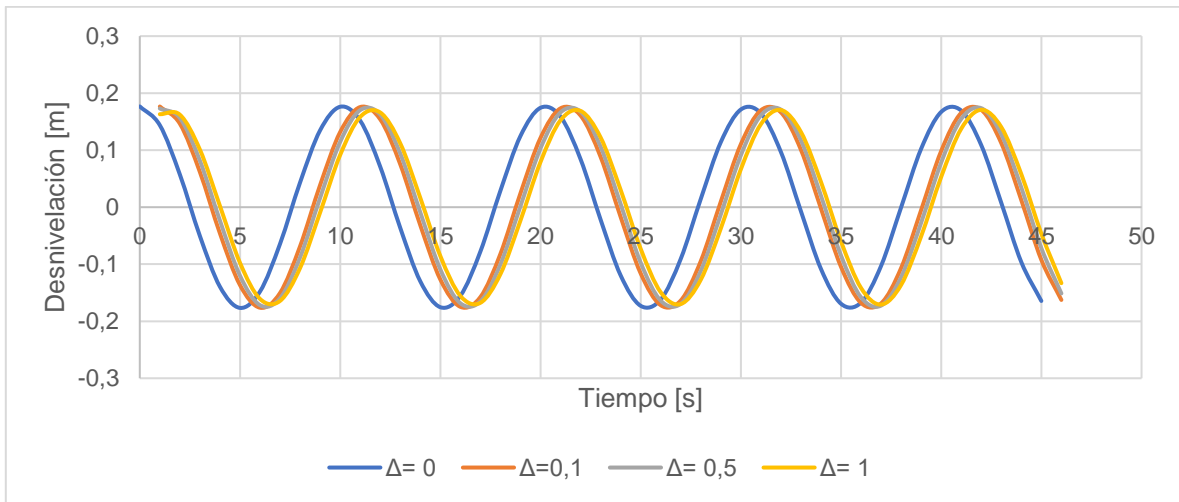


Gráfico 20: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°6

C.2. Curvas de movimiento – Valparaíso



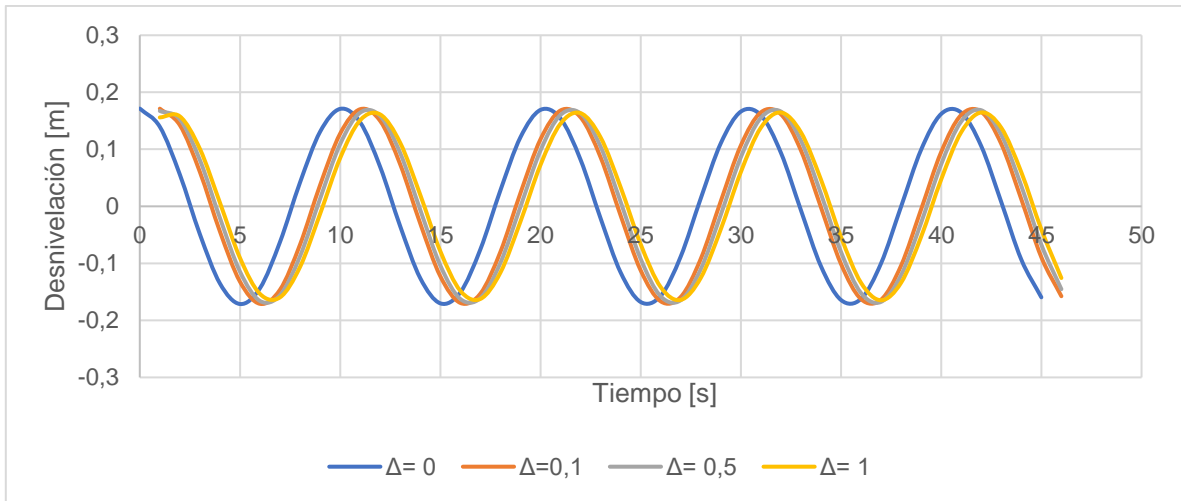


Gráfico 23: Curvas de movimiento - Flotador Circular N°3

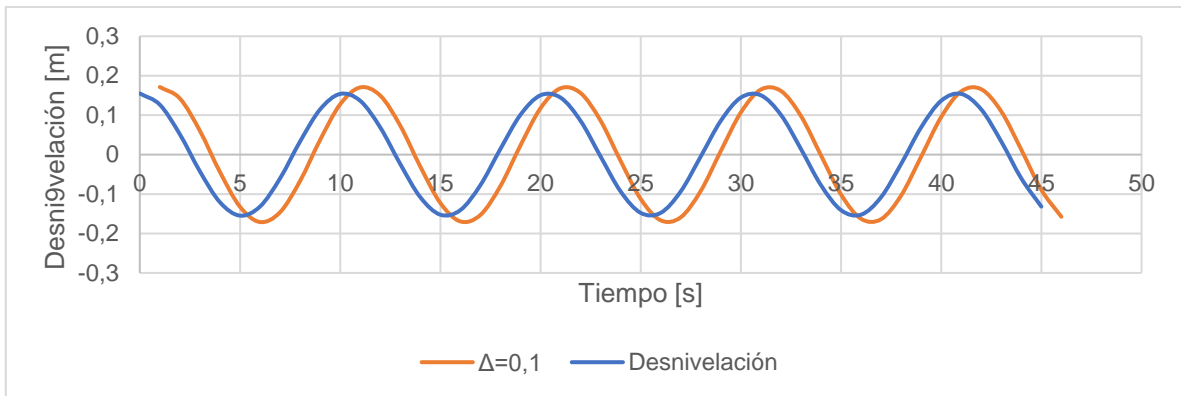


Gráfico 24: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Circular N°3

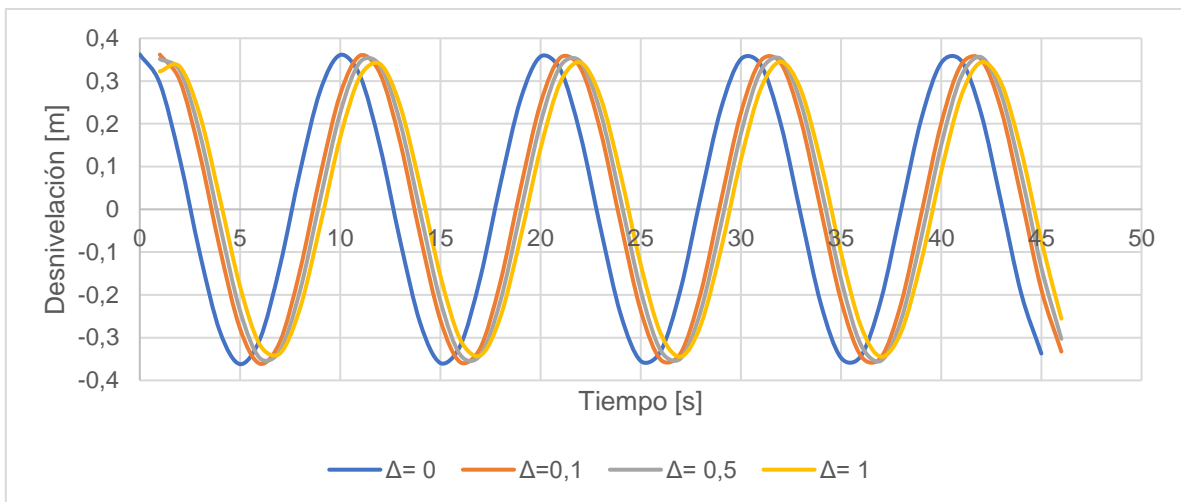


Gráfico 25: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°4

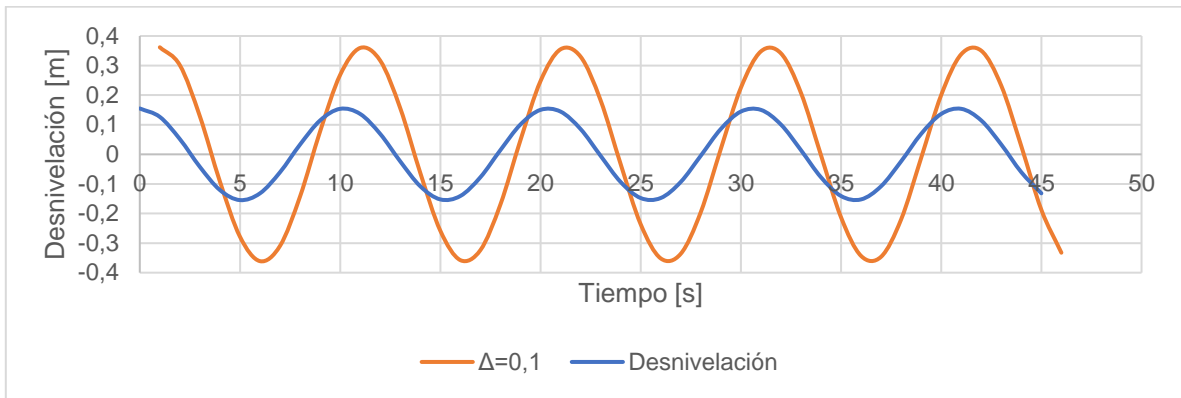


Gráfico 26: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°4

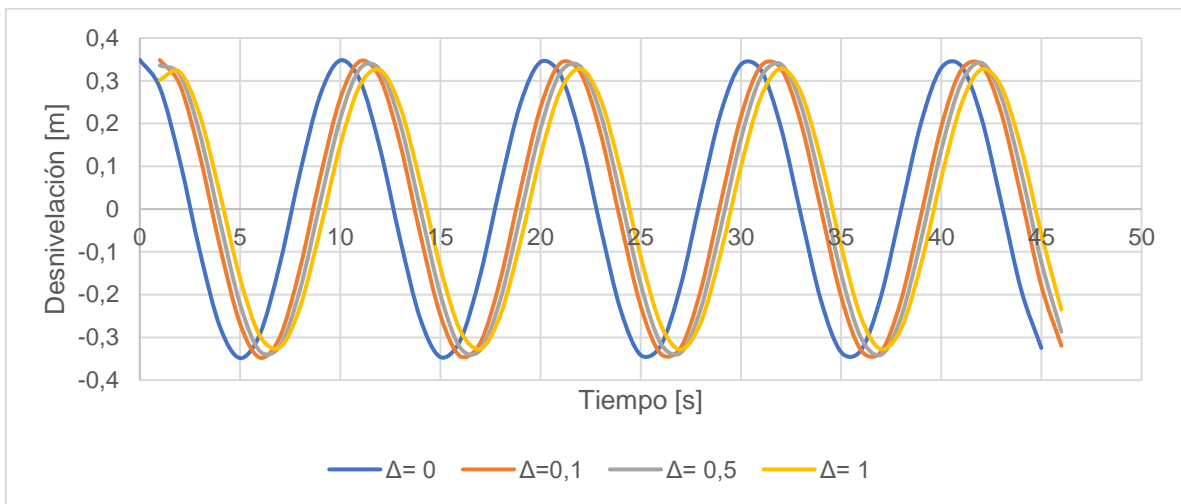


Gráfico 27: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°5

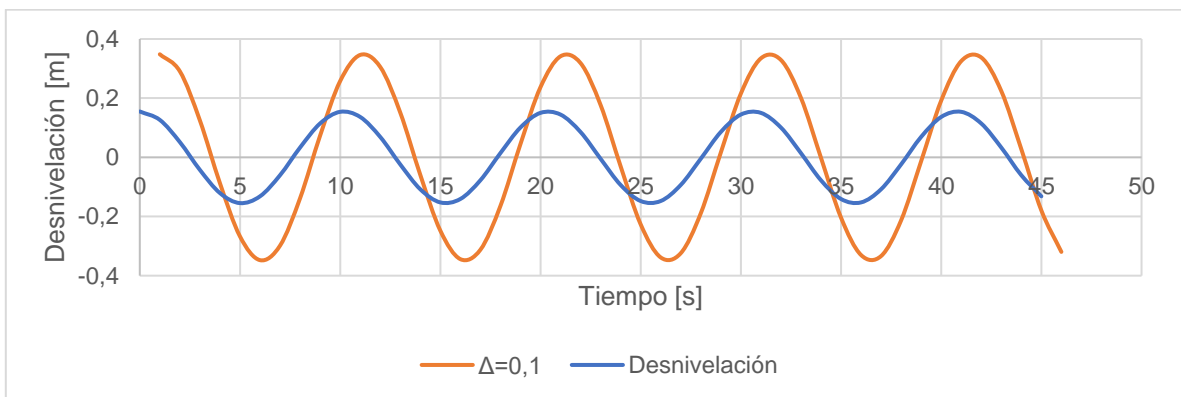


Gráfico 28: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°5

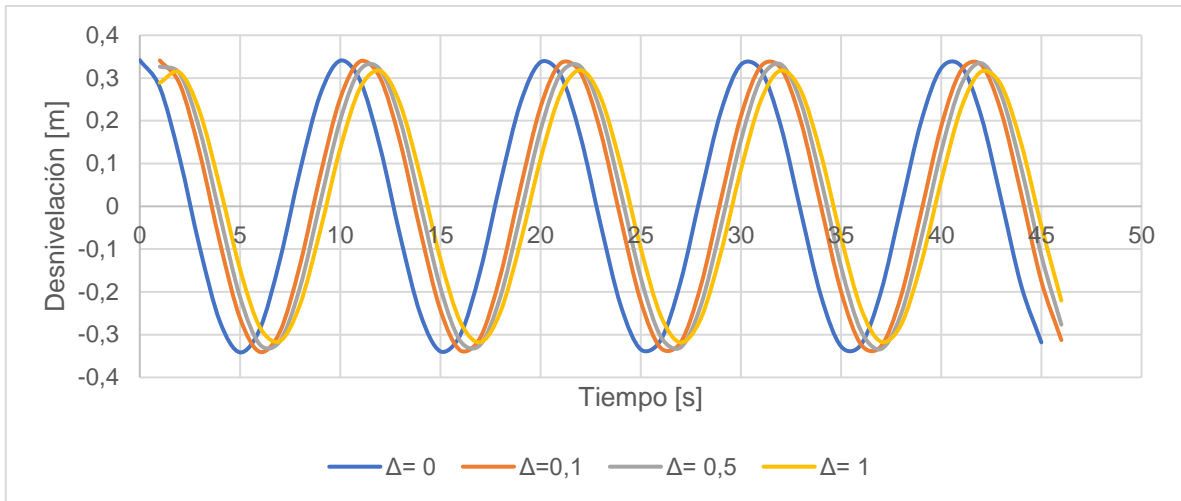


Gráfico 29: Curvas de movimiento - Flotador Rectangular N°6

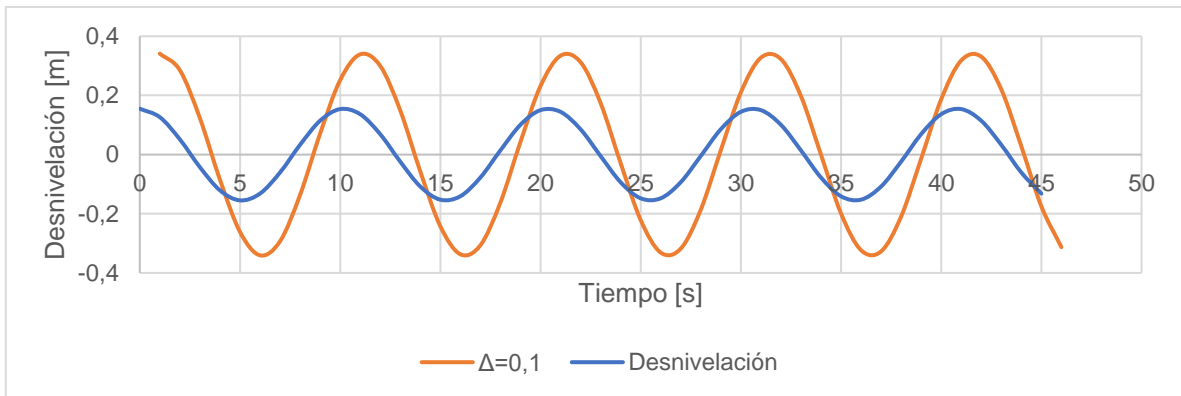
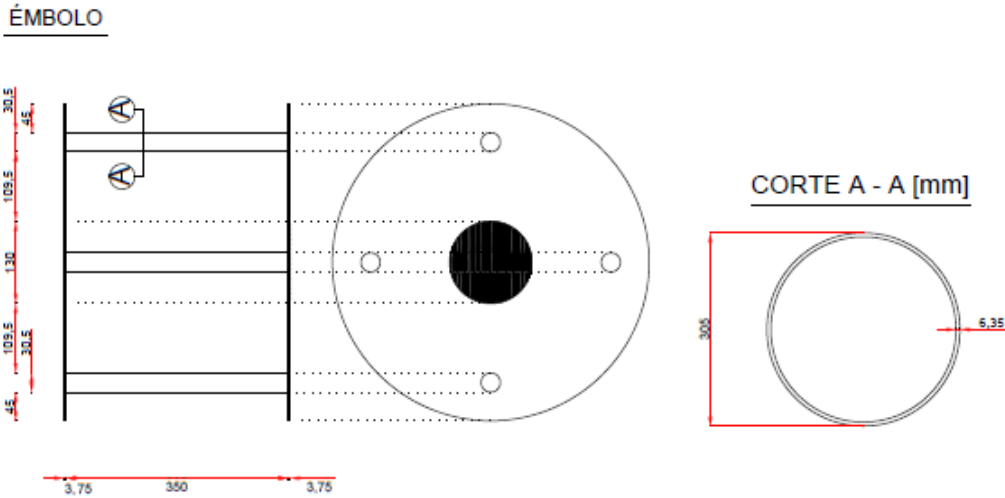
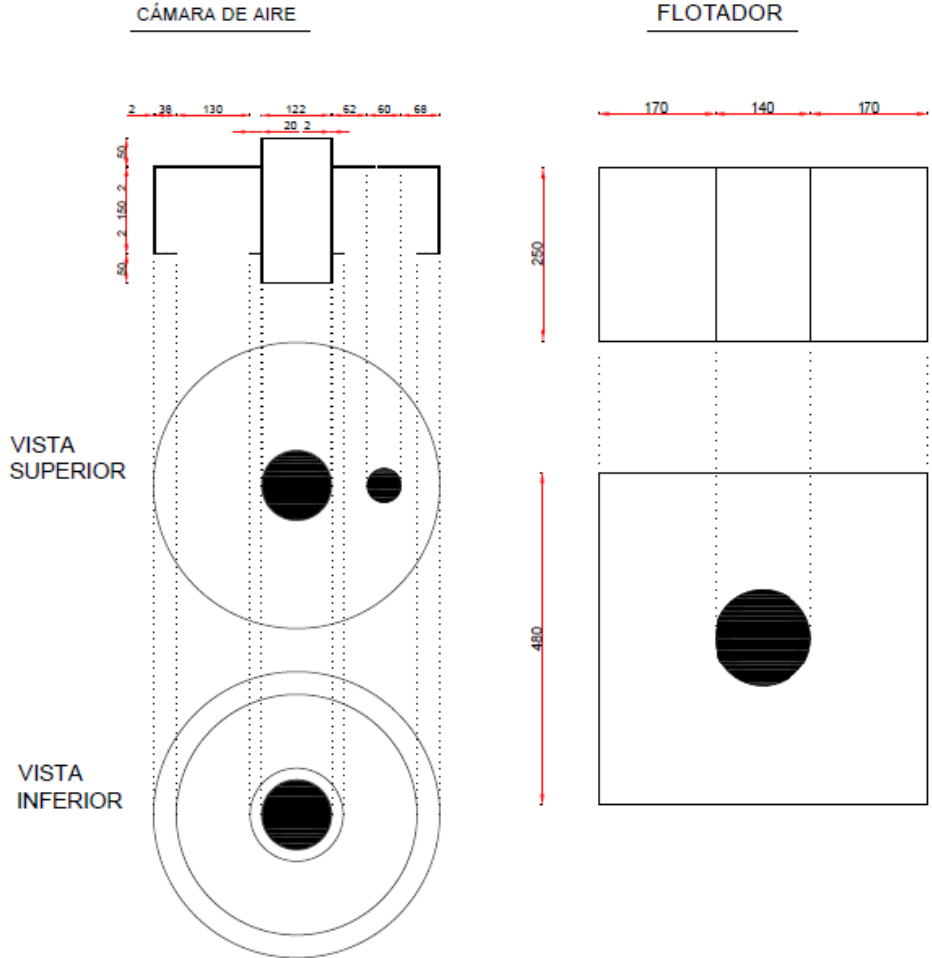


Gráfico 30: Movimiento respecto a la onda superficial - Flotador Rectangular N°6

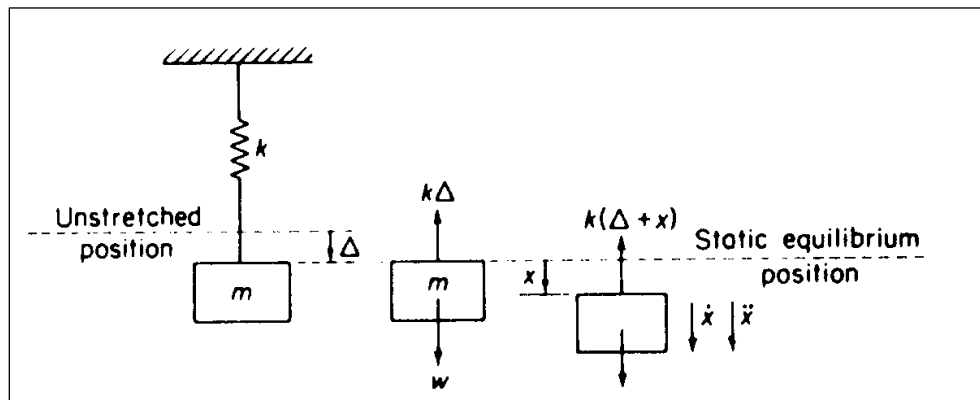
ANEXO D. PLANOS ALTERNATIVA N°6 – QUINTERO



ANEXO E. DERIVACIÓN FRECUENCIA NATURAL

Primero, se asume un sistema masa-resorte (imagen 7) que solo puede moverse en el eje vertical. Cuando se pone en movimiento, la oscilación comenzará con una frecuencia natural f_n , que es una propiedad del sistema.

Imagen 7: Sistema masa-resorte



Fuente: <http://personal.cityu.edu.hk/~bsapplec/natural.htm>

Para analizar el movimiento del sistema utilizó la segunda ley de Newton. Como se muestra en la figura la deformación del resorte en la posición de equilibrio estático es Δ , y la fuerza del resorte $k \cdot \Delta$, es igual a la fuerza gravitacional actuando en la masa m .

$$k \cdot \Delta = m \cdot g = w$$

Midiendo el desplazamiento x desde la posición de equilibrio, las fuerzas actuando en m son $k(\Delta + x)$ y w . Ahora aplicando la segunda ley de Newton a la masa m :

$$m\ddot{x} = \sum F = w - k(\Delta + x)$$

Y como $k \cdot \Delta = w$, se obtiene

$$m\ddot{x} = -kx$$

Al definir la frecuencia angular como $\omega^2 = k/m$, la ecuación anterior puede presentarse como

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

Una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden, que tiene la siguiente solución

$$x = A \cdot \text{sen } \omega t + B \cdot \text{cos } \omega t$$

Donde A y B son constantes. Estas se evalúan con condiciones iniciales $x(0)$ y $\dot{x}(0)$.
Entonces

$$x = \frac{\dot{x}(0)}{\omega} * \text{sen } \omega t + x(0) * \cos \omega t$$

Entonces es posible establecer el periodo natural de oscilación como

$$\omega T_n = 2\pi$$

O escribiéndolo de otra manera

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Entonces la frecuencia natural estaría dada por

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Donde k es el coeficiente hidrodinámico que está dado por

$$k = \rho g A_w$$

Considerando también la masa añadida explicada en el capítulo 3, finalmente se tiene que la expresión para la frecuencia natural es

$$f_n = \frac{1}{T_n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho g A_w}{m + m_w}}$$

