



**Facultad de Ciencias
Instituto de Matemática**

ENSEÑANZA Y EVALUACIÓN QUE PROPICIA MODELAR FIGURANDO

Memoria de tesis para optar al grado de Licenciado en
Educación y al título de Profesor de Educación Media en
Matemáticas mención Didáctica.

Presentado por:

Carol Elizabeth Aracena López
José Daniel Hernández Pino
Byron Gabriel Miranda Vilches

Profesora Guía: Dra. Leonora Díaz Moreno

VALPARAÍSO, CHILE

2015

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestros profundos agradecimientos a nuestras familias, amigos(as) y compañeros(as), por hacer de esta etapa una de las más memorable de nuestras vidas, brindándonos su compañía, apoyo y darnos la motivación que necesitábamos en todo momento, sobre todo en los más difíciles.

Agradecemos también de forma especial a nuestros profesores(as) y funcionarios del instituto de matemáticas, los cuales nos apoyaron, ayudaron, disciplinaron y formaron, siendo uno de nuestros pilares fundamentales en nuestro paso por la universidad y en el perfil de egreso que hemos adquirido.

Por último, pero principal en toda nuestra vida, agradecemos a nuestro Dios por su inmenso apoyo, por darnos la fortaleza y la sabiduría, y por su sobrenatural amor, muchas gracias.

RESUMEN

Se presenta una investigación sobre la modelación figural. En ella se reportan resultados que se obtuvieron para dar respuesta a la pregunta de investigación ¿Cómo modelan figuralmente estudiantes que experimentan una secuencia de enseñanza y evaluación para los aprendizajes, cuando esta secuencia procura la apropiación del dipolo modélico figural?

Desde una perspectiva teórica que entiende a la modelación como la articulación de dos entidades, una entidad es el fenómeno y la otra un modelo (Arrieta y Díaz, 2015). Por su parte las figuras cartesianas y no cartesianas son medios que propician la actividad matemática y la construcción de saberes; ambos tipos de figuras permiten interpretar, predecir, comprender, simular o intervenir un fenómeno; Con base en estas nociones teórico-conceptuales la investigación aborda el propósito de estudiar la actividad de modelar figurando.

Se exhiben evidencias de los desarrollos de una secuencia de experimentación y modelación vivida por estudiantes de tercer año de enseñanza media. En estos desarrollos se identifican figuras, seudográficos e histogramas; muestran poca cercanía con el plano cartesiano. Elaboran una figura con los datos dados por el diseño de enseñanza y otros predichos por ellos en la propia secuencia de experimentación, logrando modelar con su figura un modelo personal. La figura les ayudó a dilucidar el comportamiento de la elasticidad del resorte.

Con base en el análisis pormenorizado de las producciones de los estudiantes y el contraste con las conjeturas previas, se levanta un rediseño de una secuencia de modelación para propiciar el desplazamiento de las figuras estudiantiles a la gráfica cartesiana como modelo, incorporando instancias de evaluación auténtica, según lo propuesto por Camara y Nardoni (2011).

A través del rediseño, aplicado a un nuevo grupo de estudiantes de segundo año de enseñanza media, se da cuenta de nuevas figuras que fueron orientadas hacia la gráfica cartesiana. Se incorporó instancias de evaluación auténtica (KPSI y Ficha de mis aprendizajes). Esto propició un análisis más profundo de las respuestas, análisis y predicciones de los estudiantes, aportando a la investigación nuevas conjeturas y conclusiones.

ABSTRACT

This research on figural - modeling is presented, in which results of modeling experience were obtained to answer the research question: How do students that experience a sequence of teaching and evaluation of learning model when this sequence seeks the appropriation of the figural exemplary dipole?

From a theoretical perspective that understands modeling as the articulation of two entities; one entity is the phenomenon and the other one a model (Arrieta and Díaz, 2015). On the other hand Cartesian and non-Cartesian figures are means which propitiate mathematical activity and the construction of knowledge; both types of figures allow us to interpret, predict, understand, simulate or interfere to a phenomenon; and with this research it approaches the final intention, which is to model representing.

Evidence of the developments of a sequence of experiments and modeling performed by students of third year of high school, where pseudo-graphics and histograms figures are identified, they show little closeness to the Cartesian map. They produced a figure with the given information by the design of teaching and others predicted by them in the same sequence of experimentation, being able to model with their own figure a personal model, which helped them to elucidate the behavior of the elasticity of the spring.

Based on the detailed analysis of student productions and contrast to previous assumptions, there gets up a redesign of a sequence of modeling to facilitate the movement of student figures to the Cartesian graph as a model, incorporating instances of authentic assessment, according to the proposed for chamber and Nardoni (2011).

Through the redesign, applied to another group of second grade of high school, realize new figures were oriented to the Cartesian graph, also with the addition of instances of authentic assessment (KPSI and file card of my lessons) it propitiated a deeper analysis of the responses, analyzes and forecasts of students, contributing to research new conjectures and conclusions.

Tabla de Contenido

Glosario.....	7
Introducción	9
1 Problemática	11
1.1 Antecedentes	11
1.2 Planteamiento del problema.....	12
1.3 Pregunta orientadora	13
1.4 Hipótesis Interpretativa	13
1.5 Objetivos de la investigación	13
1.6 Justificación:	14
1.7 Limitaciones	15
2 Marco Teórico.....	17
2.1 Modelación.....	17
2.2 Figuración	19
2.3 Modelación figural.....	21
2.4 Evaluación.....	22
3 Marco Metodológico	25
3.1 Metodología	25
3.1.1 Universo y muestra en el diseño:	25
3.1.2 Universo y muestra en el Rediseño.....	25
3.2 Instrumentos empleados	26
3.3 Procedimiento metodológico	27
4 Análisis de las producciones de los alumnos.....	30
4.1 Evidencias Previas	30
4.1.1 Análisis sobre las evidencias previas	30
4.1.2 Conclusiones de evidencias previas	32
4.2 Primer periodo de secuencia de experimentación.....	32
4.2.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°1	33
4.2.2 Análisis de la secuencia parte I	34
4.2.3 Análisis de la primera ficha de mis aprendizajes.	37
4.3 Segundo periodo de secuencia de experimentación	41
4.3.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°2	42
4.3.2 Análisis de la secuencia parte I	43

4.3.3 Análisis de la segunda ficha de mis aprendizajes.....	46
4.4 Tercer periodo de secuencia de experimentación parte II.	49
4.4.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°3.....	49
4.4.2 Análisis de la secuencia parte II	50
4.4.3 Análisis de la tercera ficha de mis aprendizajes.	57
4.6 Contraste de las producciones categorizando según el rediseño de la elasticidad del resorte.	61
4.6.1 Experimentación discursiva	61
4.6.2 Predicción con la tabla	62
4.6.3 Modelo algebraico:.....	64
4.6.4 Predicción con el modelo algebraico.....	65
4.6.5 Modelo figural.....	65
4.6.6 Predicción con la figura.....	65
4.6.7 Intervención con la figura.....	66
4.6.8 Red de modelos	66
4.6.9 Esquema de la red de modelos	67
4.7 Describiendo actitudes de los estudiantes ante la actividad	67
4.7.1 Percepciones iniciales	68
4.7.2 Percepciones finales	74
4.8 Relacionando aprendizajes y modelación figural.....	75
Conclusión.....	77
Bibliografía	82
Linkografía	83
Índice de Anexos	85

Glosario

Evaluación: es el proceso de delinear, obtener, procesar y proveer información válida, confiable y oportuna que nos permita juzgar el mérito o validar de programas, procedimientos y productos con el fin de tomar decisiones (Ahumada, 2001).

Figura de un fenómeno: conjunto de líneas que dibujan aspectos ostensibles (que puede manifestarse o mostrarse) y no ostensibles de un fenómeno, se constituye en figuración al significar a sus elementos como aspectos del fenómeno.

Modelación: Corresponde a una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra (Arrieta y Díaz, 2013).

En el marco de la Socioepistemología y en el ámbito escolar, se entiende como una práctica (de referencia) ejercida por profesores y estudiantes en un contexto y tiempo determinados en respuesta a una situación o fenómeno del mundo externo pero cercano a la realidad de los estudiantes, y a partir de la cual se resignifica conocimiento matemático escolar funcional, de manera individual y colectiva, mediante procesos de interacción (Córdoba y Buendía, 2011).

Prácticas socioescolares: Es toda actividad humana que ocurre en la microecología escolar (Díaz, 2013).

Socioepistemología: Una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003).

Resignificar: Se asume como un proceso. No es sinónimo de dar nuevos significados o nuevas definiciones a un concepto, es una construcción del conocimiento mismo que hacen los individuos en un colectivo humano y que está normado por aspectos institucionales y culturales en un contexto particular. Se puede

entender como reforzar, robustecer, ampliar, enriquecer, articular e integrar un significado ya existente (o por construir) que las personas tienen y que lo están usando en un momento o situación particular, con una finalidad específica y en el ejercicio de diferentes prácticas(Córdova y Buendía, 2011).

Predicción: La predicción la entendemos como una práctica orientada a anticipar eventos con cierta racionalidad. Se distingue de la noción de adivinación, ya que, la adivinación es un pronóstico generado por señales o sucesos sin un fundamento científicamente aceptado.

Introducción

Muchas formas de enseñar un contenido pueden presentarse dentro del aula, cada innovación busca cumplir los objetivos esperados por el currículo, involucrando a los estudiantes en la matemática y que propicie aprendizajes significativos. Para lo cual, dicho método debe estar en una constante evaluación y actualización.

La adecuación de un método de enseñanza puede generar puentes entre la matemática escolar (la considerada como objeto de enseñanza y aprendizaje por el sistema educativo) y una matemática vivencial (aquella que se puede encontrar en su vida fuera de la escuela). Con la existencia de brechas entre ambas, la matemática es vista como un ente abstracto, sin sentido y lejana, lo que hace indispensable crear estrategias que alivien esta problemática. La modelación se presenta como una buena oportunidad de resolver dichas brechas.

A partir de experiencias tanto dentro del aula como fuera de ellas, de lecturas y experimentaciones previas, se motiva el estudio de la modelación figural. Destacando lo figural, por otro tipo de modelación, ya que al considerar las figuras no como un elemento matemático puro, genera una mayor cercanía, afinidad y no tanto recelo por parte de los estudiantes al utilizarlas. Permitiendo que esa desinhibición al trabajar fomente el aprendizaje y aflore los conocimientos matemáticos que está en juego.

A partir de considerar distintas nociones y perspectivas de la modelación, figuración y evaluación, este estudio asume la modelación de Arrieta y Díaz (2014). Implementa con estudiantes una secuencia propuesta por Arrieta (2003) sobre el fenómeno de la elasticidad del resorte que vivencia un grupo de estudiantes. Para luego levantar un rediseño de la secuencia experimental de modelación.

Se logran en este trabajo mostrar evidencias de los desarrollos de los estudiantes de este rediseño de la secuencia de experimentación y modelación, realizada por algunos estudiantes de segundo año de enseñanza media. Se identifican fortalezas, debilidades, conocimientos, estrategias y conclusiones extraídas de los análisis de sus respuestas y de los elementos de evaluación presentados.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

1 Problemática

1.1 Antecedentes

En Arrieta y Díaz (2014) se observa que existen diversas que muestran en la escuela una separación entre las matemáticas que viven en el aula de clases de las que viven en distintas comunidades de práctica, entendiéndose estas últimas como un conjunto de personas que conviven y realizan prácticas comunes, y en la cotidianidad no escolar. Así los estudiantes (futuros profesionales) no reconocerán a la matemática viviendo en aquellas prácticas. Esto se evidencia en preguntas comunes como ¿Para qué sirve? ¿Por qué tengo que estudiarlo? en las aulas de las matemáticas.

En el citado artículo (op. cit., 2014) se muestra un ejemplo donde se aprecia esta brecha entre la matemática de la vida y la del aula: Un niño llamado César, que trabaja vendiendo chicles en la calle, demuestra un conocimiento matemático sobre procedimientos como sumas, restas, multiplicaciones, entre otros, tras realizar de forma correcta la acción de dar el vuelto y la mercadería, en clases se plantea una prueba de aula en la cual se deben ocupar los mismos procedimientos que César realiza vendiendo chicles, es ahí cuando César no logra llegar a los resultados, e incluso se frustraba al intentar realizar estas operaciones. Esto nos muestra la separación que existe en el aula de clases y la vida cotidiana con respecto al conocimiento, y con esto surge un cuestionamiento ¿Cesar tiene o no conocimientos matemáticos?

En la comunidad escolar las prácticas que lleva el profesor en la actividad matemática dentro del aula de clases marca una gran brecha con el saber que se presenta en la comunidad científica, puesto que el profesor al aula de clases presenta lo suscrito en los planes y programas del currículo chileno, el que no siempre va de la mano de una matemática para la vida.

La matemática ofrece un amplio conjunto de procedimientos que permiten establecer relaciones diversos aspectos de la realidad de la vida cotidiana, de situaciones en que los estudiantes participan de fenómenos naturales, económicos y sociales; y en otras áreas del desarrollo, la modelación puede jugar un rol crucial para poner a la mano del estudiantado herramientas, procedimientos, argumentos e

intenciones propias de distintas comunidades de práctica. Propiciando aprendizajes significativos, accesibles y apropiables por parte de los que aprenden. (Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media, actualización 2009).

Por su parte el uso de gráficas es sugerido por el currículum para la actividad matemática escolar. Resalta también su importancia en el perfil de competencias de futuros egresados de educación media técnico-profesional (Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media, actualización 2009).

Reconocer el comportamiento de una gráfica requiere una visión más amplia y su inclusión intensiva en prácticas socioescolares (Díaz, 2013) significativas; además la construcción de gráficas promueve que el estudiante despliegue argumentaciones, que construyen y validan un conocimiento matemático con recurso a la graficación.

El uso de figuras en los procesos de construcción de gráficas de fenómenos, hace necesario ampliar su estudio a su visualización, identificando herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones de las figuras. Estas se constituyen en modelo del fenómeno según una perspectiva particular de modelación y configuran una narración del fenómeno. Se suele considerar a la gráfica cartesiana escolar como la principal herramienta matemática para llevar a cabo la figuración del cambio (Pérez y Carrasco, 2012).

1.2 Planteamiento del problema

Según Castro (2007) a partir de la práctica docente, se ha podido evidenciar que los estudiantes al momento de resolver problemas matemáticos, se encuentran con muchas dificultades: (a) cuando se requiere modelar situaciones de la realidad a través de expresiones algebraicas, (b) modelar fenómenos a través de gráficas o figuras y (c) cuando se les coloca frente a situaciones en las que deben aplicar sus conocimientos previos para dar solución a problemas matemáticos. El fracaso de la mayoría de estudiantes en el proceso de modelación matemática, puede ser debido a su falta de habilidad en una o varias de las etapas de dicho proceso Blomhoj y Jensen (2003).

Por su parte el sistema escolar al implementar estrategias o métodos de enseñanza no logra disminuir estas dificultades (Contreras y Díaz, 2013).

1.3 Pregunta orientadora

A partir de lo planteado anteriormente, interesa a este estudio responder a la pregunta:

¿Cómo modelan figuralmente estudiantes que experimentan una secuencia de enseñanza y evaluación para los aprendizajes, cuando esta secuencia procura la apropiación del dipolo modélico figural?

1.4 Hipótesis Interpretativa

Un diseño de enseñanza y evaluación que se orienta a la apropiación del dipolo modélico figural, constituye figuras de los estudiantes en modelos figurales, esto es, los estudiantes predicen e intervienen en un fenómeno desde sus figuras.

1.5 Objetivos de la investigación

Objetivo general

Caracterizar cómo modelan figuralmente estudiantes que experimentan una secuencia de enseñanza y evaluación para los aprendizajes, cuando esta secuencia procura la apropiación del dipolo modélico figural.

Objetivos específicos

1. Describir las producciones de estudiantes que modelan la elasticidad de un resorte.
2. Identificar elementos precursores de apropiación del dipolo modélico figural.
3. Caracterizar elementos de modelación figural que ponen en escena estudiantes, quienes experimentan una secuencia de enseñanza y evaluación para los aprendizajes, cuando esta secuencia procura la apropiación del dipolo modélico figural que sustenta esta investigación.

1.6 Justificación:

Toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiere en la escuela sea funcional, es decir, que se integre y se re signifique permanentemente en la vida (fuera de la escuela) para transformarla (Suárez y Cordero, 2008).

Diversas investigaciones han mostrado que los estudiantes no logran obtener en su paso por la escuela, las competencias, conocimientos y saberes básicos, en todas las disciplinas pero en mayor cantidad en la disciplina de matemáticas. Dado que los estudiantes emplean cientos de horas estudiando y recitando, memorizando información que luego olvidan y que no tiene otro significado pertinente para ellos que el tener que repetirla en un examen para obtener buenas calificaciones, poniendo en duda la finalidad de la evaluación en el aprendizaje y la formación de los estudiantes. Pero la evaluación debería ser considerada como un proceso y no como un suceso y constituirse en un medio y nunca en un fin (Ahumada, 2001).

Esta investigación se justifica en la medida de que existe la necesidad de formular y validar metodologías y diseños de enseñanza para que los estudiantes se apropien de los conocimientos que no han adquirido. Además, estos nuevos diseños tienen que construirse en de forma colaborativa con los estudiantes, para que ellos participen de forma activa en la construcción de su conocimiento. Cuando el aprendizaje se constituye un proceso compartido entre profesor y estudiante, se apoya a los estudiantes a mejorar la efectividad de sus aprendizajes, a participar en la toma de decisiones, a entender sus propias competencias y necesidades, a responsabilizarse de su propio aprendizaje y a dominar ciertas estrategias meta cognitivas, que le permitan tomar conciencia sobre qué, cómo y para qué se está aprendiendo; entender sus propios procesos cognitivos (Ahumada, 2001).

Desde ese punto, tenemos que apropiarnos de una evaluación auténtica con significado, y saber que es un enfoque de evaluación, sin embargo, también es una práctica pedagógica concreta, que parte de la noción de aprendizaje como proceso de creación de significado, en el cual se usa el conocimiento previo y la nueva información para crear una síntesis con sentido.

Desde esta perspectiva y dados los antecedentes vistos, se han tomado a la modelación como fundamento de esta investigación, dado que la modelación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un tema que en las últimas

décadas ha cobrado mayor relevancia y sobre el cual se han realizado no solo eventos internacionales sino que además se ha incorporado el tema de la modelación en diferentes currículos escolares en los diferentes niveles educativos (Córdoba y Buendía, 2011), y hasta hace unos años se instaló como una competencia necesaria en el currículo chileno.

Nos ayuda en esta investigación el saber y el uso de la modelación en la enseñanza aula, para Bassanezi (1994) el uso en la enseñanza conduce al aprendizaje de contenidos matemáticos que están conectados a otras formas de conocimiento. El trabajo con la modelación matemática no intenta simplemente ampliar el conocimiento sino desarrollar una forma particular de pensar y actuar: produciendo conocimiento, aunando (uniendo) abstracciones y formalizaciones, interconectadas a fenómenos y procesos empíricos considerados como situaciones problemáticas. Para Blomhøj (2004) las actividades de modelación motiva el proceso de aprendizaje y ayudar (al aprendiz) a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir conceptos matemáticos. De esta forma, la función de la modelación es describir y analizar fenómenos de la vida diaria para motivar el trabajo con las matemáticas y experimentar la matemática como medio para describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria.

Dado a estos antecedentes justificativos y a algunos antecedentes previos desde una secuencia experimental de modelación (Arrieta y Díaz, 2014), el estudio se centra en un tipo de modelación, la modelación figural, ya que esta permite comunicar, predecir y/o intervenir fenómenos configurando relatos que hacen visible la variación presente. Más aún se destaca que las figuras cartesianas como medio propician la actividad matemática y la construcción de saberes; pero ambos tipos de figuras permiten interpretar, predecir, comprender, simular o intervenir un fenómeno; y con esto la investigación se acerca al propósito final, que es modelar figurando.

1.7 Limitaciones

El carácter de este estudio, permitirá generalizar sobre los resultados de ciertos grupos que sean de una situación homóloga a los que sean expuestos a esta experimentación, dejando fuera una generalización mucho más amplia.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

2MarcoTeórico

2.1 Modelación

A inicios de los 2000 los autores Blomhoj y Jensen (2003) afirman que la modelación en el aula de matemáticas es una secuencia ordenada de pasos, a saber:

- a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelada.
- b) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, entre otros. Del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.
- c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.
- e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.
- f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

Uno de los autores seis años después, Blomhoj (2009) con base en la matriz de Kayser y Sriraman (2006) citado en Blomhoj (2009) distingue para la modelación en educación matemática seis perspectivas estas son: a) realista; b) contextual; c) educacional; d) epistemológica; e) cognitiva y f) socio crítica; en las que clasifica 15 artículos recibidos por el grupo de estudio temático de modelación en ICME 11 (Monterey 2008). En su artículo da cuenta del amplio desarrollo que viene presentando la modelación. Por su parte en Brasil Biembengut (2011) categoriza más de ochenta estudios acerca de la modelación en enseñanza secundaria en su país y reporta que ellos responden a tres grandes perspectivas estas son: a) como método de enseñanza y de investigación; b) como enseñanza alternativa de las matemáticas y c) como ambiente de aprendizaje.

Como mencionan Arrieta y Díaz (2014) la modelación es una interacción entre dos entes, modelo y lo modelado, donde el primero actúa sobre el segundo.

La articulación de los entes iniciales da lugar a un nuevo ente, al modelo, mo, que resulta adherido a lo modelado, ma. Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela y que podemos denotar (ma, mo) y que nominamos **dipolo modélico** (DM).

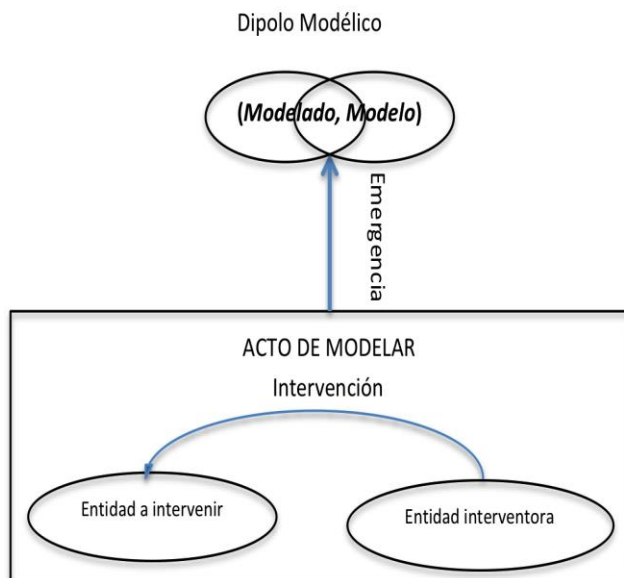


Figura 1. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico tomado de Arrieta y Díaz (2014).

Es por eso que la modelación nos ayuda a trazar puentes entre lo que se realiza en el aula de clases y lo que se realiza en ambientes no escolares, como también lo identifican en su trabajo Arrieta y Díaz (2014), cuando miran a la modelación desde la socio-epistemología, donde observan que: “las comprensiones cotidianas no escolares y los procedimientos mentales que involucran ciertos funcionamientos y relaciones matemáticas elementales, son totalmente diferentes de aquellos que se esperan de estudiantes en la escuela y en tareas experimentales similares”, esta brecha que se forma entre las matemáticas que se utilizan en las comunidades no escolares y las que se utilizan en el aula, se enfocan en realidades diferentes y requieren procedimientos y herramientas diferentes, es por eso que los autores mencionan que al estudiar la práctica desde un perspectiva compleja de estas realidades necesariamente se deben centrar en las intenciones, procedimientos, herramientas, argumentos y sus procesos de emergencia y constitución, para lograr orientarse en el estudio de estas brechas, es donde ahí

aparece la modelación uniendo estas realidades, de la cotidianidad y el aula de clases, lo que los autores llaman modelación-con-vivencia que en esta situación se da desde un fenómeno real a una interacción con lo matemático.

2.2 Figuración

En esta investigación se toma en cuenta la epistemología de la figuración dado que la representación de un fenómeno de variación a través de una figura o gráfica, se torna una necesidad para el análisis del mismo, ya que las variaciones que están presentes, pueden observarse de manera tangible; esto dilucidó también Nicolás Oresme a mediados del siglo XIV, en su obra “De proportionibus proportionum” hacia el 1360. En el comienzo de su tratado sobre la representación de las cualidades, Oresme presenta sus trabajos como un desarrollo de sus propias ideas y de quienes antes de él han abordado ese tipo de estudios, sin pretender una originalidad absoluta. La idea básica de Oresme es que toda cualidad que puede adquirir sucesivamente diferentes intensidades puede ser representada mediante un segmento recto levantado verticalmente sobre cada punto del sujeto afectado por dicha cualidad. Sobre un segmento horizontal se representa la extensión del cuerpo en la que se estudia la cualidad, y en cada punto de este segmento se levanta otro segmento vertical cuya altura sea proporcional a la intensidad de la cualidad. De ahí resulta una figura que ayuda a comprender con facilidad las características del fenómeno que se estudia, ya que, nuestro conocimiento se apoya en los sentidos y es ayudado mediante el recurso a la imaginación. El trabajo de Oresme proporcionó la base de toda la ciencia natural exacta, y que fue la puerta de los desarrollos posteriores: el que esa puerta parezca modesta si se la contempla a la luz de los conocimientos actuales no impide que deba ser considerada como un progreso fundamental, quizá más meritorio por su carácter de fuente u origen que inaugura un nuevo modo de conceptualizar la físicas. Su *método gráfico* se utilizó para resolver distintos problemas físicos y matemáticos, por ejemplo se utilizó para la representación de la velocidad de un móvil con m.u.a. (movimiento uniforme acelerado) a lo largo del tiempo, en el cual traza un segmento horizontal cuyos puntos representan los sucesivos instantes de tiempo (longitudes) y para cada instante traza un segmento vertical (latitud) cuya longitud representa la velocidad en

aquel instante. Esta representación del fenómeno del m.u.a. dilucido la importancia de la modelación gráfica en el análisis de las variaciones, lo que es relevante para nuestra investigación.

Como es mencionado por Carrasco, Díaz y Buendía (2014), una figura es un conjunto de líneas utilizadas para dibujar aspectos de un fenómeno que están en manifiesto o no, y al significar a sus elementos como aspectos del fenómeno se constituye en una figuración. Referente a esto último Carrasco y Díaz (2008) citado en Pérez y Carrasco (2012), evidencian que tanto estudiantes como profesores recurren a diversos tipos de dibujos, en particular a cómics antes que a las gráficas cartesianas para representar lo que varía en un fenómeno evocado. Esto puede atribuirse a que la gráfica cartesiana es frecuentemente utilizada en forma individual sin relacionarla a algún tipo de fenómeno, presentándose como un ente netamente matemático. Posteriormente cuatro años después estos mismo autores (Carrasco y Díaz, 2012), incorporan nociones de la teoría de la imagen, que reconoce que una tendrá una función representativa, una simbólica y una convencional. Esta teoría de la imagen responde a una sintaxis visual. Su comprensión involucra tres etapas: (a) la selección, exploración volitiva y proyectiva, en el campo visual de sus elementos; (b) la percepción de los elementos significativos a la cognición; y por último, (c) la integración del mensaje visual. Por tanto, una misma imagen puede evocar diversas comprensiones sobre la información del mundo que figura.

Flores(2007), menciona lo importante que puede ser el uso de la gráficas ya que permite ver características globales y locales de las funciones como variaciones, crecimiento, entre otras y en especial la que encaja mejor con nuestra investigación la representación por medio de la simulación de un fenómeno físico, en donde, al cambiar características de fenómeno pueden identificar cambio en la gráfica y viceversa, de esta forma se analiza el fenómeno y simultáneamente su representación gráfica. Se rescata la idea de relacionar las prácticas de graficación, modelación y predicción; contrario a algunas investigaciones que colocan a la matemática formal en el papel central, éstas centran su atención en el uso y desarrollo de la práctica de la graficación para así posibilitar un acercamiento de esta a la matemática funcional (Dolores y Cuevas, 2007).

2.3 Modelación figural

Tomando en base la perspectiva de modelación de Arrieta y Díaz (2014), esta investigación define a la modelación figural como una relación entre dos elementos, la figura y lo modelado. Lo modelado, puede ir variando tomando diversos roles, desde un fenómeno hasta otro tipo de modelo. Con respecto a la relación mencionada esta puede tomar el carácter de predicción o intervención en lo modelado.

Desde la Socioepistemología la predicción es una práctica orientada a anticipar eventos con cierta racionalidad. A diferencia de la noción de adivinación que es un pronóstico generado por señales o sucesos sin un fundamento científicamente aceptado.

Con base en la actividad racional de predicción se determinan estados futuros de un sistema, de un objeto o de un fenómeno, con base en el estudio sistemático de las causas que lo generan y los efectos que produce. Se predice un estado futuro analizando y cuantificando cambios, por lo que se trata de una estrategia propia al estudio de la variación (Cantoral, Molina y Sánchez, 2005).

Dipolo modélico figural

Tomando las características y definiciones que se encuentran en el artículo de Arrieta y Díaz (2014) sobre el Dipolo Modélico (DM), se considera un nuevo termino, Dipolo Modélico Figural (DMF), el cual en la investigación toma la articulación existente entre la figura y lo modelado, dada su intervención y predicción (acto de modelar). Esta articulación viene de una relación biunívoca de la figura y lo modelado. Este DMF se comprende con el ejemplo tomado del mismo artículo de Arrieta y Díaz (2014): un electro para un niño de ocho años es un pedazo de papel con líneas. Para su padre es resultado de uno de los exámenes solicitados por el médico, pero que no le informa de la salud de su corazón, pues no ha construido el DM (corazón, electro). El cardiólogo toca al corazón de su paciente al leer una **gráfica** de su funcionamiento. El electro en la vivencia del niño cobra una naturaleza distinta que para el padre del niño y para el cardiólogo. Este último ha articulado el corazón con la gráfica de su funcionamiento: (corazón, electro).

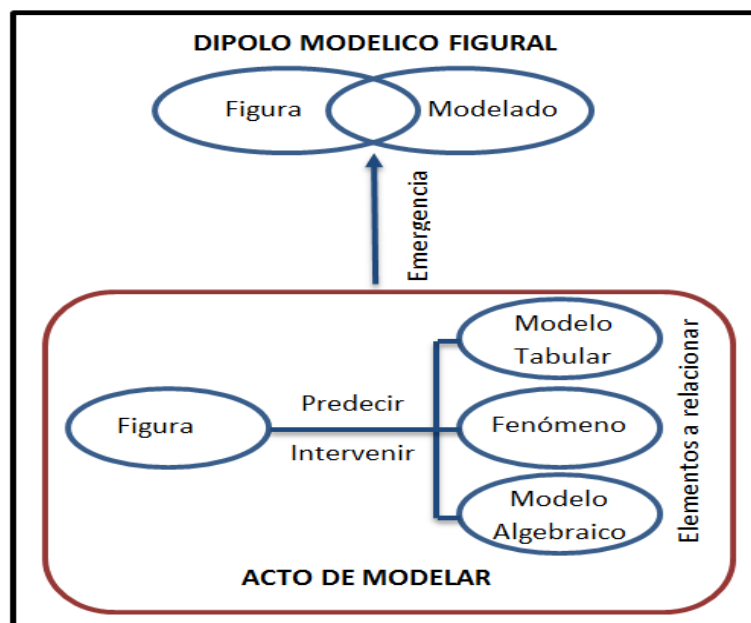


Figura 2. Dipolo modélico Figural (DMF).

2.4 Evaluación

El concepto de evaluación que tiene la sociedad y el que se incorpore al sistema educativo, depende en gran medida de las metas que la sociedad pretenda y proponga para sus generaciones actuales y futuras. Esta investigación toma en cuenta la definición especializada de qué es evaluación específicamente en el área de Matemáticas según el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1995 c. p Moya, 2001)

“Evaluar es el proceso de recolectar evidencia acerca del conocimiento de cada estudiante, su habilidad para usar ese conocimiento y su actitud hacia la matemática, hacer inferencias para una diversidad de propósitos”.

En cuanto a evaluación esta investigación apunta hacia una evaluación auténtica, y se orienta con las investigaciones de Cámara y Nardoni (2011)

“La evaluación auténtica fundamentalmente, se centra en recoger vivencias y evidencias sobre el propio proceso de aprendizaje más que en los resultados, proponiendo que sea el propio alumno quien asuma la responsabilidad de aprender y, sobre todo, contribuya a lograr autonomía en el estudio.”

Es por eso que la evaluación en nuestra investigación tiene una relevancia fundamental, para lograr evidenciar los aprendizajes de nuestros estudiantes, teniendo en cuenta las interrogantes presentes en la tarea de evaluar, orientada en los objetivos (R. Tyler 1950) las cuales son: ¿para qué?, ¿qué?, ¿cómo?, ¿cuándo evaluar? Esto genera la necesidad de disponer de diferentes formas y tipos de evaluación, tomando en cuenta lo expuesto en el fascículo “Evaluación de los Aprendizajes” (2001) referente a las formas de evaluación nuestra investigación integra la evaluación diagnóstica que es la que nos da a conocer los conocimientos previos de los estudiantes al iniciar cada sesión de aprendizaje, y la evaluación formativa que nos permite conocer los avances y dificultades de los aprendizajes de los estudiantes, donde mediante ella es posible promover la autorreflexión de los estudiantes y reflexionar sobre nuestra práctica pedagógica.

CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO

3 Marco Metodológico

3.1 Metodología

Esta investigación fue de carácter cualitativo, con grupos de estudiantes para el diseño y otros distintos para rediseño de la secuencia, el cual recibió un tratamiento que consistió en la aplicación de una secuencia de experimentación y modelación.

3.1.1 Universo y muestra en el diseño:

El universo que muestra esta investigación diseño de la secuencia corresponde a cursos de enseñanza media de Colegios o Liceos de la V región.

El ambiente donde se desarrolla esta exploración corresponde a un Colegio de la comuna de Viña del Mar. Cuenta con un régimen de jornada escolar completa para los alumnos de primero a cuarto medio.

Los estudiantes se distribuyen en diferentes sedes dependiendo del nivel de enseñanza, atendiendo en una la primera sede a la enseñanza básica y en la segunda a los estudiantes de enseñanza media científico-humanista.

Esta investigación se aplica a cuatro grupos de estudiantes, donde habían tres o cuatro integrantes por grupo, de tercer año medio de este colegio, la cual se realizó en dos bloques de cuarenta y cinco minutos de un mismo día en donde se les experimento las dos partes de la secuencia de experimentación y modelación.

3.1.2 Universo y muestra en el Rediseño

El universo que se muestra en la segunda parte de la investigación donde se trabaja el rediseño de la secuencia fue análogo a la aplicación del primer diseño, donde son cursos de enseñanza media, los considerados para ambas partes de la investigación.

El lugar donde se trabajo es un colegio Municipal, de la comuna de Villa Alemana, el cual cuenta con jornada escolar completa, distinguiéndose los niveles de educación parvularia, enseñanza básica y enseñanza media el cual abarca solo hasta segundo medio.

La muestra se trabaja con el segundo medio del colegio. En donde se forman seis grupos de tres estudiantes cada uno, aplicándola en tres bloques de dos horas pedagógicas en un período de dos semanas.

3.2 Instrumentos empleados

Para el desarrollo de la investigación se emplearon los siguientes instrumentos:

1. Diseño de la secuencia de experimentación y modelación. (Anexo N°1)

El diseño es una secuencia didáctica que pone en uso las prácticas de modelación, se les presenta a los estudiantes un experimento que muestra el comportamiento de la elasticidad del resorte donde se relacionan las variables de peso y ubicación.

La secuencia consta de dos partes, la primera conformada por 11 reactivos en los cuales se transita por las siguientes fases: Observar y conjeturar, predecir y generalización. La segunda parte la consta de 10 reactivos en los cuales se identifican las siguientes fases: Figuración, predicción y determinación de variables modos de variar.

2. KPSI es un inventario para conocer los conceptos previos de los estudiantes acerca de la temática de los reactivos de la secuencia. Con este inventario el estudiante sabrá su punto de partida y posteriormente podrá contrastar con las actividades que pudo realizar, utilizando las siguientes categorías: “No tengo idea”, “Tengo una vaga idea”, “Lo sé, pero para mí” y “Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)”.

Se realizaron tres KPSI distintos los cuales se mencionaran a continuación:

- KPSI 1 (Anexo N°5), se aplicó con la finalidad de recoger información sobre las percepciones que tenían los estudiantes en la utilización de tablas de datos.
- KPSI 2 (Anexo N°6), se aplicó con la finalidad de recoger información sobre las percepciones que tenían los estudiantes en la utilización de expresiones algebraicas o generalizadoras.
- KPSI 3 (Anexo N°7), se aplicó con la finalidad de recoger información sobre las percepciones que tenían los estudiantes en la utilización de graficas cartesianas.

3. Rediseño de la secuencia de experimentación y modelación(Anexo N°4)

El rediseño es una secuencia didáctica que pone en uso las prácticas de modelación dándole un enfoque a la modelación figural, se les presenta a los

estudiantes un experimento que muestra el comportamiento de la elasticidad del resorte donde se relacionan las variables de peso y ubicación.

La nueva secuencia consta de dos partes, la primera conformada por 14 reactivos, los que se aplican en dos bloques de 7 reactivos cada una en los cuales se transita por las siguientes fases: Observar y conjeturar, predecir y generalización. La segunda parte la consta de 12 reactivos en los cuales se identifican las siguientes fases: figuración, predicción y determinación de variables modos de variar.

4. Ficha de mis aprendizajes (Anexo N°8) se consignaron las observaciones sobre las actitudes de los estudiantes y sus actividades desarrolladas en las sesiones de trabajo individual y grupal. La ficha consto con tres preguntas las que fueron aplicadas al finalizar cada bloque en los que se dividió la secuencia. Las preguntas que se elaboraron para esta secuencia fueron:

¿Qué Aprendí con estas actividades?

¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?

¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?

La finalidad de tomar tres veces esta ficha era para saber cómo iban reaccionando los alumnos a medida que finalizaban cada parte y cada bloque en los que se dividió la secuencia.

3.3 Procedimiento metodológico

En el desarrollo de la investigación se siguió el proceso metodológico relacionado a continuación:

1. Con base en motivaciones por exploraciones previas, a partir de una secuencia experimental de Arrieta (2003) realizada a cuatro grupos de estudiantes de tercero medio, y lecturas de referentes teórico-conceptual, se levanta una pregunta de investigación.
2. Se reestructura el diseño de enseñanza para los aprendizajes con la finalidad de que permita dar respuesta a la pregunta orientadora y enfocando a la modelación figural. La reestructuración del diseño de la secuencia experimental se acompaña con unas hoja de evaluaciones llamadas Formulario KPSI (inventario de conocimientos previos) y ficha de mis aprendizaje.

3. Se aplica el rediseño de la secuencia experimental de Arrieta y Díaz, (2014) a estudiantes de segundo medio en dos jornadas establecidas, para determinar las herramientas, procedimientos y argumentos que despliegan cuando desarrollan el rediseño; pero enfocándose en trabajar la modelación figural, intentando que esta funcione como herramienta para predecir, potenciando el entendimiento, el sentido y la construcción de significados en la actividad matemática de los estudiantes. La primera parte de la secuencia se divide en dos periodos en este primer periodo se entregará previo a la secuencia el primer Formulario KPSI para ver los conocimientos previos que tienen los alumnos antes de comenzar la secuencia, luego se aplica la primera parte de la secuencia donde resuelven hasta el reactivo 7 y al final se entrega la ficha de mis aprendizajes para ver las percepciones de los alumnos al finalizar esta primera etapa, se les brinda a los estudiantes un recreo, posteriormente en un segundo periodo se entrega el segundo formulario KPSI para dar comienzo al término de la primera parte de la secuencia experimental y al final se entregará nuevamente una ficha de mis aprendizaje para poder analizar sus percepciones al transcurrir la secuencia. En la segunda jornada se entrega el tercer formulario KPSI y luego la segunda parte de la secuencia experimental para finalizar entregándoles una ficha de mis aprendizajes para comparar y analizar sus posturas y críticas desde el comienzo al fin de la secuencia.

5. Se recoge la información de la secuencia (por reactivo) y de las instancias de evaluación, transcribiendo los resultados de los estudiantes sobre dicha secuencia a cuadros comparativos. (Anexo N°13)

6. Se contrastan analíticamente conjeturas y desarrollos estudiantiles, como también se analizan las respuestas a los instrumentos evaluativos para así generar conclusiones sobre la problemática planteada en un comienzo y ver si se dio respuesta al objetivo propuesto.

CÁPITULO IV: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4 Análisis de las producciones de los alumnos

A partir de los instrumentos aplicados, se procede a analizar la información recopilada, para posteriormente ser analizada.

4.1 Evidencias Previas

El diseño de la secuencia de experimentación y modelación de Arrieta (2003) vivido por los estudiantes (Ver anexo N°1) se constituye en la propuesta didáctica de la investigación. Esta se enfoca en una perspectiva de modelación que muestra una interacción entre el fenómeno y modelos tabular, algebraico y gráfico.

Se recogen los desarrollos de los estudiantes (Ver anexo N°2) para su análisis con el propósito de acopiar evidencias de desarrollos posibles bajo este diseño a la vez que visibilizar adaptaciones en el marco de los objetivos del estudio.

4.1.1 Análisis sobre las evidencias previas

Los desarrollos de los estudiantes muestran, respecto del uso de la tabla en los primeros reactivos, una variedad de estrategias. Entre ellas la de puntos medios en la cual los estudiantes fueron dividiendo la diferencia entre parejas de valores consecutivos para predecir valores ausentes de la tabla de valores del experimento; el uso de la regla de tres tomando tres valores conocidos y uno desconocido para, mediante una proporción, encontrar el valor faltante y de este modo predecirlo. Esta estrategia se muestra la más persistente en tanto los estudiantes avanzan en los reactivos de la secuencia.

Se aprecia que algunos grupos ponen en práctica de modo mecánico la estrategia de la regla de tres. Es frecuente el error de no sumar a los resultados de la regla de tres, la posición inicial del resorte en el fenómeno. Esto deja entrever que la información en la tabla no se utiliza para verificar la coherencia del valor que así determinan.

En los reactivos que promueven el modelo algebraico(reactivos N° 8,9,10 y 11), las producciones estudiantiles permiten conjeturar una diversidad de estrategias o formas de dar respuesta a cada ítem, entre las cuales está presente nuevamente la regla de tres (presentando en un caso las mismas dificultades) y la ecuación general presentada de dos formas diferentes: (a) mediante una narración de su procedimiento y, (b) una estrategia algebraica en la cual se identifican distintos

componentes de la expresión general. Cabe precisar que un grupo de estudiantes, si bien logra entregar una expresión algebraica, esta no toma la fuerza necesaria para predecir nuevos valores, persistiendo el recurso a la regla de tres como herramienta para las predicciones solicitadas.

Referente a la primera parte de la secuencia se logra apreciar que un grupo logra identificar el valor de cambio unitario de 1.5 implícito en la Tabla. Ello muestra una interiorización importante en el uso de la tabla como medio de predicción, esto es, como modelo. Se aprecia la aparición de una expresión algebraica en que sus componentes son vinculadas con el fenómeno; posteriormente se la usa para predecir valores. Pero todos los grupos en algún momento utilizan la regla de tres para lograr entregar respuesta a sus reactivos, algunos abusando del uso de este método, restando posibilidades de encontrar o vincular los modelos antes mencionados (tabular y algebraico).

En la segunda parte de la secuencia predomina el uso de la gráfica cartesiana como modelo. En reactivos posteriores se busca vincular los modelos trabajados. Al analizar las gráficas que los estudiantes presentan (ver anexo N°3) se aprecian distintos tipos: histogramas, de puntos y pseudo-gráficos lineales. No se trata de graficas cartesianas como tal, ya que muestran desconocimiento de las convenciones de dependencia e independencia que considera la matemática y la matemática escolar para los ejes del plano cartesiano, invirtiendo el ordenamiento de datos (en el eje de la abscisas la posición y en de la ordenada el peso). En este estudio se denominaran "*figuras de estudiantes*" o "*figuras estudiantiles*".

El tipo de figuras estudiantiles realizada influyó en las respuestas a los reactivos donde en un principio se dificultó la modelación debido a que se vinculaba la forma y la extensión de las figuras con la elasticidad que presenta el resorte; pero avanzando con los reactivos las figuras de los estudiantes logran vincular su inclinación con la elasticidad propuesta en el fenómeno: a partir del comportamiento de la figura, refieren a cómo debe ser el resorte, si más o menos rígido.

En la secuencia de experimentación y modelación, existen reactivos que se vinculan a una red de modelos, en donde se interviene el fenómeno para generar cambios en los distintos modelos (algebraico, tabular y figural), relacionándolos indirectamente.

Los estudiantes frente a estos reactivos toman una visión más amplia, no logrando la relación biunívoca entre los modelos y el fenómeno, entregando respuestas tales como: “ cambian los valores" o “cambia la posición”.

Esta relación biunívoca puede ser vista en el siguiente esquema:

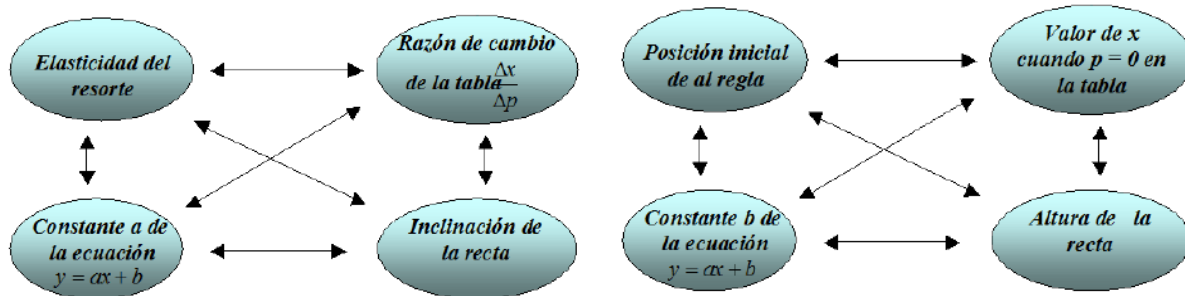


Figura 3. Representación esquemática de la red de modelos, tomada de Arrieta y Díaz (2013).

La problemática en los reactivos restantes en los que se requería una vinculación con los distintos modelos, las respuestas de los estudiantes fue de forma general y amplia, desvinculando los componentes de los distintos modelos.

4.1.2 Conclusiones de evidencias previas

Esta investigación destaca la fuerza que presenta el modelamiento con distintas figuras por parte de los estudiantes, que en la secuencia vivida por ellos es la modelación predominante por sobre la tabular y la algebraica.

Se estima el uso abusivo de la regla de tres como un obstáculo para que las otras formas de modelación se trabajen satisfactoriamente, lo cual puede ser solucionado con reactivos que propicien ciertos procedimientos, brinden de fuerza y validez a estas formas ya mencionadas. Otra dificultad es la falta de argumentación de ciertas respuesta que no permiten realizar un claro análisis de los sobre el trabajo y comprensión de los estudiantes.

Estas conclusiones ayudan a generar la pregunta de investigación propuesta y son tomadas como premisas en la realización de un rediseño de esta secuencia para dar respuesta a esta inquietante, acompañando de instancias que la validen.

4.2 Primer periodo de secuencia de experimentación (15 de octubre del 2014)

En este primer periodo, se analizan las producciones según la implementación y metodología del rediseño de enseñanza y evaluación tomadas a un grupo de

estudiantes. En primera instancia se les realiza un inventario de conocimientos previos (KPSI) y posteriormente fue aplicada la secuencia de experimentación y Modelación lo que finalizo con una evaluación auténtica (ficha de mis aprendizajes).

4.2.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°1

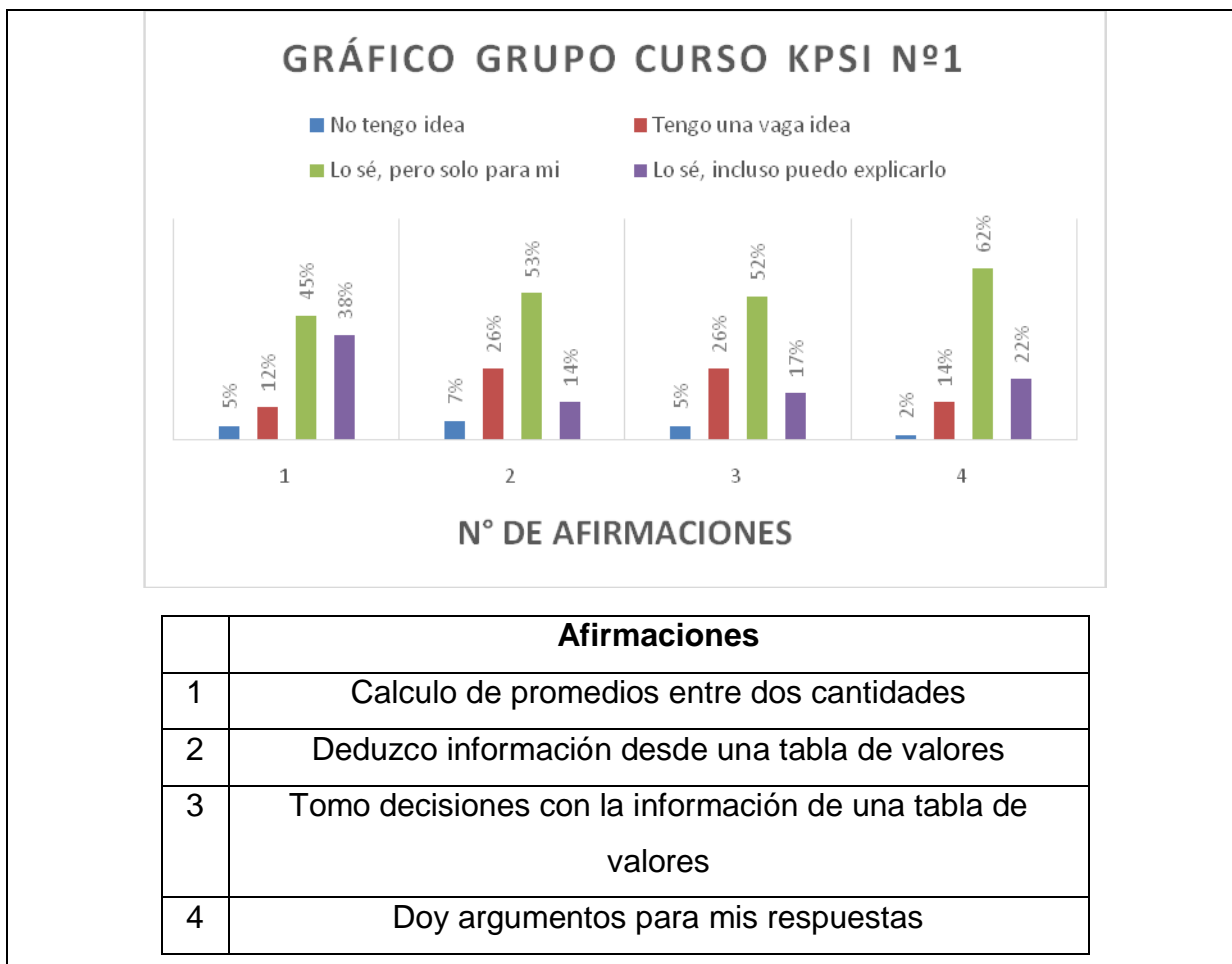


Figura 4: Datos tomados del anexo KPSI 1 (Anexo N°9)

En este primer kpsi los estudiantes suscriben la tendencia de algunos de sus conocimientos dominados para luego realizar la actividad de experimentación.

Al responder cada una de las afirmaciones propuestas, se puede apreciar que un 38% de los estudiantes afirman ser capaces de “calcular promedios entre dos cantidades”, consiguiendo explicárselo a algún compañero. Es las afirmaciones de: “deduzco información desde una tabla de valores” y “tomo decisiones con la información de una tabla de valores” la cantidad de estudiantes que afirman saber para sí mismos tubo una mayor aceptación como también el tener una vaga idea,

pero por el contrario en estos casos explicárselo a un compañero tubo una considerable baja. También se logra ver que un 62% de los estudiantes afirman dar argumentos para sus respuestas solo para ellos mismos, convirtiéndose en la afirmación más votada de todas. En general este análisis desconocimientos previos resulto bastante positivo para el desarrollo de esta actividad ya que se pudo constatar con que herramientas contaban los estudiantes para dar inicio a la actividad.

4.2.2 Análisis de la secuencia parte I (Reactivo del 1al 7)(Anexo N°13)

El rediseño de la secuencia comienza proponiéndoles a los alumnos que describan el experimento con sus palabras.

El G1 vemos como los estudiantes logran describir la funcionalidad de los aparatos que confeccionan el experimento, y el fenómeno de la elongación del resorte, por el contrario el G2 describe la variación presente en el fenómeno y la correspondencia entre el peso y la elongación del resorte, el G3 al igual que el anterior describe el fenómeno pero no identifican la correspondencia entre la variación del peso y la elongación explícitamente a través de cantidades si no la identifican a modo de acción reacción, el G4 realiza una descripción más profunda identificando el punto inicial y la correspondencia de las variables de peso y elongación, G5 hace referencia a las pesas pero no al fenómeno ocurrente exceptuando por la enunciación de la tabla de valores, por último el G6 describe los artefactos del experimento y hace alusión a la correspondencia de las variables del fenómeno.

Luego suponen que si colocan 60 gramos, ¿En qué ubicación estará la flechita? Se les solicita que escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

A modo general todos los grupos llegaron a la respuesta de 135 mm, en los grupos G2, G3, G5, G6 observamos que los estudiantes ocupan la tabla de manera explícita para entregar y argumentar sus respuestas, en cambio el G1 y G4 realizan un análisis más profundo, identificando tanto la posición inicial como la correspondencia de las variaciones de peso y la elongación del resorte.

Ahora analizan que si la flechita está ubicada en 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriben su respuesta y explican con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

A modo general se puede apreciar que todos los grupos dieron la respuesta de 20 gramos, específicamente en los grupos G2, G3 y G5 podemos observar que los estudiantes utilizan la tabla de manera explícita para entregar y argumentar sus respuestas. Por otro lado, los grupos G1 y G4 realizan un análisis más profundo, identificando tanto la posición inicial como la correspondencia de las variaciones de peso y la elongación del resorte, resaltando al último grupo G6 que a diferencia del reactivo anterior sufre un desplazamiento en su forma de argumentar su respuesta mostrando un análisis más profundo similar a los grupos G1 y G4.

Se les pregunta por un valor que no se suscribe en la tabla donde los estudiantes lo tendrán que predecir, si colocan 50 gramos, ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesas? Escriben su respuesta y explican con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Al tratarse de un valor que no está presente explícitamente la mayoría de los grupos busca respuestas de manera un poco más profunda. Los grupos G3, G4 y G6 en este reactivo la utilización de la búsqueda de puntos medios, entendiendo la relación que tiene los pesos con las ubicaciones, tomando en cuenta que si 50 gramos está a la mitad entre 40 gr y 60 gr, su correspondiente en ubicación estará a la mitad entre 105 mm y 135 mm, esto se puede apreciar también en el grupo G1 quienes por su argumentación de la respuesta dan a conocer una forma más abstracta de entender los procedimientos. En cambio, G5 reconoce el delta de posición para dar respuesta al reactivo, entregando indicios de la relación de la posición con el delta de peso. Por último G2 da respuesta al reactivo pero sin argumentar limitando el análisis de esta.

Luego se les pide que predigan la ubicación si colocamos 85 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesa? Escriben su respuesta y explican con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Los cinco grupos comparten en decir que la ubicación del portapesas a los 85 gramos está en 172,5 mm, exceptuando al G2 quien suscribe que se encuentra en

172,5 gramos, como es una cantidad que no sale explícitamente en la tabla los estudiantes del G1 y G5 ocupan como estrategia sacar puntos medios sobre puntos medios de los datos dados en la tabla más cercanos al valor que se les pregunta análogo a cómo los realizaron en el reactivo anterior, es decir, primero sacan el valor de 10 gramos el cual lo deducen por la tabla diciendo que mientras la razón de peso aumenta en 20 gramos la ubicación de la flechita aumentará 30mm y luego que encuentran la posición en los 10 gramos vuelven a sacar en punto medio para encontrar la ubicación de la flechita a los 5 gramos los cuales se lo suman al valor dado en la tabla que es el 80 gramos, G2 si bien da respuesta al reactivo no da a conocer que estrategia utilizó para encontrar su resultado; G3, G4 y G6 utilizan la regla de 3 relacionando los valores de peso y posición para encontrar el cuarto valor.

Para que continúen deduciendo valores que no se encuentran en la tabla, ahora se le pide el valor de la ubicación si colocan 21 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesas? Escriben su respuesta y explican con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

En este reactivo G2, G3, G4 y G6 utilizando la regla de tres suscriben que la respuesta es 78,75 no tomando en consideración el punto inicial de la tabla y dejando de lado el fenómeno variacional y la correspondencia entre las variables de peso y elongación, por el contrario G1 y G5 utilizando el incremento logran suscribir que la respuesta es 76,5, G1 argumenta su respuesta utilizando los puntos cuartos vistos en el reactivo anterior, pero G5 no tiene una argumentación contundente limitando un análisis más profundo.

Para concluir esta primera etapa se le pregunta ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se coloca 1 gramo? Escriben su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

El reactivo muestra que G1 y G3 utilizan las respuestas anteriores y encuentran el incremento del fenómeno de variación y así argumentan su respuesta, G2 utiliza la regla de tres en la correspondencia variacional del fenómeno dilucidando el incremento, lo que no consideraron en la pregunta anterior, pero aun así no definen su respuesta, G5 alude al incremento inmediatamente pero no tiene una

argumentación contundente limitando nuevamente un análisis más profundo y al igual que el G2 no definen su respuesta, por el contrario G4 y G6 utilizan la regla de tres no tomando en cuenta la posición inicial mostrada en la tabla, por lo que el resultado que suscriben es 3,75 mm y al igual que G2 y G5 no definen su respuesta tomando en consideración el punto inicial.

4.2.3 Análisis de la primera ficha de mis aprendizajes.(Anexo N°10)

G1: En este grupo, ante las preguntas sobre lo que había aprendido con la actividad del rediseño de la secuencia de experimentación y modelación, las 3 integrantes comparten su opinión en decir que aprendieron a trabajar en equipo y a escuchar opiniones de sus compañeras (os), A1 además dice haber escuchado las soluciones de sus otras compañeras, A2 sin embargo realizó cálculos con dificultad y A3 encontró argumentos desconocidos para una tabla de información, refiriéndose a valores que estaban implícitos en la tabla. Al ver sus tres comentarios podemos deducir que A1 fue una observadora en el equipo, A2 fue proactiva en el trabajo pero con nivel más superficial en cambio A3 mostró una mirada más profunda en cuanto a que trataba la actividad.

Las alumnas (os) se sintieron cómodas y en un grato ambiente puesto que se encontraban trabajando con compañeras que eran agradables para ellas, mostrando ser un grupo afiatado ya que se entendían bien, a pesar de eso A2 mantiene una inteligencia sutil distinguiendo que se sintió bien pero de igual manera tuvo un estrés positivo por querer resolver los ejercicios, mostrando un mayor interés en realizar los desafíos de la actividad.

Cuando se les preguntó cómo le explicaron a algún compañero lo que vieron en la actividad, todas las integrantes del grupo estarían dispuestas a le explicárselo a algún compañero, A1 con paciencia y siendo clara, pero no tiene claro lo que les enseñaría, A2 por su parte les mostraría formas de operar los ejercicios pero al igual que A1 no tiene claro lo que les enseñaría y A3 le enseñaría a alguien que tenga interés en aprender, mostrándose más estratégica y focalizada para compartir sus conocimientos.

Al contrastar las fichas de mis aprendizajes de este grupo con sus KPSI realizados al comienzo del rediseño de la secuencia, A1 y A2 mostraban más seguridad y disposición para poder explicarle a otro compañero, pero no tenían claro

que enseñar; en cambio A3 si bien tenía claro sus conocimientos no mostró mayor interés en explicarle a algún compañero, esta deducción la atribuimos a lo mencionado anteriormente en los análisis hechos a A3.

G2: Los tres integrantes de este grupo compartiendo la misma opinión sobre aprender a sacar información de una tabla de datos, además mostraron una comodidad en el desarrollo de la actividad, apreciaron lo bien que se sintieron trabajando en equipos. B2 suscribe hacer cosas nuevas sin saber bien lo que era en cambio B3 dice que aprendió nuevas cosas dejando ver que había algo concreto en el contenido que aprendió, pero la ausencia de estos aprendizajes en esta ficha propone una observación alternativa, la cual se realizó a nivel presencial por parte del equipo investigador donde se logró ver la presencia de estos aprendizajes por medio de preguntas que los estudiantes realizaban en el desarrollo de la actividad, sobre todo por parte de B3, el cual estaba más comprometido con la actividad, su actitud y su tenacidad al tratar de resolver la actividad, mostró que fue un desafío para él esta secuencia, notándose en su última respuesta de esta ficha donde enseñaría a otro compañero la relación que existe entre el peso y la ubicación que se encuentra de manera implícita en la tabla, en cambio B2 fue un poco más estratégico en el desarrollo y se dejaba llevar más por lo que opinaba B3, y cuando le preguntaban cómo le explicaría a un compañero lo que vio de la actividad dice que trabajo buscando peso en una balanza que fue lo que el apreció sin tener precisión en explicarle un contenido o alguna deducción sacada de la secuencia ,por el contrario se notó tanto en la ficha de aprendizajes como en la observación presencial del equipo de investigación que B1 fue más superficial y muy poco comprometido con el rediseño de la secuencia, en sus apreciaciones suscritas en la ficha de aprendizajes se pudo notar esto, ya que en su respuesta de cómo le enseñaría lo que vio en la actividad a otro compañero es una respuesta más de un observador que de un participante involucrado con la actividad realizada.

Al comparar los KPSI con las fichas de mis aprendizajes de los estudiantes de este grupo, el desplazamiento no es muy significativo puesto que por parte de B3 desde antes de comenzar la actividad mostraba disponibilidad de enseñar lo que

sabía; tanto B1 y B2 desde un principio decían tener algún conocimiento pero sólo para ellos lo que mostraba dificultad para poder compartir sus conocimientos.

G3:Se logra observar que en la primera pregunta de la ficha no hubo una opinión propia de cada integrante del grupo, más que nada se conjeturó a modo de equipo de investigación, que el grupo de estudiantes suscribió una respuesta en conjunto o uno la realizó y los otros se dejaron influenciar por él, pero en definitiva se logra ver que suscribieron aprender el uso de la regla de tres en la pregunta dos C1 y C3 suscribieron sentirse bien después del desarrollo, C2 se sintió en un comienzo incómodo pero al transcurrir la actividad se sintió cómodo y le resultó agradable trabajar en esta actividad y en la secuencia de experimentación y modelación. En la última pregunta cómo le explicaría a algún compañero lo que vieron en la actividad, C1 y C2 no tienen claro lo que está sucediendo en la secuencia por lo que no podrían explicarle a otro lo que vieron de la actividad, C3 en cambio tiene claro que vio la regla de tres en todo momento por lo que nos deja claro que al comienzo del rediseño de la secuencia C1 y C2 solo se dejaron llevar por lo que aprendió C3.

G4:En esta ficha de aprendizajes se logra ver que los tres integrantes del grupo suscriben aprender tanto a escuchar como a usar más la regla de tres en el caso de D1, a comprobar resultados mediante la tabla y a ocupar la regla de tres en el caso de D2 y a usar la regla de tres y a argumentar por la información que me entrega la tabla en el caso de D3, estos dos últimos integrantes, realizan afirmaciones bastante importantes, estos estudiantes se dieron cuenta de la importancia de la tabla como medio de información, además D3 incluso logró argumentar con la información de la tabla, lo que nos muestra que él estaba modelando tabularmente. En la segunda pregunta los integrantes del grupo afirman haberse sentido de forma agradable, pero D1 y D2 argumentaron sentirse acompañados e identificaron la colaboración del equipo en general, D1 en la pregunta 3 suscribe que explicaría cómo le explico sus compañeros de grupo, D2 asume que tendrá que trabajar con el estudiante a quien le explicaría y la respuesta de D3 no aplica para un análisis. Contrastando con sus KPSI, se puede observar que todos los integrantes del grupo responden tener una vaga idea o saber solo para ellos todos los ítems del inventario de conocimientos previos, y con esto podemos ver un avance en el estudiante D1 ya que en esta ficha

suscribe que si podría explicarle a un compañero e incluso afirma haber explicado este experimento a sus compañeros de grupo, y esto muestra un avance positivo en el desarrollo de esta investigación.

G5: Este grupo cuando les preguntaron qué aprendieron con la actividad E3 y E2 dicen que no aprendieron nada que ellos no supieran, sin embargo manifiestan que les sirvió. E1 por el contrario dice que le sirvió mucho porque no tenía idea de nada, lo que nos da a entender que E2 y E3 mantienen mucha seguridad en sus conocimientos. En cuanto a cómo se sintieron en la actividad este grupo se sintió cómodo, divertido e incluso E1 dice que se sintió mejor que en la clase de matemática, lo que como grupo investigador presencial de la actividad nos dimos cuenta que este grupo estaba muy comprometido y a gusto con la actividad.

Cuando se les preguntó a este grupo si le explicaría a algún compañero E1 no manifiesta interés en hacerlo por lo que esta estudiante muestra que lo que aprendió en la actividad fue solo para ella o que solo fue una observadora en el rediseño de la secuencia por lo que no tiene mayores conocimientos para explicarle a otro lo que vio en la actividad más que lo que vio de forma superficial, E3 y E2 suscriben que lo harían con una actividad interactiva y E2 agrega que les pediría pensar un poco desafiando a su aprendiz. Como grupo investigador de la actividad pudimos ver que E2 y E3 miraron más profundamente la actividad, si bien mostraban seguridad de igual forma fue un desafío para ellos poder analizar cada reactivo.

Contrastando las respuestas de este grupo con sus fichas KPSI, notamos que desde un comienzo E1 no se atrevía a enseñarle a un compañero y que tenía vagos conocimientos de algunos aprendizajes previos por lo que no varió su postura en el desarrollo de la actividad, E3 si bien durante la actividad se mostró segura previamente manifestó que los conocimientos que sabía eran solo para ella, después sin embargo se atrevía a enseñarle a algún compañero, E2 desde un comienzo en cuanto le preguntaron por la afirmación si deducía información desde una tabla de valores suscribió saber y poder explicárselo a un compañero lo que se confirma en la ficha de mis aprendizajes.

G6: A este grupo de trabajo al momento de preguntarles qué aprendieron, mencionan como parte fundamental del experimento la tabla y los problemas que van

apareciendo de ella, los que se pueden atribuir a los valores que no aparecen explícitos y se les pide encontrar en los diferentes reactivos, donde menciona el haber aprendido a desarrollarlos y se puede apreciar en un sus desarrollos, aunque tanto F1 y F3 no especifican los conocimientos o problemas que surgieron y aprendieron a resolver. Por su forma de referirse a lo que aprendió F2 se nota que ella se interiorizó más en el trabajo llevándola al punto de “desarmar la tabla” sacando lo necesario de ella para dar respuesta a los reactivos.

Referente a la segunda consulta de la ficha del cómo se sintieron con la actividad, a nivel de grupo y personal fue de un buen sentimiento, donde F1 comenta que era cosa de leer y comprender, lo que nos dice que era una secuencia de interés que necesitaba concentración para desarrollarla y F2 resalta lo importante que es para ella el uso de tablas en matemáticas y que bueno es que se ocupen nuevamente lo que nos dan a pensar que en matemática las tablas se estaban dejando de lado y no se estaban utilizando como una herramienta válida para las matemáticas.

Sobre la última consulta se nota una disposición de todo el grupo a enseñar lo que trabajaron en la actividad, notándose que cada una de las integrantes enseñaría como actúa ella durante la actividad, F1 le leería o lo haría leer para que actúe, porque lo que rescata de la actividad es algo más superficial, ya que posiblemente fue más una ayuda para F2, mientras que ella aparte de leer le explicaría los desarrollos que ella utilizó en el desarrollo de la actividad ya que fue la que más se involucró con la actividad y F3 fue una observadora al momento de desarrollar la actividad por lo visto en sus respuesta de lo que aprendió y cómo le enseñaría a otro compañero, mostrando lo periférico de esta actividad.

4.3 Segundo periodo de secuencia de experimentación (15 de octubre del 2014)

En este segundo periodo, se analizan las producciones según la implementación y metodología del rediseño de enseñanza y evaluación tomadas a un grupo de estudiantes. En primera instancia se les realiza un inventario de conocimientos previos (KPSI N°2) y posteriormente se dio término a la primera parte

de la secuencia de experimentación y modelación lo que finalizo con una evaluación auténtica (ficha de mis aprendizajes).

4.3.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°2

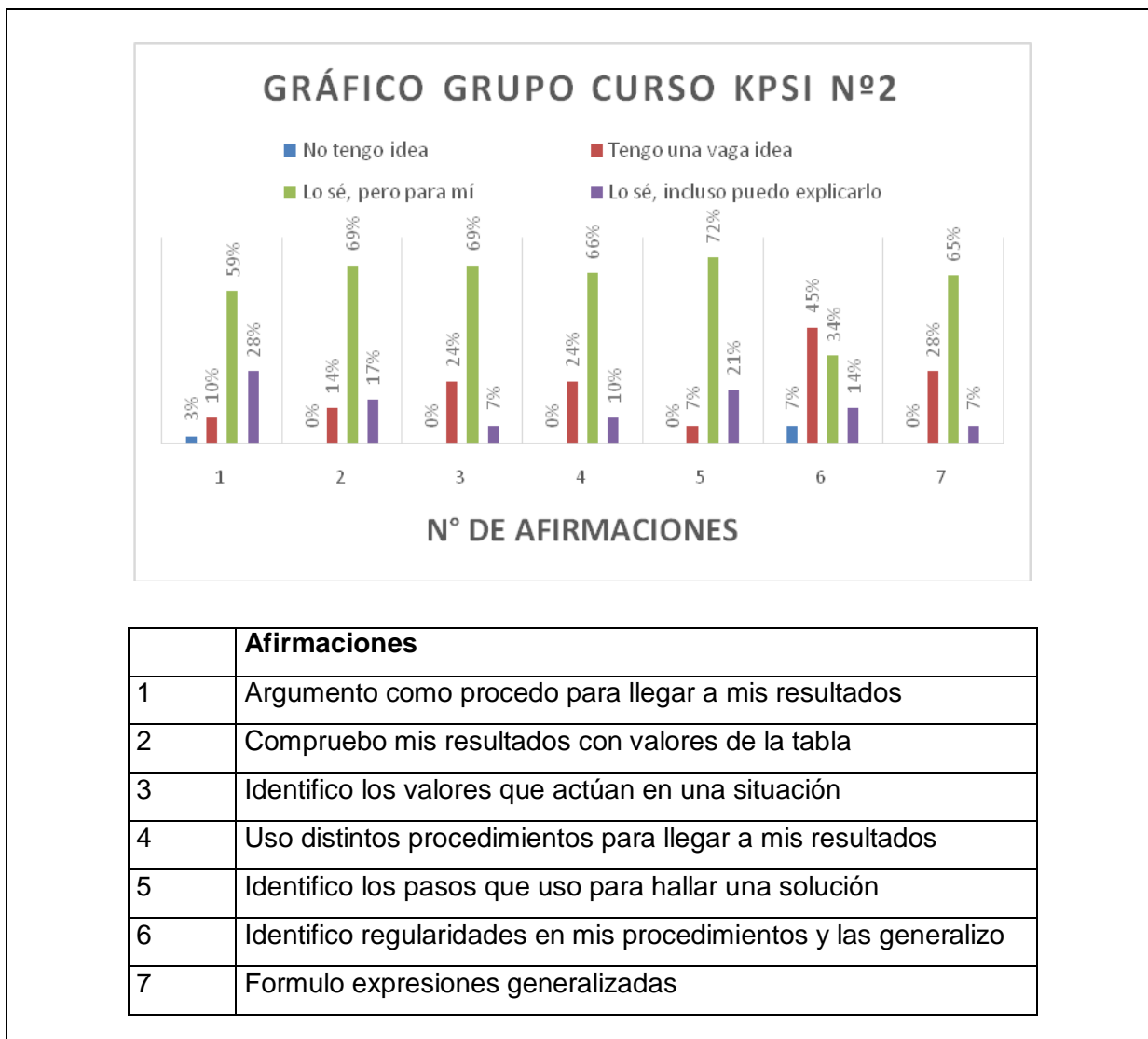


Figura 5: Datos tomados del Anexo KPSI 2 (Anexo N°9)

Este segundo KPSI fue tomado en el punto medio de la primera parte del rediseño de la secuencia de experimentación y modelación (pregunta 7), lo que resulto positivo para el desarrollo de la continuación de la secuencia, ya que la mayoría de los estudiantes tienen un conocimiento a nivel personal de los puntos a tratar en la actividad, también se logra dirigir y activar los conocimientos previos necesarios, lo cual se comprueba en el análisis de los gráficos, exceptuando en la afirmación “identifico regularidades en mis procedimientos y las generalizo” en la

cual más de un 45% de los estudiantes tenían una vaga idea de lo que se trataba. Se logra destacar que en la segunda, tercera, cuarta, quinta y séptima afirmación todos los estudiantes tenían al menos una vaga idea de estos conocimientos y finalmente en forma general hubo una disminución de la cantidad de estudiantes que afirmaban poder explicarlo a algún compañero.

4.3.2 Análisis de la secuencia parte I (Reactivo del 8 al 14)(Anexo N°13)

En este bloque se busca que los alumnos generalicen cómo será la ubicación del portapesas de acuerdo a un determinado peso por lo que se les pregunta ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan x gramos? ¿Por qué?

El G1 se da el caso particular para el valor de x al no considerar a esta como una variable, con lo cual se formaron un obstáculo que le impidió generalizar. En el caso de los grupos G2, G4, G5 y G6, entregan datos sobre la relación que tienen los delta de variación (Peso y Ubicación) y dejando entre ver el dato de posición inicial que es 45, para luego formar una ecuación general, se logra apreciar que estos grupos realizan las mismas respuestas, con las misma variables y sin una argumentación sobre su proceder lo que nos orienta a que un grupo realizo la actividad y los demás se apoyaron en él, se resalta que el grupo G5 generaliza una formula y la comprueba para su validación. Por su parte el grupo G3 no dio respuesta al reactivo impidiendo su análisis.

Los alumnos utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinan la ubicación del portapesas cuando se ponen 60 gramos, para comprobar sus conjeturas. Confrontan su resultado con el valor de la tabla y argumentan sus respuestas

En este reactivo se puede observar que los estudiantes del grupo G1 al no generalizar en la respuesta anterior vuelven a ocupar el método de la tabla, realizando esta acción por comodidad operacional para ellos, dando argumento de su respuesta, en cambio los grupos G2, G4, G5 y G6 al igual que en el reactivo anterior siguen la misma tendencia, ocupan la generalización encontrada y remplazan, validando su fórmula como una herramienta de cálculo, pero dejando de lado la parte b) del reactivo, en el cual se le pedía la argumentación de su respuesta, mostrando su también se considera en nuestro análisis la observación de que los

cuatro grupos se guían por el proceder de uno solo, impidiendo un análisis variado y más detallado, referente al grupo G3 al igual que el reactivo anterior, no dieron respuesta.

Se les pregunta por un valor que no está predicho en la tabla, se analiza que estrategia utilizaran para calcular esto para ello se les pregunta ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 38,3 gramos?

En este reactivo se observa que todos los grupos exceptuando el grupo G3 que no dio respuesta, utilizan la ecuación generalizada en los reactivos anteriores, se muestra una distinción en el proceder del grupo G1 el cual, para poder dar respuesta a este reactivo tiene que apropiarse de la ecuación encontrada por los otros grupos, tras la exigencia de la inclusión de decimales en las variables, lo que aumentaría la dificultad para encontrar la respuesta utilizando el método con el que venían trabajando, los otros grupos tras validar la ecuación encontrada la continúan utilizando, concluyendo todos los grupos con el mismo resultado en su respuesta.

Para verificar sus conjeturas se les pregunta ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 62,6 gramos? .

Se aprecia que en el proceder del grupo G1, aunque utilizaron en el reactivo anterior la ecuación encontrada por los otros grupos, no la consideran como herramienta válida para ellos, lo que se deriva en la utilización del incremento, puntos medios y decimos para concluir una respuesta cercana a la pedida en el reactivo, los grupos G2, G4, G5 y G6, al igual que en los otros reactivos utilizan la fórmula encontrada para dar respuesta al reactivo, en esta ocasión se observa que el grupo G5 obtiene un resultado distinto al realizar la operación, y se atribuye a que suman de forma incorrecta o sufre un error al transcribir su respuesta. El Grupo G3 no presenta respuesta de este reactivo.

Por sus respuestas anteriores se observa que los estudiantes ocupan diversas estrategias para encontrar sus resultados, para saber cuál fue la utilizada en cada grupo se les pregunta ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto? Se

les apunta además a que expliquen muy bien como conjeturaron la fórmula y luego que comprueben la posición para el peso de 100 gramo, para verificar su expresión. Los grupos G2, G4, G5 y G6 presentan la herramienta de cálculo con la que venían trabajando como la formula general validándola inmediatamente con el valor requerido, realizando un trabajo más preciso sin argumentar sus respuesta, exceptuando de estos grupos, G5 quien argumenta como utilizan su fórmula e identificando que 45 equivale a la posición inicial cuando no hay peso agregado, precisando un análisis más profundo de su herramienta de cálculo. Por otro lado G1 muestra que no se apropió de la herramienta que sus otros compañeros utilizaron y se compartieron en el reactivo 8, sigue utilizando el procedimiento que trabajo la mayor parte de la secuencia, sacando puntos medios argumentando que para cualquier valor se puede utilizar este método; dentro de su argumentación cabe destacar que identifican tanto la ubicación inicial del porta pesas sin los pesos y la relación de los delta de peso y posición. G3 no entrega respuesta de este reactivo.

Para comprobar su expresión del reactivo anterior se les pregunta ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 18.45 gramos? Escriben su respuesta y explican con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

El grupo G1 utilizando el método mencionado anteriormente puntos medios y valor unitario para obtener el valor de la ubicación al colocar 18 gr. excluyendo la parte decimal, ya que aumenta la dificultad para el cálculo con su método de puntos medios. En cambio los grupos G2, G4, G5 y G6 utilizaron su fórmula reemplazando el valor requerido en la incógnita y obteniendo el resultado exacto requerido; pero de estos grupos el G5 es el único que expresa su proceder con la formula. G3 no entrega respuesta del reactivo.

Finalizan esta primera parte de la secuencia para verifican cual es la estrategia que utiliza cada grupo ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 125.9 gramos?

En este último reactivo los estudiantes el grupo G1 utilizan su método de puntos medios y valor del incremento para encontrar sus resultados, agregando el uso de la regla de tres para obtener el valor correspondiente a los decimales, poniendo en

juego en este proceder los valores unitarios con los decimales y luego sumando todos estos datos. Mientras que los demás grupos siguen el mismo proceder que en los reactivos anteriores dando fuerza a la formula como método de resolución. El grupo G3 no da respuesta al reactivo.

4.3.3 Análisis de la segunda ficha de mis aprendizajes.(Anexo N°11)

G1: Al realizarles la segunda ficha de mis aprendizajes, A2 y A3 dicen que en esta actividad aprendieron a trabajar en equipo, A1 dice que aprendió a calcular mucho sin enredarse pero no tiene idea que es lo que debe calcular por lo que ella solo dice lo que ve superficialmente en la actividad, A2 también suscribe que aprendió a resolver ejercicios con dificultad pero al igual que A1 no da a conocer lo que aprendió solo que tuvieron que resolver ejercicios, A3 se expresa igual que sus compañeros y agrega que compartió opiniones con ellos; por lo que como grupo investigador nos atribuye a pensar que los integrantes de este equipo estaban dispersos y su participación era poco cooperativa en la actividad; esto sobretodo se pudo observar en la segunda pregunta cómo se sintieron trabajando en la actividad en donde no hubo consenso en sus respuestas A1 por una parte dice que se siente un poco estresada sin manifestar bien a qué se debe su eco estrés, A3 dice que se sintió bien, se siente cómoda y en confianza con sus compañeras porque dice que pueden trabajar bien, por otro parte A2 si bien se sintió cómoda manifiesta que terminó la actividad sola porque su grupo estaba jugando lo que conculca el compromiso de A2 por la actividad al igual que en la ficha uno donde sentía un eco estrés positivo por realizar óptimamente la actividad, lo que no paso con el resto de su equipo quienes solo tuvieron una participación superficial, más de observadoras que de partícipes en la resolución de los reactivos.

En la tercera pregunta si le explicarían a un compañero, al igual que en la ficha 1 todas las integrantes de este grupo están dispuestas a explicarle a algún compañero, Camila dice que le explicaría de la manera más sencilla y fácil haciendo la analogía que le enseñaría con manzanitas, A2 al igual que en primera instancia le haría ejercicios similares a los que ella vio pero de manera más fácil por lo que se los explicaré con sus propias palabras y A3 al igual que la primera instancia sigue con la estrategia de enseñarle a alguien que tenga el interés de aprender.

G2: En esta segunda ficha de mis aprendizajes B3, que en la primera ficha la respondió concretamente, en esta oportunidad no la entrego; pero por parte de los investigadores se da a conocer que el trabajo de B3 fue constante durante toda la actividad.

Respecto de B1 y B2 que si dieron respuesta a esta ficha de aprendizajes, identifican el uso de fórmulas algebraicas al finalizar la primera parte de la secuencia, de las que no se profundiza o interioriza notoriamente, lo que da a conocer una mirada superficial de lo que se realizó, de cómo se logró su formulación y lo que se trabajó con esta fórmula; pero se destaca el la importancia que se le entrega a la fórmula en sus respuestas lo que deja entrever que se desligan del uso de otra herramienta para dar respuesta a los reactivos, mostrando su buena disposición a usar distintas forma de dar respuesta a los reactivos.

Nuevamente resaltan el agrado de realizar la actividad, brindándole fuerza a la idea de implementar estos tipos de secuencia en el aula y la comodidad que les brinda el realizar trabajos en equipo.

Cuando se les realiza la última pregunta responde de manera superficial de lo que trabajaron en la guía sin dar más detalles de la finalidad de esta, ateniéndose a comentar lo que vieron de manera periférica de la guía describiendo a ambos como unos observadores de la actividad; pero no se puede dejar fuera que ambos estudiantes mencionan tener disponibilidad de explicar o ayudar en lo posible a sus compañeros.

G3: En esta segunda etapa de ficha mis aprendizajes, nuevamente este grupo mantuvo una opinión muy similar en la primera pregunta de lo que aprendieron en la actividad dicen que a utilizar fórmulas y en el caso de C3 aprendió a resolver fórmulas lo que como investigadores pudimos observar que en la ficha este grupo determinaba sus respuestas en conjuntos.

Cuando se les preguntó cómo se sentían para C2 y C3 fue agradable y se sintieron bien, para C1 sin embargo ya en esta etapa se sentía aburrido por lo que mostraba poco interés en la actividad, demostrando que había poco compromiso con la secuencia de la elasticidad del resorte.

En la tercera pregunta cómo explicarle a algún compañero C1 y C2 al igual que en la primera ficha aplicada no tienen claro lo que está pasando en la actividad por lo que como observadores nos dan a entender que quizás lo saben para ellos o bien no se han internalizado con la actividad al igual que C3 que si bien en un principio dijo haber visto la regla de 3 ahora comparte la misma opinión del resto de su grupo de no saber cómo explicarle lo que vio a un compañero.

G4: En esta segunda ficha de mis aprendizajes los integrantes aseguran haber aprendido cosas distintas, por un lado D1 aprendió a resolver ejercicios utilizando ecuaciones, mientras D2 aprendió a utilizar las ecuaciones como medio de comprobación y D3 aprendió nuevas fórmulas, lo que nos da a concluir que los integrantes identifican el trabajo con fórmulas algebraicas de distintas formas, aumentando su mundo de utilidades.

Todos los integrantes de este grupo aprecian el trabajo en equipo sintiéndose “bacán” como dice D3 o “bien” como dicen sus otros compañeros, incluso D1 se siente acompañada por sus compañeros lo que deja claro que existió un trabajo compenetrado entre todos.

Sobre si los integrantes le explicarían a un compañero lo que vieron en la actividad, D1 menciona que buscaría la manera más sencilla para él y para ella, aunque no se menciona que es lo que explicaría, pero cuenta con la disposición y las ganas, mientras que D2 se encuentra algo inseguro de sus conocimientos ya que menciona que tendría que trabajar con él, signo claro de inseguridad de su proceder o de lo que supuestamente vio en la actividad y por último esta D3 quien responde despreocupadamente por lo que deja ver que era más un observador de la actividad y sus otros compañeros con dudas o no se involucraron un nivel más con la actividad.

G5: En esta segunda etapa de ficha mis aprendizajes, estos alumnos que si bien en un comienzo decían no haber aprendido nada nuevo, cuando se les preguntó nuevamente E2 y E3 comparten su respuesta y suscriben que aprendieron a formular una ecuación y E1 dice que aprendió a realizar correctamente una ecuación por lo

que concuerda con su primera respuesta en la que manifiesta que con esta actividad aprendió mucho.

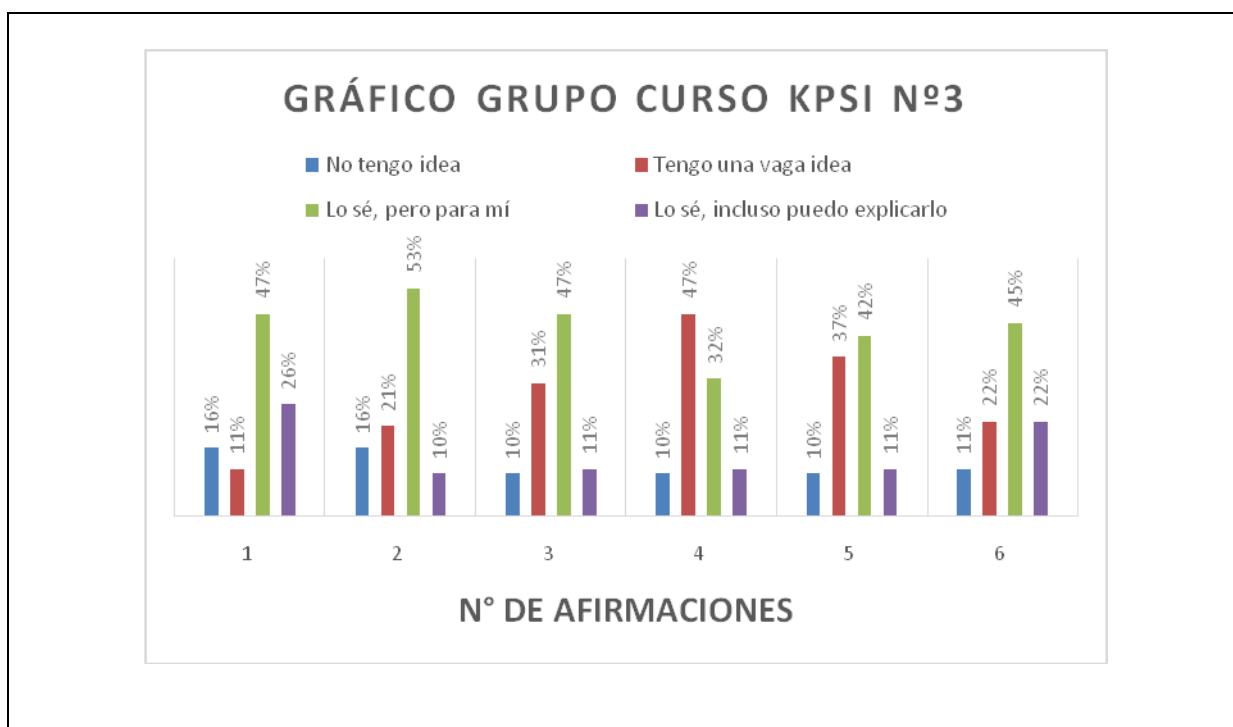
Cuando se les pregunta qué sintieron en la actividad comparten que se sentían a gusto con la actividad, la encontraron entretenida, y E1 agrega que se informó más y como grupo investigador corroboramos que este grupo se apropió de la actividad y en esta segunda etapa seguían con el mismo interés y compromiso de continuar con el desafío que le entregó la actividad de la elasticidad del resorte.

En la tercera pregunta de la ficha de mis aprendizajes de cómo le explicaría a algún compañero lo que vieron en la actividad E1 suscribe que fue larga pero entretenida sin dar alusión al enfoque de la pregunta, pues manifiesta más una opinión personal y no dice si le explicaría o no a algún compañero, E2 y E3 están dispuestos a enseñarle a un compañero con una actividad entretenida e interesante pero no profundizan el saber que le enseñarán a su compañero.

G6: Este grupo no concluye respuestas para esta ficha de mis aprendizajes.

4.4 Tercer periodo de secuencia de experimentación parte II (21 de octubre del 2014).

4.4.1 Análisis del desarrollo del KPSI N°3



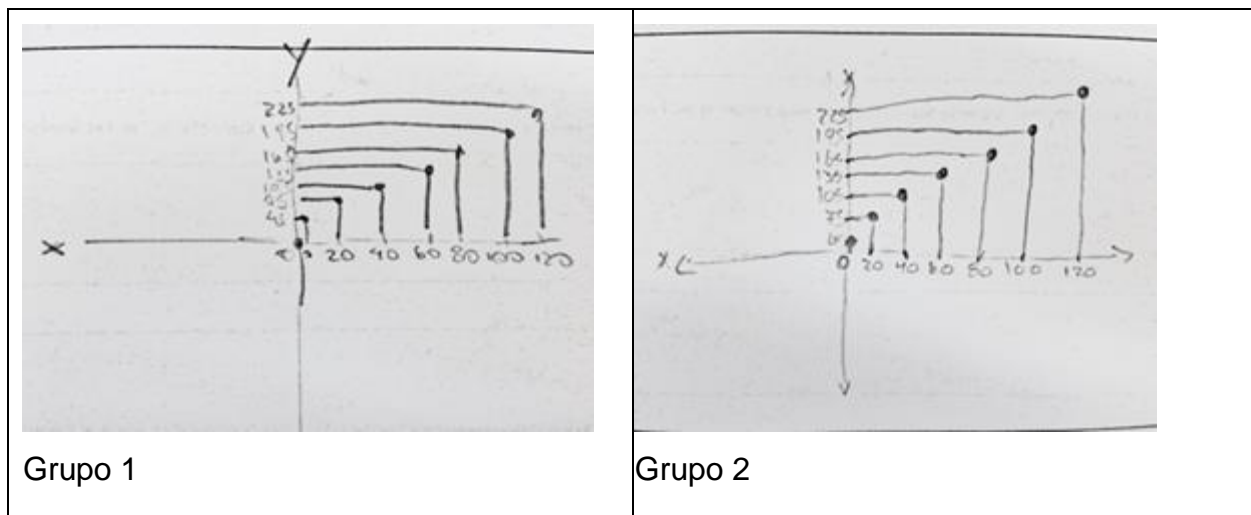
	Afirmaciones
1	Gráfico, si me dan los datos en una tabla
2	Relaciono los datos de un gráfico con una situación
3	Identifico la gráfica de una recta
4	Identifico la inclinación de una recta
5	Identifico la altura de una recta
6	Tomo decisiones con la información de un gráfico

Figura 6: Datos tomados del Anexo KPSI 3 (Anexo N°9)

Este tercer KPSI fue tomado antes de comenzar la segunda parte del rediseño de la secuencia de experimentación y modelación, y al igual que en los anteriores KPSI se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes que dieron respuesta a este KPSI afirma saber sobre los conocimientos involucrados en las afirmaciones, pero solo para ellos, exceptuando la afirmación “identifico la inclinación de una recta” donde el 67% de los estudiantes tienen una vaga idea de lo que se trata.

4.4.2 Análisis de la secuencia parte II.(Anexo N°13)

1. Dispongan los datos de la tabla 1 en un plano cartesiano.



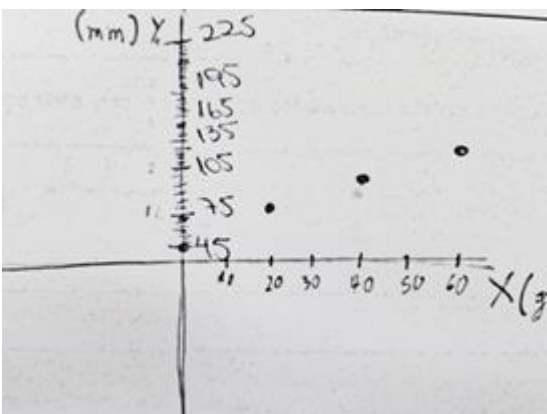
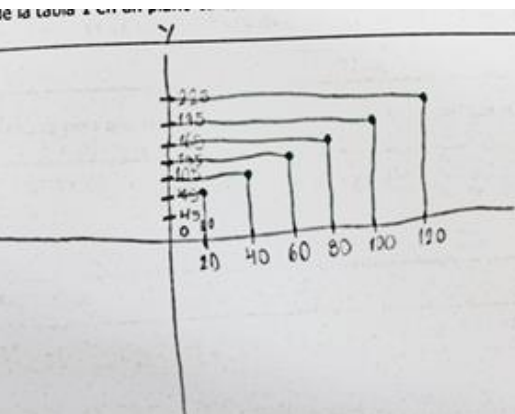
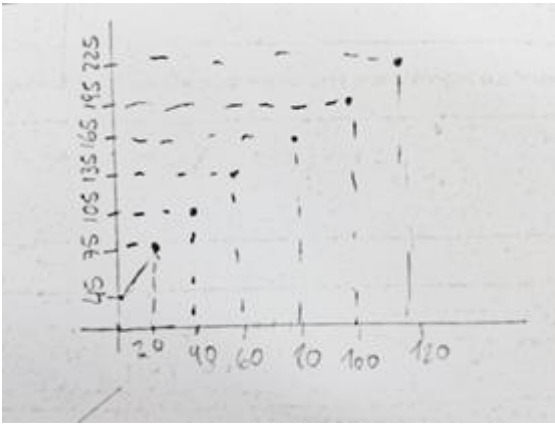
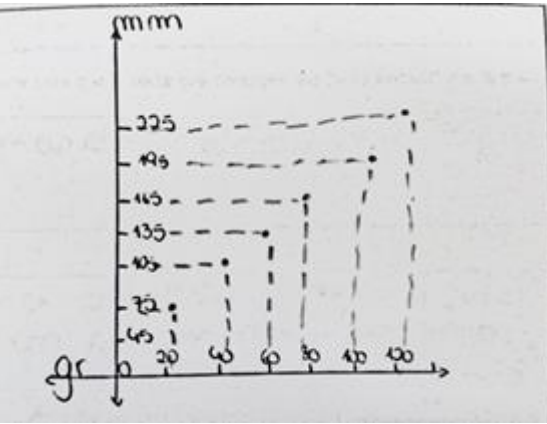
	
Grupo 3	Grupo 4
	
Grupo 5	Grupo 6

Tabla 1: Figuras de los estudiantes

Tras realizar la gráfica cartesiana se les pregunta ¿Cómo obtendría la ubicación del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica? El objeto de esta pregunta es verificar si la gráfica obtenida sirve para observar la ubicación del portapesas, dado una cantidad de gramos.

Se aprecia que los grupos G1, G2, G3, G4 y G6 no utilizaron su figura para encontrar el valor que es requerido por el reactivo, utilizando más que nada regla de tres para llegar a sus resultado, pero tomando los valores que entregaba la tabla explícitamente, lo cual genera resultados erróneos; este procedimiento será analizado más adelante en la investigación. En el caso del grupo G5 en su argumentación. Se aprecia un uso de la gráfica para tratar de encontrar la respuesta, generando intervalos tanto en la elongación como en el peso.

El siguiente reactivo es tomando en cuenta la figura del experimento, si el resorte es más elástico, más flojito ¿Cómo será la gráfica? ¿Por qué?

En este reactivo se encuentran diversas respuestas. Por su parte el grupo G1 y G2 responden de la misma manera, señalando que entre más flojo el resorte marcará mayor distancia; refiriéndose en si más al fenómeno que a su figura, aumentando la distancia de un dato con otro en la ubicación. En el caso de los grupos G3 y G4 señalan como el cambio del resorte afecta la figura construida, haciendo que esta “aumente”, lo que puede ser entendido como un levantamiento de esta, es decir, con una pendiente mayor, mostrando que el fenómeno está relacionado fuertemente con su figura. G5 menciona intervalos más grandes, algo presumiblemente atribuido a su figura o más aun por la respuesta de su ¿Por qué? a la tabla; ya que en ambos se puede apreciar la diferencia entre los valores presentados, los cuales sufren una variación según la elasticidad del resorte. Por ultimo G6 menciona un cambio en los milímetros refiriéndose más al fenómeno, donde por un cambio de la elasticidad tendrían que cambiar los valores de las ubicación, pudiendo graficarse de la misma manera solo que con otros valores.

Las respuestas al reactivo cuatro ¿Cómo será la gráfica si el resorte es más duro, es decir, menos elástico?,

Al igual que el reactivo anterior los grupos G1 y G2 responden lo mismo y mencionan que la gráfica o figura tendrá menos distancia, es decir, a un mismo peso la distancia será menor con respecto a la gráfica inicial lo que no muestra aun el comportamiento de esta, sino más bien con que nuevos datos se tendrá que representar. De la misma forma que el reactivo anterior los grupos G3 y G4 también responde los dos lo mismo pero a diferencia de los otros dos grupos mencionados, vuelven a relacionar lo que sucede con el fenómeno y lo que pasara con la figura, resaltando que “será como un recta pero más baja”, es decir con menor pendiente. El grupo G5 ahora menciona un aumento intervalos más pequeños, lo cual cognitivamente se puede estar representando como una recta con menor pendiente, aunque no es mencionado de forma explícita. G6 por su parte se enfoca más en el fenómeno ya que no se menciona que es lo que pasa con su figura, ya que si no se respetan las distancias

en la colocación de datos en la figura, se podría figurar de la misma forma sin notar algún tipo de variación.

Para verificar como utilizan la gráfica se les pregunta ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengan sea “más vertical” que la gráfica inicial? ¿Por qué?

Como al parecer los grupos G1 y G2 estaban realizando un trabajo en conjunto y uno de ellos no siguió con el desarrollo de la actividad el otro grupo también lo hizo. En cambio los grupos que siguieron avanzando en la actividad G3, G4, G5 y G6 frente a este reactivo que preguntaba sobre el comportamiento del fenómeno según algún cambio realizado a la figura, en este caso, si es que la gráfica fuera más vertical todos concuerdan que el resorte del fenómeno debería ser más elástico, diferenciándose en la efusión, dependiendo de qué “tan vertical” se lo imagine el grupo, y también diferenciándose en la argumentación de sus respuestas.

Se puede apreciar que los estudiantes están asociando la elasticidad del resorte con la pendiente de la recta, la cual varía dependiendo en este caso del incremento asociado al mismo intervalo de peso en un nuevo intervalo de elongación, diferenciándose así de la razón variacional inicial. Esto apunta hacia el pensamiento variacional que están constituyendo los estudiantes, relacionando dos cantidades y analizando su cambio.

En el caso de G3 y G4 como han venido trabajando tienen la misma respuesta “Debería ser más elástico”, es decir que manteniendo la representación de los datos de peso como en un principio la que tendrá que cambiar será la de ubicación aumentando su distancia, haciendo más empinada o con mayor pendiente la gráfica. De igual forma los grupos G5 y G6 tienen ideas planteadas diferentes pero con el mismo fondo de que aumentara la distancia de las ubicación haciendo más vertical su figura y siempre manteniendo la representación de los pesos igual.

El siguiente reactivo dice que con la utilización de la gráfica se les pregunta ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más horizontal” que la gráfica inicial?

En este reactivo los grupos responde lo mismo: el resorte debe ser más duro o rígido, el grupo G5 y G6 dan un poco más de argumentos en sus respuestas, exponiendo el primero que al ser de esa forma el resorte, haría que la gráfica subiera menos y en el caso de G6 menciona que la distancia entre las ubicaciones estarían más cerca, es decir, que para un mismo peso (como en el fenómeno inicial) marcaría menos ubicación. Lo que muestra que la pendiente de la curva depende de la elasticidad del resorte.

Al modificar la elasticidad del resorte se pide a los grupos que observen ¿Qué es lo que cambia en la tabla de datos?

Todos los grupos coinciden que lo que cambia es la ubicación, debido a que centran su mirada en lo explícito que es el cambio de ubicación correspondiente a un peso que es fijo, y descartando lo implícito en la tabla de datos que es la razón de cambio.

Luego que se modifica la elasticidad del resorte se les pregunta ahora ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte I de la secuencia?

En esta parte de la secuencia deja inconclusa la actividad el grupo G3; pero no así el grupo G4 el cual estaba trabajando similar, este grupo es capaz de darse cuenta que lo que cambia o varía es el coeficiente de la variable que está en su fórmula, dando como argumento el cambio en la distancia según la elasticidad, ya que en esta fórmula identificaron que su componente incógnita era el peso que se requería y los 45 es la posición inicial donde parte el portapesas, dejando a el 1,5 como factor del cambio para dar como resultado la ubicación. Se puede atribuir que en su respuesta el grupo G5 se está refiriendo al mismo coeficiente debido a los análisis que realizaron de los componentes de la formula en los reactivos pasados. En cambio el grupo G6 menciona que lo que cambia son los milímetros que en el caso de la su fórmula vendría siendo la ubicación demostrando que no se realizó un análisis de los componente de esta fórmula.

Se les propone a los grupos que analicen la siguiente pregunta a partir de la recta inicial ¿Cómo modificarían el experimento para que la recta que obtengamos sea como la inicial pero más abajo?

Posiblemente este reactivo no fue muy entendido por los grupos pues aquí el grupo G6 no dio respuesta al reactivo, el grupo G4 menciona la elasticidad del resorte, mostrando que se entendió el reactivo nuevamente como que sea más horizontal o más baja como ello la definieron en sus respuestas pasadas, cuando la idea era que se trasladara hacia abajo sobre el eje de las ubicaciones, del mismo modo el grupo G5 menciona la elasticidad del resorte pero también menciona una reducción de peso, llevando a su figura a la pendiente nula; lo que confirma la idea de una no comprensión del reactivo posiblemente atribuible a la redacción.

Análogo a la pregunta anterior se les pide que analicen la recta inicial desde otro ángulo por lo que se les pregunta ¿Cómo modificarían el experimento para que la recta que obtengamos sea como la inicial pero más arriba?

En este reactivo dejó de responder la actividad el grupo G4 y solo respondió el grupo G5 quienes respondieron de igual forma que el reactivo anterior, basándose en la elasticidad y en el aumento de peso, entendiéndola como más vertical o que suba o que aumente como fue expuesto en reactivos anteriores, teniendo este reactivo el mismo problema de entendimiento lo más seguro, porque la idea de este reactivo era que la figura inicial solo se trasladara hacia arriba sobre el eje de las ubicaciones.

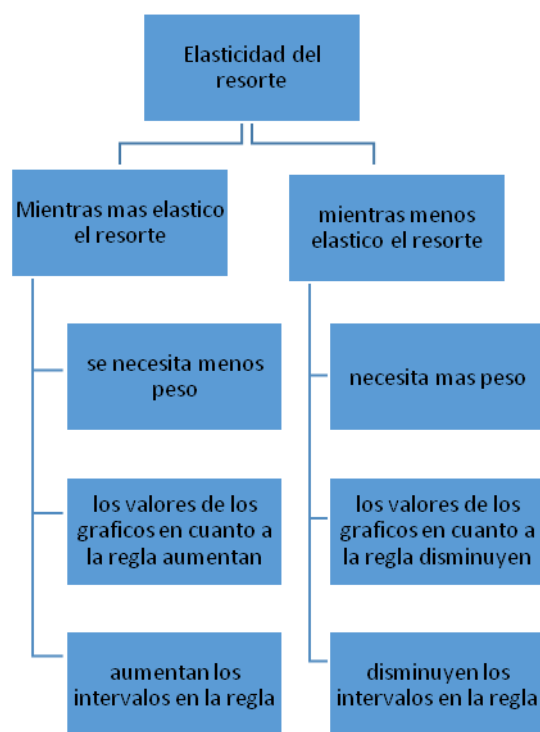
Contrastando con resultados obtenidos en la primera parte de la secuencia se les plantea que si se modifica la ubicación de la regla del experimento ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte 1 de la secuencia?

El grupo G5 responde que lo que cambia es el sumando mostrando que conocía muy bien cada componente de la fórmula que encontraron y que rol cumplía cada una, en cambio, el grupo G6 que volvió a dar respuesta a este reactivo, menciona los milímetros, con lo cual pueden estar diciendo que cualquier cambio que se realice en la fórmula afectará a la ubicación

A modo de conjeturar la segunda parte de la secuencia se les pide que elaboren esquemas que expresen las relaciones entre fenómeno de la elasticidad del resorte y sus modelos gráfico, tabular y algebraico, cuando el resorte es más flojito y cuando el resorte es más rígido.

Solo G5 logro llevar a cabo el esquema de la secuencia, como grupo investigador observamos el compromiso de este equipo al realizar la actividad. Los grupos G1,G2, G3, G4 y G6, desertaron paulatina en la segunda parte de la secuencia, se alude a las dificultades y obstáculos que les presento algunos reactivos, los que llevo a la frustración y des-motivación de los estudiantes para finalizar la secuencia de la elasticidad del resorte.

A continuación se presenta el esquema del G5:



Se aprecia en este esquema de relaciones que los estudiantes en primera instancia separan los tipos de elasticidad que puede tener el resorte, buscando una cierta funcionalidad en él, al asegurar que necesitara más o menos peso dependiendo de su elasticidad.

Aunque no se aprecia que los estudiantes construyeran una relación entre el modelo tabular y el algebraico con el fenómeno o entre sí, de igual manera pudieron relacionar el fenómeno con la figura construida, dejando en claro que si el resorte es más elástico, los valores de posición de la gráfica, así como también los valores de los coeficientes en expresión algebraica aumentarían, provocando un incremento de las distancias (intervalos) según los mismos incrementos de pesos; y de forma

inversa si el resorte es menos elástico los valores de posición de la gráfica como también los coeficientes de la expresión algebraica disminuirán, acortando las distancias (intervalos) según los mismo pesos. Mostrando que esto es un avance hacia la razón de cambio en el fenómeno de variación del resorte.

4.4.3 Análisis de la tercera ficha de mis aprendizajes.(Anexo N°12)

G5: Todos los integrantes de este grupo sobre la pregunta que aprendieron le dan mucha importancia a lo que es el trabajo en equipo, aclarándose que esta acción no es algo trivial en la vida si no algo que se debe aprender y practicar; E2 y E3 aparte de lo mencionado anteriormente también dejan claro que aprendieron a interpretar gráficos, lo que nos muestra a nosotros como investigadores que se utilizó el gráfico para interpretar lo que sucede con fenómeno, esto corroborado por sus respuestas a los reactivos, mostrando claramente que se llevó a cabo el acto de modelar. Referente a la segunda pregunta estos estudiantes dan señales claras de que esta actividad es muy divertida y les gustó, ya que se trabaja matemática de una manera más dinámica y funcional. Y sobre la última pregunta E1 menciona que se valdría de un video y una guía parecida a la nuestra, tomando como medio el uso de tecnologías dentro del aula que cada vez se va actualizada, o puede ser una forma de mejoramiento de esta secuencia donde en vez de presentarse el fenómeno de la secuencia en papel podría presentarse en un video, por otro lado E2 describe como fue para él la actividad, que mide los conocimientos si presionarte, lo que nos da a entender que no se sintió cuestionado ni estresado, y de la misma forma se la describiría a otro compañero y en el caso de E3 también menciona lo que fue para ella la actividad, interactiva, entretenida y que mide tus conocimientos y así se la explicaría a otro compañero; aunque ninguno explicita el contenido que le explicaría.

4.5 Análisis de Figuras: Estadios de abstracción visual de las figuras estudiantiles.

Se solicitó que los estudiantes dispusieran los datos de la tabla inicial del fenómeno de elasticidad del resorte sobre una gráfica cartesiana (ver tabla N°1, pág. 49), mencionándoles las ubicaciones de las variables en los ejes correspondientes a modo de ayuda en una pequeña nota.

Basándose en figuración de lo que varía (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014), se realizará un análisis de las figuras en tres estadios, los cuales serán diferenciados por abstracción visual:

Estadio 1. Los grupos de estudiantes para confeccionar sus figuras utilizan variados elementos o herramientas, con trazos bien marcados.

Estadio 2. Se utilizan diversos elementos para concretar su figura, utilizando trazos de tonalidad leve.

Estadio 3. Los estudiantes no utilizan tantas herramientas, es decir, se apegan a lo necesario para su figura.

Estadio 1: Estas figuras requieren ayudas visuales que permiten relacionar la correspondencia de valores de las variables peso y ubicación. En los grupos G1, G2 y G4 se puede resaltar el uso de sostenedores bien marcados de los puntos que componen la figura, sirviendo como guía visual para su ubicación así como los puntos que marcan en cada intersección, realizando ciertas diferencias al resaltar más los puntos que estos sostenedores como se puede apreciar más en el grupo G2.

Se puede ver en las figuras que pertenecen a este estadio, que la ubicación del punto (0,45) representada sobre el eje y, es algo dubitativo o simplemente no se representa como se muestra en la figura del grupo G4, pudiendo ser por la falta de los sostenedores que son los que guían visualmente la correspondencia de estos valores.

Estos sostenedores que van guiando proporcionalmente los valores de las variables de peso y ubicación, mostrando el peso cada 20 gramos y la ubicación cada 30 milímetros, nos muestran de forma creciente mediante los puntos la visualización de una recta, la cual los sostenedores funcionan como elementos secundarios para apoyar la intersección de los puntos, los cuales guían la trayectoria de la recta.

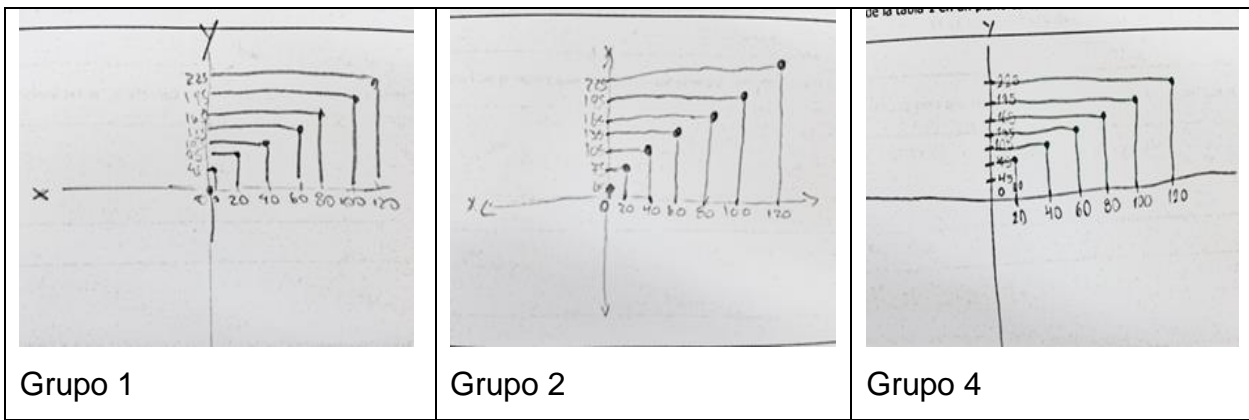


Figura 7. Figuras estudiantiles del Estadio 1.

Estadio 2: En ese estadio se aprecian una abstracción visual un poco más alta que el estadio anterior, donde las figuras requieren representar las relaciones que existen entre las variables de peso y ubicación como pares ordenados a través de sostenedores punteados, que sirven como guías para la visualización de la correspondencia que surge entre las variables mencionadas. Igual que en el estadio 1, estos sostenedores van guiando la proporcionalidad que existe entre el peso y la ubicación; pero notando que es menos necesaria la utilización de estos, ya que los sostenedores son punteados y de trazos tenues, mostrando que lo importante o lo requerido son los puntos, estas figuras se aprecian en los grupos G5 y G6. Uno tiene la particularidad de intentar figurar una recta, en el caso del grupo G5, entre los puntos $(0,45)$ y $(20,75)$, lo cual muestra la intención de gestar una recta como figura.

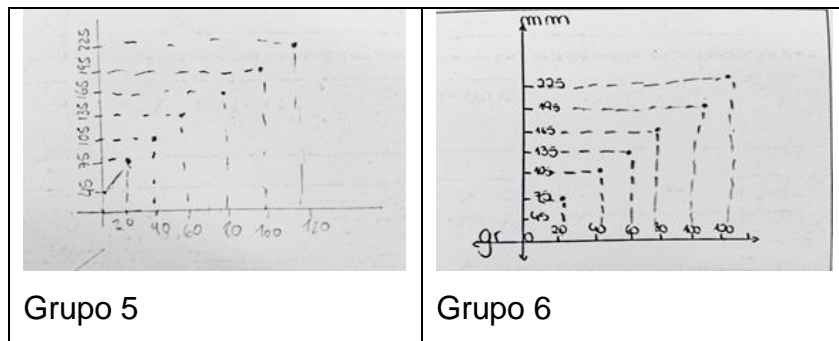


Figura 8. Figuras estudiantiles del Estadio 2.

Estadio 3: Se aprecia la abstracción visual más alta en la cual se descarta totalmente la utilización de algún tipo de sostenedor de puntos que sirva como una guía visual sobre la relación de correspondencia de valores de las variables peso y ubicación, esto se aprecia claramente en el grupo G3, donde también cabe destacar

la abstracción que tienen los estudiantes ya que con solo la figuración de los primeros cuatro puntos les es suficiente para lograr la comprensión de linealidad de la figura, esto se puede apreciar en los reactivos posteriores en donde dan a conocer que en sus figuras representan una recta.

En general al figurar el fenómeno de la elasticidad del resorte se pueden apreciar herramientas como: ejes perpendiculares numerados y puntos/pares ordenados (elementos propios de la gráfica cartesiana) también se aprecia que los ejes están bien formados con respecto a las convenciones cartesianas ya que las magnitudes de peso están en el eje de las abscisas y las de ubicación en el eje de las ordenadas, dando cuenta que las relaciones que se forman entre los pares ordenados constituyen una gráfico de puntos, al cual de igual manera lo asocian a una recta, según se puede apreciar en sus desarrollos a los reactivos posteriores. Si bien los gráficos presentan solo punteos con algunas diferencias entre ellos se puede postular que, con base en la estrategia cognitiva de la Gestalt, ellos “visualizan” una recta.

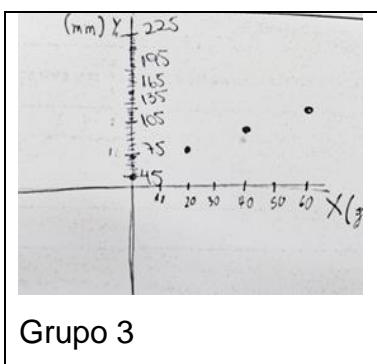


Figura 9. Figuras estudiantiles del Estadio 3.

La tabla presenta una visión sintética de los análisis de las figuras según las categorías.

Herramientas	Ejes perpendiculares numerados (pesos “gr” y ubicación “mm”) Puntos/pares ordenados claramente resaltados Sostenedores (líneas enteras y punteadas) que ayudan a visualizar la correspondencia entre el eje de las abscisas con el de las ordenadas.
Argumentos	Articular la información del fenómeno mediante la figuración (a través de puntos/pares ordenados) de la correspondencia entre las variaciones de peso y longitud A mayor peso mayor elongación del resorte, por ende mayor longitud.
Significados/Metáforas de base	El eje de las ordenadas representa la magnitud de longitud (mm) y el eje de las abscisas representa la magnitud de peso (gr). Los puntos/pares ordenados representan la correspondencia y la relación que existe entre la variación de peso y longitud. Los sostenedores son una ayuda de visualización de la correspondencia de los puntos/pares ordenados.

Tabla 2: Descripción categorial de las figuras estudiantiles.

Tablatomada de Carrasco, Díaz y Buendía (2014)

4.6 Contraste de las producciones categorizando según el rediseño de la elasticidad del resorte.

4.6.1 Experimentación discursiva

Las preguntas uno, dos y tres del rediseño orientan a que los estudiantes realicen un desarrollo a nivel discursivo, donde deben describir el experimento e identificar las variables y sus correspondientes valores de acuerdo a lo observado en la tabla de datos entregada.

Para esto se conjeturo que las producciones de los estudiantes estarían enfocadas hacia la descripción del fenómeno y sus componentes.

Tras el análisis realizado se puede conjeturar que la mayoría de los estudiantes no tuvieron dificultad alguna con respecto a estos reactivos, logrando el objetivo que tenían estos reactivos.

4.6.2 Predicción con la tabla

Las preguntas cuatro, cinco, seis y siete intentan dejar en evidencia las diferentes trayectorias que siguen los estudiantes para dar solución a las interrogantes planteadas. En esta fase del diseño no es posible encontrar las respuestas directamente en la tabla de datos.

Se conjetura que los estudiantes describan las trayectorias utilizadas sin abusar en el uso de alguna de ellas. Utilizando la tabla 2 para verificar coherencia de sus respuestas.

A diferencia de lo conjeturado los estudiantes presentaron algo de dificultad y algunos errores de tipeo o de operaciones básicas (como la suma), destacando la utilización de la regla de proporcionalidad o regla de tres, con la cual los estudiantes intentan predecir los valores que no se encuentran en la tabla, pero a medida que la utilizan dejan de lado la proporcionalidad que deben tener los valores deltas para poder utilizar la regla de tres.

Tomando las respuestas observadas de los reactivos se observa que los estudiantes realizan el siguiente procedimiento:

$$\begin{aligned}\frac{20}{21} &= \frac{75}{x} \\ 20 \cdot x &= 21 \cdot 75 \\ 20x &= 1575 \\ x &= \frac{1575}{20} \\ x &= 78,75\end{aligned}$$

Al observar esta operación, los estudiantes muestran que aunque en la tabla el valor inicial desplaza esta proporción en 45mm ellos no se dan cuenta que esta proporcionalidad va dada por los delta de variación de la posición y el peso, esta proporcionalidad se da si y solo si los deltas se interceptan en el (0,0).

Los estudiantes utilizaron la regla de tres debiendo analizar primero si las magnitudes estaban en proporcionalidad directa o inversa y para ello tendríamos la siguiente demostración:

Supongamos que C es la constante de proporcionalidad

$$\rightarrow \frac{20}{75} = K \text{ (con } K \text{ constante de proporcionalidad)}$$

$$\text{y } \frac{40}{105} = K' \text{ (con } K' \text{ constante de proporcionalidad)}$$

Igualando las constantes a C (constante de proporcionalidad) tendremos:

$$C = K$$

$$C = K'$$

$$\rightarrow K = K'$$

Pero;

$$K = 0,2\bar{6}$$

$$\text{y } K' = 0,380952$$

\therefore existe una contradicción, ya que $K \neq K'$

\rightarrow No permitiendo la utilización de la regla de tres.

También podemos observar este obstáculo geoméricamente:

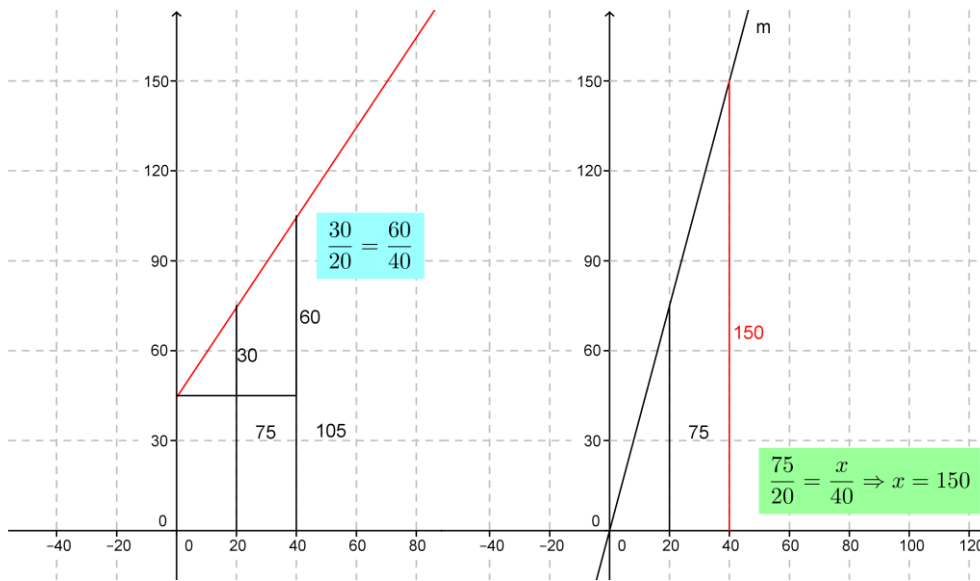


Figura 4: Proporción fenómeno

Figura 5: Proporción de los estudiantes

Como se puede observar en la Figura N°4 la cual muestra la gráfica propuesta por el fenómeno y la proporción que está inmersa en ella, por otro lado en la Figura N°5 se muestra que medida tendrían que tener los trazos para que sean proporcionales según los cálculos que ellos realizaron en los reactivos de la secuencia, basando esto en el teorema fundamental de proporcionalidad que dice:

“Si una recta paralela a un lado de un triángulo interseca a los otros dos lados, entonces divide a éstos proporcionalmente”.

Cabe destacar que el fenómeno al tratarse de un problema que involucra pesos y distancia se limita a trabajar solo en el primer cuadrante.

En contraste se puede observar que la proporcionalidad encontrada en la primera gráfica viene dada por una recta afín y la recta de la gráfica dos es una recta lineal, por lo que los alumnos tomaron el fenómeno y su proporcionalidad como lineal, no considerando el punto inicial de dicho fenómeno representado en la gráfica.

4.6.3 Modelo algebraico:

Las preguntas ocho y doce están enfocadas a que los estudiantes, en base a lo desarrollado, generen una expresión algebraica que modele la relación entre la elongación del resorte y el peso que se le coloca.

Lo que se espera en estos reactivos que surja la expresión que corresponde a una ecuación de la recta (función afín o lineal), donde la variable independiente es el peso en gramos y la dependiente es la longitud en milímetros, para resolver problemas que involucren calcular, predecir o validar.

Tras el análisis realizado y en contraste con lo que se espera, todos los grupos a pesar de las dificultades, formularon una expresión algebraica, aunque hubo una invariante de contaminación entre los grupos al ver que la mayoría de estos concluyeron las mismas respuesta, con los mismo datos y las mismas variables, pero a pesar de eso los estudiante mostraron los métodos de validación y de comprobación de resultados, cumpliendo el objetivo esperado.

4.6.4 Predicción con el modelo algebraico

Las preguntas nueve, diez, once, trece y catorce dirigen a que los estudiantes apliquen en un contexto de predicción y validación el modelo algebraico que presentaron en las interrogantes anteriores.

Se espera que los estudiantes utilicen el modelo algebraico como una herramienta válida y sólida de predicción, desligándose del uso frecuente de la regla de tres.

Al igual que en los análisis realizados, la mayoría de los estudiantes logran llegar al objetivo conjeturado previamente, sin embargo un pequeño porcentaje no consolidó el modelo algebraico, volviendo al uso de la regla de tres.

4.6.5 Modelo figural

La pregunta uno requiere la generación de figuras a partir de los datos de la tabla del fenómeno y una nota recordando las convenciones de la gráfica cartesiana.

Se pretende dejar en evidencia el modelo figural que levanten los equipos, el que se trata de una recta lineal afín, esperando diferencias al momento de figurar.

Se comprueba mediante las figuras emergentes una aproximación a la gráfica cartesiana, dado que los estudiantes suscribieron los datos de la tabla tal como se les pedía (Disponga los datos de la tabla N°1 en el plano cartesiano), limitando la apropiación del reactivo. Existen diferencias en las gráficas como se esperaba, en donde algunas figuras tenían más elementos visuales que otros.

4.6.6 Predicción con la figura

La pregunta dos tiene como propósito que los grupos constituyan a las figuras en modelos.

Se espera que los estudiantes a través de sus figuras logren predecir el valor desconocido propuesto sin utilizar estrategias de cálculo.

A diferencia de los análisis, el mecanismo para dar respuesta a lo requerido fueron procedimientos de cálculo como los que venían utilizando anteriormente, sin dar indicios de la utilización de la gráfica para dar respuesta, sin embargo hubo un grupo que utilizó su figura para tratar de encontrar la ubicación requerida, intentando realizar una modelación figural, la cual no tuvo un éxito concreto.

Se observa tras el análisis que el objetivo propuesto no se logra, dado que existe una limitante al momento de realizar el acto de predecir con la gráfica, que es la precisión en la ubicación de los puntos.

4.6.7 Intervención con la figura

Las preguntas tres, cuatro, cinco, seis, nueve y diez buscan que los grupos constituyan a las figuras en modelos.

Se espera que a través del acto de modelar, los estudiantes logren observar la articulación (figura, fenómeno) dando paso a un acercamiento del DMF (Dipolo Modélico Figural).

Dado los análisis de estos reactivos los estudiantes logran conjeturar cambios en las figuras, a partir de las modificaciones de la elasticidad del resorte. En cambio en lo referente a la posición de la regla, no se logró la articulación de los elementos de la gráfica con los elementos del fenómenos, puesto que no se logra configurar la relación existente entre la posición inicial de la flechita en el fenómeno y el intercepto de la figura en el eje de las ordenadas alejándose de la constitución del DMF (Dipolo Modélico Figural). Aunque no todos los grupos finalizaron estos reactivos se pudo concluir que los estudiantes que sí respondieron modelaron figurando pues que intervinieron en los cambios que iban a aparecer en su figura.

4.6.8 Red de modelos

En la pregunta siete, ocho, y once se deja en evidencia que los grupos constituyan a las figuras en modelos.

De las diversas modificaciones que aplican los estudiantes en el fenómeno se espera la realización de cambios tanto en la tabla de datos y como en la expresión algebraica, se espera que por estos reactivos se logre indirectamente una relación entre el fenómeno y el modelo tabular o el fenómeno y el modelo algebraico.

Tras el análisis de las producciones de los estudiantes y pese a que no todos logran responder estos reactivos, se observa que intervienen en el fenómeno y producen conjeturas tanto en el modelo tabular como en el modelo algebraico.

En cierta medida se logró lo esperado sobretodo en la relación entre el fenómeno y el modelo algebraico, quedando al debe la relación entre la elasticidad del resorte y la razón de cambio que se encuentre implícita en el modelo tabular.

4.6.9 Esquema de la red de modelos

La pregunta doce pretende que los grupos representen de manera esquemática los conceptos y las ideas principales planteadas a lo largo de la secuencia organizando las comprensiones, aprendizajes y percepciones que desarrollaron.

Solo un grupo llegó a desarrollar este reactivo, el cual muestra cómo lograron un esquema dejando de lado los modelos tabulares, algebraicos y figural, se centran en los cambios que presenta el resorte.

Este reactivo no cumplió el objetivo esperado puesto que los estudiantes no relacionaron los diferentes modelos con el fenómeno y estos entre sí.

4.7 Describiendo actitudes de los estudiantes ante la actividad

En este ítem de la investigación se hace referencia a un análisis de las producciones de los estudiantes con un grado de subjetividad, dado que es una evaluación de forma cualitativa, pero apoyado por un respaldo presencial por parte del equipo de investigación.

Para el análisis de la primera pregunta de la ficha de mis aprendizajes se mostraron tres tipos de categorías para clasificar a los alumnos en observador, superficial y proactivo.

El **alumno observador** en esta descripción se caracteriza por las respuestas que entrega que indican un trabajo poco claro y alejado del objetivo de la pregunta, dando respuestas desde una vista exterior de la actividad.

El **alumno superficial** en esta descripción se caracteriza porque sus respuestas muestran un grado de participación pero sin ahondar en su trabajo, con grado de concordancia en sus respuestas destacando procedimientos más que contenidos.

El **alumno proactivo** se caracteriza por tener una participación activa en la secuencia, mostrando en sus respuestas un mayor nivel de conocimiento y compromiso de lo que estaba realizando.

El análisis de la segunda pregunta de la ficha de mis aprendizajes percibe tres tipos de sensibilidad en los alumnos positiva, intermedia y negativa.

En la **sensibilidad positiva** los alumnos suscriben estar interesados, con un estrés positivo, destacando la metodología de trabajo en grupo.

En la **sensibilidad intermedia** los alumnos no tienen claro sus apreciaciones hacia la actividad (ni malos ni buenos comentarios), es decir indiferentes.

En la **sensibilidad negativa** los alumnos muestran poco interés, sienten un estrés negativo o frustración.

El análisis de la tercera pregunta de la ficha de mis aprendizajes se percibe dos tipos de actitudes predispuesta e indiferente.

En la **actitud predispuesta** los alumnos muestran niveles de interés por explicar o disposición de hacerlo.

En la **actitud indiferente** los alumnos no muestran interés por explicar lo aprendido o no tiene claro lo trabajado durante la actividad.

4.7.1 Percepciones iniciales(Primera y segunda ficha de mis aprendizajes anexos N°10 y N°11)

En lo referente a la pregunta uno: “¿Qué aprendí con esta actividad?” los estudiantes demuestran a través de sus respuestas ser observador, superficial o proactivo frente a la actividad, dado que a partir de la interrogante, se tiene la posibilidad de analizar sus respuestas y fundamentos.

- **Alumno observador**

Siete alumnos se presentaron como observadores en esta actividad. Algunas de sus respuestas que justifica clasificarlas en esta categoría son: “A trabajar en equipo junto con mis compañeras y a escuchar su opiniones y soluciones” y “Aprendí a escuchar a mis compañeros para que dieran su opinión de cómo solucionar los problemas, también a usar más la regla de tres”. En estas respuestas se da cuenta a partir de sus fundamentos que los estudiantes no demuestran haber adquirido un aprendizaje muy profundo, por lo que se asume que su participación fue más ajena en la actividad, pero si escucharon y respetaron las opiniones de su grupo.

En la segunda ficha tres estudiantes apreciaron como observadores en la actividad, este análisis surge al ver sus respuestas algunas de ellas son: “En esta actividad aprendí nuevas fórmulas y trabajar en grupo” y “Aprendí a resolver fórmulas” se puede apreciar que los estudiantes toman un papel más

panorámico, demostrando leve compromiso en el desarrollo de la actividad, que no les permite agregar contenidos a sus respuestas.

Al comparar las dos fichas se puede observar como disminuyeron los estudiantes que eran observadores en un comienzo, asumiendo que tomaron mayor participación en el desarrollo de la actividad.

- **Alumno superficial**

Hay cuatro estudiantes que se muestran con un rol más superficial en la actividad, esto surge al analizar sus respuestas las que permite clasificarlas en esta categoría, algunas respuestas son: “Aprendí a trabajar en equipo junto a mis compañeras. Realizar cálculos con un poco de dificultad y escuchar opiniones”, “Aprendí a cómo ir desarrollando problemas que se ubican en una tabla”. En estas respuestas, se logra observar que estos estudiantes lograron ser partícipes de la actividad en cierta medida, identifican algunos procedimientos utilizados, brindando apoyo a la estrategia que como grupo utilizaron en la actividad para responder a los reactivos.

En esta segunda ficha se ve el aumento de los estudiantes superficiales, doblando la cantidad a ocho estudiantes respecto de la primera ficha de aprendizaje. Dentro de las respuestas que nos llevó a clasificarlos en esta categoría se encuentran: “A calcular mucho y sin enredarme”, “Aprendí a trabajar en “equipo” y resolver ejercicios que tenía dificultad” y “Aprendí a utilizar la fórmulas”. Se da a conocer que los estudiantes, si bien se involucran en la actividad, intentando desarrollar y realizar cálculos, no logran involucrarse más que a un nivel mecánico. Esto puede atribuirse a que no generalizan por si solos una fórmula, guiándose por la misma conjetura atribuida a algún grupo.

- **Alumno proactivo**

Siete estudiantes demuestran tener un papel más protagónico en la realización de la actividad. Tras sus respuestas surge encajarlos en esta categoría proactiva. algunas de las respuestas que brindaron los estudiantes son: “A trabajar en equipo escuchar las opiniones de mis compañeros a

encontrar argumentos desconocidos para una tabla de información”, “lo importante que es poder desarmar la tabla para ocuparla en distintas respuestas” y “Aprendí a comprobar resultados mediante la tabla y a ocupar la regla de 3”. Estas respuestas, logran analizar en mayor profundidad los contenidos que aprendieron y cómo los utilizaron durante la actividad, apreciando el protagonismo que presentan estos estudiantes para ocupar sus estrategias dentro de su grupo, acudiendo a análisis, comprobaciones, argumentaciones que no se identifican explícitamente en la actividad.

En esta segunda ficha de mis aprendizajes, disminuye la cantidad a cuatro estudiantes, esto se puede apreciar en algunas respuestas, estas son: “Aprendí a comprobar mis respuestas con ecuaciones” y “Aprendí a formular una ecuación”. Estas respuestas dejan en claro el grado de profundidad que los alumnos mostraron con sus respuestas acercándose e incluso llegando a la idea central que apuntaban las preguntas.

En lo referente a la pregunta dos: “¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?” los estudiantes demuestran a través de sus respuestas, tener una sensibilidad positiva, intermedia o negativa frente a cómo se sintieron en la actividad. Estas categorías surgen a partir de las respuestas que los estudiantes entregan.

- **Sensibilidad positiva**

Dieciséis estudiantes se sienten a gusto trabajando en la actividad, es decir, casi en la totalidad de los estudiantes. Se puede percibir en sus respuestas, la justificación de porqué se clasificó en esta categoría, algunas respuestas son: “Muy cómodo ya que mis compañeros son agradables”, “Me sentí bien porque aprendí nuevas cosas”, “Bien, fue entretenido y mejor que la clase de matemática ;)” y “bacán”. Estas respuesta apuntan claramente a que durante la actividad les fue agradable trabajar en equipo, de esa manera complementar sus conocimientos y se logró incorporar nuevos aprendizajes y desde una perspectiva más provechosa. Destacando que no es necesario que les guste la clase de matemática o matemáticas para poder desarrollar un trabajo, dependiendo más del método o la forma en que se realiza o

implementa dentro de la sala de clases. Donde se deja claro que se sintieron bien o “bacán” como fue plasmado por la mayoría de los estudiantes en sus respuestas.

En esta segunda ficha se aprecia una disminución a once estudiantes que les agrado trabajar en la actividad, como se puede observar en sus respuestas, algunas de ellas son: “Excelente, me divertí bastante”, “Me sentí más informada, fue entrete” y “Me sentí a gusto con la actividad que se desarrolló y también con el grupo”. Estas respuestas demuestran que los estudiantes se sintieron bien en la realización de la actividad, le entregan una valiosa importancia al trabajo colaborativo y en equipo y les interesa realizar cosas nuevas y distintas a las que están acostumbrados a realizar, apreciando los aprendizajes.

- **Sensibilidad intermedia**

Hubo dos estudiantes que entregaron una respuesta indecisa o poco clara en cuanto a cómo se sintieron en la actividad, no son categóricos al responder, mostrando diversas posturas en los aspectos de cómo se sintieron o no respondían algo preciso a la pregunta, algunas respuestas fueron: “Al principio muy incómodo pero después muy cómodo fue agradable” y “Fue importante volver a trabajar con tablas”. El primer planteamiento, se aprecia cierta incomodidad frente a la actividad, pudiendo atribuirse a la forma de trabajar, el método o posible recelo por hacer algo distinto a lo acostumbrado en la clase de matemática, pero luego al introducirse en la actividad y forma de trabajar logra confianza para desenvolverse. En el segundo planteamiento, deja poco claro su sentimiento hacia la actividad, destacando la importancia que le fue trabajar con tablas, dando la idea que si no fue una experiencia agradable igual se pueden rescatar cosas buenas de ella.

En la segunda ficha solo un estudiante mostró mantener apreciaciones encontradas con la actividad, esto se pudo categorizar por su respuesta: “Me sentí cómoda aunque en los últimos ejercicio los resolví sola porque mi grupo estaba jugando” donde demuestra que el poco apoyo de los compañeros de equipo le entregó la obligación de un trabajo individual sin apoyo alguno, generando un sentimiento de poca solidaridad hacia ella y la actividad.

- **Sensibilidad negativa**

En esta instancia inicial los estudiantes no destacan nada negativo en cuanto a cómo se sintieron trabajando en la actividad. Por sus respuestas se puede apreciar que los aspectos positivos prevalecen en esta primera instancia.

En esta segunda instancia hubieron dos estudiantes con sensibilidad negativa hacia la actividad esto se puede apreciar en las respuestas: “Un poco estresada” y “Me sentí un poco aburrido”. El factor que pudo haber causado esto es la secuencia en sí, la cual iba aumentando su dificultad, causando posible frustración y deserción para dar término a la actividad.

En la pregunta tres: “¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?” los estudiantes demuestran a través de sus respuestas tener actitudes predispuestas o indiferentes frente a si le explicarían a algún compañero. Estas categorías surgen a partir de las respuestas que los estudiantes entregan.

- **Actitud predispuesta**

Hay nueve estudiantes que en están dispuestos a explicarle a un compañero. Esta categorización surge a partir de las respuestas de los estudiantes, algunas son: “Con mucha paciencia y siendo clara”, “Le mostraría una guía con ejercicios similares a los que hicimos hoy y si no saben realizarlos le explicaría con mis propias palabras” y “Le explicaría como le explique a mis compañeros que estaban en mi grupo, de la manera más simple de como sea para ellos y también para mí”. Estas respuestas apuntan a que los estudiantes está dispuesto a enseñarle a un compañero utilizando diferentes métodos los cuales no especifican aquí, pero que sean sencillos de trabajar y explicados con mucha paciencia o de la misma forma que ellos aprendieron para poder dejar claros los conocimientos desde su perspectiva de lo que el entendió.

En la segunda ficha de mis aprendizajes siguen siendo nueve estudiantes con disposición para enseñarle a un compañero lo que vio en la actividad. Algunas respuestas que respaldan esta categoría son: “Le entregaría guías con ejercicios parecidos y les explicaría igual que usted a nosotros pero con mis palabras”, “con manzanitas”, “Le explicaría de la manera más simple de como

sea para ellos y también para mí” y “con una actividad bastante entretenida”. Son por estas respuestas que podemos observar que los estudiantes buscan la manera más sencilla de explicarle a algún compañero, ya sea con sus palabras o con actividades lúdicas que complementen como enseñar la actividad, tal como lude un estudiante “con manzanitas”.

- **Actitud indiferente**

Nueve estudiantes presentan poca disposición para explicarle a un compañero. Surge esta categorización a partir de las posturas poco claras que mostraban los estudiantes en sus respuestas, algunas de las respuestas son: “No sabría cómo explicárselo a algún compañero”, “No sé, tal vez no lo haga” y “No sé, pregúntale a la Pepa”. Estas respuestas apuntan a que los alumnos más que no querer realizar una actividad de enseñanza dicen que no sabría cómo realizarla, posiblemente porque lo que vieron en esta actividad lo saben solo para ellos no sintiéndose capaces de expresar lo que entienden. Donde también se muestra poco compromiso que adquirieron los alumnos con la actividad mostrando respuestas simplemente negativas o poco serias, por lo cual se categoriza aquí.

En la segunda ficha hay cinco estudiantes los que muestran poco interés en explicarle a algún compañero, esto se puede apreciar en sus respuestas algunas de estas son: “No sabría cómo explicárselo a algún compañero” y “no sé”. Esto muestra que posiblemente, los estudiantes no tienen claro lo que han estado trabajando o los contenidos que están en juego en la actividad, los contenidos adquiridos lo saben solo para ellos no creyéndose capaces de poder enseñarlos a otros compañeros.

Al realizar la segunda ficha de mis aprendizajes se da cuenta de los cambios que demostraron los alumnos en sus roles, sentimientos y opiniones al transcurrir la actividad, adquiriendo más compromiso en algunos de ellos o viceversa. Se pudo apreciar además que con el paso de la actividad, ya en la segunda ficha cuatro alumnos no respondieron las preguntas propuestas, por lo que no se pudo seguir

confrontando sus respuestas con su primera ficha analizada, variando el total de estudiantes categorizados.

4.7.2 Percepciones finales (Tercera ficha de mis aprendizajes Anexo N°12).

En la pregunta uno: “¿Qué aprendí con esta actividad?” los estudiantes de este grupo demuestran a través de sus respuestas ser observador y proactivo frente a la actividad, dado que al analizar sus respuestas uno de ellos es mostro un rol de observador puesto que dijo: “Aprendi a trabajar en grupo” lo que muestra un trabajo de apoyo a sus compañeros más que participe en el desarrollo de la actividad, no tomando de los contenidos. Dos de estos estudiantes tiene un rol proactivo dado que sus respuestas “A interpretar gráficos y a trabajar en grupo”, muestra que fueron capaces de relacionar el grafico con el fenómeno, generando interpretaciones entre ambos, esto logrado por un trabajo colaborativo que todos los estudiantes del grupo valoran.

En la pregunta dos: “¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?” los estudiantes de este grupo demuestran a través de sus respuestas, tener una sensibilidad positiva, frente a cómo se sintieron en la actividad. Esto surge a partir de las respuestas que los estudiantes entregan, las cuales son: “Exelente, me diverti bastante”, “Muy bien” y “De maravilla, muy divertido”, debido a que todos los integrantes del grupo se sintieron comprometidos con el desafío que les entrego la actividad y el trabajo en equipo.

En la pregunta tres: “¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?” los estudiantes de este grupo demuestran a través de sus respuestas tener actitudes predispuestas frente a si le explicarían a algún compañero. Esto surge a partir de las respuestas que los estudiantes entregan, las cuales son: “Con un video y una actividad parecida a esta”, “Como una actividad que mide tus conocimientos sin presionarte” y “Como una actividad en grupo e interactiva muy entretenida que mide tus conocimientos”, por estas respuestas podemos ver que los estudiantes buscaran diversos métodos que sean lúdicos, novedosos y sencillos, para que sus compañeros puedan aprender de forma sencilla y clara, esto se puede traducir a como a ellos les gustaría que fueran sus clases de matemática.

En esta tercera ficha de mis aprendizajes sólo un grupo logró dar respuesta, demostrando la deserción que tuvieron los otros grupos para finalizar la actividad, dejando claro que esta deserción fue de forma paulatina durante la segunda parte de secuencia, aludiendo a una posible dificultad en la interpretación o trabajo con figuras.

4.8 Relacionando aprendizajes y modelación figural

A continuación se presenta un estudio de casos, referente a la relación entre los aprendizajes y la modelación figural. Se seleccionaron dos grupos representativos, el grupo 3 y el grupo 5. Para explorar relaciones entre aprendizaje y modelación figural, se tomó en consideración los siguientes criterios:

Grupos	Kpsi N°3	Estadio de abs. visual	Modelación Figural	Red de Modelos	Actitudes ante la actividad			Desplazamientos		
					Ficha 1	Ficha 2	Ficha 3	Aprendizajes	Sensibilidad	Disposición
3	Conocimientos para sí mismos. Vaga idea de identificar la inclinación de una recta.	3	Lograda	No lograda	*Superficiales *Positiva e intermedia Indiferentes	*Superficiales *Positiva y negativa *Indiferentes	No aplica	Se mantiene	Negativo	Se mantiene
5	Conocimientos para sí mismos. Vaga idea de identificar la inclinación de una recta.	2	Lograda	Mediana-mente lograda	*Proactivos y observador *Positiva *Predispuestos e indiferente	*Proactivos y superficial *Positiva *Predispuestos e indiferente	*Proactivos y observador *Positiva *Predispuestos	Se mantiene	Se mantiene	Positivo

Tabla 3: Relación de aprendizajes y modelación figural

Se seleccionaron estos casos para capturar relaciones entre aprendizajes y modelación figural, fruto de vivir la secuencia de experimentación y modelación. El grupo 3 fue seleccionado por su desempeño y desarrollo en la elaboración de la figura. Este grupo logró alcanzar el mayor nivel de abstracción visual, pese a no finalizar la actividad por completo. El grupo 5 se elige porque finalizó en su totalidad la actividad.

En la tabla se presentan los resultados del tercer Kpsi a nivel grupal, dado que focaliza en la actividad con base en la gráfica. Los estudiantes mencionan que son capaces de desarrollar trabajo con gráficos, sin embargo estos conocimientos los reconocen solo para sí mismos, no viéndose capaces de compartirlos.

Como se aprecia en la tabla los dos grupos lograron modelar figuralmente, no obstante sus diferencias en los niveles de abstracción visual. En los reactivos

referentes a la red de modelos, el grupo 3 si bien mostró un mayor nivel de abstracción visual, no los aborda. Se muestra como un grupo más visual, ya que no relaciona su figura con otros modelos.

Con base en análisis a sus respuestas en las fichas de aprendizajes relativas a sus actitudes y sensibilidad ante la actividad, se puede inferir que estos estudiantes no mostraban mayor interés por la actividad, presentando un trabajo superficial, mostrando una relación de indiferencia a lo que invitaba la actividad.

A lo largo de la actividad el grupo 3 tuvo un desplazamiento negativo, desertando tempranamente de la actividad.

Por su parte el grupo 5 responde a los reactivos referentes a la red de modelos, identificando algunas relaciones entre los diversos modelos.

Otra diferencia importante con el grupo anterior fueron las actitudes y sensibilidad a lo largo de la actividad. El grupo 5 mayoritariamente fue proactivo, positivo y con ganas de interiorizarse en los aprendizajes. Ello concurre con el hecho de que desarrolla toda la actividad.

Con estos análisis se puede conjeturar que la actitud y la sensibilidad frente a alguna actividad de aprendizaje son fundamental a la hora de interiorizarse en los aprendizajes que ella plantee. **En esta investigación actitudes y sensibilidad juegan un rol importante en la apropiación del dipolo modélico figural.**

Se deduce de la tabla que no es necesario tener figuras preestablecidas como la gráfica cartesiana para llevar a cabo el acto de modelar figuralmente. Aún más, carecer de un alto nivel de abstracción visual no es una limitación para apropiarse del dipolo modélico figural. Queda en evidencia en esta investigación, que con diversas figuras, los estudiantes modelan figuralmente.

Conclusiones

A modo de conclusiones, provenientes del contraste entre las conjeturas, los desarrollos estudiantiles y el análisis de los instrumentos evaluativos, se estableció lo que sigue.

Los análisis de las producciones obtenidas en la secuencia de experimentación y modelación de Arrieta (2003) muestran una variedad de modelos, los cuales mostraron distintos grados de uso y de consolidación por parte de los estudiantes en los actos de predicción e intervención. En un comienzo se buscó construir gráficas cartesianas, las cuales no se constituyeron como tales. Sin embargo los estudiantes dieron paso a la modelación figural, tomando mayor fuerza la acción de intervención.

Con base en las evidencias previas se dio paso al rediseño de la secuencia de experimentación y modelación. Desde los análisis de las producciones de los estudiantes, se constata lo importante que es realizar un análisis a priori de lo que se quiere lograr. Las anticipaciones de sus desarrollos contrastadas con éstos propició la elaboración de procedimientos que superan los desarrollos inconducentes, el abuso de unas herramientas, la concentración en una sola idea o forma de trabajo.

Incluir instrumentos de evaluación auténtica en las distintas etapas del trabajo estudiantil, permitió que la evaluación se considere como un proceso positivo y no como un suceso traumático que mide unos conocimientos que podrían ser memorísticos y mecánicos.

En particular la ficha de mis aprendizajes brindó una amplia visión sobre la percepción y el esfuerzo que ponían los estudiantes con la actividad. Además estos instrumentos dieron cuenta de los conocimientos, percepciones y sentimientos que suscribieron y vivieron los estudiantes, evidenciando desplazamientos, una vez transcurrida la secuencia rediseñada. Estos desplazamientos fueron positivos. El porcentaje de estudiantes que en el formulario Kpsi suscribieron tener una actitud predispuesta y un dominio del tema, en la ficha de mis aprendizajes aumentó. En las últimas etapas de la actividad, los estudiantes fueron desertando, mermando una visibilidad más amplia de su actividad.

Los propósitos de la secuencia de propiciar que los estudiantes modelen figuralmente - que sus figuras se constituyan en modelo - y que se apropien del **Dipolo Modélico Figural** (DMF) pudieron ser mejor visibilizados por los investigadores a través de los instrumentos de evaluación auténtica formulados.

Desde los análisis de la segunda parte del rediseño de la secuencia, se infirió algunos obstáculos no considerados, tales como algunos reactivos que entregaron mayor énfasis al acto de intervención del fenómeno desde la figura constituida por los estudiantes, quedando al debe los reactivos de predicción desde la figura a lo modelado.

Se observó que lograr una predicción exitosa y acorde a lo requerido en el reactivo que propiciaba este acto de modelar “¿Cómo obtendría la ubicación del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?” podría ser favorecido por una mejor precisión de las figuras. Ello evitaría que recurran a las estimaciones que dan respuestas “lo más cercanas posibles al valor” requerido y en este punto nos enfrentamos a otro obstáculo, dado que la precisión en la elaboración de una gráfica o figura, es un parámetro que no es común y aislado, porque las producciones de los estudiantes deberían ser precisas y proporcionales. Para este punto se observó la necesidad de otras herramientas de elaboración como por ejemplo: regla, compás, papel milimetrado, entre otras.

A pesar de estos posibles inconvenientes con las figuras estudiantiles, igual permitieron ser categorizadas por la variedad de elementos que contienen como ayuda visual al momento de confeccionarlas. Se podría deducir que al tener un mayor nivel de abstracción visual (Estadio 3) aseguraría una mayor facilidad al momento de constituir a la figura en modelo, pero eso no es concluyente como se tenía pensado en un principio, debido a que durante la secuencia los estudiantes que lograron un mejor trabajo fueron aquellos con un nivel de abstracción intermedia correspondiente al Estadio 2, dado que sus producciones les ayudaron y guiaron en la comprensión de la proporcionalidad existente entre el peso y la longitud, gracias a los sostenedores que elaboraron en la construcción de su figura. Es necesario objetivar que dentro de los primeros grupos en desertar de la secuencia fueron los estudiantes pertenecientes al Estadio 1.

La comparación del Estadio 3 con el Estadio 2 descritas en el párrafo anterior, también se puede apreciar en la relación de aprendizajes y modelación figural de la tabla 3. De igual manera en esta tabla se logra mostrar que la actitud y la sensibilidad frente a una actividad de aprendizaje son fundamentales para la interiorización de conocimientos, relacionando la influencia de las actitudes sobre el proceso de

aprendizaje, en este caso, la modelación figural. Es por esto que el rol del docente juega papel fundamental en la elaboración de instrumentos y la generación de un ambiente óptimo que capte la atención de los estudiantes para que puedan apropiarse de cualquier aprendizaje.

En conclusión se subrayan tanto los análisis según estadios de abstracción visual como el análisis categorial que sintetiza la tabla 2, ayudando a responder la interrogante de como modelan los estudiantes utilizando herramientas, argumentos y significados/análisis de bases. Mostrando a su vez que las figuras de los estudiantes les permiten modelar a pesar de ser diferentes de las comunidades de práctica (escolar) como figuras cartesianas, disminuyendo la brecha entre estas comunidades.

Dentro de los aspectos que se buscaban abordar en la secuencia está el de formar una red de modelos, identificando los componentes de los diversos modelos y articularlos entre sí, como lo propuesto en el Dipolo Modélico Figural (DMF). El énfasis dentro de la secuencia no fue directo, es decir, no existieron reactivos que relacionan entre sí los diferentes modelos, si hubo reactivos donde frente a un cambio en el fenómeno se preguntaba qué pasaría en un modelo y luego en el siguiente reactivo con el otro modelo, por ejemplo se puede concluir que faltó agregar preguntas como: si modifico la constante en el modelo algebraico que es lo que cambia en el modelo tabular, con la idea de intencionar comprender y generar la articulación existente entre el modelo y lo modelado, para así concluir en la red de modelos existente en la secuencia.

Se destaca que existió un grupo de estudiantes (G5) que finalizó la secuencia y cumplió con los instrumentos de evaluación, lo que permitió un seguimiento completo de su trabajo. Sobre su trabajo en la primera parte de la secuencia mostraron que los reactivos propuestos cumplieron su finalidad, dado que estos estudiantes no abusaron del uso de estrategias tales como la regla de tres, dándole cabida al uso de otras estrategias y constituyendo los modelos propuestos. En la segunda parte fueron unos de los grupos más representativos a pesar de no estar en el último estadio de abstracción al momento de confeccionar su figura, necesitando ciertos elementos al momento de figurar. Cabe destacar que otro de los grupos de estudiantes (G4) que casi completa la secuencia y los instrumentos de evaluación, la

producción de su figura pertenece al estadio 1 en el nivel de abstracción visual. El grupo (G5), constituyó sus figuras en modelos en el acto de intervención y predicción, teniendo en este último los problemas de precisión que anteriormente se concluyeron. En el caso de la red de modelos la representación esquemática dio evidencias claras de no comprender por parte del grupo la existencia de esta, dado los inexistentes reactivos dirigidos específicamente a esto, pero sí lograron articular las relaciones existentes entre el fenómeno y los distintos modelos, acercándose a la formulación de Dipolo Modélico Figural (DMF). Por último, gracias a sus respuestas de los instrumento de evaluación auténtica se observó una comprensión y adquisición de conocimientos, también por sus producciones se pudo conjeturar que estos estudiantes tomaron la secuencia como un desafío, lo que ayudó a tener una disposición positiva por parte de ellos y a tomar una nueva instancia de aprendizaje de una mejor forma, trabajar de manera activa y grupal, les dio una instancia de compartir y apoyarse en el aula de clases.

Para concluir, se pudo observar que los resultados obtenidos en esta investigación, dan la instancia de seguir en este proceso de desarrollo y actualización de métodos y diseños de enseñanza y evaluación, ya que el avance obtenido por los estudiantes desde el desarrollo del primer diseño, hasta el desarrollo de este rediseño muestra que este es el camino a seguir. Esta investigación pretende validar este rediseño de enseñanza y evaluación que se plantea para propiciar modelación con base en figuraciones de los estudiantes, y así establecer los puentes mencionados entre la matemática del aula y la matemática vivencial, y podemos observar que así fue, dadas las producciones de los estudiantes, los cuales incluso dieron cuenta que se divertían con esta actividad, para otros fue un desafío, e incluso algunos estudiantes objetivan que esta actividad fue más entretenida que la clase de matemática, y aunque nos enfrentamos a la dificultad de que esta muestra es pequeña a comparación del universo en que se encuentra, es suficiente para decir que las prácticas socioescolar tradicionales del aula de clases deben ser modificadas, mostrando instancias para una matemática funcional y con propósito, acercando así al estudiante al conocimiento y este sea parte en su proceso de aprendizaje, moldeando, transformando y actualizando sus saberes y conocimientos y resinificándolos constantemente.

Se debe hacer referencia a la didáctica de las matemáticas, las prácticas de modelación, y en este caso a la modelación figural, las cuales permitieron mirar a la profesión y docencia desde otra perspectiva. Esta nueva mirada nos hace propiciar instancias de un aprendizaje auténtico y también evaluaciones para estos aprendizajes, tomando en cuenta estas prácticas nuevas como es la modelación figural, como una oportunidad de mejorar y formular métodos y diseños prácticos y vivenciales los que les permitirán a los docentes ir auto gestionando en conjunto con los estudiantes el desarrollo de las clases e ir superando los obstáculos y barreras impuestas por las prácticas tradicionalistas.

Para concluir, quedamos con esta cita:

“El ser humano aprende en la medida en que participa en el descubrimiento y la invención. Debe tener libertad para opinar, para equivocarse, para rectificarse, para ensayar métodos y caminos para explorar”.

(Ernesto Sábató, 1911-2011)

Bibliografía

- Ahumada, P. (2001). *La evaluación en una concepción de aprendizaje significativo*. Santiago de Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso de la Universidad Católica de Valparaíso.
- Arrieta, J. (2003). *Las Prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. México: Tesis Doctoral no publicada, Cinvestav.
- Arrieta, J., y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde el socio-epistemología. *Relime*. 18(1) pp. 19-48.
- Bassanezi, R. (1994). Modelling as a Teaching-Learning Strategy. For the Learning of Mathematics.
- Blomhøj, & Jensen, H. (2003). Una perspectiva de modelación en educación matemática.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical Modelling - A Theory for Practice. *In B. Clarke et al. (Eds.), International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*.
- Blomhøj, M. (2009). Different Perspectives in Research on Teaching and Learning Mathematical Modelling.
- Cámara, V., & Nardoni, M. (2011). Evaluación auténtica: El portafolio en Matemática. CIAEM XII.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. México: Relime.
- Cantoral, R., & Molina, J. y. (2005). Socioepistemología de la predicción. Buenos Aires, Argentina: Acta latinoamericana de Matemática Educativa.
- Carrasco, E., & Díaz, L. (2012). Dos casos de figuración para lo que varía. Chile: Documento interno de trabajo Postgrado en Educación Matemática, Universidad de los Lagos.
- Carrasco, E., Díaz, L., & Buendía, G. (2014). Figuración de lo que varía. *Cicata*.
- Castro, N. (2007). Efectos de la resolución de problemas como estrategia metodológica en la modelación y solución de problemas matemáticos que involucran ecuaciones de primer y segundo grado. Bogotá, Colombia.: Tesis en Maestría.
- Contreras, C., & Díaz, L. (2013). Desplazamiento de prácticas socioescolares desde una experiencia de modelación. Chile: Tesis no publicada.

- Cordero, F., & Suarez, L. (2008). Modelación - Graficación. Una categoría en cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación de movimiento. México: ICME XI, CINVESTAV - IPN.
- Córdova, F., & Buendía, G. (2011). La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería. México: Tesis de Maestría.
- Díaz, L. (2013). Una cartografía de estudios en Educación matemática desde una matriz analítica. Artículo en actas del congreso VII Cibem.
- Dolores, C., & Cuevas, I. (2007). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Relimen , Volumen 10*.
- Flores, C. (2007). Las formas básicas de graficación y su relación con situaciones de movimiento. *CICATA-IPN*.
- Moya, A. (2001). Reflexiones sobre la teoría y la práctica de evaluación en la educación matemática. *Retos y Logros*.
- Pérez, I., & Carrasco, E. (2012). Características de las prácticas estudiantiles de figuración ante un fenómeno de variación. Chile: Universidad de Los Lagos.

Linkografía

- Educarchile*. (2014). Recuperado el 15 de Julio de 2014, de <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?ID=9765>
- RAE*. (2014). Recuperado el 15 de Julio de 2014, de <http://definicion.de/evaluacion/>
- Ministerio de educación*. (actualización 2009). Recuperado el 14 de Julio de 2014, de Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de Educación Básica y Media: <http://mineduc.cl>

ANEXOS

Índice de Anexos

Anexo N°1: Diseño de secuencia experimental (Arrieta, 2003).....	86
Anexo N°2: Evidencias Previas (desarrollo de estudiantes)	92
Anexo N°3: Figuras de evidencias Previas.....	96
Anexo N°4: Rediseño de secuencia experimental.....	97
Anexo N°5: Primer formulario KPSI	104
Anexo N°6: Segundo formulario KPSI.....	105
Anexo N°7: Tercer formulario KPSI	106
Anexo N°8: Ficha mis aprendizajes	107
Anexo N°9: Desarrollo de los KPSI de grupo curso	108
Anexo N°10: Desarrollos de la primera ficha mis aprendizajes.	111
Anexo N°11: Desarrollos de la segunda ficha mis aprendizajes	114
Anexo N°12: Desarrollos de la tercera ficha mis aprendizajes	117
Anexo N° 13: Desarrollos del rediseño de secuencia experimental.....	118

Anexo N°1: Diseño de secuencia experimental (Arrieta, 2003)

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

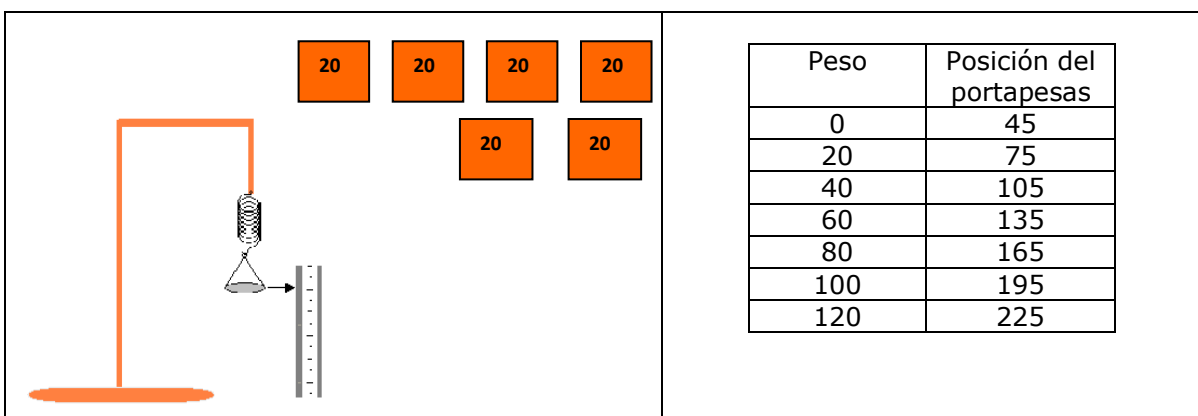
NOMBRE: _____ Curso: _____ Fecha: _____

I. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta la elasticidad de un resorte.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las posiciones de la flechita, con estos datos hacemos una tabla.



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

1. Describe el experimento

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

3. Si la flechita está en 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas?

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la flechita del portapesas?
Expliquen bien cómo le hicieron para encontrar su resultado

5. Si colocamos 85 gramos, ¿en qué posición estará la flechita del portapesas?

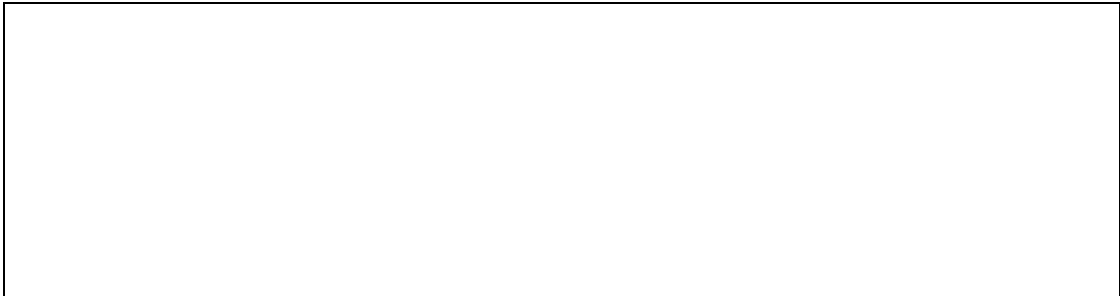
6. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38.3 gramos? Expliquen muy bien cómo le hicieron para encontrar su resultado

7. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 62.6 gramos?

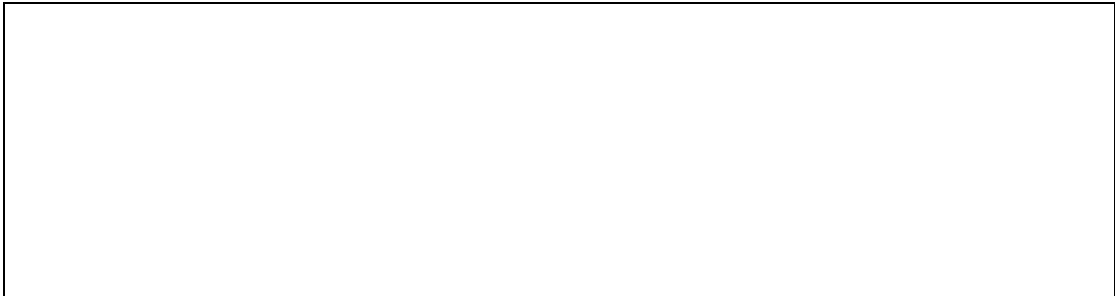
8. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan p gramos? ¿Por qué?



9. ¿Podrían dar una fórmula algebraica para expresar esto?



10. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 18.45 gramos?



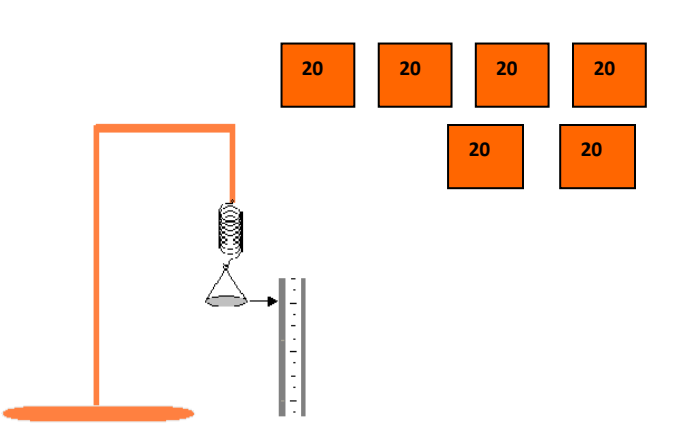
11. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 125.9 gramos?



SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN
Parte 2 (*)

NOMBRE: _____ Fecha: _____

II. EXPERIMENTO CÓMO SE COMPORTA LA ELASTICIDAD DE UN RESORTE



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

9. ¿Cuál es la expresión algebraica que puede asociarse al comportamiento del resorte?

10. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 18.45 gramos?

11. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 125.9 gramos?

III. EL MODELO GRÁFICO

Ahora graficaremos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.

1. Grafica los datos de la tabla

¿Qué gráfica es?

2. ¿Cómo calcularías la posición del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

3. Si el resorte es más elástico, más flojito ¿cómo será la gráfica?

¿Por qué?

4. ¿Cómo será la gráfica si el resorte es más duro, menos elástico?

5. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más vertical” que la gráfica de nuestro experimento?

¿Por qué?

6. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más horizontal” que la gráfica de nuestro experimento?

7. Si se modifica la elasticidad del resorte ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica?

8. ¿Qué cambiará en la tabla de datos?

9. ¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la primera pero más abajo?

10. ¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la primera pero más arriba?

11. Si se modifica la posición de la regla ¿Qué cambia en la expresión algebraica?

12. Elabora esquemas que coordinen la elasticidad de resortes, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

Anexo N°2: Evidencias Previas (desarrollo de estudiantes)

DESARROLLOS

Reactivos	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4
Describe el experimento En tus propias palabras	Hay un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo se le coloco un portapesas que apunta a una regla y contamos con 6 pesas de 20 grs.	En este experimento vamos a demostrar, mientras se le aumenta el peso a la balanza sostenida por el resorte, la posición del portapesas va aumentando a medida que se le va aumentando peso.	Por cada peso que se agregue va bajando la posición del porta pesas Falta estrategia	Hay un soporte y un resorte colgando de él, en su extremo hay un portapesas que apunta a una regla, la cual cuenta con 6 pesas de 20 gramos.
2. Si colocamos 60 gr. ¿en qué posición estará la flechita?	Quedará en posición 135 y lo calcule con la tabla.	En la posición 135 ya que al ponerle peso (60 gramos) la posición del resorte comienza a estirarse llegando a lo indicado en el portapesas.	Estará en 135mm. de la tabla	En la 135, ya que, a si lo indica la tabla.
3. Si la flechita esta en 75 mm. ¿Qué peso tiene el portapesas?	El portapesas tiene un peso de 20 gr., porque en la tabla dice.	Tiene 20 porque en la tabla indica las medidas.	Su peso será de 20g.	Su peso es de 20 Kg
4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la flechita del portapesas?	$20 \rightarrow 30$ $50 \rightarrow X$ $1500 : 20 = 75$ 100 En 115. Lo realizamos con la regla de tres.	Calcular la diferencia de 40 y 60 gramos hay una diferencia de 30 mm al dejarlo en 50 gramos el portapapeles se situaría en 120 mm.	Estaría en 120, ya que nos dimos cuenta de que la tabla iba de 30 en 30, dividimos 30 en 2 y quedo en 15, y nos dimos cuenta de que cada 10gr va en 15 en 15 $30:2=15$	La tabla va sumando por 30 por portapeso y con 50 gramos da un total de 120 Kg falta estrategia

<p>5. Si colocamos 85 gramos, ¿En qué posición estará la flechita del portapesas? vayan anotando sus predicciones en esta tabla. Describa con todo detalle como lo hicieron.</p>	<p>20 → 30 85 → X Estará en la posición 127.</p>	<p>Si colocamos 85 gramos la flecha se situaría en 175,5 mm. Falta estrategia</p>	<p>Estará en la flechita 172,5 ya que dividimos el 15 en 2 y nos dio 7,5 15:2=7,5 165 <u>+ 7,5</u> 172,5</p>	<p>1° dividimos 30 en 2 y da 15, luego al 15 lo dividimos en 2 y da 7,5. Así obtuvimos el resultado 165 <u>+ 7,5</u> 172,5</p>
<p>6. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como lo hicieron para encontrar su resultado. Y los cálculos que hicieron</p>	<p>20 → 30 38,3 → X La posición de portapesas es 57. Porque lo realizamos con la regla de tres.</p>	<p>La posición del portapesas es de 102,75 mm. Esto se debe que cada gramo equivale a 1,5 mm, a contar del punto respectivo que es 0. Falta estrategia</p>	<p>20=38,3 1149=20x 30=x <u>1149=x</u> 20 <u>1149=57,45+45=</u> 102,45 20 multiplicando usando la regla de tres y después le sume 45</p>	<p>$\frac{20}{38,5} = \frac{30}{x} = 57,45 + 45 = 102,45$ Despejamos una incógnita y multiplicamos cruzado para obtener el resultado.</p>
<p>7. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 62,6 gramos?</p>	<p>20 → 30 62,6 → X La posición será 93.</p>	<p>Vale 138,9 mm. Falta estrategia</p>	<p>20=62,6 1878=20x 30=x <u>1878=x</u> 20 93,9=x =138,9 +45 ocupe la regla de tres y me dio 138,9</p>	<p>$\frac{20}{62,5} = \frac{30}{x} = 93,9 + 45 = 138,9$ Es lo mismo que lo anterior</p>
<p>8. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan P gramos? ¿Por qué?</p>	<p>No se sabia, ya que no tenemos el valor de P. 20 → 30 P → X P*30=P*20 1,5 Porque reemplazamos.</p>	<p>El portapesas equivale a (P+30) ya que P no se sabe.</p>	<p>20=p 30p=20x 30=x 20 45+(30p/20)=x</p>	<p>$\frac{20}{p} = \frac{30}{x} = 20x = 30p \rightarrow x = \frac{30p}{20} + 45$</p>
<p>9. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?</p>	<p>Nose lo siento. Si, la regla de 3. Ejemplo: 30 → 20 95 → X</p>	<p>Si, $\frac{3}{2}x + 45$</p>	<p>Ec=45+(30p/20)= x</p>	<p>$x = \frac{30p}{20} + 45$ X: a la posición P: los gramos+45= posición inicial</p>

10. ¿Cuál será la posición de portapesas si se colocan 18,45 gramos?	Tampoco se ⊗ Help me plis 20 → 30 18,45 → X La posición será 27.	Multiplique 18,45 por 30 y lo dividí en 20 + 45 y me salió 72,675 mm.	20=18.45 <u>553,5</u> =x 30=x 27,675=x +45 72,675=x	20	$x = \frac{30 \cdot 18,45}{20} + 45 = 74,925 = \text{resultado}$
11. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 125,9 gramos?	No ⊗ no me haga esto ⊗ 20 → 30 125,9 → X La posición del portapesas será de 188,8	Multiplique 125,9 por 30 y lo dividí en 20 + 45 y me salió 233,85 mm	20=125,9 <u>3777</u> =x 30=x 3777=x +45 3822=x	20	$\frac{30 \cdot 125,9}{20} + 45 = 233,85$

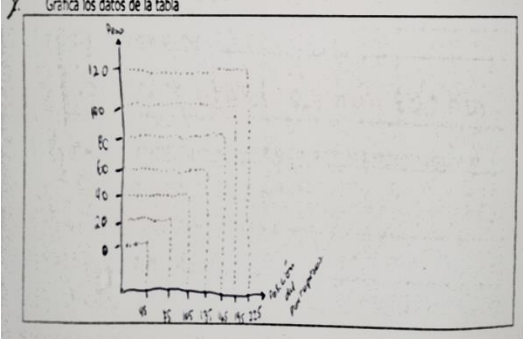
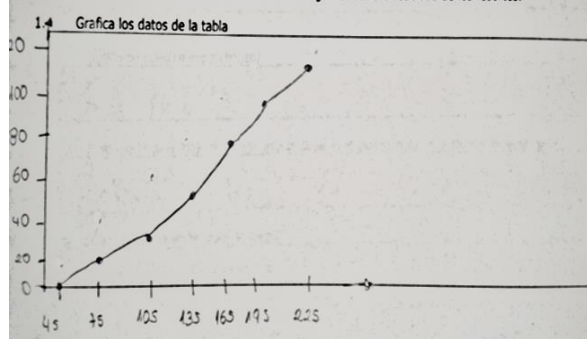
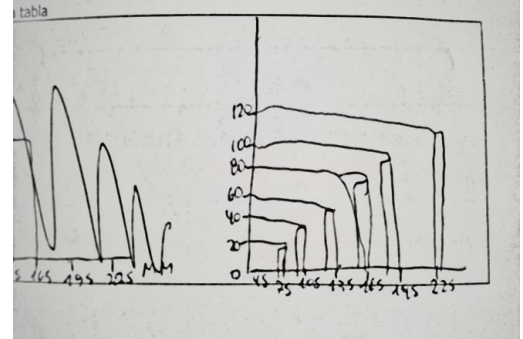
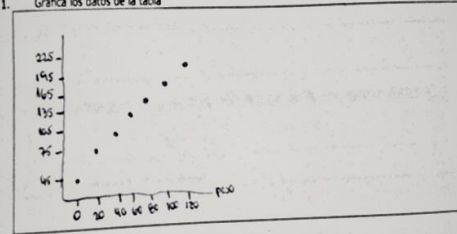
Parte II

	Preguntas	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
1	Grafica la siguiente tabla	- Es una recta - grafico lineal	Gráfico de puntos	Gráfico de barras	Gráfico de elasticidad del resorte
2	¿Cómo calcularías la posición del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?	La calcularía con el grafico. 20→30 64→X→96 sería la posición	Ubicándolo		$\frac{20}{64} = \frac{30}{X} = 96 + 45 = 141$ Multiplicando 64 por 30 luego se divide por 20 y al resultado se suma con 45
3 ^a	Si el resorte es las elástico, mas flojito ¿cómo será la gráfica?	La grafica seria curva	Mas alto		El grafico será más largo ya que se estira
3 ^b	¿Por qué?	Porque el peso influiría mas	El resorte al ser más elástico tiende a soltarse mas		
3 ^c	¿Cómo será la gráfica si el resorte es más duro, menos elástico?	Sería igual, ya que mantiene el peso	Más corto		
4 ^a	¿Cómo deberá ser el resorte para la que la recta que	El resorte deberá ser menos elástico	Mas rígido		

	ob tengamos “más vertical” que la gráfica de nuestro experimento?				
4b	¿Por qué?	Porque así sería la forma de que fuera más vertical	Mas rígido sea el resorte, mas recta será la grafica		
4c	¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más horizontal” que la gráfica de nuestro experimento?	El resorte deberá ser más elástico	Más flojo		
5	Si se modifica la elasticidad del resorte ¿que lo que cambia en la expresión algebraica?	Cambia la posición	Cambia los valores		
6	¿Qué cambiara en la tabla de datos?	la posición	Cambia los datos		
7	¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la primera pero más abajo?	Poniéndole menos peso (gramos)	Teniendo un resorte rígido		
8	¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la primera pero más arriba?	Disminuyendo el peso en gramos	Teniendo un resorte más flojo		
9	Si se modifica la posición de la regla ¿Qué cambia en la expresión	Cambiaría el peso			

	algebraica?				
10	Elabora esquema que coordinen la elasticidad del resorte, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción	No sé. No sabemos No sabo			

Anexo N°3: Figuras de evidencias Previas.

Grupo 1	Grupo 2
<p>III. EL MODELO GRÁFICO</p> <p>Ahora graficemos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.</p> <p>Grafica los datos de la tabla</p> 	<p>III. EL MODELO GRÁFICO</p> <p>Ahora graficemos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.</p> <p>1. Grafica los datos de la tabla</p> 
Grupo 3	Grupo 4
<p>FICO</p> <p>para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.</p> <p>tabla</p> 	<p>III. EL MODELO GRÁFICO</p> <p>Ahora graficemos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.</p> <p>1. Grafica los datos de la tabla</p> 

Anexo N°4: Rediseño de secuencia experimental

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN PARTE I

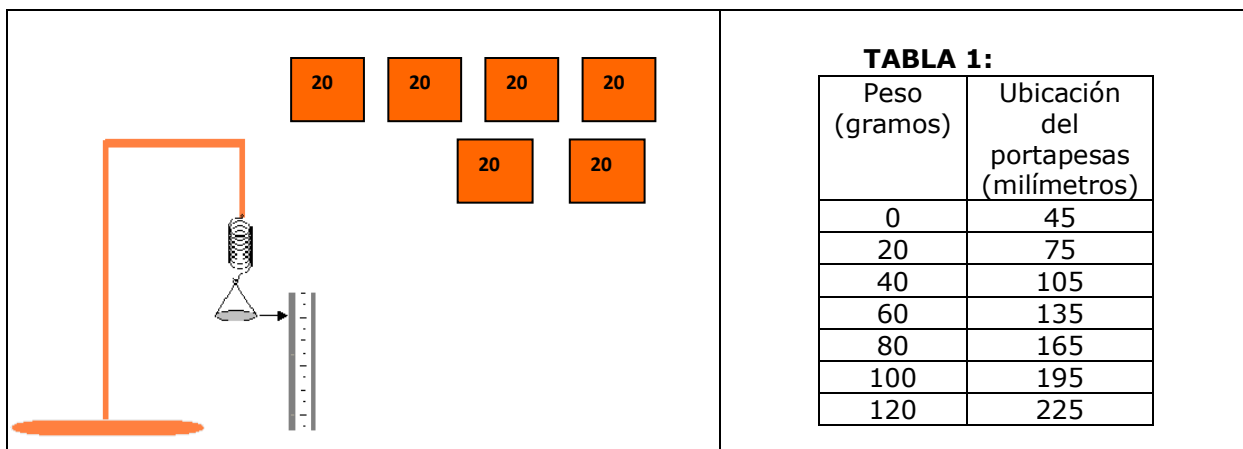
NOMBRE: _____ Curso: _____ Fecha: _____

I. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta la elasticidad de un resorte.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las ubicaciones de la flechita, con estos datos hacemos una tabla.



Peso (gramos)	Ubicación del portapesas (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿En qué ubicación estará la flechita?Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Si la flechita está ubicada en 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

TABLA 2

Peso (gramos)	Ubicación del portapesas (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

5. Si colocamos 85 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita en el portapesa? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

6. Si colocamos 21 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita en el porta pesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

7. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

--

8. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan X gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

--

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la ubicación del portapesas cuando se le ponen 60 gramos.
- a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
 - b) Argumenten su respuesta.

--

10. ¿cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

--

11. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?
a) Expliquen muy bien como conjeturaron la fórmula.
b) Comprueben la posición para el peso de 100 gramos.

13. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

14. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.

REDISEÑO SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

Parte II (*)

NOMBRE: _____ Fecha: _____

II. EXPERIMENTO CÓMO SE COMPORTA LA ELASTICIDAD DE UN RESORTE

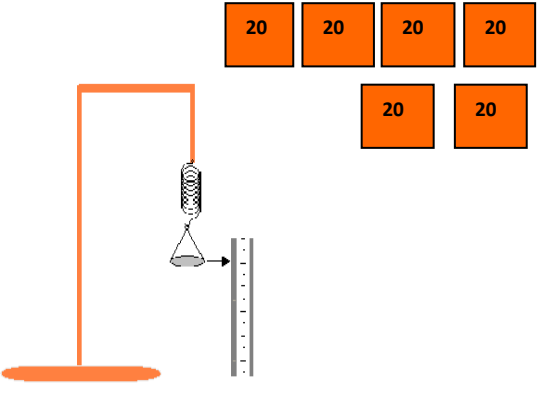


TABLA 1:

Peso (gramos)	Ubicación del portapesas (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

III. EL MODELO GRÁFICO

Ahora graficaremos los datos para crear un modelo gráfico de la elasticidad de los resortes.

NOTA: La comunidad científica se puso de acuerdo para graficar una tabla, en donde los valores de la derecha se despliegan en la vertical y los de la izquierda hacia la horizontal.

1. Dispongan los datos de la tabla 1 en un plano cartesiano.



2. ¿Cómo obtendrían la ubicación del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

3. Teniendo en cuenta la figura del experimento, si el resorte es más elástico, más flojito ¿cómo será la gráfica?

¿Por qué?

4. ¿Cómo será la gráfica si el resorte es más duro, es decir, menos elástico?

5. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más vertical” que la gráfica inicial?

¿Por qué?

6. ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea “más horizontal” que la gráfica inicial?

7. Si se modifica la elasticidad del resorte ¿Qué es lo que cambia en la tabla de datos?

8. Si se modifica la elasticidad del resorte ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte I de la secuencia?

9. ¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la inicial pero más abajo?

10. ¿Cómo modificarías el experimento para que la recta que obtengas sea como la inicial pero más arriba?

11. Si se modifica la ubicación de la regla del experimento ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte 1 de la secuencia?

12. Elabora esquemas que expresen las relaciones entre el fenómeno de la elasticidad del resorte y sus modelos gráfico, tabular y algebraico, cuando el resorte es más flojito y cuando el resorte es más rígido.

Anexo N°5: Primer formulario KPSI

Primer formulario KPSI

Nombre: _____ Fecha: _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
Calculo promedios entre dos cantidades				
Deduzco información desde una tabla de valores				
Tomo decisiones con la información de una tabla de valores				
Doy argumentos para mis respuestas				

Comentarios:

Anexo N°6: Segundo formulario KPSI

Segundo formulario KPSI

Nombre: _____ Fecha: _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
Argumento como procedo para llegar a mis resultados				
Compruebo mis resultados con valores de la tabla				
Identifico los valores que actúan en una situación				
Uso distintos procedimientos para llegar a mis resultados				
Identifico los pasos que uso para hallar una solución				
Identifico regularidades en mis procedimientos y las generalizo				
Formulo expresiones generalizadas				

Comentarios:

Anexo N°7: Tercer formulario KPSI

Tercer formulario KPSI

Nombre: _____ Fecha: _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
Gráfico, si me dan los datos en una tabla				
Relaciono los datos de un gráfico con una situación				
Identifico la gráfica de una recta				
Identifico la inclinación de una recta				
Identifico la altura de una recta				
Tomo decisiones con la información de un gráfico				

Comentarios:

Anexo N°8: Ficha mis aprendizajes

FICHA MIS APRENDIZAJES

NOMBRE: _____ Curso: _____ Fecha: _____

¿Qué Aprendí con estas actividades?

¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?

¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?

Anexo N°9: Desarrollo de los KPSI de grupo curso

Primera ficha mis conocimientos

Nombre: _____ Fecha: _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
Calculo promedios entre dos cantidades	2	5	19	16
Deduzco información desde una tabla de valores	3	11	22	6
Tomo decisiones con la información de una tabla de valores	2	11	22	7
Doy argumentos para mis respuestas	1	6	26	9

Segunda ficha mis conocimientos

Nombre: _____ **Fecha:** _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
Argumento como procedo para llegar a mis resultados	1	3	17	8
Compruebo mis resultados con valores de la tabla	0	4	20	5
Identifico los valores que actúan en una situación	0	7	20	2
Uso distintos procedimientos para llegar a mis resultados	0	7	19	3
Identifico los pasos que uso para hallar una solución	0	2	21	6
Identifico regularidades en mis procedimientos y las generalizo	2	13	10	4
Formulo expresiones generalizadas	0	8	19	2

Tercer ficha mis conocimientos

Nombre: _____ Fecha: _____

Indicaciones:

Esta evaluación inicial tiene como propósito que te des cuenta de tu cercanía con las actividades que se desarrollan en el tema de esta clase.

Con esa información sabrás tu punto de partida y posteriormente podrás contrastar con las actividades que pudiste realizar.

Utilizando las categorías siguientes, marca con una (X) en el recuadro que lo represente.

Categorías:

1. : No tengo idea
2. : Tengo una vaga idea
3. : Lo sé, pero para mí
4. : Lo sé, incluso puedo explicarlo a un compañero(a)

Mis conocimientos	Categorías			
	1	2	3	4
	3	2	9	5
Gráfico, si me dan los datos en una tabla	3	4	10	2
Relaciono los datos de un gráfico con una situación	2	6	9	2
Identifico la gráfica de una recta	2	9	6	2
Identifico la inclinación de una recta	2	7	8	2
Identifico la altura de una recta	2	4	8	4
Tomo decisiones con la información de un gráfico				

Anexo N°10: Desarrollos de la primera ficha mis aprendizajes.

Grupo 1			
Integrantes Reactivos	A1	A2	A3
¿Qué aprendí con esta actividad?	A trabajar en equipo junto con mis compañeras y a escuchar su opiniones y soluciones	Aprendí a trabajar en equipo junto a mis compañeras. Realizar cálculos con un poco de dificultad y escuchar opiniones	A trabajar en equipo escuchar las opiniones de mis compañeros a encontrar argumentos desconocidos para una tabla de información
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Muy cómoda ya que mis compañeras son agradables	Me sentí un poco estresada por no poder resolver un ejercicio, cómoda y en un ambiente grato	Bien ya que mis compañeros son muy agradables y nos entendemos muy bien
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Con mucha paciencia y siendo clara	Le mostraría una guía con ejercicios similares a los que hicimos hoy y si no saben realizarlos le explicaría con mis propias palabras	Si veo que quiere trabajar le ayudo si no me voy con alguien que quiera. Si lo encuentro le preguntó qué le cuesta y le muestro los ejercicios y se los explico con mucha paciencia y si no a golpes

Grupo 2			
Integrantes Reactivos	B1	B2	B3
¿Qué aprendí con esta actividad?	En esta actividad aprendí más sobre cómo sacar información de una tabla	Aprendimos más a sacar información sobre tablas	Sacar información de la tabla
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí bien porque con mis compañeros trabajamos muy bien	Me sentí bien porque era entretenido hacer algo nuevo y trabajando con amigos	Me sentí bien por que aprendí nuevas cosas
¿Cómo le explicaría a algún	Hoy hicimos una actividad en la que	Que hoy trabajamos buscando peso en	Que suman al peso (20g) va

compañero lo que vi en esta actividad?	consistió hacer cálculos y sacar información de tablas	una balanza	subiendo 30mm
--	--	-------------	---------------

Grupo 3			
Integrantes	C1	C2	C3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí a utilizar la regla de 3 en problemas matemáticos	Aprendí a utilizar la regla de 3 en problemas matemáticos	Aprendí a usar la regla de 3 en problemas matemáticos
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí bien porque aprendí algo nuevo	Al principio muy incómodo pero después muy cómodo fue agradable	Me sentí muy bien
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	No sabría cómo explicárselo a algún compañero	No sabré cómo explicárselo a un compañero	Vi la regla de tres

Grupo 4			
Integrantes	D1	D2	D3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí a escuchar a mis compañeros para que dieran su opinión de cómo solucionar los problemas, también a usar más la regla de tres.	Aprendí a comprobar resultados mediante la tabla y a ocupar al regla de 3	Aprendí a usar la regla de tres a argumentar por la información que me entregue (tabla)
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí bien, me sentí acompañada y con mucho apoyo de mis compañeras y con el profesor en práctica y fue muy divertido	Me sentí bien porque hubo una colaboración con mis compañeros	Bacán
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo	Le explicaría como le explique a mis compañeros que estaban en mi grupo, de la manera	Mmm tendría que trabajar con el	No sé, pregúntale a la Pepa

que vi en esta actividad?	más simple de como sea para ellos y también para mi		
---------------------------	---	--	--

Grupo 5			
Integrantes Reactivos	E1	E2	E3
¿Qué aprendí con esta actividad?	Mucho, al principio no tuve idea de nada	Honestamente nada nuevo, pero me sirvió un poco	Sinceramente, nada del otro mundo, ya sabía cómo hacerlo pero igual me ayudo a reforzarlo
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Bien, fue entretenido y mejor que la clase de matemática ;)	Me sentí cómodo	Bien, cómoda, fue divertido
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	No sé, tal vez no lo haga	Como una actividad interactiva que te pide que pienses un poco	Como una actividad interactiva

Grupo 6			
Integrantes Reactivos	F1	F2	F3
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí a como ir desarrollando problemas que se ubican en una tabla y complemente un poco más mis conocimientos	Aprendí a poder desarrollar problemas que se ubican en una tabla. También de lo importante que es poder desarmar la tabla para ocuparla en distintas respuestas	Aprendí a cómo desarrollar problemas que están ubicados en una tabla
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí bien y no fue complicado era cosa de leer y comprender	Fue importante volver a trabajar con tablas	Me sentí bien
¿Cómo le explicaría a	Le explicaría como primero lee y después	Le diría que era cosa de observar el cuadro	Le diría que observara la

algún compañero lo que vi en esta actividad?	responde y bueno si no entiende le leería yo y no se para que así entienda	informativo y con un desarrollo básico poder resolver las respuestas	tabla, ya que era muy fácil de entender
--	--	--	---

Anexo N°11: Desarrollos de la segunda ficha mis aprendizajes

Grupo 1			
Integrantes	A1	A2	A3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	A calcular mucho y sin enredarme	Aprendí a trabajar en "equipo" y resolver ejercicios que tenía dificultad	A compartir opiniones con los compañeros de trabajo A trabajar en equipo 😊
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Un poco estresada	Me sentí cómoda aunque en los últimos ejercicio los resolví sola porque mi grupo estaba jugando	Bien, porque hay confianza con los compañeros y podemos trabajar bien 😊
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Con manzanitas	Le entregaría guías con ejercicios parecidos y les explicaría igual que usted a nosotros pero con mis palabras	Busco a alguien y si no quiere trabajar aprender me voy con otro y si encuentro a alguien le preguntó qué le cuesta y le muestro y le explicó con mucha paciencia y sino aprende a golpes

Grupo 2			
Integrantes	B1	B2	B3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	En esta actividad aprendí a desarrollar ecuaciones con nuevas fórmulas en grupo	En esta actividad aprendí nuevas fórmulas y trabajar en grupo	Inconcluso
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí a gusto con la actividad que se desarrolló y también con el grupo	Me sentí contento por este trabajo entretenido	Inconcluso
¿Cómo le explicaría a algún	Que en esta actividad hicimos una secuencia en	Que vimos nuevas maneras de trabajar	Inconcluso

compañero lo que vi en esta actividad?	la que se desarrollaron nuevas formulas		
--	---	--	--

Grupo 3			
Integrantes	C1	C2	C3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí a utilizar nuevas fórmulas para ecuaciones	Aprendí a utilizar la formulas	Aprendí a resolver formulas
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí un poco aburrido	Fue agradable	Me sentí muy bien
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	No sabría cómo explicárselo a algún compañero	No sabré como explicárselo a un compañero	No se

Grupo 4			
Integrantes	D1	D2	D3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí resolver ejercicios con ecuaciones en conjunto con mis compañeros	Aprendí a comprobar mis respuestas con ecuaciones	Aprendí a usar las ecuaciones con nuevas
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí bien y acompañada	Me sentí bien	Bacán
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Le explicaría de la manera más simple de como sea para ellos y también para mi	Mmm tendría que trabajar con el	No sé, pregúntale a la Yorsh

Grupo 5			
Integrantes	E1	E2	E3
Reactivos			
¿Qué aprendí con	Aprendí a realizar	Aprendí a formular	Aprendí a formular

esta actividad?	correctamente una ecuación	una ecuación	una ecuación
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Me sentí más informada, fue entrete	Me entretuve bastante	Bien, bastante entretenida
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Fue larga pero entretenida	Como una actividad bastante entretenida	Como una actividad bastante interesante

Grupo 6			
Integrantes	F1	F2	F3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Inconcluso	Inconcluso	Inconcluso
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Inconcluso	Inconcluso	Inconcluso
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Inconcluso	Inconcluso	Inconcluso

Anexo N°12: Desarrollos de la tercera ficha mis aprendizajes

Grupo 5			
Integrantes	E1	E2	E3
Reactivos			
¿Qué aprendí con esta actividad?	Aprendí a trabajar en grupo	A interpretar gráficos y a trabajar en grupo	A interpretar gráficos y a trabajar en grupo
¿Cómo me sentí trabajando en esta actividad?	Excelente, me divertí bastante	Muy bien	De maravilla, muy divertido
¿Cómo le explicaría a algún compañero lo que vi en esta actividad?	Con un video y una actividad parecida a esta	Como una actividad que mide tus conocimientos sin presionarte	Como una actividad en grupo e interactiva muy entretenida que mide tus conocimientos

Anexo N° 13: Desarrollos del rediseño de secuencia experimental

Reactivos	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	GRUPO 4	GRUPO 5	GRUPO 6
1. Describan el experimento con sus palabras.	Con un soporte y un resorte en su extremo. Le colocamos peso al resorte y este va a estirarse, con una barra que indica los milímetros y nos permite ver cuantodeciende a medida que le colocamos el peso.	Cada pesa de 20 va sumando 30 (milímetros) q lo que estaba antes.	Que a medidas que se le va incrementando el peso de 20 g el portapesa va bajando una cierta cantidad de milímetro.	Tenemos un porta pesas y un resorte colgando de el, el indicador marca 45 milímetros, con peso 0 cada 20 gramos que colocamos en el porta pesas el indicador va aumentando 30 milímetros.	Se colocan pesas de 20 gr en un portapesas y se anota la ubicación del indicador en una tabla de <u>¡Valores!</u>	En el experimento se dice que hay un soporte, un resorte que en su extremo cuelga un porta pesa, 20 grms(0 peso). Si se le aumenta más peso, se aumenta la ubicación en el portapesas (30 milímetros)
2. Si colocan 60 gramos, ¿En qué ubicación estará la flechita? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo .	Si colocamos 60 gramos la flechita estaría en los 135 milímetros porque como muestra la tabla parte en 45 milímetros y a medida que se le va poniendo peso(20) va a desender 30 milímetros: si en 0 g estas en 45 y le agregamos 60 g. icada 20 g baja 30	La flechita quedaría en 135 milímetros.	La flechita estará en 135 milímetros, lo que usamos para determinarlo fue leer la tabla y sacar conclusiones acerca de los datos que esta nos entrega	Queda en la ubicación de los 135 milímetros, lo determinamos que cada vez que ponemos más peso los milímetros suben. R. cuando ponemos 60 gramos de peso aumenta 90 milímetros desde su marca inicial.	Observé a tabla de valores, y encontré la respuesta la cuál es 135.	Queda en la ubicación de 135 milímetros, determina que cada vez que se agrega mas peso mas aumenta en la ubicación.

	milímetros! estara en 135mm					
3. Si la flechita está ubicada en 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo .	Si esta en 75 mm el porta pesas va a pesar 20 g porque como indica la tabla cuando van 20 g la pesa va a indicar que esta en 75 mm ya que cada 20 g se suma 30 mm (0=45)	*Si la flechita esta ubicada en 75 mm el peso que es 20 g	El peso que tendría la pesa es de 20 gramos, lo determinamos sacando conclusiones con los datos que nos entrega la tabla	Su peso es de 20 gramos. El procedimiento que usamos fue que agregamos 20 gramos de peso y los milímetros aumentaron 30 para poder llegar a 75mm	Respuesta: 20 gr Mire la tabla de valores.	El portapesa tiene un peso de 20 gramos y los milímetros aumentaron 30 para poder llegar a 75 mm
4. Si colocan 50 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.	Queda en la ubicación de 120 mm, nosotros pusimos el 50 en la tabla y calculamos los mm utilizando los valores que ya estaban en la tabla.	La ubicación quedara en 120 mm.	La flechita estará en 120 gramos, lo determinamos con los datos de la tabla y restamos 135-105, el resultado fue 30 lo dividimos en dos y el resultado que fue 15 lo sumamos a 105 y dio 120	La flechita estará en 120 lo verificamos con la tabla, restamos 135 menos 105 nos da 30 dividido por 2 y nos da 15 le sumamos al 105 y nos da 120	En 120 mm Calculamos cada cuanto aumentaban los mm.	La flechita estará en 120 lo verificamos con la tabla, restamos 135 menos 105 nos da 30 dividido por 2 da 15 le sumamos 15 al 105 y nos da 120.

<p>Si colocamos 85 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesa? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.</p>	<p>Queda en 172,5 mm. Como lo muestra la tabla por cada 20 g el peso aumenta a 30 mm. Entre 80 y 100 hay una \neq de 30 g entre 80 y 90 hay una \neq de 15 g entonces entre 80 y 85 habia una de 7,5 y dara el resultado.</p>	<p>Quedara ubicada en 172,5 grm</p>	<p>Estará de 172,5 mm de la portapesa utilizamos la regla de tres que es multiplicarlo cruzado y se divide para el lado</p>	<p>Estará en la ubicación de 172,5 mm de la porta pesa. Utilizamos el procedimiento de la regla de tres, donde se multiplica, cruzado y se multiplica con el número que queda (para el lado)</p>	<p>En 172,5 mm. Calculamos que cada 5 gramos avanza 7,5 mm.</p>	<p>Estará en la ubicación de 172,5 mm de la porta pesa. Utilizamos el procedimiento de la regla de 3, donde se multiplica cruzado y se multiplica con el numero que da (para el lado)</p>
<p>6. Si colocan 21 gramos ¿En qué ubicación estará la flechita del portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.</p>	<p>7,5 → 5 1,5 → 1</p> <p>La flechita estaría en 76,5 para sacar el valor de 21 nos guiamos por el valor de 20. Luego de eso sacamos el valor --de 1y se lo sumamos al valor de 20 y nos dio 21.</p>	<p>20= 75 21 x</p> <p>20x=21 ·75 20x=1572 X=1572:20</p> <p>X=78,75</p> <p>queda en 78,75</p>	<p>En 78,75 mm le uso la regla de 3 para este problema</p> $\frac{20}{21} \leftarrow \frac{75}{x}$ <p>20x=75·21 20x=1575 x=1575/20</p> <p>X=78,75</p>	<p>En 78,75 mm, usamos la regla de tres.</p> <p>20=75 21=x</p> <p>20x=21·75 20x=1575 X=$\frac{1575}{20}$ X=78,75</p>	<p>En 76,5 mm. Cada 1 gr avanza 1,5 mm</p>	<p>En 78,75 mm, usamos la regla de tres.</p> <p>20=75 21=x</p> <p>20x=21·75 x=1572/20 X=78,75</p>

<p>7. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.</p>	<p>La ubicación sería 46,5 mm. Ya que como en el ejercicio anterior muestra sacamos el valor de 5 → 7,5</p> <p>Y lo ÷ en 5 y nos dio 1,5.</p>	<p>$20 = 30$ $1 \quad x$</p> <p>$20x = 30$ $x = \frac{30}{20}$ $x = 1,5$ la flecha quedaría en 1,5</p>	<p>El resultado 46,5 por que cada 5 espacios hay 7,5 mm y hay ocupamos la regla de 3 donde 1 g equivale a 1,5 mm y luego este resultado lo sumamos a 45 dandonos 46,5</p>	<p>$1 \rightarrow x$</p> <p>$20 \rightarrow 75$</p> <p>$75 = 20x$ $\frac{75}{20} = x$ $3,75 = x$</p> <p>Su ubicación será de 3,75 mm. el procedimiento que usamos fue la regla de tres, dividimos 75 por 20 y de 3,75 y para comprobarlo le multiplicamos 20</p>	<p>1,5 mm Cada un gramo avanza 1,5 mm</p>	<p>$1 \rightarrow x$</p> <p>$20 \rightarrow 75$</p> <p>$75 = 20x$ $\frac{75}{20} = x$ $3,75 = x$</p> <p>Su ubicación será de 3,75 mm usamos el procedimiento de la regla de tres, para comprobar multiplicamos.</p>
<p>8. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan x gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.</p>	<p>Si $x=5$, en la tabla se ubicaría con el valor de 52,5mm (7,5 equivale a 5, entonces sumamos a 45 y nos dio el valor).</p>	<p>$20 - 30$ 45 $1,5 \cdot x + 45 = D$</p>		<p>$20 - 30$ 45</p> <p>$1,5x + 45 = D$</p>	<p>1,5 $x1,5 + 45 = D$ $20 \cdot 1,5 + 45 =$ $30 + 45 = 75$</p>	<p>$20 - 30$ 45</p> <p>$1,5x + 45 = D$</p>

<p>9. utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la ubicación del portapesas cuando se ponen 60 gramos.</p> <p>a) Confronte n su resultado con el valor de la tabla.</p> <p>b) Argumente en su respuesta</p>	<p>60=135mm Si x=60 en la tabla y multiplicamos el valor de 0(45) por 3 que son la cantidad de veces de 60 de 20 en 20. Nos da como resultado 135 m Si nos sirvió el método porque nos dio = que el resultado de la tabla.</p>	<p>1,5. 60+45=D 90+45=D <u>135=D</u></p>		<p>1,5. 60+45=D 90+45=D 135=D</p>	<p>60.1,5 + 45 90 + 45 135= D</p>	<p>1,5. 60+45=D 90+45=D 135=D</p>
<p>10. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 38,3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.</p>	<p>1,5.38,3+45=D 57,45=D 102,45=D</p>	<p>1,5.38,3+45=D 57,45=D 102,45=D</p>		<p>1,5.38,3+45=D 57,45=D 102,45=D</p>	<p>38,3. 1,5 + 45 57,45 + 45=102,45 Realizamos la ecuación planteada</p>	<p>1,5.38,3+45=D 57,45=D 102,45</p>

<p>11. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 62,6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo. Ingrénselo en la tabla 2.</p>	<p>60=135 61=136,5 62=138 <u>62,5=138,75</u> La ubicación sería 138,75mm. Porque si 60=135 61 sería 136,5, 62 sería 138 y 62,5=138,75</p>	<p>1,5.62,6+45=D 93,9+45=D 138,9=D</p>		<p>1,5.62,6+45D 93,9+45D 138,9=D</p>	<p>X1,5+45 62,6.1,5+45 93,9+45 238,9 Sustituimos el valor de x por 62,6</p>	<p>1,5.62,6+45D 93,9+45D 138,9=D</p>																		
<p>12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto? a) Expliquen muy bien como conjeturaron la fórmula. b) Comprueben la posición para el peso de 100 gramos.</p>	<p>Si x es equivalente a los gramos, y es equivalente a los mm. Cada 0 g hay 45m y cada 20 g hay una \neqde 30 y si preguntan por algún valor que no este en la tabla se va dividiendo entre 2 para poder hallar el valor</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr><td>40</td><td>105</td></tr> <tr><td>60</td><td>135</td></tr> <tr><td>80</td><td>165</td></tr> <tr><td>100</td><td>195</td></tr> <tr><td>x</td><td>Y</td></tr> <tr><td>0</td><td>45</td></tr> <tr><td>20</td><td>75</td></tr> <tr><td>40</td><td>105</td></tr> <tr><td>100</td><td>195</td></tr> </tbody> </table>	40	105	60	135	80	165	100	195	x	Y	0	45	20	75	40	105	100	195	<p>1,5x+45=D 1,5.100+45=D 195=D</p>		<p>1,5x+45=D 1,5.100+45=D 195=D</p>	<p>X1,5+45 100.1,5+45 150+45 195 X=gr Se calcula multiplicando el valor que le damos a la "x" por 1,5 y sumas 45 que es la medida mínima en la regla.</p>	<p>1,5x+45=D 1,5.100+45=D 195=D</p>
40	105																							
60	135																							
80	165																							
100	195																							
x	Y																							
0	45																							
20	75																							
40	105																							
100	195																							

	El peso de 100 g sería 195 al = como lo muestra la tabla n°2.					
13. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.	$0=45$ $10 \ 60$ $15: 67,5$ $18-$ $67,5+4,5=72\text{mm}$ $.20:75$ La ubicación para 18.45 g será de 72mm. Porque si sacamos el valor de 15 le podemos sumar 3 veces el valor de 1 y nos dara el resultado de 18.	$1,5 \cdot 18,45 + 45 = D$ $72,675 = D$		$1,5 \cdot 18,45 + 45 = D$ $72,675 = D$	$X1,5 + 45$ $18,45 \cdot 1,5 + 45$ $27,675 + 45$ $72,675$ Sustituimos la x por 18,45 y lo multiplicamos por 1,5 y lo sumamos por 45 y esto nos da 72,675 mm.	$1,5 \cdot 18,45 + 45 = D$ $72,675 = D$
14. ¿Cuál será la ubicación del portapesas si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo . Ingrénselo en la tabla 2.	$225120\text{g} \rightarrow 225$ $\underline{7,5125} \rightarrow 232,5$ $232,5$ $\underline{1,35}$ $233,85$ $125,9\text{g} \rightarrow 233,85$ $1 \rightarrow 1,5$ $0,9 \rightarrow 1,35$ La ubicación de 233,85 g es de 234 mm. Ya que, calculamos el valor de 120 y el	$1,5 \cdot 125,9 + 45 = D$ $233,85 = D$		$1,5 \cdot 125,9 + 45 = D$ $233,85 = D$	$125,9 \cdot 1,5 + 45 =$ $188,85 + 45 = 233,85$ Sustituimos la x por 125,9 y lo multiplicamos por 1,5 gr lo sumamos por 45 y como resultado dio 233,85	$1,5 \cdot 125,9 + 45 = D$ $233,85 = D$

	de 125. Luego de eso a 1 que equivale a 1,5 le restamos 0,15 valor de 0,9 y os dio que 0,9 equivalia a 1,35					
--	---	--	--	--	--	--

Parte II

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5	Grupo 6
2.- ¿Cómo obtendría la ubicación del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?	$4 = x$ $20 = 75$ $300 = 20x$ $15 = x$ $60 = 135$ $64 = 150$	$4 = x$ $20 = 75$ $300 = 20x$ $15 = x$ $60 = 135$ $64 = 150$	$\frac{60}{64} \leftarrow \frac{135}{x} = 144 \text{ mm}$	$4 = x$ $20 = 75$ $300 = 20x$ $15 = x$ $60 = 135$ $64 = 150$	Lo buscamos en el grafico dividi 75 en 10 y me dio 7,5, luego lo multiplique por dos y lo sume a la ubicación anterior, repeti el proceso con 20 y se lo sume a la ubicación horizontal.	$60 \rightarrow 135$ $64 \rightarrow x$ 144
3.- teniendo en cuenta la figura del experimento, si el resorte es más elástico, más flojito ¿Cómo será la gráfica?	Será con más distancia	Será con más distancia	Si es más flojo la pesa va a bajar más milímetros, entonces aumentaría la gráfica.	Si es más floja la pesa va a bajar más milímetros, entonces aumentara la gráfica.	Aumentaría en intervalos más grandes	Los milímetros cambiarían
¿Por qué?	Porque el resorte con más peso baja más	Porque el resorte esta elástico le	Porque entre más "altitud" habrá más distancia	Porque entre más latitud habrá más distancia	Porque el peso estiraría más al resorte flojito	Porque los milímetros serían

	que un resorte normal	ponimos peso baja más que el resorte normal				mayores ya que por el peso el resorte bajaría mas
4.- ¿Cómo será la gráfica si el resorte es más duro, es decir, menos elástico?	Tendrá menos distancia	Será con menos distancia	No bajara tantos mm y el grafico seria como una recta más baja	No bajara tanto mm y el grafico seria como una recta más baja	Iria aumentando en intervalos más pequeños	Los milímetros serían menores ya que el resorte no se estiraría tanto
5.- ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengan sea "más vertical" que la gráfica inicial?			Debería ser más elástico	Debería ser más más elástico	Debe ser muy elástico	Debería ser más elástico
¿Por qué?			Para que en la gráfica suba	Porque así el grafico sube	Porque así el peso los estirara con mayor facilidad	El resorte se estiraría más y los milímetros estarían más alejados
6.- ¿Cómo deberá ser el resorte para que la recta que obtengamos sea "más horizontal" que la gráfica inicial?			El resorte debe ser más rígido.	El resorte debe ser más rígido	Debe ser bastante duro para que la gráfica suba muy poco	Más duro, el resorte se estiraría menos, y los milímetros estarían más cerca

7.- Si se modifica la elasticidad del resorte ¿Qué es lo que cambia en la tabla de datos?			La ubicación del portapesas.	Cambia la ubicación del portapesas	La ubicación del portapesas en la regla (por milímetros)	Los milímetros
8.- Si se modifica la elasticidad del resorte ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte I de la secuencia?				Cambia el 1,5, porque mientras más grande la elasticidad más grande es la distancia y cuando la elasticidad es menor la distancia es menor.	Cambia el factor que representa	Cambian los milímetros
9.- ¿Cómo modificarían el experimento para que la recta que obtengamos sea como la inicial pero más abajo?				Para que la recta baje, la elasticidad debe ser menos y así la recta estará más abajo	Se reduce la cantidad de peso y la elasticidad	
10.- ¿Cómo modificarían el experimento para que la recta que obtengamos sea como la inicial pero más arriba?					Se aumenta el peso ejercido y la plasticidad del resorte	

11.- Si se modifica la ubicación de la regla del experimento ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica encontrada en la parte 1 de la secuencia?					El sumando	Los milímetros
--	--	--	--	--	------------	----------------

