



UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemática

Software de Geometría Dinámica y actividades
colaborativas: herramientas para aprender
geometría en el nivel NM3.

Memoria para Optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención
Computación.

Presentada por:

Alexander R. Astudillo Cubillos

Memoria para Optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención
Didáctica.

Presentada por:

Ferdinan O. Briones Retamal

Profesora Guía: Jeannette Galleguillos Bustamante

Valparaíso, Diciembre 2011

Índice

Resumen	9
---------------	---

Capítulo 1

Introducción.....	10
-------------------	----

Capítulo 2

Planteamiento del problema de Investigación	12
---	----

2.1 Introducción al Problema	12
------------------------------------	----

2.2 Problema de Investigación	14
-------------------------------------	----

2.3 Objetivos.....	15
--------------------	----

2.3.1 Objetivo Generales.....	15
-------------------------------	----

2.3.2 Objetivos Específicos.....	15
----------------------------------	----

2.3.3 Preguntas de Investigación	15
--	----

2.3.4 Hipótesis	16
-----------------------	----

Capítulo 3

Marco teórico	17
---------------------	----

3.1 Herramientas Pedagógicas.....	17
-----------------------------------	----

3.1.1 Aprendizaje Colaborativo	17
--------------------------------------	----

3.1.2 Aprendizaje Significativo de Ausubel	20
--	----

3.1.3 Aprendizaje por Descubrimiento de Bruner	20
--	----

3.1.4 Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau	22
---	----

3.2 Herramientas Tecnológicas	24
-------------------------------------	----

3.2.1 Interactividad	24
----------------------------	----

3.2.2 Software de geometría dinámica Geogebra	24
---	----

3.3 Antecedentes Bibliográficos.....	25
--------------------------------------	----

Capítulo 4

Metodología de Clases	28
4.1 Clase N°1	28
4.2 Clase N°2	32
4.3 Clase N°3	38
4.4 Clase N°4	45

Capítulo 5

Análisis de Datos.....	53
5.1 Análisis Didáctico	54
5.1.1 Clase N°1	54
5.1.2 Clase N°2	58
5.1.2.1 Tabla Resumen Clase Parábola	65
5.1.3 Clase N°3	66
5.1.3.1 Tabla Resumen Clase Elipse	72
5.1.4 Clase N°4	73
5.1.4.1 Tabla Resumen Clase Hipérbola	79
5.2 Observaciones en el Aula	80
5.2.1 Encuesta de Observación de Docentes	80
5.2.2 Objetivos Esperados de la Parábola, Elipse e Hipérbola	82
5.2.3 Observaciones Clase Parábola	84
5.2.3.1 Tabla Resumen Clase Parábola	86
5.2.4 Observaciones Clase Elipse	88
5.2.4.1 Tabla Resumen Clase Elipse	90
5.2.5 Observaciones Clase Hipérbola	92
5.2.5.1 Tabla Resumen Clase Hipérbola	94
5.2.6 Tabla Resumen de Observaciones de Parábola, Elipse e Hipérbola	96

Capítulo 6

Conclusión.....	98
Bibliografía.....	101

Anexos

A. Planificaciones.....	104
A.1 Clase N°1	105
A.2 Clase N°2	107
A.3 Clase N°3	109
A.4 Clase N°4	111
B. Actividades	113
B.1 Clase N°1.....	113
B.2 Clase N°2.....	116
B.2.1 Proyección Actividades a Realizar	116
B.2.2 Preguntas: Referentes a la Construcción de la Parábola.....	121
B.2.3 Frases a Completar: Referentes a la Identificación de Elementos de Parábola.....	122
B.3 Clase N°3.....	123
B.3.1 Proyección Actividades a Realizar	123
B.3.2 Preguntas: Referentes a la Construcción de la Elipse	129
B.3.3 Frases a Completar: Referentes a la Identificación de Elementos de Elipse.....	130
B.4 Clase N°4.....	131
B.4.1 Proyección Actividades a Realizar	131
B.4.2 Preguntas: Referentes a la Construcción de la Hipérbola.....	137
B.4.3 Frases a completar: Referentes a la Identificación de Elementos de Hipérbola.....	138
C. Construcciones en Geogebra	139
C.1 Figura Ángulo Inscrito en una Semicircunferencia	139

C.2 Figura Recta tangente a una Circunferencia	139
C.3 Figura Ángulo del Centro en una Circunferencia	140
C.4 Figura Parábola	140
C.5 Figura Elipse	141
C.6 Figura Hipérbola	141

Índice de Figuras

Figura 4.1: Ilustración Parábola	38
Figura 4.2: Gráfica Elipse, centrada en el origen del sistema cartesiano	44
Figura 4.3: Ilustración Elipse.....	45
Figura 4.4: Gráfica Hipérbola, centrada en el origen del sistema cartesiano	51
Figura 4.5: Ilustración Hipérbola	52
Figura 5.1: Comentario actividad alumno 1, en relación actividades clase N°1	57
Figura 5.2: Comentario actividad alumno 2, en relación actividades clase N°1	57
Figura 5.3: Construcción Parábola efectuada por los estudiantes	60
Figura 5.4: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	60
Figura 5.5: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	61
Figura 5.6: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	61
Figura 5.7: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	62
Figura 5.8: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	62
Figura 5.9: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	63
Figura 5.10: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola	63
Figura 5.11 Construcción Elipse efectuada por los estudiantes	67
Figura 5.12: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse	68
Figura 5.13: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse	69
Figura 5.14: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse	69
Figura 5.15: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse	70
Figura 5.16: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse	70
Figura 5.17: Construcción Hipérbola efectuada por los estudiantes	75
Figura 5.18: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola ..	75
Figura 5.19: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola ..	76
Figura 5.20: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola ..	76
Figura 5.21: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola ..	77
Figura 5.22: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola ..	77
Figura B.1: Ilustración Parábola.....	120
Figura B.2: Gráfica Elipse, centrada en el origen del sistema cartesiano	126

Figura B.3: Ilustración Elipse.....	128
Figura B.4: Gráfica Hipérbola, centrada en el origen del sistema cartesiano	134
Figura B.5: Ilustración Hipérbola	136
Figura C.1: Construcción Ángulo inscrito en una semicircunferencia efectuada por los docentes	139
Figura C.2: Construcción Recta tangente a una circunferencia efectuada por los docentes	139
Figura C.3: Construcción Ángulo del centro efectuada por los docentes	140
Figura C.4: Construcción Parábola efectuada por los docentes	140
Figura C.5: Construcción Elipse efectuada por los docentes	141
Figura C.6: Construcción Hipérbola efectuada por los docentes	141

Índice de Tablas

Tabla 5.1: Tabla resumen respecto del trabajo con la Parábola	65
Tabla 5.2: Tabla resumen respecto del trabajo con la Elipse	73
Tabla 5.3: Tabla resumen respecto del trabajo con la Hipérbola	80
Tabla 5.4: Tabla de observación de clases, a realizar por los docentes.....	81
Tabla 5.5: Objetivos esperados para las tres secciones cónicas	82
Tabla 5.6: Observaciones de la clase Parábola.....	84
Tabla 5.7: Resumen de observaciones de la clase Parábola	86
Tabla 5.8: Observaciones de la clase Elipse.....	88
Tabla 5.9: Resumen de observaciones de la clase Elipse	90
Tabla 5.10: Observaciones de la clase Hipérbola.....	92
Tabla 5.11: Resumen de observaciones de la clase Hipérbola	94
Tabla 5.12: Resumen de observaciones, por cada curva	96

Resumen

En este trabajo se realizó una propuesta de aula, la cual trata de una secuencia metodológica para la Unidad de Lugares Geométricos en los tópicos de Parábola, Elipse e Hipérbola. Esta propuesta metodológica consistió en realizar actividades colaborativas en grupos de tres alumnos, utilizando un Software de Geometría Dinámica (SGD) llamado Geogebra, para construir y descubrir propiedades e identificar elementos de la Parábola, Elipse e Hipérbola y observar el desempeño en grupos de estudiantes en el desarrollo de la propuesta. La puesta en práctica fue realizada a un curso de 24 estudiantes de tercer año medio de un colegio particular subvencionado Colegio El Belloto. Donde se utiliza como metodología de clase la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, la cual es adaptada en el desarrollo de nuestro estudio.

Para medir nuestro trabajo se realizó, un estudio de caso mediante análisis a priori y posteriori, posteriormente observaciones en el desempeño de los grupos.

El estudio se fundamenta en el bajo rendimiento de estudiantes en evaluaciones tales como: Prueba de Selección Universitaria (PSU), Sistema de medición de la Calidad de la Enseñanza (SIMCE) y Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS).

Los resultados alcanzados en nuestra propuesta metodológica, permiten concluir que: los estudiantes construyen e identifican elementos de la Parábola, Elipse e Hipérbola, los estudiantes presentan interés y discusión abierta en las actividades desarrolladas en grupo, finalmente se obtuvo un avance en cada curva, lo que demostró que los alumnos al utilizar el Geogebra, mediante actividades colaborativas tienen un mejor desempeño en el transcurso de cada clase. Además, se contemplaron inconvenientes en descubrir las propiedades o relaciones entre los segmentos que definen cada uno de los lugares geométricos.

Capítulo 1

Introducción

En el transcurso de los años en la sociedad se han presentado diversos avances en las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC). Entre estos avances, se puede destacar la evolución del uso de la calculadora y computador, lo cual ha permitido el desarrollo y surgimiento de Softwares de Geometría Dinámica (SGD) tales como Geómetra, Cabri Geometre y Geogebra. Con la llegada de estos recursos tecnológicos, en Chile los docentes tienen la posibilidad implementarlas en el aula como una herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes (MINEDUC, Algebra y Modelos Analíticos, 2005). El uso de herramientas tecnológicas no es único medio que dispone el docente para elaborar su trabajo pedagógico, además puede emplear métodos de trabajo en donde el estudiante tenga una mayor participación en el aula. Johnson & Johnson señala que recurrir a formación de grupos el trabajo de aula mejora significativamente (Nussbaum, y otros, 2006).

Por lo expuesto anteriormente, a pesar de contar con herramientas pedagógicas y tecnológicas, en Chile se evidencian bajos resultados, esto queda reflejado en la prueba SIMCE (2008) que muestra que los estudiantes de enseñanza secundaria no lograron superar su promedio nacional en Matemáticas. Por otro lado en PSU, Ibarra (2005) señala: “el 40% de los estudiantes responden erradamente geometría”. A partir de estos resultados, nos ha permitido estudiar e implementar una propuesta metodológica, la cual consiste en estudiar el efecto del uso de SGD mediante actividades colaborativas en el estudio de Parábola, Elipse e Hipérbola, en estudiantes del nivel NM3, con el propósito que los alumnos en Geometría dispongan de una mayor cantidad de herramientas metodológicas que contribuyan a la construcción, desarrollo, apropiación y aplicación de su conocimiento.

En nuestra propuesta se utilizará un Software de Geometría Dinámica llamado Geogebra mediante actividades colaborativas, ya que el empleo del SGD es una forma de apoyo en donde los estudiantes pueden definir, construir y descubrir, figuras geométricas. El uso de esta herramienta se incorporará en entornos colaborativos, debido a que el trabajo en grupo puede incentivar la comunicación, comprensión y dominio, en los contenidos que el docente implementa en el aula. Para la medición del estudio se realizará un estudio de caso mediante un análisis a priori y posteriori, y luego las observaciones en el desempeño de los grupos.

Esta tesis se organiza de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se entrega una introducción al problema, con sus antecedentes respectivos, los fundamentos de su elección, lo que derivó en el planteamiento del problema y sus objetivos respectivos para su estudio. En el Capítulo 3 se entregan los fundamentos teóricos que nos hablan del uso herramientas pedagógicas y tecnológicas, y los antecedentes bibliográficos. En el Capítulo 4 se presenta la metodología de clase basada en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, la cual fue adaptada conforme a las necesidades de nuestro estudio. En el Capítulo 5 se presenta el análisis de datos que permiten validar el estudio. En el Capítulo 6 se presenta las principales conclusiones obtenidas en nuestra investigación, además de su proyección para futuros estudios.

Capítulo 2

Planteamiento del problema

2.1 Introducción al problema

Con el paso de los años la tecnología ha presentado grandes cambios. Según Mineduc (1994) en Grau, Lagos, Salinas, Sánchez & Rosas (2000) “Los recursos tecnológicos son producidos y aprovechados fundamentalmente por los países desarrollados, en donde la inversión en educación y en tecnologías orientadas al conocimiento, es desproporcionadamente superior que en los países en vías de desarrollo”.

Los resultados obtenidos por Chile en el estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS), revelan un bajo nivel de aprendizaje en los estudiantes chilenos, ubicándose en el lugar 38 de 46 países. El 59% de los estudiantes, no alcanzó el estándar de desempeño más bajo descrito por TIMSS (MINEDUC, 2008). A nivel nacional las mediciones obtenidas en la prueba Simce en el año 2008, reveló una disminución en el puntaje promedio de Matemáticas, en estudiantes de 2º año de enseñanza secundaria (MINEDUC, 2009).

Por otro lado, Ibarra (2005) enuncia que en resultados de la Prueba de Selección Universitaria (PSU), el 40% de los estudiantes que rinden esta prueba responde erradamente geometría, y la omisión sobrepasa en promedio el 30%, constituyéndose el área que les resulta más difícil, sin que se hayan logrado establecer las causas de esta situación.

Con estos antecedentes planteados, creemos que una posibilidad de contribuir en el aprendizaje de las matemáticas, corresponde a la implementación de nuevas herramientas metodológicas, como por ejemplo, el uso de la tecnología en el aula. El Ministerio de Educación de Chile en sus planes y programas, propone al docente el empleo de las Tecnologías de Comunicación e Información (TIC), como una herramienta de apoyo en el aprendizaje de los estudiantes en sus diversos contenidos. (MINEDUC, 2005)

Con la llegada de las TIC se han producido diversos cambios en el campo educativo, es así como a mediados de los setenta surge el primer software educativo para empleo de tutorial, con el paso de los años fue utilizado con fines de enseñanza y aprendizaje (Sánchez, 1999). Esta herramienta tecnológica puede ser un recurso que ayude a estudiantes, en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría. Silva (2001) señala que con la utilización del software se puede obtener una retroalimentación inmediata con respecto a las producciones de los estudiantes y por lo tanto se lograría un entendimiento acabado de estos y una aplicación efectiva en problemas planteados.

El surgimiento del Software de Geometría Dinámica (SGD) constituye ciertamente el desarrollo más excitante de la geometría, lo que ha permitido dar más fuerza a la enseñanza de la misma en muchos países. Esta herramienta, resulta ser útil para el estudiante en su aprendizaje. Entre sus beneficios hemos destacado lo enunciado por algunos autores. Santos señala que cuando los estudiantes disponen del uso de SGD, este les permite "...definir objetos geométricos según sus propiedades a diferencia de lo que sucede con el lápiz y el papel que no dejan identificar claramente las invariantes" (Bohórquez, 2004). Por otro lado, Baki & Guven (2009), señala que el SGD es una excelente herramienta para que los estudiantes generen sus propios métodos en resolver problemas matemáticos, debido a su dinámica natural y construcciones exactas. En particular, estudios realizados con Cabri-Geometre en la resolución de problemas en la escuela secundaria, han arrojado que el uso de este software permite a los estudiantes participar en una línea de pensamiento matemático en el que se refleja constantemente en la verosimilitud de conjeturas y las formas de apoyo (Santos & Cesar, 2008).

Por lo señalado anteriormente, nos parece interesante utilizar recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes. Cabero (2002) señala que las nuevas tecnologías nos pueden ayudar a poner en práctica nuevas posibilidades y estrategias educativas como por ejemplo: potenciar el aprendizaje colaborativo por sobre el aprendizaje individual. Cuando los estudiantes trabajan en forma colaborativa demuestran tener una mayor comprensión y dominio en contenidos entregados (Bosnack, y otros, 2004). Además, Carlier enuncia que el aprendizaje colaborativo: “...incrementa el desarrollo del pensamiento crítico, aumenta el desarrollo de actitudes positivas hacia el aprendizaje y, propicia la formación de valores como el respeto, la tolerancia y la verdad” (Brito, 2004).

Por lo tanto creemos que todo aquello que beneficie a la educación, se puede emplear y modelar con el fin de que los estudiantes dispongan de una mayor cantidad de medios educativos que contribuyan al desarrollo de su conocimiento. Los docentes en su labor pedagógica, tienen la posibilidad de incorporar herramientas metodológicas, las cuales podrían favorecer los procesos de enseñanza – aprendizaje de los alumnos. Es por esto que el presente trabajo se enfocará en estudiar si el uso del SGD mediante actividades colaborativas, permite en los estudiantes descubrir la relación entre las distancias de los segmentos e identificar los elementos que las definen; y observar el desempeño de cada grupo.

2.2 Problema de Investigación

De acuerdo a los resultados descritos anteriormente, nace nuestra propuesta de trabajo, la cual consiste en estudiar si el uso de SGD, en el aprendizaje de Parábola, Elipse e Hipérbola, permite en los estudiantes del nivel NM3, descubrir la relación entre las distancias de los segmentos e identificar los elementos que las definen; y observar el desempeño de cada grupo en actividades colaborativas. Esto se debe a que los estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas especialmente en la unidad de Geometría. Por lo señalado, se hace necesario emplear herramientas metodológicas que permitan estudiar el desempeño de los estudiantes en el momento que construyen y descubren propiedades e identifican elementos, de figuras geométricas.

2.3 Objetivos

Para dar respuesta al estudio, se plantea los siguientes objetivo general y específico.

2.3.1 Objetivo general.

Estudiar si el uso de SGD, en el aprendizaje de Parábola, Elipse e Hipérbola, permite en los estudiantes descubrir la relación entre las distancias de los segmentos e identificar los elementos que las definen; y observar el desempeño de cada grupo en actividades colaborativas.

2.3.2 Objetivos específicos.

- Determinar si con el SGD, mediante actividades colaborativas, los estudiantes descubren la relación entre las distancias de los segmentos que definen la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3.
- Examinar si a través de la utilización de SGD, mediante actividades colaborativas, los estudiantes identifican los elementos de la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3.
- Estudiar el desempeño de los grupos mediante una tabla de apreciaciones referente al trabajo colaborativo, interés y destrezas con el uso del SGD, mediante actividades colaborativas.

2.3.3 Preguntas de investigación.

- ¿El uso del SGD, mediante actividades colaborativas, permite a los estudiantes descubrir la relación entre las distancias de los segmentos que definen la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3?

- ¿Los estudiantes identifican los elementos de la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3, a través de la utilización de SGD?
- De acuerdo al desempeño: ¿Cuáles son los promedios obtenidos por los estudiantes, con respecto a las apreciaciones observadas por los docentes?

2.3.4 Hipótesis.

H₁: Los estudiantes descubren la relación entre las distancias de los segmentos que definen la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3, utilizando el SGD, mediante actividades colaborativas.

H₂: Los estudiantes a través de la utilización de SGD, mediante actividades colaborativas, identifican los elementos de la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3.

Capítulo 3

Marco Teórico

En este capítulo se plantean las diferentes teorías y la metodología pedagógica utilizada en la investigación. El capítulo se divide en subtemas, en primera instancia mencionaremos las herramientas pedagógicas, posteriormente las herramientas tecnológicas, para luego finalizar con algunos antecedentes bibliográficos respecto del presente estudio.

3.1 Herramientas Pedagógicas

3.1.1 Aprendizaje Colaborativo

Según Johnson & Johnson en Nussbaum (2006), el aprendizaje en el aula mejora significativamente cuando los estudiantes participan socialmente en actividades interactivas con pequeños grupos. Por otra parte, Dillenbourg señala que la interacción social entre compañeros es fundamental para lograr el aprendizaje (Nussbaum & Zurita, 2005). De acuerdo con Salomon & Almog "El aprendizaje es entendido como un proceso en donde la interacción social provee de retroalimentación, estimulación, instrucción, corrección y de andamiaje mutuo de comprensión del significado socialmente construido" (Nussbaum, y otros, 2006).

No obstante, el crear "un efectivo ambiente de aprendizaje colaborativo, no surge naturalmente cuando dos o más personas trabajan juntas". Por lo que, es necesario crear

circunstancias que permitan el logro de aprendizajes (Nussbaum, y otros, 2006). De acuerdo a lo planteado por Adams, Hamm & Dillenbourg en Nussbaum & Zurita (2005), se han establecido cinco elementos necesarios que contribuyen al aprendizaje colaborativo, los cuales se resumen de la siguiente manera:

a) La responsabilidad individual: Cada integrante es responsable de su propio trabajo, rol y esfuerzo por aprender dentro del grupo.

b) El apoyo mutuo: Además de ser responsable de su propio aprendizaje, cada integrante es también responsable de ayudar a enseñar al resto de los integrantes del grupo por medio del ejercicio frecuente de las habilidades sociales que se produzcan durante las interacciones de grupo.

c) Interdependencia positiva: El objetivo principal de la actividad es el objetivo del grupo. De esta manera el éxito se logra una vez que todos los integrantes del grupo han alcanzado sus metas individuales.

d) Interacción social cara a cara: La toma de decisiones debe incluir la discusión entre los integrantes del grupo. La productividad es por lo tanto afectada por la capacidad del grupo para intercambiar opiniones, establecer acuerdos y mediante un consenso, construir una respuesta.

e) La formación de pequeños grupos: La discusión, las interacciones sociales y la creación de un consenso entre los integrantes, sólo se puede conseguir en pequeños grupos de tres a cinco miembros cada uno (Adams y Hamm, 1996, Johnson & Johnson, 1999).

De acuerdo a lo señalado previamente, el aprendizaje colaborativo es entendido como el uso instruccional de pequeños grupos que trabajan colaborativamente en la resolución de un problema dado, para maximizar su propio aprendizaje y el de su compañeros (Mendoza, 2007).

Por otro lado Salinas en Zañartu (2000), señala que el “aprendizaje colaborativo es la adquisición de destrezas y actitudes que ocurren como resultado de la interacción en grupo”.

Por lo tanto para que se produzca esta interacción, el docente o coordinador del grupo consta de tres tipos de modalidades al momento de poner en práctica este tipo de aprendizaje, según Tugde en Carrió (2007) son las siguientes:

- a) La interacción de pares, consiste en conformar grupos de estudiantes que tienen diferentes niveles de aprendizaje para trabajar juntos en una determinada tarea. El Docente o Coordinador se desenvuelve como mediador en las prácticas del grupo.
- b) El tutorio de pares, involucra a estudiantes que tienen mayor destreza y comprensión en el grupo, estos actúan como apoyo al resto de los integrantes del grupo. “Este tipo de aprendizaje logra consolidar los conocimientos de los que tienen más nivel y por otro lado, eleva el nivel de los que tenían menos conocimientos porque desean parecerse al resto de sus compañeros”
- c) Los grupos colaborativos, conformados por una mayor cantidad de alumnos, lo integran estudiantes con distintas habilidades, trabajan en conjunto aportando sus propios conocimientos y coordinándose con el resto. El Docente o Coordinador “actúa como mediador en las tareas, aportando conocimientos y estrategias de aprendizaje al grupo”.

En estos tres tipos de modalidades mencionadas anteriormente por Tugde, el docente o coordinador posee la facultad de seleccionar cuál de ellas pondrá en práctica en el aula. En opinión de Glinz (2005) el trabajar en pequeños grupos provee habilidades que le ayudan a descubrir, transformar, construir y aumentar los contenidos conceptuales, a su vez permite que los alumnos puedan lograr aprendizajes significativos, al momento interactuar con sus compañeros.

3.1.2 Aprendizaje significativo de Ausubel

En Cuevas (2006), se sostiene que el aprendizaje significativo es aquel en el que el alumno establece relaciones sustantivas, no arbitrarias entre los conocimientos previamente adquiridos y los nuevos contenidos presentados “en un proceso en el que tanto el contenido asimilado como del conocimiento previo son transformados”. De esta manera, el estudiante construye su propio significado al relacionar los contenidos curriculares que se plantean como objeto de aprendizaje.

Según Cuevas:

“El aprendizaje significativo no es considerado una cuestión de todo o nada sino de grado, de manera que a mayor grado de interrelación entre la estructura de conocimiento previa del alumno y el contenido a aprender mayor será la significatividad del aprendizaje alcanzado”

(Cuevas, 2006, pág. 14)

Según Díaz & Hernández ((2002)), en su libro Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo, diversos autores han postulado que a partir de la producción de aprendizajes significativos el estudiante “construye significados que enriquecen su conocimiento del mundo físico y social”, fortaleciendo así su desarrollo personal.

Una de las formas para que el aprendizaje sea significativo, según Ausubel en Flores (2001), es mediante el aprendizaje por descubrimiento, el cual será explicitado a continuación.

3.1.3 Aprendizaje por descubrimiento de Bruner

El aprendizaje más significativo, para Bruner, “es aquel desarrollado por medio de descubrimientos, de este modo el conocimiento se vuelve útil y real para quien lo descubre“ (Quaas & Crespo, 2003). Es así como el aprendizaje por descubrimiento toma un rol

importante en esta investigación, ya que los estudiantes pueden reestructurar su conocimiento, de este modo pueden surgir nuevas ideas que les permitan resolver situaciones problemáticas.

El alumno es quien debe descubrir el contenido antes de incorporarlo a su estructura cognitiva, el cual puede ser orientado por el docente o en forma independiente por el aprendiz, esto conlleva a que el estudiante se adjudique un rol más activo en su aprendizaje (Jaramillo & Osses, 2008).

Bruner en Castellanos & D'Alessandro Martínez (2003) distingue una serie de beneficios originados a partir del aprendizaje por descubrimiento, los cuales son:

- Mayor utilización del potencial intelectual, esto significa que el énfasis en el aprendizaje por descubrimiento promueve en el estudiante la costumbre de estructurar el contenido que recibe, con el fin de seleccionar y vincular ciertos criterios que la conducen a proporcionar resultados a los problemas.
- Motivación intrínseca, consiste en que el estudiante recibe un estímulo en su propia capacidad de descubrir, la cual aumenta su motivación interna en torno al aprendizaje.
- El aprendizaje de la heurística, del descubrir. El hábito de remediar problemas y el esfuerzo por descubrir, ambos son elementos que permiten al estudiante llegar a dominar la heurística del descubrimiento y encontrar satisfacción en la actividad de descubrir.
- Ayuda a la conservación de la memoria. Como acontecimiento de sus prácticas, establece que la memoria no es un proceso de acopio estático, sino que, “en la medida que el conocimiento se maneja y se integra en un proceso cognoscitivo individual, la información se transforma en un recurso útil y a la disposición de una persona en el momento necesario.”

Por lo tanto se estima que es necesario que el docente en su plan de clase, cree situaciones en donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, descubrir, construir, analizar, dialogar y trabajar, de manera que le permita a los estudiantes tener una mejor comprensión en el aprendizaje de la Geometría, mediante el uso del aprendizaje colaborativo y aprendizaje por descubrimiento.

3.1.4 Teorías de Situaciones Didácticas de Brousseau

La propuesta metodológica en torno al diseño de las actividades planteadas para cada una de las sesiones, se basa en la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, la cual es detallada en los siguientes párrafos.

Brousseau, impulsor de la Teorías de Situaciones Didácticas en Chavarría (2006), señala que en esta teoría intervienen tres elementos: estudiante, profesor y medio didáctico, y estos elementos interactúan entre sí. De acuerdo a esta interrelación, estas se pueden clasificar en dos tipos: situación didáctica y situación a-didáctica.

La situación didáctica consiste en la interrelación entre los tres elementos descritos previamente, y “comprende el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento” (Chavarría, 2006). En cambio la situación a-didáctica consiste en que el docente le proporciona un problema que simule situaciones cotidianas, de modo que este sea abordado con sus conocimientos previos, los cuales les permitirán generar “hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que realiza en una comunidad científica” (Chavarría, 2006).

Dentro de esta teoría mencionadas por Brousseau en Chavarría (2006) tenemos las siguientes situaciones didácticas:

- 1) **Situación acción**, consiste en que el estudiante trabaja en forma individual con un problema, empleando sus conocimientos previos y despliega un nuevo saber, dicho de otra manera, el propio estudiante interactúa con el medio didáctico para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

- 2) **Situación de formulación**, consiste en un trabajo en grupo, requiere de la comunicación de los estudiantes, dicho diálogo les permitirá compartir experiencias en la construcción del conocimiento, por lo que la participación de cada estudiante cumple un rol fundamental en este proceso, es decir, cada integrante del grupo se verá forzado a comunicar ideas e interactuar con el medio didáctico.
- 3) **Situación de validación**, tras las situaciones anteriores en la cual los estudiantes han trabajado de forma individual o grupal con el medio didáctico, se comprueba la validez de lo trabajado, se discute con el docente el trabajo efectuado para verificar si es realmente correcto.
- 4) **Institucionalización del saber**, a pesar de no constituir una situación a-didáctica, representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En ésta se realiza un reconocimiento de lo aprendido por los estudiantes, “el docente retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales en la situación a-didáctica se tuvo problemas”.

Hemos adoptado esta teoría, ya que nos permite plantear situaciones a-didácticas, de modo que los estudiantes se enfrenten a las diferentes actividades solo con las herramientas entregadas por los docentes con el objetivo de que ellos construyan, descubran, indaguen, todo esto de forma colaborativa, para así elaborar conclusiones con respecto a los lugares geométricos estudiados. Por otro lado, también desarrollar actividades correspondientes a situaciones didácticas, de modo de orientar los descubrimientos y conclusiones que los estudiantes obtuvieron, para así clarificar y ordenar los conocimientos estudiados.

3.2 Herramientas Tecnológicas.

En este apartado tenemos que destacar dos temas, en primer lugar lo que se entiende por interactividad, la cual será estudiada entre el estudiante y una herramienta tecnológica y en segundo lugar el software de geometría dinámica utilizado en la presente investigación.

3.2.1 Interactividad

La Interactividad es “la capacidad dinámica que refleja un sistema, que: provee retroalimentación al usuario en tiempo real; adapta o modifica dinámicamente su comportamiento en función de los eventos recibidos; entabla alguna modalidad conversacional con cierto grado de detalle, complejidad y modalidad” (Sánchez, 2001).

Por otro lado Pérez & Revuelta (2009) enuncia que la interactividad consiste en el diálogo que se produce entre el usuario y el software mediado por un aparato tecnológico; además, Dulac, Fernandez, Gallego & García (2009), mencionan que la interactividad precisa de un software adecuado para su máxima rentabilidad en el aula.

En opinión de Sánchez, no cabe duda que pareciese existir una mayor interactividad por parte del aprendiz cuando se trabaja con un software de tipo construcción ya que otorga mayor control, mayor cantidad de herramientas para hacer y construir cosas (Sánchez, 1999).

3.2.2 Software de geometría dinámica Geogebra

El software de geometría dinámica Geogebra, es la herramienta tecnológica elegida, la cual fue implementada en el presente estudio, su descripción y utilidades son detalladas en los siguientes párrafos.

El software de geometría dinámica Geogebra es un software educativo, interactivo y dinámico de origen constructivista, su propósito es que el usuario explore, construya, reconstruya, resuelva, cree, corrija y repare errores que se produzcan en el aprendizaje de la Geometría.

Algunas de las herramientas que posee Geogebra, son las siguientes:

- Construir puntos, vectores, segmentos, rectas y sus herramientas (bisectriz, paralelas, mediatriz, perpendicularidad), polígonos u otros.

- Construir secciones cónicas como por ejemplo: circunferencia, parábola elipse e hipérbola.
- Construir arcos y sectores.
- Calcular ángulos, áreas, distancias u otros.
- Construir Transformaciones geométricas (Homotecia y Reflexión) y lugar geométrico, entre otras funcionalidades.

La inclinación de los autores por este software, radica en que Geogebra es un software gratuito, de libre acceso, fácil manejo de sus herramientas, posee características visuales, las cuales nos permiten adaptarlo a las actividades realizadas y finalmente sus características en conjunto, nos permiten concluir que para efectos de los alumnos Geogebra será una herramienta novedosa y didáctica, la cual ayudará a un mejor trabajo y clima dentro de aula.

3.3 Antecedentes Bibliográficos.

En nuestra propuesta es importante señalar que no se han encontrado estudios que hagan uso del SGD Geogebra mediante actividades colaborativas en el estudio de Parábola, Elipse e Hipérbola. Por este motivo se revisarán estudios que han empleado herramientas tecnológicas (SGD) y pedagógicas en el aula.

En investigaciones realizadas con uso de SGD, mediante trabajo colaborativo se desprende de la investigación realizada por Díaz, Fonseca & Rojas (2009), su investigación consistió en: ¿Como favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría con la ayuda de software? En este estudio se seleccionaron dos grupos de estudiantes pertenecientes a distintas instituciones educativas, el primer grupo de una Institución Urbana de la ciudad de Duitama, el segundo grupo de una Institución Rural de Paipa, ambos grupos emplearon el uso de SGD para el trabajo en sus actividades colaborativas. El objetivo de esta investigación fue elaborar una cartilla con actividades de Geometría Euclidiana y Fractal, utilizando para su

desarrollo un software de geometría dinámica libre (Regla y Compás), aplicar y analizar su impacto en el desarrollo de los procesos cognitivos que se favorecen en el aprendizaje de la geometría al incorporar tecnología. La investigación se enmarca en el enfoque cualitativo descriptivo, utilizando en ella la investigación acción, en la cual se realizó un diagnóstico, y posteriormente se aplicaron diez actividades, donde se recogió información con entrevistas o grabaciones de audio y video, entre otros medios y además los estudiantes registraban su información en un portafolio, respecto de sus análisis y conjeturas, finalmente esta información era analizada con el propósito de evidenciar el avance de los estudiantes.

En torno a los resultados obtenidos, se menciona la disposición de los estudiantes con respecto a esta nueva modalidad de trabajo con el SGD, además los estudiantes explican sus descubrimientos con propiedades, hacen conjeturas y justifican sus procedimientos de manera empírica.

Las conclusiones obtenidas en esta investigación, referentes a la incorporación de un SGD, es que “se crea un nuevo ambiente de aprendizaje en el que se potencializan procesos cognitivos como: la visualización, la exploración, la conjetura y la prueba”, además permite desarrollar actividades difíciles de realizar con lápiz y papel. Finalmente con respecto al trabajo colaborativo, se generó un ambiente de discusión en torno a los descubrimientos obtenidos y se realizaron conjeturas entre todos los participantes del grupo, eliminando las dudas con la ayuda del docente.

En otro estudio realizado por Haros & Soto (s.f.), consistió en realizar un estudio de Competencias argumentativas y comunicativas en alumnos de ESO al trabajar problemas de Geometría con Software Dinámico. Este trabajo fue desarrollado en el IES Al-Basit (Instituto de Educación Secundaria y Formación Profesional) con estudiantes de 4º de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO). El objetivo de esta investigación es desarrollar competencias al introducir software dinámico en el aula.

La metodología que aplicaron consistió en realizar actividades de Geometría plana en donde los estudiantes emplean el software dinámico Geogebra durante su trabajo de aula.

Las conclusiones obtenidas de este estudio, señalan que mediante el uso de Geogebra los estudiantes se han sentido muy satisfechos con su trabajo, ya que lograron obtener resultados concretos, siendo capaces de transmitir y convencer a sus pares de su corrección y validez, perdiendo el miedo a equivocarse. En cambio, una de las principales complicaciones se basa en el tiempo empleado en esta investigación, ya que este tipo de metodología requiere gran cantidad de tiempo, para permitir un desarrollo exhaustivo de las actividades y una mayor investigación por parte de los alumnos.

Capítulo 4

Metodología de clases

En este capítulo se muestra detalladamente cada una de las clases realizadas durante la investigación, en relación a cada sesión, se plantean los objetivos, actividades y construcciones que los grupos de trabajo confeccionaron, enmarcadas en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau.

4.1 Clase N°1








En esta sesión, los alumnos se enfrentan por primera vez al uso del software de geometría dinámica Geogebra, la cual se enmarca en la fase de situación acción de acuerdo a la teoría de situaciones didácticas de Brousseau. Las planificaciones referentes a esta sesión se encuentran en la sección Anexos A.1 del presente documento. Con respecto a las actividades que desarrollaron, estas fueron realizadas de forma individual, divididos en dos grupos de doce estudiantes, y cada uno de ellos confeccionó tres construcciones con dicho software. Una vez finalizadas las construcciones los estudiantes respondieron dos preguntas alusivas a lo trabajado este día.

En esta clase se plantearon los siguientes objetivos:

- Elaborar construcciones de: ángulo inscrito en una semicircunferencia; ángulo del centro en una circunferencia; recta tangente a una circunferencia.
- Descubrir y explorar las herramientas del Software de Geometría Dinámica (SGD).










Actividad N°1

Construcción de ángulo inscrito en una semicircunferencia.

1. Dibuja un segmento , cuyos vértices serán A y B.
2. Sobre el segmento AB, construye una semicircunferencia 
3. Dibuja un punto P  sobre la semicircunferencia
4. Unir  A con P y P con B
5. Medir el ángulo  APB
6. Desliza  el punto P y verifica que pasa con el ángulo APB
7. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 








Actividad N°2

Construcción de recta tangente a una circunferencia

1. Dibuja una circunferencia , con radio deseado (por ejemplo $r=4$), asígnale el nombre O al centro de la circunferencia.
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo
3. Sobre la circunferencia dibuja un punto , asígnale el nombre A
4. Traza una recta  que pase por el centro O y A, llama a la recta m
5. Traza la recta perpendicular  que pase por A y la recta m, asígnale el l a la recta perpendicular.
6. Sobre la recta l elige un punto  y asígnale nombre B
7. Calcula la medida del ángulo  que se forma en OAB entre la recta m y l de la figura.
8. Mueve  el punto A alrededor de la circunferencia y visualiza que pasa con el ángulo OAB.
9. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 

Actividad N° 3

Construcción de ángulo del centro en una circunferencia

1. Dibuja una circunferencia  y llama O al centro.
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo
3. Sobre la circunferencia dibuja 4 puntos , asígnale nombres a cada punto sobre la circunferencia (A, C, D, E).
4. Une  A con C, A con D, A con E y A con O. Repite el procedimiento con B
5. Selecciona el arco AB  y cambia su color.
6. Calcule la medida de los ángulos , BEA, BDA, BCA y BOA.
7. Compara la medida de los ángulos (BEA, BDA, BCA) con la medida de BOA
8. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 

Comentario Actividad.

¿Qué te ha parecido la actividad?

.....

.....

.....

.....

¿Te fue fácil construir cada una de las actividades?

.....
.....
.....
.....

4.2 Clase N°2

En esta clase, los estudiantes fueron distribuidos en forma grupal, cada grupo fue constituido por tres estudiantes, con un total de ocho grupos y el objeto de estudio fue la parábola. Esta sesión presenta tres etapas o situaciones, enmarcadas en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau: **situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización**. Las planificaciones referentes a esta sesión se encuentran en la sección Anexos A.2 del presente documento.

A continuación se darán a conocer las actividades realizadas, enmarcadas en las etapas mencionadas previamente:

- Situación de formulación:

Cada uno de los grupos construyó la parábola, y luego respondieron tres preguntas referentes al descubrimiento de la relación entre los segmentos que conforman la parábola.

- Situación de validación:

Los grupos en la construcción de la parábola, confirman a través del uso de SGD si la construcción realizada coincide con la parábola, utilizando la herramienta *lugar geométrico*. Posteriormente los grupos finalizan su construcción con nuevas secuencias, para completar una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos que conforman la parábola.










- Situación de institucionalización:

Finalmente los docentes institucionalizan los descubrimientos obtenidos por los estudiantes, mediante una clase expositiva, se les entregó la definición, representaciones gráficas y los elementos más importantes de la parábola.


Los objetivos para esta sesión son:


- Construir el lugar geométrico de una parábola.
- Identificar los elementos de una parábola.

Construcción.

1. En entrada ingresa los siguientes datos $x = -1$, luego presiona enter, la recta obtenida renómbrala d , y dibuja un punto exterior  a esta recta, al que nombras F .
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo.
3. Construye un punto , renómbralo D , sobre la recta d .
4. Activa Mediatriz  y señala sucesivamente los puntos F y D para dibujar la mediatriz del segmento FD .
5. Traza un segmento s , con longitud deseada (ejemplo 10 cm), que pase por D y sea perpendicular a la recta d .
6. Señala el punto de intersección  entre la mediatriz y el segmento “ s ”, el cual llamas E .
7. Activa Rastro  sobre el punto de intersección E .
8. Unir  el punto de intersección E con F y renómbralo EF .
9. Unir  D con E y renómbralo DE .

10. Mueve  el punto D que se encuentra en la recta d.

11. Mide los segmentos DE y FE con la siguiente herramienta 

12. Dibuja en un extremo el segmento  con longitud DE, obteniéndose el segmento GH, desde H realiza el mismo procedimiento con longitud EF obteniéndose el segmento HI

13. Mide  GH y HI.

Preguntas

Deslizar el punto D, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas.

1. ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

.....
.....
.....
.....


2. ¿Qué se puede decir de los segmentos DE y FE?


.....
.....
.....
.....

3. Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.


.....
.....
.....
.....

A continuación los alumnos realizaron las siguientes secuencias, con el objetivo de completar su construcción.

14. Dibuja una recta perpendicular  a la recta d y que pase por F.

15. Mueve  el punto D que se encuentra en la recta d.

Como se puede apreciar el rastro de la parábola intersecta a la recta b que pasa por el punto F, este punto de intersección corresponde al vértice de la parábola.

16. Dibuja la parábola con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta , presionando el punto F y la recta d.

Actividad







En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de parábola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.

Objetivo: Identificar los elementos que conforman la parábola.

Frases a responder:

1. **Foco:** es el punto fijo.....
2. **Directriz:** es la recta fija.....
3. **Vértice:** es el punto....., de intersección de la parábola y la recta b.
4. **Parámetro:** es la distancia del..... a la..... y se designa por JF.
5. **Lado Recto:** es el segmento....., que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta b.

Nota: Para responder las frases 3, 4 y 5, primero debes completar la construcción de la parábola con los siguientes pasos:

17. Dibuja una recta perpendicular  a la recta b, que pase por F y obtén los puntos de intersección  entre la recta e obtenida y la parábola.
18. Sobre la recta e, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos C y B.
19. Señala el punto de intersección  entre la recta d y la recta b, renombra este punto con la letra J.
20. Señala el punto de intersección  entre la parábola y la recta b, renómbralo con la letra K.

La Parábola.

Concepto y elementos de la parábola.

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos $P(x,y)$ del plano que equidistan de un punto fijo (**F**) llamado **foco** y de una recta fija **d**, llamada **directriz**.

$$d(P, F) = d(P, d) = \text{constante}$$

Los elementos más importantes de la parábola son:

Foco: es el punto fijo F.

Directriz: es la recta fija d.

Parámetro: es la distancia del foco a la directriz.

Vértice: es el punto de intersección de la parábola con su eje de simetría.

Lado Recto: es la cuerda focal \overline{AB} perpendicular al eje focal o eje de simetría de la parábola, cuya medida es $|4p|$.

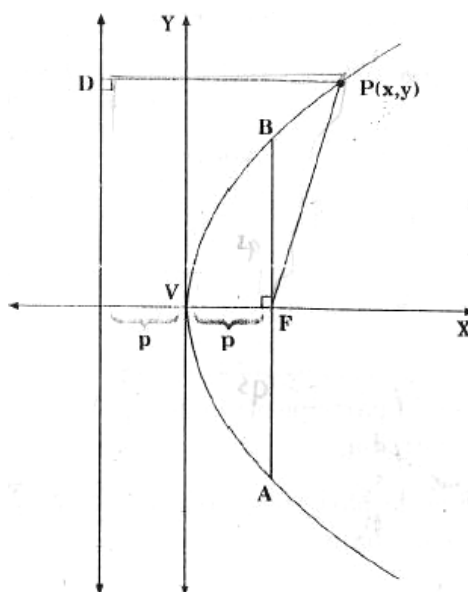


Figura 4.1: Ilustración Parábola

4.3 Clase N°3

En esta clase, los estudiantes fueron distribuidos en forma grupal, cada grupo fue constituido por tres estudiantes, con un total de ocho grupos y el objeto de estudio fue la Elipse. Esta sesión presenta tres etapas o situaciones, enmarcadas en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau: **situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización**. Las planificaciones referentes a esta sesión se encuentran en la sección Anexos A.3 del presente documento.

A continuación se darán a conocer las actividades realizadas, enmarcadas en las etapas mencionadas previamente:

- Situación de formulación:

Cada uno de los grupos construyó la elipse, y luego respondieron tres preguntas referentes al descubrimiento de la relación entre los segmentos que conforman la elipse.

- Situación de validación:

Los grupos en la construcción de la elipse, confirman a través del uso de SGD si la construcción realizada coincide con la elipse, utilizando la herramienta lugar geométrico. Posteriormente los grupos finalizan su construcción con nuevas secuencias, para completar una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos que conforman la elipse.





- Situación de institucionalización:















Finalmente los docentes institucionalizan los descubrimientos obtenidos por los estudiantes, mediante una clase expositiva, se les entregó la definición, representaciones gráficas y los elementos más importantes de la elipse.

Los objetivos para esta sesión son:

- Construir el lugar geométrico de una elipse.
- Identificar los elementos de una elipse.

Construcción

1. Dibuja dos deslizadores  en un extremo del plano, y nómbralos a y c respectivamente, y asígnales los siguientes parámetros, mín. 0 y máx. 10, y mueve el deslizador a  ubicándolo en el valor $a = 9$, además mueve el deslizador c  ubicándolo en el valor $c = 6.5$
2. En entrada ingresa el siguiente punto $A=(a,0)$ y presiona enter. Repite el procedimiento con $A'=(-a,0)$, $F=(c,0)$ y $F'=(-c,0)$.
3. Unir A con A'  y a este segmento llámalo b.

4. Dibuja otro deslizador  R1 en un extremo del plano con parámetros, mín. 0 y máx. 20 y con un incremento de 0,01, y mueve el deslizador a  ubicándolo en el valor $R1 = 7$.
5. Dibuja una circunferencia  de centro F' y radio $R1$.
Dibuja una circunferencia  de centro F y radio $b-R1$.
6. Señala los puntos de intersección  de ambas circunferencias y llámalos P y P' , a estos puntos actívalos rastro .
7. Unir P con F'  el cual lo renombraremos PF' y también P con F  el cual lo renombraremos PF y además mide la longitud de ambos segmentos .
8. Mueve  R1 y verás que se forma una figura.
9. Dibuja en el extremo superior izquierdo del plano un punto  R .
10. En entrada ingresa el siguiente punto $S=R+(PF,0)$, presiona enter. Realiza el mismo procedimiento con $T=S+(PF',0)$.
11. Une los segmentos  RS y ST . Luego mide los segmentos  RS y ST .
12. Insertar texto  abajo del segmento RT y escribe lo siguiente:
 $"PF+PF'=" + PF + "+" + PF' + "=" + (PF + PF')$

Preguntas

Deslizar R1, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas

1. ¿Qué tipo de curva describe el rastro de P y P'?

.....
.....
.....
.....

2. ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

.....
.....
.....
.....


3. Realizar una definición de la elipse, en base a las conclusiones obtenidas.

.....
.....
.....
.....

A continuación los alumnos realizaron las siguientes secuencias, con el objetivo de completar su construcción.

13. Calcula el punto medio  entre F y F', y renómbralo O.

Como puedes apreciar el punto O, en tu elipse corresponde al centro de esta.

14. Dibuja la elipse con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta .

Actividad









En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de la elipse realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.

Objetivo: Identificar los elementos que conforman la elipse.

Frases a responder:

1. **Focos:** los puntos fijos..... y.....
2. **Centro:** es el punto....., punto medio de F con F'.
3. **Vértices:** son los puntos..... y....., de intersección de la elipse y la recta b.
4. **Recta Focal:** es el segmento....., a la cual pertenecen los focos.
5. **Eje mayor:** es el segmento....., a la cual pertenecen los vértices.
6. **Distancia Focal:** es la medida del segmento que contiene a los puntos..... y.....
7. **Lado Recto:** es el segmento....., que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta AA'.
8. **Recta secundaria:** la..... DE qué pasa por O, del segmento FF'.
9. **Eje menor:** es el segmento..... perpendicular a AA' que pasa por O.

Nota: Para responder las frases 7, 8 y 9, primero debes completar la construcción de la elipse con los siguientes pasos:

15. Dibuja una recta perpendicular  al segmento AA', que pase por F, renombra esta recta L, y obtén los puntos de intersección  entre la recta L obtenida y la elipse.
16. Sobre la recta L, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos C y B.
17. Dibuja una recta perpendicular  al segmento AA', que pase por O, renombra esta recta M, y obtén los puntos de intersección  entre la recta M obtenida y la elipse.
18. Sobre la recta M, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos D y E.

La Elipse.

Concepto y elementos de la elipse.

La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos P(x,y) cuya ubicación en el plano es tal, **que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de él es constante.**

Estos dos puntos fijos del plano, se llaman focos y se designan por F_1 y F_2

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = \text{constante}$$

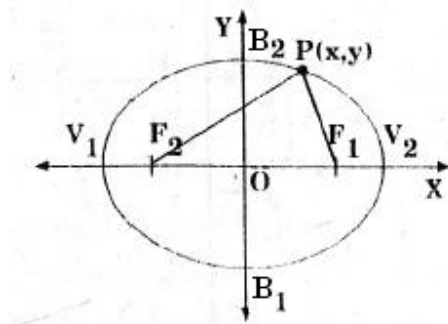


Figura 4.2: Gráfica de Elipse, centrada en el origen del sistema cartesiano.

Los elementos más importantes de la elipse son:

Focos: los puntos fijos F_1 y F_2 .

Recta Focal: la recta $\overline{V_1V_2}$ a la que pertenecen los focos.

Recta Secundaria: la simetral $\overline{B_1B_2}$ del segmento F_1F_2 .

Centro: punto de intersección de las rectas focal y secundaria y que equidista de los focos.

Vértices: Puntos de intersección de la elipse con la recta focal, se designan V_1 y V_2 .

Eje Mayor: segmento $\overline{V_1V_2}$ que se considera de longitud $2a$; a es el valor del semieje mayor.

Eje Menor: segmento $\overline{B_1B_2}$ de la recta secundaria interceptada por la elipse. Se considera de longitud $2b$; b es el valor del semieje menor.

Distancia focal: Medida del segmento $\overline{F_1F_2}$, se considera de longitud $2c$.

Lado Recto: cuerda focal $\overline{C_1C_2}$ perpendicular a la recta focal o eje de simetría. Su medida es $\frac{2b^2}{a}$.

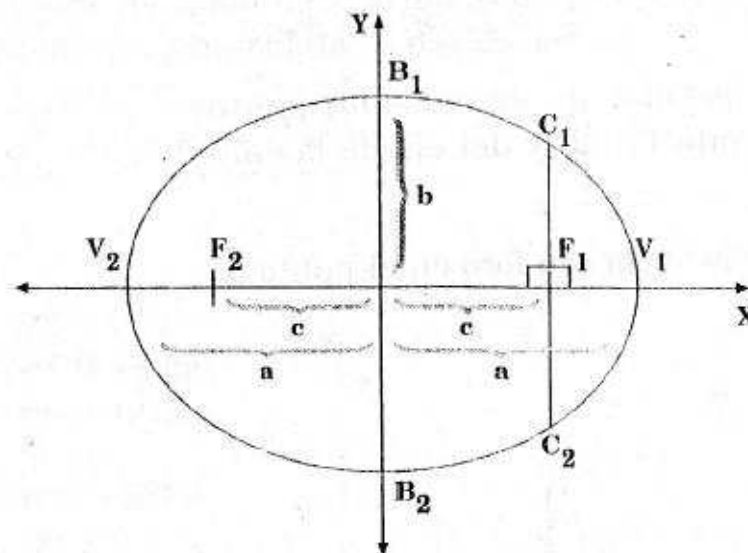


Figura 4.3: Ilustración Elipse.

4.4 Clase N°4

En esta clase, los estudiantes fueron distribuidos en forma grupal, cada grupo fue constituido por tres estudiantes, con un total de ocho grupos y el objeto de estudio fue la Hipérbola. Esta sesión presenta tres etapas o situaciones, enmarcadas en la teoría de situaciones didácticas de Brousseau: **situación de formulación, situación de validación y situación de institucionalización**. Las planificaciones referentes a esta sesión se encuentran en la sección Anexos A.4 del presente documento.

A continuación se darán a conocer las actividades realizadas, enmarcadas en las etapas mencionadas previamente:

- Situación de formulación:

Cada uno de los grupos construyó la hipérbola, y luego respondieron tres preguntas referentes al descubrimiento de la relación entre los segmentos que conforman la hipérbola.

- Situación de validación:

Los grupos en la construcción de la hipérbola, confirman a través del uso de SGD si la construcción realizada coincide con la hipérbola, utilizando la herramienta lugar geométrico. Posteriormente los grupos finalizan su construcción con nuevas secuencias, para completar una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos que conforman la hipérbola.





- Situación de institucionalización:















Finalmente los docentes institucionalizan los descubrimientos obtenidos por los estudiantes, mediante una clase expositiva, se les entregó la definición, representaciones gráficas y los elementos más importantes de la hipérbola.

Los objetivos para esta sesión son:

- Construir el lugar geométrico de una hipérbola.
- Identificar los elementos de una hipérbola.

Construcción

1. Dibuja un segmento  en un extremo del plano de forma horizontal o vertical y con longitud deseada (por ejemplo 10 cm).
2. Construye un punto C , sobre el segmento AB .
3. Mide el segmentos AC con la siguiente herramienta .

4. Construye en el centro del plano un segmento FF'  con longitud AC de la siguiente manera (distancia AC).
5. Dibuja un segmento DE  en un extremo del plano y longitud deseada (por ejemplo 10 cm),
6. Construye un punto G , sobre el segmento DE , mide el segmento GE con 
7. Trazar una circunferencia  con centro F y radio distancia GE
8. Trazar una circunferencia  con centro F' y radio distancia $GE + 2$
9. Trazar una circunferencia  con centro F' y radio distancia $GE - 2$
10. Marca las intersecciones  que se produzcan entre las circunferencias.
11. Activa Rastro  sobre los puntos de intersección entre las circunferencias
12. Unir  el punto de intersección K con F y F' (KF y KF'), mide la distancia entre KF y KF' .
13. En entrada ingresa el siguiente punto $R = A + (11, 0)$, presiona enter. Realiza el mismo procedimiento con $S = R + (\text{distancia } KF', 0)$ y $T = R + (\text{distancia } KF, 0)$.
14. Unir  RS y RT y luego mídalos con .
15. Insertar texto  abajo del segmento RT y escribe lo siguiente:
 $"KF - KF' = " + \text{distancia } KF + "-" + \text{distancia } KF' + "=" + (\text{distancia } KF - \text{distancia } KF')$

Preguntas

Deslizar el punto G , observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas

1. ¿Qué tipo de curva describe al moverse los puntos de intersección?

.....
.....
.....
.....


2. ¿Qué representan los segmentos FK y KF'?

.....
.....
.....
.....

3. Realizar una definición de la hipérbola, en base a las conclusiones obtenidas.

.....
.....
.....
.....

A continuación los alumnos realizaron las siguientes secuencias, con el objetivo de completar su construcción.

16. Calcula el punto medio  entre F y F', y renómbralo O.

Como puedes apreciar el punto O, en tu hipérbola corresponde al centro de esta.

17. Mueve  el punto G.

Como se puede apreciar el rastro de la hipérbola interseca al segmento FF', en dos lugares distintos, estas intersecciones corresponden a los vértices de la hipérbola.



18. Dibuja la hipérbola con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta

Actividad

En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de parábola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.

Objetivo: Identificar los elementos que conforman la hipérbola.


Frases a responder:



1. **Focos:** los puntos fijos..... y.....
2. **Centro:** es el punto....., punto medio de F con F'.
3. **Distancia Focal:** es la medida del segmento que contiene a los puntos..... y.....
4. **Vértices:** son los puntos..... y....., de intersección de la hipérbola y la recta FF'.
5. **Recta Focal:** es el segmento....., a la cual pertenecen los focos.
6. **Eje real:** es el segmento....., a la cual pertenecen los vértices.
7. **Lado Recto:** es el segmento....., que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta FF'.
8. **Recta secundaria:** la..... qué pasa por O, del segmento FF'.



9. Eje imaginario: es el segmento..... perpendicular a VV' que pasa por O .


10. Asíntotas: rectas.... y..... que se acercan paulatinamente a la hipérbola sin llegar a intersectarla.

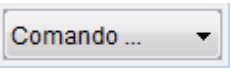
Nota: Para responder las frases del 4 al 10, primero debes completar la construcción de la hipérbola con los siguientes pasos:

19. Señala los puntos de intersección  entre la hipérbola y la recta FF' , renómbralos con las letras V y V' .

20. Dibuja una recta perpendicular  al segmento FF' , que pase por F , renombra esta recta L , y obtén los puntos de intersección  entre la recta L obtenida y la hipérbola.

21. Sobre la recta L , presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos M y I .

22. Dibuja una recta perpendicular  al segmento FF' , que pase por O .

23. En la esquina inferior derecha, se encuentra comando , presiona la flecha, y busca la opción asíntota, la cual se activará en entrada, en el paréntesis debes anotar el nombre que tiene la hipérbola, y con esto se construirán las asíntotas.

La Hipérbola.

Concepto y elementos de la hipérbola.

La hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos $P(x,y)$ del plano ubicados de tal manera, **que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos de él es constante.**

Estos dos puntos fijos del plano, se llaman focos y se designan por F_1 y F_2

$$d(P, F_2) - d(P, F_1) = \text{constante}$$

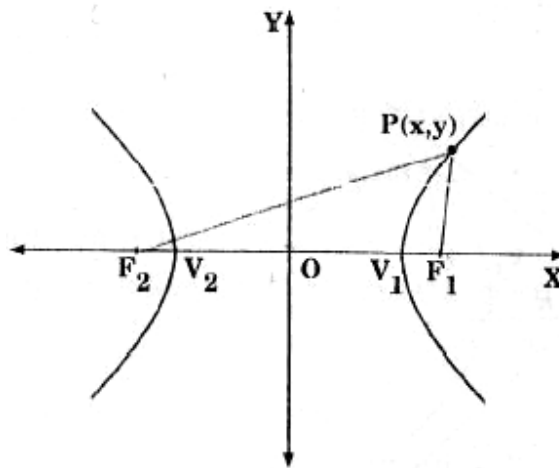


Figura 4.4: Gráfica Hipérbola, centrada en el origen del sistema cartesiano.

Los elementos más importantes de la hipérbola son:

Focos: los puntos fijos F_1 y F_2 .

Recta Focal: la recta $\overline{V_1V_2}$ a la que pertenecen los focos.

Recta Secundaria o Imaginaria: la simetral del segmento F_1F_2 .

Centro: punto de intersección de las rectas focal y secundaria.

Vértices: puntos de intersección de la hipérbola con la recta focal, se designan V_1 y V_2 .

Eje Real: segmento $\overline{V_1V_2}$ que se considera de longitud $2a$; a es el valor del semieje real.

Eje Imaginario: segmento $\overline{B_1B_2}$ de la recta secundaria interceptada por la hipérbola. Se considera de longitud $2b$; b es el valor del semieje imaginario.

Distancia focal: Medida del segmento $\overline{F_1F_2}$, se considera de longitud $2c$.

Lado Recto: cuerda focal $\overline{C_1C_2}$ perpendicular a la recta focal o eje de simetría. Su medida es $\frac{2b^2}{a}$.

Asíntotas: rectas A_1 y A_2 que limitan la curva. Se acercan paulatinamente a la curva sin llegar a intersecarla.

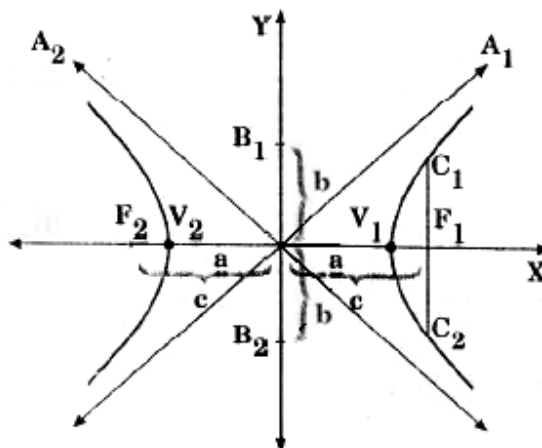


Figura 4.5: Ilustración Hipérbola.

Capítulo 5

Análisis de datos

Este capítulo, presenta dos temas, uno referente al análisis didáctico y el segundo entorno a las observaciones en el aula, respecto del desempeño de los grupos. El primero de estos temas, menciona principalmente la realización de análisis referentes a cada actividad desarrollada por los estudiantes, estos análisis se dividen en análisis a priori y a posteriori, además para lograr una mayor claridad en términos de estos análisis se confeccionaron tablas resúmenes, con una escala de 1 a 5, las cuales resumen y detallan los niveles de logro de los grupos, en las actividades referentes a parábola, elipse e hipérbola.

El segundo apartado del capítulo, muestra las observaciones en el aula evidenciadas por los docentes, referentes a participación, colaboración y material utilizado por los estudiantes. Con la finalidad de resumir y clarificar las apreciaciones observadas, se confeccionaron tablas resúmenes, que con una escala de 1 a 5, detallan los niveles de logro de los grupos, de acuerdo a las actividades realizadas.

5.1 Análisis didáctico.

5.1.1 Clase N°1

Actividad N° 1: Construcción de ángulo inscrito en una semicircunferencia.

Descripción actividad: en esta actividad, los alumnos siguiendo las secuencias planteadas por los docentes, construyeron un ángulo inscrito en una semicircunferencia, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 28 del presente documento.

Análisis a priori: se espera que los alumnos exploren las funciones del SGD Geogebra, con la finalidad de construir un ángulo inscrito en una semicircunferencia. De acuerdo a la secuencia propuesta por los docentes, en esta etapa, el grupo de estudiantes se enfrenta por primera vez al uso de Geogebra, lo que puede provocar que los estudiantes utilicen una mayor cantidad de tiempo en realizar la actividad.

Análisis a posteriori: esta actividad presentó algunas dificultades en su tiempo de ejecución, ya que fue la primera vez que los estudiantes se enfrentaron al uso de Geogebra. En esta actividad se logró que los alumnos exploren las funciones de Geogebra y construyan el ángulo inscrito en una semicircunferencia.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: comparando ambos análisis, se concluye que lo esperado en esta actividad coincidió con lo realizado por los alumnos, es decir los estudiantes exploraron las funciones de Geogebra y construyeron el ángulo inscrito en una semicircunferencia. Con respecto al tiempo empleado se produjo que los estudiantes necesitaron más tiempo del inicialmente estimado para el término de la actividad.

Actividad N°2: Construcción de recta tangente a una circunferencia.

Descripción actividad: en esta actividad, los alumnos siguiendo las secuencias planteadas por los docentes, construyeron una recta tangente a una circunferencia, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 29 del presente documento.

Análisis a priori: se espera que los alumnos construyan una recta tangente a una circunferencia, a diferencia de la actividad N°1, se espera que el tiempo empleado por los alumnos, sea menor en comparación a la actividad anterior, ya que a medida que utilizan Geogebra se especula que comienzan a conocer las funcionalidades de este.

Análisis a posteriori: esta actividad fue realizada de forma exitosa por los alumnos, no se presentaron dificultades en el manejo de Geogebra, y este hecho influyó en la disminución del tiempo utilizado para finalizar su construcción.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: básicamente la comparación entre ambos análisis, nos lleva a concluir que prácticamente no existen diferencias entre estos, ya que los estudiantes disminuyeron el tiempo utilizado para confeccionar su construcción versus los minutos requeridos para la actividad anterior.

Actividad N° 3: Construcción de ángulo del centro en una circunferencia.

Descripción actividad: en esta actividad, los alumnos siguiendo las secuencias planteadas por los docentes, construyeron un ángulo del centro en una circunferencia, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 30 del presente documento.

Análisis a priori: se estima que los alumnos construyan el ángulo del centro en una circunferencia, se espera además que el tiempo empleado sea menor en relación a las actividades anteriores, ya que a medida que las desarrollaron, van conociendo Geogebra y las funciones de este.

Análisis a posteriori: el tiempo empleado por lo estudiantes en realizar esta actividad, disminuyó sustancialmente en relación al empleado en la actividad N°1, esto se justifica ya que después de utilizar el SGD, los alumnos ya conocen la ubicación de las diferentes herramientas del software y qué función cumplen.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: no existen diferencias entre el análisis a priori con el análisis a posteriori, cabe destacar que los alumnos han aprendido a utilizar Geogebra y conocen sus herramientas, al cabo de esta tercera actividad.

Comentario Actividades:

Descripción actividad: en esta actividad los estudiantes realizan dos comentarios acerca de lo tratado en esta sesión, el detalle de las preguntas, se encuentra en la página 30 del presente documento.

Análisis a priori: se espera que los alumnos respondan estas preguntas con argumentos positivos, ya que en esta clase, los estudiantes trabajaron en un ambiente distinto al habitual, en la cual desarrollaron las actividades en forma independiente y teniendo la posibilidad de explorar Geogebra.

Análisis a posteriori: Se manifestó que a medida que los alumnos iban avanzando en las actividades, los tiempos de ejecución de las secuencias fueron disminuyendo, además conocieron rápidamente las funcionalidades de las herramientas que posee Geogebra, lo cual permitió un mejor desarrollo en la sesión, los alumnos se mostraron motivados y dispuestos a trabajar, ya que esta práctica con Geogebra, fue novedosa y didáctica para ellos.

A continuación se muestran comentarios entregados por algunos de los estudiantes encuestados:

Alumno 1:

¿Qué te ha parecido la actividad?

Excelente clase, fue una actividad didáctica y buena para sacar conclusiones sobre el tema, además el profesor planteó la actividad claramente y fácil de entender.

¿Te fue fácil construir cada una de las actividades?

Si, fue fácil ya que la actividad se presentó en proyector, con las indicaciones para poder lograr la actividad de manera optima.

Figura 5.1: Comentario actividad alumno 1, en relación actividades clase N° 1

Alumno 2:

¿Qué te ha parecido la actividad?

Me pareció interesante, porque no conocía este programa y me sirvió para conocerlo. Además me sirvió para comprender más sobre circunferencias.

¿Te fue fácil construir cada una de las actividades?

Las dos primeras actividades me fueron fáciles de realizar, pero la tercera la encontré muy costosa y muy difícil de realizar.

Figura 5.2: Comentario actividad alumno 2, en relación actividades clase N° 1

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: los argumentos mostrados de parte de los alumnos, hacia el trabajo con Geogebra, fueron satisfactorios (esto coincide con lo esperado por los docentes), además los alumnos se mostraron motivados por indagar en esta herramienta tecnológica, ya que fue novedosa y didáctica, finalmente algunos estudiantes

comentaron que las actividades realizadas fueron útiles, porque descubrieron relaciones en las circunferencias que desconocían o bien estaban olvidadas.

5.1.2 Clase N°2

Actividad: Construcción de Parábola.

Descripción de la actividad: Los alumnos construirán la parábola como lugar geométrico, dentro del cual realizarán análisis de la construcción y además identificarán los elementos que conforman la parábola, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 32 del presente documento.

Análisis a priori: Los diferentes grupos seguirán la secuencia de pasos planteados por los docentes, con la finalidad de construir la parábola.

Análisis a posteriori: En seis de los ocho grupos (correspondientes al 75%), construyeron completamente la parábola, obteniendo desempeño destacado, mientras que el grupo 3 (correspondiente al 12,5%), logró construir la parábola, pero no completamente, obteniendo desempeño regular o medianamente esperado, esto se justifica, ya que al mover el punto D, no se produce ninguna gráfica de tipo parabólico, porque este grupo de alumnos descartó activar rastro al punto E, que justamente es el que grafica la parábola, mientras que el grupo 5 (correspondiente al 12,5%), logró desempeño que tiende a ser bajo, ya que, no lograron realizar la construcción requerida en el tiempo establecido, esto se debe, a la falta de interpretación de las secuencias planteadas y además de ocupar herramientas del software que no corresponden a las sugeridas por los docentes.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: se evidenció una diferencia entre los dos análisis, ya que dos de los ocho grupos (correspondientes al 25%), tuvieron deficiencias en su construcción, lo cual influyó en el cumplimiento del objetivo para esta

actividad, cabe destacar que los seis grupos restantes (correspondientes al 75%), lograron cumplir el objetivo propuesto.

Actividad: Preguntas relacionadas a construcción.

Descripción de la actividad: los alumnos después de realizada su construcción, se afrontan a responder las siguientes preguntas en base a la curva que se forma, en el instante que mueven el punto D, que se encuentra en la recta d (directriz).

Análisis a priori: Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 1: ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

Los alumnos deberían entregar como respuesta que la curva que se describe es de tipo parabólico.

Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 2: ¿Qué se puede decir de los segmentos DE y FE?

Los alumnos serán capaces de obtener como conclusión que los segmentos DE y FE son congruentes, debido a que en su construcción, los estudiantes midieron el largo de dichos segmentos.

Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 3: Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.

Los estudiantes en base a lo observado y además de sus respuestas entregadas en las preguntas 1 y 2, formularan una breve definición de la parábola. La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos E que equidistan de un punto F y de un punto D.

Análisis a posteriori:

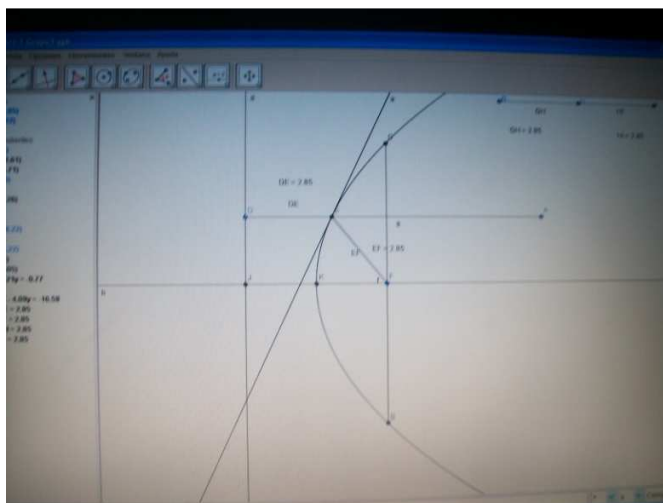


Figura 5.3: Construcción Parábola efectuada por los estudiantes

Los grupos después de realizada la construcción de la parábola, respondieron las siguientes preguntas, las cuales fueron entregadas por los docentes.

1. ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

En siete de los ocho grupos (correspondiente al 87,5%), entregaron como respuesta que el tipo de curva que se forma en la construcción es una parábola, lo que demuestra que los estudiantes recuerdan lo que el profesor ha instruido previamente al modelo de intervención, en torno a las secciones cónicas.

NOMBRE DEL GRUPO: <u>Grupo 1</u>	CURSO: <u>3^o A</u>	FECHA <u>9/11/10</u>
----------------------------------	-------------------------------	----------------------

1. ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

el movimiento del punto D describe una parábola que se va abriendo según se mueve

Figura 5.4: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

Mientras que solo el grupo 7 (correspondiente al 12,5%), entregó como respuesta que la curva era una elipse, lo cual no corresponde al tipo de curva construida.

NOMBRE DEL GRUPO: Grupo 7 CURSO: 8^o FECHA 9/11/10

1. ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

La curva que se forma al mover el punto D es una elipse.

Figura 5.5: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

2. ¿Qué se puede decir de los segmentos DE y FE?

En seis de los ocho grupos (correspondiente al 75%), entregaron como respuesta que los segmentos DE y FE “tienen igual longitud”,

NOMBRE DEL GRUPO: 8 CURSO: 3^{ra} A FECHA 09/11/10

2. ¿Qué se puede decir de los segmentos DE y FE?

Los segmentos DE y FE tienen las mismas distancias o medidas y cada vez que se mueve el punto D siguen siendo igual, pero aumenta o disminuye su medida dependiendo para donde se mueva.

Figura 5.6: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

Mientras que los grupos 4 y 5 (correspondiente al 25%), entregaron como respuesta que al unir los segmentos DE y FE, forman una parábola, esto se debe a que los alumnos no fueron capaces de identificar, que estos segmentos tienen igual longitud.

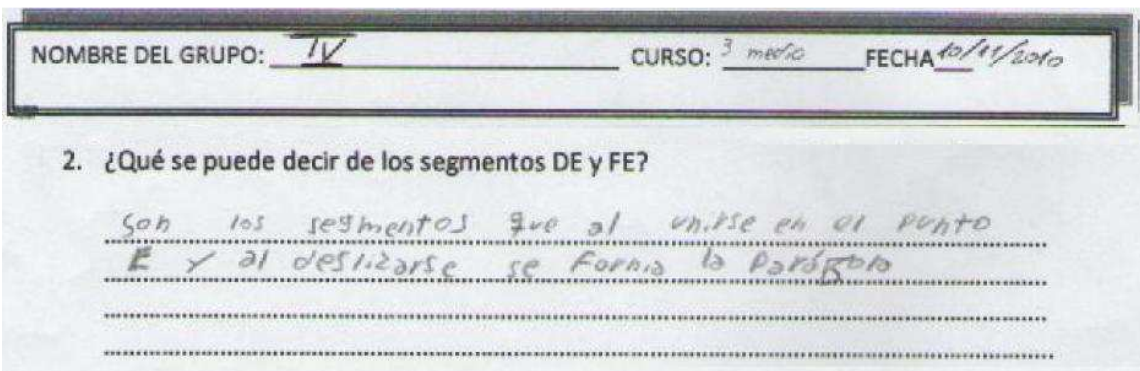


Figura 5.7: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

3. Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.

En dos de ocho grupos (correspondiente al 25%), entregaron como respuesta cercana a la definición de parábola: Al mover el punto D en la construcción los segmentos DE y FE mantienen la misma medida.

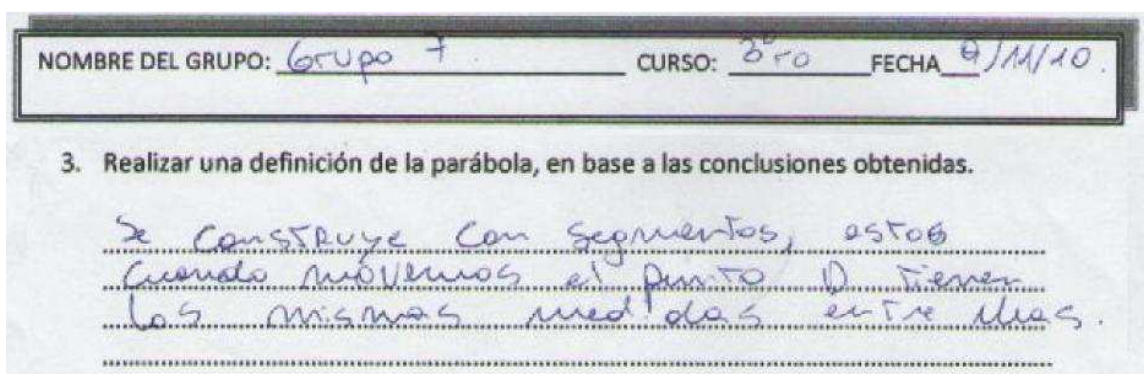


Figura 5.8: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

Mientras que en los grupos 1, 2, 4, 5, 6, y 8 (correspondiente al 75%), no se aproximaron a la definición de la parábola, realmente se enfocaron en características de la curva.

NOMBRE DEL GRUPO: IV CURSO: 3 medio FECHA 10/11/2010

3. Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.

Una parábola es una figura con 2 extremos y
una curva concava

Figura 5.9: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

En particular queremos comentar la respuesta entregada por el grupo 8:

NOMBRE DEL GRUPO: 8 CURSO: 3^o A FECHA 09/11/10

3. Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.

Es la curva que se forma al cortar un cono

Figura 5.10: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Parábola

Si analizamos esta respuesta y nos enfocamos en la pregunta, lo propuesto por este grupo no tiene relación con las conclusiones obtenidas anteriormente, cabe resaltar que su respuesta se acerca a cómo obtener una parábola, a través de la intersección de un plano con un cono en un cierto ángulo, lo que demuestra que el grupo conoce la noción de secciones cónicas, lo cual fue realizado por el profesor de la asignatura antes del modelo de intervención.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: en el análisis a priori, se esperaba que los alumnos respondieran de forma correcta las interrogantes planteadas, en cambio, al observar los resultados obtenidos por los estudiantes, se tiene que ninguna de las tres preguntas planteadas obtuvo 100% de logro, siendo que la pregunta con mayor eficacia es el

número uno, con un 87,5% de logro, lo cual equivale a siete de ocho grupos. Las principales dificultades que se observaron, son la poca visualización y el escaso análisis de la construcción realizada, ya que ninguno de los ocho grupos logró elaborar una definición para la parábola.

Por lo tanto, se concluye que para esta actividad los grupos sólo lograron un 62,5% de rendimiento, lo cual cumple en parte las expectativas esperadas por los docentes para esta parte de la sesión.

Actividad: Identificación elementos de parábola.

Descripción de la actividad: En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de parábola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción, el detalle de esta actividad se encuentra en la página 34 del presente documento.

Análisis a priori: los estudiantes responden correctamente la totalidad de las afirmaciones propuestas, con esto ellos identifican los elementos de la parábola.

Análisis a posteriori: El grupo 2 (correspondiente al 12,5%), fue el único grupo en lograr un desempeño destacado, ya que identificaron correctamente los elementos de la parábola. Por otro lado, los grupos 1, 4, 6, 7 y 8 (correspondiente al 62,5%) obtuvieron desempeño regular medianamente esperado, debido a que no lograron identificar el elemento **parámetro** de una parábola. Luego el grupo 3 (correspondiente al 12,5%), presentó las mismas dificultades en el elemento **parámetro** y además en el **foco**, por lo que tienen un desempeño satisfactorio. Finalmente el grupo 5 (correspondiente al 12,5%), su desempeño que tiende a ser bajo, ya que, solamente identificaron correctamente los elementos **foco** y **directriz** de la parábola.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: De acuerdo a las reproducciones de los grupos, se concluye que el 75% de los grupos lograron identificar los elementos de la parábola, ya que fueron capaces de relacionar las frases propuestas con las construcciones que

habían realizado, teniendo en cuenta que el elemento **parámetro** fue el que presentó mayores dificultades, debido a, que uno de los ocho grupos, relacionó que **parámetro** es: la distancia del foco a la directriz. Por otro lado, el grupo 5 fue el que presentó mayores dificultades, debido a, que no lograron construir la parábola y así determinar sus elementos.

5.1.2.1 Tabla resumen clase Parábola

En la siguiente encuesta, se resume el trabajo realizado por los estudiantes, en relación al desempeño obtenido.

Encuesta de Observación de Docentes

Durante el estudio se realizó una escala de categorías de 1 a 5, en la cual el docente en cada grupo le asignó un número, de acuerdo al desempeño que presenta el grupo en el desarrollo de cada actividad.

Categorías

Desempeño destacado	5
Desempeño regular o medianamente esperado	4
Desempeño satisfactorio	3
Desempeño tiende a ser bajo	2
Desempeño bajo o Nulo	1

Tabla 5.1: Tabla resumen respecto del trabajo con la Parábola

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Trabajo Parábola								
Construyen la parábola	5	5	4	5	2	5	5	5
Descubren la propiedad de la parábola	5	5	5	1	1	5	5	5

Definen la parábola como lugar geométrico	1	1	3	1	2	1	3	2
Identifican los elementos de la parábola	4	5	3	4	2	4	4	4

5.1.3 Clase N°3

Actividad: Construcción de elipse.

Descripción de la actividad: Los alumnos construirán la elipse como lugar geométrico, dentro del cual realizarán análisis de la construcción y además identificarán los elementos que conforman la elipse, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 38 del presente documento.

Análisis a priori: Los diferentes grupos seguirán la secuencia de pasos planteados por los docentes, con la finalidad de construir la elipse.

Análisis a posteriori: En esta actividad la totalidad de los grupos (correspondientes al 100%), construyeron correctamente la elipse, obteniendo desempeño destacado.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: nula existencia de diferencias entre el análisis a priori con el análisis a posteriori, debido a que los grupos de estudiantes ya comprendieron la modalidad de trabajo propuesta por los docentes, y también el conocimiento adquirido acerca de la utilización de Geogebra.

Actividad: Preguntas relacionadas con construcción.

Descripción de la actividad: los alumnos después de realizada su construcción, se enfrentan a responder las siguientes preguntas en base a la curva que se forma, en el instante que mueven el deslizador R1.

Análisis a priori: Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 1: ¿Qué tipo de curva describe el rastro de P y P'?

Los alumnos deberían entregar como respuesta que la curva que se describe es de tipo elíptico.

Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 2: ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

Los alumnos serán capaces de obtener como conclusión que la suma de los segmentos PF y PF' se mantiene constante, debido a que en su construcción, los estudiantes confeccionaron un segmento RT que muestra que la suma de PF con PF' se mantiene en el mismo valor.

Se espera que los estudiantes en relación a la pregunta 3: Realizar una definición de la elipse, en base a las conclusiones obtenidas.

Los estudiantes en base a lo observado y además de sus respuestas entregadas en las preguntas 1 y 2, formularan una breve definición de la elipse, la elipse es el lugar geométrico de todos los puntos, cuya ubicación en el plano es tal, que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de él es constante.

Análisis a posteriori:

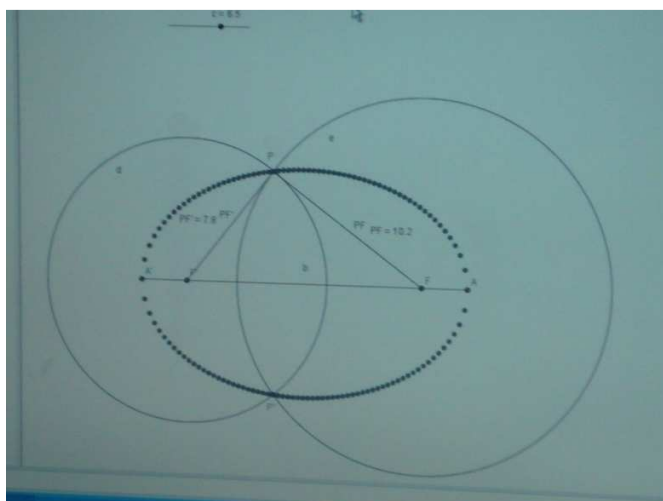


Figura 5.11: Construcción Elipse efectuada por los estudiantes

Los grupos después de realizada la construcción de la elipse, respondieron las siguientes preguntas, las cuales fueron entregadas por los docentes.

1. ¿Qué tipo de curva describe el rastro de P y P'?

La totalidad de los grupos (correspondiente al 100%), respondieron que la curva que describe el rastro P y P' es una elipse, lo que demuestra que los estudiantes recuerdan lo que el profesor ha instruido previamente al modelo de intervención, en torno a las secciones cónicas.

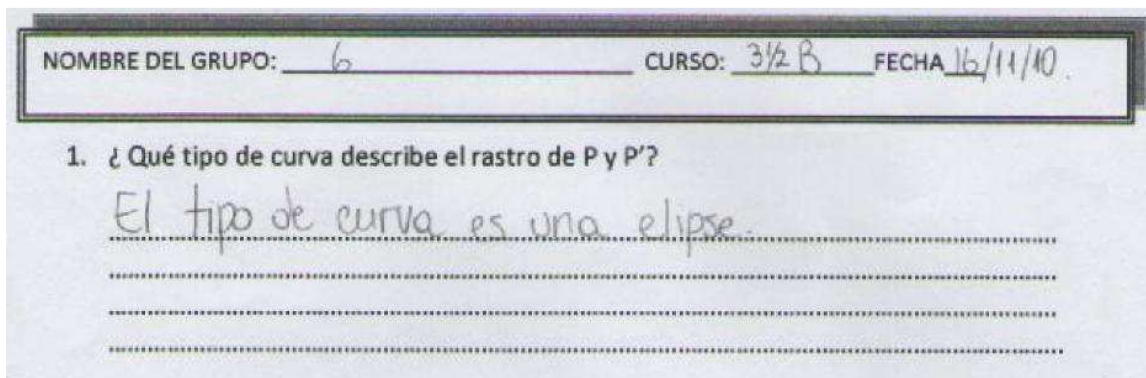


Figura 5.12: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse

2. ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

En tres de los ocho grupos (correspondiente al 37,5%), entregaron como respuesta que la suma entre los segmentos PF y PF' se mantiene constante, por otro lado el grupo 8 entregó como respuesta " $PF + PF' = 11+7 = 18$ ", esto nos permite interpretar que el grupo logra identificar la relación, pero no consigue expresar su idea en el lenguaje cotidiano.

NOMBRE DEL GRUPO: 8 CURSO: 3¹/₂ A FECHA 8

2. ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

$PF + PF' = 11 + 7 = 18$

.....

.....

.....

Figura 5.13: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse

Mientras que los grupos 5 y 6 (correspondiente al 25%), sus respuestas establecen una relación entre los segmentos PF y PF', pero no en torno a que la suma de los segmentos permanece constante.

NOMBRE DEL GRUPO: 6 CURSO: 3¹/₂ B FECHA 16/11/10

2. ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

LA RELACION MATEMATICA QUE HAY ENTRE LOS
SEGMENTOS PF Y PF' ES QUE SON INVERSAMENTE
PROPORCIONALES. Y QUE AL MOVERSE HACIA LA
IZQUIERDA PF1 DISMINUYE Y PF AUMENTA, (AUMENTA LO QUE
SE LE RESTA A PF1)

Figura 5.14: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse

Por último los grupos 1 y 7 (correspondiente al 25%), no presentaron ninguna relación entre los segmentos, ya que en estos grupos sus observaciones no le permitieron identificar la relación entre los segmentos PF y PF'.

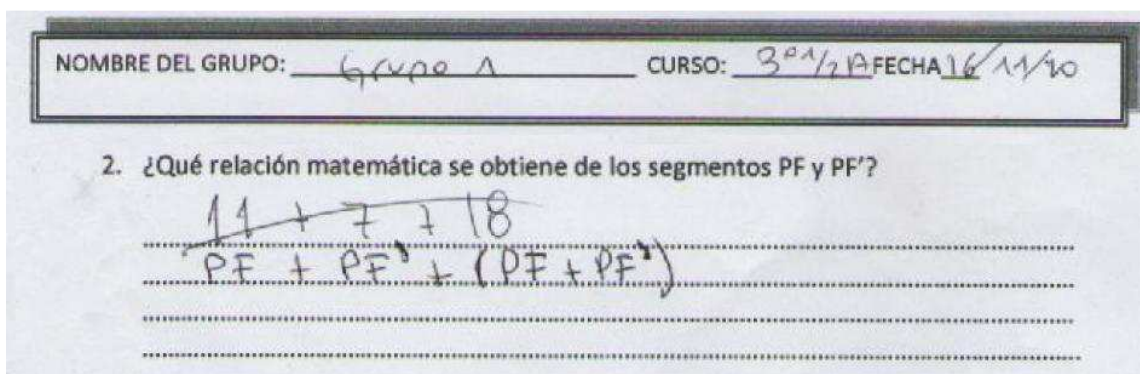


Figura 5.15: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse

- Realizar una definición de la elipse, en base a las conclusiones obtenidas.

La totalidad de los grupos (correspondiente 100 %) no logran definir la elipse, debido a esto, se deduce que los grupos no relacionan sus respuestas previamente obtenidas en la construcción de la elipse, y además su escasa visualización en el comportamiento de la curva, no les permite entregar una respuesta correspondiente a la definición.

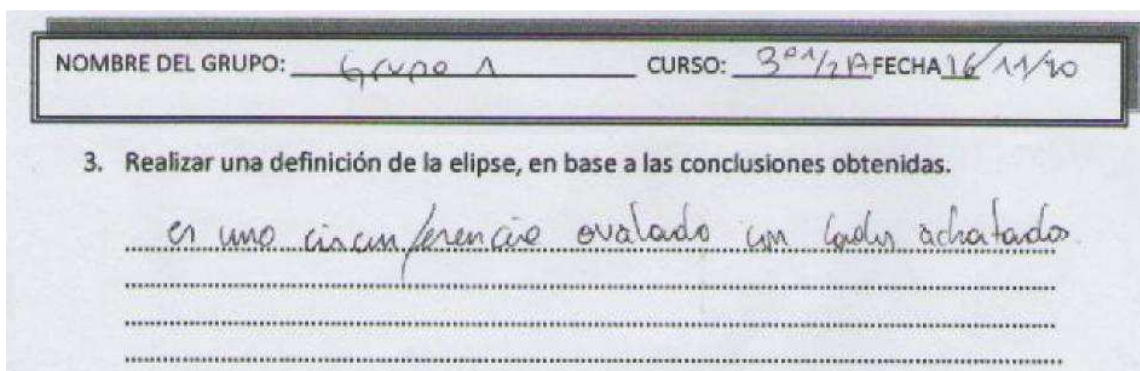


Figura 5.16: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Elipse

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: en esta sesión se evidenciaron dificultades en torno a las interrogantes planteadas, ya que se obtienen resultados positivos (pregunta 1), y también se tienen resultados negativos (pregunta 3), si desglosamos cada pregunta, se tiene la siguiente información:

Pregunta 1: la totalidad de los grupos responden que la curva construida es una elipse, lo cual permite un 100% de logro.

Pregunta 2: en esta interrogante, tenemos que cuatro de los ocho grupos (correspondiente al 50%), entregaron como respuesta lo esperado por los docentes, mientras que los cuatro grupos restantes, tuvieron poco éxito en su análisis de la construcción.

Pregunta 3: lamentablemente para esta última pregunta, ninguno de los ocho grupos (correspondiente al 100%) confeccionó una definición de la elipse.

Por lo tanto, se concluye que para esta actividad los grupos sólo lograron un 50% de rendimiento, lo cual cumple en parte las expectativas esperadas por los docentes para esta parte de la sesión, y esto constituye una disminución en su rendimiento en comparación con la clase anterior.

Actividad: Identificación elementos de la elipse.

Descripción de la actividad: En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de la elipse realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción, el detalle de esta actividad se encuentra en la página 41 del presente documento.

Análisis a priori: los estudiantes responden correctamente la totalidad de las afirmaciones propuestas, con esto ellos identifican los elementos de la elipse.

Análisis a posteriori: Los grupos 1, 6 y 8 (correspondiente al 37,5 %), logran un desempeño destacado, ya que identificaron correctamente los elementos de la elipse. Por otro lado, los grupos 2, 3, 4, 5 y 7 (correspondiente al 62,5 %), presentaron (uno o dos) errores en la identificación de elementos de la elipse, teniendo un desempeño regular o medianamente esperado.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: se tiene que en esta actividad el desempeño de los grupos, fue superior al desempeño regular o medianamente esperado, esta circunstancia, nos permite concluir que los estudiantes, de acuerdo a su construcción les resulta menos complicado identificar elementos de la elipse, cabe destacar que los grupos 3, 4 y 5, presentaron la misma dificultad en identificar el elemento de la elipse **distancia focal**, ya que, en su construcción no relacionan que la distancia focal es la medida del segmento que contiene a los focos F y F'.

5.1.3.1 Tabla resumen clase Elipse

En la siguiente encuesta, se resume el trabajo realizado por los estudiantes, en relación al desempeño obtenido.

Encuesta de Observación de Docentes

Durante el estudio se realizó una escala de categorías de 1 a 5, en la cual el docente en cada grupo le asignó un número, de acuerdo al desempeño que presenta el grupo en el desarrollo de cada actividad.

Categorías

Desempeño destacado	5
Desempeño regular o medianamente esperado	4
Desempeño satisfactorio	3
Desempeño tiende a ser bajo	2
Desempeño bajo o Nulo	1

Tabla 5.2: Tabla resumen respecto del trabajo con la Elipse

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
<i>Apreciaciones</i>	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Trabajo Elipse								
Construyen la elipse	5	5	5	5	5	5	5	5
Descubren la propiedad de la elipse	1	5	5	5	2	2	1	4
Definen la elipse como lugar geométrico	1	1	1	1	1	1	1	1
Identifican los elementos de la elipse	5	4	4	4	4	5	4	5

5.1.4 Clase Nº4

Actividad: Construcción de hipérbola.

Descripción de la actividad: Los alumnos construirán la hipérbola como lugar geométrico, dentro del cual realizarán análisis de la construcción y además identificarán los elementos que conforman la hipérbola, la secuencia de pasos, se encuentra en la página 45 del presente documento.

Análisis a priori: Los diferentes grupos seguirán la secuencia de pasos planteados por los docentes, con la finalidad de construir la Hipérbola.

Análisis a posteriori: En esta actividad la totalidad de los grupos (correspondientes al 100%), construyeron correctamente la hipérbola, obteniendo desempeño destacado.

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: nula existencia de diferencias entre el análisis a priori con el análisis a posteriori, debido a que los grupos de estudiantes ya comprendieron la modalidad de trabajo propuesta por los docentes, y también el conocimiento adquirido acerca de la utilización de Geogebra.

Actividad: Preguntas relacionadas con construcción.

Descripción de la actividad: los alumnos después de realizada su construcción, se afrontan a responder las siguientes preguntas en base a la curva que se forma, en el instante que mueven el punto G.

Análisis a priori: Se espera que los alumnos en relación a la pregunta 1: ¿Qué tipo de curva describe al moverse los puntos de intersección?

Los alumnos deberían entregar como respuesta que la curva que se describe es de tipo hiperbólico.

- Se espera que los alumnos en relación a la pregunta 2: ¿Qué representan los segmentos FK y KF'?

Los alumnos serán capaces de obtener como conclusión que la resta de los segmentos FK y KF' se mantiene constante, debido a que en su construcción, los estudiantes confeccionaron un segmento RT que muestra que la resta de FK con KF' se mantiene en el mismo valor.

- Se espera que los alumnos en relación a la pregunta 3: Realizar una definición de la hipérbola, en base a las conclusiones obtenidas.

Los estudiantes en base a lo observado y además de sus respuestas entregadas en las preguntas 1 y 2, formularán una breve definición de la hipérbola, la hipérbola es el lugar geométrico de todos los puntos del plano, ubicado de tal manera que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos de él, es constante.

Análisis a posteriori:

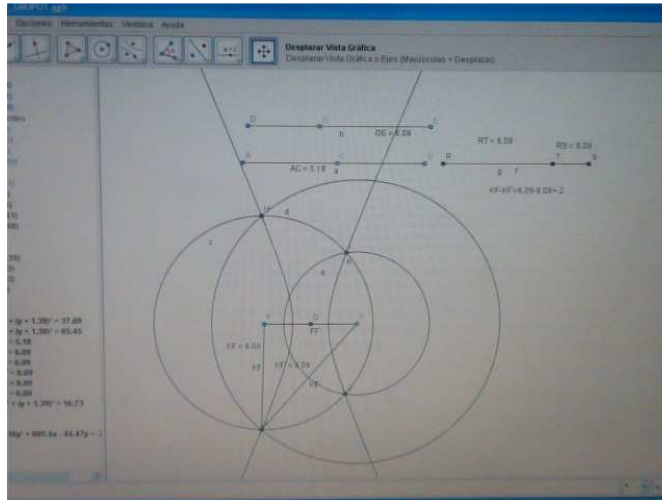


Figura 5.17: Construcción Hipérbola efectuada por los estudiantes

Los grupos después de realizada la construcción de la hipérbola, respondieron las siguientes preguntas, las cuales fueron entregadas por los docentes

1. ¿Qué tipo de curva describe al moverse los puntos de intersección?

La totalidad de los grupos (correspondiente al 100%), respondieron que la curva que se describe al moverse los puntos de intersección es una hipérbola, lo que demuestra que los estudiantes recuerdan lo que el profesor ha instruido previamente al modelo de intervención, en torno a las secciones cónicas.

NOMBRE DEL GRUPO: <u>S</u>	CURSO: <u>3^{er} A</u>	FECHA: <u>23/11/20</u>
	<u>3^{er} B</u>	

1. ¿Qué tipo de curva describe al moverse los puntos de intersección?

Una hipérbola

Figura 5.18: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola

2. ¿Qué representan los segmentos FK y KF'?

En cuatro de los ocho grupos (correspondiente al 50%), entregaron como respuesta que la diferencia entre los segmentos FK y KF', se mantiene constante.

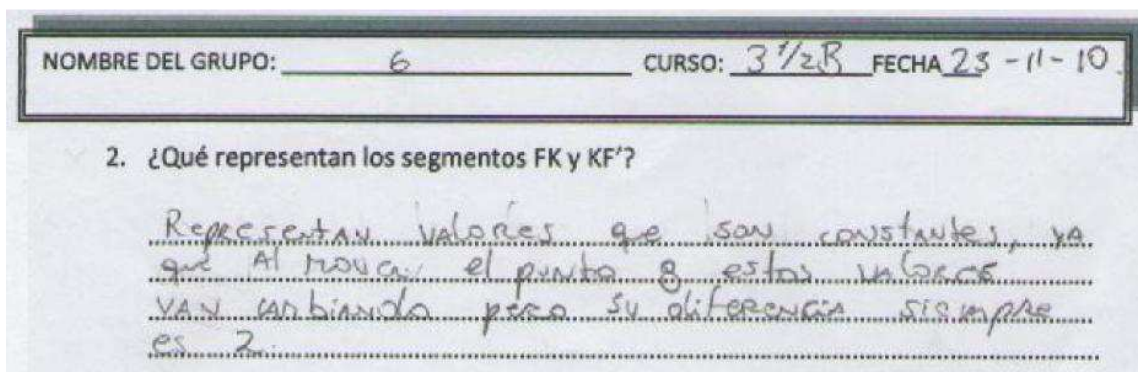


Figura 5.19: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola

Mientras que el grupo 8 (correspondiente al 12,5%), entregó como respuesta “representan una constante”, de esto se puede inferir que visualizaron que la diferencia permanece constante, sin entregar una justificación a su respuesta, dejando a los docentes la interpretación de esta.

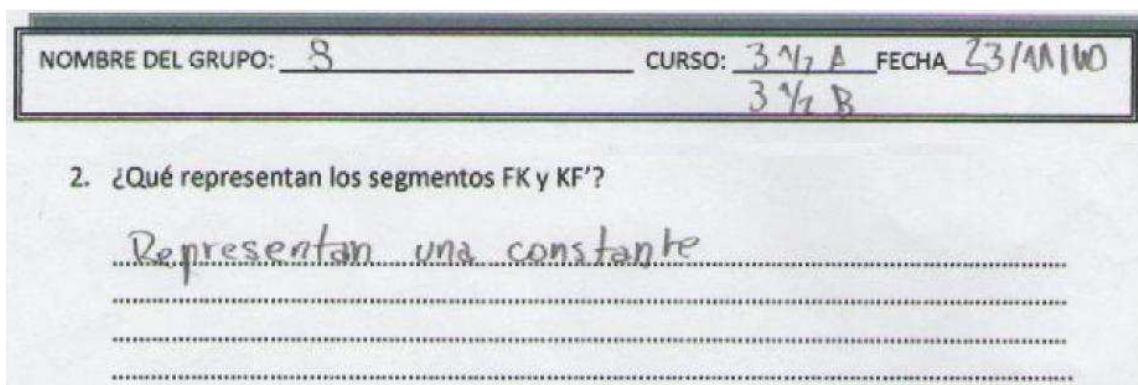


Figura 5.20: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola

Finalmente los grupos 1, 2 y 4 (correspondiente al 37,5%), no presentaron ninguna relación entre los segmentos, ya que en estos grupos sus observaciones no le permitieron identificar la relación entre los segmentos.

NOMBRE DEL GRUPO: <u>4</u>	CURSO: <u>3º B</u>	FECHA <u>23/11/2010</u>
----------------------------	--------------------	-------------------------

2. ¿Qué representan los segmentos FK y KF'?

Son los focos de la hipérbola

Figura 5.21: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola

3. Realizar una definición de la hipérbola, en base a las conclusiones obtenidas.

La totalidad de los grupos (correspondiente 100 %) no logran definir la hipérbola, debido a esto, se deduce que los grupos no relacionan sus respuestas previamente obtenidas en la construcción de la hipérbola, y además su escasa visualización en el comportamiento de la curva, no les permite entregar una respuesta correspondiente a la definición.

NOMBRE DEL GRUPO: <u>Grupo 7</u>	CURSO: <u>3º B</u>	FECHA <u>23/11/10</u>
----------------------------------	--------------------	-----------------------

3. Realizar una definición de la hipérbola, en base a las conclusiones obtenidas.

La Hipérbola como lugar geométrico es parecido a la de la ELIPSE

Figura 5.22: Respuesta efectuada por los alumnos a preguntas relacionadas con Hipérbola

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: en esta sesión se evidenciaron dificultades en torno a las interrogantes planteadas, ya que se obtienen resultados positivos (pregunta 1), y también se tienen resultados negativos (pregunta 3), si desglosamos cada pregunta, se tiene la siguiente información:

Pregunta 1: la totalidad de los grupos responden que la curva construida es una hipérbola, lo cual permite un 100% de logro.

Pregunta 2: en esta interrogante, tenemos que cuatro de los ocho grupos (correspondiente al 50%), entregaron como respuesta lo esperado por los docentes, mientras que uno de los cuatro grupos restantes (correspondiente al 12,5%), su respuesta fue una característica, pero no es exactamente lo esperado por los docentes, y finalmente los tres grupos restantes (correspondiente al 37,5%), tuvieron poco éxito en su análisis de la construcción.

Pregunta 3: lamentablemente para esta última pregunta, ninguno de los ocho grupos (correspondiente al 100%) confeccionó una definición de la hipérbola.

Por lo tanto, se concluye que para esta actividad los grupos sólo lograron un 62,5% de rendimiento, lo cual cumple en parte las expectativas esperadas por los docentes para esta parte de la sesión, pero si muestra un avance en relación a la sesión pasada.

Actividad: Identificación elementos de la hipérbola.

Descripción de la actividad: En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de la hipérbola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción, el detalle de esta actividad se encuentra en la página 48 del presente documento.

Análisis a priori: los estudiantes responden correctamente la totalidad de las afirmaciones propuestas, con esto ellos identifican los elementos de la hipérbola.

Análisis a posteriori: El grupo 8 (correspondiente al 12,5 %), lograr un desempeño destacado, ya que identificaron correctamente los elementos de la hipérbola. En los grupos 1, 4, 5 y 6 (correspondiente al 50 %), presentaron (uno o dos) errores en la identificación de elementos de la hipérbola, teniendo un desempeño regular o medianamente esperado, ya que, en estos grupos se evidenciaron dificultades para identificar elementos tales como: **eje real**,

lado recto, recta secundaria, eje imaginario y asíntotas. Por otro lado los grupos 3 y 7 (correspondiente 25%), tienen (tres o cuatro) errores en la identificación de los elementos de la hipérbola, destacando que en estos grupos se presentó la misma dificultad en identificar **recta secundaria y eje imaginario.** Finalmente el grupo 2 (correspondiente al 12,5%), presentó 5 errores en la identificación de los elementos de la hipérbola, teniendo un desempeño que tiende a ser bajo, debido a, la dificultad de identificar **distancia focal, lado recto, recta secundaria, eje imaginario y asíntotas.**

Confrontación análisis a priori con análisis a posteriori: en esta actividad, los grupos mostraron grandes dificultades para cumplir con el objetivo propuesto, ya que solo un grupo (correspondiente al 12,5%), obtuvo desempeño destacado, mientras que los siete grupos restantes presentaron varios errores en la identificación, lo cual mermo es su desempeño, cabe destacar que los errores más comunes, corresponde a los elementos recta secundaria, eje imaginario y en menor medida los elementos lado recto y asíntotas.

5.1.4.1 Tabla resumen clase Hipérbola

En la siguiente encuesta, se resume el trabajo realizado por los estudiantes, en relación al desempeño obtenido.

Encuesta de Observación de Docentes

Durante el estudio se realizó una escala de categorías de 1 a 5, en la cual el docente en cada grupo le asignó un número, de acuerdo al desempeño que presenta el grupo en el desarrollo de cada actividad.

Categorías

Desempeño destacado	5
Desempeño regular o medianamente esperado	4
Desempeño satisfactorio	3

Desempeño tiende a ser bajo	2
Desempeño bajo o Nulo	1

Tabla 5.3: Tabla resumen respecto del trabajo con la Hipérbola

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Trabajo Hipérbola								
Construyen la hipérbola	5	5	5	5	5	5	5	5
Descubren la propiedad de la hipérbola	1	1	5	1	5	5	5	2
Definen la hipérbola como lugar geométrico	1	1	1	1	1	1	1	1
Identifican los elementos de la hipérbola	4	2	3	4	4	4	3	5

5.2 Observaciones en el aula

5.2.1 Encuesta de Observación de Docentes

En esta Investigación se utilizará una escala de categorías de 1 a 5, en la cual el docente en cada grupo le asignará un número, de acuerdo al desempeño que presenta el grupo en el desarrollo de cada actividad.

Categorías

Desempeño destacado	5
Desempeño regular o medianamente esperado	4
Desempeño satisfactorio	3
Desempeño tiende a ser bajo	2
Desempeño bajo o Nulo	1

Tabla 5.4: Tabla de observación de clases, a realizar por los docentes

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
<i>Apreciaciones</i>	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Participación								
Demuestran interés en la actividad								
Trabajan en forma organizada y productivamente								
Desarrollan la actividad de fijación								
Realizan actividades exclusivas al uso del software								
Material								
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software								
Colaboración								
Discusión abierta en la resolución del problema								
Liderazgo compartido								
Aceptación y apoyo de unos con otros								

En esta investigación se realiza un estudio de cada clase, realizando primeramente una tabla con los objetivos esperados para las sesiones de parábola, elipse e hipérbola, posteriormente entregar los resultados en una tabla, la cual proporcionará información que es necesaria para observar actitudes y competencias en el aula.

5.2.2 Objetivos esperados de la parábola, elipse e hipérbola.

En la presente tabla, se muestran los objetivos esperados por los docentes en relación a cada una de las apreciaciones, para las sesiones de parábola, elipse e hipérbola.

Tabla 5.5: Objetivos esperados para las tres secciones cónicas

Demuestran interés en la actividad
Se espera que los alumnos, en el desarrollo de cada actividad demuestren interés en las clases propuestas por los docentes.
Trabajan en forma organizada y productivamente
En la secuencia de las actividades el objetivo de los grupos es que su trabajo sea en forma productiva y organizada, es decir, que los grupos sean capaces de elaborar las construcciones de acuerdo a la aplicación estructurada por los docentes.
Desarrollan la actividad de fijación
Los grupos realizarán la actividad de fijación propuesta por los docentes en el aula.
Realizan actividades exclusivas al uso del software
En cada grupo se espera realizar la actividad utilizando exclusivamente el software, sin hacer uso de otros medios tecnológicos que permiten obtener datos que ayuden a responder las preguntas propuestas.

Demuestran desempeño óptimo con el uso de software
De acuerdo a lo estudiado en la clase anterior en relación a las construcciones realizadas, se espera que los diferentes grupos muestren un desempeño destacado con respecto al uso óptimo del software.
Discusión abierta en la resolución del problema
En la construcción del lugar geométrico, se espera que los estudiantes establezcan un diálogo de forma colaborativa en torno a las secuencias y preguntas que tienen que desarrollar.
Liderazgo compartido
Se espera que en los grupos, se asuma un liderazgo compartido, esto es, que los diferentes alumnos que lo conforman asuman responsabilidades compartidas referentes a las tareas que tienen que desarrollar.
Aceptación y apoyo de unos con otros
Se espera que los estudiantes en la conformación de los grupos, se agrupen de acuerdo a características afines.

A continuación se muestran los datos obtenidos, en relación a cada una de las sesiones, primeramente para la clase N°2 Parábola, luego para la sesión N°3 Elipse y finalmente la clase N°4 Hipérbola.

5.2.3 Observaciones clase Parábola.

En la tabla que se muestra a continuación, aparecen los datos obtenidos en relación a las observaciones obtenidas por los docentes en la clase parábola.

Tabla 5.6: Observaciones de la clase Parábola

Demuestran interés en la actividad
De acuerdo a la tabla precedente se puede concluir que la totalidad de los grupos (correspondiente al 100%) esbozaron un desempeño destacado en relación al interés mostrado por los alumnos en el desarrollo de las actividades.
Trabajan en forma organizada y productivamente
En el 50% de los grupos se evidencia un desempeño destacado, mientras que otros tres grupos (correspondiente al 37,5%) obtienen sobre un desempeño regular o medianamente esperado, debido a, que estos grupos 2, 7 y 8 mostraron dificultades de comprensión y rapidez en la ejecución de las instrucciones, lo cual no perjudicó la construcción de la parábola, en cambio se tiene que el grupo 5 (correspondiente al 12,5%) su desempeño tiende a ser bajo, debido a, que este grupo manifestó problemas con la secuencia entregada por los docentes.
Desarrollan la actividad de fijación
Casi en la totalidad de los grupos (correspondiente al 87,5 %), en el desarrollo de la actividad demuestran tener un desempeño sobre un nivel medianamente esperado por los docentes, mientras que el grupo 5 (correspondiente al 12,5%) su desempeño tiene a ser bajo, ya que no logran elaborar la construcción de la parábola.

Realizan actividades exclusivas al uso del software
<p>El 50% de los grupos, en la construcción de la parábola no utilizaron medios tecnológicos (Internet), para obtener datos que le permitieron responder las preguntas, mientras que los grupos 4, 5, 6 y 8 tienen un desempeño regular o medianamente esperado, ya que tuvieron acceso a Internet como amparo a sus dudas, pero fueron sorprendidos lo que provocó en los estudiantes, dejar de utilizar este medio.</p>
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software
<p>Los grupos 1, 3, 4, 6, 7 y 8 (correspondiente al 75%) de los grupos muestran un desempeño óptimo (regular y destacado), con el uso del software, mientras que los grupos restantes 25% su desempeño tiende a ser satisfactorio debido a que realizaron en forma constante preguntas referentes a las funciones del software, y no era necesario que las hiciesen, ya que en las actividades previas han empleado las funciones del software.</p>
Discusión abierta en la resolución del problema
<p>Se tiene que los grupos 1, 3, 4, 6 y 7 (correspondiente al 62,5%), demuestran un desempeño destacado, ya que discuten en conjunto las actividades realizadas. Por otro lado los grupos 2 y 8 (correspondiente al 25%), tienen un desempeño satisfactorio, debido a, que los estudiantes en cada grupo, se dividieron las tareas, esto es, el alumno encargado del software realizaba las secuencias y el alumno que tenía las preguntas confeccionaba las respuestas, con un diálogo mínimo con su grupo. Finalmente el grupo 5 (correspondiente al 12,5%), tiene un desempeño regular o medianamente esperado, ya que su discusión fue interrumpida debido a que no lograron elaborar completamente la actividad.</p>
Liderazgo compartido
<p>Se evidenció que los grupos 1, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 (correspondientes al 87,5%), obtuvieron un desempeño superior a medianamente esperado, ya que, en la mayoría de las situaciones,</p>

los tres participantes del grupo asumieron un rol activo, dependiendo de lo que estimaban correcto.

Por otro lado, el grupo 2 (correspondiente al 12,5%), uno de los tres alumnos, adquirió un rol activo en desmedro de sus pares, esto quedó de manifiesto en sus construcciones, ya que este alumno estaba a cargo del software y tomaba decisiones en la reproducción de la secuencia y posteriormente para las respuestas en torno a las preguntas planteadas.

Aceptación y apoyo de unos con otros

Con respecto a la conformación de los grupos, los propios alumnos tuvieron la facultad de decidir con quienes pretendían trabajar, con esta modalidad los estudiantes manifestaron aceptación y apoyo de unos con otros.

5.2.3.1 Tabla resumen clase Parábola

En la siguiente tabla, se resume las observaciones obtenidas por los docentes, con respecto al trabajo realizado por los estudiantes, señalando el desempeño obtenido.

Tabla 5.7: Resumen de observaciones de la clase Parábola

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
<i>Apreciaciones</i>	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Participación								
Demuestran interés en la actividad	5	5	5	5	5	5	5	5
Trabajan en forma organizada y productivamente	5	4	5	5	2	5	4	4
Desarrollan la actividad de fijación	5	5	5	5	2	5	4	5
Realizan actividades exclusivas al uso del software	5	5	5	4	4	4	5	4

Material								
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software	5	3	5	5	3	5	4	5
Colaboración								
Discusión abierta en la resolución del problema	5	3	5	5	4	5	5	3
Liderazgo compartido	5	3	5	4	4	4	4	4
Aceptación y apoyo de unos con otros	5	5	5	5	5	5	5	5

Conclusión 1 (clase parábola).

En esta clase los alumnos se muestran motivados al trabajar con el uso del software lo que permite un mejor clima en el aula, propicio para la enseñanza y desarrollo en la clase, además los diferentes grupos trabajaron en forma organizada y productiva, logrando construir la parábola (objetivo de clase). El logro de este objetivo influyó en las actividades que posteriormente fueron realizadas, sin embargo 7 de 8 grupos (correspondiente al 87,5%), presentó dificultades en la construcción de parábola, ya que, no interpreta correctamente algunas de las secuencias, lo que influyó en su desempeño regular, al no contestar correctamente las preguntas planteadas por los docentes. En general se concluye que esta sesión resultó ser bastante productiva, ya que los grupos observaron y descubrieron características y propiedades que tiene la parábola, sin la ayuda de los docentes, solo con la discusión a nivel grupal, lo que puede promover un mayor aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje colaborativo.

5.2.4 Observaciones clase Elipse.

En la tabla que se muestra a continuación, aparecen los datos obtenidos en relación a las observaciones obtenidas por los docentes en la clase elipse.

Tabla 5.8: Observaciones de la clase Elipse

Demuestran interés en la actividad
Con respecto a la tabla se puede inferir que los 8 grupos de estudiantes (correspondiente al 100%), esbozaron un desempeño destacado en relación al interés mostrado por lo estudiantes en cada sesión.
Trabajan en forma organizada y productivamente
Casi la totalidad de los grupos (correspondiente al 75%), muestran un desempeño destacado cuando trabajan en cada fase de la construcción, los grupos 4 y 5 (correspondiente al 25%), su desempeño es regular o medianamente esperado, ya que estos dos grupos mostraron dificultades de comprensión y rapidez en la ejecución de las instrucciones, lo cual no perjudico la construcción de la elipse.
Desarrollan la actividad de fijación
De los 8 grupos el 100% ha realizado la actividad, es decir la totalidad de los estudiantes hacen uso del software mostrando un desempeño destacado en la construcción de la elipse.
Realizan actividades exclusivas al uso del software
De los grupos el 87,5 % (correspondiente a 7 grupos), no emplearon el Internet cuando se trabaja en la actividad, solo el grupo 2 (correspondiente al 12,5%), tuvo acceso a Internet,

para encontrar la definición de la elipse como lugar geométrico, pero fueron sorprendidos lo que provocó en lo estudiantes, dejar de utilizar este medio.

Demuestran desempeño óptimo con el uso de software

En los grupos 1, 2, 3, 4, 6, 7 y 8 (correspondiente al 87,5%), manifiesta un desempeño destacado, por otro lado, el grupo 5 (correspondiente al 12,5%), tiene un desempeño regular o medianamente esperado, ya que en la actividad se desenvuelve de manera más pausada en el empleo del software.

Discusión abierta en la resolución del problema

Los grupos 1, 3, 5 y 8 (correspondientes al 50%), lograron desempeño destacado, debido a, que se observó una discusión constante en torno al desarrollo de la actividad. Por otro lado, los grupos 2, 4 y 6 (correspondiente al 37,5 %), mostraron un desempeño regular o medianamente esperado, ya que no todos integrantes formaban parte en la discusión de la resolución del problema, ya sea en la construcción o preguntas planteadas por los docentes, finalmente el grupo 7 (correspondiente al 12,5%), obtuvo desempeño satisfactorio, debido a que uno de los integrantes del grupo, trabajó esporádicamente con el resto del grupo, además sufrieron constantes interrupciones como por ejemplo: un alumno tuvo sangramiento de nariz, lo cual mermo la discusión en torno a la actividad realizada.

Liderazgo compartido

Los grupos 2, 4, 6 y 8 (correspondiente al 50%), demuestran un desempeño regular o medianamente esperado, ya que el liderazgo en estos grupos se distribuyo entre dos integrantes, lo cual se vio reflejado en el momento de responder las preguntas referentes a la construcción de la elipse. Por otro lado, los grupos 1, 3 y 5, (correspondiente al 37,5%), lograron un desempeño destacado, debido al liderazgo fue distribuido en forma equitativa entre sus integrantes, por último, el grupo 7 (correspondiente al 12,5%), obtuvo desempeño tiende a ser bajo, ya que sus tareas fueron divididas de acuerdo al

entendimiento de cada integrante.
Aceptación y apoyo de unos con otros
Con respecto a la conformación de los grupos (correspondiente al 100%), se mantuvo la disposición de los grupos de trabajo, que se tenía en la clase anterior, con esta modalidad los estudiantes manifestaron aceptación y apoyo de unos con otros.

5.2.4.1 Tabla resumen clase Elipse.

En la siguiente tabla, se resume las observaciones obtenidas por los docentes, con respecto al trabajo realizado por los estudiantes, señalando el desempeño obtenido.

Tabla 5.9: Resumen de observaciones de la clase Elipse

Tabla de Observación en la clase	Grupos							
	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>	<i>Nº</i>
<i>Apreciaciones</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
Participación								
Demuestran interés en la actividad	5	5	5	5	5	5	5	5
Trabajan en forma organizada y productivamente	5	5	5	4	4	5	5	5
Desarrollan la actividad de fijación	5	5	5	5	5	5	5	5
Realizan actividades exclusivas al uso del software	5	4	5	5	5	5	5	5
Material								
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software	5	5	5	5	4	5	5	5

Colaboración								
Discusión abierta en la resolución del problema	5	4	5	4	5	4	3	5
Liderazgo compartido	5	4	5	4	5	4	2	4
Aceptación y apoyo de unos con otros	5	5	5	5	5	5	5	5

Conclusión 2 (clase elipse)

En relación a esta sesión, la totalidad de los grupos cumplió el objetivo de construir la elipse, de igual manera se mostró que el grupo 5 tuvo problemas de rapidez en la implementación de las secuencias planteadas, lo que no influyó en la finalización de la construcción de la elipse, este hecho es un primer avance con respecto a la sesión en torno a la parábola, un segundo avance tiene relación con el cumplimiento óptimo de las apreciaciones observadas por los docentes, en términos de participación, material y colaboración, ya que la mayoría de los grupos obtuvo desempeño destacado a excepción del grupo 7, que durante la clase mostró varios problemas de organización grupal y además de constantes interrupciones que dificultaron la discusión e influyó en sus respuestas entregadas, ya que no descubrieron la propiedad que define una elipse y no pudieron confeccionar una definición de esta curva. Durante el desarrollo de la actividad, ningún grupo fue capaz de entregar una definición de la elipse como lugar geométrico, ya que, su visualización con respecto al comportamiento de la curva fue escasa.

5.2.5 Observaciones clase Hipérbola.

En la tabla que se muestra a continuación, aparecen los datos obtenidos en relación a las observaciones obtenidas por los docentes en la clase hipérbola.

Tabla 5.10: Observaciones de la clase Hipérbola

Demuestran interés en la actividad
Con respecto a la tabla se puede desprender, que la totalidad de los grupos (correspondiente al 100%), esbozaron un desempeño destacado en relación al interés mostrado por los estudiantes en cada sesión
Trabajan en forma organizada y productivamente
Los 8 grupos de estudiantes (correspondiente al 100%), muestran un desempeño destacado cuando trabajan en cada fase de la construcción de la hipérbola, ya que se ha observado, que los grupos se han adaptado a la modalidad de clases, percibiéndose mayor rapidez e independencia en la construcción de la hipérbola.
Desarrollan la actividad de fijación
La totalidad de los grupos (correspondiente al 100%), ha realizado la actividad, lo que muestra un desempeño destacado en la construcción de la hipérbola.
Realizan actividades exclusivas al uso del software
De los grupos el 100% (correspondiente a 8 grupos), muestran un desempeño destacado, debido a, que los grupos no hacen uso de Internet, lo que permite inferir que los estudiantes comprendieron que cada una de las actividades planteadas, debían ser realizadas, sin la ayuda de elementos externos (Internet, Libros, CD), lo cual evidencia una

mejoría en este sentido, ya que en las sesiones anteriores algunos grupos, tuvieron acceso a Internet, como apoyo en el desarrollo de las actividades.

Demuestran desempeño óptimo con el uso de software

En los grupos 1, 2, 3 y 4 (correspondiente al 50 %), muestran un desempeño destacado con el uso del software, por otro lado los grupos 5, 6, 7 y 8 (correspondiente al 50%) muestran un desempeño regular o medianamente esperado, ya que tienen cierto grado de dificultad con un elemento del software, debido a la interpretación de una secuencia en la construcción de la hipérbola.

Discusión abierta en la resolución del problema

Los grupos 3, 5, 7 y 8 (correspondiente al 50%), muestran un desempeño destacado, ya que, se observó que cada grupo mantiene una discusión constante en las actividades correspondiente a la hipérbola. Por otro lado los grupos 1, 2, 4 y 6 (correspondiente al 50%), muestran un desempeño regular o medianamente esperado, debido a, que no todos los integrantes de cada grupo formaron parte de la discusión de la resolución del problema, ya sea en la construcción o preguntas planteadas por los docentes

Liderazgo compartido

Los grupos 3, 4, 5, 7 y 8 (correspondiente al 62,5%), muestran un desempeño destacado, ya que, el liderazgo en estos grupos es distribuido en forma equitativa por cada integrante. Por otro lado los grupos 1, 2 y 6 (correspondiente al 37,5%), logran un desempeño regular o medianamente esperado, debido a, que el liderazgo fue distribuido entre dos integrantes lo cual se vio reflejado en el momento de responder las preguntas referentes a la construcción de la hipérbola.

Aceptación y apoyo de unos con otros
Con respecto a la conformación de los grupos (correspondiente al 100%), se mantuvo la disposición de los grupos de trabajo, que se tenía en la clase anterior, con esta modalidad los estudiantes manifestaron aceptación y apoyo de unos con otros.

5.2.5.1 Tabla resumen clase Hipérbola.

En la siguiente tabla, se resume las observaciones obtenidas por los docentes, con respecto al trabajo realizado por los estudiantes, señalando el desempeño obtenido.

Tabla 5.11: Resumen de observaciones de la clase Hipérbola

<i>Tabla de Observación en la clase</i>	<i>Grupos</i>							
<i>Apreciaciones</i>	<i>Nº1</i>	<i>Nº2</i>	<i>Nº3</i>	<i>Nº4</i>	<i>Nº5</i>	<i>Nº6</i>	<i>Nº7</i>	<i>Nº8</i>
Participación								
Demuestran interés en la actividad	5	5	5	5	5	5	5	5
Trabajan en forma organizada y productivamente	5	5	5	5	5	5	5	5
Desarrollan la actividad de fijación	5	5	5	5	5	5	5	5
Realizan actividades exclusivas al uso del software	5	5	5	5	5	5	5	5
Material								
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software	5	5	5	5	4	4	4	4

Colaboración								
Discusión abierta en la resolución del problema	4	4	5	4	5	4	5	5
Liderazgo compartido	4	4	5	5	5	4	5	5
Aceptación y apoyo de unos con otros	5	5	5	5	5	5	5	5

Conclusión 3 (clase hipérbola)

En lo concerniente a esta clase, se tiene que la totalidad de los grupos logró construir la hipérbola, con lo cual se cumple uno de los objetivos para esta sesión, se constata un notable avance en términos de rapidez en la utilización del Geogebra, lo que permitió un mejor trabajo, ya que al construir la hipérbola en menos tiempo, permitió destinar el tiempo restante en las otras actividades que se realizaron. En relación a las apreciaciones que se observaron por parte de los docentes, se mejoró bastante, debido a que prácticamente en la totalidad de los grupos se obtuvo un desempeño superior a regular o medianamente esperado, en las apreciaciones referentes a participación, material y colaboración, destacando al grupo 3 quien obtuvo desempeño destacado en todas las apreciaciones, previamente descritas.

Lamentablemente se evidenciaron dificultades en las apreciaciones referentes al trabajo hipérbola, particularmente en descubrir la propiedad, definir e identificar los elementos de la hipérbola, ya que en estos tópicos se logró una cantidad deficiente de desempeños destacados y además que la totalidad de los grupos no consiguió definir la hipérbola, al no relacionar los descubrimientos obtenidos con la escasa visualización en el comportamiento de la curva.

5.2.6 Tabla resumen de observaciones de Parábola, Elipse e Hipérbola.

En la siguiente tabla, se muestra un cuadro resumen con los promedios obtenidos por el grupo curso, por cada una de las curvas y además por cada apreciación.

Tabla 5.12: Resumen de observaciones, por cada curva.

Apreciaciones	Parábola	Elipse	Hipérbola	Promedio Apreciación
Demuestran interés en la actividad	5	5	5	5
Trabajan en forma organizada y productivamente	4,3	4,8	5	4,6
Desarrollan la actividad de fijación	4,5	5	5	4,8
Realizan actividades exclusivas al uso del software	4,5	4,9	5	4,8
Demuestran desempeño óptimo con el uso de software	4,4	4,4	4,5	4,4
Discusión abierta en la resolución del problema	4,4	4,4	4,5	4,4
Liderazgo compartido	4,1	4,1	4,6	4,3
Aceptación y apoyo de unos con otros	5	5	5	5
Promedio por curva	4,5	4,7	4,8	

A modo de conclusión, de la tabla precedente se tiene que la totalidad de los grupos, muestra que en cada una de las apreciaciones con respecto a su promedio y en cada categoría establecida es superior a 4. Esto refleja que el desempeño de los 8 grupos en el desarrollo de

cada actividad, es regular o medianamente esperado. Además se aprecia un avance en cada curva, lo que demuestra que los alumnos al utilizar Geogebra tienen un mejor desempeño en el transcurso de cada clase.

Capítulo 6

Conclusión

Los resultados obtenidos en relación a la pregunta: ¿Determinar si con el SGD y mediante actividades colaborativas, los estudiantes descubren la relación entre las distancias de los segmentos que definen la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3? Los estudiantes en los diferentes grupos tuvieron algunas dificultades en descubrir respecto de sus observaciones las propiedades o relaciones entre segmentos que definen cada uno de los lugares geométricos estudiados, ya que en dos de las tres sesiones ninguno de los ocho grupos logró obtener una definición de elipse e hipérbola, lo cual queda de manifiesto en las apreciaciones obtenidas por parte de los docentes, respecto a estas clases, cabe destacar que los estudiantes al momento de trabajar la situación de institucionalización, asociaron sus descubrimientos y los errores cometidos, con lo que los docentes planteaban con respecto a cada uno de los lugares geométricos.

En relación a la pregunta: ¿Examinar si a través de la utilización de SGD y mediante actividades colaborativas, los estudiantes identifican los elementos de la parábola, elipse e hipérbola en el nivel de enseñanza NM3? La mayoría de los grupos estudiados lograron identificar los elementos de cada uno de los lugares geométricos, logrando desempeño superior a satisfactorio, esto queda de manifiesto, ya que los alumnos tienen las capacidades para identificar elementos, dentro de una secuencia planteada por los docentes, cabe destacar que esto se logró en base a las construcciones que realizaron previamente con éxito. Este logro permitió en cada grupo, un mejor entendimiento de cada uno de estos lugares geométricos, en el instante en que se realizaba la institucionalización, ya que los estudiantes asociaban cada uno de los elementos con lo que ellos habían identificado en cada una de sus construcciones.

Referentes a ambas preguntas y en relación a la dificultad en definir una elipse e hipérbola, estimamos pertinente una reestructuración de las actividades propuestas (construcción de elipse e hipérbola), de tal forma de orientar al logro de la actividad, ya sea reformulando las interrogantes o bien destacar algunos segmentos o puntos pertenecientes a la construcción asignando colores o líneas segmentadas, con la finalidad de que los alumnos perciban que estos elementos destacados, son relevantes para la interrogante planteada.

Durante las actividades realizadas por cada grupo se concluye que el uso del Geogebra ha sido un instrumento el cual ha permitido a los estudiantes elaborar construcciones de figuras geométricas tales como parábola elipse e hipérbola. En relación a las observaciones, del desempeño grupal durante las actividades de aprendizaje, se percibe en los estudiantes: interés por la actividad, aceptación y apoyo de unos con otros, destrezas con respecto al uso del SGD y constante avance en el desempeño de los grupos, lo cual queda de manifiesto, en la Tabla 5.2.6, que muestra los promedios obtenidos por clase, referentes al desempeño por sesión: clase parábola 4,5; clase elipse 4,7; clase hipérbola 4,8; lo que permite concluir que los desempeños fueron aumentando a medida que los estudiantes adquieren mayores habilidades geométricas y prácticas con el uso del SGD Geogebra.

Con este estudio se concluye que el uso del software en el establecimiento ha permitido un mejor clima en el aula, ya que los estudiantes se muestran motivados cuando trabajan en el computador, esto se debe a que los alumnos han percibido esta herramienta como algo novedoso, entretenido, poco usual y didáctico. Al verse involucrados con su grupo, en actividades dinámicas, han trabajado con sus pares, evidenciándose una discusión abierta en la resolución del problema.

Además queremos recalcar que esta propuesta fue solo realizada con un grupo de estudiantes, por lo tanto estimamos necesario, realizar una nueva investigación con un grupo experimental y uno de control, de tal forma, establecer si la propuesta metodológica, permite desarrollar mejores aptitudes geométricas, hacia el logro de mejores resultados académicos de los alumnos estudiados.

A través de este estudio se pretende crear un punto de partida para futuras investigaciones, puesto que en la carrera de Pedagogía en Matemáticas no se conocen estudios previos de uso de Geogebra en la enseñanza secundaria, aunque si existen estudios con otros tipos de programas.

Bibliografía

Baki, A., & Guven, B. (2009). Khayyam with Cabri: Experiences of Pre-Service Mathematics Teachers with Khayyam's Solution of Cubic Equations in Dynamic Geometry Environment. *ERIC* .

Bohórquez, L. (2004). Sobre las formas de incorporar el Software Cabri- Geometrie en la enseñanza de conceptos geométricos en el Bachilletaro. *Estudios Sociales* , 4.

Bosnack, A., Capote, E., Colmenares, L., Montilla, G., Perez, E., Sandobal, C., y otros. (2004). Diseño De Tareas Para Promover El Aprendizaje Colaborativo Asistido Por Computadora (ACAC). *Revista de Tecnología de Información y Comunicación en Educación* , 6.

Brito, V. (2004). El Foro Electrónico: Una Herramienta una Tecnológica para Facilitar el Aprendizaje Colaborativo . *EduTec* , 1.

Cabero, J. (2002). La Aplicación de las tic ¿Esnobismo o Necesidad Educativa. *Red Digital* , 10.

Carrió, M. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. *Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)* , 1-10.

Catellanos, M. L., & D'Alessandro Martinez, A. (2003). Proyectos de Investigación: Una Metodología para el Aprendizaje Significativo de la Física en Educación Media. *scielo* , 101-136.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las Situaciones Didácticas. En *Cuadernillo de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Universidad Nacional.

Cuevas, I. (2006). *Los procesos de enseñanza y aprendizaje en contextos de educación formal*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.

Días, S., Fonseca, E., & Rojas, C. (2009). *¿Cómo favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría con la ayuda de software?* Duitama.

Díaz, F., & Hernández, G. ((2002)). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo una interpretacion constructivista*. México: Mc Graw Hill.

Dulac, J., Fernandez, C., Gallego, D., & García, C. (2009). *La Pizarra Digital interactividad en el aula*. Madrid: Cultiva Comunicacion SL.

Flores, P. (2001). *Aprendizaje en Matemáticas*. Obtenido de Universidad de Granada: www.ugr.es/~pflores/textos/clases/cap/aprendi.pdf

- Glinz, P. (2005). Un acercamiento al Trabajo Colaborativo. *Iberoamericana de Educación* , 5-12.
- Grau, V., Lagos, F., Salinas, M., Sánchez, C., & Rosas, R. (2000). Transferencia tecnológica para la implementación de videojuegos educativos en el nivel básico 1. *Red Iberoamericana de Informática Educativa* .
- Haro, M., & Sotos, M. (s.f.). *Competencias argumentativas y comunicativas en alumnos de ESO al trabajar problemas de geometría con software dinámico*. Albacete.
- Ibarra, R. (01 de Septiembre de 2005). *Universidad de Chile*. Recuperado el 20 de Junio de 2009, de http://www.filosofia.uchile.cl/u/portal/web/filosofia%20?_nfpb=true&_pageLabel=not&url=8448
- Jaramillo, S., & Osses, S. (2008). Metacognición: Un camino para aprender a aprender. *Scielo* , 187-197.
- Mendoza, M. (2007). *Aprendizaje Colaborativo Sobre Mallas Computacionales*. Santafé de Bogotá: Universidad Distrital “Francisco José De Caldas”.
- MINEDUC. (2005). *Algebra y Modelos Analíticos*. Santiago.
- MINEDUC. (2008). *Evaluación en profundidad programa de perfeccionamiento a profesionales de la educación*. Santiago.
- MINEDUC. (2008). *Resultados Nacionales Simce*.
- MINEDUC. (2009). *Resultados Nacionales SIMCE*. Santiago.
- Nussbaum, M., & Zurita, G. (2005). *A conceptual framework based on Activity Theory for mobile CSCL*. Blackwell Publishing.
- Nussbaum, M., Gomez, F., Mena, J., Imbarack, P., Torres, A., Singer, M., y otros. (2006). *Aprendizaje Colaborativo Mediado por Tecnología Portátil*. *Enlaces* .
- Quaas, C., & Crespo, N. (2003). ¿Inciden los métodos de enseñanza del profesor en el desarrollo del conocimiento metacomprendido de sus alumnos? *scielo* , http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-09342003005400007&lng=es&nrm=iso.
- Revuelta, F., & Pérez, L. (2009). *Interactividad en los entornos de formación online*. Barcelona: UOC.

Sánchez, J. (2001). Aprendizaje Visible, Tecnología Invisible. En Abarca, & Ricardo, *Software para el aprendizaje de la geometría plana y espacial en estudiantes de diseño* (págs. 30-34). Santiago.

Sánchez, J. (1999). Evaluación de recursos educativos digitales. *Primera Jornada Regional de Informática Educativa y Aprendizaje Virtual* (págs. 1-11). San Juan: Departamento de Ciencias de la Computación de la Universidad de Chile.

Sánchez, J. (1999). Nuevo Software para Nuevos Medios Ambientes de Software interactivos para Aprender (ASIA). *Primera Jornada Regional de Informática Educativa y Aprendizaje Virtual*, (págs. 1-11). San Juan.

Santos, M., & Cesar, E. (2008). Emerging High School Students' Problem Solving Trajectories Based on the Use of Dynamic Software. *Eric* .

Silva, J. (2001). *Informe proyecto : "Computadores y aplicaciones en la sala de Matemática: Aplicaciones para la enseñanza media"*. Santiago: Proyecto enlaces del Ministerio de Educacion Chile.

Zañartu, L. (01 de 01 de 2000). *Aprendizaje Colaborativo: Una nueva forma de diálogo Interpersonal y en Red*. Recuperado el 24 de Octubre de 2010, de [quadernsdigitals.net](http://www.quadernsdigitals.net): http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca.VisualizaArticuloIU.visualiza&articulo_id=278

Anexos

A Planificaciones.

En esta sección se muestran las planificaciones utilizadas en la presente investigación, en la cual se detallan en líneas generales los objetivos de clase, las actividades a desarrolladas, los recursos utilizados y finalmente el tipo de evaluación para cada una de las sesiones.

A.1 Clase N° 1

SUBSECTOR: Matemáticas diferenciada

CURSO: 3°Medio

PROFESORES: Alexander Astudillo Cubillos, Ferdinan Briones Retamal

FECHA: 02 de Noviembre

I.-NOMBRE DE LA UNIDAD: Lugares Geométricos

N° de horas Pedagógicas		¿Cómo enseñar y con qué aprender?		Recursos					¿Qué y con qué evaluar?	Obj Transversales
Clase	Hrs	Actividades	Materiales	Comp	CRA	Bibl	Lab	S a T	Evaluación	
02-11	3hrs	<p>Inicio: conocer el objetivo de la clase:</p> <p>Construir un ángulo inscrito en una semicircunferencia y circunferencia.</p> <p>Construcción de recta tangente a una circunferencia</p> <p>Descubrir y explorar las herramientas del Software de Geometría Dinámica (SGD).</p> <p>Desarrollo: Se formaran dos grupos de 12 estudiantes los cuales serán llevados a la sala</p>	<p>Pizarra, plumones, proyector, lápices, hojas,</p>				X		<p>Formativa:</p> <p>Se realizaran preguntas en forma individual que permita inspeccionar el entendimiento de los alumnos, estas respuestas serán reproducidas en la hoja entregada por el docente.</p>	<p>Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.</p>

		<p>de enlaces para trabajar en forma individual las actividades propuestas por el docente.</p> <p>Cierre: Los alumnos comentaran la actividad de modo de realizar una síntesis de lo trabajado en la sesión.</p>								
--	--	---	--	--	--	--	--	--	--	--

A.2 Clase N°2

SUBSECTOR: Matemáticas diferenciada

CURSO: 3°Medio

PROFESORES: Alexander Astudillo Cubillos, Ferdinan Briones Retamal

FECHA: 09 de Noviembre

I.-NOMBRE DE LA UNIDAD: Lugares Geométricos

N° de horas Pedagógicas		¿Cómo enseñar y con qué aprender?		Recursos					¿Qué y con qué evaluar?	Obj Transversales
Clase	Hrs	Actividades	Materiales	Comp	CRA	Bibl	Lab	S a T	Evaluación	
09-11	3hrs	<p>Inicio: recordar el contenido de la clase anterior conocer el objetivo de la clase: Construir el lugar geométrico de la parábola, y descubrir sus elementos que la conforman.</p> <p>Desarrollo: Se formaran 8 grupos de 3 estudiantes los cuales serán llevados a la sala de enlaces para trabajar en forma grupal las actividades propuestas por el docente.</p> <p>Los grupos realizan la construcción de la parábola,</p>	<p>Pizarra, plumones, proyector, lápices, hojas,</p>				X		<p>Formativa:</p> <p>Se institucionalizaran los descubrimientos de los alumnos, realizando una síntesis de los contenidos de la clase.</p>	<p>Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.</p>

	<p>empleando el SGD, posteriormente responden una serie de preguntas relacionadas con esta construcción.</p> <p>Los alumnos completan su construcción y luego completan una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos de la parábola.</p> <p>Posteriormente institucionalizan lo aprendido mediante una clase expositiva referente a los lugares geométricos.</p> <p>Cierre: Los alumnos comentaran lo realizado entre sus pares.</p>								
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

A.3 Clase N°3

SUBSECTOR: Matemáticas diferenciada

CURSO: 3°Medio

PROFESORES: Alexander Astudillo Cubillos, Ferdinan Briones Retamal

FECHA: 16 de Noviembre

I.-NOMBRE DE LA UNIDAD: Lugares Geométricos

N° de horas Pedagógicas		¿Cómo enseñar y con qué aprender?		Recursos					¿Qué y con qué evaluar?	Obj Transversales
Clase	Hrs	Actividades	Materiales	Comp	CRA	Bibl	Lab	S a T	Evaluación	
16-11	3hrs	<p>Inicio: conocer el objetivo de la clase:</p> <p>Recordar el contenido de la clase anterior.</p> <p>Construir el lugar geométrico de la elipse, y descubrir sus elementos que la conforman.</p> <p>Desarrollo: Se formaran 8 grupos de 3 estudiantes los cuales serán llevados a la sala de enlaces para trabajar en forma grupal las actividades propuestas por el docente.</p>	<p>Pizarra, plumones, proyector, lápices, hojas,</p>				X		<p>Formativa:</p> <p>Se institucionalizaran los descubrimientos de los alumnos, realizando una síntesis de los contenidos de la clase.</p>	<p>Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.</p>

	<p>Los grupos realizan la construcción de la elipse, empleando el SGD, posteriormente responden una serie de preguntas relacionadas con esta construcción.</p> <p>Los alumnos completan su construcción y luego completan una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos de la elipse.</p> <p>Posteriormente institucionalizan lo aprendido mediante una clase expositiva referente a los lugares geométricos.</p> <p>Cierre: Los alumnos comentaran lo realizado entre sus pares.</p>								
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

A.4 Clase N°4

SUBSECTOR: Matemáticas diferenciada

CURSO: 3°Medio

PROFESORES: Alexander Astudillo Cubillos, Ferdinan Briones Retamal

FECHA: 23 de Noviembre

I.-NOMBRE DE LA UNIDAD: Lugares Geométricos

N° de horas Pedagógicas		¿Cómo enseñar y con qué aprender?		Recursos					¿Qué y con qué evaluar?	Obj Transversales
Clase	Hrs	Actividades	Materiales	Comp	CRA	Bibl	Lab	S a T	Evaluación	
23-11	3hrs	<p>Inicio: conocer el objetivo de la clase:</p> <p>Recordar el contenido de la clase anterior.</p> <p>Construir el lugar geométrico de la hipérbola, y descubrir sus elementos que la conforman.</p> <p>Desarrollo: Se formaran 8 grupos de 3 estudiantes los cuales serán llevados a la sala de enlaces para trabajar en forma grupal las actividades propuestas por el docente.</p> <p>Los grupos realizan la</p>	<p>Pizarra, plumones, proyector, lápices, hojas,</p>				X		<p>Formativa:</p> <p>Se institucionalizaran los descubrimientos de los alumnos, realizando una síntesis de los contenidos de la clase.</p>	<p>Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.</p>

	<p>construcción de la hipérbola, empleando el SGD, posteriormente responden una serie de preguntas relacionadas con esta construcción.</p> <p>Los alumnos completan su construcción y luego completan una serie de frases, con el objetivo de identificar los elementos de la hipérbola.</p> <p>Posteriormente institucionalizan lo aprendido mediante una clase expositiva referente a los lugares geométricos.</p> <p>Cierre: Los alumnos comentaran lo realizado entre sus pares.</p>								
--	---	--	--	--	--	--	--	--	--

B. Actividades.

B.1 Clase N° 1

Objetivo de la clase.

- Elaborar construcciones de: ángulo inscrito en una semicircunferencia; ángulo del centro en una circunferencia; recta tangente a una circunferencia.
- Descubrir y explorar las herramientas del Software de Geometría Dinámica (SGD).

Observación: tus actividades debes guardarlas y después enviarlas al siguiente correo electrónico geogebraelbelloto@gmail.com en formato .rar y cada actividad debe tener tu apellido, la inicial de tu nombre y la actividad que realizaste, ejemplo:

El alumno Juan Pérez realizó las tres actividades:

Nombre actividad 1: perezj_act1

Nombre actividad 2: perezj_act2



Nombre actividad 3: perezj_act3







Luego comprimes las 3 actividades y al archivo lo nombras perezj_act.rar

Por lo tanto este último archivo es que tienes que enviar al correo previamente entregado.

Actividad N°1






Construcción de ángulo inscrito en una semicircunferencia.





1. Dibuja un segmento , cuyos vértices serán A y B.
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo

3. Sobre el segmento AB, construye una semicircunferencia 
4. Dibuja un punto P  sobre la semicircunferencia
5. Unir  A con P y P con B
6. Medir el ángulo  APB
7. Desliza  el punto P y verifica que pasa con el ángulo APB
8. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 

Actividad N°2








Construcción de recta tangente a una circunferencia

1. Dibuja una circunferencia , con radio deseado (por ejemplo $r=4$), asígnale el nombre O al centro de la circunferencia.
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo
3. Sobre la circunferencia dibuja un punto , asígnale el nombre A
4. Traza una recta  que pase por el centro O y A, llama a la recta **m**
5. Traza la recta perpendicular  que pase por A y la recta **m**, asígnale el **l** a la recta perpendicular.

6. Sobre la recta l elige un punto  y asígnale nombre B
7. Calcula la medida del ángulo  que se forma en OAB entre la recta m y l de la figura.
8. Mueve  el punto A alrededor de la circunferencia y visualiza que pasa con el ángulo OAB.
9. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 

Actividad N°3

Construcción de ángulo del centro en una circunferencia.

1. Dibuja una circunferencia  y llama O al centro.
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo
3. Sobre la circunferencia dibuja 4 puntos , asígnale nombres a cada punto sobre la circunferencia (A, C, D, E).
4. Une  A con C, A con D, A con E y A con O. Repite el procedimiento con B
5. Selecciona el arco AB  y cambia su color.
6. Calcule la medida de los ángulos , BEA, BDA, BCA y BOA.
7. Compara la medida de los ángulos (BEA, BDA, BCA) con la medida de BOA.
8. Asígnale nombre a la construcción, empleando la herramienta inserta texto 

B.2 Clase 2







B.2.1 Proyección actividades a realizar.


Objetivo de la clase.


- Construir el lugar geométrico de una parábola.
- Identificar los elementos de una parábola.

Con tus conocimientos previos de la utilización de Geogebra realiza la siguiente actividad.


Construcción.


1. En entrada ingresa los siguientes datos $x = -1$, luego presiona enter, la recta obtenida renómbrala d , y dibuja un punto exterior  a esta recta, al que nombras F .
2. Si cometes algún error retrocede  e inténtalo de nuevo.
3. Construye un punto , renómbralo D , sobre la recta d .
4. Activa Mediatriz  y señala sucesivamente los puntos F y D para dibujar la mediatriz del segmento FD .
5. Traza un segmento s , con longitud deseada (ejemplo 10 cm), que pase por D y sea perpendicular a la recta d .
6. Señala el punto de intersección  entre la mediatriz y el segmento “ s ”, el cual llamas E .


7. Activa Rastro  sobre el punto de intersección E.


8. Unir  el punto de intersección E con F y renómbralo EF.

9. Unir  D con E y renómbralo DE.

10. Mueve  el punto D que se encuentra en la recta d.


11. Mide los segmentos DE y FE con la siguiente herramienta 


12. Dibuja en un extremo del plano el segmento  con longitud DE, obteniéndose el segmento GH, desde H realiza el mismo procedimiento con longitud EF obteniéndose el segmento HI

13. Mide  GH y HI.

Deslizar el punto D, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas.

La curva que ustedes obtuvieron en su construcción, corresponde a una parábola.

14. Dibuja una recta perpendicular  a la recta d y que pase por F.

15. Mueve  el punto D que se encuentra en la recta d.

Como se puede apreciar el rastro de la parábola interseca a la recta b que pasa por el punto F, este punto de intersección corresponde al vértice de la parábola.

16. Dibuja la parábola con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta presionando el punto F y la recta d.







Actividad


En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de parábola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.


Objetivo: Identificar los elementos que conforman la parábola.

Nota: Para responder las frases 3, 4 y 5, primero debes completar la construcción de la parábola con los siguientes pasos:

17. Dibuja una recta perpendicular  a la recta b, que pase por F y obtén los puntos de intersección  entre la recta e obtenida y la parábola.

18. Sobre la recta e, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos C y B.

19. Señala el punto de intersección  entre la recta d y la recta b, renombra este punto con la letra J.

20. Señala el punto de intersección  entre la parábola y la recta b, renómbralo con la letra K.

La Parábola.

Concepto y elementos de la parábola.

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos $P=(x,y)$ del plano no que equidistan de un punto fijo (**F**) llamado **foco** y de una recta fija llamada **directriz**.

$$d(P, F) = d(P, d) = \text{constante}$$

Los elementos más importantes de la parábola son:

Foco: es el punto fijo F.

Directriz: es la recta fija d.

Parámetro: es la distancia del foco a la directriz y se designa por $2p$.

Vértice: es el punto de intersección de la parábola con su eje de simetría.

Lado Recto: es la cuerda focal \overline{AB} perpendicular al eje focal o eje de simetría de la parábola, cuya medida es $|4p|$.

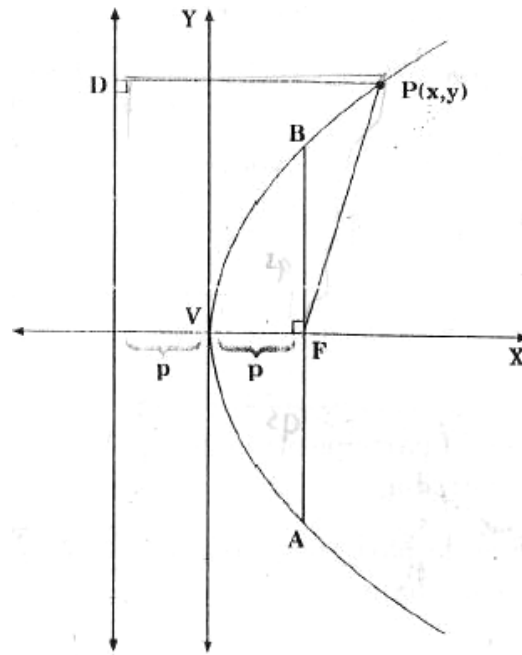


Figura B.1: Ilustración Parábola

B.2.2 Preguntas: referentes a la construcción de la parábola.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____
--

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Qué tipo de curva se describe al mover el punto D?

.....
.....
.....
.....
.....

2. ¿Qué se puede decir de los segmentos DE y FE?

.....
.....
.....
.....
.....

3. Realizar una definición de la parábola, en base a las conclusiones obtenidas.

.....
.....
.....
.....
.....

B.2.3 Frases a completar: referentes a la identificación de elementos de parábola.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____

Frases a responder:

1. **Foco:** es el punto fijo.....
2. **Directriz:** es la recta fija.....
3. **Vértice:** es el punto....., de intersección de la parábola y la recta b.
4. **Parámetro:** es la distancia del..... a la..... y se designa por JF.
5. **Lado Recto:** es el segmento....., que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta b.

B.3 Clase 3







B.3.1 Proyección actividades a realizar.













Objetivo de la actividad

- Construir el lugar geométrico de una elipse.
- Identificar los elementos de una elipse.

Con tus conocimientos previos de la utilización de Geogebra realiza la siguiente actividad.

Construcción


1. Dibuja dos deslizadores  en un extremo del plano, y nómbralos a y c respectivamente, y asígnales los siguientes parámetros, mín. 0 y máx. 10, y mueve el deslizador a  ubicándolo en el valor $a = 9$, además mueve el deslizador c  ubicándolo en el valor $c = 6.5$
2. En entrada ingresa el siguiente punto $A=(a,0)$ y presiona enter. Repite el procedimiento con $A'=(-a,0)$, $F=(c,0)$ y $F'=(-c,0)$.
3. Unir A con A'  y a este segmento llámalo b.
4. Dibuja otro deslizador  R1 en un extremo del plano con parámetros, mín. 0 y máx. 20 y con un incremento de 0,01, y mueve el deslizador a  ubicándolo en el valor $R1 = 7$.

5. Dibuja una circunferencia  de centro F' y radio $R1$.
- Dibuja una circunferencia  de centro F y radio $b-R1$.
6. Señala los puntos de intersección  de ambas circunferencias y llámalos P y P' , a estos puntos actívalos rastro .
7. Unir P con F'  el cual lo renombraremos PF' y también P con F  el cual lo renombraremos PF y además mide la longitud de ambos segmentos .
8. Mueve  $R1$ y verás que se forma una figura.
9. Dibuja en el extremo superior izquierdo del plano un punto  R .
10. En entrada ingresa el siguiente punto $S=R+(PF,0)$, presiona enter. Realiza el mismo procedimiento con $T=S+(PF',0)$.
11. Une los segmentos  RS y ST . Luego mide los segmentos  RS y ST .
12. Insertar texto  abajo del segmento RT y escribe lo siguiente:


$$PF+PF' = PF + PF' = PF + PF'$$

Deslizar $R1$, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas

La curva que ustedes obtuvieron en su construcción, corresponde a una elipse.

13. Calcula el punto medio  entre F y F' , y renómbralo O .

Como puedes apreciar el punto O, en tu elipse corresponde al centro de esta.





14. Dibuja la elipse con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta , presionando los puntos F, F' y el punto P de la elipse.



Actividad



En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de elipse realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.

Objetivo: Identificar los elementos que conforman la elipse.

Nota: Para responder las frases 7, 8 y 9, primero debes completar la construcción de la parábola con los siguientes pasos:

15. Dibuja una recta perpendicular  al segmento AA', que pase por F, renombra esta recta L, y obtén los puntos de intersección  entre la recta L obtenida y la elipse.
16. Sobre la recta L, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos C y B.

17. Dibuja una recta perpendicular  al segmento AA', que pase por O, renombra esta recta M, y obtén los puntos de intersección  entre la recta M obtenida y la elipse.

18. Sobre la recta M, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos D y E.

La Elipse.

Concepto y elementos de la elipse.

La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos $P=(x,y)$ cuya ubicación en el plano es tal, **que la suma de sus distancias a dos puntos fijos de él es constante.**

Estos dos puntos fijos del plano, se llaman focos y se designan por F_1 y F_2

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = \text{constante}$$

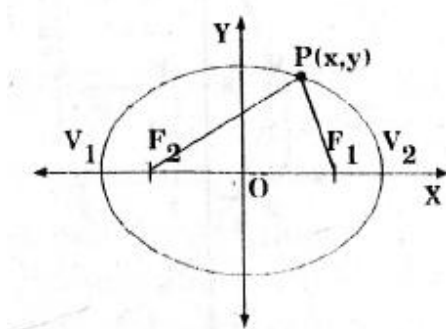


Figura B.2: Gráfica Elipse, centrada en el origen del sistema cartesiano.

Los elementos más importantes de la elipse son:

Focos: los puntos fijos F_1 y F_2 .

Recta Focal: la recta $\overleftrightarrow{V_1V_2}$ a la que pertenecen los focos.

Recta Secundaria: la simetral $\overleftrightarrow{B_1B_2}$ del segmento F_1F_2 .

Centro: punto de intersección de las rectas focal y secundaria y que equidista de los focos.

Vértices: Puntos de intersección de la elipse con la recta focal, se designan V_1 y V_2 .

Eje Mayor: segmento $\overline{V_1V_2}$ que se considera de longitud $2a$; a es el valor del semieje mayor.

Eje Menor: segmento $\overline{B_1B_2}$ de la recta secundaria interceptada por la elipse. Se considera de longitud $2b$; b es el valor del semieje menor.

Distancia focal: Medida del segmento $\overline{F_1F_2}$, se considera de longitud $2c$.

Lado Recto: cuerda focal $\overline{C_1C_2}$ perpendicular a la recta focal o eje de simetría. Su medida es $\frac{2b^2}{a}$.

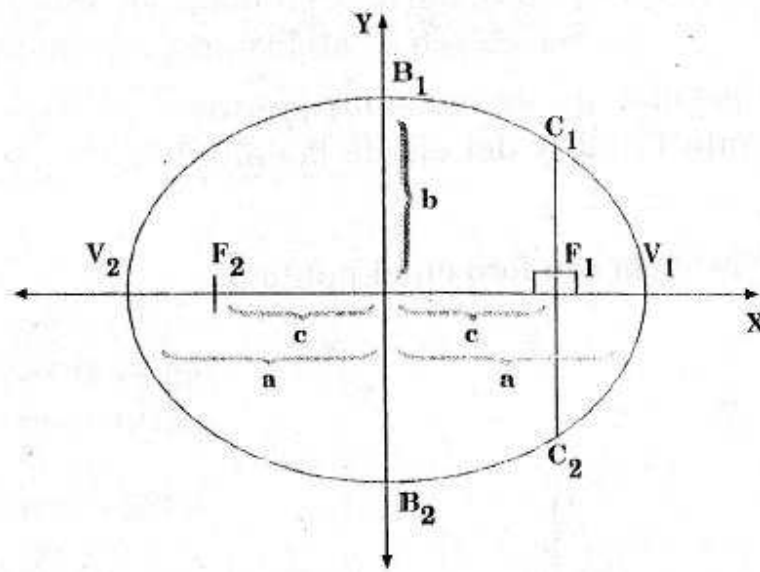


Figura B.3: Ilustración Elipse

B.3.2 Preguntas: referentes a la construcción de la elipse.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____
--

Responde las siguientes preguntas, en relación al movimiento del deslizador R1.

1. ¿Qué tipo de curva describe el rastro de P y P'?

.....
.....
.....
.....
.....

2. ¿Qué relación matemática se obtiene de los segmentos PF y PF'?

.....
.....
.....
.....
.....

3. Realizar una definición de la elipse, en base a las conclusiones obtenidas.

.....
.....
.....
.....
.....

B.3.3 Frases a completar: referentes a la identificación de elementos de elipse.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____

Frases a responder:

1. **Focos:** los puntos fijos y
2. **Centro:** es el punto, punto medio de F con F' .
3. **Vértices:** son los puntos y, de intersección de la elipse y la recta b .
4. **Recta Focal:** es el segmento, a la cual pertenecen los focos.
5. **Eje mayor:** es el segmento, a la cual pertenecen los vértices.
6. **Distancia Focal:** es la medida del segmento que contiene a los puntos y
7. **Lado Recto:** es el segmento, que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta AA' .
8. **Recta secundaria:** la DE qué pasa por O , del segmento FF' .
9. **Eje menor:** es el segmento perpendicular a AA' que pasa por O .

B.4 Clase 4










B.4.1 Proyección actividades a realizar.










Objetivo de la actividad

- Construir el lugar geométrico de una hipérbola.
- Identificar los elementos de una hipérbola.

Con tus conocimientos previos de la utilización de Geogebra realiza la siguiente actividad.

Construcción


1. Dibuja un segmento  en un extremo del plano de forma horizontal o vertical y con longitud deseada (por ejemplo 10 cm).
2. Construye un punto C , sobre el segmento AB .
3. Mide el segmentos AC con la siguiente herramienta .
4. Construye en el centro del plano un segmento FF'  con longitud AC de la siguiente manera (distanciaAC).
5. Dibuja un segmento DE  en un extremo del plano y longitud deseada (por ejemplo 10 cm),
6. Construye un punto G , sobre el segmento DE , mide el segmento GE con .

7. Trazar una circunferencia  con centro F y radio distanciaGE
8. Trazar una circunferencia  con centro F' y radio distanciaGE +2
9. Trazar una circunferencia  con centro F' y radio distanciaGE - 2
10. Marca las intersecciones  que se produzcan entre las circunferencias.
11. Activa Rastro  sobre los puntos de intersección entre las circunferencias
12. Unir  el punto de intersección K con F y F' (KF y KF'), mide la distancia entre KF y KF'.
13. En entrada ingresa el siguiente punto $R = A + (11, 0)$, presiona enter. Realiza el mismo procedimiento con $S = R + (\text{distanciaKF}', 0)$ y $T = R + (\text{distanciaKF}, 0)$.
14. Unir  RS y RT y luego mídalos con .
15. Insertar texto  abajo del segmento RT y escribe lo siguiente:

"KF-KF'" + distanciaKF + "-" + distanciaKF' + "=" + (distanciaKF - distanciaKF')

Deslizar el punto G, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas


La curva que ustedes obtuvieron en su construcción, corresponde a una hipérbola.

16. Calcula el punto medio  entre F y F', y renómbralo O.

Como puedes apreciar el punto O, en tu hipérbola corresponde al centro de esta.

17. Mueve  el punto G.

Como se puede apreciar el rastro de la hipérbola interseca al segmento FF' , en dos lugares distintos, estas intersecciones corresponden a los vértices de la hipérbola.


18. Dibuja la hipérbola con Geogebra, utilizando la siguiente herramienta .



Actividad



En esta actividad los grupos de alumnos deberán completar las frases propuestas, utilizando la construcción de parábola realizada previamente, para esto primeramente deberán completar su construcción con los pasos que se describen a continuación.


Objetivo: Identificar los elementos que conforman la hipérbola.

Nota: Para responder las frases del 4 al 10, primero debes completar la construcción de la hipérbola con los siguientes pasos:

19. Señala los puntos de intersección  entre la hipérbola y la recta FF' , renómbralos con las letras V y V'.

20. Dibuja una recta perpendicular  al segmento FF' , que pase por F, renombra esta recta L, y obtén los puntos de intersección  entre la recta L obtenida y la hipérbola.

21. Sobre la recta L, presiona botón derecho y coloca Muestra Objeto , posterior a esto dibuja un segmento  que una los puntos M y I.

22. Dibuja una recta perpendicular  al segmento FF', que pase por O.

23. En la esquina inferior derecha, se encuentra comando , presiona la flecha, y busca la opción asíntota, la cual se activará en entrada, en el paréntesis debes anotar el nombre que tiene la hipérbola, y con esto se construirán las asíntotas.

La Hipérbola.

Concepto y elementos de la hipérbola.

La hipérbola es el lugar geométrico de de todos los puntos $P=(x,y)$ del plano ubicados de tal manera, **que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos de él es constante.**

Estos dos puntos fijos del plano, se llaman focos y se designan por F_1 y F_2

$$d(P, F_2) - d(P, F_1) = \text{constante}$$

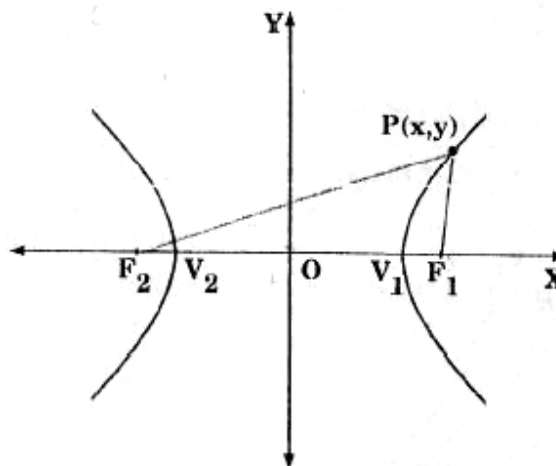


Figura B.4: Gráfica Hipérbola, centrada en el origen del sistema cartesiano.

Los elementos más importantes de la hipérbola son:

Focos: los puntos fijos F_1 y F_2 .

Recta Focal: la recta $\overline{V_1V_2}$ a la que pertenecen los focos.

Recta Secundaria o Imaginaria: la simetral del segmento F_1F_2 .

Centro: punto de intersección de las rectas focal y secundaria y que equidista de los focos.

Vértices: Puntos de intersección de la hipérbola con la recta focal, se designan V_1 y V_2 .

Eje Real: segmento $\overline{V_1V_2}$ que se considera de longitud $2a$; a es el valor del semieje real.

Eje Imaginario: segmento $\overline{B_1B_2}$ de la recta secundaria interceptada por la elipse. Se considera de longitud $2b$; b es el valor del semieje imaginario.

Distancia focal: Medida del segmento $\overline{F_1F_2}$, se considera de longitud $2c$.

Lado Recto: cuerda focal $\overline{C_1C_2}$ perpendicular a la recta focal o eje de simetría. Su medida es $\frac{2b^2}{a}$.

Asíntotas: rectas A_1 y A_2 que limitan la curva. Se acercan paulatinamente a la curva sin llegar a intersectarla.

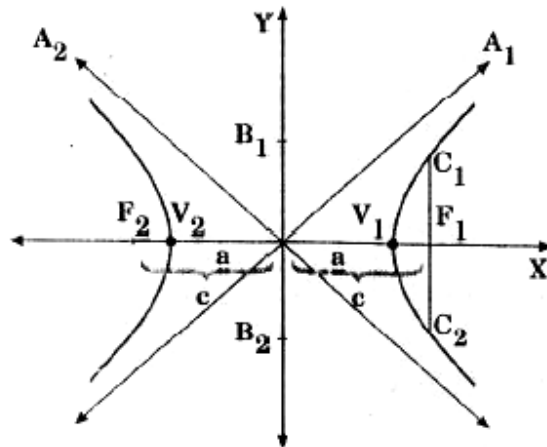


Figura B.5: Ilustración Hipérbola

B.4.2 Preguntas: referentes a la construcción de la hipérbola.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____
--

Responde las siguientes preguntas

Deslizar el punto G, observa lo que sucede y luego responder las siguientes preguntas

1. ¿Qué tipo de curva describe al moverse los puntos de intersección?

.....
.....
.....
.....
.....

2. ¿Qué representan los segmentos FK y KF'?

.....
.....
.....
.....
.....

3. Realizar una definición de la hipérbola, en base a las conclusiones obtenidas.

.....
.....
.....
.....
.....

B.4.3 Frases a completar: referentes a la identificación de elementos de hipérbola.



NOMBRE DEL GRUPO: _____ CURSO: _____ FECHA _____

Frases a responder:

1. **Focos:** los puntos fijos y
2. **Centro:** es el punto, punto medio de F con F'.
3. **Distancia Focal:** es la medida del segmento que contiene a los puntos y
4. **Vértices:** son los puntos y, de intersección de la hipérbola y la recta FF'.
5. **Recta Focal:** es el segmento, a la cual pertenecen los focos.
6. **Eje real:** es el segmento, a la cual pertenecen los vértices.
7. **Lado Recto:** es el segmento, que pasa por el punto F y es perpendicular a la recta FF'.
8. **Recta secundaria:** la qué pasa por O, del segmento FF'.
9. **Eje imaginario:** es el segmento perpendicular a VV' que pasa por O.
10. **Asíntotas:** rectas..... y que se acercan paulatinamente a la hipérbola sin llegar a interseccionarla.

C. Construcciones en Geogebra.

Ángulo Inscrito en una Semicircunferencia.

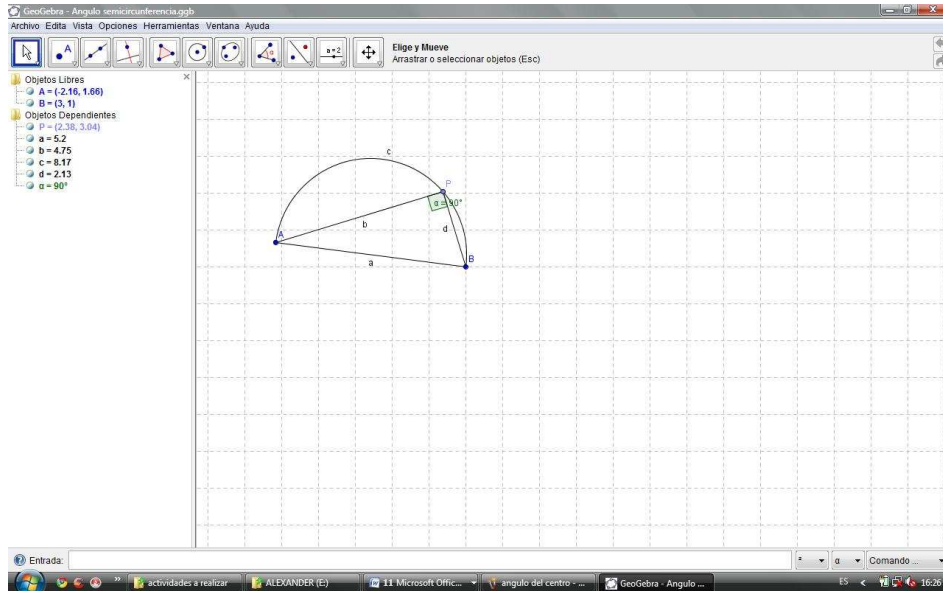


Figura C.1: Construcción Ángulo inscrito en una semicircunferencia efectuada por los docentes

Recta tangente a una Circunferencia.

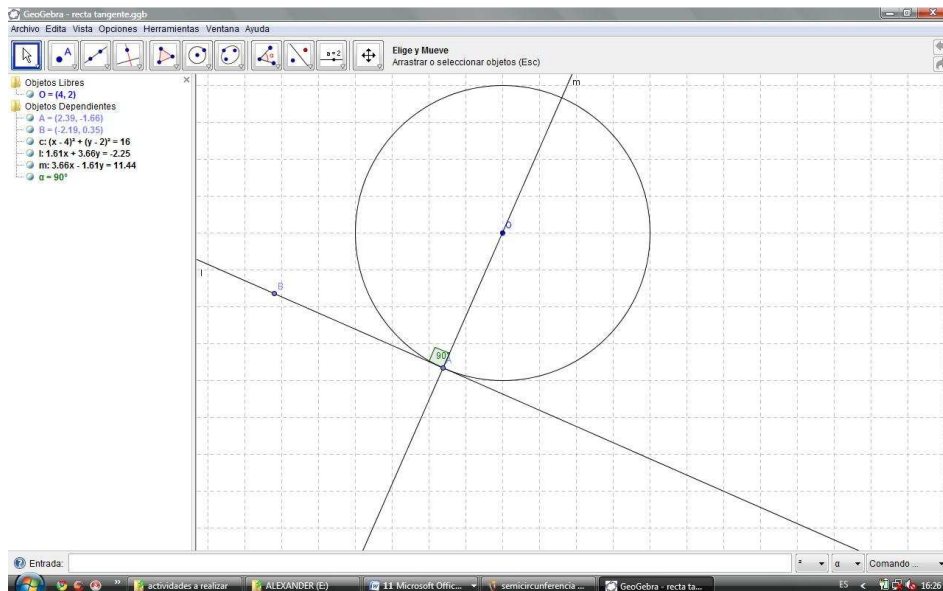


Figura C.2: Construcción Recta tangente a una circunferencia efectuada por los docentes

Ángulo del Centro en una Circunferencia.

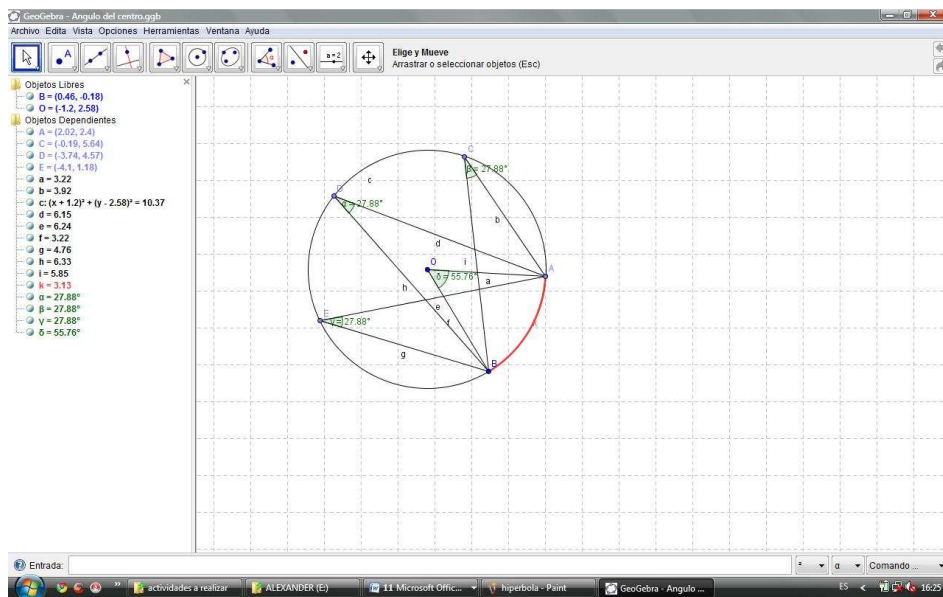


Figura C.3: Construcción Ángulo del centro efectuada por los docentes

Parábola.

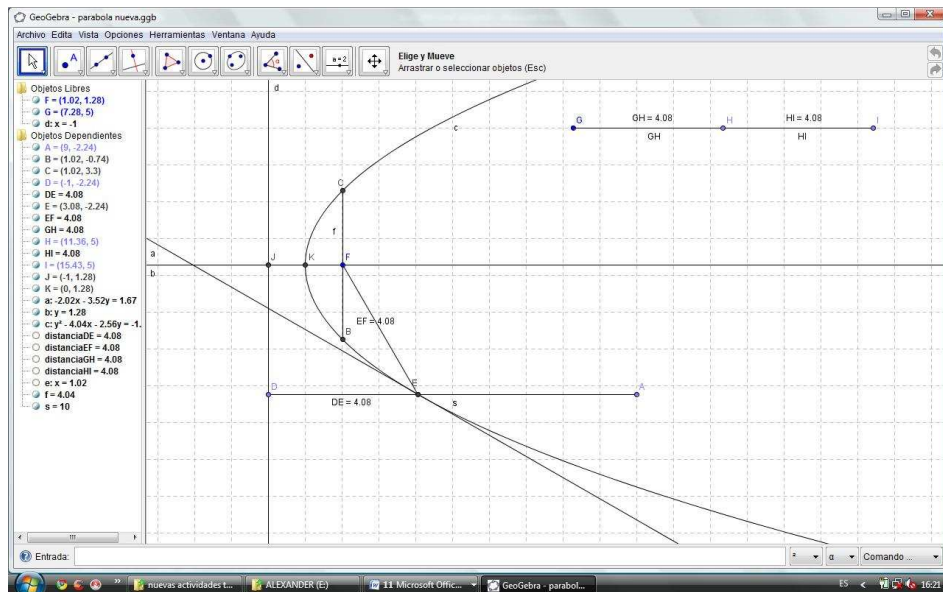


Figura C.4: Construcción Parábola efectuada por los docentes

Elipse.

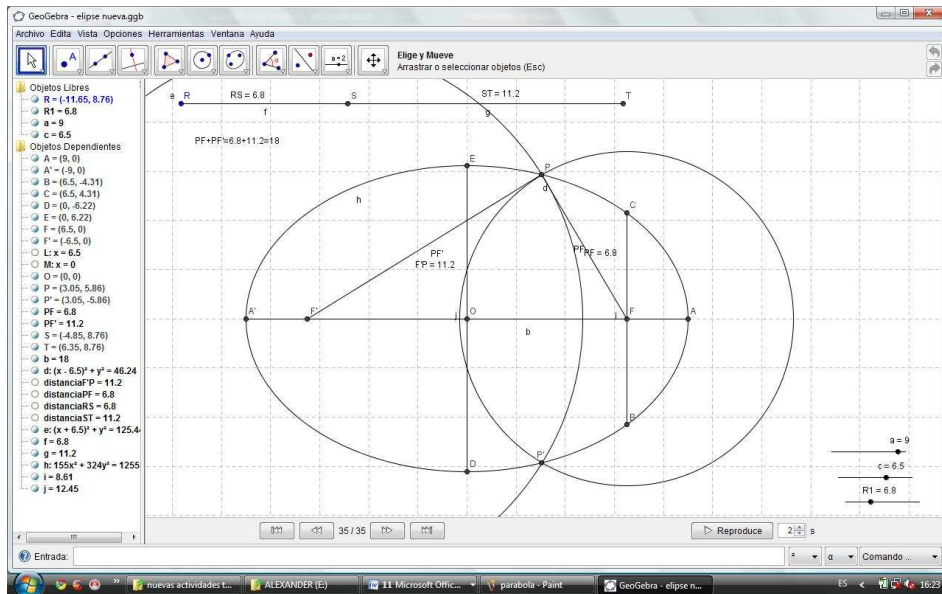


Figura C.5: Construcción Elipse efectuada por los docentes

Hipérbola.

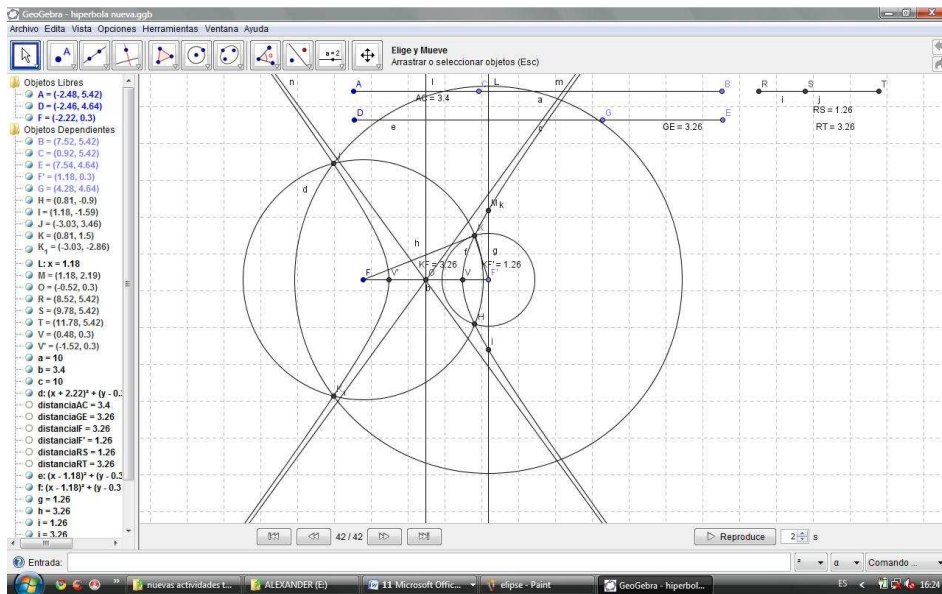


Figura C.6: Construcción Hipérbola efectuada por los docentes