



FACULTAD DE CIENCIAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

CARRERA DE MATEMÁTICA

**PROPUESTA DE ENSEÑANZA PARA LA VISUALIZACIÓN Y ESTUDIO
DE LA FUNCIÓN BIYECTIVA EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE
COLABORATIVO EN EL NIVEL NM4 A TRAVÉS DEL SOFTWARE
GEOGEBRA Y PIZARRA DIGITAL.**

PREVIFUB

Seminario de Título para optar al Título de Profesor de Enseñanza Media
en Matemática con Mención en Didáctica y el grado de Licenciado en
Educación.

Liliana Alejandra Huechante Paredes

Profesor Guía: Dr. Carlos Enrique Silva Córdova

Valparaíso, Chile

2015

*“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo
y no en el resultado. Un esfuerzo total es una
victoria completa”. (Mahatma Gandhi)*

Quisiera agradecer en forma general a todos quienes estuvieron presente a lo largo de los años en mi proceso de aprendizaje y en forma particular a:

Dios, por abrir siempre aquella ventana que permitía recordar el por qué de seguir adelante.

Mis padres, por apoyarme en el cuidado de mi hijo para que pudiese culminar mis etapas finales en este proceso.

Mi esposo Ferdinan, por ayudarme en la realización de esta investigación y apoyarme en cada una de mis decisiones, fracasos y triunfos. Te Amo.

Mi hijo Benjamín, por entregar de su tiempo desde el primer mes de vida para que pudiese culminar mis estudios, realizar mi práctica profesional y mi tesis. Gracias a él tomé fuerzas en los peores momentos y él es quien me guía a seguir adelante, porque todo el esfuerzo es POR Y PARA ÉL.

Gerardo, por estar siempre presente, apoyarme incondicionalmente y aconsejarme en cada uno de mis momentos difíciles. Gracias por brindar tu amistad y apoyo durante todos estos años.

Dr. Carlos Silva, gracias por guiarme y entregarme las herramientas necesarias para que esta investigación se llevara a cabo.

Para finalizar y no menos importante, quisiera agradecer de forma especial, al Profesor Miguel Cerda por apoyarme en cada uno de mis momentos difíciles, por creer en mí y darme cada una de las oportunidades que necesité en este proceso de enseñanza.

*“Quien no ha caído nunca, no tiene idea
justa del esfuerzo que hay que hacer
para tenerse en pie”. (Multatuli)*

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN.....	1
INTRODUCCIÓN.....	m
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	2
1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	3
1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	3
1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	4
1.4.1 OBJETIVOS GENERALES.....	4
1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	5
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	6
2.1 CONSTRUCTIVISMO	7
2.1.1 TEORÍA GENÉTICA DE PIAGET.....	7
2.1.1.1 EL FUNCIONAMIENTO DE LA INTELIGENCIA.....	7
2.1.1.2 EL CONCEPTO DE ESQUEMA.....	8
2.1.2 TEORÍA SOCIAL DE VYGOTSKY	9
2.1.2.1 ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO.....	10
2.1.2.2 APRENDIZAJE COLABORATIVO.....	11
2.1.3 ASPECTOS GENERALES DE UN ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA	13
2.1.3.1 CONCEPCIÓN FILOSÓFICA.....	13
2.1.3.2 CONCEPCIÓN PSICOLÓGICA.....	13
2.1.3.3 ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS	14

2.1.3.4 CARACTERÍSTICA DE UN PROFESOR CONSTRUCTIVISTA	14
2.1.3.5 CARACTERÍSTICA DE UNA CLASE CONSTRUCTIVISTA	15
2.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	15
2.2.1 TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO SEGÚN AUSUBEL	16
2.2.1.1 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	17
2.2.1.2 CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	18
2.2.1.3 PRINCIPIO DE ASIMILACION	19
2.2.2 MAPAS CONCEPTUALES	20
2.3 HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS.....	21
2.3.1 TECNOLOGÍA PORTÁTIL.....	22
2.3.2 PIZARRAS DIGITALES.....	23
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO.....	26
3.1 TIPO DE METODOLOGÍA.....	27
3.2 DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	27
3.2.1 PROCEDIMIENTO DURANTE LA INVESTIGACIÓN.....	29
3.3 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN	30
3.3.1 HIPÓTESIS GENERAL.....	30
3.3.2 HIPÓTESIS NULA	30
3.4 UNIDADES DE ANÁLISIS	30
3.5 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES	31
3.5.1 VARIABLES INDEPENDIENTES	31
3.5.2 VARIABLES DEPENDIENTES.....	31

3.6 POBLACIÓN	32
3.7 MUESTRA	33
3.8 INSTRUMENTOS EVALUATIVOS.....	34
3.9 DESCRIPCIÓN DEL ESTABLECIMIENTO.....	36
3.9.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL ESTABLECIMIENTO	36
3.9.2 MISIÓN Y VISIÓN	38
CAPÍTULO IV: PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	39
4.1 DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	40
4.2 CARTA GANTT DE LA INTERVENCIÓN PREVIFUB	41
4.3 DETALLE DE LA INVESTIGACIÓN	42
4.3.1 VISITA PREVIA.....	42
4.3.2 PRE-TEST	42
4.3.2.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS	43
4.3.2.2 DISEÑO DE PRE-TEST	44
4.3.2.3 PAUTAS DE CORRECCIÓN PRE-TEST	44
4.3.3 INTERVENCIÓN PREVIFUB	46
4.3.3.1 FICHA DIDÁCTICA N°1.....	46
4.3.3.1.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS.....	47
4.3.3.1.2 DISEÑO	47
4.3.3.2 FICHA DIDÁCTICA N°2	47
4.3.3.2.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS.....	48
4.3.3.2.2 DISEÑO	49
4.3.3.3 FICHA DIDÁCTICA N°3.....	49

4.3.3.3.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS.....	50
4.3.3.3.2 DISEÑO	50
4.3.3.4 FICHA DIDÁCTICA N°4.....	51
4.3.3.4.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS.....	52
4.3.3.4.2 DISEÑO	52
4.3.4 POST-TEST.....	52
4.3.4.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS	53
4.3.4.2 DISEÑO DE POST-TEST	54
4.3.4.3 PAUTA DE CORRECCION DE POST-TEST.....	54
4.3.5 ENCUESTA	54
4.3.5.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS.....	55
4.3.5.2 DISEÑO ENCUESTA.....	55
4.3.5.3 PAUTA DE CORRECCIÓN DE ENCUESTA	56
CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE DATOS.....	57
5.1 ANÁLISIS DE ENCUESTA.....	58
5.2 PRE-TEST	61
5.2.1 RESULTADOS PRE-TEST.....	61
5.2.2 COMPARACIÓN PRE-TEST.....	67
5.3 POST-TEST	68
5.3.1 RESULTADOS POST-TEST	68
5.3.2 COMPARACIÓN POST-TEST	74
5.4 COMPARACIÓN ENTRE PRE-TEST Y POST-TEST.....	75
CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFÍAS	78
CONCLUSIÓN.....	79

BIBLIOGRAFÍA.....	81
ANEXOS	83
A.1 PRE-TEST.....	84
A.2 FICHA N° 1: CONOCIMIENTOS PREVIOS	88
A.3 FICHA N° 2: INYECTIVIDAD Y EPIYECTIVIDAD	91
A.4 FICHA N° 3: FUNCIÓN BIYECTIVA	103
A.5 FICHA N° 4: INVERSA DE LA FUNCIÓN BIYECTIVA.....	109
A.6 POST-TEST	115
A.7 ENCUESTA	118

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Estadios según la Teoría de Piaget.....</i>	<i>7</i>
<i>Tabla 2: Niveles de desarrollo</i>	<i>10</i>
<i>Tabla 3: Tipos de Aprendizaje Significativo</i>	<i>17</i>
<i>Tabla 4: Simbología en modelo experimental</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 5: Metodología en diseño cuasi-experimental</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 6: Muestra</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 7: Estructura Pre-test</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 8: Estructura Fichas Didácticas</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 9: Estructura Post-test</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 10: Medición de variables</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 11: Organización Fichas Didácticas</i>	<i>40</i>
<i>Tabla 12: Instrumento evaluativo de variables.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 13: Pauta de corrección Ítem I Pre-test</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 14: Pauta de corrección Ítem II Pre-test.....</i>	<i>44</i>

<i>Tabla 15: Conceptos y Terminología</i>	45
<i>Tabla 16: Conocimiento de las relaciones entre conceptos</i>	45
<i>Tabla 17: Habilidad para comunicar conceptos a través del mapa conceptual</i>	46
<i>Tabla 18: Pauta de corrección Ítem I Post-test.....</i>	54
<i>Tabla 19: Escala de Likert</i>	56
<i>Tabla 20: Puntaje por criterio</i>	58
<i>Tabla 21: Puntajes promedio.....</i>	58
<i>Tabla 22: Medición de variables</i>	60
<i>Tabla 23: Resultados GC1 Pre-test.....</i>	61
<i>Tabla 24: Resultados GC2 Pre-test.....</i>	62
<i>Tabla 25: Resultados GE1 Pre-test.....</i>	64
<i>Tabla 26: Resultados GE2 Pre-test.....</i>	65
<i>Tabla 27: Promedios Pre-test.....</i>	67
<i>Tabla 28: Resultados GC1 Post-test</i>	68
<i>Tabla 29: Resultados GC2 Post-test</i>	69
<i>Tabla 30: Resultados GE1 Post-test</i>	71
<i>Tabla 31: Resultados GE2 Post-test</i>	73
<i>Tabla 32: Promedios Post-test</i>	74
<i>Tabla 33: Comparación Resultados</i>	75
<i>Tabla 34: Porcentaje de logro</i>	77

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1: Constructivismo según Piaget</i>	9
<i>Figura 2: ZDP según Vygotsky</i>	11
<i>Figura 3: Aprendizaje Colaborativo</i>	12
<i>Figura 4: Aprendizaje Significativo según Ausubel</i>	16
<i>Figura 5: Condiciones para obtener Aprendizaje Significativo</i>	19
<i>Figura 6: Mapa Conceptual</i>	21
<i>Figura 7: Tecnología portátil</i>	22
<i>Figura 8: Trabajo en Geogebra</i>	23
<i>Figura 9: Funcionamiento Pizarra Digital</i>	24
<i>Figura 10: Trabajo en Pizarra Digital</i>	25
<i>Figura 11: Diseño de la propuesta PREVIFUB</i>	29
<i>Figura 12: CELBE</i>	37
<i>Figura 13: Carta Gantt</i>	42

ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 1: Número de estudiantes</i>	33
<i>Gráfico 2: Promedio General</i>	34
<i>Gráfico 3: Puntajes promedio</i>	59
<i>Gráfico 4: Calificaciones GC1 Pre-test</i>	62
<i>Gráfico 5: Calificaciones GC2 Pre-test</i>	63
<i>Gráfico 6: Calificaciones GE1 Pre-test</i>	65
<i>Gráfico 7: Calificaciones GE2 Pre-test</i>	66
<i>Gráfico 8: Promedios Pre-test</i>	67
<i>Gráfico 9: Calificaciones GC1 Post-test</i>	69

<i>Gráfico 10: Calificaciones GC2 Post-test</i>	71
<i>Gráfico 11: Calificaciones GE1 Post-test</i>	72
<i>Gráfico 12: Calificaciones GE2 Post-test</i>	74
<i>Gráfico 13: Promedios Post-test</i>	75
<i>Gráfico 14: Comparación Resultados</i>	76

RESUMEN

La educación chilena ha tenido un gran déficit en el rendimiento académico de los estudiantes, por lo tanto es necesario un cambio en las prácticas pedagógicas y es por ello que esta investigación se centra en la Teoría de Aprendizaje significativo de Ausubel y en el enfoque constructivista de Vygotsky y Piaget, quienes proponen una enseñanza en la cual el estudiante construye su propio conocimiento.

Esta investigación es del tipo cuasi-experimental, considerando dos grupos intactos, siendo el objeto de estudio los estudiantes de Cuarto año de Enseñanza Media del colegio particular subvencionado Colegio El Belloto, en el cual se consideraron dos grupos experimentales a quienes se le aplicó la Propuesta de enseñanza PREVIFUB y dos grupos control que obtuvieron un aprendizaje mediante una enseñanza tradicional.

La finalidad de esta propuesta es el estudio de la función Biyectiva mediante actividades en un ambiente colaborativo y para ello se utilizaron cuatro fichas didácticas sustentadas en el software de geometría dinámica Geogebra y el uso de pizarras digitales interactivas. Además, como instrumentos evaluativos se aplicó a todos los integrantes de la muestra un Pre-test mediante el cual se pudo medir los conocimientos previos que los estudiantes poseían antes de la intervención, un Post-test el cual permitió un análisis comparativo del rendimiento académico de los estudiantes y finalmente a los grupos experimentales se les aplicó una encuesta que permitió analizar y medir el nivel de visualización y el posible aprendizaje significativo en los estudiantes una vez finalizada la aplicación de esta propuesta.

Luego de los análisis correspondientes se puede concluir que la propuesta PREVIFUB resultó exitosa debido a que los estudiantes que participaron en la intervención obtuvieron visualización, aprendizaje significativo y un mejor rendimiento académico que los estudiantes de los grupos controles.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la educación en Chile ha sido objeto de estudio ya que se han presentado grandes problemas en cuanto al rendimiento académico de los estudiantes. Ésto se ve reflejado en la prueba de admisión a las universidades PSU y en la prueba SIMCE. Una de las asignaturas que más ha presentado problemas es Matemática, la cual ha tenido un enfoque conductista por generaciones, donde los estudiantes adquieren de manera mecánica el conocimiento provocando un rechazo y un bajo interés en el aprendizaje.

Por este motivo, se han aplicado diferentes estudios en la reforma educativa, los cuales proponen un cambio en las prácticas pedagógicas incentivando el uso de tecnologías TIC en el aprendizaje.

La propuesta de enseñanza para la visualización y estudio de la función Biyectiva (PREVIFUB) considera una metodología de investigación del tipo cuantitativa y utiliza diferentes actividades con el uso de tecnologías, tales como el software de geometría dinámica Geogebra y pizarras digitales interactivas, además se sustenta en fichas didácticas enfocadas principalmente en un ambiente colaborativo con el fin de incentivar al estudiante a construir su propio conocimiento, crear instancias de retroalimentación entre sus pares y mejorar la visualización de lo estudiado generando así un aprendizaje significativo.

CAPÍTULO I:
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

A través de la historia el estudio de la matemática ha producido grandes problemas, ya que las metodologías de enseñanza durante generaciones han presentado un estilo conductista, generando en los estudiantes un aprendizaje “mecánico” utilizando algoritmos y metodologías previamente estructuradas. Esta metodología provoca un déficit en los conocimientos por parte de los educandos, motivo por el cual éstos pierden interés y entusiasmo en el aprendizaje de la matemática, viendo a ésta de manera negativa e imposible de aprender.

Lo anterior se refleja en el bajo rendimiento de los estudiantes chilenos al rendir mediciones a nivel nacional, por ejemplo, la prueba SIMCE en el año 2012, según informe nacional Mineduc 2013, obtuvo como resultado que alumnos que cursan el nivel NM2 alcanzaron 265 puntos promedio en matemática, mientras que en el año 2014 Mineduc indica que obtuvieron 267 puntos promedio durante la medición SIMCE 2013. Esto indica que no existe una mejora significativa en aprendizajes esperados. Además, Mineduc aprecia una diferencia importante de resultados con respecto al promedio nacional entre los establecimientos según su nivel socioeconómico, obteniendo mejores resultados aquellos establecimientos con nivel socioeconómico alto.

Del mismo modo, Chile se somete a evaluaciones internacionales tales como TIMSS y PISA, y en esta última durante el año 2012 nuestro país ocupa el primer lugar a nivel latinoamericano, no obstante se sitúa en el lugar 51 entre 65 países sometidos a esta evaluación, además se encuentra a 71 puntos bajo el promedio en matemática y a 149 puntos del promedio de los 5 países con mejor rendimiento.

De acuerdo a estos antecedentes, es necesario un cambio en las prácticas pedagógicas chilenas, de modo que aumente el interés de los alumnos en el estudio de la matemática y una buena alternativa es el uso de TIC, debido al gran avance tecnológico actual y el gran interés hacia él por parte de los estudiantes, es por ello que se cree que el uso de software interactivo y de pizarras digitales puede contribuir en gran medida en la visualización y estudio de la matemática.

1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Antes llevar a cabo la intervención PREVIFUB (Propuesta de Enseñanza para la visualización y estudio de la función Biyectiva) se han planteado las siguientes interrogantes:

- ¿Es posible una mejor visualización de los estudiantes del nivel NM4 al momento de identificar la función Biyectiva (Inyectiva y Sobreyectiva) con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital?
- ¿Es posible mejorar el rendimiento en los estudiantes del nivel NM4 en el estudio la función Biyectiva con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital mediante actividades colaborativas?
- ¿Es posible obtener aprendizaje significativo en los estudiantes del nivel NM4 en el estudio de función Biyectiva mediante actividades colaborativas con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital?

1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El estudio de las Ciencias, por generaciones, no ha sido fácil de asimilar, específicamente en el área de la Matemática, que en más de una ocasión ha provocado grandes complicaciones en los estudiantes, por ejemplo, estados de stress, angustia y temor al fracaso, lo que dificulta notablemente un aprendizaje óptimo. Estudios realizados por la Secretaría de Educación de Jalisco (1993) confirman esta apreciación y concluyen que los estudiantes al presentar estas complicaciones manifiestan de manera permanente sentimientos de incapacidad e incompetencia difíciles de borrar en ellos.

En Chile, el modelo de aprendizaje más utilizado en los establecimientos educacionales, es el modelo conductista, centrándose en el docente competente, jerárquico, estricto y poseedor de conocimientos, los cuales son entregados a los estudiantes de manera sistemática, que a su vez, son adquiridos de manera similar. Este modelo dificulta la interacción entre los conocimientos previos y la capacidad de análisis, por lo tanto es fundamental desarrollar nuevas metodologías de enseñanza, de modo que los alumnos

puedan participar en forma activa de las prácticas pedagógicas realizadas por sus profesores.

En la actualidad la Matemática está presente en nuestra sociedad y en cada uno de los individuos que forman parte de ella. En nuestro país la educación matemática está en “crisis” y realizar innovaciones es una preocupación inminente en las políticas educacionales (Mineduc, 2010). Motivo por el cual, el Gobierno de Chile ha implementado diversos estudios y proyectos que mejorarían la educación, tales como implementación de recursos tecnológicos en diversos establecimientos a lo largo de todo el país.

Mediante observaciones en experiencia en aula y práctica profesional, se ha podido constatar que en algunos establecimientos que disponen de dichos recursos tecnológicos, éstos no son aprovechados, ya que para un gran número de docentes, esta tecnología no causa interés o es desconocida su correcta utilización. Debido a lo anteriormente mencionado, es necesario instaurar nuevas prácticas pedagógicas que involucren la utilización de estos recursos, es por ésto que surge la propuesta PREVIFUB (Propuesta de Enseñanza para la visualización y estudio de la función Biyectiva), la cual relaciona actividades sustentadas en un ambiente colaborativo y el uso de tecnologías TIC basadas en el software Geogebra con la ayuda de pizarras digitales con la finalidad de obtener un aprendizaje significativo en los estudiantes, mejorando su rendimiento académico y el uso práctico de este tipo de herramientas tecnológicas.

1.4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 OBJETIVOS GENERALES

- Identificar si se generan mejorías en el estudio y visualización de la función Biyectiva y el rendimiento académico en estudiantes del nivel NM4 al momento de diseñar e implementar la propuesta metodológica PREVIFUB.
- Verificar si existe en los educandos un aprendizaje significativo luego de implementada la propuesta PREVIFUB.

- Afirmar o refutar la hipótesis de investigación de la propuesta PREVIFUB.

1.4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar actividades colaborativas mediante el uso del software Geogebra y pizarra digital que mejore la visualización de la función biyectiva en alumnos del nivel NM4.
- Aplicar Pre y Post-test a grupos control y experimental para un posterior análisis comparativo que indicará el rendimiento académico obtenido en ambos grupos.
- Medir a través de una encuesta individual la visualización y aprendizaje significativo obtenido en estudiantes del grupo experimental una vez finalizada la intervención de la propuesta PREVIFUB.

CAPÍTULO II:
MARCO TEÓRICO

2.1 CONSTRUCTIVISMO

Según Silva, C (2010), en educación se denomina constructivismo a la corriente que afirma que el conocimiento surge a partir de la actividad intelectual del sujeto, quien alcanza su desarrollo según la interacción que entabla con su medio en forma personal, dinámica y progresiva.

El constructivismo destaca dos teorías importantes: la *Teoría Genética de Piaget* y la *Teoría Social de Vigotsky*. Ambas teorías con un rol fundamental en esta propuesta, pues abordan diferentes propósitos que se desean lograr con la aplicación de esta investigación.

2.1.1 TEORÍA GENÉTICA DE PIAGET

Piaget sostiene que los estadios son comunes a todos los individuos de la especie y se adquieren siempre en el mismo orden, esto significa que no pueden saltarse etapas. Lo anterior mencionado se describe en la tabla N° 1.

Tabla 1: Estadios según la Teoría de Piaget

ESTADIO	EDAD	CARACTERÍSTICA
MOTORA SENSORIAL	0 – 2	Control motor y aprendizaje acerca de objetos físicos
PREOPERACIONAL	2 – 7	Desarrollo de habilidades verbales
CONCRETA OPERACIONAL	7 – 12	Inicio del asentamiento de conceptos abstractos
FORMAL OPERACIONAL	+ 12	Desarrollo de habilidades sistemáticas y lógicas del razonamiento

2.1.1.1 EL FUNCIONAMIENTO DE LA INTELIGENCIA

Piaget elabora un modelo que constituye a su vez una de las partes más conocidas y controvertidas de su teoría, cree que los organismos humanos comparten dos funciones invariantes: *organización* y *adaptación*.

La organización es un atributo de la inteligencia y permite alcanzar ciertas metas y objetivos en forma ordenada.

Por otro lado, la adaptación es la cualidad de acomodarse a una situación determinada, opera a través de dos procesos complementarios:

- **Asimilación:** se refiere al modo en que un organismo se enfrenta a un estímulo del entorno, en términos de organización actual.
- **Acomodación:** es una modificación de la organización actual en respuesta a las demandas del medio.

Mediante la asimilación y la acomodación el ser humano va reestructurando cognitivamente su aprendizaje a lo largo del desarrollo,

Para Piaget, asimilación y acomodación interactúan mutuamente en un proceso de equilibración.

2.1.1.2 EL CONCEPTO DE ESQUEMA

Es un tipo de organización cognitiva que, necesariamente implica la asimilación, es decir los objetos externos son siempre asimilados a algo.

Piaget sostiene que un esquema es una estructura mental determinada que puede ser transferida y generalizada.

Para Vygotsky existen dos etapas que conforman el proceso de aprendizaje. En la primera, el aprendiz adopta los significados del concepto social, mientras que en la segunda, los significados son interiorizados.

2.1.2.1 ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

Vygotsky (1988), considera que dos niños con el mismo nivel evolutivo real, son capaces de resolver una situación problemática en las mismas condiciones con la ayuda de un mediador, pero que los resultados obtenidos varían en cada caso sin importar que la edad mental de ambos sea la misma. Consecuencia de lo anteriormente mencionado Vygotsky define Zona de desarrollo próximo (ZDP) como:

“La distancia en el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de otro compañero más capaz”.

(Vygotsky, 1988, p.133)

La ZDP permite considerar dos niveles en la capacidad del estudiante, los cuales se describen en la tabla N° 2.

Tabla 2: Niveles de desarrollo

NIVEL DE DESARROLLO REAL (NDR)	Conjunto de actividades que el individuo es capaz de resolver sin la ayuda de los demás.
NIVEL DE DESARROLLO POTENCIAL (NDR)	Conjunto de actividades en que el individuo será capaz de resolver con la ayuda de un mediador

2.1.3 ASPECTOS GENERALES DE UN ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA

El constructivismo surge de la escuela activa. Movimiento que durante la primera mitad del siglo XX asume una concepción reformista y una actitud transformadora de los procesos escolares. Es una teoría de aprendizaje que sostiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de dos factores: *Experiencias del ambiente y esquemas mentales propios*, históricamente desarrollados a partir de las experiencias pasadas.

2.1.3.1 CONCEPCIÓN FILOSÓFICA

- El constructivismo plantea que nuestro mundo es producto de la interacción humana con los estímulos naturales y sociales.
- El conocimiento humano no se recibe en forma pasiva ni del mundo, sino que es procesado y construido activamente.
- La enseñanza constructivista considera que el aprendizaje humano es siempre una construcción interior.
- Para el constructivismo la objetividad en sí misma, separada del hombre no tiene sentido.
- El lograr entender el problema de la construcción del conocimiento ha sido objeto de preocupación filosófica desde que el hombre ha empezado a reflexionar sobre sí mismo.

2.1.3.2 CONCEPCIÓN PSICOLÓGICA

El profesor en su rol de mediador debe apoyar al alumno para:

- **Enseñarle a pensar:** Desarrollar en el alumno un conjunto de habilidades cognitivas que les permitan optimizar sus procesos de razonamiento.

- **Enseñarle sobre el pensar:** Animar a los alumnos a tomar conciencia de sus propios procesos y estrategias mentales (metacognición) para poder controlarlos y modificarlos (autonomía), mejorando el rendimiento y la eficacia en el aprendizaje.
- **Enseñarle sobre la base del pensar:** Incorporar objetos de aprendizaje relativos a las habilidades cognitivas, dentro del currículo escolar.

2.1.3.3 ESTRATEGIAS CONSTRUCTIVISTAS

- Aplicar el método de proyectos, ya que permite interactuar en situaciones concretas y significativas, estimulando el “*saber*”, el “*saber hacer*” y el “*saber ser*”.
- Desarrollar un clima afectivo, armónico y de mutua confianza.
- El profesor siendo moderador, facilitador y mediador del aprendizaje debe:
 - Conocer los intereses y necesidades evolutivas de cada alumno y sus diferencias.
 - Conocer los estímulos de sus contextos: familiares, comunitarios, educativos y otros.
 - Contextualizar las actividades.

2.1.3.4 CARACTERÍSTICA DE UN PROFESOR CONSTRUCTIVISTA

- Acepta e impulsa la autonomía e iniciativa del alumno.
- Usa materia prima y fuentes primarias en conjunto con materiales físicos, interactivos y manipulables.
- Usa terminología cognitiva tal como: Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar y pensar.

- Investiga acerca de la comprensión de conceptos que tienen los estudiantes antes de compartir con ellos su propia comprensión de estos conceptos.
- Desafía la indagación haciendo preguntas que necesitan respuestas muy bien reflexionadas y desafía también a que los estudiantes se hagan preguntas entre ellos.

2.1.3.5 CARACTERÍSTICA DE UNA CLASE CONSTRUCTIVISTA

- El currículo es presentado de lo general a lo particular, con énfasis en conceptos generales.
- Es muy importante que los alumnos se cuestionen.
- Los estudiantes son vistos como seres pensantes que cuentan con sus propias teorías acerca del mundo.
- Los docentes trabajan de manera interactiva, sirviendo como mediadores del aprendizaje de los alumnos.
- Los docentes buscan saber los puntos de vista de los estudiantes.
- La evaluación del aprendizaje de los estudiantes está entrelazada con la enseñanza.
- Los estudiantes trabajan en grupos colaborativos.

2.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

El Aprendizaje Significativo ocurre cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. (Ausubel, 1983)

2.2.1.1 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ausubel plantea tres tipos de aprendizajes que se adquieren significativamente:

- **Aprendizaje de representaciones:** Ocurre cuando el estudiante adquiere vocabulario, es decir, cuando aprende palabras que representan objetos reales que tienen un significado para él. Sin embargo no es capaz de identificarlas y clasificarlas en categorías.
- **Aprendizaje de conceptos:** Está presente cuando el estudiante, a partir de experiencias concretas, es capaz de comprender que un concepto puede ser utilizado por cualquier persona dependiendo del contexto que se utilice.
- **Aprendizaje de proposiciones:** Ocurre al conocer el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan más de un concepto en alguna afirmación o negación de algo. De esta manera un concepto nuevo puede ser asimilado e integrado en su estructura cognitiva y relacionarlo con los conocimientos previos.

La tabla n° 3 sintetiza lo anteriormente mencionado.

Tabla 3: Tipos de Aprendizaje Significativo

REPRESENTACIONES	Adquisición de vocabulario	<ul style="list-style-type: none">• Antes y después de la formación de conceptos
CONCEPTOS	Formación (a partir de los objetos)	<ul style="list-style-type: none">• Posterior a la formación de conceptos• Comprobación de hipótesis.
PROPOSICIONES	Adquisición (a partir de los conceptos pre existentes)	<ul style="list-style-type: none">• Combinación (concepto del mismo nivel jerárquico)

2.2.1.2 CONDICIONES PARA EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Moreira (2009), destaca que un aprendizaje no se realiza a partir de exposición ni ejercicio de la memoria, sino que un aprendizaje es significativo si se cumplen ciertas condiciones.

Ausubel enuncia dos condiciones para que el alumno pueda realizar aprendizajes significativos:

- **En cuanto al material:** Los contenidos deben tener una secuencia lógica que el alumno pueda entender. Además el material utilizado debe ser relevante y la terminología adecuada al nivel del alumno
- **En cuanto al alumno:** En la estructura cognitiva deben existir conocimientos previos para poder relacionar los nuevos conocimientos. Además el alumno debe tener una predisposición para construir significados, de lo contrario no existirá motivación y el material utilizado no tendrá sentido.

El alumno debe manifestar una disposición para relacionar el nuevo material con su estructura cognoscitiva; lo que aprende es potencialmente significativo para él. (Ausubel, 1983)

Es muy importante que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Si los pasos para llegar a este aprendizaje son bien estructurados, el alumno tendrá mayor retención de la información ya que ésta es guardada en la memoria a largo plazo.

Lo anteriormente mencionado se sintetiza en la figura N° 5.

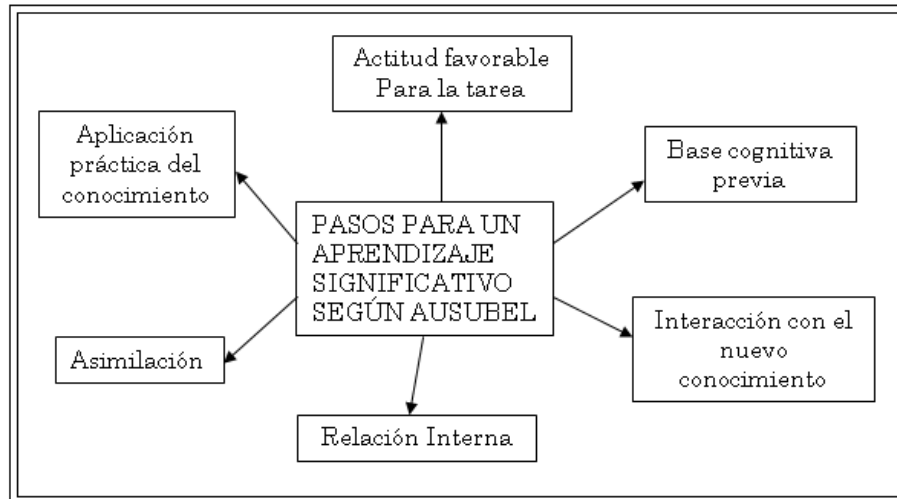


Figura 5: Condiciones para obtener Aprendizaje Significativo

2.2.1.3 PRINCIPIO DE ASIMILACIÓN

Para Ausubel, este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada. La esencia reside en que los nuevos significados son adquiridos a través de la interacción de los nuevos conocimientos con los conceptos o proposiciones previas, existentes en la estructura cognitiva del que aprende.

Los tipos de aprendizaje planteados por la teoría de asimilación son los siguientes:

- **Aprendizaje Subordinado:** se presenta cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos de la estructura cognoscitiva previa del alumno, es decir, cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material y la estructura cognitiva pre existente.
- **Aprendizaje Supraordinado:** Ocurre cuando una nueva información se relaciona con ideas o conceptos específicos ya establecidos en la estructura cognoscitiva del individuo, es decir, las

ideas se reconocen como ejemplos más específicos de la nueva idea, que se define a través de un conjunto de criterios que abarcan a las ideas supraordinadas.

- **Aprendizaje Combinatorio:** La nueva información que es potencialmente significativa se relaciona con otras ideas o información pre existente, es decir, se considera que esta nueva información es incorporada a la estructura cognoscitiva como un todo y no con aspectos específicos de esa estructura.

2.2.2 MAPAS CONCEPTUALES

Un mapa conceptual es una técnica o método de aprendizaje creada por Joseph D. Novak para poner en práctica el modelo de aprendizaje significativo de Ausubel. Su función es ayudar a la comprensión de los conocimientos que el estudiante tiene que aprender y a relacionarlos entre sí con sus conocimientos previos, organizándolos por jerarquías.

Este método de aprendizaje se caracteriza por:

- **Jerarquización:** Los conceptos se organizan por su importancia y no se repiten.
- **Selección de conceptos:** Consiste en una síntesis o resumen que contiene lo más significativo de un tema.
- **Impacto visual:** “Un buen mapa conceptual es conciso y muestra las relaciones entre las ideas principales de un modo simple y vistoso, aprovechando la notable capacidad humana para la representación visual”. (Novak, 2004)

Los mapas conceptuales se forman por los siguientes elementos:

- **Conceptos:** Se refieren a hechos, objetos, cualidades, animales, entre otros. Gramáticamente, los conceptos se identifican como nombres, adjetivos y pronombres.

La figura N° 9 muestra el funcionamiento de la pizarra digital.

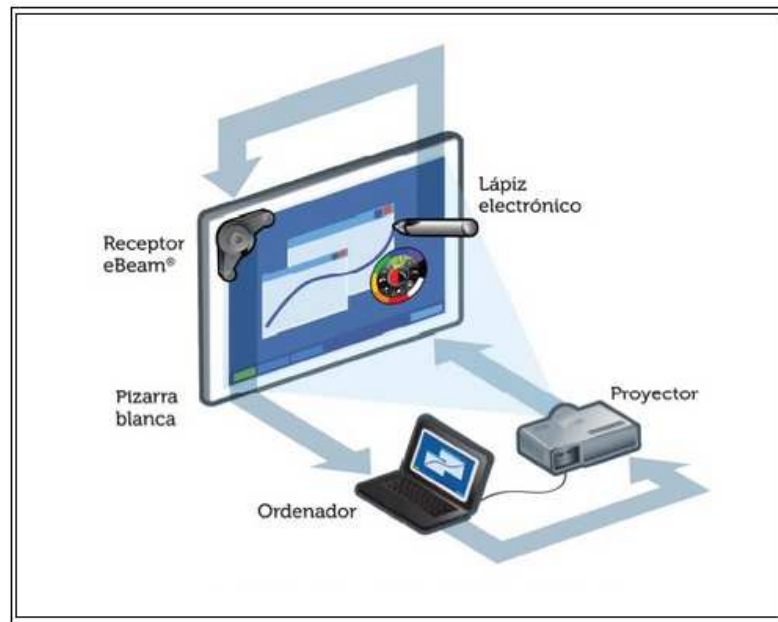


Figura 9: Funcionamiento Pizarra Digital

Algunas de las actividades de aprendizaje que podemos realizar con una pizarra digital interactiva, según Hervás, Toledo y González (2010), son las siguientes:

- Manipulación de texto e imágenes.
- Tomar notas en formato digital y guardarlas para su revisión a través del correo.
- Visualización de páginas Web de todos los alumnos a la vez.
- Creación de actividades electrónicas con plantillas e imágenes.
- Listar y escribir notas sobre video clips educativos.
- Uso de herramientas de presentación incorporados en la pizarra interactiva para mejorar los materiales de aprendizaje y exhibición de las presentaciones realizadas por los alumnos.

CAPÍTULO III:
MARCO METODOLÓGICO

- Aplicar Post-test a grupos experimentales y control
- Aplicar encuesta a grupo experimental
- Recolectar y analizar datos obtenidos en los instrumentos de evaluación.
- Realizar un análisis comparativo entre grupos control y experimental.

3.3 HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Para llevar a cabo la propuesta PREVIFUB se han planteado las siguientes hipótesis:

3.3.1 HIPÓTESIS GENERAL

La propuesta mejorará el rendimiento, el aprendizaje significativo y la visualización en el estudio de la función Biyectiva en alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media en ambientes de aprendizaje colaborativo y actividades sustentadas en el software Geogebra y pizarra digital.

3.3.2 HIPÓTESIS NULA

La propuesta no mejorará el rendimiento, aprendizaje significativo y visualización en el estudio de la función Biyectiva en alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media en ambientes de aprendizaje colaborativo y actividades sustentadas en el software Geogebra y pizarra digital.

3.4 UNIDADES DE ANÁLISIS

En esta investigación la unidad de análisis corresponde a estudiantes del nivel NM4, quienes abordan el estudio de la función Biyectiva correspondiente al Sector Matemática.

3.9.2 MISIÓN Y VISIÓN

- **Misión**

El Colegio El Belloto basa su rol fundamental en la formación integral de personas; que sean capaces de constituirse como seres sociales en un contexto local, aportando a este desde la creatividad, la inclusión y el respeto. El Colegio se basa en sólidos principios humanistas, constituidos y enmarcados en una visión crítica de la sociedad, entregando a los alumnos y alumnas las habilidades adecuadas para generar cambios y empoderamiento de la realidad local. El Colegio es una comunidad integrada donde cada miembro del establecimiento se siente parte de este y colabora en la construcción de un mejor colegio y de una mejor sociedad. El Colegio asume un desafío integral centrado en el respeto a la diversidad y en los valores de una formación ciudadana.

- **Visión**

Buscamos convertir al Colegio en una institución consolidada de carácter regional, que ayude en la construcción de un mejor país, aportando en la formación de estudiantes creativos y motivos hacia el desarrollo de nuevos aprendizajes. Aspiramos como colegio a construir una comunidad humanista, donde el respeto por las diferencias sea la piedra de inicio en el desarrollo de conocimientos y de una nueva forma de educación. Es en base a estos lineamientos que se pretende avanzar en el desafío y consolidación de nuestro proyecto educativo.

CAPÍTULO IV:
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

La finalidad de esta evaluación es medir y analizar los conocimientos previos que poseen los estudiantes.

Las características de este instrumento evaluativo se describen a continuación:

- **Tipo:** Evaluación Individual.
- **Duración:** 60 minutos.
- **Objetivos del test:**
 - Evaluar conocimientos previos correspondientes a relaciones y funciones.
 - Medir el nivel de conocimientos relativos a tipos de funciones.
- **Variables a medir:** Visualización y rendimiento.
- **Materiales:** Pre-test

4.3.2.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Previo a la aplicación de esta prueba se procederá a la presentación de la propuesta PREVIFUB al grupo curso y finalmente se indicarán instrucciones y objetivos de la evaluación.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo del instrumento evaluativo.
- **Momento de término:** Despedida y agradecimientos hacia los estudiantes por la colaboración durante la aplicación del Pre-test.

- **Pauta de corrección Ítem III.**

Bartels (1995) propone tres categorías para evaluar y calificar los mapas conceptuales, en cada categoría establece cuatro criterios de desempeño a los cuales le asigna un puntaje como se muestra en las tablas N° 15, N° 16 y N° 17.

Tabla 15: Conceptos y Terminología

3	Muestra un entendimiento del concepto y usa una terminología adecuada
2	Comete algunos errores en la terminología empleada y muestra algunos vacíos en el entendimiento del concepto o principio
1	Comete muchos errores en la terminología y muestras vacíos conceptuales profundos
0	No muestra ningún conocimiento en torno al concepto tratado

Tabla 16: Conocimiento de las relaciones entre conceptos

3	Identifica todos los conceptos importantes y demuestra un conocimiento de las relaciones entre éstos
2	Identifica importantes conceptos, pero realiza algunas conexiones cerradas
1	Realiza muchas conexiones cerradas
0	Falla al establecer en cualquier concepto o conexión apropiada

Tabla 17: Habilidad para comunicar conceptos a través del mapa conceptual

3	Construye un mapa conceptual apropiado y completo, incluyendo ejemplos, colocando los conceptos en jerarquías y conexiones adecuadas y colocando relaciones en todas las conexiones, dando como resultado final un mapa que es fácil de interpretar
2	Coloca la mayoría de los conceptos en una jerarquía adecuada estableciendo relaciones apropiadas la mayoría de las veces, dando como resultado un mapa fácil de interpretar
1	Coloca sólo unos pocos conceptos en una jerarquía apropiada y usa sólo unas pocas relaciones entre los conceptos, dando como resultado un mapa difícil de interpretar
0	Produce un resultado final que no es un mapa conceptual

4.3.3 INTERVENCIÓN PREVIFUB

La propuesta investigativa PREVIFUB está compuesta por cuatro fichas didácticas las cuales se describen a continuación:

4.3.3.1 FICHA DIDÁCTICA N°1

Esta primera actividad hace referencia a los contenidos previos de los estudiantes. Sus características generales se presentan a continuación:

- **Tipo :** Actividad Individual
- **Duración :** 2 Horas Pedagógicas
- **Objetivos de la actividad:** Reforzar conocimientos previos de los estudiantes relacionados con el estudio de relaciones y funciones.

- **Aprendizajes esperados:**
 - Conocer, relacionar y aplicar conocimientos previos sobre relaciones y funciones.
 - Visualizar y representar gráficamente una función.
- **Materiales:** Ficha didáctica N° 1 (Contenidos previos)

4.3.3.1.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se entregarán indicaciones generales y objetivos de la actividad señalando los aprendizajes esperados.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica.
- **Momento de término:** Se elaborarán conclusiones finales y se responderán posibles dudas sobre los contenidos estudiados. Finalmente se agradecerá a los estudiantes por el apoyo y colaboración brindada durante la sesión.

4.3.3.1.2 DISEÑO

El diseño de la ficha didáctica N°1 se encuentra en la sección Anexos página 88 de esta investigación.

4.3.3.2 FICHA DIDÁCTICA N°2

La ficha N°2 corresponde a los contenidos correspondientes a Inyectividad y Epiyectividad. Sus características generales se presentan a continuación:

- **Tipo :** Actividad Grupal
- **Duración :** 4 Horas Pedagógicas

• **Objetivos de la actividad:**

- Entregar herramientas necesarias para que el estudiante pueda construir su conocimiento referente al tema de Inyectividad y Epiyectividad de funciones.
- Fomentar un ambiente colaborativo y de retroalimentación entre estudiantes.

• **Aprendizajes esperados:**

- Construir propios conocimientos sobre funciones Inyectivas y Epiyectivas.
- Visualizar Inyectividad y Epiyectividad de funciones mediante el software Geogebra.
- Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
- Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.

• **Materiales:**

- Ficha Didáctica N°2
- Computadores Personales y/o Tablets
- Internet
- Software Geogebra
- Pizarra Digital

4.3.3.2.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se entregarán indicaciones generales y objetivos de la actividad señalando los aprendizajes esperados.

- **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica.
- **Momento de término:** Se elaborarán conclusiones finales y se responderán posibles dudas sobre los contenidos estudiados. Finalmente se agradecerá a los estudiantes por el apoyo y colaboración brindada durante la sesión.

4.3.3.2.2 DISEÑO

El diseño de la ficha didáctica N°2 se encuentra en la sección Anexos página 91 de esta investigación.

4.3.3.3 FICHA DIDÁCTICA N°3

Esta tercera actividad corresponde a los contenidos referentes a la función Biyectiva. Sus características generales se presentan a continuación:

- **Tipo :** Actividad Grupal
- **Duración :** 2 Horas Pedagógicas
- **Objetivos de la actividad:**
 - Entregar herramientas necesarias para que el estudiante pueda construir su conocimiento referente al tema de Funciones Biyectivas
 - Fomentar un ambiente colaborativo y de retroalimentación entre estudiantes.
- **Aprendizajes esperados:**
 - Construir propios conocimientos sobre funciones Biyectivas
 - Reconocer y visualizar funciones Biyectivas mediante el software Geogebra.

- Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
 - Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.
- **Materiales:**
 - Ficha Didáctica N°3
 - Computadores Personales y/o Tablets
 - Internet
 - Software Geogebra
 - Pizarra Digital

4.3.3.3.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se entregarán indicaciones generales y objetivos de la actividad señalando los aprendizajes esperados.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica.
- **Momento de término:** Se elaborarán conclusiones finales y se responderán posibles dudas sobre los contenidos estudiados. Finalmente se agradecerá a los estudiantes por el apoyo y colaboración brindada durante la sesión.

4.3.3.3.2 DISEÑO

El diseño de la ficha didáctica N°3 se encuentra en la sección Anexos página 103 de esta investigación.

4.3.3.4 FICHA DIDÁCTICA N°4

Esta cuarta actividad hace referencia a los contenidos correspondientes a la Función Inversa de la función Biyectiva. Sus características generales se presentan a continuación:

- **Tipo :** Actividad Grupal
- **Duración :** 2 Horas Pedagógicas
- **Objetivos de la actividad:**
 - Entregar herramientas necesarias para que el estudiante pueda construir su conocimiento relativo a la función Inversa de una función Biyectiva.
 - Fomentar un ambiente colaborativo y de retroalimentación entre estudiantes.
- **Aprendizajes esperados:**
 - Construir propios conocimientos sobre funciones Inversas
 - Reconocer y visualizar la función Inversa mediante el software Geogebra.
 - Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
 - Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.
- **Materiales:**
 - Ficha Didáctica N°4
 - Computadores Personales y/o Tablets

- Internet
- Software Geogebra
- Pizarra Digital

4.3.3.4.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se entregarán indicaciones generales y objetivos de la actividad señalando los aprendizajes esperados.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo de la ficha didáctica.
- **Momento de término:** Se elaborarán conclusiones finales y se responderán posibles dudas sobre los contenidos estudiados. Finalmente se agradecerá a los estudiantes por el apoyo y colaboración brindada durante la sesión.

4.3.3.4.2 DISEÑO

El diseño de la ficha didáctica N°4 se encuentra en la sección Anexos página 109 de esta investigación.

4.3.4 POST-TEST

Instrumento de evaluación que se aplicará una vez finalizado el estudio de la función Biyectiva y la intervención PREVIFUB a todos los integrantes de la muestra (grupos control y grupos experimentales).

La finalidad de esta evaluación es medir y analizar los conocimientos adquiridos luego del estudio de la Función Biyectiva para una posterior comparación con los resultados obtenidos en el Pre-test

Las características de este instrumento evaluativo se describen a continuación:

- **Tipo:** Evaluación Individual

- **Duración:** 60 minutos.
- **Objetivos del test:**
 - Evaluar conocimientos adquiridos por los estudiantes de la muestra luego del estudio de la Función Biyectiva
- **VARIABLES A MEDIR:**
 - Visualización
 - Rendimiento
 - Aprendizaje Significativo
- **Materiales:** Post-test

4.3.4.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se indicarán instrucciones y objetivos de la evaluación.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo del instrumento evaluativo.
- **Momento de término:**
 - Despedida y agradecimientos hacia los estudiantes del grupo control por la colaboración durante la aplicación del Post-test.
 - Agradecimientos a los estudiantes del grupo experimental por la colaboración en la aplicación del Post-test y posteriormente se darán indicaciones y objetivos para la resolución de la evaluación final (Encuesta).

Las características generales de este instrumento de evaluación se indican a continuación:

- **Tipo:** Evaluación Individual
- **Duración:** 10 minutos.
- **Objetivos de la encuesta:**
 - Medir variables dependientes de esta investigación y conocer la opinión sobre la intervención PREVIFUB por parte de los estudiantes del grupo experimental.
- **Variables a medir:** Visualización y Aprendizaje Significativo
- **Materiales:** Encuesta

4.3.5.1 DESCRIPCIÓN DE MOMENTOS

- **Momento de inicio:** Se indicarán instrucciones y objetivos de la evaluación.
- **Momento de desarrollo:** Desarrollo del instrumento evaluativo.
- **Momento de término:** Despedida y agradecimientos hacia los estudiantes por la colaboración e interés durante la intervención de la propuesta de enseñanza PREVIBUB.

4.3.5.2 DISEÑO ENCUESTA

El diseño de la encuesta aplicada a los estudiantes se encuentra en la sección Anexos página 118 de esta investigación.

4.3.5.3 PAUTA DE CORRECCIÓN DE ENCUESTA

El criterio de evaluación para la encuesta aplicada en la propuesta PREVIFUB será a través de la escala Likert, la cual consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide a los participantes que indiquen qué tan de acuerdo están de cada afirmación o juicio, eligiendo uno de los cinco puntos o categorías de la escala. A cada punto se le asignará un valor numérico. (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

Los criterios a considerar en la encuesta y los valores asignados se indican en la tabla N° 19.

Tabla 19: Escala de Likert

CRITERIO	PUNTAJE
MUY DESACUERDO	1
DESACUERDO	2
INDIFERENTE	3
DE ACUERDO	4
MUY DE ACUERDO	5

CAPÍTULO V:
ANÁLISIS DE DATOS

5.1 ANÁLISIS DE ENCUESTA

Esta encuesta fue aplicada solo a los grupos experimentales de esta investigación ya que se pretende medir el nivel de visualización y el posible aprendizaje significativo en los estudiantes luego de aplicada la intervención PREVIFUB.

Para una comparación de resultados entre ambos grupos, se considerarán los promedios de cada pregunta en las dos encuestas realizadas, y los resultados obtenidos se muestran en las tablas N° 20 y N° 21.

Tabla 20: Puntaje por criterio

1	MUY DESACUERDO
2	DESACUERDO
3	INDIFERENTE
4	DE ACUERDO
5	MUY DE ACUERDO

Tabla 21: Puntajes promedio

AFIRMACIONES REFERIDAS A LA METODOLOGÍA DE INTERVENCIÓN	GRUPO E1	GRUPO E2
P1	4	5
P2	4	5
P3	5	5
P4	5	5
P5	4	5
P6	5	4

P7	4	5
P8	4	4
P9	4	4
P10	2	1
P11	2	2
P12	2	2
P13	4	5
P14	4	5
P15	1	1

Al representar gráficamente los resultados anteriores, se obtiene el gráfico N° 3.

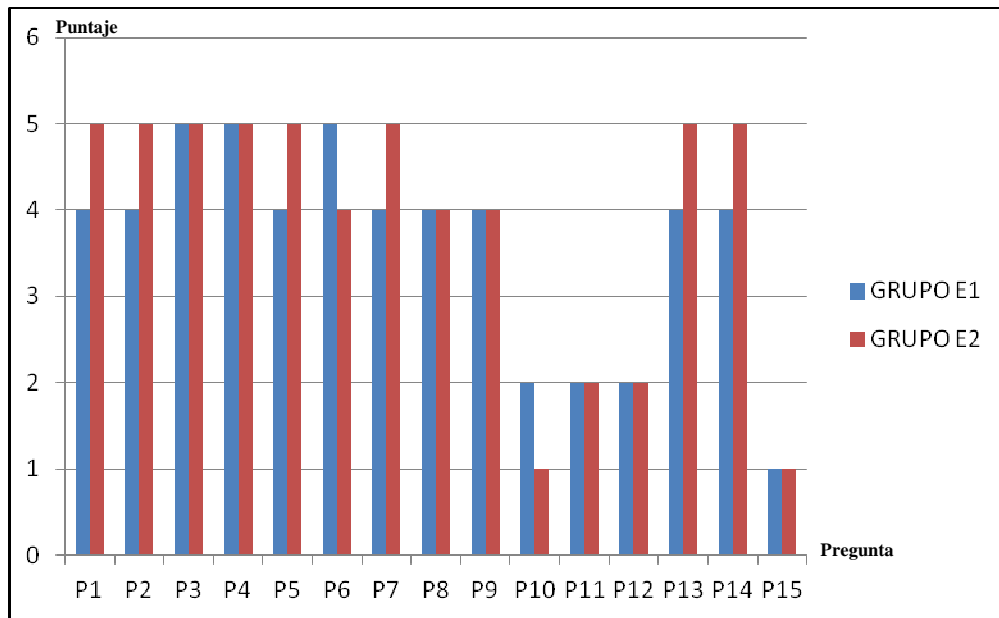


Gráfico 3: Puntajes promedio

La tabla N° 22 indica la variable dependiente que mide cada una de las preguntas.

Tabla 22: Medición de variables

N° Pregunta / Medición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Aprendizaje Significativo	X				X	X	X	X			X	X	X	X	X
Visualización		X	X	X					X	X		X			X

Las preguntas 10, 11, 12 y 15 están contextualizadas en un enfoque tradicional y conductista y se puede observar en el gráfico N° 3 que los estudiantes en ambos grupos experimentales no están de acuerdo a este tipo de metodología ya que sus respuestas no superan el promedio de 2 puntos.

Por el contrario, el resto de las respuestas en ambos grupos supera el promedio de 3 puntos situándose sobre 4 puntos. Esto quiere decir que los alumnos no consideran indiferente la propuesta ya que ninguna pregunta obtuvo puntaje promedio 3.

Consecuentemente a lo expuesto, se puede afirmar que los estudiantes en ambos grupos consideran atractiva la intervención de la propuesta PREVIFUB ya que las variables visualización y aprendizaje significativo fueron evaluadas con muy buenos resultados. Esto quiere decir que la metodología empleada en ambos grupos fue considerada útil y atractiva por los estudiantes y significativa para el desarrollo de su aprendizaje.

5.2.2 COMPARACIÓN PRE-TEST

La tabla N° 27 sintetiza los promedios generales de notas obtenidas por los grupos control y experimental.

Tabla 27: Promedios Pre-test

	GC1	GC2	GE1	GE2
Promedio Pre-test	4,0	3,8	4,2	3,7

La tabla anterior se representa en el grafico N° 8.

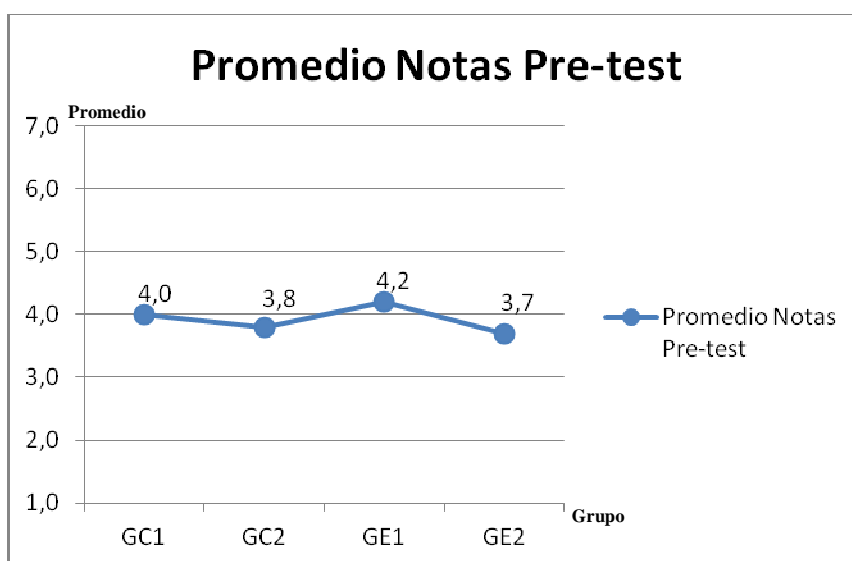


Gráfico 8: Promedios Pre-test

De acuerdo a la información señalada anteriormente se puede afirmar que ambos grupos controles son homogéneos en rendimiento, lo mismo ocurre con los grupos experimentales. Esto se refleja en el gráfico N° 8 el cual señala que en general los cuatro grupos a los cuales se le aplicó la evaluación Pre-test obtuvo resultados similares, concluyendo así que todos los grupos evaluados son homogéneos entre sí.

Además con esta evaluación se pudo constatar que los grupos poseen un mal manejo de contenidos previos, ya que en el gráfico N° 8 se puede apreciar que dos de los grupos tienen nota suficiente mientras que los otros dos poseen nota insuficiente. Por este motivo en los grupos experimentales fue necesario realizar un repaso general antes de la implementación.

GC1A21	0	1	1	0	1	4	4	2	4	17	4,0
GC1A22	0	0	1	1	1	3	4	3	5	18	4,3
GC1A23	1	1	1	1	1	5	5	5	9	29	7,0
GC1A24	1	1	0	1	1	2	3	2	5	16	3,8
GC1A25	1	1	1	1	1	2	3	3	4	17	4,0

El gráfico N° 9 representa las calificaciones obtenidas del GC1 en el Post-test.

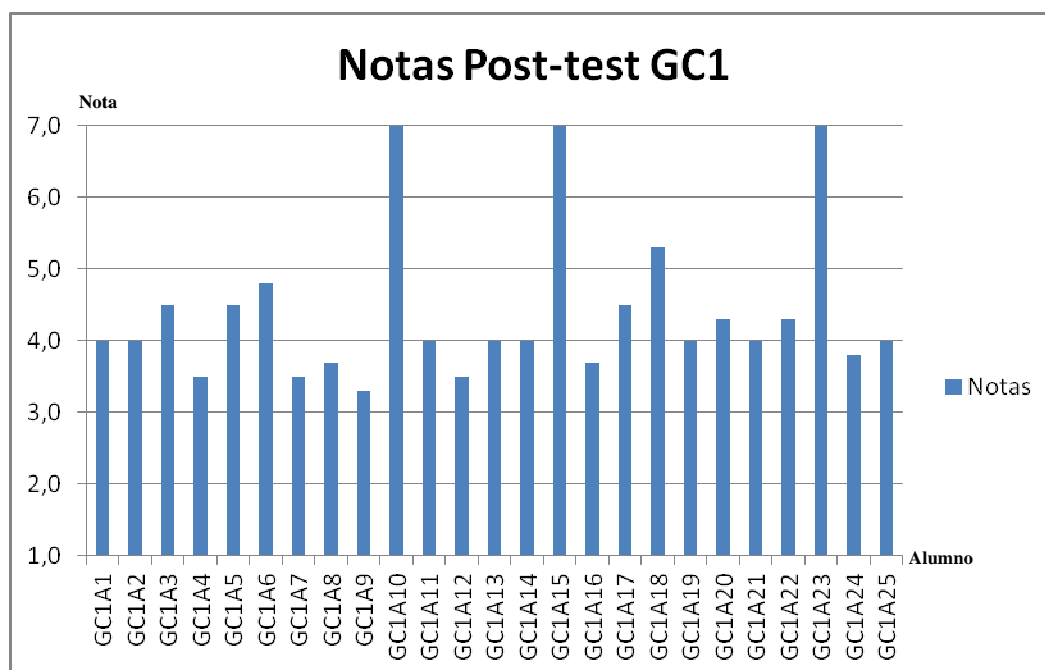


Gráfico 9: Calificaciones GC1 Post-test

La tabla N° 29 representa los resultados obtenidos en el Grupo Control N°2 (GC2).

Tabla 29: Resultados GC2 Post-test

Alumnos	ÍTEMS									Total	Notas
	I					II			III		
	I.1	I.2	I.3	I.4	I.5	II.1	II.2	II.3	III.1		
GC2A1	0	1	1	0	0	4	4	3	4	17	4,0
GC2A2	1	0	0	1	1	3	4	3	4	17	4,0
GC2A3	1	0	1	0	1	3	3	3	5	17	4,0
GC2A4	1	1	1	0	0	3	2	2	2	12	3,1
GC2A5	1	1	1	1	1	5	5	5	9	29	7,0

GE1A14	1	1	0	0	1	5	4	4	8	24	5,8
GE1A15	1	1	1	1	0	2	4	3	6	19	4,5
GE1A16	1	1	0	1	0	2	2	3	5	15	3,7
GE1A17	1	1	1	1	1	1	5	5	7	23	5,5
GE1A18	1	1	0	0	1	4	4	3	6	20	4,8
GE1A19	1	1	1	1	1	5	5	5	9	29	7,0
GE1A20	1	1	1	1	1	4	4	3	8	24	5,8
GE1A21	1	1	0	0	1	3	3	2	6	17	4,0
GE1A22	1	1	1	1	1	4	3	3	7	22	5,3
GE1A23	1	1	1	1	1	5	5	5	9	29	7,0
GE1A24	1	1	1	0	0	3	2	4	6	18	4,3
GE1A25	1	1	1	1	1	2	2	3	5	17	4,0
GE1A26	1	1	1	1	1	4	3	3	7	22	5,0
GE1A27	1	1	1	1	0	2	3	4	7	20	4,8
GE1A28	1	1	1	1	1	5	4	4	9	27	6,5
GE1A29	1	1	1	0	0	3	3	3	6	18	4,3
GE1A30	1	1	0	1	1	2	4	4	6	20	4,8

El gráfico N° 11 representa las calificaciones obtenidas del GE1 en el Post-test.

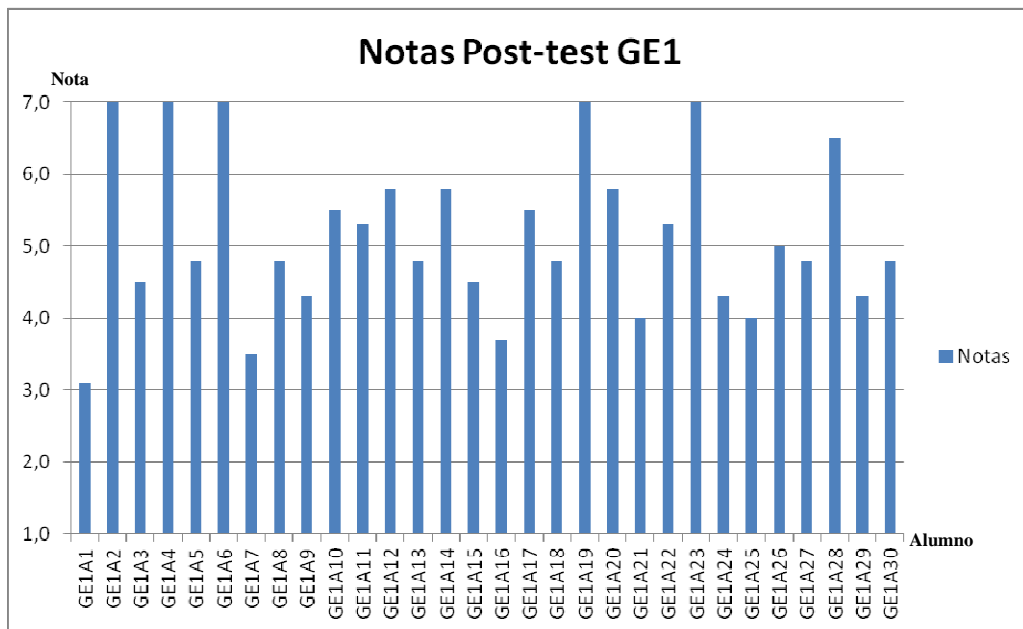


Gráfico 11: Calificaciones GE1 Post-test

El gráfico N° 12 representa las calificaciones obtenidas del GE2 en el Post-test.

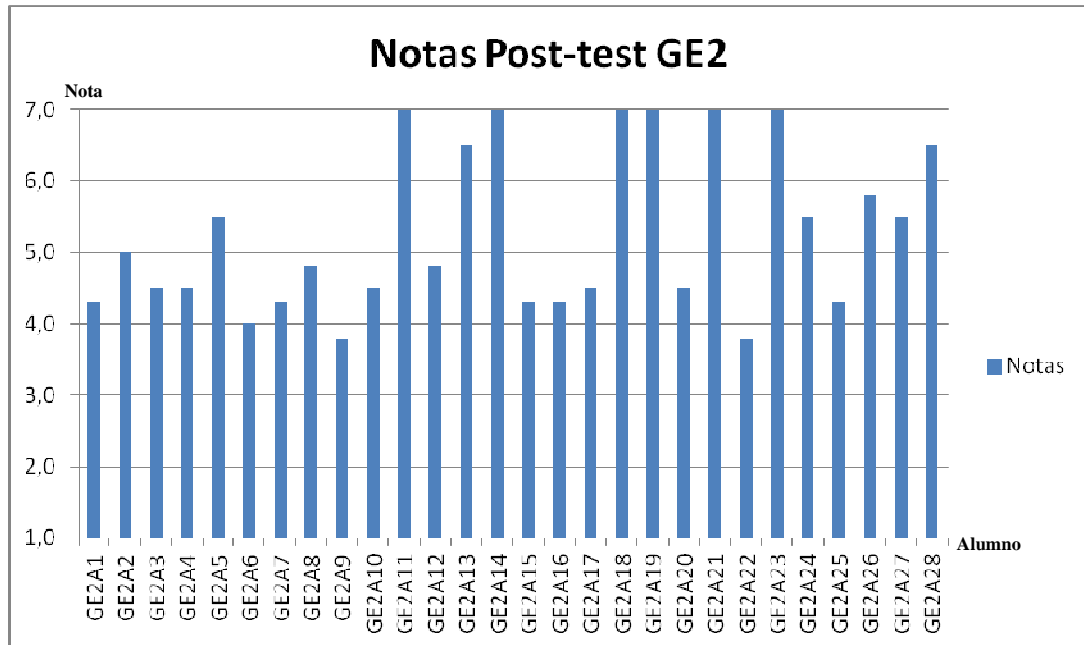


Gráfico 12: Calificaciones GE2 Post-test

5.3.2 COMPARACIÓN POST-TEST

La tabla N° 32 sintetiza los promedios generales de notas obtenidas por los grupos control y experimental.

Tabla 32: Promedios Post-test

	GC1	GC2	GE1	GE2
Promedio Post-test	4,4	4,2	5,1	5,3

La tabla anterior se representa en el gráfico N° 13.

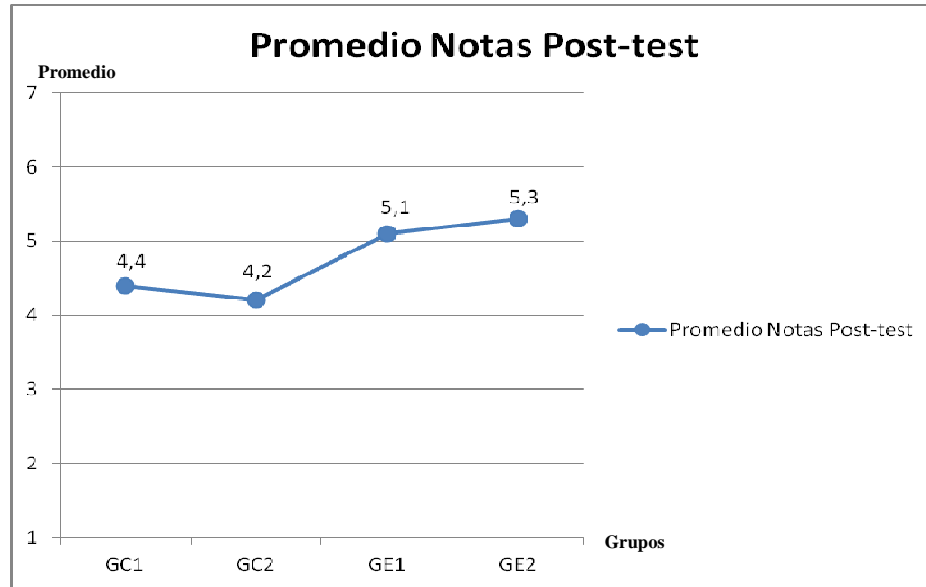


Gráfico 13: Promedios Post-test

Con respecto al gráfico N° 13 se infiere que los grupos experimentales obtuvieron mejores resultados que los grupos controles.

5.4 COMPARACIÓN ENTRE PRE-TEST Y POST-TEST

La tabla N° 33 muestra una comparación entre los integrantes de la muestra con respecto a los promedios de notas obtenidas en cada una de las evaluaciones.

Tabla 33: Comparación Resultados

GRUPO	PRE-TEST	POST-TEST
GC1	4,0	4,4
GC2	3,8	4,2
GE1	4,2	5,1
GE2	3,7	5,3

La tabla anterior se representa en el gráfico N° 14

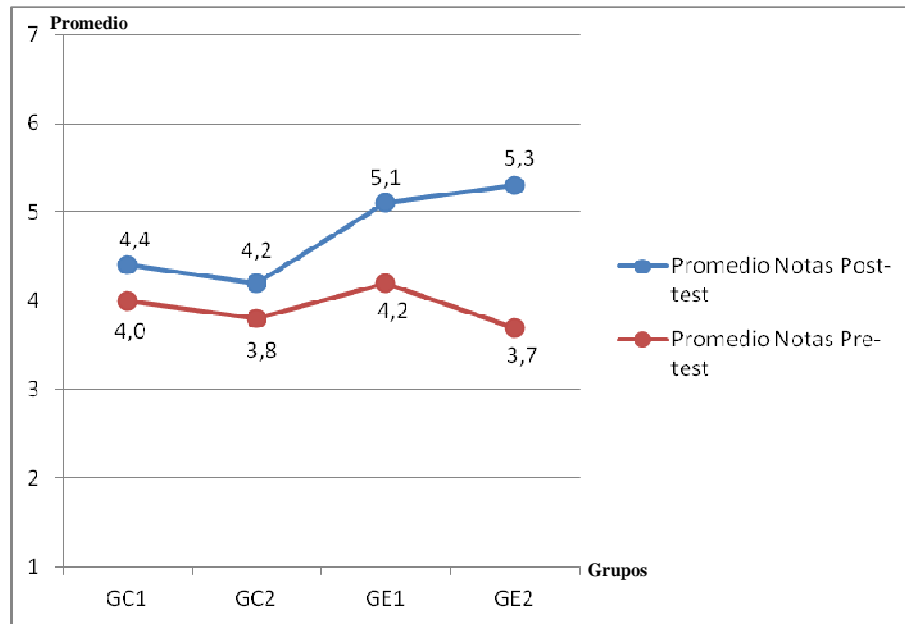


Gráfico 14: Comparación Resultados

En el gráfico N° 14 se muestra una comparación entre ambas evaluaciones y se puede apreciar que en cada uno de los grupos los resultados obtenidos en el Post-test fueron más altos que en el Pre-test, pero los resultados correspondientes a los grupos experimentales son más significativos.

Por lo anterior, se puede concluir que la Propuesta de Enseñanza PREVIFUB tuvo resultados positivos en su implementación, ya que estos resultados reflejan una mejora considerable en el rendimiento académico de los estudiantes en ambos grupos experimentales ya que, por ejemplo el GE2 en el Pre-test obtuvo nota 3,7 y en el Post-test su calificación fue de 5,3.

Finalmente, la tabla N° 34 refleja una comparación entre grupos tomando en cuenta el porcentaje de aprobación de cada uno de los grupos en las distintas pruebas aplicadas.

Tabla 34: Porcentaje de logro

GRUPO	PRE-TEST	POST-TEST	DIFERENCIA
GC1	50 %	57 %	7 %
GC2	47 %	54 %	7 %
GE1	54 %	69 %	15 %
GE2	45 %	72 %	27 %

Como se puede apreciar en la tabla N° 34, la diferencia indica el porcentaje de aumento de cada uno de los grupos en consideración a la prueba Pre-test, por ejemplo, en el caso del GC1 tuvo en el Pre-test un 50% de aprobación y luego de aplicado el Post-test, su rendimiento aumentó en un 7%.

Después de expuesto los datos analizados con anterioridad, se concluye que la propuesta tuvo resultados positivos ya que los estudiantes a los cuales se le aplicó la intervención de la propuesta PREVIFUB obtuvieron mejores resultados en el rendimiento académico en comparación con los estudiantes que continuaron su aprendizaje con una metodología tradicional Además en la encuesta aplicada a estos alumnos se logró constatar que estos estudiantes lograron una mejor visualización en el estudio de la función Biyectiva, provocando en ellos que su aprendizaje fuese significativo.

CONCLUSIONES Y BIBLIOGRAFÍAS

CONCLUSIÓN

Las siguientes conclusiones se basan en las respuestas a las interrogantes planteadas y a los resultados de la estrategia utilizada:

- EN CUANTO A LAS PREGUNTAS:

- 1) ¿Es posible una mejor visualización de los estudiantes del nivel NM4 al momento de identificar la función Biyectiva (Inyectiva y Sobreyectiva) con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital?

Durante la intervención se pudo constatar que los estudiantes lograban una mejor visualización con respecto a los conceptos, gráficas y características de la función Biyectiva, ya que al momento de graficar cada una de las funciones en el software Geogebra, los estudiantes lograban visualizar las propiedades y características sin dificultades, esto se vió reflejado en cada una de las fichas didácticas que se utilizaron durante las sesiones. Además al momento de exponer sus conclusiones con la ayuda de la pizarra digital, los estudiantes lograron que otros grupos de trabajo logaran visualizar muchas de sus conclusiones lo que provocó una mejor instancia de retroalimentación entre ellos.

- 2) ¿Es posible mejorar el rendimiento en los estudiantes del nivel NM4 en el estudio la función Biyectiva con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital mediante actividades colaborativas?

Mediante los resultados obtenidos en el Pre-test y Post-test se pudo ver que tanto los grupos experimentales como los grupos controles aumentaron su rendimiento académico, pero solo en los grupos a los cuales se le aplicó la intervención PREVIFUB el aumento fue significativo, ya que por ejemplo, el GE2 en la prueba de Pre-test obtuvo una calificación deficiente 3,7 y luego en el Post-test su calificación promedio fue de 5,3 , lo que refleja que la metodología implementada mejoró el rendimiento académico en estos grupos

gracias a la ayuda de las tecnologías TIC y pizarras digitales para una mejor comprensión de contenidos.

- 3) ¿Es posible obtener aprendizaje significativo en los estudiantes del nivel NM4 en el estudio de función Biyectiva mediante actividades colaborativas con la ayuda del software Geogebra y pizarra digital?

Los estudiantes manifestaron haber obtenido un aprendizaje significativo en el estudio de la función Biyectiva gracias a la metodología implementada y las herramientas tecnológicas utilizadas, esto se vió reflejado en la encuesta que se realizó una vez finalizada la intervención. En ella, los estudiantes manifestaron que con las herramientas utilizadas y la metodología trabajada, su aprendizaje fue mucho más sencillo y claro, pudiendo relacionar los contenidos previos con los ya existentes de manera más significativa para ellos.

• EN CUANTO A LOS RESULTADOS:

Según los resultados obtenidos en los análisis comparativos entre el Pre-test y Post-test, los grupos experimentales obtuvieron mejor rendimiento académico que los grupos controles. Esto quiere decir que la metodología que implementó esta propuesta fue de gran ayuda para que los estudiantes pudiesen visualizar, comprender y aprender la función Biyectiva mediante actividades en forma colaborativa y además los resultados obtenidos en la encuesta final destacan que para los estudiantes el uso de tecnologías y actividades cooperativas fomenta un mejor aprendizaje el cual es significativo para ellos.

Para finalizar, se puede concluir que la Propuesta de Enseñanza para la visualización y estudio de la Función Biyectiva (PREVIFUB) en ambientes de aprendizaje colaborativo en el NM4 a través del software Geogebra y pizarra digital fue de gran utilidad en estudiantes de la muestra para una mejora en su rendimiento académico, por lo cual, a partir de esta investigación, se sugiere utilizar esta metodología en otros aprendizajes esperados matemáticos.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL, D.P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune and Stratton.

AUSUBEL, D.P. (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo (2° Ed). TRILLAS :México.

AUSUBEL D. (1985), Teoría del aprendizaje significativo.

CAMPBELL Y STANLEY (1973), Experimental and Quasi-Experimental Designs for Research, Chicago: Rand McNally.

CLEMENTS Y BATTISTA (1992), Geometry and special reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 420-464). New York: Macmillan.

DÍAZ, F Y HERNÁNDEZ, G (1999). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, Mc Graw Hill, México.

GLOVER, MILLER & DOUG (2002). Panacea or prop: The role of interactive whiteboard in improving teaching effectiveness. (K. University, Ed.) Recuperado el Noviembre de 2010, de [http://www.icme-organisers.dk/tsg15/Glover et al.pdf](http://www.icme-organisers.dk/tsg15/Glover%20et%20al.pdf)

HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., & BAPTISTA, P. (2006). Metodología de Investigación. México: Mc.Graw-Hill.

HERVÁS, C., TOLEDO, P. & GONZÁLEZ, M.d. (2010). La utilización conjunta de la Pizarra Digital Interactiva y el sistema de participación Senteo: Una Experiencia Universitaria. (U. d. Sevilla, Ed.) Revista de Medios de Educación , 36, 203 - 214.

LECHER, M. (2005). Academic honesty through technology. Paper presented at the Proceedings of the 2005 ASCUE Conference, Myrtle Beach, South Carolina

MOREIRA, M.A. (2009). Aprendizaje Significativo de las ciencias: Condiciones de ocurrencia, progresividad y criticidad. Instituto de Física da UFRGS: Porto Alegre, Brasil.

MOREIRA, M. (2010). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo? Nombre editorial: ciudad de publicación.

MUÑOZ, F. (2007). Teorías sociales del proceso Enseñanza-Aprendizaje. Recuperado el 28 de Septiembre de 2010, de IFI: http://www.ifionline.com/Boletin_03/pdf/aprendizaje.pdf

NOVAK, J. D. (2004), El aprendizaje, la creación y utilización del conocimiento. Mapas Conceptuales como herramientas de facilitación en las escuelas y las empresas. Lisboa: Plátano Universitária. 252p.

NUSSBAUM, M., & ZURITA, G. (2005). A conceptual framework based on Activity Theory for mobile CSCL. British Journal of Educational Technology, 1-4.

NUSSBAUM, M., GOMEZ, F., MENA, J., IMBARACK, P., TORRES, A., SINGER, M., Y OTROS. (2006). Aprendizaje Colaborativo Mediado por Tecnología Portátil. Enlaces.

RICHARDSON, A. (2002). Effective Questioning in Teaching Mathematics Using an Interactive Whiteboard. Micromath, 18(2), 8-12. En BECTA (2003). What the research says about using ICT in Maths. Obtenido de <http://www.becta.org.uk/research>

SILVA, C.(2010). Diseño y producción de material didáctico en ciencias. Universidad de Playa Ancha: Valparaíso, Chile.

SILVA, C (2012). "Visualización en la resolución de problemas matemáticos: Una propuesta constructivista, Revista Chilena de Educación Matemática. Volumen 6 N°1. Chile.

VYGOTSKY, L. S. (1973). Mind in Society: The development of higher psychological processes. Cambridge MA: Harvard University Press.

VYGOTSKY, L.(1987,1988). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. La Habana:Científico Técnica.

Resultados simce, <http://www.simce.cl>, <http://www.mineduc.cl>

Evaluación Pisa Matemática, <http://www.pisa.osd.org/>

Ministerio de Educación, [http://www. Mineduc.cl](http://www.Mineduc.cl)

ANEXOS

A.1 PRE-TEST

PRE - TEST

Nombre: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Aprendizajes Esperados:

- Conocer y aplicar conceptos correspondientes a relaciones y funciones.
- Visualizar y representar gráficamente una función.
- Sintetizar conocimientos previos relativos a funciones mediante un mapa conceptual.

ÍTEMS N°1: Selección Múltiple

I. Marca con el símbolo (/) la alternativa correcta, si te equivocas encierra en un círculo para anular esa respuesta, solo se permite una corrección.

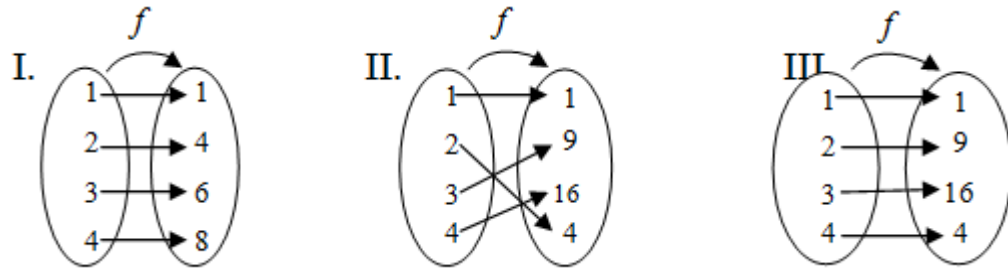
I.1 Si $R = \{(0,1);(0,2);(1,2);(1,2);(1,5)\} \subseteq N. \times N$ el dominio y recorrido de R es:

A) $Dom R = \{1,2,5\}$ $Rec R = \{0,1\}$	B) $Dom R = \{0,1,2,5\}$ $Rec R = \{1,2,5\}$	C) $Dom R = \{0,1\}$ $Rec R = \{1,2,5\}$	D) $Dom R = \{0,1,2,5\}$ $Rec R = \{0,1,2,5\}$	E) N.A
---	---	---	---	------------------

I.2 Si $f(x) = x + 1$ y $g(x) = 3x + 1$ son funciones reales, entonces el valor de $f(1) + g(-1)$ es:

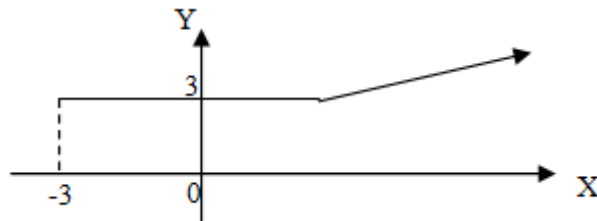
A) 0	B) 4	C) $\frac{1}{4}$	D) $\frac{2}{9}$	E) 3
-------------	-------------	-------------------------	-------------------------	-------------

I.3 ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a la función $f(x) = x^2$?



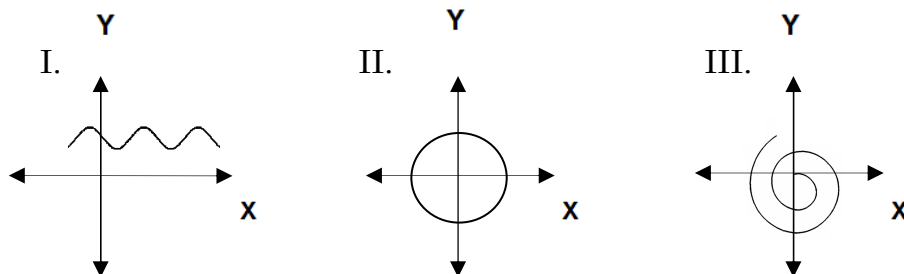
A) Sólo I	B) Sólo II	C) Sólo III	D) I y II	E) I, II y III
------------------	-------------------	--------------------	------------------	-----------------------

I.4 Según el gráfico, ¿Cuál es el dominio de la función?



A) -3	B) $[-3, +\infty[$	C) $[-3, 3[$	D) 3	E) $[0, 3]$
--------------	---------------------------	---------------------	-------------	--------------------

I.5 ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos es(son) función(es)?

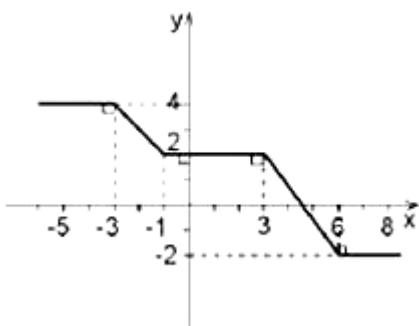


A) Sólo I	B) Sólo II	C) Sólo III	D) I y II	E) II y III
------------------	-------------------	--------------------	------------------	--------------------

ÍTEMS N°2: Ejercicios de desarrollo

II. Para los siguientes ejercicios, debes responder indicando los desarrollos correspondientes.

II.1 Determina la imagen de la función representada en el gráfico para:



- a) $x = 6$
- b) $x = -5$
- c) $x = 3$
- d) $x = 0$

II.2 ¿Cuál es el dominio y recorrido de la función $f : R^* \rightarrow R$ definida por

$$f(x) = \frac{1}{x}?$$

II.3 El dominio de las siguientes funciones reales es el conjunto $A = \{x \in R / -3 \leq x \leq 3\}$;

Determina el recorrido de cada una de ellas:

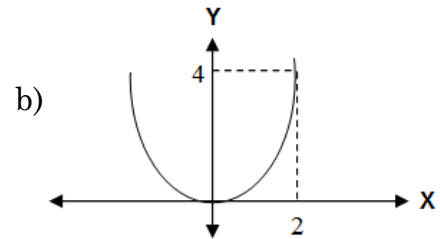
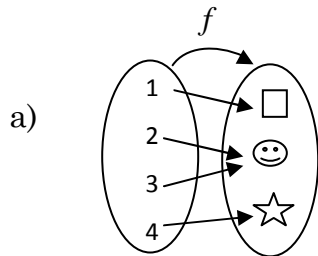
- a) $f(x) = x^2$
- b) $g(x) = 3x + 2$
- c) $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

II.4 ¿Cuál de las siguientes funciones es (son) inyectiva (s)?, ¿Por qué?

i. $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = 2x - 3$

ii. $g : R \rightarrow R$ definida por $g(x) = x^2 - 1$

II.5 Escribe con tus propias palabras por qué los siguientes diagramas corresponden a funciones Epiyectivas.



ÍTEMS N°3: Mapa Conceptual

III. Realiza un mapa conceptual resumiendo tus conocimientos acerca del tema estudiado.

A.2 FICHA N° 1: CONOCIMIENTOS PREVIOS

GUÍA INDIVIDUAL N° 1

Nombre: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Aprendizajes Esperados:

- Conocer, relacionar y aplicar conocimientos previos sobre relaciones y funciones.
- Visualizar y representar gráficamente una función.

1. Sea $R: A \rightarrow B$
 $R(x) = 3x + 2$, donde $A = \{0,1,2,3,4\}$
 $B = \{2,4,5,6\}$

¿Qué puedes concluir al calcular $R(0), R(1), R(2), R(3), R(4)$?

2. Dadas los conjuntos $A = \{1,2,3\}$
 $B = \{a,b,c\}$, ¿Cuál (es) de las siguientes relaciones es (son) funciones? ¿Por qué?

- a) $f = \{(1, a), (2, a), (3, a)\}$
- b) $f = \{(1, c), (1, b), (2, a), (3, c)\}$
- c) $f = \{(1, c), (2, b), (3, a)\}$
- d) $f = \{(2, a)\}$

3. Determina en cada caso si f es función, si no lo es ¿Cómo podría ser función?

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = \frac{x+3}{2}$

c) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $f(x) = x+4$

d) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $f(x) = 5x-6$

4. Dada la siguiente función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2; & \text{si } x < 1 \\ 3x + \frac{1}{2}; & \text{si } x = 1 \\ \frac{2x}{5} - 3; & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Calcula $f(-2), f(1), f(4)$ ¿Cómo llegaste al resultado?

5. Grafica cada una de las funciones utilizando $f(0), f(1); f(2), f(3), f(4)$

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$f(x) = |x - 2|$$

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$f(x) = |x - 2| - 3$$

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$f(x) = |x - 2| + 3$$

¿Qué puedes observar?

6. Sea $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

$$f(x) = 2x + 3$$

- a) Calcula $f(1), f(-1); f(0), f(2)$
- b) Grafica la función anterior.
- c) ¿Qué puedes concluir sobre su gráfica?

A.3 FICHA N° 2: INYECTIVIDAD Y EPIYECTIVIDAD

GUÍA GRUPAL N° 2

Nombres: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Aprendizajes Esperados:

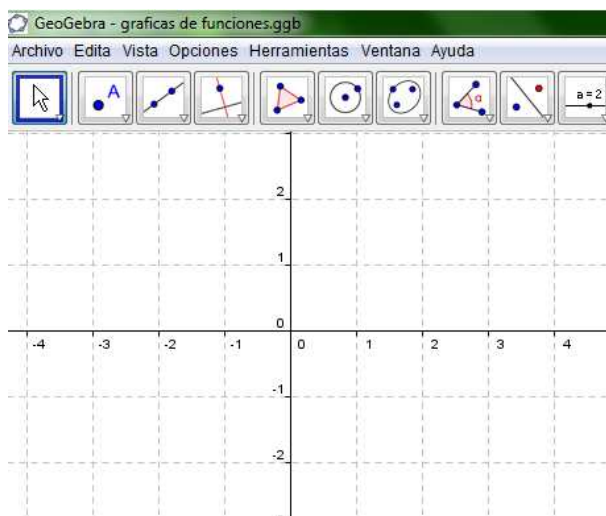
- Construir propios conocimientos sobre funciones Inyectivas y Epiyectivas.
- Visualizar Inyectividad y Epiyectividad de funciones mediante el software Geogebra.
- Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
- Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.

I. Graficar las siguientes funciones con la ayuda del software GEOGEBRA y luego interseca cada una de ellas con la recta $y = \frac{1}{2}$ (Anota tus resultados)

1)

$$f : R \rightarrow R$$

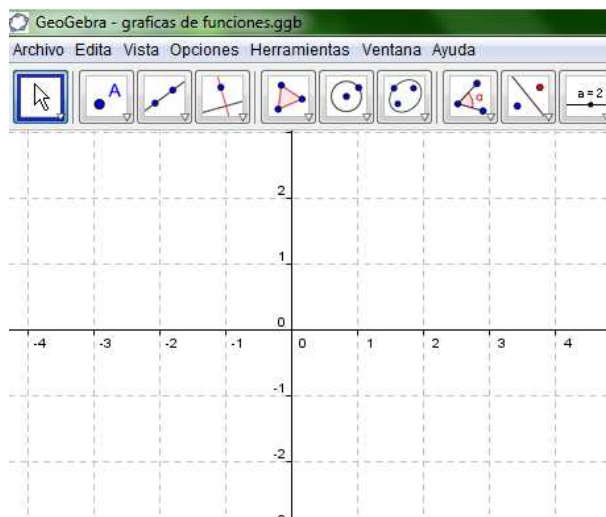
$$f(x) = x^2$$



2)

$$f : R \rightarrow R$$

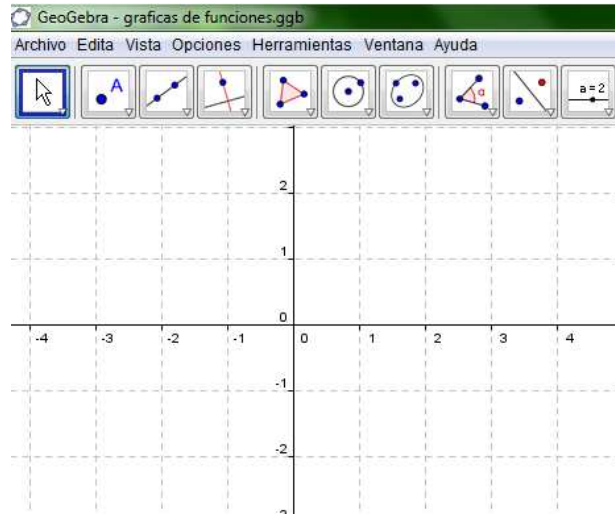
$$f(x) = x$$



3)

$$f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

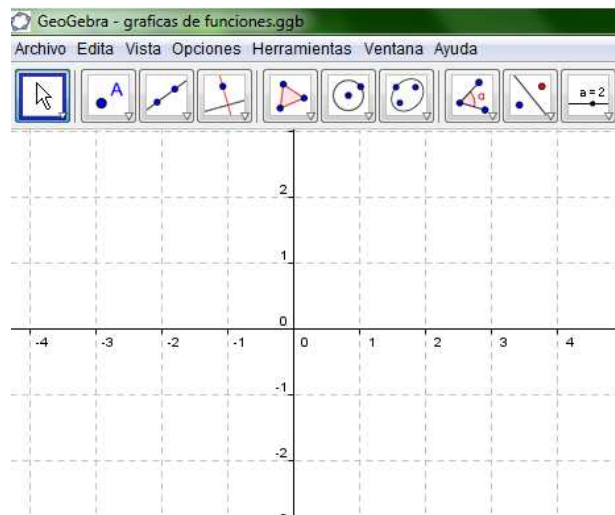
$$f(x) = \frac{1}{x}$$



4)

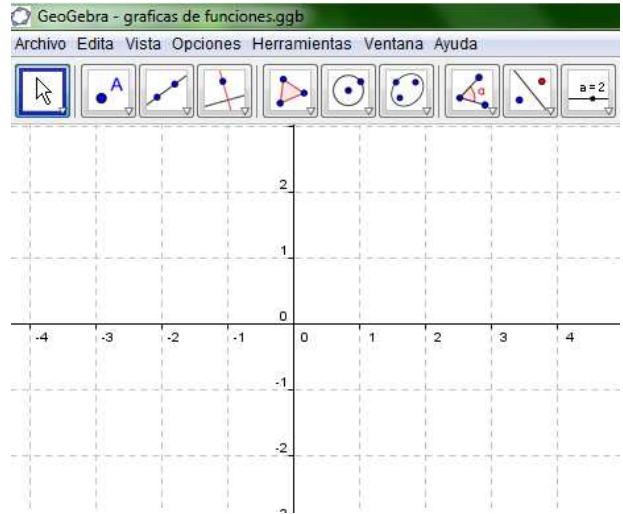
$$f : [-1,1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}$$



5)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = x^3$$



6)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \text{sen}(x)$$



7)

$$f:]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \log(x)$$

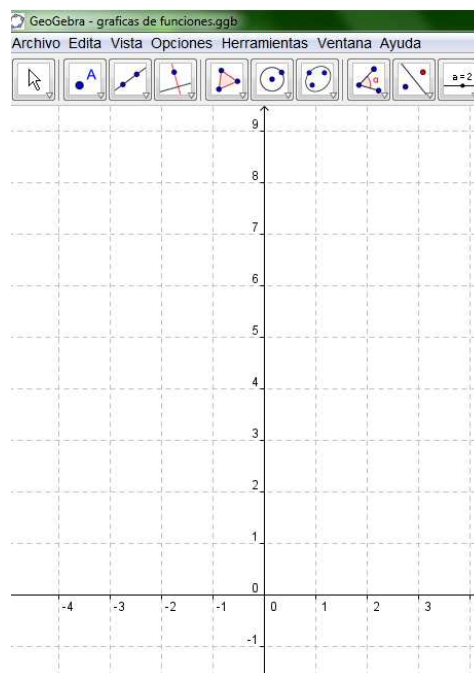
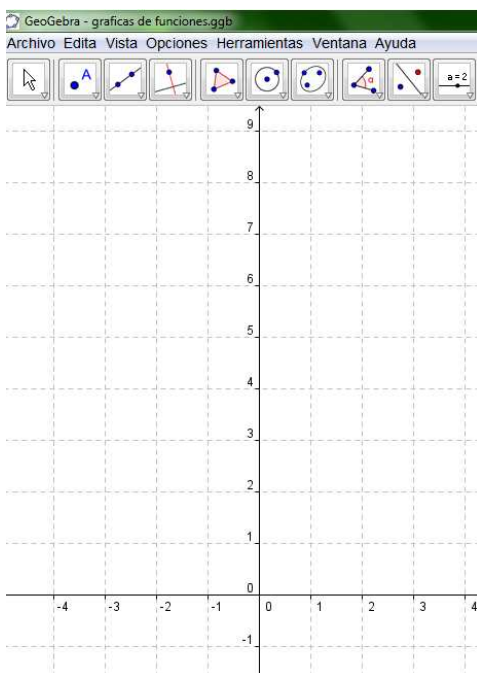


Al mover la recta $y = \frac{1}{2}$ ¿Qué pueden observar?

II. Graficar en GEOGEBRA las siguientes funciones

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$

2) $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2$



Calcular las pre imágenes para: $y = 1$, $y = 4$, $y = 9$, en cada caso.

a) ¿Qué pueden observar en cada una de las gráficas?

b) ¿Cómo podrían generalizar lo anteriormente observado?

c) ¿Cómo nombrarían a todas las funciones que cumplen con la característica observada en el gráfico número dos?

III. Con la ayuda de sus Notebooks, Tablets o Celulares, busquen en internet “FUNCIONES UNO A UNO”

a) ¿Qué información han encontrado?

b) El nombre elegido por ustedes ¿tiene coherencia con la información encontrada en internet?

c) ¿Qué nombre reciben las funciones que cumplen con la característica estudiada?

d) ¿Cuál es la definición formal entregada en internet de este tipo de funciones?, ¿Tiene relación con lo observado en preguntas anteriores?, ¿Por qué?

IV. Completen la siguiente tabla con el nombre del tipo de función estudiado y luego clasifiquen las funciones graficadas en el ejercicio I según corresponda.

FUNCIÓN.....	FUNCIÓN NO.....

V. Con la ayuda de Geogebra, confeccionen una función que cumpla con las características estudiadas y luego anoten sus resultados y conclusiones.

FUNCIÓN	GRÁFICA

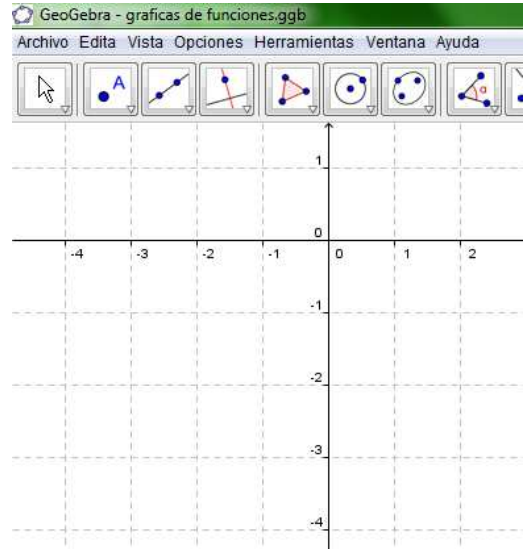
CONCLUSIONES:

VI. Compartan su experiencia y resultados con los demás grupos utilizando como apoyo la pizarra interactiva.

VII. Grafiquen las siguientes funciones con la ayuda del software GEOGEBRA y luego determinen dominio, codominio y recorrido.

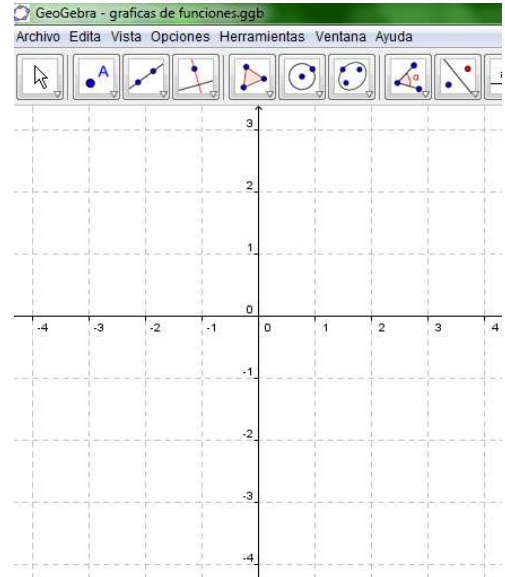
1) $f :]-\infty, 0[\rightarrow]-\infty, 1[$
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$

<i>DOMINIO</i>	
<i>CODOMINIO</i>	
<i>RECORRIDO</i>	



2) $f : \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
 $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$

<i>DOMINIO</i>	
<i>CODOMINIO</i>	
<i>RECORRIDO</i>	

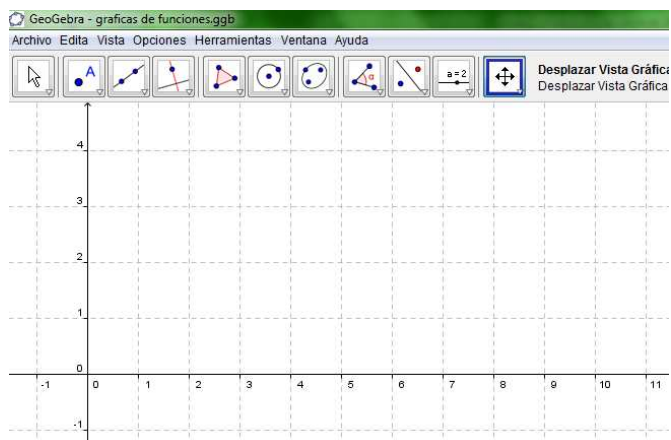


3)

$$f :]3, +\infty[\rightarrow]0, +\infty[$$

$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$

DOMINIO	
CODOMINIO	
RECORRIDO	

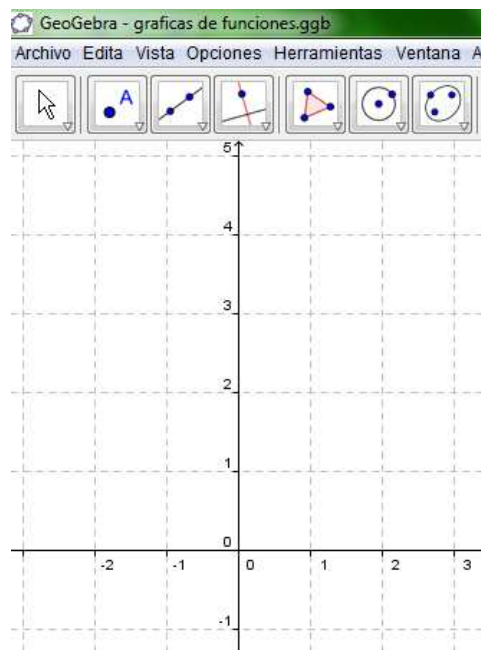


4)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow [2, +\infty[$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

DOMINIO	
CODOMINIO	
RECORRIDO	



Observen y analicen cada una de las funciones graficadas. ¿Cuáles son sus conclusiones?

VIII. Con la ayuda de sus Notebooks, Tablets o Celulares, busquen en internet qué tipo de funciones cumplen con la característica encontrada.

a) ¿Qué información han encontrado?

b) ¿Qué nombre reciben las funciones que cumplen con la característica estudiada?

c) ¿Cuál es la definición formal entregada en internet de este tipo de funciones?

¿Tiene relación con lo observado en preguntas anteriores?, ¿Por qué?

IX. Con la ayuda de Geogebra, confeccionen una función que cumpla con las características estudiadas y luego anoten sus resultados y conclusiones.

FUNCIÓN	GRÁFICA

CONCLUSIONES:

- X. Confeccionen un mapa conceptual incluyendo los tipos de funciones estudiadas hasta el momento.

- XI. Compartan su experiencia y resultados con los demás grupos utilizando como apoyo la pizarra interactiva.

A.4 FICHA N° 3: FUNCIÓN BIYECTIVA

GUÍA GRUPAL N° 3

Nombres: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Aprendizajes Esperados:

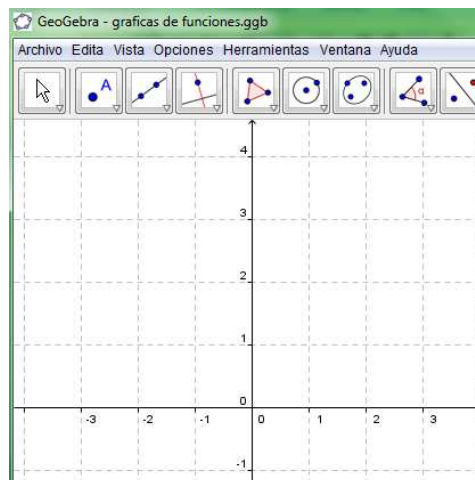
- Construir propios conocimientos sobre funciones Biyectivas
- Reconocer y visualizar funciones Biyectivas mediante el software Geogebra.
- Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
- Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.

I. Grafiquen las siguientes funciones con la ayuda del software GEOGEBRA y luego marquen con una X en la(s) casilla(s) correspondiente(s). (Justifiquen sus resultados)

$$f : R \rightarrow R$$

1) $f(x) = x^2 + 1$

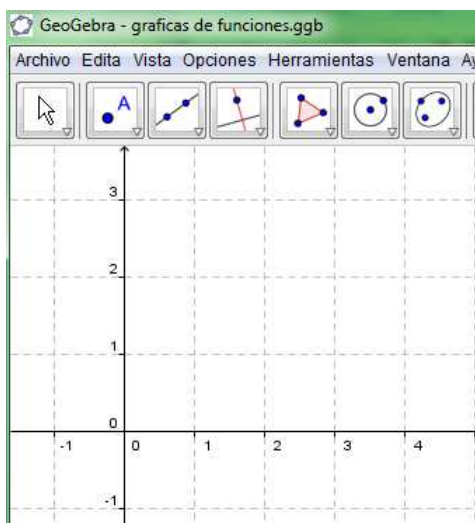
INYEKTIVA	NO INYEKTIVA	EPIYECTIVA	NO EPIYECTIVA



$$f : R \rightarrow R$$

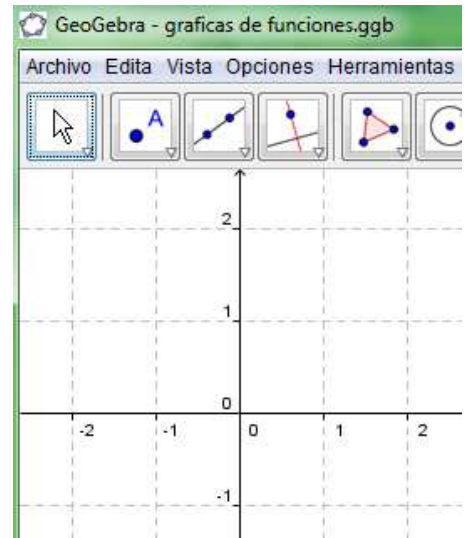
2) $f(x) = \sqrt{2x}$

INYEKTIVA	NO INYEKTIVA	EPIYECTIVA	NO EPIYECTIVA



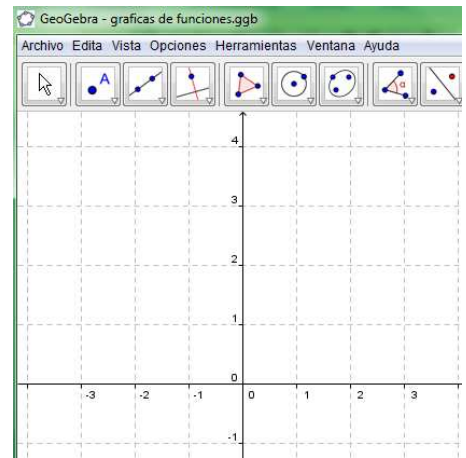
3) $f : [-1,1] \rightarrow [0,1]$
 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

INYECTIVA	NO INYECTIVA	EPIYECTIVA	NO EPIYECTIVA



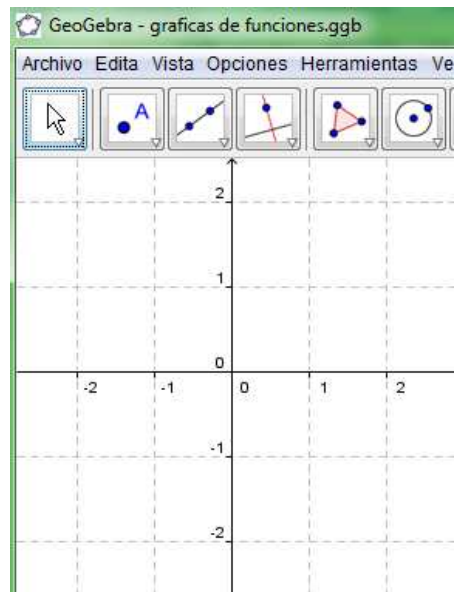
4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x + 3$

INYECTIVA	NO INYECTIVA	EPIYECTIVA	NO EPIYECTIVA



5) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^3 - 1$

INYECTIVA	NO INYECTIVA	EPIYECTIVA	NO EPIYECTIVA



¿Qué pueden observar en las últimas dos gráficas?

II. Con la ayuda de sus Notebooks, Tablets o Celulares, busquen en internet qué tipo de funciones cumplen con la característica encontrada.

e) ¿Qué información han encontrado?

f) ¿Qué nombre reciben las funciones que cumplen con la característica estudiada?

g) ¿Cuál es la definición formal entregada en internet de este tipo de funciones?, ¿Tiene relación con lo observado en preguntas anteriores?, ¿Por qué?

III. Completen la siguiente tabla con el nombre del tipo de función estudiado y luego clasifiquen las funciones graficadas en el ejercicio I según corresponda.

FUNCIÓN.....	FUNCIÓN NO.....

IV. Con la ayuda de Geogebra, confeccionen una función que cumpla con las características estudiadas y luego anoten sus resultados y conclusiones.

FUNCIÓN	GRÁFICA

CONCLUSIONES:

- V. Confeccionen un Mapa Conceptual incluyendo los tres tipos de funciones estudiadas.

- VI. Compartan su experiencia y resultados con los demás grupos utilizando como apoyo la pizarra interactiva.

A.5 FICHA N° 4: INVERSA DE LA FUNCIÓN BIYECTIVA

GUÍA GRUPAL N° 4

Nombres: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Aprendizajes Esperados:

- Construir propios conocimientos sobre funciones Inversas
- Reconocer y visualizar la función Inversa mediante el software Geogebra.
- Sintetizar contenidos adquiridos mediante la construcción de Mapas Conceptuales
- Exponer conocimientos adquiridos con la ayuda de Pizarra Digital.

I. Analicen los siguientes diagramas sagitales y luego completen la tabla marcando con una X según corresponda:

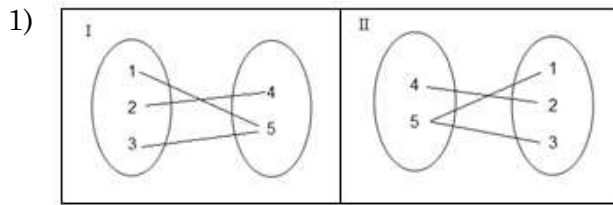


	DIAGRAMA I	DIAGRAMA II
	SI	NO
¿ES FUNCIÓN?		
¿ES INYECTIVA?		
¿ES EPIYECTIVA?		
¿ES BIYECTIVA?		

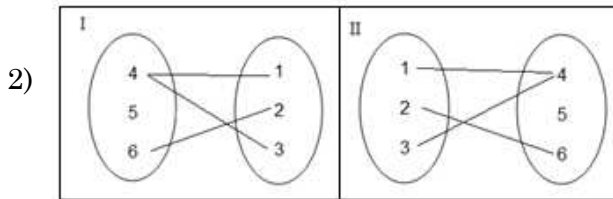


	DIAGRAMA I	DIAGRAMA II
	SI	NO
¿ES FUNCIÓN?		
¿ES INYECTIVA?		
¿ES EPIYECTIVA?		
¿ES BIYECTIVA?		

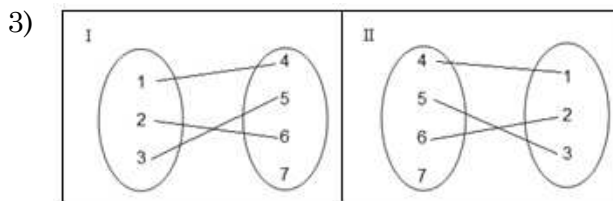


	DIAGRAMA I	DIAGRAMA II
	SI	NO
¿ES FUNCIÓN?		
¿ES INYECTIVA?		
¿ES EPIYECTIVA?		
¿ES BIYECTIVA?		

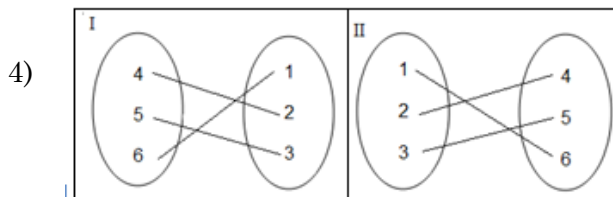


	DIAGRAMA I	DIAGRAMA II
	SI	NO
¿ES FUNCIÓN?		
¿ES INYECTIVA?		
¿ES EPIYECTIVA?		
¿ES BIYECTIVA?		

a) ¿Qué pueden observar?

b) ¿En qué casos es posible invertir el Dominio y el Codominio de modo que el nuevo diagrama siga representando a una función? ¿Por qué?

c) ¿Qué nombre les darían a este tipo de funciones? ¿Por qué?

II. Con la ayuda de sus Notebooks, Tablets o Celulares, busquen en internet qué tipo de funciones cumplen con la característica encontrada.

h) ¿Qué información han encontrado?

i) ¿Qué nombre reciben las funciones que cumplen con la característica estudiada?

j) ¿Cuál es la notación para este tipo funciones?

k) ¿Cuál es la definición formal entregada en internet de este tipo de funciones?, ¿Tiene relación con lo observado en preguntas anteriores?, ¿Por qué?

III. Dadas las siguientes funciones biyectivas:

$$f : R - \{1\} \rightarrow R - \{2\}$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$g : R - \{2\} \rightarrow R - \{1\}$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

- a) Calculen algebraicamente el recorrido de cada función despejando la variable "x"

RECORRIDO DE f	RECORRIDO DE g

- b) ¿Qué pueden observar al comparar ambas funciones?

- c) ¿Qué relación tiene la función f con respecto a la función g según lo estudiado?

IV. A partir de la función biyectiva $f : R \rightarrow R$ con $f(x) = 5 + \frac{x}{3}$ encuentren f^{-1} y luego completen cada recuadro según corresponda

FUNCIÓN f	FUNCIÓN f^{-1}
$f : R \rightarrow R$ $f(x) = 5 + \frac{x}{3}$	$f^{-1} : \square \rightarrow \square$ $f^{-1}(x) = \square$

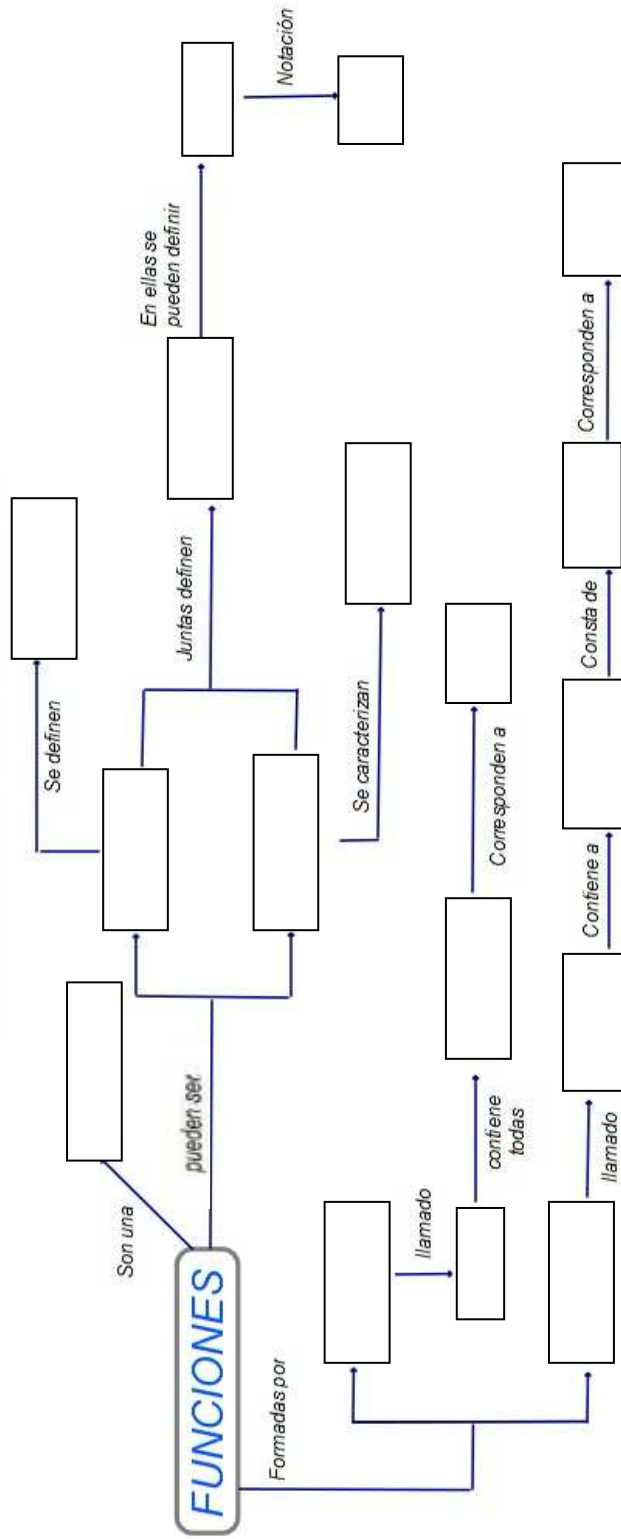
V. Completen el siguiente mapa conceptual relativo a funciones y su clasificación, para ello utilicen los conceptos y definiciones dados

VI. Compartan su experiencia y resultados con los demás grupos utilizando como apoyo la pizarra interactiva.

Conceptos a utilizar en el mapa conceptual:



**MAPA CONCEPTUAL
FUNCIONES Y SU CLASIFICACIÓN**



A.6 POST-TEST

POST - TEST

Nombre: _____

Curso: _____

Sector: Matemática

Unidad: N° 3 Funciones.

Objetivo:

- Evaluar conocimientos adquiridos por los estudiantes de la muestra luego del estudio de la Función Biyectiva

I) Selección Múltiple (2 puntos cada una)

Marca con el símbolo (/) la alternativa correcta, si te equivocas encierra en un círculo para anular esa respuesta, solo se permite una corrección.

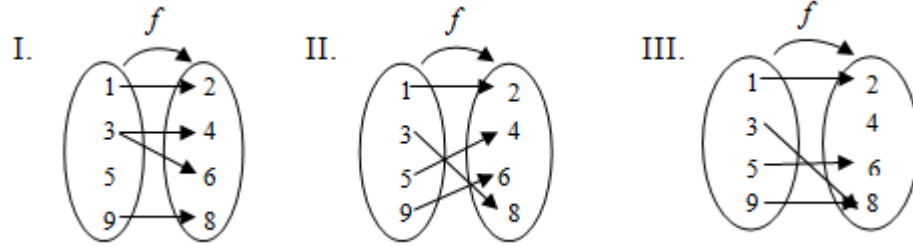
I.1 Si $f(x) = 3x - 1$ es una función real, entonces el valor de $f(-3)$ es:

A) -1	B) 0	C) -10	D) 2	E) 10
-------	------	--------	------	-------

I.2 Si $R = \{(1,1); (2,4); (1,7); (3,1); (4,2)\} \subseteq N \times N$ el dominio y recorrido de R es:

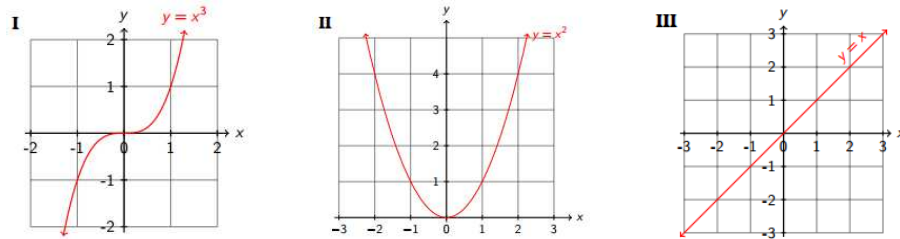
$Dom R = \{1,2,4\}$ A) $Rec R = \{1,2,3,4,7\}$	$Dom R = \{1,2,3,4\}$ B) $Rec R = \{1,2,4,7\}$	$Dom R = \{1,2,3,4\}$ C) $Rec R = \{1,2,3,4\}$	$Dom R = \{1,2,4,7\}$ D) $Rec R = \{1,2,3,4\}$	E) N.A
---	---	---	---	--------

I.3 ¿Cuál(es) de las siguientes representaciones corresponde(n) a una función?



A) Sólo I	B) Sólo II	C) Sólo III	D) I y II	E) II y III
-----------	------------	-------------	-----------	-------------

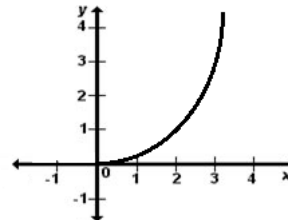
I.4 Indica cuál(es) de las siguientes gráficas corresponde(n) a una función Biyectiva



A) Sólo I	B) Sólo II	C) Sólo III	D) I y II	E) I y III
-----------	------------	-------------	-----------	------------

I.5 En el gráfico se representa una función $f: R_0^+ \rightarrow R_0^+$ definida por $f(x) = x^2$

Esta función es:



- I. Inyectiva
- II. Epiyectiva
- III. Biyectiva

A) Sólo I	B) Sólo II	C) Sólo III	D) I, II y III	E) N.A
-----------	------------	-------------	----------------	--------

II) Desarrollo

Para los siguientes ejercicios, debes responder indicando los desarrollos correspondientes

II.1 ¿Cuál de las siguientes funciones es (son) inyectiva (s)? ¿Por qué?

a) $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = 2x - 3$ (4 puntos)

b) $g : R \rightarrow R$ definida por $g(x) = x^2 - 1$ (4 puntos)

II.2 Dada la función $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = x^2 + 5$

¿Es una función Epiyectiva? ¿Por qué? (4 puntos)

II.3 Si $f : R \rightarrow R$, tal que $f(x) = \frac{6x+1}{2}$:

a) ¿Es posible calcular f^{-1} ? ¿Por qué? (5 puntos)

b) En caso de existir f^{-1} ¿Cuál es su valor? (3 puntos)

III. Mapa Conceptual (6 puntos)

Construye un mapa conceptual relativo a funciones, que incluya su definición y clasificación.

A.7 ENCUESTA

ENCUESTA POST-INTERVENCIÓN

Esta encuesta tiene como finalidad obtener tu apreciación respecto al tipo de metodología utilizada en clases sobre la visualización y aprendizaje significativo acerca de los tipos de funciones estudiadas.

Marca con una X la casilla correspondiente utilizando la siguiente escala para manifestar tu grado de conformidad:

1. MUY DESACUERDO	2. DESACUERDO	3. INDIFERENTE	4. DE ACUERDO	5. MUY DE ACUERDO
-------------------	---------------	----------------	---------------	-------------------

AFIRMACIONES/INDICADORES	1	2	3	4	5
1. Consideras útil el uso de herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza de la Matemática.					
2. El uso del software Geogebra permitió una mejor comprensión de los contenidos estudiados.					
3. El uso del software Geogebra facilitó una mejor visualización de las gráficas de funciones.					
4. La utilización de la Pizarra digital permitió visualizar de manera óptima los tipos de funciones estudiados.					
5. El uso de Pizarras digitales fomenta una mayor participación por parte de los estudiantes en el desarrollo de cada una de las clases.					
6. El trabajo colaborativo permite una mejor comprensión de los contenidos tratados en clases.					
7. El uso de Internet permite que el proceso de Enseñanza-Aprendizaje sea significativo para el estudiante.					
8. Construir tu propio conocimiento mejora tu aprendizaje.					
9. Sintetizar tus conocimientos a través de mapas conceptuales permite una mejor visualización y comprensión de los contenidos.					
10. Sin el uso de herramientas como el software Geogebra y la Pizarra digital hubieses comprendido y					

visualizado de igual manera los tipos de funciones estudiados.					
11. Al trabajar en forma individual se obtienen los mismos resultados que trabajar colaborativamente.					
12. Sin el uso de mapas conceptuales hubieses visualizado y comprendido de igual manera los contenidos estudiados.					
13. Consideras atractiva la metodología aplicada en el estudio de tipos de funciones.					
14. La metodología aplicada fue de gran ayuda para tu aprendizaje sobre tipos de funciones.					
15. Hubieses visualizado de igual manera los tipos de funciones estudiadas con una enseñanza tradicional sin el uso de tecnologías ni trabajos grupales					