



UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática

**USO DE HERRAMIENTAS INTERACTIVAS EN LA ENSEÑANZA Y
APRENDIZAJE DE HOMOTECIAS
EN AMBIENTES DE APRENDIZAJE COLABORATIVO**

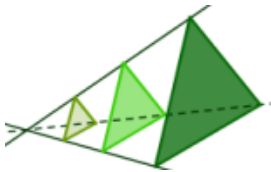
MEMORIA DE TÍTULO
QUE OPTA PARA OBTENER EL TÍTULO DE PROFESORA DE EDUCACIÓN MEDIA
EN MATEMÁTICA CON MENCIÓN EN COMPUTACIÓN Y EL GRADO DE
LICENCIADA EN EDUCACIÓN

Presenta

Loreine Makarena Candia Cisternas

Profesora Guía:

Jeannette Galleguillos Bustamante



Valparaíso, 2011





DEDICATORIA

A mis padres, por cuidarme, apoyarme y guiarme toda la vida...

A mis hermanos, por acompañarme y escucharme como verdaderos amigos...

A Felipe, por hacerme vivir los meses más hermosos de mi vida...



AGRADECIMIENTOS

Le agradezco a Dios por todas las cosas buenas y malas que han ocurrido en mi vida. Las buenas, porque me han dado la confianza para seguir adelante. Las malas, porque me han ayudado a madurar y a crecer como ser humano.

Al colegio María Auxiliadora y a toda la unidad educativa, por dejarme aplicar las actividades en los cursos solicitados y por brindarme todas las herramientas tecnológicas solicitadas.

Les agradezco a las siguientes personas que estuvieron conmigo en el proceso de mi memoria:

A mis padres, porque sin ellos no hubiese podido llegar hasta esta etapa.

A la profesora Jeannette Galleguillos, por ayudarme y guiarme durante todo el proceso.

A la profesora Balvede Acosta, por revisar las actividades y guiarme en las planificaciones.

A la profesora María Inés Pezoa, por ayudarme en las aplicaciones de las actividades y darme ideas sobre la realización de actividades por sesiones.

A la profesora Isabel Gaete, por ayudarme en las redacciones y revisiones de formato.

A Felipe, por apoyarme y ayudarme en el proceso de escritura y redacción.

Y a todas las personas que creyeron en mí y me brindaron su apoyo cuando más lo necesité.



RESUMEN

Lo que se propone con esta investigación es conocer la relación existente entre la utilización de la pizarra digital interactiva, sistemas de geometría dinámica y actividades sustentadas en aprendizaje colaborativo, y los logros académicos de los estudiantes, donde el uso de la tecnología sea una herramienta de apoyo al aprendizaje y que produzca un acercamiento al conocimiento de homotecias con un aprendizaje significativo de las mismas, pasando por las etapas elementales de introducción, experimentación y consolidación de conocimientos.

Para analizar y comparar datos empíricos sobre el conocimiento que tienen los estudiantes egresados de la enseñanza media sobre el concepto de homotecia, se realizó una encuesta a un grupo de alumnos de primer año de la carrera de matemática de la Universidad de Valparaíso, resultando que el 100% de los encuestados desconocía el concepto. Esto señala que los alumnos no recordaban el concepto, o en otro caso, no les enseñaron en su establecimiento educacional. A partir de ello, se desarrolló una investigación cuasiexperimental con pre-prueba y post-prueba, utilizando un grupo de control. En el grupo Experimental se abordaron los contenidos con el uso de herramientas dinámicas como la Pizarra Digital Interactiva, el software Geogebra, además de la sala de computación y netbooks individuales, en ambientes de aprendizajes colaborativos. Con el grupo de control, se procedió a trabajar con el texto escolar y los mismos materiales de evaluación del grupo experimental, estableciendo una relación de contenidos, objetivos de sesiones y materiales de evaluación. Es decir, en ambos grupos se aplicaron: la pre-prueba -para medir los conocimientos previos-, las fichas de actividades -para la evaluación clase a clase-, la guía de estudio para ejercitación con registros de puntos acumulativos y la post-prueba -para medir los contenidos-. Sólo en el grupo experimental se aplica una encuesta para detectar las percepciones de las alumnas sobre la experiencia vivida.

Los resultados de la investigación arrojaron que las estudiantes que experimentaron con las herramientas interactivas mencionadas anteriormente, tuvieron un incremento significativo en sus logros académicos sobre aquellas que no utilizaron tecnología. Se entregan además las percepciones de las estudiantes acerca de la experiencia vivida.



ÍNDICE DE CONTENIDOS

Actividad	Pág.
1 INTRODUCCIÓN.....	13
2 ANTECEDENTES Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	14
3 PREGUNTAS, OBJETIVOS E HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN.....	16
4 MARCO TEÓRICO.....	18
4.1.Marco Conceptual	
4.1.1.Aprendizaje Colaborativo.....	18
4.1.2.Sistemas de Geometría Dinámica.....	19
4.1.3. Tecnología Portátil.....	20
4.1.4.Pizarra Digital Interactiva.....	21
4.1.5.Homotecia.....	23
4.2.Teorías de Aprendizaje	
4.2.1. Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.....	26
4.2.2. Teoría Social de Vigotsky.....	27
4.2.3. Teoría del Aprendizaje Experiencial de Roger.....	29
4.3.Antecedentes bibliográficos	
4.3.1. Aprendizaje Colaborativo Asistido Por Computador.....	30
4.3.2. Las Nuevas Tecnologías en el Aprendizaje Constructivo.....	31
4.3.3. La Pizarra Interactiva en la Enseñanza de la Matemática: Resultados de una Experiencia en Escuelas Chilenas.....	32
4.3.4. La Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Media. Un Procesador Geométrico como Medio Didáctico.....	34
5 MARCO METODOLÓGICO	
5.1.Diseño de investigación.....	35
5.2.Personas involucradas en el proceso y horario de clases.....	36
5.3.Tiempo desarrollado.....	37
5.4.Herramientas.....	37



5.4.1. Espacios dentro del establecimiento.....	37
5.4.2. Herramientas tecnológicas.....	38
5.4.3. Material Impreso.....	39
5.5.Grilla de proceso.....	40
5.6.Evaluación del proceso.....	41
6 SECUENCIA DE APRENDIZAJE	
6.1. Secuencia Didáctica.....	42
6.2.Aprendizajes Esperados	43
6.3.Resumen de objetivos por Sesión.....	44
6.4.Descripción de sesiones de clases G_2	45
6.5. Recomendaciones para aplicaciones futuras.....	56
7 RESULTADOS	
7.1. Comparación de promedios por grupo.....	58
7.2. Comparación Pre-prueba y Post-prueba.	59
7.3.Comparación de Medias.....	60
7.4.Comparación de niveles de logros.....	62
7.5.Análisis de encuesta y comentarios.....	65
8 CONCLUSIÓN.....	72
8.1 Respuestas a las preguntas de investigación.....	72
8.2 Resultados de las estrategias utilizadas.....	73
8.3 Discusión.....	75
9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76
10 ANEXOS	
A. ENCUESTA INICIAL ALUMNOS CARRERA DE MATEMÁTICA Y RESULTADOS	81
I.1. Encuesta.....	82
I.2. Resultados de la encuesta.....	83
B. PLANIFICACIÓN DE SESIONES.....	85
B.1. Planificación de sesiones del grupo de control.....	86
B.2. Planificación de sesiones del grupo Experimental y su justificación teórica...	89
C. PRE- PRUEBA Y POST-PRUEBA	



C.1. Pre-prueba.....	96
C.1.1. Descriptores por pregunta.....	97
C.1.2. Criterios de Evaluación Pre-prueba.....	98
C.2. Post-prueba.....	100
C.2.1. Descriptores por pregunta.....	102
C.2.2. Criterios de Evaluación Post-prueba.....	103
D. ENCUESTA ALUMNAS	
I.1. Encuesta.....	106
E. FICHAS DE ACTIVIDADES	
E.1. Ficha de actividad N°1.....	109
E.1.1. Descriptores por pregunta.....	109
E.2. Ficha de actividad N°2.....	110
E.2.1. Descriptores por pregunta.....	110
E.3. Ficha de Actividad N°3.....	111
E.3.1. Objetivos.....	111
F. GUÍA DE ESTUDIO	
F.1. Guía de estudio.....	113
F.1. Descriptores por pregunta.....	117
G. HOJA RESUMEN.....	119
H. REGISTRO DE PUNTOS ACUMULATIVOS POR FECHA	
H.1. Grupo de control.....	122
H.2. Grupo experimental.....	122
I. EVIDENCIAS	
I.1. Haciendo uso de la plataforma de Moodle.....	124
I.2. Alumnas en el CRA.....	125
I.3. Proyección de PowerPoint.....	126
I.4. Haciendo uso de la PDI y SGD.....	127
I.5. Haciendo uso de Netbooks.....	127
I.6. En la sala de clases.....	127
I.7. Trabajo realizado por las alumnas.....	128



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Descripción	Pág.
<i>Figura 4.1.</i>	Netbook de fácil transporte.....	21
<i>Figura 4.2.</i>	Proceso de funcionamiento PDI.....	22
<i>Figura 4.3.</i>	Valores de k.....	24
<i>Figura 4.4.</i>	Homotecia Directa o Positiva.....	24
<i>Figura 4.5.</i>	Homotecia Inversa o Negativa.....	25
<i>Figura 4.6.</i>	Identidad Homotética.....	25
<i>Figura 4.7.</i>	Simetría Central.....	25
<i>Figura 4.8.</i>	Razón entre los valores 0 y 1.....	25
<i>Figura 4.9.</i>	Proceso de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).....	28
<i>Figura 4.10</i>	Porcentaje de respuestas correctas por pruebas temáticas y Postest.	33
<i>Figura 4.11.</i>	Resultados Postest por Establecimiento.....	34
<i>Figura 5.1</i>	Esquema de herramientas utilizadas por grupo.....	39
<i>Figura 6.1.</i>	Aprendizajes esperados por sesión.....	43
<i>Figura 6.2.</i>	Uso de software Geogebra.....	47
<i>Figura 6.3</i>	(a) & (b) Construcciones en papel.....	50
<i>Figura 6.4.</i>	Uso de Geogebra con área y perímetro de figuras.....	52
<i>Figura 6.5.</i>	(a) & (b) Aplicaciones con guías de estudio.....	53
<i>Figura 7.1.</i>	Comparación de resultados por grupo.....	58
<i>Figura 7.2.</i>	Líneas Comparativas de resultados por grupo.....	58
<i>Figura 7.3</i>	Comparación entre Pre-prueba y Post-prueba grupo de control.....	60
<i>Figura 7.4</i>	Comparación entre Pre-prueba y Post-prueba grupo experimental...	60
<i>Figura 7.5.</i>	Gráfica de niveles de logro por pregunta en Pre-prueba.....	62
<i>Figura 7.6.</i>	Gráfica de niveles de logro por pregunta en Post-prueba.....	62
Desde la <i>Figura 1.7.1a</i> hasta la <i>Figura 7.7.5c</i> corresponde a las respuestas de la encuesta		
<i>Figura 7.7.1a.</i>	Apoyo del uso de la tecnología.....	66
<i>Figura 7.7.1b.</i>	Preferencias de clases habituales sobre el uso de tecnología.....	66
<i>Figura 7.7.1c.</i>	Necesidad de la Tecnología.....	66



<i>Figura 7.7.1d.</i>	Convivencia con compañeras.....	66
<i>Figura 7.7.1e.</i>	Uso de la PDI.....	67
<i>Figura 7.7.1f.</i>	Computadores Individuales.....	67
<i>Figura 7.7.1g.</i>	Plataforma Moodle.....	67
<i>Figura 7.7.2a.</i>	Comprensión de conceptos.....	67
<i>Figura 7.7.2b.</i>	Pocas actividades en Homotecias.....	67
<i>Figura 7.7.2c.</i>	Actividades entretenidas y apoyan el aprendizaje.....	67
<i>Figura 7.7.2d.</i>	Actividades Iniciales.....	68
<i>Figura 7.7.2e.</i>	Preferencia de Actividades Individuales.....	68
<i>Figura 7.7.2f.</i>	Apoyo de trabajo en grupo.....	68
<i>Figura 7.7.3a</i>	Apoyo de la profesora.....	69
<i>Figura 7.7.3b</i>	Respuestas coherentes a las preguntas.....	69
<i>Figura 7.7.3c</i>	Logro de comprensión de conceptos.....	69
<i>Figura 7.7.4a.</i>	Capaz de dar ejemplos de Homotecia.....	69
<i>Figura 7.7.4b.</i>	Gusto de aprender cosas nuevas y aplicar materias anteriores.....	69
<i>Figura 7.7.5a.</i>	Actitud en el desarrollo de actividades.....	70
<i>Figura 7.7.5b.</i>	Formar parte de un grupo importante.....	70
<i>Figura 7.7.5c.</i>	Participación responsable en las actividades.....	70
<i>Figura 7.8.</i>	Resumen de respuestas de encuesta.....	71
<i>Figura A.1</i>	Sexo femenino y masculino.....	83
<i>Figura A.2</i>	Edad de las personas encuestadas.....	83
<i>Figura A.3</i>	Tipo de Establecimiento Educativo.....	83
<i>Figura A.4</i>	Promedio de Notas.....	83
<i>Figura A.5</i>	Respuesta a la pregunta ¿Recuerdas lo que son las Homotecias?....	84
<i>Figura A.6</i>	¿Qué tipo de herramientas utilizaron para enseñarte homotecias?....	84
<i>Figura E.1</i>	Imagen de triángulos con Geogebra para la aplicación de actividad	111
<i>Figura I.1.</i>	Imagen de la plataforma de Moodle Colegio María Auxiliadora....	124
<i>Figura I.2.</i>	Imagen de página en Moodle “Foro de Razones negativas”.....	124
<i>Figura I.3.</i>	Respuesta del grupo N°1.....	125
<i>Figura I.4.</i>	Respuesta del grupo N°2.....	125
<i>Figura I.5.</i>	Alumnas recibiendo instrucciones.....	125



<i>Figura I.6.</i>	Comenzando a trabajar y a discutir la ficha de actividad N°1.....	125
<i>Figura I.7.</i>	Alumnas trabajando en la ficha.....	126
<i>Figura I.8.</i>	Alumnas explicándoles a miembros del grupo.....	126
<i>Figura I.9.</i>	Vista Este de la sala de biblioteca.....	126
<i>Figura I.10.</i>	Vista Oeste sala de biblioteca.....	126
<i>Figura I.11.</i>	Diapositivas de PowerPoint presentadas en la sesión N°1.....	126
<i>Figura I.12.</i>	Alumna utilizando la PDI.....	127
<i>Figura I.13.</i>	Alumnas interactuando con la PDI.....	127
<i>Figura I.14.</i>	Alumnas observan las construcciones realizadas y completan las fichas de actividad N°3.....	127
<i>Figura I.15.</i>	Alumna completa la ficha de actividad N°3.....	127
<i>Figura I.16.</i>	Alumnas trabajan en la sala de clases en forma grupal.....	127
<i>Figura I.17.</i>	Alumna resuelve ejercicios de la guía de estudio.....	127
<i>Figura I.18.</i>	Fichas de Actividades.....	128
<i>Figura I.19.</i>	Prueba de diagnóstico (Pre-prueba).....	128
<i>Figura I.20.</i>	Prueba de Homotecias (Post-prueba).....	128
<i>Figura I.21.</i>	Alumna que responde una Encuesta.....	128
<i>Figura I.22.</i>	Alumna que construye dos figuras homotéticas.....	128
<i>Figura I.23.</i>	Alumna que construye la tercera figura homotética de Actividad N°2 en guía.....	128
<i>Figura I.24.</i>	Alumna construye figuras homotéticas a partir de un vértice como centro.....	128



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla	Descripción	Pág.
<i>Tabla 4-1.</i>	Tabla explicativa de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).....	28
<i>Tabla 4-2.</i>	Niveles de logros, Johnson & Johnson (1993).....	30
<i>Tabla 4-3.</i>	Aciertos por pregunta y diferencias.....	32
<i>Tabla 4-4.</i>	Diferencias por grupo.....	33
<i>Tabla 5-1.</i>	Horario de clases grupo de Control y Experimental.....	37
<i>Tabla 5-2.</i>	Grilla del Proceso de Investigación.....	40
<i>Tabla 5-3.</i>	Equivalencias de puntos acumulativos.....	41
<i>Tabla 6-1.</i>	Resumen de objetivos Y herramientas por sesión.....	44
<i>Tabla 7-1.</i>	Tabla de Diferencias.....	59
<i>Tabla 7-2.</i>	Diferencias entre pre-prueba y post-prueba por grupos.....	59
<i>Tabla 7-3.</i>	Intervalo de confianza y prueba de Mann-Whitney entre ambos grupos	61
<i>Tabla 7-4.</i>	Porcentaje de niveles de logro por pregunta en Pre-prueba.....	62
<i>Tabla 7-5.</i>	Porcentaje de niveles de logro por pregunta en Post-prueba.....	62
<i>Tabla 7-6.</i>	Promedios de puntajes por pregunta.....	64
<i>Tabla 7-7.</i>	Niveles de Likert.....	65
<i>Tabla 7-8.</i>	Respuestas generales por pregunta.....	65



1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años han ido ocurriendo una serie de cambios en las visiones de la matemática y en los métodos de enseñanza de ella. Como por ejemplo, Gómez-Chacón (2000) cita diferentes visiones de ésta en su libro *Matemática Emocional*. En primer lugar, da cuenta de una *visión utilitarista*. Esta visión se explica como una caja de herramientas y se aprecia como un conjunto de hechos no relacionados que pueden ayudar en la medida en que hay objetivos externos a ella. En segundo lugar, como una *visión estática* que, en base a la teoría de Platón, presenta la matemática como un cuerpo estático y unificado de conocimiento; que no se crea, sino que se descubre. Y por último, como una *visión dinámica*, en la que se señala que la matemática es una creación humana de continua expansión, en donde se van construyendo nuevos modelos y procedimientos. Ahora bien, si nos enfocamos en los métodos y herramientas que se utilizan para enseñar matemática, nos encontramos con un número considerable de posibilidades, debido, sobre todo, a que la tecnología se ha considerado en el sistema educativo (MINEDUC, 2010).

Aunque lo anterior parece una amenaza, se considera que estas múltiples visiones y métodos nos dan la ventaja de poder elegir el enfoque y recursos más apropiados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, y así adaptarse a las nuevas formas de enseñanza por medio de las cuales se potencien al máximo las habilidades de las estudiantes.

De toda esa gama de posibilidades, en esta investigación se han utilizado diferentes recursos tecnológicos: la Pizarra Digital Interactiva (en adelante PDI), el computador conectado a la red y Sistemas de Geometría Dinámica (en adelante SGD). El uso de estos recursos apoyó el desarrollo de las habilidades de aprendizaje en cada una de las sesiones de clases. Se intentó que el uso de esta tecnología no se concibiera como un fin, sino como un medio en el proceso de aprendizaje de las estudiantes. En otras palabras, que se produjera un aprendizaje visible con el apoyo de una tecnología invisible.

En base a los fundamentos teóricos del Aprendizaje Social de Vigotsky y el Aprendizaje Significativo de Ausubel, se han desarrollado diferentes estrategias de aprendizaje para la adquisición del concepto de homotecias; luego se han aplicado estas estrategias en los dos grupos-curso de la investigación, y se han obtenido diferentes resultados que serán nombrados y analizados más adelante en este escrito.



2. ANTECEDENTES Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Como señaló Nancy Ortiz (2009) en la Revista electrónica de Educación de México:

“Hoy en día existe una diversificación creciente y continuos cambios de las demandas educativas, tanto por la revolución tecnológica o por los cambios de las relaciones sociales lo que constituye un desafío para el ritmo y la capacidad del sistema educativo, el utilizar instrumentos tecnológicos actualizados y diseñar contenidos que satisfagan las necesidades básicas en el proceso de Enseñanza y Aprendizaje de los educandos”.

(Ortiz, 2009, pág. 3)

En relación a esta afirmación habría que considerar que el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias en general, para la mayoría de los alumnos, incluye sentimientos de angustia y temor al fracaso, lo que deteriora de manera importante su autoimagen y autoestima. Confirma esta apreciación un estudio realizado por la Secretaría de Educación de Jalisco (1993), el cual concluyó que los estudiantes, al presentar estos elementos, manifiestan de manera permanente sentimientos de incapacidad e incompetencia, difíciles de borrar en ellos. Por lo tanto, hay que desarrollar nuevas estrategias de enseñanza en donde se favorezca la participación de los alumnos en forma colaborativa mediante el uso de diferentes herramientas tecnológicas que apoyen al desarrollo de una actitud positiva hacia la asignatura de matemática, y de esta forma obtener mejores resultados.

En la prueba nacional SIMCE se obtienen bajos resultados en matemáticas, especialmente en el área de Geometría. Según MINEDUC (2006), algunas de las causas que provocan estos bajos resultados son:

- Casi el 40% de los alumnos chilenos proviene de hogares con un bajo nivel de recursos educacionales.
- En matemáticas, el currículum chileno cubría porcentajes muy por debajo de la media internacional en materias de álgebra y geometría.
- En Chile hay una enorme preponderancia a la ejercitación numérica, privándose de aspectos importantes del currículum presentes en otros países (como álgebra y geometría). Por ejemplo, mientras la mayoría de los docentes (55%) en el promedio general de todos los países prioriza la enseñanza combinada de las materias de la matemática, en Chile sólo



el 15% de los profesores trabaja así con sus alumnos. Mientras en Chile el 72% de los maestros dice que privilegia la enseñanza de los números, sólo el 14% de sus colegas de otros países lo hace.

Bajo la información entregada anteriormente, nos damos cuenta que Geometría es la asignatura que se tiende a privar del currículo nacional, por lo tanto es necesario crear nuevas formas de enseñanza para incorporar los conceptos que los estudiantes deben manejar, enfatizando la visualización¹ de los contenidos geométricos para la apropiación de ellos.

Si nos enfocamos ahora en el contenido de las homotecias, nos encontramos con la falencia de conocimiento de este concepto en los alumnos que ya han egresado de la enseñanza media. Esto lo señala una encuesta (Anexo A) realizada a un grupo de 45 alumnos de primer año de la carrera de Matemática de la Universidad de Valparaíso. Esta encuesta reveló que 19 de los estudiantes no recuerdan qué son las homotecias y 26 de ellos nunca lo vieron en sus estudios anteriores. Ninguno de ellos pudo dar un ejemplo de una homotecia, es decir, ningún estudiante sabe lo que es una homotecia. Obviamente, al consultar qué tipo de herramienta utilizaron para enseñarle homotecias, 35 estudiantes no responde, 9 no lo recuerda y solo uno responde “otra”. Los resultados de esta encuesta nos llevan a concluir que si hubo enseñanza del concepto, el aprendizaje no fue significativo para este grupo de estudiantes, o simplemente no trataron los contenidos en su establecimiento educacional.

Por otro lado, existen variadas investigaciones que se basan en la utilización de tecnologías en el aula como son los SGD (Macías & Lozano, 1994; ANEP., 2004; Galaz, 2005, Ursini *et al.* (2004), etc.) o las PDI (Hervás, Toledo & González, 2010, Villarreal (2007), etc.), las cuales ponen de manifiesto que el uso de las tecnologías al servicio de la educación incide de manera significativa en el aprendizaje de los contenidos por parte de los estudiantes.

De los estudios señalados se desprende el problema de investigación, el cual plantea que se desconoce la relación existente entre la aplicación de herramientas interactivas como la PDI y SGD, a través de actividades en que se utiliza aprendizaje colaborativo (en adelante AC), y los logros académicos de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje del contenido de homotecias en segundo año de enseñanza media.

¹ Hitt (2003) señala la importancia de crear imágenes mentales apropiadas para la formación de los conceptos matemáticos.

Galaz (2005) menciona que ya en año 2001, había llegado a ser un tema muy importante en la educación matemática en cuanto a la formación de conceptos y modelos matemáticos a través de las imágenes cerebrales.



3. PREGUNTAS, OBJETIVOS E HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Por lo señalado anteriormente, se han planteado diferentes *preguntas de Investigación*:

- ¿Cuál es la relación entre el uso de la PDI, SGD y actividades sustentadas en AC, y los logros académicos de los estudiantes de segundo año de enseñanza media en el aprendizaje de homotecias?
- ¿Qué percepciones tienen los estudiantes sobre los aportes que brindan al conocimiento, el uso de la PDI y SGD y el trabajo mediante AC?
- ¿Cuáles son las percepciones de los estudiantes respecto al trabajo en grupo realizado y a su participación?

Entonces surge el *objetivo General de la investigación*, el cual pretende:

Conocer la relación existente entre la utilización de la PDI, SGD y actividades sustentadas en AC, y los logros académicos de los estudiantes, para apoyar la comprensión del concepto de homotecia.

Para esto, se señalan los siguientes *objetivos específicos*:

- Diseñar actividades en que se desarrolle una secuencia de aprendizaje que haga uso de la PDI y SGD y actividades sustentadas en AC.
- Determinar la relación entre el uso de la PDI, SGD y actividades sustentadas en AC, y los logros de aprendizaje de los educandos.



- Conocer las percepciones generales de los estudiantes sobre el desarrollo de las actividades en que hicieron uso de la PDI y SGD mediante un trabajo en AC.

Al determinar el problema, las preguntas y los objetivos de investigación, damos paso a las *hipótesis* que deseamos encontrar una vez concluido el proceso de desarrollo de actividades:

- La aplicación de actividades con el uso de la PDI y SGD sustentadas en AC permite a los estudiantes obtener mejores resultados académicos que aquellos que no utilizan estos medios.
- Los estudiantes prefieren las clases con el uso de PDI y SGD mediante AC, en vez de clases tradicionales.
- Los alumnos prefieren los trabajos en grupo, pues hacen que los estudiantes se sientan más apoyados y participen de modo más responsable en el aula.



4. MARCO TEÓRICO

En el *Marco Teórico* se abordan tres campos fundamentales, estos son: *Marco Conceptual*, que da definición a todos los conceptos que se utilizarán en la presente investigación. Posteriormente se describirán las *Teorías de Aprendizaje* en las cuales se basa el trabajo y, finalmente, se llevará a cabo una descripción de los *Antecedentes Bibliográficos* que corresponden a algunas investigaciones aplicadas en esta misma índole.

4.1. MARCO CONCEPTUAL:

En este apartado se señalarán algunas definiciones que autores han descrito para los conceptos clave abordados en la investigación. En algunos se responderán interrogantes sobre el por qué de utilizar dichas herramientas tecnológicas.

4.1.1. Aprendizaje Colaborativo (AC):

María Luisa Carrió (2007), en su investigación sobre las ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo, señala que:

“El aprendizaje colaborativo es una propuesta de enseñanza-aprendizaje basada en los conceptos de cooperación, trabajo en equipo, comunicación y responsabilidad. La cooperación se realiza mediante tareas que son realizadas y supervisadas por todo el grupo, cuyos miembros han de actuar como ejecutores y evaluadores de las propuestas”.

(Carrió, 2007, pág. 2)

De lo anterior se desprende la existencia de una mayor connotación a las tareas realizadas y supervisadas por los miembros del mismo grupo de trabajo, en el cual interactúan y adquieren roles con responsabilidad, respetando la palabra del otro y evaluándose mutuamente.

Por otro lado, María Lucero (2009), en su investigación publicada en la Revista Iberoamericana de Educación basada en el aprendizaje colaborativo, lo define como:



“El conjunto de métodos de instrucción y entrenamiento apoyados con tecnología así como de estrategias para propiciar el desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social), donde cada miembro del grupo es responsable tanto de su aprendizaje como del de los restantes miembros del grupo”.

(Lucero, 2009, pág. 4)

En este párrafo podemos notar que la autora incluye el uso de la tecnología en su definición de AC, y con esto, podemos mencionar las ventajas que se tienen al utilizar este tipo de herramientas, como el crecimiento de las relaciones interpersonales, la motivación por el trabajo grupal e individual, el compromiso de cada uno con todos, el incentivo del desarrollo del pensamiento crítico y el fortalecimiento de la solidaridad y el respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo.

Según María Lucero (2009), el aprendizaje en ambientes colaborativos busca propiciar espacios en los cuales se dé el desarrollo de habilidades individuales y grupales a partir de la discusión entre los estudiantes al momento de explorar nuevos conceptos, siendo cada quien responsable de su propio aprendizaje. Se busca que estos ambientes sean ricos en posibilidades, y más que organizadores de la información, que favorezcan el crecimiento del grupo.

4.1.2. Sistemas de Geometría Dinámica (SGD):

Gómez-Chacón (2000) menciona que los SGD consideran los dibujos geométricos hechos sobre la pantalla del computador como “entidades con movimiento”. La aplicación recuerda todos los pasos que han sido llevados a cabo en la construcción y, por lo tanto, puede volver a realizarla para otro conjunto inicial de puntos. Esto permite mover sobre la pantalla los elementos independientes de la figura y ver cómo dicha modificación influye en el resto de la construcción.

Vale dejar en claro que si se utiliza un SGD se considera el computador para su ejecución y se hace necesario llevar a las alumnas a la sala de computación o utilizar los netbooks que el establecimiento posee. Con estos recursos es posible acceder a la



red en cualquier momento que se necesite y bajar al instante alguna información deseada. Además, se puede utilizar algún software matemático que posea la institución o los disponibles gratuitamente en Internet en donde se puede acceder a softwares de geometría dinámica en línea. Según Macías y Lozano (1994) estos últimos realizan los siguientes aportes en la clase de geometría:

Primero, permiten una *simulación gráfica de problemas geométricos* que pueden familiarizar agradablemente al usuario con el programa, realizar inmediatamente el trazado gráfico, explorar experimentalmente el problema cambiando datos para observar los efectos y conjeturar presuntos resultados.

Segundo, es posible realizar *construcciones geométricas con el computador* mediante el uso del software y dar solución a numerosos problemas. Su utilización permite: realizar el diseño geométrico en menor tiempo, reformarlo inmediatamente sin necesidad de volver a dibujarlo, guardarlo para más tarde, exhibir su construcción paso a paso, verificar experimentalmente sus propiedades geométricas, etc.

Por último, permite una *automatización del cálculo geométrico*, debido a la eventualidad de guardar las construcciones geométricas que pueden servir de base para otra construcción futura. Además, se puede tener fácilmente una copia para poder modificarla las veces consideradas necesaria y volver al inicio si se cometieron errores, al contrario de medir una y otra vez con regla y comenzar desde una hoja en blanco.

4.1.3. Tecnología Portátil

El uso de tecnología portátil en la escuela incorpora ventajas en aspectos de organización, rapidez y reducción de la carga horaria del docente (Passey, 2002; Kim, Holmes, & Mims, 2005). Debido a la conexión a Internet en todo momento y lugar, el uso de aparatos portátiles en los estudiantes ha traído importantes ventajas como movilidad, rapidez, inmediatez y aumento de la productividad.

Sin embargo, se pueden presentar desventajas como el plagio y fraude de estudiantes en evaluaciones, para lo cual también se han presentado soluciones, como software de bloqueo de Internet durante las evaluaciones (Lecher, 2005).



En la *Figura 4.1.* se observa un netbook con manilla incorporada de fácil transporte para los estudiantes.



Figura 4.1. Netbook de fácil transporte

4.1.4. Pizarra Digital Interactiva (PDI)

De acuerdo a la historia de las PDI (Barton, 2010), las primeras pizarras interactivas fueron diseñadas y fabricadas para uso en la oficina. Fueron desarrolladas por la compañía Xerox Parc alrededor de 1990. SMART Board en 1991 introdujo su primer tablero interactivo que consistía en una pantalla de LCD conectada a un equipo. Intel tomó interés en la idea y proporcionó fondos para investigaciones adicionales en 1992. A finales de los 90, se hicieron una serie de mejoras en el diseño, incluyendo la adición de una goma de borrar, marcadores y *proyección back*² iluminado de color. En 2001, la empresa eInstruction lanzó su primera pizarra interactiva totalmente móvil que utiliza la tecnología inalámbrica para permitir la libre circulación. En 2009, eInstruction lanzó un sistema de controles remotos y mini-placas que permiten a los estudiantes interactuar con la Junta de aula más grande en sus escritorios.

Según el proyecto “Red.es” (Ministerio de Industria, Turismo y Comercio, 2006), la PDI es una pantalla sensible de diferentes dimensiones que se conecta a un computador y a un proyector. En ella se combinan el uso de la pizarra convencional con todos los recursos multimedia de las TIC. Se compone de un computador Multimedia, Proyector, Medio de conexión, pantalla interactiva y software de Pizarra Interactiva.

² Son aquellas proyecciones en que el data no se ubica en frente de la pantalla, sino que se ubica en la parte trasera de ésta, de modo que las personas pueden pasearse libremente por el frente de las pantallas sin interrumpir la imagen que se está proyectando.



El funcionamiento de la PDI se puede observar en la *Figura 4.2*:

En 1 transmite al computador las instrucciones correspondientes.

En 2 el computador envía al proyector de video las instrucciones y la visualización normal. En 3, el proyector de video proyecta sobre la pizarra el resultado, lo que permite a la persona que maneja el equipo ver en tiempo real lo que hace sobre la pizarra y cómo lo interpreta el computador.

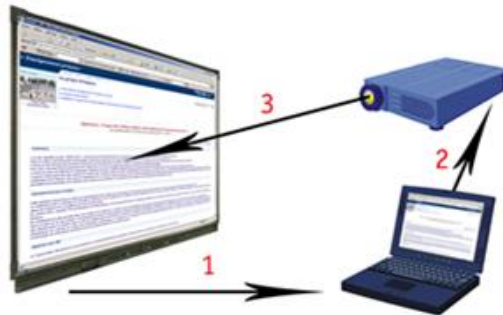


Figura 4.2. Proceso de funcionamiento PDI

Investigaciones realizadas en diferentes establecimientos educacionales mostraron consecuencias bastante favorables, señalando que la PDI es una herramienta dinámica que ayuda a la interacción del grupo curso en la realización de conjeturas, y además, como en la investigación publicada en Revista de Medios y Educación por Hervás, Toledo y González (2010) afirman que la PDI permite:

“...Una progresiva innovación en las prácticas docentes, una mejora en la motivación y la atención de los alumnos y la disponibilidad de nuevas herramientas para atender a la diversidad de los alumnos, especialmente a aquellos alumnos con discapacidad o dificultades severas o moderadas para el aprendizaje. Las pizarras interactivas son una manera eficaz de interactuar con contenidos electrónicos y multimedia en un entorno de aprendizaje.”

(Hervás, Toledo y González, 2010, pág. 203)

Algunas de las actividades de aprendizaje que podemos realizar con una pizarra digital interactiva, según Hervás, Toledo y González (2010), son las siguientes:

- Manipulación de texto e imágenes.
- Tomar notas en formato digital y guardarlas para su revisión a través del correo.
- Visualización de páginas Web de todos los alumnos a la vez.



- Creación de actividades electrónicas con plantillas e imágenes.
- Listar y escribir notas sobre video clips educativos.
- Uso de herramientas de presentación incorporados en la pizarra interactiva para mejorar los materiales de aprendizaje y exhibición de las presentaciones realizadas por los alumnos.
- Uso del software sin tener que estar manipulando el teclado y mouse del computador.

Otros autores como Glover, Miller y Doug (2002), señalan que la PDI permite una progresiva innovación en las prácticas docentes, produce una mejora en la motivación y la atención de los alumnos, atiende a la diversidad de alumnos, especialmente a los discapacitados o dificultades severas o moderadas de aprendizaje. Por otro lado, usada en conjunto con software especializado, puede ser utilizada en la enseñanza de toda la clase para superar temores de los alumnos, como medio de recompensa, y para permitirles mostrar sus habilidades (Richardson, 2002).

4.1.5. Homotecia:

Según el texto del estudiante de segundo medio que otorga el MINEDUC (2010), se entiende por Homotecia lo siguiente:

Es una transformación geométrica que a partir de un punto fijo O , el centro de la Homotecia, multiplica todas las distancias por un mismo factor k , que corresponde a la razón de las longitudes de los segmentos correspondientes en esa transformación. El número k es distinto de cero, ya sea positivo o negativo. Vectorialmente, se considera O como el origen de todos los vectores, cuyo punto final corresponde a cada uno de los puntos A , B , C , etc.

La notación se considera de la siguiente forma en este escrito:

$H_{(O, k)}$: Homotecia de centro O y razón k .

Las propiedades consideradas de las homotecias son las siguientes:

1. El centro de la Homotecia (O) y los puntos homólogos (A y A' , B y B' , C y C' , etc.) están alineados.
2. Los ángulos homólogos son iguales ya que sus lados son paralelos.



3. Dos triángulos de lados paralelos son homotéticos y el centro de homotecia y la razón k se pueden obtener al unir sus vértices homólogos.
4. La razón entre dos segmentos homólogos es igual a la razón de la homotecia.

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \dots = k$$

De la razón de la Homotecia se puede afirmar lo siguiente:

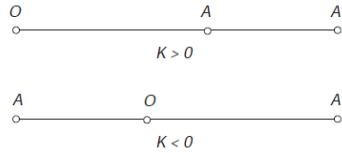


Figura 4.3. Valores de k

El valor de k puede ser positivo o negativo, pero para diferentes valores adquiere un nombre y una característica diferente:

1. Para $k > 0$, se denomina *Homotecia Directa o positiva*:

Dado que la homotecia tiene una razón positiva k , se puede concluir que la magnitud del vector OA' es k veces igual a la magnitud del vector OA .

Lo mismo ocurre para los vectores OB' , OC' , etc., respecto de los vectores OB , OC , etc., lo cual se denota como:

$$OA' = k \cdot OA \quad ; \quad OB' = k \cdot OB \quad ; \quad OC' = k \cdot OC, \text{ etc.}$$

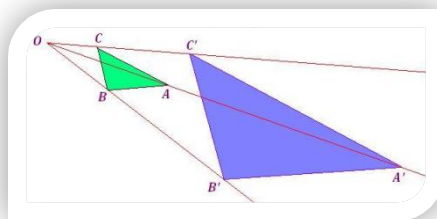


Figura 4.4. Homotecia Directa o Positiva

2. Para $k < 0$, se denomina *Homotecia Inversa o Negativa*:

Se pueden ver dos triángulos semejantes y configuraciones de paralelas sobre rectas secantes, pero en sentidos contrarios. En este caso, la homotecia tiene razón $-k$ y puede darse una interpretación vectorial más exacta.



Tomando el centro de la homotecia O como origen, se debe notar que el vector OA' está en la misma dirección pero en sentido contrario al vector OA . Si se le asigna la dirección positiva a los vectores OA , OB , OC , etc., esto se interpreta dando el signo negativo a los vectores OA' , OB' , OC' , etc., obteniendo las siguientes relaciones esta vez aplicadas a vectores:

$$OA' = -k \cdot OA \quad ; \quad OB' = -k \cdot OB \quad ; \quad OC' = -k \cdot OC, \text{ etc.}$$

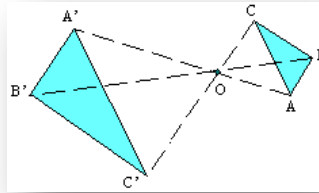


Figura 4.5. Homotecia Inversa o Negativa

3. Si $k = 1$ corresponde a la identidad (todos los puntos son fijos)

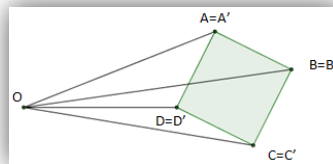


Figura 4.6. Identidad Homotética

4. $K = -1$ corresponde a la simetría de centro O , o una rotación alrededor de O de ángulo π radianes (180°)

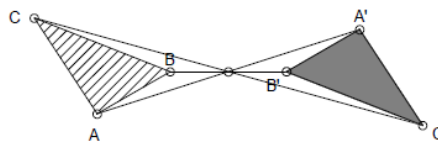


Figura 4.7. Simetría Central

5. Para $0 < k < 1$, se tiene una reducción del tamaño de la figura.

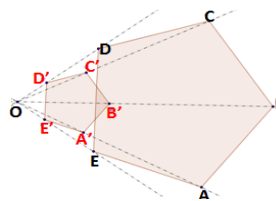


Figura 4.8. Razón entre los valores 0 y 1



4.2. TEORÍAS DE APRENDIZAJE:

En este trabajo de investigación se abordaron tres teorías de aprendizaje específicas, las cuales fueron: La teoría del *Aprendizaje Significativo* de Ausubel, la *Teoría Social* de Vigotsky y la *Teoría del aprendizaje experiencial* de Roger. Estas dos teorías no se pueden dejar de lado para el desarrollo de este trabajo, pues ambas apuntan a diferentes propósitos que se desean lograr con la aplicación de esta investigación.

4.2.1. Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel:

María Luz Rodríguez (2004) cita que los orígenes de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1976) está en:

“...el interés que tiene por conocer y explicar las condiciones y las propiedades del aprendizaje que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social...”.

(Ausubel, 1976, citado en Rodríguez, 2004, pág. 2)

Por lo tanto, él define como Aprendizaje Significativo al proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal (Ausubel (1976) en Rodríguez (2004)). Dicha interacción con la estructura cognitiva se relaciona con aspectos relevantes presentes en la misma, que reciben el nombre de subsumidores o ideas de anclaje³.

María Luz Rodríguez (2004) cita a Moreira (2000), quien afirma que la presencia de ideas o conceptos que se vaya creando el aprendiz es lo que dota de significados a ese nuevo contenido en interacción con el mismo, pero no por una simple unión, sino que vayan adquiriendo nuevos significados para el mismo sujeto, produciéndose así una transformación de las ideas actuales.

³ **Anclaje o Subsumidores:** La idea de este concepto puede considerarse como un esquema de asimilación que está presente en la estructura cognitiva de los alumnos. Ausubel (1976) dice que si se expone al estudiante a situaciones similares, se va a producir un dominio de las mismas pues se produce que se activen los esquemas ya estructurados que posee. (Rodríguez, 2004)



La autora además cita las condiciones fundamentales señaladas por Ausubel (1976), para que se produzca un aprendizaje significativo, tanto en las actitudes de los estudiantes, como en la presentación de un material coherente y la existencia de las ideas de anclaje adecuadas.

Las actitudes de los estudiantes deben ser positivas, es decir, debe existir en ellos una disposición para aprender de manera significativa y la motivación para participar en la clase.

Los materiales a utilizar por los estudiantes deben ser potencialmente significativos, lo que requiere la presencia de un orden y significado lógico, es decir, que se pueda relacionar con las estructuras cognitivas del aprendiz.

Finalmente, la existencia de las ideas de anclaje o subsumidores adecuados es fundamental para la interacción con el material nuevo que se presenta. Esto es la unión de los conceptos anteriores con los nuevos de manera lógica y la asimilación de los nuevos conceptos, por lo tanto, las actividades deben propiciar ejemplos concretos que potencien esta actividad.

4.2.2. Teoría Social de Vigotsky

Muñoz (2007), señala que lo principal de la Teoría de Vigotsky (1973) consiste en considerar al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña un papel fundamental. Para Vigotsky (1973), el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, entendiendo este último como una realidad social y cultural. Señala que el hombre transforma los estímulos al recibirlos lo cual es posible gracias a la acción mediadora⁴ de dos tipos de instrumentos: las herramientas y los signos. Las herramientas actúan sobre el estímulo transformándolo, mientras que los signos, transforman al sujeto. De acuerdo con Vigotsky (1973) el proceso de aprendizaje se da en dos etapas: en la primera el aprendiz adopta los significados del contexto social; en la segunda, los significados son interiorizados.

⁴ Los **mediadores** son instrumentos que transforman la realidad. Su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones ambientales sino modificarlas activamente, (Herrera, 2004)



Otro aspecto central en esta teoría es el concepto denominado *Zona de Desarrollo Próximo* (ZDP), la cual corresponde a la posibilidad que tienen los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. El conocimiento y la experiencia entre dos o más individuos es lo que posibilita el aprendizaje; por consiguiente, mientras más rica y frecuente sea la interacción, el conocimiento será más rico y amplio. Dicha interacción puede ser entre los mismos estudiantes o entre los alumnos y el profesor.

De acuerdo con esta teoría, existe una diferencia entre lo que un individuo es capaz de hacer de manera autónoma y lo que es capaz de hacer con la guía de otros individuos. A lo anterior se atribuyen los siguientes conceptos:

Tabla 4-1. Tabla explicativa de Zona de Desarrollo Próximo

Nivel de desarrollo Real (NDR)	Conjunto de actividades que el alumno es capaz de resolver solo.
Nivel de desarrollo Potencial (NDP)	Conjunto de actividades en que el alumno será capaz de resolver en el futuro.

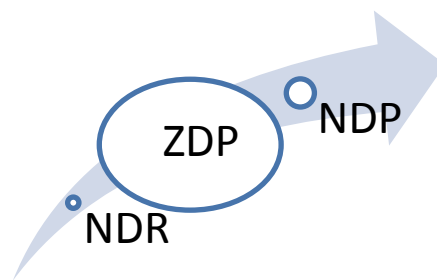


Figura 4.9. Proceso de ZDP

Dentro de la teoría de Vigotsky está el Aprendizaje Colaborativo. Se debe este concepto a los hermanos David y Roger Johnson (1989) (Johnson & Johnson (1989), en Nussbaum (2005)), quienes fueron los primeros en mencionar la importancia del AC en el aula en base a una investigación realizada por los mismos. Ellos señalaron los elementos básicos para propiciar el aprendizaje colaborativo, éstos son:

Interdependencia positiva: Este es el elemento central; abarca las condiciones organizacionales y de funcionamiento que deben darse al interior del grupo. Los miembros del grupo deben necesitarse los unos a los otros y confiar en el entendimiento y éxito de cada persona; considera aspectos de interdependencia en el establecimiento de metas, tareas, recursos, roles, premios.



Interacción: Las formas de interacción y de intercambio verbal entre las personas del grupo, movidas por la interdependencia positiva son las que afectan los resultados de aprendizaje. El contacto permite realizar el seguimiento y el intercambio entre los diferentes miembros del grupo; el alumno aprende de ese compañero con el que interactúa día a día, o él mismo le puede enseñar. En la medida en que se posean diferentes medios de interacción, el grupo podrá enriquecerse, aumentar sus refuerzos y retroalimentarse.

Contribución individual: Cada miembro del grupo debe asumir íntegramente su tarea y, además, tener los espacios para compartirla con el grupo y recibir sus contribuciones.

Habilidades personales y de grupo: La vivencia del grupo debe permitir a cada miembro de éste el desarrollo y potencialización de sus habilidades personales. De igual forma permitir el crecimiento del grupo y la obtención de habilidades grupales como: escuchar, participar, liderar, coordinar actividades y evaluar.

Formación de pequeños grupos de trabajo (Nussbaum & Zurita, 2005): se plantea un quinto elemento básico para la generación de un trabajo colaborativo eficiente. Éste corresponde a la *formación de pequeños grupos de trabajo* de tres a cinco integrantes de modo que se logre una comunicación efectiva y la participación de todos los miembros del grupo.

4.2.3. Teoría del Aprendizaje Experiencial de Roger

Según Roger (en Kearsley, 2011), existen dos formas de aprendizaje: el Cognitivo y el Experiencial. Para Roger todos los seres humanos son propensos al aprendizaje, por lo que enfoca el rol del profesor en preparar y facilitar el aprendizaje. En este proceso el docente debe: “montar un clima de aprendizaje, clarificar el propósito del aprendiz, organizar y hacer disponible los recursos del aprendizaje, balancear los componentes intelectuales y emocionales del aprendizaje, y compartir sentimientos y pensamientos con el aprendiz, sin dominarlo” (Kearsley, 2011).



4.3. ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS:

Para los fines de esta investigación se han recopilado algunos resultados de las diversas investigaciones aplicadas en diferentes países a distintos establecimientos educacionales con el uso de PDI, SGD y AC. En el proceso de recopilación no se encontraron trabajos específicos que abarcaran el uso de todas las herramientas utilizadas en esta investigación y tratando el tema específico de homotecias, pero sí se recopilaron investigaciones que utilizaron las mismas herramientas por separado, las cuales aportaron algunos elementos de manera distinta tanto en los conocimientos de los alumnos, como en las actitudes y en los rendimientos de los mismos.

4.3.1. Aprendizaje Colaborativo Asistido Por Computador: Es una investigación publicada en la Revista Digital de Educación realizada por Paz Baeza et al (1999) en México. En esta investigación se señala que el crear en el aula un ambiente de aprendizaje colaborativo con el uso de computadores provoca una gran interacción en el grupo de trabajo, y se pueden desarrollar los niveles de logro presentados por los hermanos Johnson (1993) correspondientes a las *Tareas grupales*, *Dinámica Grupal* y *Nivel Personal*. Los resultados arrojaron los siguientes logros, mostrados en la Tabla 4-2:

Tabla 4-2. Niveles de logro

Tipo de trabajo	Logros
Tareas Grupales	<ul style="list-style-type: none">• Promueve el logro de objetivos cualitativamente más ricos en contenido, pues reúne propuestas y soluciones de varias personas del grupo.• Aumentan el aprendizaje de cada quien debido a que se enriquece la experiencia de aprender.• Aumentan la motivación por el trabajo individual y grupal, puesto que hay una mayor cercanía entre los miembros del grupo y compromiso de cada cual con todos.
Dinámica Grupal	<ul style="list-style-type: none">• Mejora las relaciones interpersonales.• Aumenta la satisfacción por el propio trabajo.• Se valora el conocimiento de los demás miembros del grupo.



Nivel personal	<ul style="list-style-type: none">• Aumenta las habilidades sociales, interacción y comunicación efectivas.• Aumenta la seguridad en sí mismo.• Disminuye los sentimientos de aislamiento.• Disminuye el temor a la crítica y a la retroalimentación.• Permite conocer diferentes temas y adquirir nueva información.• Aumenta la autoestima y la integración grupal.• Fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo.
----------------	--

En consideración de la *Tabla 4-2.*, tratar el tema de la autoestima es trascendental para un buen desarrollo de la clase, pues debido a lo señalado en los antecedentes al problema de investigación, los estudiantes en la asignatura de matemática al tener resultados negativos, desarrollan una baja autoestima y mantienen sentimientos de angustia y temor al fracaso, presentando una actitud⁵ negativa en el aprendizaje de las mismas. Lo importante es ayudar a los alumnos a creer en sí mismos y apoyarles en su aprendizaje generando entornos donde puedan desarrollar al máximo sus capacidades.

4.3.2. Las Nuevas Tecnologías en el Aprendizaje Constructivo: Es una investigación publicada en la Revista Iberoamericana de Educación por Miguel Herrera B. (2004) en México, la cual muestra los resultados obtenidos al aplicar una propuesta didáctica en un ambiente virtual con el uso del computador. Los resultados fueron los siguientes:

Aplicaron una pre-prueba y post-prueba a 33 estudiantes y la diferencia entre la primera y la segunda, por pregunta, fueron las siguientes:

⁵ Gómez-Chacón (2000) menciona que las actitudes juegan un rol muy importante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.



Tabla 4-3. Aciertos por pregunta y diferencias (Herrera, 2004, pág.15)

Primera prueba	Segunda Prueba	Diferencia entre ambos resultados
<ul style="list-style-type: none">• 36.36% de los alumnos contestó acertadamente la pregunta 1• 45.45% contestó correctamente la pregunta 2• 15.15% contestó correctamente la pregunta 3	<ul style="list-style-type: none">• 75.75% de aciertos en la primera pregunta• 72.72% en la segunda pregunta• 60.60% en la tercera pregunta	<ul style="list-style-type: none">• 39.39% en la primera pregunta• 27.27% en la segunda• 45.45% en la tercera pregunta

En la *Tabla 4-3.*, se puede notar que hubo un mayor porcentaje de aciertos en la segunda prueba que en la primera, por lo tanto, se puede concluir que el uso de la tecnología produjo mejores resultados.

En base a los resultados obtenidos, el autor menciona que la posibilidad de integrar los avances tecnológicos en el aprendizaje no se logra de manera espontánea, sino que debe haber una intencionalidad de por medio y conocimiento de la causa.

4.3.3. La Pizarra Interactiva en la Enseñanza de la Matemática: Resultados de una Experiencia en Escuelas Chilenas: es un proyecto realizado por la Universidad de Santiago de Chile, Centro Comenius por Villarreal & Molina (2007) quienes integran el uso de la PDI en dos tipos de establecimientos educacionales: uno particular-subvencionado y otro Municipal. El diseño de la investigación consistió en un quasi-experimento con grupo experimental y grupo control donde se controlaron diferentes variables como edad, nivel socioeconómico y conocimiento matemático medido a través de un pre-test para asegurar homogeneidad en ambos grupos. Al término de cada unidad y al final del año escolar se aplicó un post-test a ambos grupos para analizar diferencias en el aprendizaje matemático. Tuvieron la posibilidad de contar con 19 pizarras interactivas para trabajar con 20 salas en el grupo experimental (con uso de pizarras interactivas) y 21 salas como grupo control (sin pizarras interactivas y pudiendo usar laboratorio de



computación). En forma paralela se trabajó con 19 colegios de los cuales 727 estudiantes pertenecientes a establecimientos municipales y 591 de particulares-subvencionados.

En la siguiente tabla se muestran los resultados del pre-test por grupo:

Tabla 4-4. Diferencias por grupo

Grupo	PRC*
Control	50.9%
Experimental	51.04%

*Porcentaje de Respuestas Correctas

Ellos señalaron que las diferencias mostradas en la tabla 4-4 no fueron significativas.

Una vez que aplicaron las pruebas de la investigación, los resultados fueron los siguientes:

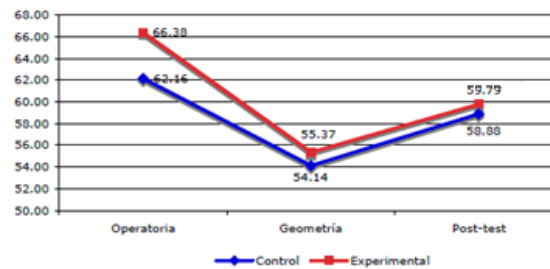


Figura 4.10. Porcentaje de respuestas correctas por pruebas temáticas y Postest

(Villarreal & Molina, 2007, pág.9)

Al observar la figura 4.10, podemos notar las diferencias de porcentajes de respuestas correctas por grupo y considerar al grupo experimental por sobre el grupo de control. Esto nos señala que el aprendizaje con PDI presenta diferencias significativas en cuanto a la aplicación de actividades con estas herramientas y apoya en los aprendizajes de los estudiantes.

Es pertinente extraer algunas citas textuales del proyecto, pues hacen comentarios sobre el comportamiento de los alumnos en la sala de clase mientras aplicaban las actividades formuladas en su proyecto de investigación.

“...los alumnos que menos participaban efectivamente ahora deseaban integrarse a las actividades del curso en forma activa...”. “...a los profesores les permite manejar mejor su clase, observar los avances individuales y grupales...” “Rompe una rutina y permite generar espacios que facilitan los cambios tradicionales para hacer modificaciones más significativos al interior de la sala de clases...”

(Villarreal & Molina, 2007, pág. 12)



Esta cita textual habla directamente sobre el comportamiento del grupo curso en el momento que aplican las actividades de su proyecto. Los autores señalan que mejora la atención y la motivación en la participación en el aula, lo que hace que esta herramienta sea un útil instrumento de apoyo para producir un aprendizaje. Además, puede producir cambios en la estructura de una clase habitual y apoyar en el proceso.

4.3.4. **“La Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Media. Un Procesador Geométrico como Medio Didáctico”**

Fue un proyecto de tesis para optar al grado de magister en la Universidad de Chile por Manuel Galaz (2005) cuyo profesor director de tesis fue Fernando Pérez. Este proyecto se aplicó a ocho cursos en cuatro establecimientos subvencionados de los cuales en cada uno se contó con un grupo de control y un grupo experimental del primer nivel de enseñanza media. Participan en total 337 alumnos de los cuales 171 pertenecieron al grupo experimental y el resto al grupo de control.

La *Figura 4.11*, realizada por ejecutor del proyecto, muestra las diferencias por establecimiento educacional y por tipo de grupo.

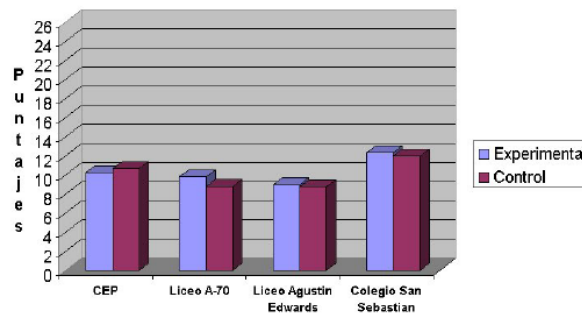


Figura 4.11. Resultados Posttest por Establecimiento (*Galaz, 2005, pág.36*)

Por otra parte, aunque no se observan diferencias significativas entre los resultados de cada grupo con el uso de estas herramientas, el autor afirma que hay una valoración positiva por parte de los docentes en el uso de un procesador geométrico en cuanto a la entretención que esto produce al utilizarlos, a la precisión, la rapidez, la consistencia para abordar la geometría, lo cual provoca que sea una herramienta positiva en el apoyo de los aprendizajes de los alumnos. En consecuencia, es necesario realizar nuevos estudios que incorporen diferentes herramientas tecnológicas interactivas y pedagógicas en pro de las mejoras académicas.



5. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se mencionarán el diseño de la investigación realizada, las personas y la descripción de los grupos involucrados en el proceso, los horarios de clases dispuestos, el tiempo efectuado, las herramientas utilizadas, la grilla que describe el proceso realizado y la evaluación efectuada en el desarrollo de la investigación.

5.1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN:

El diseño metodológico utilizado en este estudio corresponde a un diseño cuasi experimental con pre-prueba y post-prueba utilizando grupo de control (Hernández, Fernández y Baptista, 1991). En ambos grupos se abordarán los mismos contenidos.

Desde el punto de vista del diseño de la investigación se desarrollaron tres etapas. En la primera etapa, se aplicó una evaluación inicial diagnóstica (pre-prueba) con el fin de establecer los conocimientos previos que poseen los estudiantes con respecto al contenido de las homotecias en ambos grupos (O_1 y O_3 correspondientes al grupo de control y experimental).

En la segunda etapa, en el grupo experimental designado como G_2 , se efectuó una serie de actividades en seis sesiones de clases, en las cuales se hizo uso de la Pizarra Digital Interactiva, la sala de computación y Netbooks individuales. Al experimento utilizando estas herramientas para el desarrollo de actividades le denominamos X. En esta etapa en el grupo de control designado como G_1 , se procedió a trabajar con el texto escolar y los mismos materiales de evaluación del grupo experimental⁶, donde se estableció una relación de contenidos, objetivos de sesiones y materiales de evaluación.

En la tercera etapa, se aplicó una evaluación final o de término (post-prueba) para apreciar el nivel de progresión de las alumnas con respecto a los aprendizajes esperados, para luego comparar los resultados de ambos grupos (O_2 y O_4 correspondientes al grupo de control y experimental).

⁶ Excepto la ficha de actividad N°3 debido a que en el grupo experimental se trabajó con procesador geométrico (Anexo E, pág. 102). No obstante, las alumnas del grupo de control trabajaron con la guía de estudio.



Según el modelo de Hernández et al. (1991) lo mencionado anteriormente se representa en el siguiente esquema:

$$G_1: O_1 - O_2$$

$$G_2: O_3 X O_4$$

Los instrumentos de evaluación de la investigación corresponden a pruebas de conocimientos señaladas como la pre-prueba y post-prueba (Anexo C). Además de una encuesta cerrada (Anexo D) tomada a las estudiantes del grupo experimental para averiguar las percepciones de las alumnas sobre la experiencia vivida.

5.2. PERSONAS INVOLUCRADAS EN EL PROCESO Y

HORARIO DE CLASES:

La investigación se llevó a cabo en el Colegio María Auxiliadora ubicado en Avda. Quebrada Verde 195, Cerro Playa Ancha – Valparaíso. Corresponde a un establecimiento educacional particular subvencionado.

Se dispuso de la colaboración de un docente en el área de las matemáticas y a dos cursos homogéneos del décimo nivel de escolaridad (segundo medio), siendo en total 54 alumnas. Los cursos son conformados de manera natural, no por logros académicos. Se dispuso al azar el curso establecido como grupo de control y experimental, seleccionando como grupo de control al curso 2ºA con una matrícula de 30 alumnas y como grupo experimental al curso 2ºB de 24 alumnas.

El grupo de control, presentó como promedio del primer semestre un 5.3 en la asignatura de matemática. El grupo experimental presentó como promedio en el primer semestre un 5.2. La diferencia entre ambos grupos fue de 0.1, por lo tanto, los cursos son homogéneos en cuanto a los logros académicos.

En la siguiente página se observan los horarios de clases establecido por el establecimiento educacional.



El horario de clases: Grupo de control: G_1 ., Grupo Experimental: G_2

Tabla 5-1. Horario de clases grupo de Control y Experimental

Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1					
2	G_1 .				
R e c r e o					
3	G_2 .	G_2 .	G_1 .		
4	G_2 .	G_2 .	G_1 .		
5	G_1		G_1 .	G_2 .	
R e c r e o					
6				G_2 .	
7				G_1 .	

Como se puede observar en la *Tabla 5-1*, el grupo de control posee las horas de clases del día lunes y jueves en forma dispersa, y el día miércoles tres juntas. Al contrario, el grupo experimental posee dos horas de clases juntas los días lunes y martes, y el día jueves separadas por un recreo.

5.3. TIEMPO DESARROLLADO:

El tiempo utilizado para la aplicación de la secuencia de aprendizaje en ambos grupos fue de 11 horas pedagógicas. El grupo experimental requirió de una hora pedagógica más, que se utilizó para contestar la encuesta de percepciones de las estudiantes.

5.4. HERRAMIENTAS:

Las herramientas que se utilizan se dividen en tres tipos:

5.4.1. Espacios dentro del establecimiento:

5.4.1.1. *Sala de computación:* Utilizada en las sesiones N°2 y N°6 debido a la posibilidad de tener acceso a la red y a la proyección con el data que se encuentra en la sala. En la sesión N°2, las alumnas debieron traer la tarea de investigación de la existencia de razones negativas y escribir en la plataforma de Moodle sus respuestas. Luego se realizó una puesta en común y se formalizaron los conceptos. Una vez concluido este proceso, completan la Ficha de Actividad N°2 (Anexo E) en forma grupal.



En la Sesión N°6, se utiliza para que las alumnas respondan la encuesta y observen un video en contribución al trabajo realizado por ellas.

5.4.1.2.*Sala de Multimedia*: Esta sala cuenta con la implementación de la PDI y otros recursos como son: proyector que genera imágenes en toda la pared y micrófono conectado a parlantes ubicados en diferentes lugares de la sala. Ésta solo se utilizó en las sesiones N°3 y N°4 (Anexo B) para el trabajo con la PDI.

5.4.1.3.*Biblioteca (CRA)*: lugar donde se movilizaron las alumnas para el trabajo de la sesión N°1 (Anexo I) y dispusieron el grupo de trabajo con el cual desarrollarían actividades en las sesiones siguientes.

5.4.1.4.*Sala de clase*: se realizaron actividades de sesiones N°1, N°3, N°5 y N°6.

5.4.2. Herramientas tecnológicas:

5.4.2.1.*Proyector*: Fue utilizado en la sesión N°2 para mostrarle a las alumnas proyecciones de PowerPoint con la definición de conceptos. (Anexo I)

5.4.2.2.*PDI*: Fue utilizada en las sesiones N°3 y N°4 (Anexo I, evidencias) para la visualización de figuras homotéticas, en cuanto al desplazamiento de las figuras al modificar la razón.

5.4.2.3.*Netbooks*: Fueron utilizados en la sesión N°4 para la construcción individual de figuras (Anexo I, *Figuras I.14., I.15.*).

5.4.2.4.*Plataforma virtual de Moodle*: Ésta se utilizó como una guía de las actividades a realizar en cada una de las sesiones que se trabajó con acceso a internet. Éstas fueron: en la sesión N°2, donde se utilizó la herramienta de foro, se expuso el PowerPoint de conceptos, el link para trabajar con Geogebra online y archivos de construcciones con el mismo software (Evidencias, Anexo I). En la sesión N°3, se expuso la guía de estudio y las construcciones geométricas que debieron haber realizado. Y finalmente en la sesión N°4, donde se expusieron las instrucciones de la actividad a realizar, la ficha de actividad N°3, la construcción de figuras homotéticas en Geogebra y el link para trabajar con Geogebra online.



5.4.3. Material Impreso:

5.4.3.1. *Fichas de actividades de proceso:* Estas fichas fueron diseñadas con el objetivo de evaluar de manera formativa los conceptos vistos en las sesiones de clases y constan de una lámina pequeña pegada a una hoja de color tamaño carta. Midieron los avances de las estudiantes y ayudaron a reconocer las debilidades que tenían y así reforzar conceptos para la sesión siguiente. (Anexo E; Anexo I, *Figura I.18*)

5.4.3.2. *Guía de estudio:* fue diseñada con el objetivo de que las alumnas ejercitaran y aplicaran lo aprendido en las sesiones. Las alumnas la trabajaron en las sesiones N°3 y N°5 en conjunto (Anexo F, Anexo I, *Figuras I.22., I.23. y, I.24.*).

5.4.3.3. *Hoja de resumen:* fue diseñado con el objetivo de englobar todos los conceptos vistos para que las alumnas reconocieran los conceptos tratados (Anexo G). Ésta fue entregada en la sesión N°5 en el grupo experimental (Anexo B) y en la sesión N°4 en el grupo de control (Anexo B)

Para resumir lo anterior, se presenta la *figura 5.1* que destaca con colores el uso de herramientas utilizadas por grupo. De color verde a las herramientas utilizadas por ambos grupos. Amarillo por el grupo experimental y finalmente, azul a las herramientas utilizadas por el grupo de control.

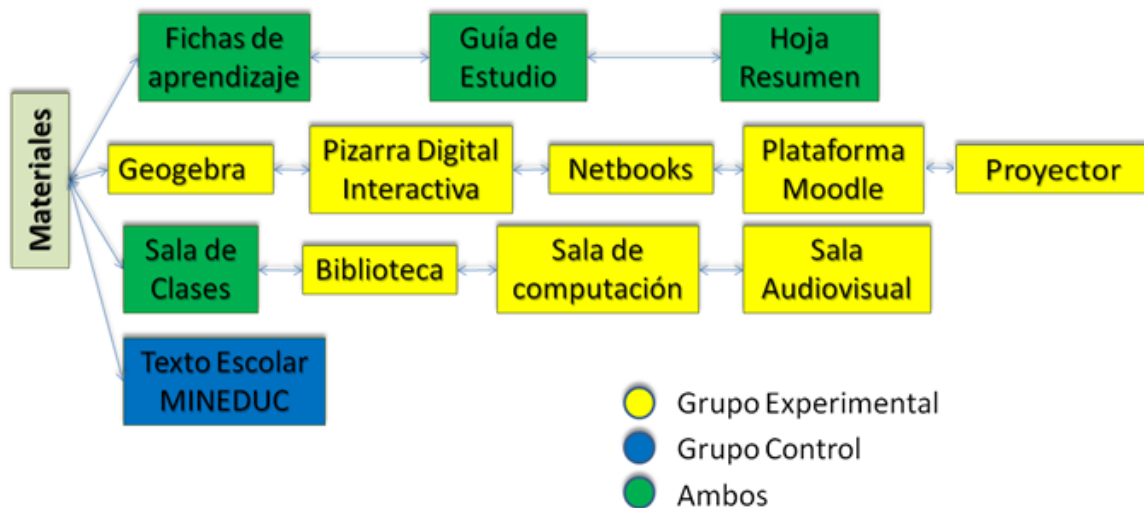


Figura 5.1. Esquema de herramientas utilizadas por grupo



5.5. GRILLA DEL PROCESO:

Sobre el proceso de ejecución de actividades del proyecto, se dividió en cuatro etapas principales, las cuales se representan en la siguiente grilla del proceso:

Tabla 5-2. Grilla del Proceso de Investigación

<p>1. Bases para la práctica:</p> <ul style="list-style-type: none">a. Recolección y comparación en resultados de proyectos de investigación con uso de diferentes herramientas tecnológicas en el aula.b. Selección de herramientas tecnológicas a utilizar en el proyecto.c. Confección de pre-prueba y post-prueba y criterios de evaluación. Elaboración de actividades con objetivos específicos de aprendizaje	<p>2. Estudio Empírico:</p> <ul style="list-style-type: none">a. Análisis de la realidad del establecimiento educacional en cuanto a los resultados obtenidos en las mediciones externas y a los rendimientos del primer semestre del año 2010.b. Aplicación de pre-prueba a los grupos de control y experimentalc. Análisis de pre-prueba y comparaciones de resultados en ambos grupos.
<p>3. Estudios en el aula:</p> <ul style="list-style-type: none">a. <u>Primera sesión:</u> Aplicación de actividades para reforzar conocimientos previos.b. <u>Segunda sesión:</u> Actividad de introducción al concepto de Homotecia.c. <u>Tercera sesión:</u> Aplicación del concepto de homotecia.d. <u>Cuarta sesión:</u> Estudio de área y perímetro de figuras homotéticas.e. <u>Quinta sesión:</u> clase de ejercitación y preparación para la prueba final. Revisión de la guía de estudio.f. <u>Sexta sesión:</u> Aplicación de post-prueba.	<p>4. Análisis de resultados:</p> <ul style="list-style-type: none">a. Se analiza el proceso de ejecución de actividades en cada sesión de clase en el grupo experimental y de control.b. Análisis de post-prueba y comparación de resultados de ambos grupos.c. Contrastación con los objetivos de investigación.



5.6. EVALUACIÓN DEL PROCESO:

1. Pre-prueba (P_i): una calificación inicial tipo diagnóstica. (Anexo C; ver criterios de evaluación pre-prueba)
2. Post-prueba (P_f): prueba de medición final de conceptos (Anexo C; ver criterios de evaluación post-prueba)
3. Puntos acumulativos ($P.A$): en total se tienen cuatro puntos acumulativos equivalentes a una nota (Anexo H). Esto corresponde a una evaluación formativa de proceso.

Tabla de P.A

Fórmula: $(N^\circ \text{ de } P.A) \times 15 + 10$

Tabla 5-3. Equivalencias de Puntos acumulativos

N° de P.A	Nota P.A
0	10
0,5	18
1	25
1,5	33
2	40
2,5	48
3	55
3,5	63
4	70

Las calificaciones 0,5; 1,5; 2,5 y 3,5 son en el caso de que las tareas o actividades estén de manera incompleta.

4. Nota Final: $P_f * 60\% + \text{Nota } P.A * 40\%$;

Corresponde a una evaluación sumativa de la experiencia, en donde el docente es libre de decidir registrarla en las notas del libro de clases. Pero para estos fines no está contemplada la P_i puesto que sólo corresponde a un diagnóstico de los conocimientos previos para fines investigativos.



6. Secuencia de Aprendizaje

En la secuencia de Aprendizaje se consideran cinco elementos fundamentales: El primero consta de la *Secuencia Didáctica* utilizada en cada sesión. El segundo consta de los *aprendizajes esperados* de la experiencia. El tercero, de una *tabla-resumen de objetivos por sesión*. El cuarto, de una *descripción de sesiones* con justificaciones teóricas y herramientas utilizadas. Finalmente de *recomendaciones futuras* y observaciones de la experiencia.

6.1. SECUENCIA DIDÁCTICA:

Cabe señalar que en cada sesión de clase se utilizó una determinada Secuencia Didáctica presentada en tres etapas, las cuales fueron adoptadas por la forma de trabajo de la institución. Éstas se presentan del siguiente modo:

6.1.1. Actividad Introdutoria:

Introducción al tema a tratar en clase con problemas de la vida cotidiana, tomando en cuenta los conocimientos que ya saben y haciéndoles sentir que les falta saber un poco más para resolver tales problemas. Las actividades deben estar vinculadas con las competencias a desarrollar y el docente debe atraer la atención, recuperar el conocimiento previo y motivar a los estudiantes.

6.1.2. Actividad de Experimentación:

Se realiza un proceso de exploración de contenidos y se reciben las consultas de las alumnas. Se exponen las ideas principales y se sistematizan las metodologías de resolución de problemas. En esta etapa se desarrollan las estrategias de enseñanza y aprendizaje para el logro de los objetivos propuestos por sesión. Las actividades pueden ser de manera individual o en equipo, basadas en el marco teórico de la investigación.

6.1.3. Actividad de Consolidación:

Se formalizan los procesos realizados y se realiza un resumen de lo visto en clase. Se deja un enganche para la aplicación de la clase siguiente. En esta etapa se describen las actividades que permitan verificar el aprendizaje obtenido para continuar o reorientar el desarrollo de sus estrategias.



6.2. APRENDIZAJES ESPERADOS:

En cada ejecución de Actividad se contemplaron los siguientes aprendizajes esperados:

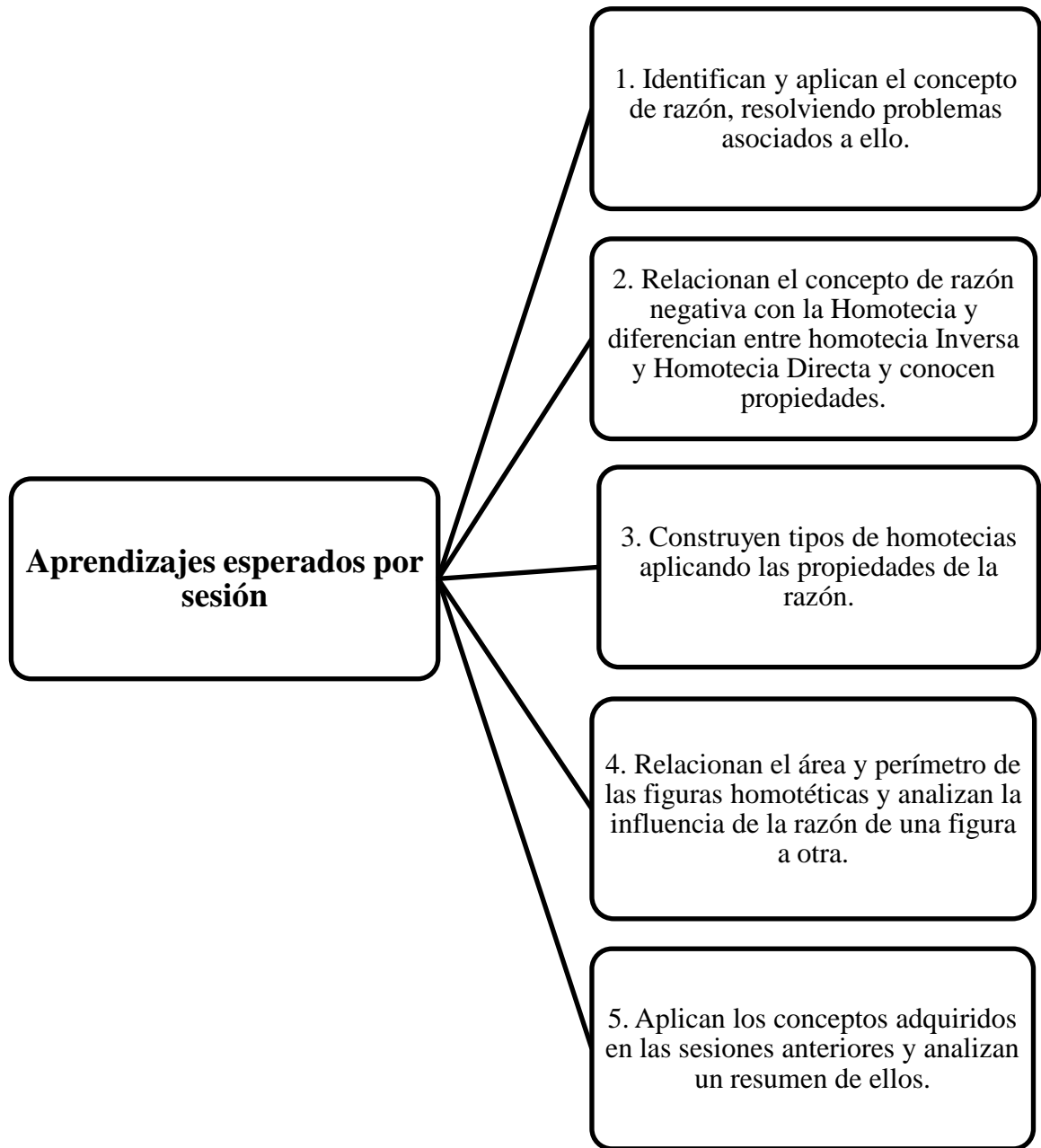


Figura 6.1. Aprendizajes esperados por sesión.

Cada uno de los aprendizajes esperados fue considerado en las sesiones de clases de cada grupo (Experimental y Control), cuyas planificaciones por sesión están especificadas en el Anexo B del presente documento.



De las planificaciones por sesión, se extiende la siguiente tabla que considera los objetivos, fecha y materiales utilizados por cada grupo en la sesión de clase:

6.3. RESUMEN DE OBJETIVOS POR SESIÓN:

Tabla 6-1. Resumen de objetivos y herramientas por sesión

Objetivos por sesión	N° Sesión /día/ Material Grupo Experimental		N° Sesión / día / Material Grupo de control	
	Medir los conocimientos que poseen las alumnas en homotecias y reforzar los conocimientos previos a las siguientes sesiones.	1	Lunes 18	1
	Pre-prueba Ficha de Actividad N°1 Sala de clases, Biblioteca.		Pre-prueba Ficha de Actividad N°1 Sala de clases.	
Introducir el concepto de homotecia, en donde relacionen los comportamientos homotéticos y diferenciar entre una homotecia directa en inversa, conjeturando sobre los valores de la razones y notar la existencia del centro de la homotecia.	2	Martes 19	2	Miércoles 20; 1era y 2da Hora.
	Herramienta de Moodle Herramienta de PowerPoint Proyector Ficha de actividad N°2 Sala de computación		Pizarrón, Texto del estudiante, Ficha de actividad N°2, Guía de Estudio Sala de clases	
Analizar construcciones homotéticas con diferentes valores de razones y Realizar construcciones las razones homotéticas con diferentes valores en figuras planas.	3	Jueves 21	3, 1era parte	Miércoles 20;
	Guía de estudio PDI; Geogebra Sala de Multimedia		3, 2da parte	Jueves 21
Relacionar área y perímetro de figuras homotéticas al utilizar diferentes razones y aplicar los conceptos trabajados en las sesiones anteriores	4	Lunes 25	4	Lunes 25
	Ficha de actividad N°3, PDI, Geogebra, Netbooks; Sala multimedia		Guía de estudio Hoja resumen de contenidos Sala de clases	
Aplicar los conceptos adquiridos y trabajar en la revisión de los ejercicios de la guía de estudio.	5	Martes 26	5	Miércoles 27; 1era y 2da Hora.
	Hoja resumen, Guía de estudio; sala de clases		Guía de estudio; Sala de clases	
Evaluar los contenidos de las sesiones anteriores.	6 1era parte	Jueves 28, 1era hora	6	3era Hora
	Post-prueba		Post-prueba	
Considerar que fueron parte de una experiencia importante.	6 2da parte	Jueves 28, 2da hora	No se aplica la encuesta en el grupo de control, solo en el grupo experimental	
	Sala de computación			



6.4. DESCRIPCIÓN DE SESIONES DE CLASES G₂

Para ejemplificar, consideraremos la explicación generalizada de las clases realizadas. En forma más detallada, se encuentran las planificaciones de las sesiones de clases en el Anexo B de este escrito.

6.4.1. Sesión N°1:

6.4.1.1. Descripción de la sesión:

Las alumnas en:

Actividad N°1: Introdutoria: Resuelven una prueba de conocimientos de homotecias en 30 minutos.

Actividad N°2: Experimentación: Realizan los comentarios de la prueba y comienzan a reconstruir el concepto de razón y de proporción por medio del desarrollo de la ficha de actividad N°1 (Anexo E) en grupos designados por la profesora de 4 a 5 miembros, en la sala de la biblioteca (CRA). Posteriormente relacionan las razones y proporciones con los lados respectivos de figuras planas.

Actividad N°3: Consolidación: Piensan en la pregunta ¿qué pasa cuando las razones son negativas? Ellas deben investigar y traer una explicación al respecto.

6.5.1.1. Justificación teórica:

Actividad Introdutoria: En primera instancia se encuentra presente la actividad introductorio que consta de una prueba de 30 minutos.

En el proceso 2, “Estudio empírico”, se investigó los contenidos que las alumnas vieron en el área de la Geometría hasta ese entonces, resultando que no habían tratado homotecias. Entonces, en el caso de haber realizado la pre-prueba que tratara éste concepto, los resultados hubiesen sido inefablemente negativos. Por lo tanto, siguiendo la idea de los subsumidores de Ausubel en donde los conceptos previos se vayan relacionando con los nuevos de manera lógica, se realizó una prueba de diagnóstico con los contenidos que las alumnas si alcanzaron a tratar. Éstos fueron: Razones, proporciones y Semejanza de figuras planas que



precisamente son contenidos fundamentales para comenzar a tratar el tema de homotecias. La idea fue tratar estos temas en una prueba de diagnóstico, ocupando intrínsecamente el concepto de homotecia sin nombrar que era precisamente una homotecia. Así se tiene un orden y significado lógico en donde los contenidos se puedan relacionar con las estructuras cognitivas del aprendiz (idea que señala Ausubel, en el marco teórico del presente documento).

Actividad de Experimentación: Se atribuye a dos teorías: Los subsumidores de Ausubel, en cuanto al orden lógico de los contenidos, pues en esta actividad se desarrolla una ficha con los mismos conceptos de la Pre-prueba, de esta manera se fortalecerán los conocimientos previos.

También se trata la teoría del *Aprendizaje Social* de Vigotsky y *Aprendizaje Colaborativo*, en donde las alumnas en forma grupal construyen el concepto de razón, pues recordemos que el conocimiento para Vigotsky es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente. De esta manera fortalece la *Interacción*, donde la alumna aprende de la compañera con quien interactúa día a día, o ella misma es quien le puede enseñar. También se fortalecen habilidades grupales como: escuchar, participar, liderar, coordinar actividades y evaluar.

Los grupos de trabajo no son más de cinco personas de acuerdo con lo que señalan Nussbaum y Zurita (2005) respecto a ello.

Actividad de Consolidación: Se utiliza la teoría del *Aprendizaje Significativo de Ausubel* respecto de las ideas de anclaje. Las alumnas han tratado el tema de razones pero solo con un valor positivo, entonces ahora poseen el desafío de investigar para la sesión siguiente la idea de cuándo es negativa. En este caso se relaciona las razones positivas ya vistas por las alumnas, con razones negativas y como Ausubel menciona, mientras las alumnas descubran el significado del concepto, mayores son los aprendizajes.



6.4.2. Sesión N°2:

6.4.2.1. Descripción de la sesión:

Actividad N°1: Introdutoria: En esta sesión, las estudiantes participan activamente en un foro en la plataforma Moodle (Ítem I.1. en Anexo I) contestando la pregunta: ¿Existen las razones negativas?. Luego mediante variadas ideas, construyen el concepto de razones negativas.

Actividad N°2: Experimentación: Cada alumna ubicada en un computador visualiza con Geogebra (Figura 6.2) la construcción de tres triángulos homotéticos y notan la influencia de la razón negativa. Diferencian cuando una razón es negativa y positiva a través de la interacción con el software.

Luego responden la siguiente pregunta: ¿qué notan a cerca del punto de intersección de las rectas que unen los vértices correspondientes? Las alumnas levantan conjeturas respecto a las razones formadas y la existencia del centro.

En seguida, las alumnas conocen y formalizan los conceptos relacionados con las homotecias, la notación y el valor de la razón k haciendo uso PowerPoint (Ítem I.3. en Anexo I). Las alumnas observan una serie de imágenes de la vida cotidiana, analizan y comentan con sus compañeras los casos en que se encuentre la existencia de homotecias tanto directa como inversa.

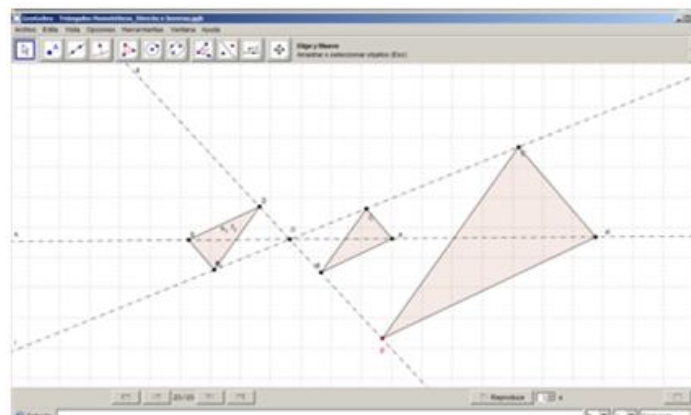


Figura 6.2. Uso de software Geogebra



Actividad N°3: Aplicación y consolidación: Las alumnas completan la ficha de actividad N°2 (Anexo E), sobre la interpretación de los conceptos vistos en clase y evalúan su desempeño y la actividad realizada. Las fichas deben ser entregadas al final de la sesión.

6.4.2.2. **Justificación teórica:**

De acuerdo con Vigotsky el proceso de aprendizaje se da en dos etapas: en la primera el aprendiz adopta los significados del contexto social; en la segunda, los significados son interiorizados. Por lo tanto, en la actividad introductoria se realiza una internalización de significados en el contexto de aula, para luego ser adoptados en forma individual en la actividad de experimentación.

Actividad Introdutoria:

Las alumnas mediante variadas ideas publicadas en el foro de razones negativas en Moodle, construyen el concepto. De esta manera, se potencia la interacción social presentada por Vigotsky y también los aspectos de contribución a una *Interdependencia positiva*, debido a que abarca las condiciones organizacionales y de funcionamiento que deben darse al interior del grupo, donde una de las integrantes publica el resultado de la investigación y todas las demás le apoyan la exposición virtual. También potencia las formas de *Interacción* y de intercambio verbal entre las personas del grupo y de las demás compañeras, debido a que deben argumentar el por qué de su respuesta y a su vez ser escuchadas y criticadas por las demás compañeras.

En esta etapa además se incorpora la teoría de Roger, quien dice que al alumno no hay que dominarlo, por lo cual, ellas trabajan por sí mismas y ellas en forma libre extraen sus propias conclusiones al respecto.

Actividad de Experimentación:

Siguiendo con la idea de Vigotsky, se dice que el hombre transforma los estímulos al recibirlos lo cual es posible gracias a la acción mediadora de dos tipos de instrumentos: las herramientas y los signos. Las herramientas actúan sobre el estímulo transformándolo, mientras que los signos, transforman al sujeto. En este



caso, la herramienta que transforma el estímulo corresponde al computador por medio del software Geogebra utilizado por cada alumna que corresponde al signo, y juntos transforman el saber matemático: homotecias.

Al utilizar el computador, favorece los siguientes aspectos publicados por Lucero (2009) en la en la Revista Iberoamericana de Educación en cuanto al nivel personal:

- Aumenta las habilidades sociales, interacción y comunicación efectivas.
- Disminuye los sentimientos de aislamiento.
- Permite conocer diferentes temas y adquirir nueva información.

También en la internalización individual, se integra la idea de Ausubel en donde los conceptos van tomando significado para las alumnas a medida que se relacionen con los hechos presentes en la realidad.

Actividad de Consolidación

Se realiza una evaluación formativa para percibir los niveles de logros que poseen las alumnas en cuanto a los conocimientos adquiridos en la sesión y se sigue una valuación clase a clase otorgada por el MINEDUC, en forma grupal.

6.4.3. Sesión N°3:

6.4.3.1. Descripción de la sesión: Esta sesión no se realiza de acuerdo a la estructura de la secuencia didáctica debido a la separación de horas del grupo en el horario de clases.

Las alumnas en:

5ta Hora: Revisan conceptos tratados en la sesión anterior. Luego realizan la primera actividad de construcciones de figuras en papel (Figura 6.3.(a) & (b)) utilizando la guía de estudio (anexo F), en los grupos de trabajo conformados en la primera sesión.

6ta Hora: El grupo que realiza las construcciones completas de la actividad, utilizan a modo de recompensa la PDI para construir las figuras realizadas en



Geogebra. Analizan la construcción realizada y comentan los resultados con las demás compañeras.

En el ítem I.4 del Anexo I, se pueden observar a las estudiantes haciendo uso de la PDI.

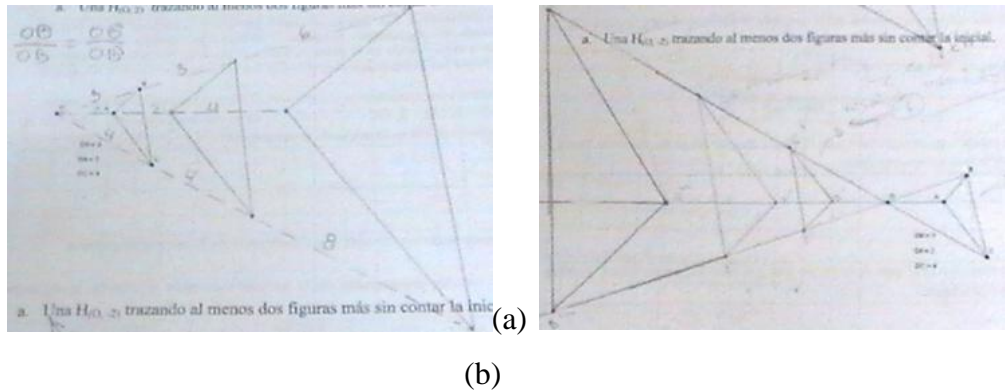


Figura 6.3. (a) & (b) Construcciones en papel

6.4.3.2. **Justificación teórica:**

5ta Hora:

Actividad N°1: En esta actividad se refuerzan los conocimientos previos para enlazarlos con las actividades posteriores, siguiendo la idea de subsumidores de Ausubel.

Actividad N°2: En la sesión anterior las alumnas diferencian entre una homotecia inversa y directa por medio de una razón. En esta actividad construyen homotecias y aplican éstos conceptos en el material señalado y como señala Ausubel, los materiales a utilizar por los estudiantes deben ser potencialmente significativos, lo que requiere la presencia de un orden y significado lógico, es decir, que se pueda relacionar con las estructuras cognitivas del aprendiz. En este caso, al tener internalizado los conceptos de homotecia directa e inversa y razón, pueden construir tipos de homotecias y relacionarlas unas con otras en la estructura cognitiva que ya poseen.

6ta Hora: Vigotsky dice que el hombre transforma los estímulos al recibirlos lo cual es posible gracias a la acción mediadora de dos tipos de instrumentos: las



herramientas y los signos. Las herramientas actúan sobre el estímulo transformándolo, mientras que los signos, transforman al sujeto. En este caso, la herramienta mediadora sería la PDI que trabaja la figura homotética como el signo mencionado, a través de estímulos relacionados con el desplazamiento de las figuras y el trabajo en general que se pueda realizar en forma significativa para el aprendizaje de las alumnas. Además, al realizar como premio la construcción de figuras en la PDI al grupo que realice el trabajo en forma completa, está generando un compromiso de parte de las integrantes de éste y favoreciendo a la interacción entre las demás compañeras del grupo curso encontrándose en una primera etapa en el proceso de aprendizaje señalado por Vigotsky, en donde adoptan significados del contexto social.

6.4.4. Sesión N°4:

6.4.4.1. **Descripción de la sesión:** Las alumnas en:

Actividad N°1: Introdutoria: Recuerdan los conceptos vistos en las sesiones anteriores.

Actividad N°2: Experimentación: Se disponen a trabajar en Netbook individual y el software Geogebra en las figuras homotéticas construidas en la sesión anterior. Relacionan el perímetro y área de cada figura con la razón de la homotecia dada, extrayendo resultados con la calculadora que trae incorporada el netbook. Registran las comparaciones de los cálculos en la ficha de actividad N°3(Anexo E) y comentan de manera grupal las deducciones. Luego, realizan las mismas comparaciones pero modificando la razón de la homotecia a 0,5 y 3. En esta actividad el profesor utiliza la PDI para mostrar el modo en que se utiliza el software Geogebra (Figura 6.4).

Responden a la siguiente interrogante: ¿Se mantienen las relaciones entre perímetros y áreas si las razones son las mismas?

Actividad N°3: Aplicación y consolidación: Comparan las observaciones realizadas con su guía de estudio y modifican los cálculos realizados

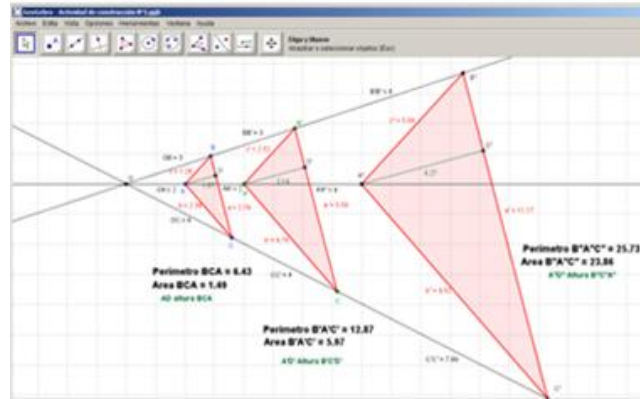


Figura 6.4. Uso de Geogebra con área y perímetro de figuras.

6.4.4.2. Justificación teórica

Actividad Introdutoria: Se realiza un refuerzo de los conocimientos previos para el desarrollo de la actividad. Aquí se destaca la existencia de las ideas de anclaje o subsumidores adecuados, los cuales son fundamentales para la interacción con el material nuevo que se presenta en la sesión. Esto es la unión de los conceptos anteriores con los nuevos de manera lógica y la asimilación de los nuevos conocimientos.

Actividad de Experimentación: En la actividad de experimentación de la sesión anterior se encontraban en la primera etapa de aprendizaje señalada por Vigotsky en donde adquirirían habilidades de construcciones de homotecias en el entorno grupal. En esta actividad, se encuentran en la segunda etapa señalada por el autor, en donde los significados son interiorizados de modo que ya construyan homotecias y a su vez, relacionen el área y el perímetro entre una figura y otra.

Al realizar el plenario y compartir los resultados dentro del grupo, se favorece a la *contribución individual* de cada miembro en donde asumen íntegramente su tarea y, además, tienen los espacios para compartir con el grupo y recibir sus contribuciones.



Actividad de Consolidación: Como señala Ausubel, los materiales a utilizar por los estudiantes deben ser potencialmente significativos, lo que requiere la presencia de un orden y significado lógico. En esta actividad las alumnas relacionan los resultados obtenidos en la sesión con el desarrollo de cada guía de estudio, de modo que si tuvieron un error al resolver un ejercicio de acuerdo a éste ítem, puede ser corregido y, de esta manera, ser significativo para el aprendizaje de la alumna.

6.4.5. Sesión N°5:

6.4.5.1. **Descripción de la sesión:** Las alumnas en:

Actividad N°1: Introdutoria: Refuerzan los conceptos adquiridos en las sesiones anteriores.

Actividad N°2: Experimentación: Trabajan en grupos en la revisión de ejercicios de la guía de estudio que consta de la aplicación de todos los conceptos vistos en las sesiones anteriores. Las alumnas aclaran sus dudas en forma grupal y luego salen al pizarrón a exponer sus resultados. En la figura 6.5. (a) se observa una construcción por las estudiantes en la guía de estudio y en (b) se observan a dos integrantes de un grupo trabajando en la guía.

Actividad N°3: Aplicación y consolidación: Revisan el resumen de todos los conceptos vistos, que les servirá de apoyo para la evaluación final.

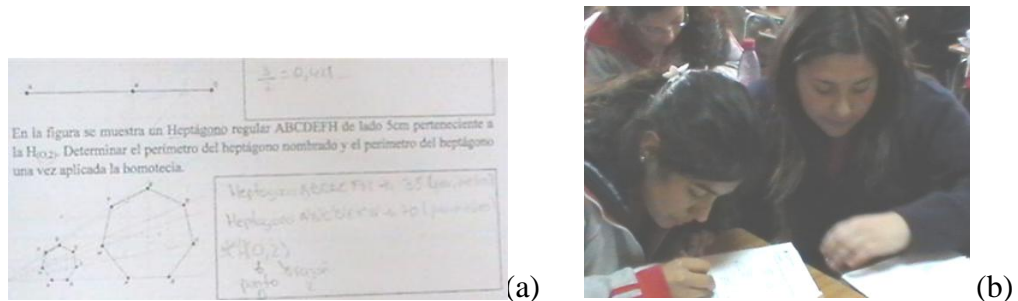


Figura 6.5 (a) & (b). Aplicaciones con guías de estudio

En el Anexo I, en el ítem I.7.3 se encuentran más construcciones realizadas por las estudiantes en la guía de estudio.



6.4.5.2. **Justificación teórica:**

Actividad Introdutoria: Al igual que en las justificaciones anteriores, en la actividad introductoria se realiza un refuerzo de los conocimientos previos para el desarrollo de la sesión. Aquí se destaca la existencia de las ideas de anclaje o subsumidores adecuados, los cuales son fundamentales para la interacción con el material nuevo que se presenta. Esto es la unión de los conceptos anteriores con los nuevos de manera lógica y la asimilación de los nuevos conocimientos.

Actividad de experimentación: Según Vigotsky, la Zona de Desarrollo Próximo es la posibilidad de los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. El conocimiento y la experiencia entre dos o más individuos es lo que posibilita el aprendizaje; por consiguiente, mientras más rica y frecuente sea la interacción, el conocimiento será más rico y amplio. Dicha interacción puede ser entre los mismos estudiantes o entre los alumnos y el profesor. Siguiendo la misma idea, las alumnas se juntan en los grupos de no más de cinco personas como recomiendan Nussbaum y Zurita (2005) y comienzan a resolver la guía. En esta etapa es fundamental que las alumnas interactúen entre sí y cumplan el rol de mediadora ayudando a las que no han alcanzado los niveles de conocimiento necesarios y así, pasar desde el nivel de desarrollo real al nivel de desarrollo potencial. En relación a lo anterior, se entiende por mediadores a los instrumentos que transforman la realidad. Su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones ambientales sino modificarlas activamente, Herrera (2004).

Aplicación y Consolidación: Según Ausubel, para que se produzca un aprendizaje significativo deben darse ciertas condiciones fundamentales, tanto en las actitudes de los estudiantes, la presentación de un material coherente y la existencia de las ideas de anclaje adecuadas. Considerando dichas condiciones se presenta el material final antes de la prueba que corresponde al resumen de los conceptos fundamentales vistos en las sesiones anteriores. En él se relacionan los conceptos vistos de modo que las alumnas adquieran un significado coherente de ellos.



6.4.6. Sesión N°6:

6.4.6.1. **Descripción de la sesión:** Esta sesión no se realiza en modo a la secuencia didáctica debido a que corresponde a la aplicación de una prueba y las actividades posteriores no son parte del proceso de aprendizaje de conceptos.

Las alumnas en:

Actividad N°1: Se ubican en sus puestos individuales y resuelven la post-prueba (Anexo C) aplicando todos los conceptos vistos en las sesiones anteriores.

Actividad N°2: Se dirigen a la sala de computación y en ella contestan la encuesta sobre la experiencia vivida (Anexo D).

6.4.6.2. Justificación teórica

Actividad N°1: La prueba es individual para conocer los resultados que tuvo cada una y los logros alcanzados. En el Anexo C, se encuentra la prueba de contenidos. Ésta cuenta con los mismos tipos de ejercicios que se presentaron en las guías de estudio y fichas de evaluación, por lo tanto se mantiene el orden coherente de contenidos y la idea de anclaje que presenta Ausubel en su investigación.

Actividad N°2: Como las alumnas presentan las horas de clases separadas por un recreo, se dirigen a la sala de computación en la segunda hora, donde contestan la encuesta (Anexo D) sobre la experiencia vivida y observan un video con imágenes de ellas trabajando en la aplicación de actividades. El objetivo de la encuesta es recolectar la información suficiente para saber si la experiencia ha sido del agrado de las alumnas y también, para saber si la tecnología les brindó apoyo en los conocimientos, si prefieren el uso de la PDI y la sala de computación para el aprendizaje de geometría. Además, para saber la apreciación general de las alumnas de la experiencia vivida.

Cabe señalar que en forma transversal a todas las sesiones de clase se encuentra la teoría Experiencial de Roger, la cual se enfoca en el rol del profesor de preparar y facilitar el aprendizaje. En cada sesión se debe montar un clima de aprendizaje de



acuerdo al lugar o espacios establecidos y a las herramientas utilizadas. En cada una de las aplicaciones de las actividades se dio a conocer el propósito de aprendizaje subyacente para que fueran conscientes de lo que debían saber al finalizar la sesión. Además, mediante a la interacción entre pares y docente, se buscó equilibrar los componentes emocionales e intelectuales que inciden en el proceso de aprendizaje.

6.5. RECOMENDACIONES PARA APLICACIONES FUTURAS:

Cuando se utilizará tecnología en una sesión de clases hay que tener presentes varios aspectos antes llevar a cabo cualquier actividad. Las principales dificultades en las aplicaciones es la falla inesperada de la tecnología en el momento preciso. Por esta razón hay que considerar varios aspectos:

6.5.1. Sobre el uso de la tecnología:

6.5.1.1. Comprobar el estado de las herramientas que se van a utilizar, pues en la experiencia vivida con este proyecto se tuvo dificultades con las cargas de las baterías de los netbooks. Éstos habían sido utilizados por un curso anterior y algunos no estaban con la carga suficiente para durar encendido toda la hora de clase, entonces hubo que cambiar netbooks por otros en el mismo momento.

6.5.1.2. Verificar que los computadores están conectados a la red (en el caso que la sesión requiera acceso a la red). En la aplicación de actividades no hubo problemas en este aspecto, pero es un elemento importante a considerar en aplicaciones futuras.

6.5.1.3. Considerar los espacios necesarios dentro de la sesión de clase para la adecuación al manejo de las herramientas tecnológicas. Éstas son la PDI, los SGD (en nuestro caso, Geogebra), uso de netbooks y uso de las aplicaciones de Moodle.



6.5.1.4. Solicitar con antelación al encargado de la sala de computación, que en los computadores se encuentre instalado el programa de Geogebra, en caso que no se tenga acceso a la red, o ésta no sea lo suficientemente potente como para resistir varias conexiones a la vez.

6.5.1.5. Verificar la compatibilidad de los programas que se está utilizando pues al momento de utilizar la herramienta de PowerPoint en Linux, se producía un descuadre de imágenes y textos.

6.5.1.6. Verificar que el software de la PDI esté correctamente instalado en el computador que será utilizada, pues en la experiencia vivida ocurrió que el programa no estaba bien instalado y se tuvo que cambiar de computador para que ésta funcionara de buena forma. Se perdieron diez minutos de demostración en ella, pero en ese entonces se realizó un paseo por los grupos que estaban situados con sus netbooks y se les explicó la actividad. Lo importante es no perder la calma y adelantar procesos para no retrasarse.

6.5.2. Sobre el material impreso:

6.5.2.1. La pre-prueba, la guía de estudio, la hoja resumen y la post-prueba, imprimirlas en hoja de tamaño oficio.

6.5.2.2. Las fichas de actividades imprimirlas en el tamaño establecido en los anexos y adherirlas a una hoja de color tamaño carta. Diferenciar las fichas de actividades con diferentes colores de hojas en cada sesión.



7. RESULTADOS

En las siguientes páginas se expondrá lo siguiente: comparación de promedios por grupo, comparación pre-prueba y post-prueba, comparación de medias, comparación de niveles de logros por pregunta, resumen de análisis de encuesta y comentarios.

7.1. COMPARACIÓN DE PROMEDIOS POR GRUPO:

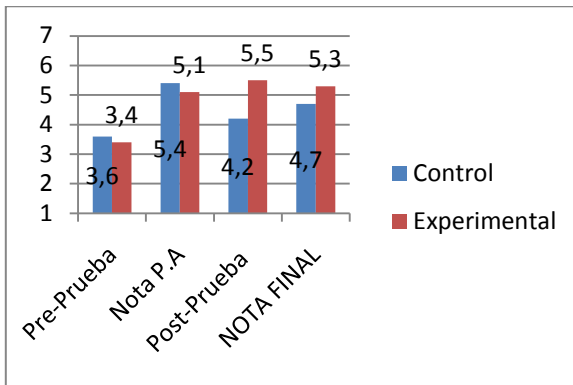


Figura 7.1. Comparación de resultados por grupo

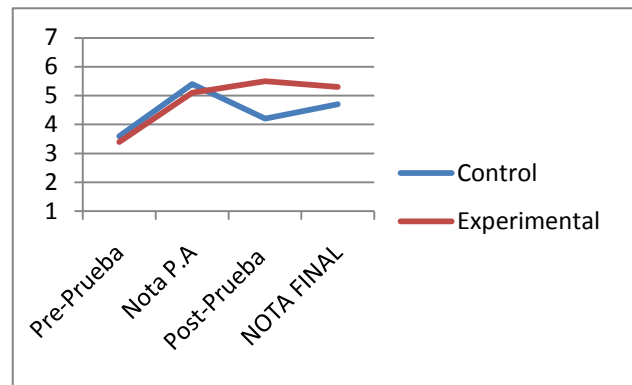


Figura 7.2. Líneas Comparativas de resultados por grupo

Observaciones:

En el grupo de control se eliminan los resultados de cuatro alumnas debido a que tres de ellas no realizaron la pre-prueba y otra no realizó la post-prueba. En el grupo experimental se eliminan los resultados de una alumna que no realiza la post-prueba. En total, se obtienen los promedios de las calificaciones de 26 alumnas en el grupo de control de un total de 30 y de 23 alumnas en el grupo experimental de un total de 24. En las Figuras 7.1 y 7.2 se pueden apreciar los resultados generales de ambos grupos.

En la pre-prueba del grupo de control de la Figura 7.1, se observa que el promedio fue un 3,6 y, un 3,4 en el grupo experimental, con una diferencia de 2 décimas. En cambio, se observa que en la post-prueba, el grupo de control obtuvo un 4,2 como promedio y un 5,5 el grupo experimental, con una diferencia de 1,3 puntos.

En las notas de puntos acumulativos de la Figura 7.1 se observa que el promedio del grupo de control es un 5,4 y la del grupo experimental es un 5,1. La diferencia entre los resultados es de 3 décimas. En las notas finales representadas en la misma figura, se tiene que



el promedio de la nota final del grupo de control es un 4,7 y la del grupo experimental es de un 5,3. La diferencia entre ambas pruebas es de 6 décimas.

En la *Figura 7.2* se utiliza un gráfico de línea para visualizar los resultados de las calificaciones de las alumnas. Se observan las diferencias que hubo al aplicar la pre-prueba, las notas de puntos acumulativos, la post-prueba y la nota final, en ambos grupos. Para especificar las calificaciones y contrastes se realiza la siguiente tabla de diferencias:

Tabla 7-1. Tabla de Diferencias

Grupo	Pre-prueba	Nota P.A	Post-prueba	Nota final
Experimental	3,4	5,1	5,5	5,3
Control	3,6	5,4	4,2	4,7
Diferencia*	-0,2	-0,3	1,3	0,6

*En relación al grupo Experimental

7.2. COMPARACIÓN PRE-PRUEBA Y POST-PRUEBA.

Si nos enfocamos en los resultados de la pre-prueba y post-prueba tenemos la siguiente tabla:

Tabla 7-2. Diferencias entre pre-prueba y post-prueba por grupos

Grupo	Pre-prueba	Post-prueba	Diferencias entre pruebas
Experimental	3,4	5,5	2,1
Control	3,6	4,2	0,6
Diferencia entre grupos*	-0,2	1,3	1,5

*Diferencia en relación al grupo experimental.

Se puede observar que la diferencia entre grupos de las diferencias de pruebas, es de 15 décimas. Lo que indica un contraste significativo.

En la *Figura 7.3* se aprecia una notable variación entre las notas de ambas pruebas. Algunas presentan mejores resultados en la pre-prueba que en la post-prueba, y otras, presentan la situación contraria.

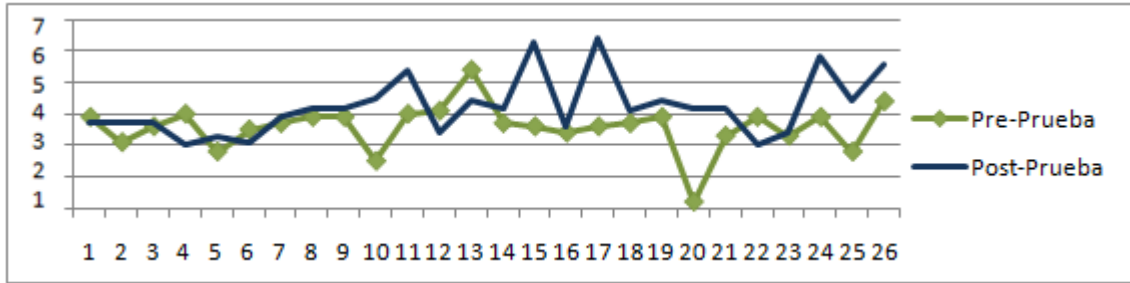


Figura 7.3 Comparación entre Pre-prueba y Post-prueba grupo de control.

En la *Figura 7.4*, se tiene una comparación entre los resultados de la pre-prueba y post-prueba del grupo experimental. Solo una alumna presenta resultados negativos en la post-prueba, las demás presentan una mejoría.

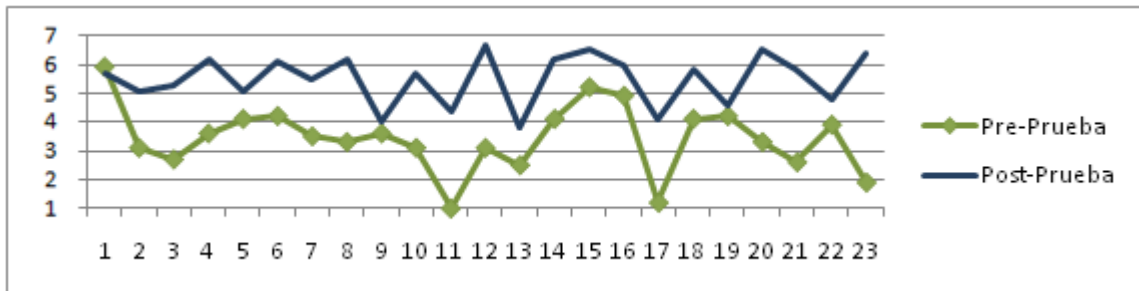


Figura 7.4 Comparación entre Pre-prueba y Post-prueba grupo experimental.

7.3. COMPARACIÓN DE MEDIAS

Se realiza un análisis estadístico para determinar si las diferencias de los resultados de las pruebas aplicadas son significativas. Para esto, es necesario considerar lo siguiente:

- O₁: Pre-prueba realizada al grupo de control
- O₂: Post-prueba realizada al grupo de control
- O₃: Pre-prueba realizada al grupo experimental
- O₄: Post-prueba realizada al grupo experimental

7.3.1. Prueba de U Mann-Whitney

Esta prueba es aplicable para comparar dos variables continuas independientes en donde las dos muestras pueden tener dos tamaños diferentes, partiendo de la hipótesis nula de que en ambas muestras la medida de tendencia central es la misma.



Es la prueba no paramétrica considerada más potente para comparar dos variables continuas independientes. H_0 : no hay diferencias y H_1 : si hay diferencias. En este caso, las hipótesis serían:

Hipótesis nula (H_0): No existe diferencia entre la aplicación de actividades convencionales en el grupo de control y la aplicación de actividades con el uso de SGD, PDI mediante un aprendizaje colaborativo en el grupo experimental.

Hipótesis alternativa (H_1): Los resultados finales de las evaluaciones del grupo experimental son mejores y significativos que los del grupo de control.

El nivel de asignación de los resultados se determina observando el valor de significación que arroje la prueba. Para todo valor de probabilidad p igual o menor que 0.05 se acepta H_1 y se rechaza H_0 . Al contrario, para todo valor de probabilidad mayor que 0.05 se acepta H_0 y se rechaza H_1

Tabla 7-3. Intervalo de confianza y prueba de U Mann-Whitney entre ambos grupos

ETA 1: O ₄ -O ₃	N = 23	Mediana ⁷ = 20.0
ETA 2: O ₂ -O ₁	N = 26	Mediana = 4.5
Punto estimado para ETA1-ETA2 es 15.0 95.2 Porcentaje IC ⁸ para ETA1-ETA2 es (7.0, 22.0) Prueba de ETA1=ETA2 versus ETA1>ETA2 es significativa a 0.0001 Por lo tanto la prueba es significativa a P=0.0001 (ajuste para pares)		

Conclusión Hipótesis: La prueba arrojó una probabilidad de $p = 0.0001$ menor que 0.05. Por lo tanto, se niega H_0 , y se afirma H_1 , lo que quiere decir que los resultados finales de las evaluaciones del grupo experimental son mejores y significativos que los del grupo de control. Es decir, que la aplicación de actividades con el uso de SGD, PDI mediante un aprendizaje colaborativo, provoca diferencias más altas y significativas, que aquellos grupos que no utilizan algún tipo de tecnología.

⁷ **Mediana:** Es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando éstos están ordenados de menor a mayor.

⁸ **IC:** intervalo de confianza



7.4. COMPARACIÓN DE NIVELES DE LOGROS

7.4.1. Pre-prueba:

En la *Tabla 7-4* se puede apreciar que en las preguntas 1, 2 y 3 el grupo de control obtiene mejores resultados que el grupo experimental. (En páginas posteriores se explica la forma en que se extraen los porcentajes).

Tabla 7-4. Porcentaje de niveles de logro por pregunta en Pre-prueba

Pregunta	% Control	% Experimental
P1	40,0	30,0
P2	86,7	66,7
P3	70,0	40,0
P4	6,7	33,3
P5	10,0	20,0

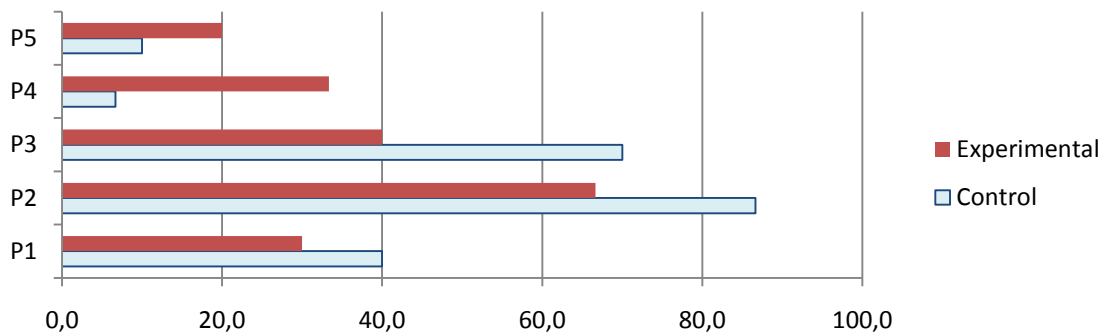


Figura 7.5. Gráfica de niveles de logro por pregunta en Pre-prueba.

7.4.2. Post-prueba

En los datos entregados por la *Tabla 7-5* y la *Figura 7.6*, se puede observar que el grupo experimental obtuvo mejores resultados en todas las preguntas. En P2 y P3 el grupo experimental tuvo el 100% de aprobación, al contrario del grupo de control que tuvo un 80%.

Tabla 7-5. Porcentaje de niveles de logro por pregunta en Post-prueba

Pregunta	%Control	%Experimental
P1	50	75
P2	80	100
P3	80	100
P4	67	83
P5	20	40
P6	33	80
P7	80	80

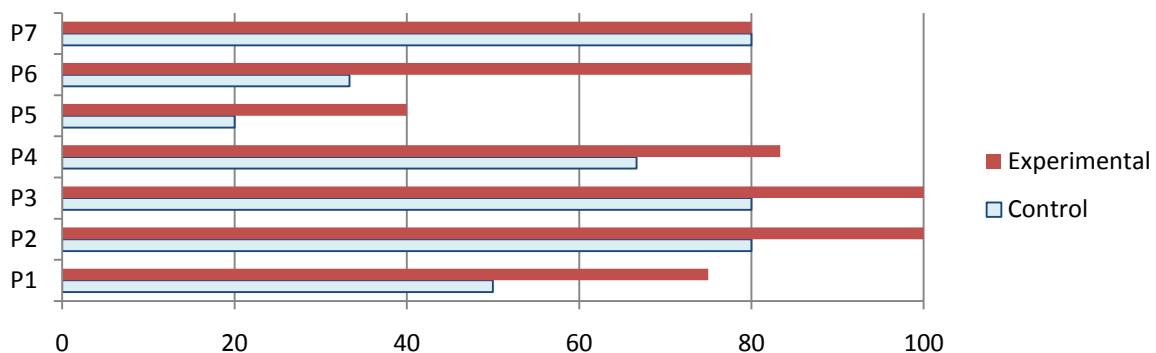


Figura 7.6. Gráfica de niveles de logro por pregunta en Post-prueba.



Si ahora nos enfocamos a los contenidos que fueron alcanzados por las alumnas en cada una de las preguntas, se pueden realizar las siguientes observaciones:

7.4.3. **Observaciones:**

7.4.3.1. Pre-prueba: (Ver pre-prueba en el Anexo C, descriptores por pregunta y los criterios de evaluación pre-prueba)

En la pregunta N°1 las alumnas del grupo de control obtuvieron mejores resultados en determinar la razón entre segmentos OA' y OA . Asimismo en la pregunta N°2, puesto que las alumnas del grupo de control señalaron preguntas más completas en determinar figuras semejantes con la justificación respectiva. También se repite en la pregunta N°3, porque las alumnas del grupo de control presentaron mejores resultados en el análisis del problema y encontrar el perímetro del triángulo pedido aplicando las propiedades de las razones.

El comportamiento señalado anteriormente no se repite en las preguntas N°3 y N°4, puesto que menos del 10% en el grupo de control y menos del 40% en el grupo experimental, señalaron en promedio que la razón pedida tenía valor uno y solo el 10% en el grupo experimental y el 20% en el grupo de control, aplicaron en promedio las propiedades de las proporciones para encontrar la constante de proporcionalidad.

7.4.3.2. Post-prueba: (Observar la post-prueba en el Anexo C, descriptores por pregunta y los criterios de evaluación Post-prueba)

Si se observa la *Figura 7.6*, se puede notar que los resultados fueron superiores en el grupo experimental que en el de control. En la pregunta N°1 el grupo experimental logró identificar el centro de la homotecia y aplicar las propiedades de razones entre segmentos. En la pregunta N°2 analizaron la correspondencia de los vértices e identificar si es homotecia y a cuál tipo de homotecia pertenece. En la pregunta N°3 identificaron la razón de la homotecia, analizaron el problema y encontraron el perímetro del pentágono pedido. Asimismo en la pregunta N°4 lograron aplicar las propiedades de homotecias, analizar y responder que la homotecia pedida corresponde a la identidad.

En la pregunta N°5 presentaron mayores dificultades en resolver el problema asociado al perímetro de triángulo equilátero, el análisis de las diferencias y similitudes entre las razones fraccionarias aplicadas al área y perímetro. Pero en la pregunta N°6 lograron construir las figuras homotéticas pedidas y presentaron mayores niveles de logros.



No es lo mismo en la pregunta N°7, puesto que ambos grupos presentan un 80% de logro promedio en la pregunta, es decir, lograron construir figuras homotéticas a partir de un vértice de la misma figura como centro.

7.4.3.3. Explicación de los porcentajes:

En la *Tabla 7-6* se exponen los promedios de puntajes por pregunta. La pregunta N°1 de la prueba de pre-prueba vale 10 puntos, las preguntas 2, 3, 4 y 5 valen 15, 10, 15 y 10 puntos respectivamente. Las preguntas N°1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 de la post-prueba, valen 4, 5, 5, 6, 10 y 15 puntos respectivamente.

La manera en que se calculan los porcentajes es la siguiente:

1. Se extraen los promedios de los puntajes por pregunta en cada curso.

Tabla 7-6. Promedios de puntajes por pregunta

Pregunta	Control	Experimental	De un Total
P1	4	3	10
P2	13	10	15
P3	7	4	10
P4	1	5	15
P5	1	2	10
Pregunta	Control	Experimental	De un Total
P1	2	3	4
P2	4	5	5
P3	4	5	5
P4	4	5	6
P5	2	4	10
P6	5	12	15
P7	12	12	15

2. Se utiliza la regla de tres, calculando de la siguiente manera:

Si nos enfocamos en la P1 de la pre-prueba en el grupo de control, 4 es el puntaje obtenido y 10 equivale al puntaje total por pregunta, entonces hacemos

$$\frac{4 \times 100}{10} = 40\%$$

Es decir, que el nivel de logro en esa pregunta fue de un 40%. Finalmente, debemos seguir calculando bajo la fórmula:

$$\text{Nivel de Logro} = \frac{\text{Puntaje Obtenido} \times 100}{\text{Puntaje total por pregunta}}$$



7.5. ANÁLISIS DE ENCUESTA Y COMENTARIOS

El análisis de la encuesta se realizó mediante la Escala de Likert.

7.5.1. La Escala de Likert: es un método de escala bipolar que mide tanto el grado positivo como negativo de cada enunciado (Likert, 1932). El formato de un típico elemento de Likert con 5 niveles de respuesta sería:

1. T.D.: Totalmente en desacuerdo
2. E.D.: En desacuerdo
3. N.A.N.D.: Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. D.A.: De acuerdo
5. T.A.: Totalmente de acuerdo

Quedando ordenado del modo presentado en la *Tabla 7-7*:

Tabla 7-7. Niveles de Likert

1	2	3	4	5
T.D.	E.D.	N.A.N.D.	D.A.	T.A.

Luego, para medir la tendencia t hacia dónde apuntan las respuestas en una muestra de n personas se presenta los datos en la *Tabla 7-8*:

Tabla 7-8. Respuestas generales por pregunta.

Nivel	1	2	3	4	5	$a + b + c + d + e = n$
Respuesta	T.D.	E.D.	N.A.N.D.	D.A.	T.A.	
N° de personas por pregunta	a	b	c	d	e	

Entonces la Tendencia t se calcula del siguiente modo:

$$\frac{a \times 1 + b \times 2 + c \times 3 + d \times 4 + e \times 5}{n} = t$$

En donde el valor t se encontrará en uno de los intervalos siguientes:

T.D.	E.D.	N.A.N.D.	D.A.	T.A.
$1 \leq t < 1,5$	$1,5 \leq t < 2,5$	$2,5 \leq t < 3,5$	$3,4 \leq t < 4,5$	$4,5 \leq t \leq 5$



7.5.2. Análisis de encuesta por pregunta (Anexo D):

7.5.2.1. Pregunta N°1

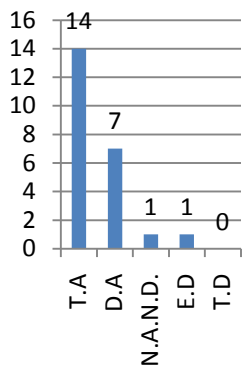


Figura 7.7.1a. Apoyo del uso de tecnología

Tendencia t: 4,5

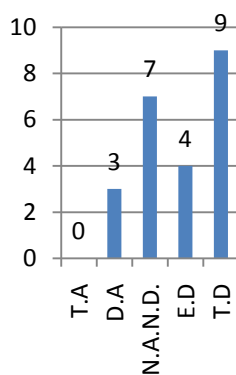


Figura 7.7.1b. Preferencias de clases habituales sobre el uso de tecnología

Tendencia t: 2,2

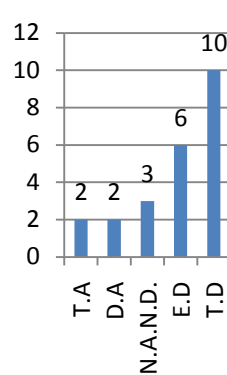


Figura 7.7.1c. Necesidad de la Tecnología.

Tendencia t: 2,1

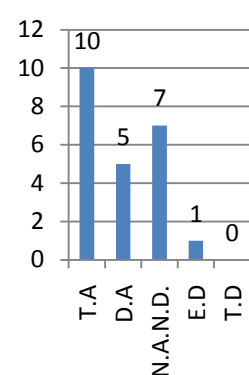


Figura 7.7.1d. Convivencia con compañeras

Tendencia t: 4,0

En la *Figura 7.7.1a*, se aprecian los resultados de la pregunta que plantea si el uso de la tecnología les brindó apoyo en los conocimientos, con una tendencia de 4,5. Esto señala que las alumnas están totalmente de acuerdo con la pregunta.

En la *Figura 7.7.1b*, se representa un desacuerdo sobre preferencias de clases habituales en vez del uso de tecnología, con una tendencia de 2,2. Esto señala que las alumnas prefieren sesiones de clases con ayuda de recursos tecnológicos.

En la *Figura 7.7.1c*, se representa la pregunta sobre la necesidad de la tecnología para el desarrollo de los aprendizajes. La tendencia fue de un 2,1 y esto significa que están en desacuerdo con que la tecnología no fue necesaria para el desarrollo de las clases.

En la *Figura 7.7.1d*, se representa la pregunta sobre la convivencia entre compañeras y la tendencia fue de un 4,0 lo que significa que las alumnas están de acuerdo en que compartieron mejor con sus compañeras y la profesora utilizando la PDI, netbook y sala de computación.

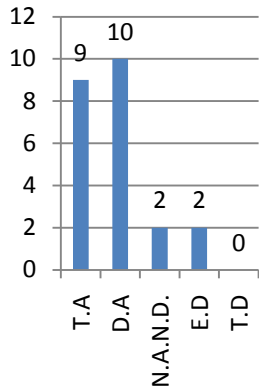


Figura 7.7.1e. Uso de la PDI
Tendencia t: 4,1

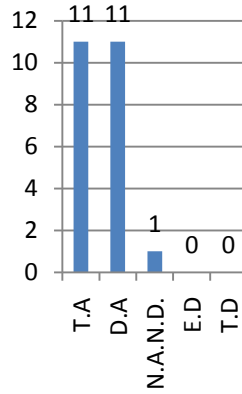


Figura 7.7.1f. Computadores Individuales
Tendencia t: 4,4

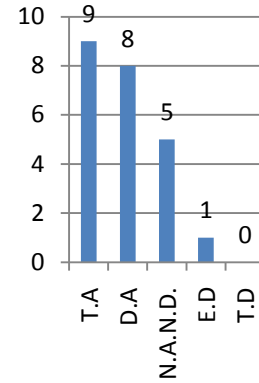


Figura 7.7.1g. Plataforma Moodle
Tendencia t: 4,1

En la Figura 7.7.1e, se aprecia la pregunta sobre el uso de la PDI. La tendencia fue de un 4,1 lo que significa que ellas estuvieron de acuerdo en que esta herramienta les ayudó a comprender los conceptos.

En la Figura 7.7.1f, se aprecia la pregunta sobre el uso de computadores individuales. La tendencia fue de un 4,4 y esto significa que ellas estuvieron de acuerdo en que el uso de computadores individuales con el uso del software Geogebra les ayudó a aclarar dudas que tenían en el grupo de trabajo y a comprender de mejor manera los conceptos.

Al analizar la tendencia de un 4,1 en la Figura 7.7.1g sobre el uso de la plataforma Moodle, las alumnas señalaron estar de acuerdo que al utilizarla tenían mejor claridad de lo que se pretendía realizar con la actividad.

7.5.2.2. Pregunta N°2

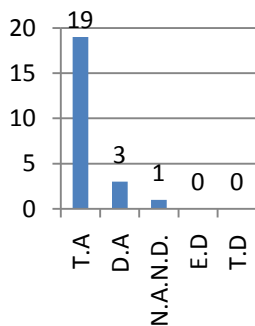


Figura 7.7.2a. Comprensión de conceptos

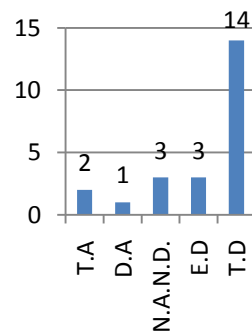


Figura 7.7.2b. Pocas actividades en Homotecias

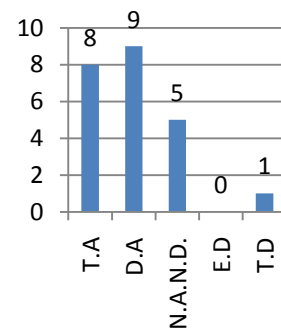


Figura 7.7.2c. Actividades entretenidas y apoyan el aprendizaje



Tendencia t: 4,8

Tendencia t: 1,9

Tendencia t: 4,0

En la *Figura 7.7.2a*, se observa una tendencia de 4,8. Esto indica que están totalmente de acuerdo que las actividades realizadas le ayudaron a comprender el concepto de homotecia.

En la *Figura 7.7.2b*, se observa una tendencia de 1,9. Esto significa que están en desacuerdo con la afirmación de que la cantidad de actividades fueron pocas porque aún no comprenden el concepto de homotecias. Esto representa una satisfacción con el número de actividades.

En la *Figura 7.7.2c*, se observa una tendencia de 4,0. Esto significa que las alumnas están de acuerdo en que las actividades fueron entretenidas y le apoyaron correctamente en los conocimientos.

En la *Figura 7.7.2d*, se observa una tendencia de 4,3. Esto significa que están de acuerdo que las actividades de estimulación de conocimientos previos le ayudaron a reforzar los conceptos necesarios para comprender homotecias.

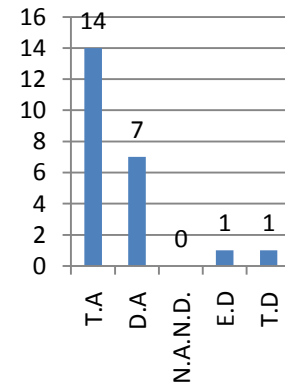
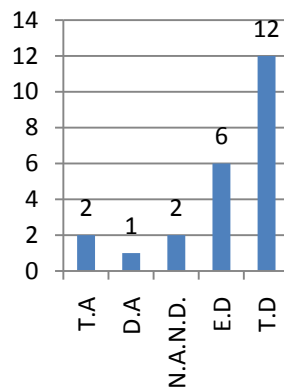
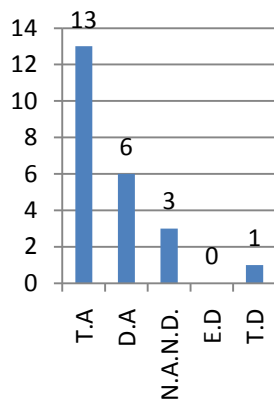


Figura 7.7.2d. Actividades Iniciales

Tendencia t: 4,3

Figura 7.7.2e. Preferencia de Actividades Individuales

Tendencia t: 1,9

Figura 7.7.2f. Apoyo de trabajo en grupo

Tendencia t: 4,4

En la *Figura 7.7.2e*, se observa una tendencia de 1,9. Esto significa que están en desacuerdo en que las actividades realizadas hubiesen sido individuales; prefieren un trabajo grupal.

Lo anterior concuerda con las respuestas representadas en la *Figura 7.7.2f* debido a que con una tendencia de 4,4, indican estar de acuerdo en que las actividades realizadas en grupo le ayudaron a comprender mejor el concepto y además, se sintieron apoyadas por las demás compañeras.



7.5.2.3. Pregunta N°3

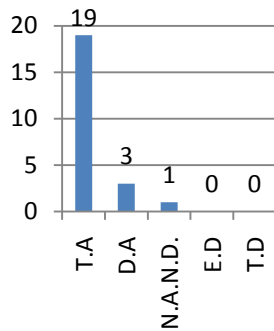


Figura 7.7.3a Apoyo de la profesora

Tendencia t: 4,8

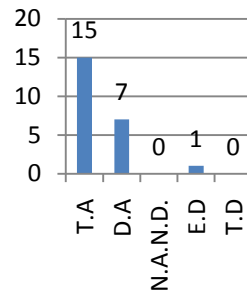


Figura 7.7.3b Respuestas coherentes a las preguntas.

Tendencia t: 4,6

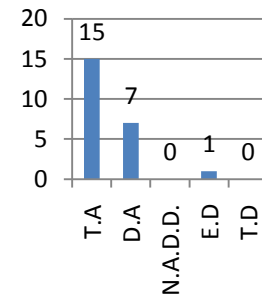


Figura 7.7.3c Logro de comprensión de conceptos.

Tendencia t: 4,6

En la *Figura 7.7.3a*, se observa una tendencia de 4,8 lo que significa que las alumnas estuvieron completamente de acuerdo en la afirmación de la pregunta sobre el apoyo de la profesora a cargo. Se sintieron apoyadas por ella.

En la *Figura 7.7.3b*, se observa una tendencia de 4,6, lo que significa que las alumnas estuvieron completamente de acuerdo que las respuestas a sus preguntas eran coherentes con lo que ellas deseaban saber. Se sentían comprendidas en sus dudas.

En la *Figura 7.7.3c*, también se observa una tendencia de 4,6. Este valor quiere decir que las alumnas estuvieron completamente de acuerdo en que lograron comprender las explicaciones realizadas por la profesora a cargo.

7.5.2.4. Pregunta N°4

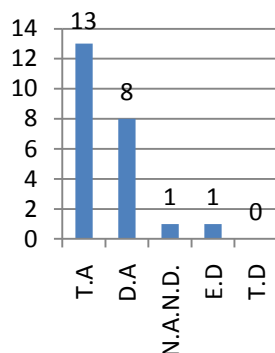


Figura 7.7.4a. Capaz de dar ejemplos de Homotecia.

Tendencia t: 4,4

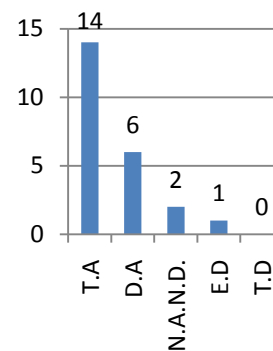


Figura 7.7.4b. Gusto de aprender cosas nuevas y aplicar materias anteriores

Tendencia t: 4,4



En la *Figura 7.7.4a*, se muestra una tendencia de 4,4 lo que quiere decir que las alumnas están de acuerdo en que conocen el concepto de homotecia y pueden dar un ejemplo concreto de lo que es.

También, en la *Figura 7.7.4b* se muestra el mismo valor de tendencia, lo que quiere decir que están de acuerdo en que les gusta aprender cosas nuevas y aplicar las materias que ya saben en ellas.

7.5.2.5. Pregunta N°5

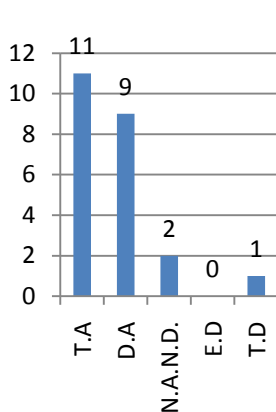


Figura 7.7.5a. Actitud en el desarrollo de actividades
Tendencia t: 4,3

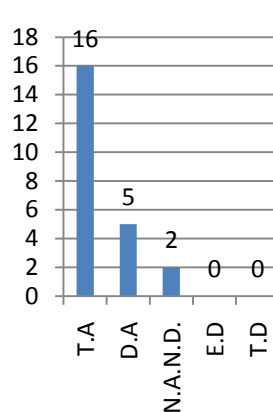


Figura 7.7.5b. Formar parte de un grupo importante
Tendencia t: 4,6

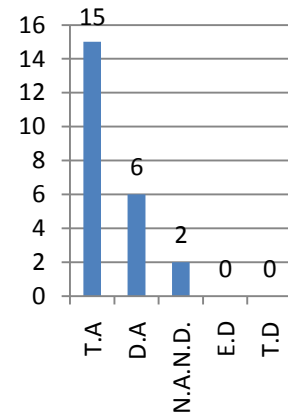


Figura 7.7.5c. Participación responsable en las actividades
Tendencia t: 4,6

En la *Figura 7.7.5a*, existe una tendencia de 4,3 lo que quiere decir que las alumnas están de acuerdo en que actuaron correctamente en el desarrollo de las actividades.

En la *Figura 7.7.5b*, existe una tendencia de 4,6. Esto señala que las alumnas están completamente de acuerdo en que se sintieron parte de un trabajo grupal importante y respondieron con responsabilidad y respeto.

En la *Figura 7.7.5c*, se observa una tendencia de un 4,6. Esto quiere decir que las alumnas están completamente de acuerdo en que participaron y respondieron las preguntas en forma responsable.



7.5.3. Resumen de encuesta:

La encuesta se presenta en el Anexo D y se especifican los análisis de los resultados por medio de gráficas y con la tendencia obtenida en cada pregunta. En el siguiente esquema se resume la encuesta realizada a las estudiantes sobre campos fundamentales abordados en la investigación:

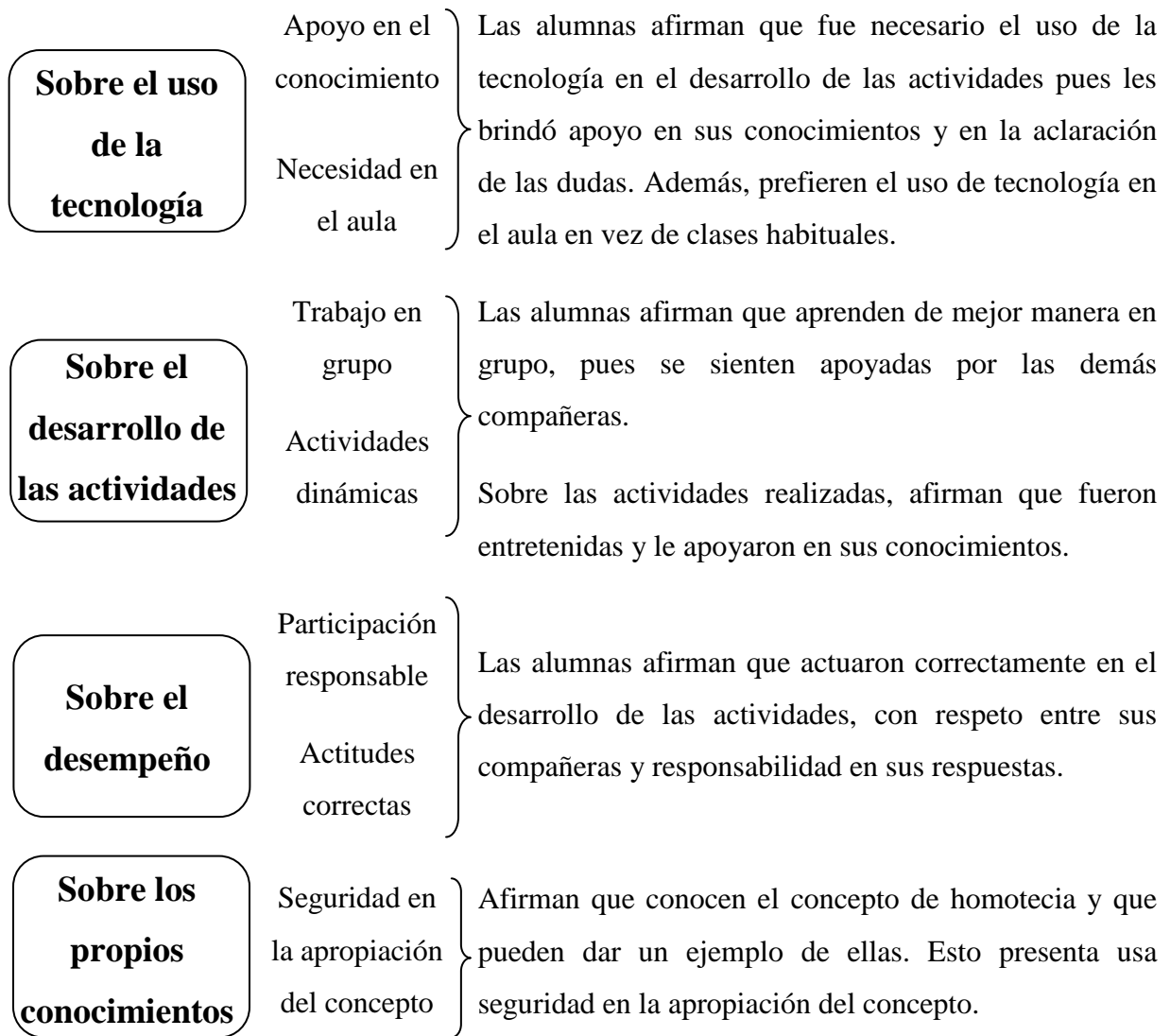


Figura 7.8. Resumen de respuestas de encuesta



8. CONCLUSIÓN

La conclusión a la investigación realizada se va a dividir en tres ámbitos: las respuestas a las preguntas de investigación, resultados de estrategias utilizadas y recomendaciones para aplicaciones futuras.

8.1. RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:

¿Cuál es la relación entre el uso de la PDI y SGD y actividades sustentadas con AC, y los logros académicos de los estudiantes de segundo año de enseñanza media, en el aprendizaje de homotecias?

A través de las pruebas realizadas, queda de manifiesto que la aplicación de actividades con el uso de SGD, PDI sustentadas en un aprendizaje colaborativo permite a los estudiantes obtener mejores resultados académicos que aquellos que no utilizan estos medios. Por lo tanto, mientras se apoye el aprendizaje de los alumnos con diferentes herramientas, sin olvidar que el objetivo es el aprendizaje del alumno y no el mero uso de la herramienta, se tendrán resultados favorables en el aprendizaje de éstos.

¿Qué percepciones tienen los estudiantes sobre los aportes que brindan al conocimiento, el uso de la PDI y SGD y el trabajo mediante AC?

Las estudiantes encuestadas en la experiencia (Anexo D), manifiestan su apoyo y conformidad al uso de la PDI y SGD mediante un AC, pues prefieren las clases con el uso de las herramientas mencionadas, en vez de clases tradicionales. Además, las alumnas plantean que el uso de la tecnología empleada: les brindó apoyo en sus conocimientos, les ayudó a compartir con sus compañeras y aclararon las dudas que tenían. Manifestaron una preferencia por el trabajo en grupo con respecto a una clase tradicional, ya que les ayudó a comprender mejor el concepto al sentirse apoyadas por sus compañeras



¿Cuáles son las percepciones de los estudiantes respecto al trabajo en grupo realizado y a su participación?

En los análisis de los resultados de la encuesta con la Escala de Likert, las alumnas plantean estar de acuerdo en que las actividades realizadas en grupo le ayudaron a comprender mejor el concepto, debido a que se sintieron apoyadas por el resto de las compañeras y pudieron compartir de mejor manera con ellas. Además, las estudiantes manifiestan que prefieren los trabajos en grupo en vez de trabajar de manera individualizada, pues aprenden de mejor grupalmente. Por otra parte, sobre la experiencia vivida, sienten que participaron de modo responsable en el aula.

8.2. RESULTADOS DE ESTRATEGIAS UTILIZADAS:

La forma de trabajar tanto con material impreso y tecnología brindó un apoyo complementario en el conocimiento de las homotecias. Además de ello, se puede mencionar otros aspectos que son relevantes para el desarrollo de la presente investigación, como lo siguiente:

7.1.1. *Uso de la plataforma de Moodle:* Ésta se utilizó como una guía para el desarrollo de las actividades a realizar en cada una de las sesiones en que se utilizaría el computador y se tuviera acceso a internet. Las alumnas manifestaron que la plataforma de Moodle les ayudó a tener mejor claridad con lo que se pretendía hacer en cada actividad. El uso de esta herramienta en la etapa de introducción, permitió una discusión activa acerca de preguntas ya entregadas como tarea.

7.1.2. *Uso de la PDI:* El uso de la PDI como recompensa (Richardson, 2002) fue un incentivo al desarrollo de las tareas. También, se usó en plenaria con participación activa del curso de sugerencias y opiniones en la etapa de experimentación.



- 7.1.3.** *Uso de tecnología portable:* permitió que las alumnas se trasladaran de un grupo a otro con el netbook, y aclarar sus consultas en una forma más cómoda. Otro aspecto, les permitía tener mayor manejo de los espacios y se organizaban al modo que prefería el grupo establecido.
- 7.1.4.** *Evaluación con puntos acumulativos:* éstos fueron evaluando de manera formativa el proceso de aprendizaje de las alumnas, en las actividades que ellas realizaran. El criterio de obtención de un punto completo, no era determinar si el procedimiento estaba bueno o malo, sino que se esforzaran por realizar la actividad y completaran las fichas en forma coherente. Se utilizaron para motivar en la obtención de una nota final que evaluara su esfuerzo, la cual ayudaría en su calificación final. Utilizando esta metodología, se observó a las alumnas comprometidas en conjunto con su trabajo, para completar y terminar la actividad propuesta.
- 7.1.5.** *Uso de fichas de actividades:* Estas fichas eran realizadas en forma grupal, de modo que si las alumnas tenían algunas dudas respecto a los conceptos tratados en la sesión, al resolverlas en forma grupal, se apoyaban en las demás compañeras y resolvían los problemas propuestos. Esto permitió que las alumnas tuvieran mayor claridad de los conceptos tratados y se apoyaran mutuamente. En la práctica se observó a un número considerable de alumnas que preguntaban constantemente, como a otras pocas que se dejaban llevar por las compañeras.
- 7.1.6.** *Entrega de la hoja resumen:* (Anexo G) el objetivo de la hoja resumen, fue revisar todos los conceptos vistos en todo el proceso. Esto les permitió tener una visión general de lo realizado y apoyarlas en su estudio. En la aplicación de la sesión, se logró que llegaran a un consenso y recordaran las propiedades y aplicaciones.



7.2. DISCUSIÓN

Los aspectos más relevantes que pudieron influir en las diferencias de resultados de aprendizaje a favor del grupo experimental, a modo de opinión, están relacionados con los diferentes escenarios de trabajo en distintas aulas y recursos tecnológicos en ellas utilizados en la experiencia. Esto se explicaría por el clima de aprendizaje que se logró establecer potenciando la propensión natural de las alumnas al aprendizaje (Roger en (Kearsley (2011)), que en el grupo de control se vio disminuido por la posible monotonía de trabajar en una misma aula y bajo los mismos materiales de una clase convencional. Además, la incorporación de diferentes herramientas interactivas como Geogebra y la PDI, utilizadas mediante aprendizaje colaborativo, permitieron descubrir los conceptos tratados a través de la experimentación y la discusión con sus pares, tanto cara a cara como a través de foros en Moodle, lo que les permitió construir su conocimiento (Jonassen et al, 1992), aclarar las dudas y fortalecer su aprendizaje. Lo anterior se corrobora con las percepciones de las estudiantes a través de la encuesta cerrada, donde se obtuvo que ellas prefirieron el uso de herramientas tecnológicas interactivas por sobre una clase convencional. Percibieron que el uso de Geogebra les ayudó a aclarar dudas en su grupo y a una mejor comprensión de los conceptos. Por otro lado sintieron que la tecnología les ayudó en la convivencia grupal, en el sentido de que compartieron mejor con el uso de la PDI y netbooks. Manifestaron una preferencia por el trabajo en grupo, debido a que les ayudó a comprender mejor los conceptos al sentirse apoyadas por sus compañeras.



8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- A.N.E.P. (2004). *Consejo de Educación Técnico Profesional*.
- Baeza, P., Cabrera, A., Castañeda, M., Garrido, J., & Ortega, A. (1999). Aprendizaje Colaborativo Asistido por Computador: La Esencia Interactiva. (U. A. Iztapalapa, Ed.) *Contexto Educativo - Revista digital de Educación y Nuevas Tecnologías* (2), 12.
- Barton, M. (11 de Septiembre de 2010). *eHow Family*. Recuperado el 17 Julio de 2011, de http://www.ehow.com/facts_6976419_history-interactive-whiteboards.html
- Bazán, J. L., & Aparicio, A. S. (2006). Las actitudes hacia la Matemática-Estadística dentro de un Modelo de Aprendizaje. *Revista Semestral del Departamento de Educación*, XV (28), 2,3.
- Cariola, L., Cares, G., & Lagos, E. (2009). *¿Qué nos dice PISA sobre la educación de los jóvenes en CHILE?* (OEI, Ed.) Chile: Ministerio de Educación.
- Cariola, L., Cares, G., & Lagos., E. (2009). *¿Qué nos dice PISA sobre la Educación de los Jóvenes de Chile?* (Primera ed.). Santiago, Chile: Gráfica 7 Ltda.
- Carrió, M. (2007). Ventajas del uso de la tecnología en el aprendizaje colaborativo. (I. C. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ed.) *Revista Iberoamericana de Educación*, 41.
- Galaz, M. (2005). *La enseñanza y aprendizaje de Geometría en la Enseñanza Media. Un procesador geométrico como Medio Didáctico*. Programa de Magíster en Educación. Santiago: Universidad de Chile.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (08 de Marzo de 2009). *UN ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA*. Recuperado el 11 de Junio de 2010, de <http://enfoqueontosemiotico.blogspot.com/>
- Gómez-Chacón, M. I. (2000). *Matemática Emocional, Los efectos en el Aprendizaje Matemático*. Madrid: Narcea.
- Hernández, Fernández, & Baptista. (1991). *Metodología de la Investigación* (Vol. 1). México: MCGRAW-HILL.



- Herrera, M. (2004). Las nuevas tecnologías en el aprendizaje constructivo. *Revista Iberoamericana de Educación* , 4.
- Hervás, C., Toledo, P., & González, M. d. (2010). La utilización conjunta de la Pizarra Digital Interactiva y el sistema de participación Senteo: Una Experiencia Universitaria. (U. d. Sevilla, Ed.) *Revista de Medios de Educación* , 36, 203 - 214.
- Hitt, F. (2003). *Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnologías*. Universidad de Quebec en Montreal, Departamento de Matemática. Venezuela: Asociación Matemática Venezolana.
- Jonassen, D., Mayes, T., & McAleese, R. (1992). *A manifiesto for a Constructivist Approach to Uses of Technology in Higher Education*. En Barros, B., & Verdejo, M. F. (2001). Entornos para la realización de actividades de aprendizaje colaborativo a distancia. *Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial* , 5 (12), 39-49.
- Johnson, D. &. (1989). *Impact Of Cooperative-Team Learning On Performance And Retention*. Minnesota: University of Minnesota.
- Kearsley, G. (2011). *The Theory Into Practice Database*. Obtenido de <http://tip.psychology.org>
- Kim, S. H., Holmes, K., & Mims, C. (2005). Mobile wireless technology use and implementation: opening a dialogue on the new technology in education. *TechTrends*, 49(3), 54-89.
- Lecher, M. (2005). Academic honesty through technology. Paper presented at the *Proceedings of the 2005 ASCUE Conference*, Myrtle Beach, South Carolina
- Lozano, L. d. (s.f.). <http://books.google.cl/books?id=nMOKz4gKEFEC&pg=PA33&dq=aprendizaje+en+geometr%C3%ADa&ei=0or8S52oII6aywTb0vCmCg&cd=2#v=onepage&q&f=false>.
- Lucero, M. M. (2009). Entre el Trabajo Colaborativo y el aprendizaje Colaborativo. *Revista Iberoamericana de Educación* .
- Macías, E. R., & Lozano, E. R. (1994). *Nuevas Tecnologías en Geometría* (Primera ed.). Madrid, España: Editorial Complutense.
- Glover, Miller, & Doug. (2002). *PANACEA OR PROP: THE ROLE OF THE INTERACTIVE WHITEBOARD IN IMPROVING TEACHING EFFECTIVENESS*. (K. University, Ed.) Recuperado el Noviembre de 2010, de http://www.icme-organisers.dk/tsg15/Glover_et_al.pdf



- MINEDUC. (2006). *Evaluación Para el Aprendizaje*. Santiago: Litografía Valente.
- MINEDUC. (2010). *Enlaces en Cifras*. Chile.
- Ministerio de Industria, Turismo y Comercio. (2006). *La Pizarra interactiva como recurso en el aula*. España: Red.es.
- Muñoz, F. (2007). *Teorías sociales del proceso Enseñanza-Aprendizaje*. Recuperado el 28 de Septiembre de 2010, de IFI: http://www.ifionline.com/Boletin_03/pdf/aprendizaje.pdf
- Nussbaum, M., & Zurita, G. (2005). A conceptual framework based on Activity Theory for mobile CSCL. *British Journal of Educational Technology* , 1-4.
- Ortiz, N. (2009). Uso de las tecnologías de la información y comunicación en la educación. *Revista Electrónica de Educación* , 49, 3.
- Passey, D. (2002). *ICT and school management of selected literature: a review*. Obtenido de http://becta.org.uk/page_documents/research/ict_sm.pdf
- Richardson, A. (2002). Effective Questioning in Teaching Mathematics Using an Interactive Whiteboard. *Micromath*, 18(2), 8-12. En BECTA (2003). What the research says about using ICT in Maths. Obtenido de <http://www.becta.org.uk/research>
- Rico, L. (2000). La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. En U. d. Barcelona (Ed.). Barcelona, España: Horsori.
- Rodríguez, M. (2004). La teoría del Aprendizaje Significativo. *Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping*, (pág. 8). Pamplona, Spain.
- Secretaría de Educación, Jalisco. (1992-1993). *Programa para el fortalecimiento del proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las áreas científicas en las Escuelas Secundarias y en la escuela Normal Superior de Jalisco*. Recuperado el 20 de Mayo de 2010, de FORACIT: [http://app.jalisco.gob.mx/PortalTransparencia.nsf/TodosWeb/2368EB00A3BD2E74862573A80083317F/\\$FILE/Foracit%20_para%20Carrera%20Magisterial_.pdf](http://app.jalisco.gob.mx/PortalTransparencia.nsf/TodosWeb/2368EB00A3BD2E74862573A80083317F/$FILE/Foracit%20_para%20Carrera%20Magisterial_.pdf)
- Torres, R. I. (s.f.). *Centro de Divulgación de las Matemáticas*. (Universidad del País Vasco (Bilbao)) Recuperado el 20 de Mayo de 2010, de DivulgaMat: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Platon2.asp>
- Torres, R. I. (2010). *Centro de Divulgación de las Matemáticas*. (Universidad del País Vasco (Bilbao)) Recuperado el 20 de Mayo de 2010, de DivulgaMat: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Platon2.asp>



- Ursini, S., Sánchez, G., & Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las Matemáticas y Hacia las Matemáticas enseñadas con computadora. (U. A. México, Ed.) *Red de Revistas científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal.* , 16 (003), 59-78.
- Vygotsky, L. S. (1973). *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. Cambridge MA: Harvard University Press.
- Villarreal, G., & Molina, O. (2007). *La Pizarra Interactiva en la enseñanza de la Matemática: Resultados de una experiencia en escuelas chilenas*. Universidad de Santiago de Chile. Santiago: Centro Comenius.



9. ANEXOS

En las siguientes páginas se encontrarán las actividades que se realizaron a lo largo del proceso, los cuales conservan el siguiente orden:

- A. ENCUESTA INICIAL ALUMNOS CARRERA DE MATEMÁTICA Y RESULTADOS.
- B. PLANIFICACIÓN DE SESIONES.
- C. PRE- PRUEBA Y POST-PRUEBA.
- D. ENCUESTA ALUMNAS
- E. FICHAS DE ACTIVIDADES.
- F. GUÍA DE ESTUDIO
- G. HOJA RESUMEN
- H. REGISTRO DE PUNTOS ACUMULATIVOS POR FECHA.
- I. EVIDENCIAS.



Anexo A: ENCUESTA INICIAL ALUMNOS CARRERA DE
MATEMÁTICA Y RESULTADOS



A.1. ENCUESTA

1. Responde con sinceridad marcando con una X según corresponda:

Sexo: F

M

Edad: 17 – 19

20 – 22

23 o más

Tipo de Establecimiento Educativo:

- Particular
- Particular – Subvencionado
- Municipal
- Otro: _____

Promedio de notas Enseñanza media:

- 40 - 49
- 50 - 59
- 60 - 69
- 70

2. Responde de manera libre las siguientes preguntas:

a. ¿Recuerdas lo que son las Homotecias?

Si

No

Nunca lo he visto en mi vida

b. ¿Puedes dar algún ejemplo de ellas?

c. Si recuerdas lo que son ¿Qué tipos de herramientas utilizaron para enseñarte Homotecias?

- Computador en la sala de enlace
- Regla y Compás
- Proyector.
- Otro.....
- No recuerdo cómo me enseñaron.



A.2. RESULTADOS ENCUESTA ALUMNOS 1^{ER} AÑO DE UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

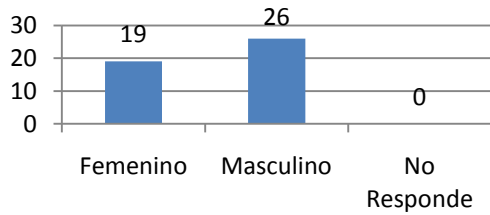


Figura A.1 Sexo femenino y masculino

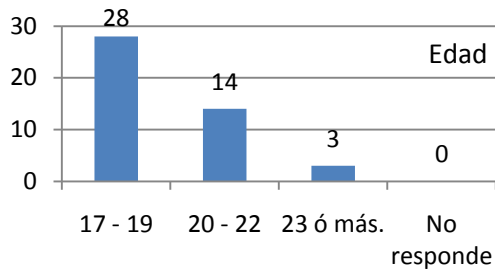


Figura A.2 Edad de las personas encuestadas

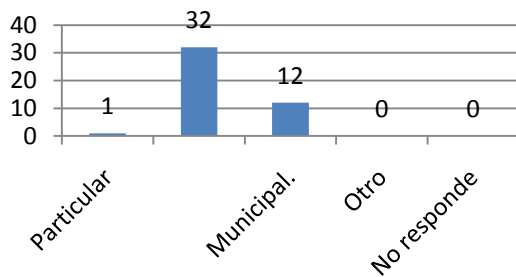


Figura A.3 Tipo de Establecimiento Educativo

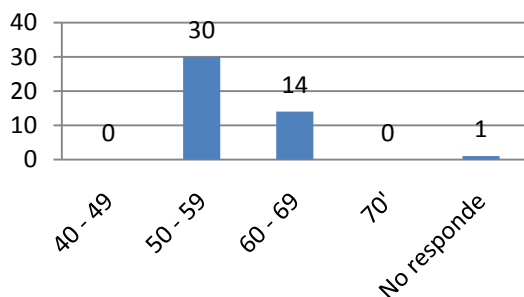


Figura A.4 Promedio de Notas

Comentario *Figura A.1:*

Se encuestaron a 19 personas del sexo femenino y a 26 del sexo masculino. Hay más hombre que mujeres estudiando en primer año 2010 en matemática.

Comentario *Figura A.2:*

La mayor cantidad de personas se enfocan en entre las edades de 17 a 19 años. En menor cantidad están las que poseen más de 20 años de edad.

Comentario *Figura A.3:*

Es importante observar que las personas que hay un mayor ingreso de las personas que provienen de establecimientos particulares subvencionados que municipales y en menor número de particulares a matemática

Comentario *Figura A.4:*

Notar que la gran mayoría de alumnos de primer año de la Universidad de Valparaíso tuvo como NEM entre 50 y 59. Y en minoría entre 60 y 69.

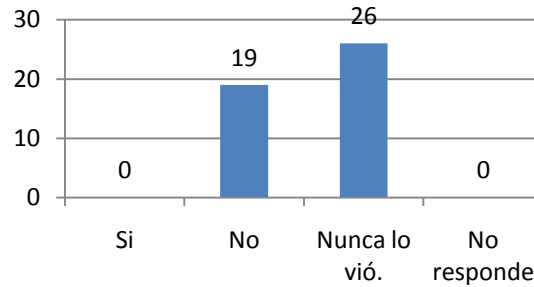


Figura A.5 Respuesta a la pregunta ¿Recuerdas lo que son las Homotecias?

Comentario Figura A.5:

Es relevante destacar que de un total de 45 alumnos encuestados, ningún alumno recuerda cuál es el concepto de Homotecias y 26 afirman que nunca lo vieron.

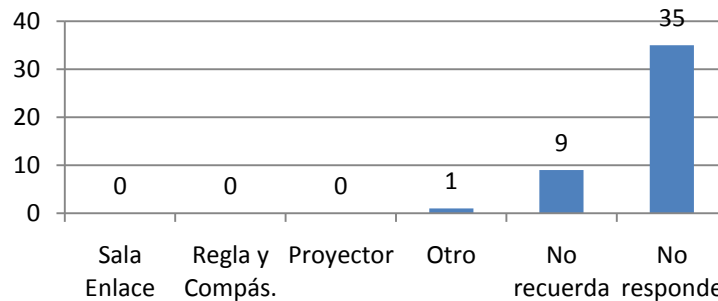


Figura A.6 ¿Qué tipos de herramientas utilizaron para enseñarte Homotecias?

Comentario Figura A.6:

Como es de suponerse, si no recuerdan el concepto, no recordarán el tipo de herramientas que utilizaron para enseñarles. Pero es curioso que 9 de 19 de los alumnos que afirmaron que no recuerdan el concepto de Homotecias, solo afirman que no recuerdan los métodos de cómo le enseñaron y el resto omite las respuestas. Esto da a inferir que de esos 19 alumnos, 9 pudieron haber reconocido el nombre, pero que no lo recuerdan de qué se trata. El resto no reconoce concepto alguno.

Cabe señalar que el alumno que señala “otro”, no describe las herramientas con que le enseñaron y tampoco da un ejemplo de lo que son.



Anexo B: PLANIFICACIÓN DE SESIONES



En las siguientes páginas se encuentran las planificaciones correspondientes al grupo de control y experimental en el formato establecido por el establecimiento educacional

B.1. PLANIFICACIÓN DE SESIONES GRUPO DE CONTROL

B.1.1. SESIÓN: N°1 FECHA: Lunes 18 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO		OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Relacionar Aplicar Resolver Evaluar		Medir y reforzar los conocimientos previos necesarios para la introducción del concepto de homotecias en las sesiones siguientes.	<p><u>CONCEPTUALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razón ➤ Proporcionalidad ➤ Semejanza <p><u>PROCEDIMIENTOS:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se explica el desarrollo de la experiencia y se escoge a una alumna para que registre los puntos acumulativos. ➤ Se aplica una prueba de conocimientos sobre el concepto de Homotecia. ➤ Se movilizan a la biblioteca y realizan una tarea de activación de conocimientos previos por medio del desarrollo de una ficha de actividad N°1 que contiene ejercicios con conceptos claves para las aplicaciones de actividades en sesiones ulteriores. ➤ Finalmente las alumnas deben investigar sobre la existencia de una razón negativa, dejando el enlace para la sesión siguiente. <p><u>ACTITUDINALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo individual y consciente de la evaluación de los propios conocimientos. ➤ Disposición al trabajo en equipo para el desarrollo de actividades.
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p><u>Actividad N°1: Introdutoria</u> Las alumnas resuelven una prueba de conocimientos de homotecias en 30 minutos.</p> <p><u>Actividad N°2: Experimentación</u> Las alumnas realizan los comentarios de la prueba y comienzan a reconstruir el concepto de razón y de proporción por medio del desarrollo de fichas en forma grupal. Posteriormente relacionan las razones y proporciones con los lados respectivos de figuras planas.</p> <p><u>Actividad N°3: Consolidación</u> En esta etapa es crucial una pregunta ¿qué pasa cuando las razones son negativas? Ellas deben investigar en sus casas y traer una explicación al respecto.</p>		
	<p style="text-align: center;"><u>Evaluación Formativa</u></p> <p>Actividad N°2: Las fichas deberán ser devueltas al final de la sesión por verificación del trabajo en clase y con puntos acumulativos.</p> <p>Actividad N°3: En esta oportunidad las alumnas deben investigar sobre la razón negativa como tarea para la casa. Esto tiene una calificación con un punto acumulativo.</p>		
EVALUACIÓN			



B.1.2. SESIÓN:

N°2

FECHA:

Miércoles 20 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVOS DE LA SESIÓN: 3 hrs. Introducen al concepto	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Conocer Interpretar Asociar Diferenciar Evaluar	<ul style="list-style-type: none"> Introducir el concepto de Homotecias, en donde relacionen los comportamientos homotéticos. Diferenciar entre una homotecia directa en inversa, conjeturando sobre los valores de la razones y notar la existencia del centro de la homotecia. Analizan construcciones homotéticas con diferentes valores de razones en figuras planas. 	<p>CONCEPTUALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razón ➤ Proporción ➤ Homotecia <p>PROCEDIMIENTOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se revisa la tarea con punto acumulativo. ➤ Se trabaja con el texto de la estudiante. ➤ Posteriormente desarrollan una ficha de actividad N°2 de conceptos de evaluación acumulativa. ➤ Se les entrega una guía de estudio de homotecias. <p>ACTITUDINALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo de a pares.
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p>Actividad N°1: Introdutoria Revisan su tarea y mediante variadas ideas las alumnas construyen el concepto de razón negativa.</p> <p>Actividad N°2: Experimentación Trabajan en el texto de la estudiante y aclaran dudas con sus compañeras. Conocen los conceptos de razón positiva, negativa y entre cero y uno.</p> <p>Actividad N°3: Aplicación y consolidación Completan en unas fichas la interpretación de los conceptos vistos en clase y evalúan su desempeño y la actividad realizada. Las fichas deben ser entregadas al final de la sesión con calificación de puntos acumulativos. Finalmente reciben una guía de estudio para desarrollarla en el tiempo que queda y en las sesiones siguientes.</p> <p>Actividad N°4: Analizan métodos de construcción de figuras homotéticas.</p>	
EVALUACIÓN	<p>Indicadores: Actividad N°1: En este momento las alumnas debieron haber investigado sobre la razón negativa y luego construir la idea del concepto. Interpretan que al tener una razón negativa la figura se invierte su posición.</p> <p>Evaluación Formativa Actividad N°1: se revisa la tarea con registros de puntos acumulativos. Actividad N°3: las fichas poseen registros de puntos acumulativos.</p>	

B.1.3. SESIÓN:

N°3

FECHA:

Jueves 21 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Resolver	Realizar construcciones las razones homotéticas con diferentes valores en figuras planas.	<p>CONCEPTUALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razón ➤ Proporción ➤ Homotecia <p>PROCEDIMIENTOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se revisan los ejercicios de la guía y salen al pizarrón a exponer sus resultados. <p>ACTITUDINALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo en grupo y a salir al pizarrón.
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p>Las alumnas trabajan en la resolución de ejercicios de las guías respectivas en forma grupal y construyen homotecias. Posteriormente, salen al pizarrón a exponer sus resultados. Las demás comentan sobre el desarrollo de los ejercicios.</p> <p>*No se trabaja en función a la secuencia de aprendizaje debido a la resolución de guía de estudio.</p>	
EVALUACIÓN	<p>Indicadores: Las alumnas reconocen y corrigen errores cometidos. Identifican las diferencias entre una razón positiva y una negativa. Construyen homotecias con diferentes razones.</p>	



B.1.4. SESIÓN:

N°4

FECHA:

Lunes 25 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO		OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Analizar Resolver		Relacionar área y perímetro de figuras homotéticas al utilizar diferentes razones y aplicar los conceptos trabajados en las sesiones anteriores	<p><u>CONCEPTUALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Homotecia ➤ Razón <p><u>PROCEDIMIENTOS:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se trabaja en la revisión de los ejercicios de la guía de estudio entregada en las sesiones anteriores. ➤ Revisan un resumen de todos los conceptos a evaluar. <p><u>ACTITUDINALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo grupal y resolución de ejercicios de manera consciente en el aprendizaje. <p>*Esta sesión no se realiza en modo a la secuencia didáctica debido a la separación de horas del grupo.</p>
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p>Las alumnas en:</p> <p><u>Primera Hora*:</u> Trabajan en la guía de estudios en donde relacionan el área y perímetro de figuras homotéticas al aplicarle diferentes razones y comparan resultados con las demás compañeras.</p> <p><u>Segunda hora*:</u> Reciben un resumen de los conceptos vistos y lo revisan con la profesora a cargo.</p>		
EVALUACIÓN	<p><u>Indicadores:</u> Primera hora: las alumnas concluyen que el perímetro de una figura corresponde a la multiplicación de la razón con la medida del perímetro de la figura anterior a ésta. Y el área de la misma figura mencionada, se calcula con la multiplicación del cuadrado de la razón y la medida del área de la figura anterior a ella.</p> <p><u>Evaluación Formativa:</u> Actividad N°3: las alumnas entregan la guía terminada con registro de un punto acumulativo.</p>		

B.1.5. SESIÓN:

N°5

FECHA:

Miércoles 27 de Octubre,

NIVEL TAXONÓMICO		OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Analizar Resolver Evaluar		<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicar los conceptos adquiridos y trabajar en la revisión de los ejercicios de la guía de estudio. 2. Evaluar los contenidos de las sesiones anteriores. 	<p><u>CONCEPTUALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razones ➤ Proporciones ➤ Homotecias <p><u>PROCEDIMIENTOS:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • En la primera y la segunda hora se atiende a la mayor cantidad de dudas de las alumnas. • En la tercera hora se les entrega la evaluación correspondiente en 45 minutos. <p><u>ACTITUDINALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Objetividad y sinceridad en la resolución de los ejercicios. <p>*No se realiza en función a la secuencia didáctica debido a la aplicación de la post-prueba.</p>
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p>Las alumnas en:</p> <p><u>Primera y Segunda Hora:</u> Realizan consultas sobre los contenidos que aún no dominan.</p> <p><u>Tercera Hora:</u> Contestan la evaluación de los conceptos vistos en las actividades realizadas en todas las sesiones anteriores.</p>		
EVALUACIÓN	<p><u>Evaluación Sumativa</u> Prueba de Contenidos: esta evaluación corresponde al 60% de la calificación total del desarrollo de las actividades.</p>		



B.2. PLANIFICACIÓN DE SESIONES GRUPO EXPERIMENTAL

B.2.1. SESIÓN:

N°1

FECHA:

Lunes 18 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Relacionar Aplicar Resolver Evaluar	Medir los conocimientos que poseen las alumnas en homotecias y reforzar los conocimientos previos a las siguientes sesiones.	<u>CONCEPTUALES:</u> ➤ Razón ➤ Proporcionalidad ➤ Semejanza
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p><u>Actividad N°1: Introdutoria</u> Las alumnas resuelven una prueba de conocimientos de homotecias en 30 minutos.</p> <p><u>Actividad N°2: Experimentación</u> Las alumnas realizan los comentarios de la prueba y comienzan a reconstruir el concepto de razón y de proporción por medio del desarrollo de fichas en forma grupal. Posteriormente relacionan las razones y proporciones con los lados respectivos de figuras planas.</p> <p><u>Actividad N°3: Consolidación</u> En esta etapa es crucial una pregunta ¿qué pasa cuando las razones son negativas? Ellas deben investigar en sus casas y traer una explicación al respecto.</p>	<u>PROCEDIMIENTOS:</u> ➤ Se aplica la prueba de diagnóstico en la sala de clase. ➤ En la biblioteca, se realiza una actividad de refuerzo de conocimientos previos por medio del desarrollo de unas fichas que contienen ejercicios con conceptos claves para las aplicaciones de actividades ulteriores. ➤ Se da una tarea en donde las alumnas deben investigar sobre la existencia de una razón negativa. Esta debe ser revisada la sesión siguiente con punto acumulativo.
EVALUACIÓN	<p style="text-align: center;"><u>Evaluación Sumativa</u></p> <p>Actividad N°1: en esta oportunidad, las alumnas desarrollan la evaluación que consta de una calificación inicial.</p> <p style="text-align: center;"><u>Evaluación Formativa</u></p> <p>Actividad N°2: Las fichas deberán ser devueltas al final de la sesión para verificación del trabajo en clase y con puntos acumulativos.</p> <p>Actividad N°3: En esta oportunidad las alumnas deben investigar sobre la razón negativa como tarea para la casa. Esto tiene una calificación con puntos acumulativos.</p>	<u>ACTITUDINALES:</u> ➤ Disposición al trabajo individual y consciente de la evaluación de los propios conocimientos. ➤ Disposición al trabajo en equipo para el desarrollo de actividades.



B.2.3. SESIÓN:

Nº2

FECHA:

Martes 19 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVOS DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Conocer Interpretar Asociar Diferenciar Evaluar	<ul style="list-style-type: none"> • Introducir el concepto de Homotecias, en donde relacionen de manera dinámica las construcciones homotéticas y apreciarlas en la vida cotidiana. • Diferenciar entre una homotecia directa e inversa, conjeturando sobre los valores de la razones y notar la existencia del centro de la homotecia. 	<p><u>CONCEPTUALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razón ➤ Proporción ➤ Homotecia
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p><u>Actividad N°1: Introdutoria</u> Las alumnas responden el foro de razones negativas de Moodle la tarea de investigación. Luego mediante variadas ideas, construyen el concepto de razones negativas.</p> <p><u>Actividad N°2: Experimentación</u> Cada alumna ubicada en un computador visualiza con Geogebra la construcción de tres triángulos homotéticos y notan la influencia de la razón negativa. Diferencian cuando una razón es negativa y positiva a través de la interacción con el software. Luego responden la siguiente pregunta: ¿qué notan a cerca del punto de intersección de las rectas que unen los vértices correspondientes? Las alumnas levantan conjeturas respecto a las razones formadas y la existencia del centro. En seguida, las alumnas conocen y formalizan los conceptos relacionados con las homotecias, la notación y el valor de la razón k haciendo uso de PowerPoint. Las alumnas observan una serie de imágenes de la vida cotidiana, analizan y comentan con sus compañeras los casos en que se encuentre la existencia de homotecias tanto directa como inversa.</p> <p><u>Actividad N°3: Aplicación y consolidación</u> Las alumnas completan en unas fichas la interpretación de los conceptos vistos en clase y evalúan su desempeño y la actividad realizada. Las fichas deben ser entregadas al final de la sesión.</p>	<p><u>PROCEDIMIENTOS:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se trabaja en la sala de enlace y se revisa la tarea de investigación de razones negativas en el foro de Moodle. ➤ Luego se trabaja haciendo uso del software Geogebra el cual se respalda con proyección de diapositivas. ➤ Posteriormente se formaliza los conceptos. ➤ Finalmente se realiza una evaluación de la comprensión de los conceptos de la sesión con una ficha de actividad N°2. <p><u>ACTITUDINALES:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo de a pares. ➤ Valoración de las homotecias en la vida diaria. ➤ Disposición al trabajo con tecnología y a la interacción con el software dinámico.
EVALUACIÓN	<p><u>Indicadores:</u></p> <p>Actividad N°1: En este momento las alumnas debieron haber investigado sobre la razón negativa y luego construir la idea del concepto. Interpretan que al tener una razón negativa la figura se invierte su posición.</p> <p>Actividad N°2: En este momento es crucial que las alumnas noten la existencia del centro de la homotecia contestando la interrogante dada. Además es fundamental notar las diferencias de la razón k.</p> <p><u>Evaluación Formativa</u></p> <p>Actividad N°1: se revisa la tarea con registros de puntos acumulativos.</p> <p>Actividad N°3: las fichas poseen registros de puntos acumulativos.</p>	



B.2.5. SESIÓN:

N°3

FECHA:

Jueves 21 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO		OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Relacionar Aplicar Evaluar		Realizar construcciones las razones homotéticas con diferentes valores en figuras planas.	<p>CONCEPTUALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Razón ➤ Proporción ➤ homotecia <p>PROCEDIMIENTOS⁹:</p> <p><u>En la 5ta hora:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • En la sala de clase, revisan los conceptos evaluados al final de la sesión anterior. • Se disponen a trabajar en los grupos respectivos en una guía de estudio, Actividad N°1 “Construcciones de figuras homotéticas con diferentes razones” <p><u>En la 6ta hora:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ En la sala de multimedia, realizan la construcción de una figura homotética en la PDI. <p>ACTITUDINALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Apreciar la manera en que influye la razón de homotecia en la visualización de la figura formada. ➤ Colaborar en los aprendizajes de las demás compañeras y disposición al trabajo en grupo.
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	<p><u>Las alumnas en:</u></p> <p><u>5ta Hora:</u> Actividad N°1: revisan conceptos tratados en la sesión anterior. Actividad N°2: realizan la primera actividad de construcciones de figuras de la guía de estudios, en los grupos de trabajo conformados en la primera sesión.</p> <p><u>6ta Hora:</u> El grupo que realiza las construcciones completas de la actividad, utilizan la PDI para construir las figuras realizadas. Analizan la construcción realizada y comentan los resultados con las demás compañeras.</p>		
	EVALUACIÓN	<p><u>Indicadores:</u> Actividad N°1: las alumnas reconocen y corrigen errores cometidos.</p> <p>Actividad N°2: las alumnas deben ser capaces de construir homotecias de razones diferentes aplicadas a diferentes figuras.</p> <p><u>Evaluación Formativa</u> Actividad N°2: Se registra con medio punto acumulativo el trabajo realizado en clase. El otro medio punto es para la continuación de la actividad en la sesión siguiente.</p>	

⁹ Las alumnas en esta sesión poseen las horas separadas por el recreo. Es por esta razón que se consideraron las actividades por hora de clases.



B.2.7. SESIÓN:

Nº4

FECHA:

Lunes 25 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Analizar Relacionar	Relacionar área y perímetro de figuras homotéticas al utilizar diferentes razones y aplicar los conceptos trabajados en las sesiones anteriores	<u>CONCEPTUALES:</u> ➤ Homotecia ➤ Razón
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	Las alumnas en: <u>Actividad N°1: Introdutoria</u> Recuerdan los conceptos vistos en las sesiones anteriores. <u>Actividad N°2: Experimentación</u> Se disponen a trabajar en Netbook individual en la construcción de figuras homotéticas realizadas en la sesión anterior. Relacionan el perímetro y área de cada figura con la razón de la homotecia dada, extrayendo resultados con la calculadora que trae incorporada el netbook. Registran las comparaciones en unas fichas individuales de cálculos y comentan de manera grupal las deducciones. Luego, realizan las mismas comparaciones pero modificando la razón de la homotecia a 0,5 y 3. Responden a la siguiente interrogante: ¿Se mantienen las relaciones entre perímetros y áreas si las razones son las mismas? <u>Actividad N°3: Aplicación y consolidación</u> Comparan las observaciones realizadas con su guía de estudio y modifican los cálculos realizados.	<u>PROCEDIMIENTOS:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Se recuerdan los conceptos vistos en las sesiones anteriores. • Se trabaja en la sala multimedia con el uso de la PDI y los Netbook por alumna. Mediante la construcción de las figuras en la sesión anterior, las alumnas relacionan su área y perímetro, extrayendo cálculos respectivos, registrando sus observaciones en unas fichas individuales, comentando de manera grupal las observaciones realizadas.
EVALUACIÓN	<u>Indicadores:</u> Actividad N°1: ejemplifican razones negativas y positivas. Actividad N°2: las alumnas concluyen que el perímetro de una figura corresponde a la multiplicación de la razón con la medida del perímetro de la figura anterior a ésta. Y el área de la misma figura mencionada, se calcula con la multiplicación del cuadrado de la razón y la medida del área de la figura anterior a ella. <u>Evaluación Formativa:</u> Actividad N°2: La realización de la ficha se registra con medio punto acumulativo lo que hace un total de un punto acumulativo con las construcciones de las figuras homotéticas en la sesión anterior.	<ul style="list-style-type: none"> • Finalmente relacionan sus observaciones con la guía de estudio resuelta la sesión anterior. <u>ACTITUDINALES:</u> ➤ Disposición a trabajar en la sala multimedia mediante el uso de PDI y SGD con computador.



B.2.9. SESIÓN:

Nº5

FECHA:

Martes 26 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO		OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Analizar Resolver		Aplicar los conceptos adquiridos y trabajar en la revisión de los ejercicios de la guía de estudio.	<p>CONCEPTUALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Homotecia ➤ Razón ➤ Circunferencia <p>PROCEDIMIENTOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ En la sala de clases, se trabaja en la guía de estudio en forma grupal y salen al pizarrón a exponer resultados. ➤ Finalmente se les entrega una hoja resumen formal de apoyo y la revisan con el tutor a cargo. <p>ACTITUDINALES:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Disposición al trabajo grupal y resolución de ejercicios de manera consciente en el aprendizaje. ➤ Ayudarse mutuamente para la comprensión de conceptos.
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	Las alumnas en:		
	<p><u>Actividad N°1: Introdutoria</u></p> <p>Refuerzan los conceptos adquiridos en las sesiones anteriores.</p> <p><u>Actividad N°2: Experimentación</u></p> <p>Trabajan en grupos en la revisión de ejercicios de la guía de estudios que consta de la aplicación de todos los conceptos vistos en las sesiones anteriores. Las alumnas aclaran sus dudas en forma grupal y luego salen al pizarrón a exponer sus resultados.</p> <p><u>Actividad N°3: Aplicación y consolidación</u></p> <p>Revisan el resumen de todos los conceptos vistos, que les servirá de apoyo para la evaluación final.</p>		
EVALUACIÓN	<p><u>Indicadores:</u></p> <p>Actividad N°1: Identifican sus errores y aclaran dudas.</p> <p>Actividad N°2: realizan en forma individual los ejercicios y ayudan a las que no pueden resolverlos o presentan dificultades en el proceso.</p>		



B.2.11. SESIÓN:

N°6 FECHA:

Jueves 28 de Octubre, 2010

NIVEL TAXONÓMICO	OBJETIVO DE LA SESIÓN:	CONTENIDOS DE LA SESIÓN
Identificar Aplicar Analizar Resolver Evaluar	1. Evaluar los contenidos de las sesiones anteriores. 2. Considerar que formaron parte de una experiencia importante.	<u>CONCEPTUALES:</u> ➤ Razones ➤ Proporciones ➤ Homotecias
ACTIVIDADES / METODOLOGÍA	Las alumnas en: <u>Actividad N°1:</u> Se ubican en sus puestos individuales y resuelven la prueba de homotecias. <u>Actividad N°2:</u> Se dirigen a la sala de computación y en ella contestan la encuesta sobre la experiencia vivida. <u>Actividad N°3:</u> Observan un video que contiene fotografías de las vivencias en todas las sesiones anteriores y reciben el agradecimiento de la unidad educativa.	<u>PROCEDIMIENTOS:</u> <u>En la 5ta hora:</u> <ul style="list-style-type: none"> • En la sala de clases, se entrega la Prueba de Homotecias y la resuelven en 45 minutos. <u>En la 6ta hora:</u> <ul style="list-style-type: none"> • En la sala de computación contestan la encuesta. • Luego observan un video que contiene imágenes extraídas durante la experiencia.
EVALUACIÓN	<u>Indicadores:</u> Es importante que las alumnas se distribuyan en otras ubicaciones para que no existan las intenciones de copia entre las más cercanas. <u>Evaluación Sumativa</u> <u>Actividad N°1:</u> esta evaluación corresponde a la evaluación final del proyecto y es para comparar los resultados con la prueba inicial y el grupo de control.	<u>ACTITUDINALES:</u> ➤ Objetividad y sinceridad en la resolución de los ejercicios. ➤ Valoración de su contribución en el proceso educativo.



Anexo C: PRE-PRUEBA Y POST-PRUEBA.



Nota: Las pruebas fueron modificadas en espacios y tamaños de las figuras, pues fueron ajustados al formato del presente documento. Esta corresponde a la pre-prueba.

C.1. Pre-prueba:

Prueba de Diagnóstico

Nombre:.....Nota:

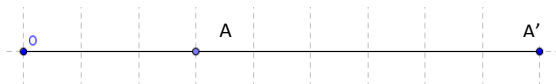
Curso:.....

Fecha:.....

Puntaje:.....de 60

Instrucciones: Puedes utilizar calculadora, regla y compás para la resolución de la prueba, pero debes tener en cuenta que la prueba es individual. Cada pregunta tiene una calificación de 10 puntos.

- Suponiendo que cada lado del cuadrado mide un centímetro, determinar la razón entre los segmentos OA' y OA .



- Dadas las siguientes figuras determinar cuál(es) de ellas es (son) semejante(s) y cuál(es) no lo es (son). Justifique.

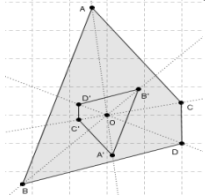


Figura 1

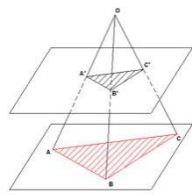


Figura 2

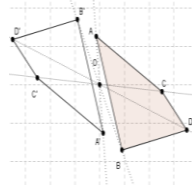


Figura 3

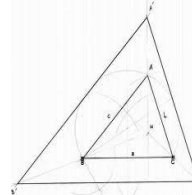


Figura 4

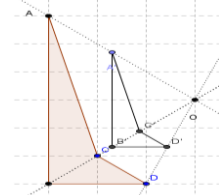
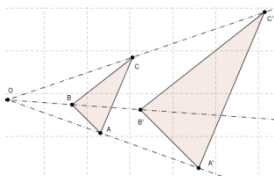


Figura 5

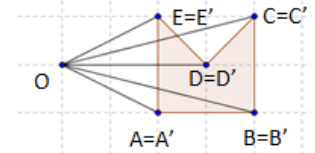
.....

- En la figura se tiene que la razón entre el segmento OC' y OC es 2,5. Además se tiene que $AB \parallel A'B'$; $BC \parallel B'C'$; $AC \parallel A'C'$. Si el perímetro del triángulo $A'B'C'$ es 35 cm, ¿cuál es el perímetro del triángulo ABC ? Justifique la respuesta.

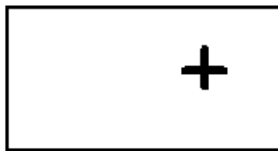




4. Dada la siguiente figura, determinar la razón entre los segmentos OA' y OA , OB' y OB , OC' y OC , OD' y OD , OE' y OE . ¿Cuál es la razón de los segmentos formados? ¿qué puedes observar al respecto?



5. Abajo a la izquierda está el cuadro "adición" del afamado pintor abstracto Antonio Tapia. Un aficionado, que visitó el museo donde se expuso la obra, realizó una copia y olvidó pintar el signo $+$. ¿Sabrías ayudarlo a pintarlo en su lugar exacto?



6. Realiza un comentario de la prueba realizada:

.....

.....

C.1.1. Descriptores por pregunta

Segundo Medio	RELACIÓN CONTENIDO / HABILIDAD			
CONTENIDO	IDENTIFICAR	APLICAR	ANALIZAR	RESOLVER
Razón, proporción, homotecias.	1, 2, 4	1, 3, 4, 5	2, 3, 4, 5	3, 5
DESCRIPTORES POR PREGUNTA				
Pregunta	Justificación			
1.	Aplicar las propiedades de razones entre segmentos identificando cuál de ellos se sitúa en el numerador y cuál de ellos en el denominador.			
2.	Analizar la correspondencia de los vértices, ángulos y lados de cada una de las figuras presentadas e identificar en cuál de ellas existe una semejanza.			
3.	Analizar el problema y encontrar el perímetro del triángulo pedido aplicando las propiedades de las razones.			
4.	Aplicar las propiedades de las razones entre segmentos y concluye que la razón es uno.			
5.	Analizar el problema planteado, aplicar las propiedades las proporciones y encontrar la constante de proporcionalidad. Dibujar en el lugar correspondiente la figura pedida.			



C.1.2. Criterios de Evaluación Pre-prueba

Pregunta	Objetivo/ Tarea	Puntaje asignado
N°1	Reconoce el valor del segmento OA' como el valor ubicado en el numerador y el del Segmento OA como el valor ubicado en el denominador y calcula en valor de la razón pedida	10
	Reconoce el valor del segmento OA' como el valor ubicado en el numerador y el del Segmento OA como el valor ubicado en el denominador	8
	Representa la razón pedida en forma invertida, es decir, formada entre los segmentos OA en el numerador y OA' en el denominador.	5
	Expresa la razón formada entre los segmentos OA' y AA' o AA' y OA'	4
	Identifica las medidas de los segmentos y argumenta sobre las razones entre éstos, sin especificar la razón pedida.	3
	Identifica sólo las medidas de los segmentos pero no encuentra la razón pedida.	2
	No domina el concepto de razón y no presenta un desarrollo coherente	0
N°2	Determina cuáles figuras son semejantes y cuáles no lo son. Justifica correctamente la afirmación señalada.	15
	Determina cuáles figuras son semejantes y cuáles no lo son, sin justificación o justificación errónea.	12
	Determina cuatro afirmaciones de semejanza sin justificación.	9
	Determina correctamente tres afirmaciones de semejanza sin justificación.	6
	Determina una o dos afirmaciones de semejanza sin justificación.	3
	No domina el concepto de semejanza y no presenta una justificación.	0



N°3	Encuentra el perímetro del triángulo pedido aplicando las propiedades de las razones.	10
	Identifica los datos y realiza un bosquejo de resolución del problema en forma incompleta.	4
	Identifica los datos del problema propuesto.	2
	No realiza un desarrollo coherente o no responde a la pregunta.	0
N°4	Justifica que la razón de semejanza es uno y realiza el bosquejo correspondiente.	15
	Determina que la razón de semejanza es uno sin determinar argumentos sobre la afirmación planteada.	10
	Realiza bosquejos de la solución del problema y calcula la razón de semejanza sin dar argumentos sobre los cálculos realizados.	5
	Realiza bosquejos de la solución del problema sin llegar concluir o justificar los cálculos realizados.	2
	Deja la pregunta en blanco	0
N°5	Calcula la medida de los lados de la figura y por medio del uso de proporciones concluye el lugar exacto donde se ubica el símbolo +.	10
	Calcula la medida de los lados de la figura pero no concluye el lugar exacto donde se ubica el símbolo +.	5
	Señala un bosquejo donde debe ir ubicado el símbolo +, sin realizar cálculos de medidas de lados de la figura.	2
	Deja la pregunta en blanco	0

Calificación = Puntaje Obtenido + 10



C.2. Post-prueba

Prueba de Homotecias

Nombre:.....Nota:

Curso:.....

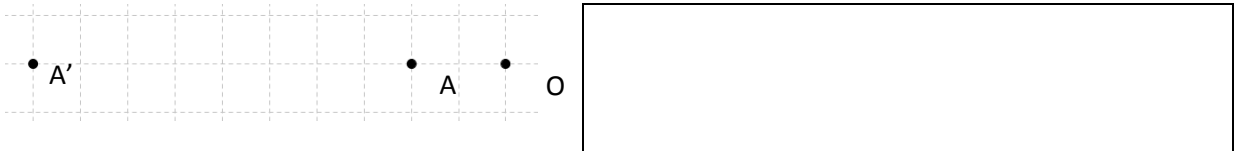
Fecha:.....

Puntaje:.....de 60

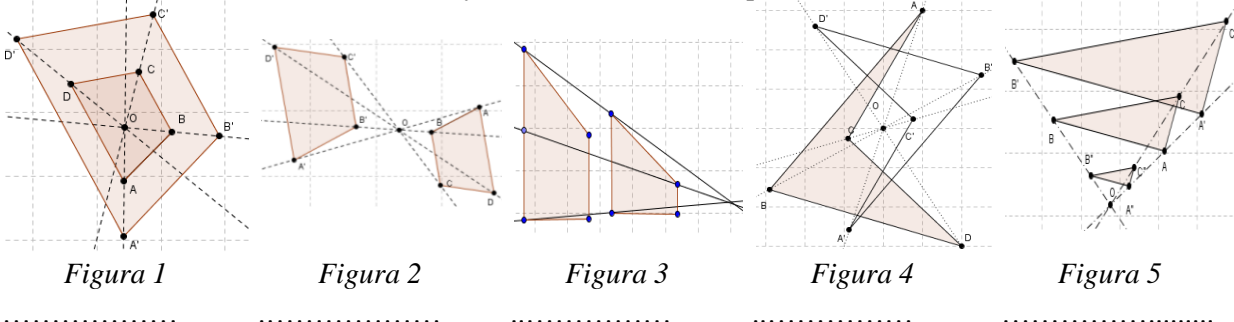
Instrucciones: Puedes utilizar calculadora, regla y compás para la resolución de la prueba, pero debes tener en cuenta que la prueba es individual y debes responder con la mayor sinceridad posible puesto que equivale al 60% de la nota total... Mucho ánimo!!

Parte N°1:

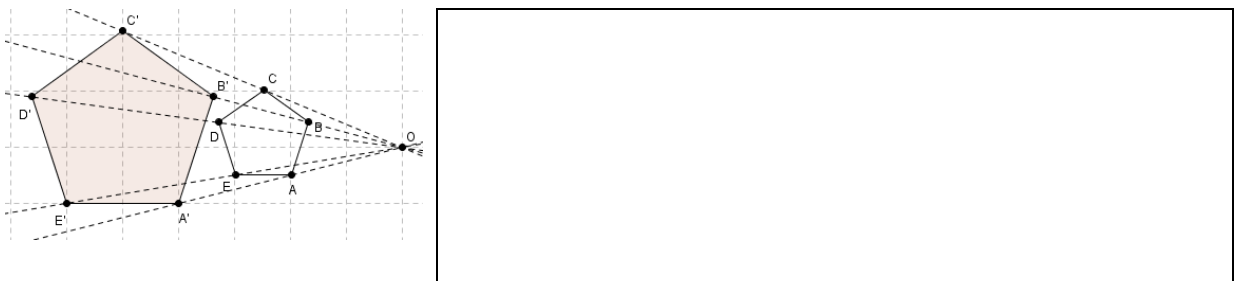
1. Considerando la medida del lado de cada cuadradito como un centímetro, determinar la razón de la homotecia y marcar el centro.



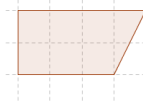
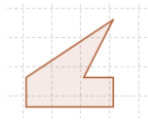
2. Dadas las siguientes figuras determinar si es homotecia y si lo es, marcar el centro y determinar cuál de ellas es Homotecia Inversa y cuál es directa. Justifique su respuesta.



3. En la figura se observa una homotecia de razón 4. Si el perímetro del pentágono A'B'C'D'E' es 40 cm, ¿cuál es el perímetro del pentágono ABCDE? Justifique la respuesta.

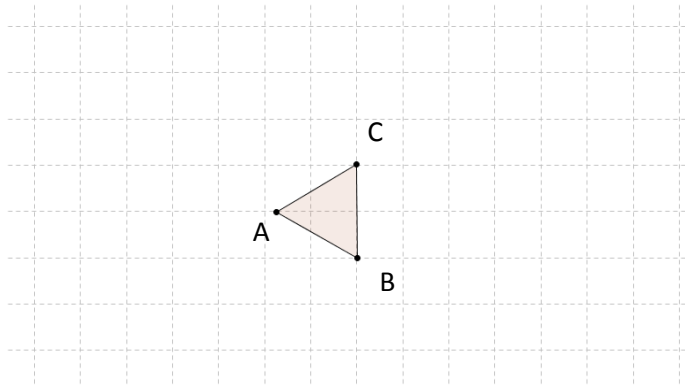


4. Dadas las siguientes figuras, aplicarles una homotecia $H_{(O, 1)}$ ¿qué puedes observar al respecto? ¿A qué tipo de homotecia corresponde?



5. A un triángulo equilátero de lado 6 cm se aplica una homotecia $H_{(O, 3/2)}$. ¿Cuál es el perímetro de la figura resultante, cuál es el área? ¿Cuál es la relación entre las razones del área y perímetro entre ambas figuras?

6. Dada la siguiente figura, utilizar regla y construir como mínimo tres figuras adicionales en el plano en donde se presente una homotecia de centro O y diferentes razones (2 y -2). Luego responder claramente las siguientes interrogantes:
- ¿Qué le ocurre a la figura si al desplazar un punto pasa por el centro de la homotecia?



- ¿Cuál es la relación que tiene la razón con el área y el perímetro de la figura?

7. Dado el triángulo de la figura, dibuja el homotético a él en las homotecias:



a. De centro el vértice C y razón $\frac{3}{2}$	
b. De centro el vértice A y razón $-\frac{1}{2}$	
De centro el vértice C y de razón -2	

Realice un breve comentario a cerca de la experiencia vivida:

.....

.....



C.2.1. **Descriptorios por pregunta**

Segundo Medio	RELACIÓN CONTENIDO / HABILIDAD				
	CONTENIDO	IDENTIFICAR	APLICAR	ANALIZAR	RESOLVER
	Razón, proporción, homotecias.	1, 2, 3, 4	1, 4, 5,6	2, 3,4, 5, 6	3, 5, 6
DESCRIPTORIOS POR PREGUNTA					
Pregunta	Justificación				
Parte N°1					
1.	Identificar el centro de la homotecia y aplicar las propiedades de razones entre segmentos.				
2.	Analizar la correspondencia de los vértices e identificar si es homotecia y el tipo de homotecia correspondiente.				
3.	Identificar la razón de la homotecia, analiza el problema y encontrar el perímetro del pentágono pedido.				
4.	Aplicar las propiedades de homotecias, analizar y responder que la homotecia pedida corresponde a la identidad.				
5.	Resolver problema asociado al perímetro de triángulo equilátero. Analizar las diferencias y similitudes entre las razones fraccionarias aplicadas al área y perímetro. Identificar que el perímetro se encuentra a la misma razón de la homotecia y el área se encuentra a la razón cuadrada.				
6.	Aplicar las propiedades de las razones de homotecias y encontrar las diferencias de las razones de las áreas y perímetros en el triángulo equilátero. Responder las interrogantes mencionando que al pasar por el centro de la homotecia se juntan los tres puntos del triángulo equilátero en un mismo punto, que es el centro.				
7.	Construir figuras homotéticas a partir de un vértice de la misma figura como centro.				



C.2.2. Criterios de Evaluación Post-prueba

Pregunta	Objetivo/ Tarea	Puntaje asignado
N°1	Identifica el centro de la homotecia y encuentra la razón de la homotecia.	4
	Identifica el centro de la homotecia y presenta la razón de la homotecia en forma invertida.	2
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0
N°2	Marca el centro de la Homotecia, determina si es homotecia directa o inversa y justifica la respuesta.	5
	Marca el centro de la Homotecia, determina si es homotecia directa o inversa sin justificar la respuesta.	4
	Determina si es Homotecia Directa o inversa de una, dos o tres figuras.	2
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0
N°3	Encuentra el perímetro del triángulo pedido aplicando propiedad de la razón de la homotecia	5
	Realiza un bosquejo de resolución del problema, pero no concluye la respuesta al problema.	3
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0
N°4	Aplica las propiedades de homotecias, analiza y responde que la homotecia pedida corresponde a la identidad.	6
	Responde que la homotecia pedida corresponde a una homotecia Directa o identidad, sin justificar la respuesta.	3
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0
N°5	Realiza un bosquejo de la figura, calcula el perímetro de la figura resultante, calcula el área de la figura pedida y argumenta sobre la relación entre el área y perímetro de las figuras homotéticas.	10
	Realiza un bosquejo de la figura, calcula el perímetro de la figura resultante y calcula el área de la figura pedida.	8
	Realiza un bosquejo de la figura y calcula el perímetro de la figura resultante.	5
	Realiza un bosquejo de la figura	2
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0



N°6	Construye las tres figuras de razones pedidas y responde en forma coherente las preguntas a y b.	15
	Construye las tres figuras de razones pedidas y responde en forma coherente la pregunta a.	14
	Construye las tres figuras de razones pedidas y responde en forma coherente la pregunta b.	13
	Construye las tres figuras de razones pedidas.	12
	Construye solo dos figuras de razones pedidas y responde las preguntas a y b de manera coherente.	12
	Construye solo dos figuras de razones pedidas y responde la pregunta a. de manera coherente.	10
	Construye solo dos figuras de razones pedidas y responde la pregunta b. de manera coherente.	9
	Construye solo dos figuras de razones pedidas	8
	Construye sólo una de las tres figuras adicionales de razón 2 y -2 y responde a la pregunta a de manera coherente.	7
	Construye sólo una de las tres figuras adicionales de razón 2 y -2 y responde a la pregunta b de manera coherente.	5
	Construye sólo una de las tres figuras adicionales de razón 2 y -2.	4
	Responde a las preguntas a y b en forma coherente.	3
	Responde a la pregunta a en forma coherente.	2
	Responde a la pregunta b en forma coherente.	1
Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0	
N°7	Construye correctamente las tres figuras pedidas.	15
	Construye correctamente dos figuras pedidas.	10
	Construye correctamente sólo una de las tres figuras pedidas.	5
	Deja la pregunta en blanco o presenta un desarrollo incoherente	0

Calificación = Puntaje Obtenido + 10



Anexo D: ENCUESTA ALUMNAS



En esta sección se encuentran la encuesta para detectar las percepciones de las estudiantes y los análisis de los resultados.

D.1. ENCUESTA:

Responde las siguientes interrogantes de manera sincera, marcando con una X en lugar que corresponda.

Las respuestas a la encuesta no serán evaluadas, sólo es para considerar tu opinión.

T.A.: Totalmente de acuerdo		N.A.N.D.: Ni de acuerdo Ni en		E.D.: En desacuerdo			
D.A.: De acuerdo		Desacuerdo		T.D.: Totalmente en desacuerdo			
N°	ÍTEM	PREGUNTA	RESPUESTA				
			T.A	D.A.	N.A.N.D	E.D	T.D
1.	Sobre el uso de la tecnología	a. El uso de la tecnología me brindó apoyo en mis conocimientos.					
		b. Prefiero las clases convencionales, en vez del uso de la tecnología.					
		c. La tecnología utilizada no fue necesaria para el desarrollo de mis aprendizajes.					
		d. Pude compartir mejor con mis compañeras y profesora utilizando éstos medios.					
		e. El uso de la Pizarra Digital Interactiva me ayudó a comprender mejor los conceptos.					
		f. El uso de computadores individuales con el software Geogebra me ayudó a aclarar dudas que tenía con mi grupo de trabajo y a entender mejor los conceptos.					
		g. Al utilizar la plataforma de Moodle tuve mayor claridad de lo que se pretendía realizar con la actividad.					
Algún comentario sobre la sección:							
2.	Sobre el desarrollo de las actividades	a. Las actividades realizadas me ayudaron a comprender el concepto de homotecia.					
		b. Las actividades fueron muy pocas, porque aún no comprendo lo que es una homotecia.					
		c. Las actividades fueron muy entretenidas y me apoyaron correctamente en mis conocimientos					
		d. Las actividades iniciales me ayudaron a reforzar los conocimientos que me permitieron comprender el concepto de homotecias.					
		e. Me hubiese gustado que las actividades fueran más individuales que grupales.					
		f. Trabajar en grupo me ayudó a comprender mejor los conceptos porque me sentí apoyada por mis compañeras.					



Algún comentario sobre la sección:							
3.	Sobre el apoyo del cuerpo docente	a. Me sentí muy apoyada por la profesora a cargo					
		b. Las respuestas a mis preguntas eran coherentes con lo que yo deseaba saber.					
		c. Logré una comprensión adecuada de las explicaciones.					
Algún comentario sobre la sección:							
4.	Sobre mi conocimiento	a. Siento que ahora conozco lo que es una homotecia y puedo dar un ejemplo concreto de lo que es.					
		b. Me gusta aprender cosas nuevas y aplicar las materias que ya sé en ellas.					
Algún comentario sobre la sección:							
5.	Sobre mi desempeño	a. Actué correctamente en el desarrollo de las actividades.					
		b. Formé parte de un trabajo grupal importante y respondí a él con responsabilidad y respeto.					
		c. Participé y respondí responsablemente a las preguntas realizadas.					
Algún comentario sobre la sección:							



Anexo E: FICHAS DE ACTIVIDADES



E.1. FICHA DE ACTIVIDAD N°1

<p><u>Ficha de Actividad N°1</u></p>	<p>PUNTAJE:.....</p>								
<p><u>Nombre Integrantes:</u>.....</p> <p><u>Curso:</u>.....</p> <p><u>Fecha:</u>.....</p>									
<p>1. Dada las siguientes figuras ¿Cuál es la razón de semejanza que convierte F1 en F2? (Ayuda: considera la medida del lado de cada cuadrado como 1cm.)</p>									
<p>2. Determinar dos razones equivalentes para:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">a. $\frac{2}{3} =$</td> <td style="padding: 5px;">b. $\frac{3}{5} =$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">c. $\frac{7}{3} =$</td> <td style="padding: 5px;">d. $\frac{1}{2} =$</td> </tr> </table>		a. $\frac{2}{3} =$	b. $\frac{3}{5} =$	c. $\frac{7}{3} =$	d. $\frac{1}{2} =$				
a. $\frac{2}{3} =$	b. $\frac{3}{5} =$								
c. $\frac{7}{3} =$	d. $\frac{1}{2} =$								
<p>3. Dada la siguiente figura medir con una regla y determinar la razón de los segmentos pedidos.</p>									
<p>ABC triángulo equilátero de lado 2,5 A'B'C' triángulo equilátero de lado 5</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Razón de segmentos</th> <th style="padding: 5px;">Razón de Lados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">$\frac{OA'}{OA} =$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{A'B'}{AB} =$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$\frac{OB'}{OB} =$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{B'C'}{BC} =$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$\frac{OC'}{OC} =$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{A'C'}{AC} =$</td> </tr> </tbody> </table>	Razón de segmentos	Razón de Lados	$\frac{OA'}{OA} =$	$\frac{A'B'}{AB} =$	$\frac{OB'}{OB} =$	$\frac{B'C'}{BC} =$	$\frac{OC'}{OC} =$	$\frac{A'C'}{AC} =$
Razón de segmentos	Razón de Lados								
$\frac{OA'}{OA} =$	$\frac{A'B'}{AB} =$								
$\frac{OB'}{OB} =$	$\frac{B'C'}{BC} =$								
$\frac{OC'}{OC} =$	$\frac{A'C'}{AC} =$								
<p>¿Qué puedes observar de la razón de los segmentos con la razón de los lados de la figura? Respuesta:</p>									

E.1.1. Descriptorios por pregunta:

N° Pregunta

Justificación

Pregunta N°1:

- Identificar los segmentos correspondientes en ambas figuras.
- Calcular la razón de semejanza identificando los lados correspondientes al segmento escogido.

Pregunta N°2:

- Encontrar razones equivalentes a la razón dada, amplificando la expresión por un valor dado.

Pregunta N°3:

- Aplicar la razón entre los segmentos pedidos y encontrar la razón de semejanza.
- Aplicar la razón de los lados escogidos por ellas mismas y analizar similitudes.



E.3. FICHA DE ACTIVIDAD N°3

Ficha de Actividad N°3

Nombre:

Curso: Fecha:

Instrucciones: Abre el documento de Geogebra que posee la construcción de la figuras del día jueves 21 de octubre y luego realiza las siguientes actividades:

1. Abra la aplicación de Calculadora que trae incorporado el computador.
2. Con el documento de la construcción de Triángulos N°1 y abierta la calculadora, compara la relación que existe entre la razón del perímetro del triángulo ABC y el triángulo A'B'C'. Aproximando los valores, completa la siguiente tabla:

	Razón	BCA	B'C'A'	B''C''A''	Relación de la razón.
Perímetro	2				
	0,5				
	3				
Área	2				
	0,5				
	3				

3. Comenta con tu grupo de trabajo y responde: ¿Se mantienen las relaciones entre perímetros y áreas si las razones son las mismas? ¿Justifique?

.....

E.3.1. Objetivos:

1. Comparar y relacionar valores entre el área y perímetro de cada triángulo con la razón dada.
2. Modificar la medida de los segmentos de modo que presenten homotecias de razones 2, 0,5 y 3.

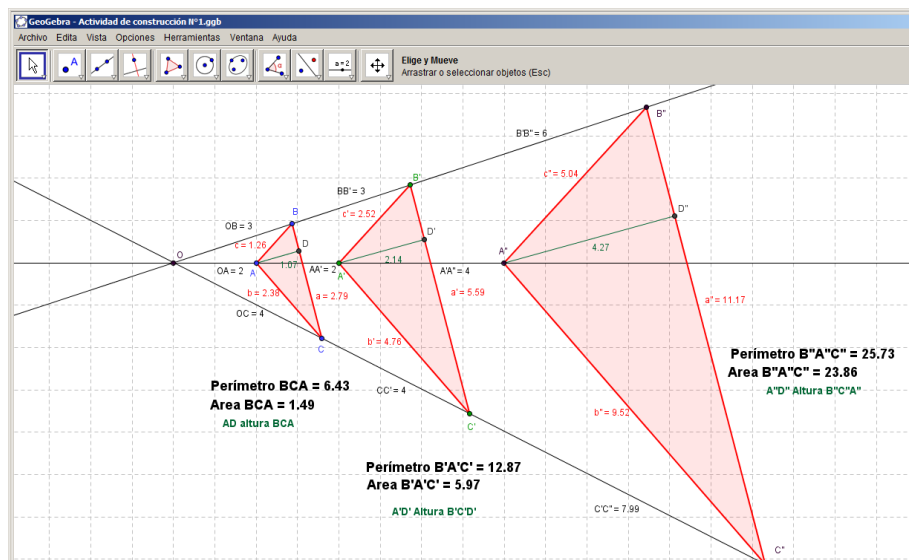


Figura E.1 Imagen de triángulos con Geogebra para la aplicación de actividad.



Anexo F: GUÍA DE ESTUDIO



F.1. GUÍA DE ESTUDIO

Nombre:.....



“Construcciones de figuras Homotéticas con diferentes razones”

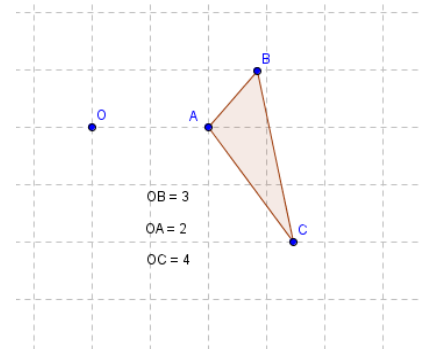
Instrucciones:

1. En la primera hora, debes ubicarte en el grupo correspondiente al color de la lámina asignada y realizar todas las construcciones que se señalan más abajo.
2. En la segunda hora, debes dirigirte a la sala de Multimedia en donde el primer grupo que termine sus construcciones de manera correcta, podrá llevar a cabo el trazado de alguna de ellas en la Pizarra Digital Interactiva que allí se encuentra.
3. Las construcciones poseen una calificación de MEDIO punto acumulativo.

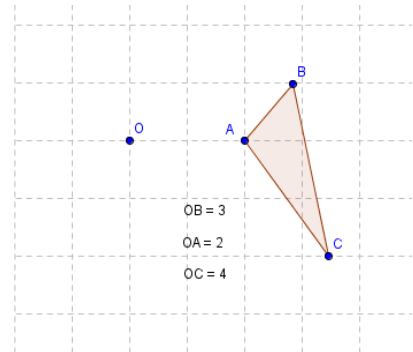
Construcciones:

A partir de la figura ubicada en el plano, construir:

- a. Una $H_{(O, 2)}$ trazando al menos dos figuras más sin contar la inicial.



- b. Una $H_{(O, -2)}$ trazando al menos dos figuras más sin contar la inicial.



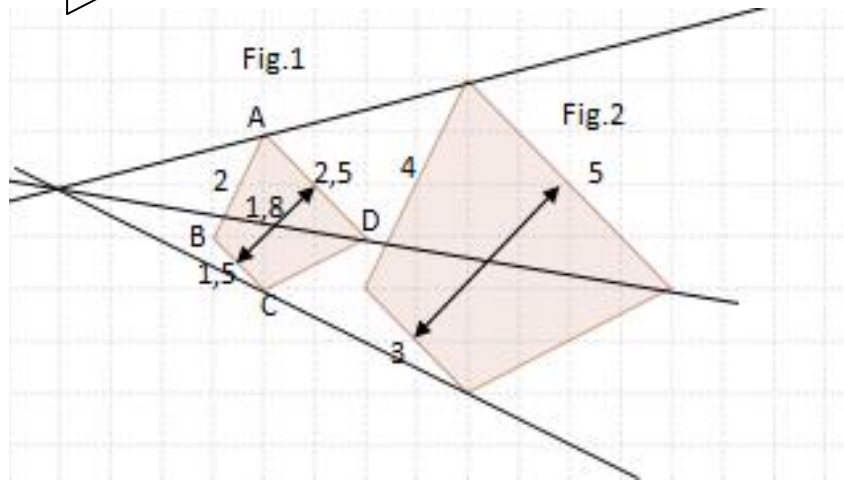
¿Podrías haber trazado en un mismo plano las homotecias de diferentes razones? ¿Por qué?

.....



Las actividades en las páginas siguientes son para tu desarrollo personal.

Actividad N°2



1. En el plano se encuentran dos figuras de lados paralelos correspondientes con sus respectivos valores de segmentos. Asígnale letras a los vértices de modo que consideres a que a cada vértice de la primera figura le corresponde uno de la segunda. Por lo tanto, al poner las letras puedes representar esa correspondencia A y A', B y B', etc.
2. Une todos los puntos correspondientes y encuentra el punto O centro de la homotecia.
3. Considerando $OA= 4$; $OB= 3$; $OC= 4,5$; $OD= 6$, en el recuadro calcula y responde la siguiente interrogante: ¿Cuál es la razón de la homotecia?

4. A raíz de la respuesta anterior, dibujar otra figura parte de la misma homotecia.
5. Considerando los valores presentados en la pregunta anterior, completa la siguiente tabla:

OA' =	OB' =	OC' =	OD' =
Perímetro Fig.1		Perímetro Fig.2	
Área Fig.1		Área Fig.2	

- a. ¿Cuál es la relación entre el perímetro de la figura uno, con el perímetro de la figura dos? Realiza la razón correspondiente.

- b. ¿Cuál es la relación con el área de la figura uno y el área de la figura dos? Realiza la razón correspondiente.



Actividad N°3

Desarrolla todos los ejercicios propuestos para esta parte del trabajo

1. A raíz de todo lo estudiado anteriormente, dadas las siguientes figuras determinar si es homotecia y si lo es, marcar el centro y determinar cuál de ellas es Homotecia Inversa y cuál es directa. Justifique su respuesta

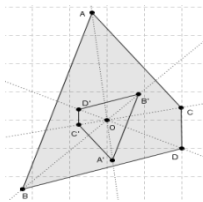


Figura 1

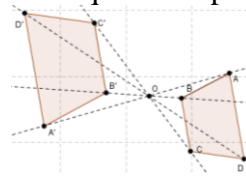


Figura 2

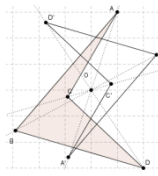


Figura 3

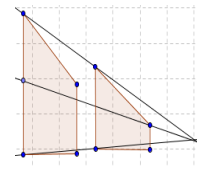


Figura 4

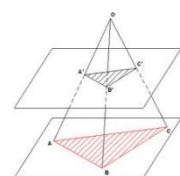
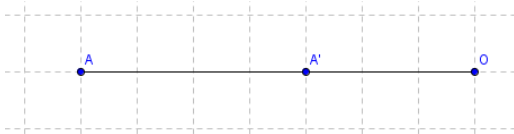


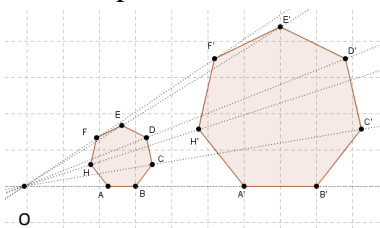
Figura 5

2. Dado el siguiente segmento determinar la razón de la Homotecia.

Ayuda: Recuerda que cada razón de la homotecia se forma a partir de $\frac{OA'}{OA} = k$

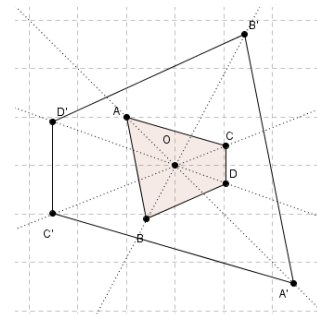


3. En la figura se muestra un Heptágono regular ABCDEFH de lado 5cm perteneciente a la $H_{(O,2)}$. Determinar el perímetro del heptágono nombrado y el perímetro del heptágono una vez aplicada la homotecia.



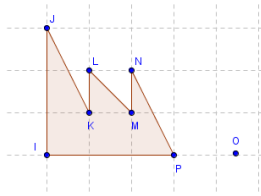
4. Determina si son ciertas o falsas las afirmaciones siguientes respecto de la homotecia de la figura dada. Justifica tus respuestas.

-El centro de la homotecia está fuera del polígono A'B'C'D'
-La razón de la homotecia que envía al polígono ABCD en A'B'C'D' es negativa.
-La razón de la homotecia que envía al polígono ABCD en A'B'C'D' está entre 0 y 1.
-La razón de la homotecia es mayor que 1.





5. Construye una $H_{(O,1)}$ para la siguiente figura:



¿Qué puedes observar al respecto?

Actividad N°4

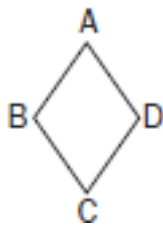
1. Dado el triángulo de la figura, dibuja el homotético a él en las homotecias:



c. De centro el vértice B y razón $\frac{1}{2}$	
d. De centro el vértice A y razón $-\frac{1}{2}$	
e. De centro el vértice C y de razón -1	

Responde: ¿Cuál es la diferencia al aplicar una razón negativa a una positiva?
 ¿Cuál es la diferencia al variar los vértices de la homotecia?

2. Construye la figura homotética del rombo ABCD en las homotecias:



a. De centro el vértice B y razón 2	
b. De centro el vértice B y razón -2	
c. De centro el vértice B y de razón $\frac{1}{2}$	

¿Qué observaciones puedes realizar con respecto al centro de la homotecia y a la aplicación de diferentes razones?



F.2. DESCRIPTORES POR PREGUNTA

Segundo Medio	RELACIÓN CONTENIDO / HABILIDAD				
	CONTENIDO	IDENTIFICAR	APLICAR	ANALIZAR	RESOLVER
Razón, proporción, homotecias.					
	Actividad N°1	a, b	a, b	a, b	
	Actividad N°2	1, 2	3, 4, 5	2, 5	3, 5
	Actividad N°3	1,2,3,4	2,5	1,3,4,5	3,5
	Actividad N°4	1,2	1,2	1, 2	
DESCRIPTORES POR PREGUNTA					
Pregunta	Justificación				
Actividad N°1					
a y b	Identificar el centro de la homotecia, aplicar las propiedades de las razones y analizar las posibles ubicaciones de las figuras en el plano.				
Actividad N°2					
1.	Identificar una correspondencia entre puntos A y A', B y B', etc.				
2.	Encontrar el centro de la homotecia.				
3.	Aplicar las propiedades de las razones y encontrar la razón pedida.				
4.	Aplicar las propiedades de homotecias en la construcción de otra figura homotética.				
5.	Aplicar las propiedades de las razones y encontrar similitudes entre los valores establecidos.				
Actividad N°3					
1.	Analizar la correspondencia de los vértices e identificar si es homotecia y el tipo de homotecia correspondiente.				
2.	Identificar el centro de la homotecia y aplicar las propiedades de razones entre segmentos.				
3.	Identificar la razón de la homotecia, analizar el problema y encontrar el perímetro del heptágono pedido.				
4.	Analizar la ubicación del centro de la homotecia. Relacionar la homotecia negativa con la posición de la figura. Diferenciar entre una homotecia negativa y positiva.				
5.	Aplicar las propiedades de homotecias, analizar y responde que la homotecia pedida corresponde a la identidad.				
Actividad N°4					
1.	Construir homotecias en figuras planas respecto un mismo vértice y analizar el comportamiento al aplicar diferentes valores de razones.				
2.	Construir las homotecias pedidas y levantar conjeturas sobre las diferencias entre la razón positiva, negativa y racional.				



Anexo G: HOJA RESUMEN



G. HOJA RESUMEN DE HOMOTECIA:

Definición: Una homotecia es una transformación geométrica que a partir de un punto fijo O, el centro de la Homotecia, multiplica todas las distancias por un mismo factor k , que corresponde a la razón de las longitudes de los segmentos correspondientes en esa transformación. El número k es distinto de cero, ya sea positivo o negativo.

11 Vectorialmente, se considera O como el origen de todos los vectores, cuyo punto final corresponde a cada uno de los puntos A, B, C, etc.

Notación:

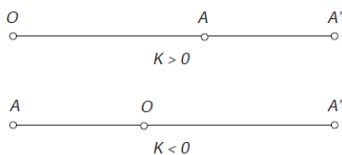
$h_{O,k}$: Homotecia de centro O y razón k

Propiedades:

1. El centro de la Homotecia (O) y los puntos homólogos (A y A', B y B', C y C', etc.) están alineados.
2. Los ángulos homólogos son iguales ya que sus lados son paralelos.
3. Dos triángulos de lados paralelos son homotéticos y el centro de homotecia y la razón k se pueden obtener al unir sus vértices homólogos.
4. La razón entre dos segmentos homólogos es igual a la razón de la homotecia.

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \dots = k$$

De la razón de la Homotecia se puede afirmar lo siguiente:

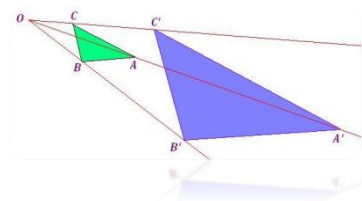


El valor de k puede ser positivo o negativo, pero para diferentes valores adquiere un nombre y una característica diferente:

- a. Para $k > 0$, se denomina *Homotecia Directa o positiva*:

Dado que la homotecia tiene una razón positiva k , se puede concluir que la magnitud del vector OA' es k veces igual a la magnitud del vector OA . Lo mismo ocurre para los vectores OB' , OC' , etc., respecto de los vectores OB , OC , etc., lo cual se denota como:

$$OA' = k \cdot OA; \quad OB' = k \cdot OB; \quad OC' = k \cdot OC, \text{ etc.}$$



- b. Para $k < 0$, se denomina *Homotecia Inversa o Negativa*:

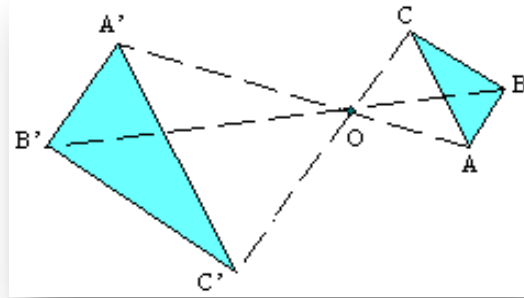


Se pueden ver dos triángulos semejantes y configuraciones de paralelas sobre rectas secantes, pero en sentidos contrarios.

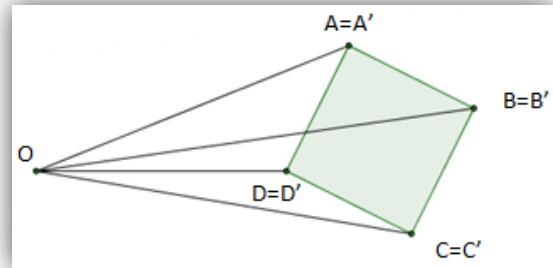
En este caso, la homotecia tiene razón $-k$ y puede darse una interpretación vectorial más exacta.

Tomando el centro de la homotecia O como origen, se debe notar que el vector OA' está en la misma dirección pero en sentido contrario al vector OA . Si se le asigna la dirección positiva a los vectores $OA, OB, OC, etc.$, esto se interpreta dando el signo negativo a los vectores $OA', OB', OC', etc.$, obteniendo las siguientes relaciones esta vez aplicadas a vectores:

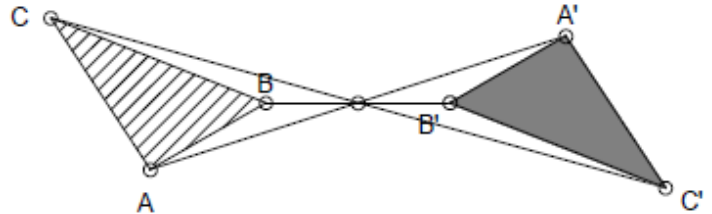
$$OA' = -k \cdot OA \quad ; \quad OB' = -k \cdot OB \quad ; \quad OC' = -k \cdot OC, \text{ etc.}$$



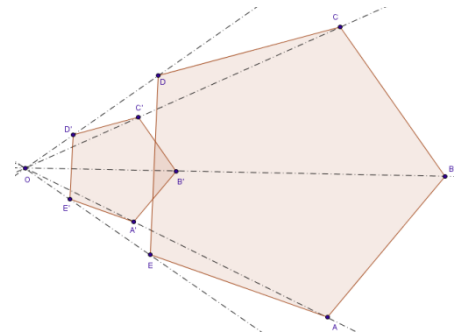
- c. Si $k = 1$ corresponde a la identidad (todos los puntos son fijos)



- d. $K = -1$ corresponde a la simetría de centro O , o una rotación alrededor de O de ángulo π radianes (180°)



- e. Para $0 < k < 1$, se una reducción del tamaño de la figura.





Anexo H: REGISTRO DE PUNTOS ACUMULATIVOS POR FECHA



H. FECHAS DE PUNTOS ACUMULATIVOS:

En este anexo se consideran las evaluaciones formativas con puntos acumulativos, los cuales corresponden a una nota. La manera de cómo traspasarlos a Nota se explica en el ítem 5.6 del presente documento.

H.1. GRUPO DE CONTROL

Tipo de calificación de puntos:

1. Actividad completa: 1 Ptos.
2. Actividad a medio hacer: 0,5 pts.
3. No realiza la actividad/ se dedica a copiarle a sus compañeras: 0 Pts.

Ficha de Actividad N°1	Tarea de investigación de Razón negativa	Ficha de Actividad N°2	Guía completa.
18/10	20/10	20/10	25/10

H.2. GRUPO EXPERIMENTAL

Tipo de calificación de puntos:

1. Actividad completa: 1 Ptos.
2. Actividad a medio hacer: 0,5 pts*.
3. No realiza la actividad / se dedica a copiarle a sus compañeras: 0 Pts.

* Excepto en la ficha de actividad N°3 y la Construcción de figuras que tienen considerado 0,5 pts. cada una, con un total de 1 pto.

Ficha de Actividad N°1	Tarea de investigación de Razón negativa	Ficha de Actividad N°2	Ficha de Actividad N°3	Construcción de figuras
18/10	19/10	19/10	21/10	25/10



Anexo I: EVIDENCIAS



En las siguientes páginas se encuentran imágenes sobre la experiencia vivida.

I.1. HACIENDO USO DE LA PLATAFORMA DE MOODLE

10 **Actividades de Homotecia, 2010**

Semana 18 de Octubre

--> **Martes 19 de Octubre**

- Visualización de Homotecias con Geogebra
- Visualización de Homotecias con Geogebra 2
- Visualización de Homotecias con Geogebra 3
- Geogebra Online
- Homotecia Online
- Presentación de Conceptos Generales
- Foro de Razones negativas

--> **Jueves 21 de Octubre**

- Guía de estudio
- Construcción en actividad N°1 parte 1
- Construcción en actividad N°1 parte 2

Semana 25 de Octubre

Actividad Lunes 25 de Octubre

- Instrucciones de la Actividad:
- Ficha Individual
- Construcción en actividad Con Geogebra
- geogebra online

Las actividades se organizaron por fechas de aplicación. Los archivos utilizados en cada actividad eran subidos a la página para tener libre acceso a ellos.

Figura I.1. Imagen de la plataforma de Moodle Colegio María Auxiliadora

2º B Mat: Foro de Razones negativas

moodle

Valparaíso 2º B Mat Foros Foro de Razones negativas

Este foro permite que cualquiera elija suscribirse o no

Suscribir a todos

Mostrar/editar suscriptores actuales

Suscribirse a este foro

Las razones negativas tienen un significado especial... ¿Cuál es?

Debes crear un **nuevo tema de discusión** junto a tu compañera de banco señalando la importancia de las razones negativas y en qué se utilizan.

Colocar un nuevo tema

Tema	Comenzado por	Último mensaje
GRUPO 5	kihara majassem vaccaro silva	kihara majassem vaccaro silva mar, 19 de oct de 2010, 10:25
Grupo 1	María José Pino	María José Pino mar, 19 de oct de 2010, 10:25
grupo 4	geraldine fiori	geraldine fiori mar, 19 de oct de 2010, 10:24
Razones negativas; Grupo 3	Marcela Alejandra Leal Espinoza	Marcela Alejandra Leal Espinoza mar, 19 de oct de 2010, 10:23
grupo 2	Tati Varas :)	Tati Varas :) mar, 19 de oct de 2010, 10:23

Moodle Docs para esta página

Usted se ha autenticado como Maria Ines Pezoa Reyes (Salir)

2º B Mat

Las alumnas crearon un tema de discusión sobre Razones negativas en una herramienta de Foro.

Figura I.2. Imagen de página en Moodle “Foro de Razones negativas”



Grupo 1
de María José Pino - martes, 19 de octubre de 2010, 10:25

Al buscar el tema señalado anteriormente nos lleva a decir que las razones negativas no existen porque ademas de que no se encuentra nos hace pensar que la razon(es la division entre la medida de dos lados)para que sea negativa, los lados de una de las figuras tendria que ser negativa y la otra positiva y concluimos que los lados de una figura no puede ser negativa ya que corresponde a los números antes del cero(negativos) y un lado de la figura no puede medir negativo!

[Editar](#) | [Borrar](#) | [Responder](#)

Moodle Docs para esta página

usted se ha autenticado como María Ines Pezoa Reyes (Salir)

2° B Mat

Figura I.3. Respuesta del grupo N°1

Comentario de la *Figura I.3*: las alumnas argumentan que las razones no pueden ser negativas porque las distancias negativas no existen.

grupo 2
de Tali Varas - martes, 19 de octubre de 2010, 10:23

una distancia negativa no existe físicamente hablando ya que es imposible tener menos de 1 metro, no obstante el signo negativo denota una posición respecto al origen de un sistema de ejes coordenados arbitrarios.

La razón negativa sólo existe en razón de cambio

Selahin Bornscheuer
Mª Paz Guzman
Germania Ojeda
Taliana Varas

[Editar](#) | [Borrar](#) | [Responder](#)

Figura I.4. Respuesta del grupo N°2

Comentario de la *Figura I.4*: las alumnas argumentan que las distancias negativas no existen hablando físicamente, pero el signo negativo denota una posición respecto al origen de un sistema de coordenadas y plantean además, que es posible tener una razón negativa cuando se tienen razones de cambio.

Este grupo de alumnas dio una respuesta más acertada de lo que puede ser una razón negativa lo cual provocó un conflicto dentro de la sala de computación, pues las alumnas comenzaron a discutir el argumento de las compañeras.

I.2. ALUMNAS EN EL CRA



Figura I.5. Alumnas recibiendo instrucciones



Figura I.6. Comenzando a trabajar y a discutir la ficha de actividad N°1



Figura I.7. Alumnas trabajando en la ficha



Figura I.8. Alumnas explicándoles a miembros del grupo



Figura I.9. Vista Este de la sala de biblioteca



Figura I.10. Vista Oeste sala de biblioteca

I.3. PROYECCIÓN DE POWERPOINT

En 3,4,5 y 6 se visualizan las homotecias en la vida cotidiana

De 7 a 11, se revisan conceptos

Figura I.11. Diapositivas de PowerPoint presentadas en la sesión N°1



I.4. HACIENDO USO DE LA PDI Y SGD:

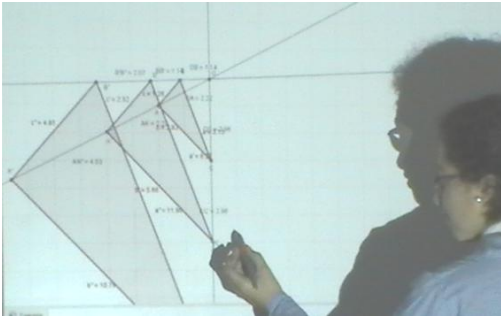


Figura I.12. Alumna utilizando la PDI

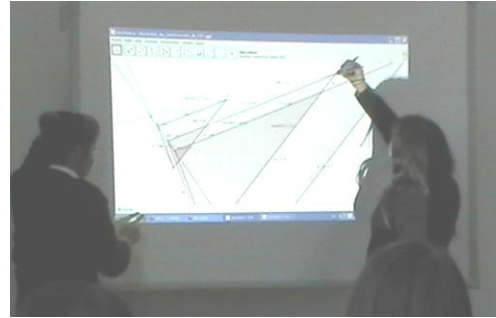


Figura I.13. Alumnas interactuando con la PDI

I.5. HACIENDO USO DE NETBOOKS:



Figura I.14. Alumnas observan las construcciones realizadas y completan las fichas de actividad N°3.



Figura I.15. Alumna completa la ficha de actividad N°3.

I.6. EN LA SALA DE CLASES



Figura I.16. Alumnas trabajan en la sala de clases en forma grupal

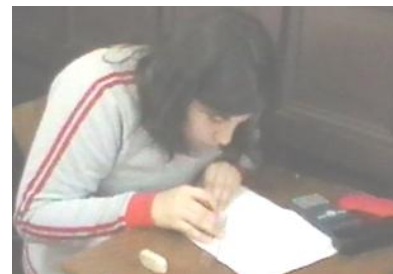


Figura I.17. Alumna resuelve ejercicios de la guía de estudio.



I.7. TRABAJO REALIZADO POR LAS ALUMNAS:

I.7.1. Fichas de Actividades:

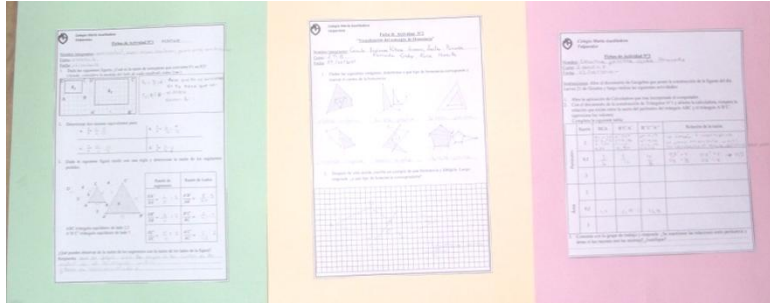


Figura I.18. Fichas de Actividades

I.7.2. Prueba de Diagnóstico, Prueba de Homotecias y Encuesta

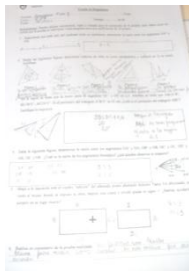


Figura I.19. Prueba de diagnóstico (Pre-prueba)

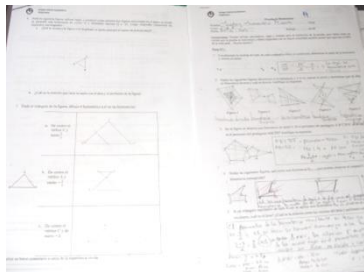


Figura I.20. Prueba de Homotecias (Post-prueba)



Figura I.21. Alumna que responde una Encuesta

I.7.3. Construcciones en la guía de estudio

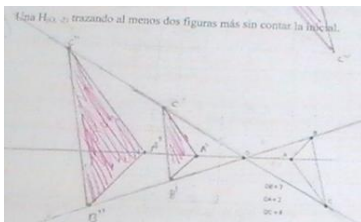


Figura I.22. Alumna que construye dos figuras homotéticas

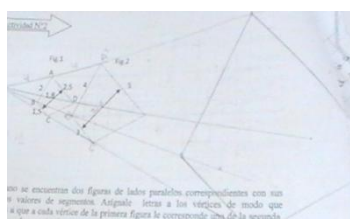


Figura I.23. Alumna que construye la tercera figura homotética de Actividad N°2 en guía.

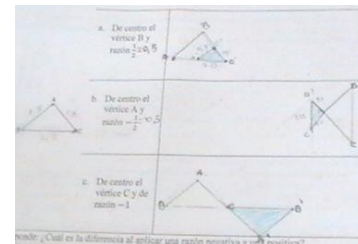


Figura I.24. Alumna construye figuras homotéticas a partir de un vértice como centro.

