

**UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO**

**DESCRIPCIÓN DINÁMICA DEL FENÓMENO DE  
EQUILIBRACIÓN COGNOSCITIVA EN PROCESOS  
INFERENCIALES SINTÉTICOS DURANTE LA  
GENERACIÓN DE HIPÓTESIS PARA LA SOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS**

**TESIS PRESENTADA A LA FACULTAD DE MEDICINA**

**PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
PSICOLÓGO**

**Y AL GRADO DE  
LICENCIADO EN PSICOLOGÍA**

**ESCUELA DE PSICOLOGÍA**

**POR**

**ARIEL QUEZADA LEN**

**PROFESOR PATROCINANTE  
ERROL DENNIS MORAGA**

**PROFESORES INFORMANTES  
ANTONIO GLARÍA BENGOCHEA  
FABIÁN LABRA SPRÖHNLE**

**VIÑA DEL MAR, CHILE  
NOVIEMBRE DE 1998**



# CONTENIDOS

	Página.
<b>RESUMEN</b> .....	4
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	5
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	6
<b>Del Proceso de Equilibración</b> .....	6
<b>De Sistemas Dinámicos y Geometría Fractal</b> .....	12
<b>Intentos Teóricos previos de explicación del problema</b> .....	19
<b>Magnitud del problema y necesidad del estudio</b> .....	21
<b>Objetivos</b> .....	23
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	25
<b>MÉTODO</b> .....	26
<b>Sujetos</b> .....	26
<b>Ambiente</b> .....	27
<b>Procedimientos</b> .....	28
<b>Experimentales</b> .....	28
<b>De análisis</b> .....	34
<b>Tipo de Investigación</b> .....	38
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	39
<b>RESULTADOS</b> .....	40
<b>Estadística Descriptiva</b> .....	40
<b>Análisis de Regresión Lineal</b> .....	40
<b>Análisis de Covarianza (ANCOVA)</b> .....	40
<b>Análisis de Muestras Pareadas</b> .....	41
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	42
<b>CONCLUSIONES</b> .....	43
<b>DISCUSIÓN</b> .....	47
<b>REFERENCIAS</b> .....	48

<b>TABLAS Y GRÁFICOS</b> .....	50
Tabla 1: Estadística Descriptiva de Aldo y Alexis en los Registros A y B .....	51
Tabla 2: Estadística Descriptiva de Ángel y Héctor en los Registros A y B .....	52
Tabla 3: Estadística Descriptiva de Luis y María en los Registros A y B .....	53
Tabla 4: Estadística Descriptiva de Nibaldo y Paola en los Registros A y B .....	54
Tabla 5: Estadística Descriptiva de Rodrigo y Virginia en los Registros A y B .....	55
Tabla 6: Estadística Descriptiva de Random y Objeto en los Registros A y B .....	56
Tabla 7: Valores del Cálculo de la Regresión Lineal del total de la Muestra .....	57
Tabla 8: Valores del Análisis de Covarianza (ANCOVA) .....	58
Tabla 9: Valores P a partir del Test de Comparaciones Múltiples .....	59
Tabla 10: Valores P en el Test T para Muestras Pareadas .....	60
Gráfico 1: Fortaleza del Ajuste Lineal del Total del Registro A a través del $R^2$ por pares de variables en el transcurso del juego .....	61
Gráfico 2: Fortaleza del Ajuste Lineal del Total del Registro B a través del $R^2$ por pares de variables en el transcurso del juego .....	61
Gráfico 3: Fortaleza del Ajuste Lineal de Aldo a través del $R^2$ en el juego .....	62
Gráfico 4: Fortaleza del Ajuste Lineal de Alexis a través del $R^2$ en el juego .....	62
Gráfico 5: Fortaleza del Ajuste Lineal de Ángel a través del $R^2$ en el juego .....	63
Gráfico 6: Fortaleza del Ajuste Lineal de Héctor a través del $R^2$ en el juego .....	63
Gráfico 7: Fortaleza del Ajuste Lineal de Luis a través del $R^2$ en el juego .....	64
Gráfico 8: Fortaleza del Ajuste Lineal de María a través del $R^2$ en el juego .....	64
Gráfico 9: Fortaleza del Ajuste Lineal de Nibaldo a través del $R^2$ en el juego .....	65
Gráfico 10: Fortaleza del Ajuste Lineal de Paola a través del $R^2$ en el juego .....	65
Gráfico 11: Fortaleza del Ajuste Lineal de Rodrigo a través del $R^2$ en el juego .....	66
Gráfico 12: Fortaleza del Ajuste Lineal de Virginia a través del $R^2$ en el juego .....	66

## RESUMEN

En la investigación cognoscitiva de Jean Piaget, uno de los temas más relevantes fue el proceso de equilibración de estructuras al momento de enfrentar situaciones problema.

El enfoque piagetano es fundamentalmente una descripción estructural de los fenómenos observados. La propuesta de descripción aquí presentada es dinámico-funcional y apunta a dar cuenta del patrón de comportamiento del fenómeno observado, a través de herramientas dadas por la geometría tradicional y la geometría fractal.

El objetivo de este trabajo es continuar la investigación pionera realizada por Fabián Labra, *Descripción de Procesos Inferenciales en Niños y Adolescentes durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas* (1995). [17] En este trabajo se describió la dinámica de generación de inferencias de niños y jóvenes de San Fernando al enfrentarse al problema del Juego Combate Naval, a través del análisis fractal de la huella que cada “disparo” dejaba en la grilla una vez derribados todos los barcos del juego. Los resultados obtenidos en este estudio fueron bastante alentadores respecto de la dimensión fractal como un instrumento sólido en la descripción de los fenómenos inferenciales sintéticos. Se encontró un coeficiente de Pearson ( $r$ ) no inferior al 0.92 en la correlación entre la dimensión fractal y el número de jugadas y tiempo por juego. Al realizar un análisis de covarianza, considerando los individuos como fuente de variación, la dimensión fractal como variable independiente y el número de jugadas como covariante, se obtuvo un ANCOVA ( $F: 338.015; p < 0.05$ ) mostrando lo individual del juego al observar su dimensión fractal en las figuras generadas por cada sujeto en cada juego. [18]

La presente investigación, de tipo descriptivo exploratoria, pretende replicar la situación problema, incluyendo a los mismos sujetos del trabajo original, pero cinco años más tarde y encontrándose éstos ahora en la edad correspondiente al estadio de operaciones formales. Se hará un estudio comparativo de los desempeños de cada sujeto en las dos situaciones, observando su número de jugadas, dimensión fractal y la longitud acumulada de los trazos de disparo, y un análisis descriptivo de la evolución de estas tres variables durante la progresión del juego.

## CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### Del Proceso de Equilibración

Jean Piaget, uno de los más notables psicólogos cognitivos de este siglo, entregó a la psicología una serie de importantes y revolucionarios aportes.

En una breve síntesis de los aportes que la labor de Piaget introduce a la psicología y que tienen relevancia directa con esta investigación, se encuentra su descripción de los Estadios del Desarrollo Intelectual del Niño y del Adolescente. El que se los aborde como estadios se debe a que estos tienen:

1. un orden de sucesión constante respecto a sus adquisiciones
2. carácter integrado (las estructuras nuevas incorporan a las anteriores y se incorporarán a las posteriores)
3. estructura de conjunto
4. un nivel de preparación y de terminación
5. procesos de formación (o génesis) y formas de equilibrios finales. [28]

Distingue tres grandes períodos en el desarrollo intelectual del niño y del adolescente:

- A. Período de la inteligencia sensorio-motor.
- B. Período de preparación y de organización de las operaciones concretas de clases, relaciones y número. Aborda operaciones sobre objetos manipulables (manipulaciones efectivas o inmediatamente imaginables).

Comprende dos subperíodos:

- 1.- Representaciones Preoperatorias, dividido -a su vez- en tres estadios (aparición de la función simbólica y comienzo de la interiorización de esquemas de acción en representaciones -desde los dos a los tres años y medio o cuatro-, organizaciones representativas basadas sobre configuraciones estáticas y/o sobre asimilación a la propia acción -desde los cuatro a los cinco años y medio-, y relaciones representativas articuladas -de los cinco años y medio a los siete u ocho-); y
- 2.- Operaciones Concretas, que va desde los siete u ocho años hasta los once o doce, caracterizado por una serie de estructuras en vías de terminación (dentro de este

subperíodo se pueden distinguir dos estadios, a saber, de operaciones simples y de terminación de ciertos sistemas de conjunto).

- C. Período de las operaciones formales. Cronológicamente, va desde los once o doce años (primer estadio) con un nivel de equilibrio a los trece o catorce años (segundo estadio) y una de sus características más notables es la aparición de la lógica de las proposiciones que permite razonar sobre enunciados e hipótesis y no sólo sobre objetos concretos directos o inmediatamente representados.<sup>1</sup>

La progresión de estos períodos, subperíodos y estadios constituyen un proceso de equilibración sucesivo, es decir, al alcanzar un equilibrio, la estructura se integra en un nuevo sistema en formación hasta un nuevo equilibrio más estable y con un campo más extenso. [28]

Piaget, además, introduce los conceptos de estructura y génesis. Estructura corresponde a un sistema que presenta leyes o propiedades de los elementos mismos del sistema y, estos sistemas que constituyen estructuras, son sistemas parciales en comparación con el organismo o el psiquismo. Se trata de un sistema parcial, pero que, en tanto que sistema, presenta leyes de totalidad distintas de las propiedades de los elementos. Génesis, por su parte, es un sistema relativamente determinado de transformaciones que comportan una historia y conducen por lo tanto de manera continuada de un estado A a un estado B, siendo B más estable que el estado inicial sin dejar por ello de constituir su prolongación. [33] Es decir, una estructura cambiará a otra más estable que le incluirá a través de la génesis, que es un sistema de transformaciones.

Al tener los conceptos de Estructura y Génesis se puede abordar el proceso de Equilibración, entendido éste como un proceso que conduce desde ciertos estados de equilibrio a otros, cualitativamente diferentes, pasando por múltiples desequilibrios y reequilibraciones.

Piaget distingue los equilibrios cognitivos de los mecánicos, ya que estos últimos se conservan sin modificaciones o tan sólo se da una moderación de la perturbación pero no una compensación completa (como lo es el caso del desplazamiento). También son distintos de los equilibrios termodinámicos ya que éstos son estados de reposo tras la

---

<sup>1</sup> La muestra que participó en esta investigación pertenece cronológicamente a los dos últimos períodos, es decir, Período de preparación y de organización de las operaciones concretas de clases, relaciones, y número, y Período de Operaciones Formales.

destrucción de las estructuras. Según este autor, el equilibrio cognitivo se acercaría a estados estacionarios, pero dinámicos, estudiados por Ilya Prigogine, que realizan intercambios capaces de construir y mantener un orden funcional y estructural en un sistema abierto. En este sentido, se acerca más a equilibrios biológicos, estáticos (homeostasis) o dinámicos (homeoësis). Así, los sistemas cognitivos, al igual que los organismos, son abiertos en relación a los intercambios con el entorno, y cerrados en cuanto ciclos (estructura de procesos). [26]

Mediante la equilibración se puede llegar al equilibrio, caracterizado por:

- 1.- Su estabilidad, lo que no significa inmovilidad. La noción de movilidad no es contradictoria con la noción de estabilidad : el equilibrio puede ser móvil y estable.
- 2.- Todo sistema puede sufrir perturbaciones que tienden a modificarlo. Existe equilibrio cuando estas perturbaciones exteriores están compensadas por acciones del sujeto, orientadas en el sentido de la compensación (este concepto es fundamental y parece ser el más general para definir el equilibrio psicológico).
- 3.- El equilibrio, así definido, es una cosa esencialmente activa; es precisa una actividad tanto mayor cuanto mayor sea el equilibrio. Es muy difícil conservar un equilibrio desde un punto de vista mental. Equilibrio es sinónimo de actividad. Una estructura estará equilibrada en la medida en que un individuo sea lo suficientemente activo como para oponer a todas las perturbaciones compensaciones exteriores. Estas últimas acabarán siendo anticipadas por el pensamiento. Gracias al juego de las operaciones, puede siempre a la vez anticiparse las perturbaciones posibles y compensarlas mediante las operaciones inversas o las operaciones recíprocas.

Así definida, la noción de equilibrio parece tener un valor particular suficiente como para permitir la síntesis entre génesis y estructura, dado que la noción de equilibrio engloba a las de compensación y actividad. Entonces, el equilibrio de las estructuras cognoscitivas es descrito como una compensación de las perturbaciones exteriores mediante actividades del sujeto que constituyan respuestas a dichas perturbaciones. Las compensaciones comienzan por efectuarse de forma inmediata, pero acaban pudiendo consistir en puras representaciones de las transformaciones, y entonces, las perturbaciones, al igual que las compensaciones, se reducen a ciertas operaciones del

sistema. Entendida así la equilibración, es un proceso que, por un lado genera nuevas estructuras y, una vez logradas, las estabiliza. [33]

El proceso de equilibración se basa fundamentalmente en dos ideas:

1) el progreso de los conocimientos no se debe ni a una programación hereditaria innata, ni a una acumulación de experiencias empíricas, sino que es el resultado de una autorregulación a la que podemos llamar equilibración. Ahora bien, esta equilibración no lleva al estadio anterior, en caso de una perturbación, sino que conduce, normalmente, a un estadio siguiente de partida y todo ello porque el mecanismo autorregulador ha permitido mejorarlo. A este proceso se le llama “equilibración incrementante”;

2) existen tres clases de equilibraciones :

- 1.- entre el sujeto y el objeto, es decir, entre la asimilación y la acomodación ;
- 2,- entre los subsistemas de un sistema total ; y
- 3.- entre estos subsistemas (en tanto que diferenciados) y el todo (en tanto que integración) y, por tanto, equilibrio entre diferenciación e integración. Esta última es la más difícil y la que más tarda en realizarse, además, siempre bajo formas provisionales, ya que cualquier forma de equilibrio siempre será superada. [29]

Una de las características notables del proceso de equilibración es la autorregulación, que parte de estructuras iniciales cuyo mantenimiento o cuyas transformaciones garantiza. Una autorregulación supone la posible intervención de dos tipos de elementos aleatorios : a) los elementos perturbadores externos que necesitan regulación, y b) los azares o eventuales tanteos propios de esa regulación. [27]

El físico argentino Rolando García, que escribió junto a Piaget, considera que uno de los principios fundamentales de la epistemología genética establece que el desarrollo del sistema cognoscitivo no es ni un crecimiento continuo, ni un proceso lineal. La existencia de estadios es simplemente la expresión de estos dos hechos. Piaget en psicología (quizá también Freud) y Marx en economía política han sido, en este sentido, los iniciadores de lo que hoy constituye una teoría general de sistemas. Los sistemas abiertos son aquellos que intercambian con el medio ambiente materia, energía e información. Estos sistemas que se autoorganizan adquieren una estructura interna que se hace estacionaria cuando los flujos de intercambio que representan las interacciones con el medio se tornan estacionarios. Que una estructura sea estacionaria no significa

que ella sea estática, ni que esté en condiciones de equilibrio, en el sentido dado a esta última palabra por la termodinámica clásica. Una estructura puede ser estacionaria porque ella existe bajo condiciones de equilibrio o, porque lejos del equilibrio, ella es mantenida en su estado estacionario por los intercambios con el medio. En el primer caso se denominará “equilibrio”. En el segundo caso, se hablará de equilibrio dinámico o de equilibración. [35]

Aquí queda clara la perspectiva constructivista de Piaget y su descripción del carácter autoorganizativo del sistema cognoscitivo en el proceso de equilibración que, sin muchos esfuerzos, podría vincularse con las teorías de complejidad que empezaron a vislumbrarse y fortalecerse a fines de la década de los 70, un par de años antes de la muerte del mismo Piaget. Prueba de ello, en sus últimas publicaciones tuvo invitados como Benoît Mandelbrot (precursor de la Geometría Fractal) en el texto *Epistemología de las ciencias del hombre* (1979) e Ilya Prigogine (Premio Nobel de Química 1977, que habla del orden como un elemento emergente del caos, descubriendo que en los sistemas alejados del equilibrio no sólo se desintegran los sistemas, sino que emergen sistemas nuevos [1]) en el homenaje a los ochenta años de Piaget a través del texto *Epistemología genética y equilibración* (1981). En este último libro podemos destacar la brillante intervención de Edgar Ascher, físico director de la sección de investigaciones teóricas en el Instituto Battelle de Ginebra, al dirigirse a Piaget destacando el aporte de su obra *La equilibración de las estructuras cognitivas*, tanto por su riqueza explicativa como por las perspectivas para futuros esfuerzos; especialmente le resulta de interés los modelos matemáticos de las equilibraciones, o, más bien, esbozos matemáticos que tal vez lleguen a convertirse en modelos.

La idea de equilibración de los sistemas cognoscitivos evocaría, en la opinión de Ascher, la idea de una dinámica de estos sistemas y, por tanto, pareciera pertinente volverse hacia la matemática cualitativa de los sistemas dinámicos. Al observar que una perturbación modifica un sistema homeorético, los mecanismos de control no la remiten al sitio que estaba; así, puede pensarse aquí en la equilibración incrementante especificada por Piaget. Thom dice: “Homeoresis significa que el punto representativo del sistema se encuentra en las proximidades de un conjunto invariable de trayectorias, que denominamos atractivo” (o más bien, atractor).

A esta propuesta tan innovadora, Piaget considera que matematizar la dinámica de la equilibración supondría un inmenso progreso y que todo intento en este sentido sería bienvenido. Sin embargo, está consciente de las dificultades provenientes del hecho de que en epistemología genética estamos frente a una sucesión de transformaciones en la que los “atractivos” (atractores) se modifican sin cesar y en el que el problema por resolver estriba en dar cuenta de ese constructivismo. [29]

De los párrafos anteriores no es difícil pensar que la descripción dinámico-funcional del fenómeno de la Equilibración Cognoscitiva, -dado que ésta presenta características comunes al comportamiento de los sistemas dinámicos (acaso, no lineales)-, puede tener un avance importante utilizando métodos derivados de teorías de complejidad. En confirmación de lo anterior, es de gran ayuda el aporte de Labra (1997) dado que postula lo siguiente: *El pensamiento en cuanto actividad constituye un sistema, orientado a la solución de problemas, y que involucra constitutivamente como proceso tanto notas psíquicas y accionales del sujeto, así como las condiciones concretas y materiales en que se haya incurso. i. -El universo significativo del pensamiento de un sujeto es dependiente (además de la situación concreta en que se encuentra incurso), en parte, del sistema global de acciones (ya sean materiales o mentales) ejecutadas por dicho sujeto enfrentado a un problema. ii. -En un aspecto el “contenido significativo” de una determinada inferencia, puede tratarse como un lugar o topos concreto de relación de acciones aplicadas. iii. -De manera accesoria podemos afirmar que este sistema de acciones aplicadas (materiales y mentales) genera un “espacio significativo de acciones”. iv. -Un sistema tal como se ha estipulado en i, ii, y iii es un Sistema Dinámico.* [18]

Aquí resulta necesario explicitar que, como “centro firme” de nuestro estudio, postulamos que la Equilibración Cognoscitiva comparte características de comportamiento de Sistemas Dinámicos no-lineales (estas características se especificarán en el siguiente apartado). Siguiendo a Lakatos (también citado por Massimo Piatelli-Palmarini en *Teorías del Lenguaje Teorías del Aprendizaje*) este “centro” es “irrefutable” por decisión metodológica de sus defensores ; las anomalías sólo deben originar cambios en el cinturón “protector” de hipótesis auxiliares “observacionales” y en las condiciones iniciales. [19] Así, de la postulación de la

Equilibración Cognoscitiva como un fenómeno con características comunes al comportamiento de los sistemas dinámicos no lineales como punto de partida de nuestro estudio, podemos llevar a prueba el valor descriptivo de al menos una herramienta derivada de las Teorías de Complejidad, a saber, la Dimensión Fractal a partir de la Geometría Fractal.

### De Sistemas Dinámicos y Geometría Fractal

Durante la segunda mitad del siglo veinte se ha constatado que la explicación de los fenómenos en las ciencias de la naturaleza ha sobrepasado las leyes de la física newtoniana utilizadas para dar cuenta de su conducta. Otrora las divergencias e incompatibilidades de la teoría con los fenómenos observados eran zanjadas arguyendo errores metodológicos, de control o de observación. Sin embargo, los problemas fueron proliferando de manera paralela en disciplinas tan “sólidas” y tradicionales como la geomensura o la climatología. No era raro observar que la longitud de una costa variara en la medida que variaba la escala de medición de la misma o que, al intentar pronosticar el clima, utilizando parámetros con aparentes nimias diferencias, cambiaban radicalmente el comportamiento meteorológico.

La explicación de los fenómenos en la naturaleza se ha visto fortalecida por la incorporación de su consideración como sistemas. Es así como Bertalanffy discurre la Teoría de los Sistemas Generales, describiendo características distintivas para los sistemas abiertos tales como: Importación de energía, Procesamiento de energía, Resultado o producto hacia el medio, el ser Ciclos de acontecimientos, Adquisición de entropía negativa, Insumos de información, Retroalimentación negativa y proceso de codificación, Estado estable y homeostasis dinámica, Diferenciación y Equifinalidad. [14] En este entendido, se observó a los objetos de estudio como un todo interactuante al cual sólo se les podía segmentar, acaso, didácticamente. Atrás quedó la explicación atomista que intenta reducir la observación y depurarla de toda natural interacción, dando paso a la consideración del sistema y sus múltiples retroalimentaciones propias y con el medio, se hace patente la emergencia de nuevas cualidades cuando el fenómeno se toma como un todo y no como un agregado de partes

En ciencias se pudo constatar la existencia de distintos tipos de sistemas. Así, se le llamó Sistema Dinámico a todo sistema que está definido por un estado variable que cambia en el tiempo y que está descrito a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales del tipo  $(\dot{X}=F(X))$ . [16]

Los sistemas dinámicos pueden distinguirse

**Lineales.** Son aquellos que pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales que pueden indicarse con una línea recta en un gráfico, son resolubles y (a partir de su característica modular) se pueden desmontar y montar de nuevo. [7]

**No Lineales.** Presentan ecuaciones diferenciales que no pueden describirse con líneas rectas en un gráfico sino que a través de curvas onduladas, un pequeño cambio en una variable puede producir un efecto catastrófico en otras variables y valores que estaban muy juntos se separan de pronto. [1]

De este modo observamos sistemas dinámicos lineales que presentan una conducta completamente predecible y generalizable, como por ejemplo, la conducta de un péndulo sin fricción (Sistema Dinámico Conservativo) versus sistemas dinámicos no lineales que presentan una conducta que no es posible de graficar con rectas en ecuaciones diferenciales y que, pequeños cambios en sus variables modulan inesperadas diferencias en otras, tras un lapso de conducta “esperable”, como lo es un péndulo con fricción (Sistema Dinámico Disipativo o que consume energía). [8] La fricción en física, por ejemplo, no es algo que se pueda determinar en forma exacta pues depende de la velocidad y esta última depende a su vez de la fricción. Los sistemas dinámicos no lineales son a su vez determinísticos, es decir, dependen sensiblemente de las condiciones iniciales con las cuales su conducta puede variar inesperada y notablemente. Además, se tiene sensibilidad determinística a los parámetros de control que otorga el ambiente. De esta manera cualquier error o diferencia aparentemente despreciable en las condiciones iniciales (cuando se trata de sistemas matemáticos o físicos, es decir, formales) o en los parámetros de control (en sistemas naturales) puede generar grandes diferencias en un sistema al cual se le intentara reproducir y/o predecir su conducta. Por esta impredecibilidad de la conducta de un sistema dinámico se podría decir que ésta es caótica, entendida no como un azar absoluto, sino que, como ya vimos, un caos determinístico sensible a sus condiciones iniciales y a los parámetros de control.

Entendiendo estos conceptos, ya casi se nos hace difícil pensar que algún sistema en la naturaleza no comparta características de los sistemas dinámicos no lineales. En consecuencia, los fenómenos que intentan describir las ciencias sociales abordan la descripción de conductas de sistemas que parecen ser disipativos y que, hasta hoy, han tratado de describirse forzosamente con herramientas que dan cuenta de una naturaleza que no les es propia.

Dentro de la literatura de los sistemas dinámicos, aparece la figura de Alexander Mijailovich Lyapunov (1857-1918). Se dedicó a observar la compleja conducta de las enzimas de las células de la cerveza que transforman el azúcar en alcohol, dado que no trabajan constantemente, sino con períodos oscilantes, como si tuvieran un reloj interno propio, el que respondía casi “antojadizamente” ante las variaciones de los parámetros externos como, por ejemplo, la modalidad y magnitud de aporte de azúcar. A partir de sus observaciones, intentó describir la conducta de estas células a partir del exponente de Lyapunov. El exponente de Lyapunov de un sistema dinámico mide el rango de divergencia de puntos en trayectorias arbitrariamente cercanas, entregando una estimación del fenómeno caótico de la sensitiva dependencia a condiciones iniciales y a sus parámetros de control. [12] A grandes rasgos, describe la rapidez con que aumenta o disminuye una perturbación en un sistema dinámico, lo cual hace que sirva también para señalar la diferencia entre el orden y el caos. [21] Con este exponente se mide la “caoticidad” o impredecibilidad del sistema observado, siendo progresivamente más caótico en la medida que aumente positivamente por sobre el 0, y orden en la medida que tiene valores menores



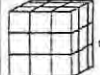
Tenemos aquí una herramienta que matemáticamente nos puede describir con qué rapidez aumenta o disminuye la perturbación en un sistema dinámico y, si los valores graficados de su comportamiento, iterados infinitamente y logrando su valor medio, corresponden a orden o a caos, entregando características descriptivas de todo el sistema. Si casi todas las series, después de la fase inicial, se dirigen hacia el mismo conjunto (atractor), el exponente de Lyapunov caracteriza a todo el sistema. [21]

Si bien el exponente de Lyapunov es una herramienta matemática que identifica características invariantes del comportamiento de un sistema dinámico descrito, es necesario un gran número de datos para poder llegar a un cálculo confiable. Es por esta

razón que, dada las características de los registros tomados en esta investigación, su cálculo no fue incluido.





La geometría fractal, en su sistematización, se debe a la labor del matemático francés Benoît Mandelbrot. Se describe con el nombre Fractal a una particular forma “quebrada” o “irregular” (proviene del Latín Fractus), es decir, que tiene una forma, bien sea sumamente irregular, bien sumamente interrumpida o fragmentada, y sigue siendo así a cualquier escala que se produzca el examen. Este tipo de geometría trata de describir los objetos fractales, entendidos estos como un objeto natural que resulta razonablemente útil representarlo matemáticamente por un conjunto fractal; son producto del actuar de un sistema dinámico (de  $n$  dimensiones), posibles de analizar descriptivamente por la Dimensión Fractal que da cuenta de su forma irregular, esto es, una parte de la figura o una dimensión particular que se nos revela (unidimensional, bidimensional, tridimensional, *vis a vis*,  $n$  dimensional), da cuenta o representa de algún modo al sistema dinámico del cual provino. Matemáticamente un objeto fractal puede ser descrito e identificado por su particular dimensión fractal, o sea, un número que sirve para cuantificar el grado de irregularidad y fragmentación de un conjunto geométrico o de un objeto natural. [20]

Un cuerpo en el espacio se encuentra en una peculiar dimensión topológica siendo 0 si es un punto, 1 si es una línea, 2 si es un área y 3 si es un volumen. La dimensión que ocupa cada objeto, según Félix Hausdorff -1919- (1868-1942), podría calcularse si encontramos el factor de escala mediante el cual se podría reproducir. Esto podría quedar más claro con el ejemplo que sigue :

	número $a$	factor de escala $s$	ley
 segmento	3	3,0	$3,0^1 = 3$
 cuadrado	9	3,0	$3,0^2 = 9$
 cubo	27	3,0	$3,0^3 = 27$

**EL CONCEPTO INTUITIVO** de dimensión de un objeto puede expresarse de manera muy sencilla bajo la forma de la ley de escala  $a = s^D$ . Si dividimos un segmento en, por ejemplo, tres partes iguales, el total es tres veces más largo que cada trozo. Si dividimos un cuadrado en porciones iguales, de manera que el lado del cuadrado total sea tres

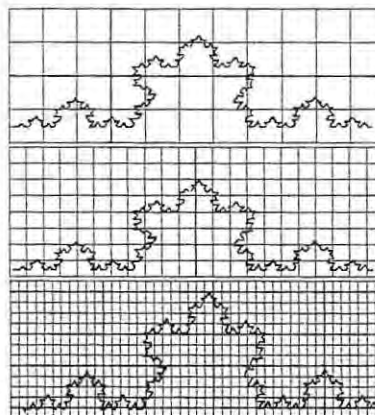
veces mayor que el de los cuadrados en que se divide, se obtienen  $3^2$ , es decir 9 porciones. Para un cubo obtenemos  $a=3^3$  cubitos componentes iguales. La dimensión de la geometría euclídea clásica, dada por un exponente entero, aparece también en las unidades de longitud usuales : metro cuadrado =  $m^2$  , metro cúbico =  $m^3$  [13]

	número $a$	factor de escala $s$	dimensión $D$
 conjunto de Cantor	2	3.0	$\log 2 / \log 3 = 0.631$
 curva de Koch	4	3.0	$\log 4 / \log 3 = 1.262$
 triángulo de Sierpinski	3	2.0	$\log 3 / \log 2 = 1.585$
 curva de Peano	2	3.0	$\log 9 / \log 3 = 2.0$

**LA DIMENSIÓN FRACCIONARIA COMO EXPONENTE.** Aparece con facilidad en algunos fractales clásicos. Como la figura anterior, dividamos los objetos en partes iguales y expresemos el número de partes en función del factor de escala de acuerdo con la ley  $a = s^D$ . Despejando  $D$  obtenemos:  $D = \log a / \log s$ . Vemos así que por ejemplo, la curva de Koch puede construirse juntando cuatro porciones iguales, siendo la curva total tres veces mayor que cada una de las partes. [13]

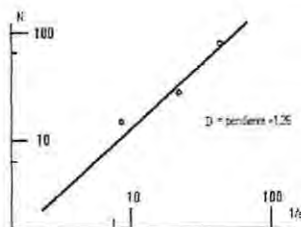
De este modo observamos que los objetos en la naturaleza frecuentemente se encuentran en una dimensión fraccionada y no entera en el espacio, es decir, su dimensión fractal es un número decimal mayor que la dimensión topológica (entera) del mismo.

Una técnica para calcular la dimensión fractal es la que nos entrega Mandelbrot con su Box Counting Dimension, que se puede formalizar como sigue :



**LA DIMENSIÓN FRACTAL** de un objeto geométrico dado -en este caso la curva de copo de nieve de Koch- puede caracterizarse por medio del número de mallas que

intercepta sobre un retículo. Se cuenta el número  $N$  de cuadrados que recubren el objeto. La relación entre  $N$  y el valor del lado  $\mathcal{E}$  (épsilon) de los cuadrados del retículo aparece claramente en un diagrama doblemente logarítmico : los puntos correspondientes se sitúan aproximadamente sobre una recta, cuya pendiente -expresada por la razón  $\log N/\log (1/\mathcal{E})$ - nos proporciona el valor de la dimensión fractal  $D$ . [13]



**LA DIMENSIÓN FRACTAL** se ve expresada como la pendiente de una curva sobre un papel doblemente logarítmico. [17]

Recapitulando, un objeto fractal posee una dimensión fractal expresada por un número decimal que excede su dimensión topológica, lo cual nos hace derivar que, dependiendo de la irregularidad de la forma, ésta se complejiza ocupando progresivamente un mayor lugar en el espacio. De este modo, adquirimos una herramienta para describir forma o patrón (cualidad) a través de una formalización matemática. La dimensión fractal nos da cuenta del diálogo entre cantidad y cualidad en un objeto de la naturaleza (con características fractales).

Lo más notable de los objetos fractales es que al manifestarse, nos permiten observar una de sus  $n$  dimensiones, lo cual nos basta para reproducir el sistema dinámico por completo dado que cada porción de la figura presenta una parte del todo, es decir, los sistemas dinámicos van dejando huellas fractales que dan cuenta de las características del sistema en general y de sus partes debido a la característica de sibi-similitud en la cual al tomar una pequeña porción del objeto, por pequeña que ésta sea, contiene siempre una figura que, ampliada suficientemente, nos proporciona de nuevo la figura original. [13] Si un fractal se itera (multiplica por sí mismo) adecuadamente podría reproducir el sistema dinámico del cual provino.

Las utilidades científicas en este ámbito no se han hecho esperar y las descripciones en la naturaleza han proliferado. Luego de un primer momento de tibias

aproximaciones, se ha pasado a un auge extremo en descripciones fractales : se ha medido la dimensión fractal casi a todos los elementos de la naturaleza y se ha determinado (obviamente) que comparten características de fractalidad. Sin embargo esto es completamente esperable pues las figuras de dimensión topológica entera se dan casi exclusivamente en la geometría tradicional y, acaso, en laboratorios.

Lo notable es que, a partir de una descripción fractal, se llegue a regularidades que nos den cuenta del sistema observado. Así pues, en botánica se ha podido determinar las características fractales de la morfología de los helechos, por lo cual se podría realizar una nueva taxonomía a partir de la dimensión fractal del reino vegetal ; también, y como experiencia pionera, está la determinación de la fractalidad de los contornos o lindes de los terrenos, dado que, de la forma tradicional, la longitud de un contorno variaba si también lo hacía la escala de medición (la longitud de un contorno, por ejemplo, es mayor si se le mide en metros en comparación a ser medido en kilómetros), por lo cual se ha propuesto la medición fractal, que es constante a las diferencias de escala de medición ; lo anterior también se ha utilizado para reconocer mediante redes neuronales artificiales (propiedad emergente a partir de la interconexión solidaria de los elementos de un sistema) distintos tumores y su pronóstico una vez detectado su patrón de crecimiento.

En psicología ya se han realizado aportes. Sólo por citar algunos está el artículo de Stuart Watt, *A Fractal Geometry of the Mind* [37] en el ámbito de la Inteligencia Artificial ; el libro de J. A. Scott Kelso, *Dynamic Patterns (The Self-Organization of Brain and Behavior)* [15] que da una mirada a los conceptos de las teorías de complejidad y cómo estas se vinculan con la autoorganización ; y la publicación de Fabián Labra, *Descripciones fractales de procesos inferenciales en niños y adolescentes durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas*, [17] en una aproximación naturalista a la descripción de los procesos de equilibración cognoscitiva al generar inferencias sintéticas abductivas durante un juego llamado Combate o Estrategia Naval, logrando notables resultados.

### Intentos Teóricos previos de explicación del problema

Piaget, durante toda su labor como investigador y muy especialmente en sus últimas elaboraciones, mostró un marcado interés en el proceso de equilibración del sistema cognoscitivo y vislumbra una situación experimental que posibilite la observación de procesos dialécticos de pensamiento que constituyen, ciertamente, el aspecto inferencial de todo proceso de equilibración. Para ello discurre un paradigma experimental (que luego y con más detalle utilizaremos en este estudio) : se le pide a un sujeto que reconstituya lo que vea detrás de una pantalla. Los objetos ocultos de esta forma (que no comportan ni encajamiento alguno ni relación lógica entre ellos) : consisten en una goma, un lápiz y una regla situados respectivamente en el interior de 2, 3 y 4 casillas de una cuadrícula de 36 casillas (6X6 casillas). El problema consiste en determinar su posición exacta, sin modificar absolutamente nada. El interés de la investigación está en el análisis de las interdependencias que se imponen progresivamente entre las acciones exploradoras del sujeto. Se observa, de este modo, bajo una forma casi pura, la elaboración de implicaciones entre acciones, puesto que las interdependencias solamente se constituyen entre aquéllas sin ninguna modificación de los objetos, es decir, sin la intervención de resultados observables como en los casos en que el sujeto manipula datos físicos exteriores a él. [30]

En este proyecto de estudio, Piaget se muestra claramente interesado en describir las inferencias abductivas o hipótesis que los sujetos generan estando dirigidas a la búsqueda de artículos escondidos tras una pantalla sin tener ni manipulación ni observación de lo que pasa al otro lado ; cada dato de entrada del sujeto (acierto o fracaso) es una perturbación al sistema cognoscitivo con valor de perturbación generadora de un desequilibrio que dialécticamente es equilibrado posteriormente por el organismo.

Por otro lado, y más tarde, esta idea cobra cuerpo tras la lectura de la obra de Bärbel Inhelder *Los senderos de los descubrimientos del niño*. En este trabajo se dice que, respecto a las investigaciones que se proponen ante todo analizar en detalle conductas cognitivas individualizadas, conviene definir un tipo de experimentación susceptible de desencadenar un largo proceso y, gracias al marco de referencia formado

por los estadios de la macrogénesis, elegir sujetos respecto a los que se puede prever que tienen la posibilidad de comprender la tarea sin que puedan resolverla inmediatamente. De este modo se da la oportunidad de que se manifiesten las microgénesis. En la noción de microgénesis se encuentra la posibilidad de trabajar en una escala temporal distinta de la de la macrogénesis, pero principalmente de analizar las conductas cognitivas con el mayor detalle y en toda su complejidad natural. El estudio de las microgénesis pone de manifiesto las características del proceso interactivo entre el sujeto y el objeto que había sido analizado de forma demasiado global por Piaget. De este modo, se adoptará esta nueva perspectiva, conservando la idea fecunda de considerar la conducta cognitiva bajo el ángulo de la adaptación, señalando que esta adaptación es productora de equilibrio local en el nivel de las microgénesis y de equilibrio global en las macrogénesis. [11]

En este apartado podemos observar el interés en la equilibración y las microgénesis como objetos de estudio. Este acercamiento va de la mano de un análisis algorítmico en su metodología de investigación. La equilibración, como objeto de estudio, se ve enriquecido con un análisis funcionalista que esté llano a identificar sus características dinámicas (invariantes).

De este modo, en el marco de una investigación para optar al grado de Magister en Ciencias Biológicas en la Universidad de Chile (1995), Fabián Labra realiza la tesis *Descripciones fractales de procesos inferenciales en niños y adolescentes durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas*, la cual consistió en hacer jugar a un grupo de niños de ambos sexos de la comuna de Chépica (Sexta Región), que se encontraban cronológicamente en estadio de operaciones concretas y formales. Se utilizó el juego “Combate Naval” en el cual el problema planteado fue una configuración de barcos (sobre una grilla de 10X10 cuadrículas en total) la cual se rotó ocho veces para tener juegos distintos con las mismas características topológicas. Los datos de las coordenadas de las jugadas fueron unidos por una línea desde el primer al último disparo, la que entregó una figura que se insertó en una grilla cuadrículada para medir la Dimensión Fractal. Además se midió el tiempo total por juego y el número de jugadas con que se derribaba todos los barcos de cada juego. [17] Los resultados obtenidos en este estudio fueron muy satisfactorios respecto de la dimensión fractal como un modelo sólido en la descripción de los fenómenos inferenciales sintéticos, se halló un coeficiente

de Pearson ( $r$ ) no inferior al 0.92 en la correlación entre la dimensión fractal y el número de jugadas y tiempo por juego ; y , al realizar un análisis de covarianza, considerando a los individuos como fuente de variación, la dimensión fractal como variable dependiente y al número de jugadas como covariante, se obtuvo un ANCOVA ( $F : 338.015; p < 0.05$ ) mostrando lo individual del juego al observar su dimensión fractal en las figuras generadas por cada sujeto en cada juego. Ésta es la primera aproximación desde la perspectiva de los sistemas dinámicos que intenta describir el proceso de la Equilibración Cognoscitiva. [18]

Actualmente en el Laboratorio de Psicobiología de la Facultad de Ciencias Sociales de la Universidad de Chile se está trabajando en series temporales al generar inferencias que resuelvan el juego de las 20 preguntas, analizándolas con Geometría Fractal y Exponente de Lyapunov.

Desde una perspectiva que apunta al entendimiento de la autoorganización cerebral y conductual cabe destacar los trabajos de J. A. Scott Kelso. En su obra, *Dynamic Patterns* hace una revisión de los conceptos de las teorías de complejidad y cómo éstas se vinculan con la autoorganización. Allí, explicita cómo los principios de los sistemas dinámicos se encuentran en la naturaleza, autoorganización de la conducta, dinámicas intencionales, dinámicas de aprendizaje, dinámicas perceptuales, y concluyendo con la autoorganización del sistema nervioso y del cerebro humano. [15]

### Magnitud del problema y necesidad del estudio

Estamos en estos momentos frente a una teorización respecto de los sistemas dinámicos, a lo menos, novedosa y a la dimensión fractal como una herramienta de análisis poderosa, que posee la característica de dar cuenta de magnitudes y cualidades de la conducta de un sistema dinámico, lo que permitiría su representación. Así, será posible determinar la legalidad o margen de la conducta de dicho sistema, debido que su predictibilidad absoluta sería ilusoria y, de suyo, imposible dado que jamás se podrán reproducir las condiciones iniciales (o factores) que determinan el curso comportamental del sistema.

No es difícil pensar que los procesos cognoscitivos operen con características similares a las de los sistemas dinámicos no lineales como antes se explicó, y sería

provechoso su análisis desde esta perspectiva, como ya lo han hecho otras disciplinas tales como la botánica, la epidemiología, la ingeniería, la meteorología, la sismología y otras muchas. Allí se ha encontrado una cierta legalidad que determina los márgenes de la conducta (caótica) de los sistemas que estudia con muy buenos resultados de aplicación a mediano y corto plazo, como ocurre en los estudios de turbulencias en el área de la ingeniería mecánica.

En la psicología los avances en estos estudios se han hecho esperar un poco más debido a que se han realizado tan sólo unos pocos trabajos en cognición con una aproximación naturalista al fenómeno. La investigación se ha dirigido con mayor énfasis a aspectos de movimiento y control motor, e Inteligencia Artificial. No obstante, elucubrando libremente, se podría auspiciar tres vertientes de aplicación (dando por sentado el cambio epistemológico que el acogerse a esta perspectiva significa) en la medida que el interés en esta metodología aumente:

- a) en psicología cognoscitiva, si se pueden determinar las características del proceso de equilibración, quizá se podría extrapolar a la descripción de la progresión de estadios cognoscitivos (micro y macrogenesis);
- b) en psicometría, si pensamos que es posible detectar características invariantes del sistema dinámico total a través de sus vestigios analizados por la Geometría Fractal (o quizá, a través de la Geometría, de manera amplia) y el exponente de Lyapunov; y
- c) en epidemiología, si se pudiera examinar las características de prevalencia e incidencia en los trastornos, despejando dudas sobre si estos fenómenos son caóticos o no y determinar posteriormente su legalidad.

Es de interés la postura del psicólogo español Frederic Munné respecto del aporte que las teorías de complejidad (entre ellas, la Geometría Fractal) otorgan a las Ciencias Sociales en general. Este autor piensa que si las teorías de complejidad (refiriéndose a la Teoría de los Conjuntos Borrosos, Teoría de las Catástrofes, Teoría de los Fractales y Teorías del Caos) tienen un grado de relevancia es porque constituyen un enfoque de la realidad que abre nuevas vías al conocimiento para el análisis de ésta, es decir, importan por su trasfondo epistemológico, lo cual es notable por varias razones : 1) estas teorías tienen un gran valor epistemológico, pues abren vías de acceso a la realidad, que permiten aprehender ésta sin prescindir de su complejidad; 2) a su vez, ponen de

manifiesto propiedades desconocidas de la realidad y, con ello, ofrecen un nuevo concepto de la complejidad; 3) a la luz de estas teorías se nos aparece una realidad paradójica que no es nítida pero tampoco es dual, ni es estable ni inestable, ni ordenada ni desordenada, sino que las propiedades de la complejidad subsumen estas alternativas, las cuales únicamente parecen tener pleno sentido en la realidad artificialmente producida por el ser humano. [23]

### Objetivos

Este estudio pretende, de manera general, depurar, ampliar y fortalecer el método de estudio en investigación básica de los procesos cognoscitivos desde una perspectiva metodológica dinámico-funcional basada en la Geometría Fractal, presentada en los trabajos de Fabián Labra, e integrando elementos de la Geometría Tradicional. Por otro lado, se intentará enriquecer los resultados anteriores con la incorporación de registros diacrónicos de la muestra experimental original. Podemos visualizar, entonces :

Objetivos Generales :

- Describir, mediante metodologías entregadas por la Geometría, tanto Fractal como Tradicional, el fenómeno de la Equilibración Cognoscitiva, observado éste desde su aspecto inferencial del pensamiento con características similares a las de un sistema dinámico.
- Depurar las técnicas de análisis de datos empleados en la investigación de Labra (1995) y probar nuevos procedimientos.

Objetivos Específicos :

- Describir y analizar el desarrollo progresivo durante el juego de tres variables registradas: número de jugadas, longitud acumulada de los trazos de búsqueda y dimensión fractal en cada movimiento inferencial del sujeto en el ensayo de soluciones al problema.<sup>2</sup>
- Describir y comparar el número de jugadas, longitud acumulada y dimensión fractal de los juegos de los sujetos tras un período madurativo de cuatro años.
- Comparar los desempeños de la muestra experimental con los de un jugador de búsqueda aleatoria (Random) y con los de uno con disparos siempre acertados (Objeto).
- Probar nuevos programas informáticos de generación de gráficas y de análisis fractal y geométrico tradicional, y evaluar su eventual ayuda para este estudio en relación a los logros alcanzados por su predecesor.

---

<sup>2</sup> Teórica y fácticamente podemos decir que el número de jugadas y la longitud acumulada de estas jugadas (por ende, nuevas inferencias y nuevas coordenadas de disparos) no necesariamente conllevan a un aumento en la dimensión fractal o, al menos, estaría lejos de ser un aumento directamente proporcional.

## CAPÍTULO 2

## MÉTODO

### Sujetos

La muestra corresponde a un grupo total de 10 sujetos de la comuna de Chépica (Sexta Región), que participaron en la Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias Biológicas de la Universidad de Chile de Fabián Labra : *Descripciones fractales de procesos inferenciales en niños y adolescentes durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas*. Estos sujetos son : Aldo, Alexis, Ángel, Héctor, Luis, María, Nibaldo, Paola, Rodrigo y Virginia.

La muestra corresponde a población rural de estrato socioeconómico de medio a bajo.

Estos sujetos fueron evaluados en dos períodos: el primero en 1992, en el cual todos los sujetos estaban estudiando en el colegio; el segundo comenzó en noviembre de 1996, período en el cual sólo seis estudiaban y los cuatro restantes trabajaban.

La descripción de las características de la muestra es la siguiente:

	Registro A		Registro B		Actividad
	Edad	Nº de Juegos	Edad	Nº de Juegos	
<b>Aldo</b>	12	5	16	8	Estudiante
<b>Alexis</b>	11	8	15	8	Trabajador
<b>Ángel</b>	12	3	16	8	Estudiante
<b>Héctor</b>	12	8	16	8	Trabajador
<b>Luis</b>	13	8	17	8	Trabajador
<b>María</b>	11	5	15	7	Estudiante
<b>Nibaldo</b>	11	4	15	8	Estudiante
<b>Paola</b>	13	4	17	7	Estudiante
<b>Rodrigo</b>	13	5	17	8	Trabajador
<b>Virginia</b>	12	5	16	8	Estudiante

Se incluyen dos sujetos que juegan ocho juegos. Uno de ellos es Random, que emite disparos completamente al azar a partir del sorteo aleatorio de coordenadas. Fortuitamente puede acertar un disparo sobre un barco pero sin retroalimentar su presencia para los disparos posteriores. Random permitiría concluir, en el caso de lograr altas correlaciones entre las variables, que estas provienen de un incremento natural y espontáneo de la longitud acumulada o la dimensión fractal a partir de la progresión de

disparos; si, por el contrario, sus  $R^2$  son bajos y altos los de la muestra experimental, se podría establecer que se generan a partir de la intervención de un procesamiento inferencial de un sistema en equilibración. Asimismo, permitirá observar el movimiento de un sistema sin retroalimentación (o corrección) de su conducta; en un lenguaje coloquial, correspondería a un sistema solipcista en extremo.

El otro jugador incluido es Objeto, el cual emite quince disparos sorteados aleatoriamente sobre las quince coordenadas que son “blanco” en los barcos. Es decir, cada disparo de Objeto es un disparo acertado, lo cual permitiría observar un desempeño que se guiara en extremo (y de un modo, de suyo, irreal) por la configuración topológica entregada por el problema.

Dadas las características de Random y Objeto para este estudio, ambos cumplirían la función de grupo de control respecto al desempeño de la muestra experimental.

### Ambiente

Los registros fueron tomados en la Comuna de Chépica de la Sexta Región en los colegios o lugares de trabajo en donde los sujetos desempeñan sus respectivas actividades.

Los registros fueron tomados en salas amplias de los colegios en donde estudiaban y en espacios naturales abiertos (zona agraria) en donde trabajaban. Los juegos fueron obtenidos de forma individual con un primer operador que respondía respecto a la suerte del disparo sobre la grilla, mientras un segundo operador anotaba simultáneamente los registros de las coordenadas de disparo.

## Procedimientos

En este estudio, se realizan dos tipos de procedimientos para llevar a cabo los objetivos proyectados.

### Procedimientos Experimentales

Para un buen entendimiento del paradigma experimental utilizado en este estudio, debemos retomar algunos conceptos e ideas.

Piaget, en su obra *Las formas elementales de la dialéctica* tiene por objetivo central analizar la formación de la dialéctica en tanto construcción de nuevas interdependencias que constituyen el aspecto inferencial de la equilibración y proceden, por implicación entre acciones en tanto que portadoras de significados. [30]

Para dar cuenta de este aspecto inferencial del conocimiento, Rolando García aborda el tema, haciendo notar que las investigaciones avalan la tesis principal de Piaget relativa a que desde los niveles más elementales del conocimiento se involucra siempre una dimensión inferencial. Esta dimensión inferencial consiste en que, en los niveles más básicos, las inferencias son sólo implicaciones entre significaciones, atribuidas éstas a las propiedades de los objetos y a las acciones mismas. Por un lado, las significaciones son producto de la asimilación de los objetos mediante esquemas (que caracteriza lo repetible y generalizable en una acción), de modo que las propiedades constituyen interpretaciones de datos ; así, la significación de un objeto es lo que podemos hacer, decir y pensar de determinado objeto. Por otro lado, en las acciones mismas, su significación se define por lo que se logra con ellas en función de las transformaciones que producen ya en los objetos, ya en las situaciones. Sean predicados, objetos o acciones, todas las significaciones implican actividades de un sujeto interactuante con realidades exteriores (físicas), o generadas internamente. [35]

Las acciones requieren vínculos entre ellas, por lo cual hay diversas formas de relación entre los esquemas y entre las significaciones resultantes de su aplicación ; la forma más general de relación es la de Implicación. En las relaciones entre acciones, es necesario tener clara la distinción entre relaciones causales (que están centradas en los

objetos y se refieren a los resultados de las acciones, constatables sólo a posteriori) y las relaciones de implicación (que son entre significantes y susceptibles de anticipación). En este punto vemos la existencia de una progresión entre las acciones materiales y sus coordinaciones, y las coordinaciones de acciones cuyos resultados pueden ser anticipados. Las significaciones se imponen desde el momento que son anticipadas ; la utilización de ellas supone la aplicación de ciertas implicaciones. De este modo vemos que la relación de implicación surge cuando comienza a darse el tránsito progresivo de las coordinaciones de acciones a las composiciones anticipadas o inferidas, dando inicio así a la lógica. La implicación entre acciones, a partir de anticipaciones, es susceptible de verdad o falsedad, constituyendo una lógica que aparece en los niveles más primitivos. Podemos decir aquí que existe una lógica de significaciones que precede la lógica formal de enunciados y que está fundada sobre implicaciones entre significaciones y/o acciones.

Uno de los rasgos más característicos de las relaciones lógicas elaboradas por un sujeto es que dicha elaboración se apoya sobre implicaciones significantes. Estas relaciones, implícitas o explícitas, son reducibles a combinaciones de implicaciones y de negaciones. Es decir, en todos los niveles el fundamento de toda lógica es inferencial, evidente en toda lógica de significaciones. Se puede describir un desarrollo correlativo de las inferencias y de las implicaciones. Existen tres tipos de inferencias, que caracterizan tres niveles distintos :

- a) Anticipaciones limitadas a lo que permiten las repeticiones constatables de disposiciones de objetos, o de modificaciones, ya constatadas empíricamente ; aquí, el sujeto razona o infiere con referencia a un universo de objetos empíricos.
- b) Inferencias referentes a ciertas anticipaciones que rebasan lo constatable y están fundadas sobre implicaciones que son necesarias, pero que no exhiben aún sus "razones" ; son implicaciones entre acciones que son engendradas por abstracción reflexiva.
- c) Inferencias fundadas sobre "razones" o demostraciones posibles.

Por otro lado, la evolución de implicaciones significantes distingue formas o grados que aparecen en distintos niveles. Así hay implicaciones :

- i) locales : la significación de las acciones se determina por sus resultados constatados. Las implicaciones se restringen a datos limitados y a contextos muy particulares.
- ii) sistémicas : se insertan en un sistema de relaciones entendidas por pasos sucesivos entre elementos próximos. Aquí comienzan los juicios sobre lo que es o no posible. No bastan para llegar a las relaciones necesarias y aún se confunde entre necesidad y generalidad.
- iii) estructurales : son implicaciones referentes a las composiciones internas de estructuras ya construidas. Ya hay una comprensión endógena de la razón de los hechos generales observados y las relaciones generales se vuelven necesarias.

A su vez, las implicaciones significantes dan lugar a una serie de implicaciones de acciones de tres formas :

- a) Proactivas : extraen las consecuencias de las proposiciones en juego ; consisten en afirmar que si  $A \rightarrow B$ , las B son consecuencias nuevas derivadas de A.
- b) Retroactivas : se refieren a las condiciones previas, y expresan el hecho de que si  $A \rightarrow B$ , entonces A es una condición previa de B.
- c) Justificantes : vincula formas a) y b) por conexiones necesarias relacionadas con las “razones”.

La distinción entre implicaciones proactivas y retroactivas coincide con la distinción hecha por Peirce, que les llamó “predictivas” y “retrodictivas” respectivamente. [35]

Concluyendo este punto, las implicaciones involucran tres aspectos : de ampliación, referente a las consecuencias ; condicionamiento, referente a condiciones previas ; y profundización que permite poner de manifiesto razones.

Respecto a la conceptualización de los procesos de pensamiento (razonamiento), no es difícil encontrar la similitud entre la teorización de los procesos inferenciales en la perspectiva de Piaget con la de Charles Peirce. Las recién citadas implicaciones

proactivas, retroactivas y justificantes guardan una gran similitud a los razonamientos inductivos, abductivos o retroductivos, y deductivos, respectivamente. Estrictamente, Peirce elabora su nomenclatura, especificando la existencia de tres tipos de razonamiento : deducción, inducción y abducción. La deducción prueba que algo tiene que ser ; la inducción muestra que algo es actualmente operativo ; y la abducción sugiere meramente que algo puede ser. [24] La inducción es la forma lógica del proceso de la investigación propiamente dicho en la medida en que éste tiene que examinar la validez fáctica de las hipótesis. La forma de inferencia analíticamente vinculante, la deducción, es la menos importante desde el punto de vista de la lógica del progreso científico, pues deductivamente no obtendremos ninguna nueva información. Son importantes desde el punto de vista de la lógica de la investigación la abducción y la inducción. Las informaciones que fluyen de la experiencia entran por este camino a formar parte de nuestras interpretaciones. El contenido de nuestras teorías sobre la realidad es ampliado de forma abductiva por la búsqueda de nuevas hipótesis, mientras que inductivamente se controla la concordancia de las hipótesis con los hechos. A la forma de inferencia analítica que representa la deducción, Peirce la distingue de la inducción y la abducción como formas sintéticas de inferencia. Lógicamente puede considerarse a estas dos formas como variaciones del silogismo necesario. [9]

En esta descripción de los tipos de inferencias no damos por agotado el tema, dado que numerosos autores generan distintas e importantes nomenclaturas para clasificarlas y dar cuenta de ellas. Tampoco aquí nos preocupamos de la validez de la forma de argumentación como cálculo proposicional, especialmente en lo referente a las abducciones que (como forma de argumentación no es válida) y se conoce como afirmación del consecuente. Es una falacia porque podría haber otras razones para q diferentes de p. Su plausibilidad depende, en gran medida, del número y la probabilidad de explicaciones alternativas. Como las abducciones no son deductivamente válidas, necesitan comprobarse. [5] La decisión de elegir esta nomenclatura redundante en su potencia como descripciones de movimientos inferenciales que se dan en el actuar intelectual de los sujetos.

Retomando, recordemos que Piaget en su libro *Las formas elementales de la dialéctica*, intenta analizar la formación de la dialéctica en tanto que construcción de

nuevas interdependencias que constituyen el aspecto inferencial de la equilibración y proceden, por implicación entre acciones en tanto que portadoras de significados. Con este fin, Piaget diseña experiencias en las cuales puedan surgir inferencias. Se le pide al sujeto experimental que reconstituya lo que vea detrás de una pantalla. Los objetos ocultos de esta forma no comportan ni encajamiento ni relación lógica entre ellos; consisten en una goma, un lápiz y una regla situados respectivamente dentro de 2, 3 y 4 casillas de una cuadrícula global de 36 casillas (6X6). El problema consiste en determinar su posición exacta, sin modificar nada. El interés de este tipo de investigación está en el análisis de las interdependencias que se imponen progresivamente entre las acciones exploradas del sujeto. Dado que este sujeto sólo puede plantear preguntas sobre 1 (o a veces 2 casillas, en el caso de una situación experimental particular que Piaget diseñó, consistente en enunciar dos casillas por disparo, la cual no va a ser adoptada por este estudio) entre 36 y ha de pensar en los tres objetos a la vez, se constata una divergencia considerable entre los métodos casi empíricos de los niveles superiores.

Asistimos, de este modo (bajo una forma casi pura) a la elaboración de implicaciones entre acciones, ya que las interdependencias solamente se constituyen entre aquéllas sin ninguna modificación de los objetos, es decir, sin la intervención de resultados observables como en los casos en que el sujeto manipula datos físicos exteriores a él. En la situación experimental puntual, el sujeto experimental está sentado en una mesa y frente al experimentador. Delante, sobre la mesa, tiene un cartón en el que hay dibujada una rejilla de 15X15 cm, dividida en 36 casillas de 2,5X2,5 centímetros. Encima de la mesa, al lado de la rejilla del sujeto experimental, hay 36 piezas de madera. En una fase preliminar, se le explica al sujeto que debe intentar hallar tres objetos -regla, lápiz y goma- que se encuentran en algún lugar de la rejilla del experimentador. Se le muestra, desplazando modelos de cartón sobre su rejilla, que tales objetos se pueden encontrar en diversos lugares, pero que siempre están enteros. Los objetos jamás se entrecruzan ni se superponen. Pueden estar horizontales o verticales, así como contiguos o no contiguos. Las piezas son siempre trozos de los objetos completos que, recompuestos, reproducen los mismos objetos que hay sobre la cartulina del experimentador. La goma está constituida por 2 trozos, el lápiz por 3 y la regla por 4. Se

le dice al sujeto que sus objetos están rotos y que debe recomponerlos para que sean como los del experimentador. A este sujeto se le dice que debe intentar descubrir dónde están ubicados sobre la cuadrícula del examinador. Cada vez que indique una casilla (coordinada) se le dirá si ha tocado o no el objeto. Se le puede dar tres tipos de respuesta: si no toca nada, se le dirá “no has tocado nada” y, en este caso, el sujeto deberá poner una de las piezas blancas sobre la casilla que ha mencionado. Si toca alguna cosa, se le dirá “has tocado una cosa” pero sin indicar qué objeto ha sido tocado; el sujeto debe descubrirlo. Cuando se toque alguna cosa se puede poner una de las piezas con trozos del objeto. Cuando se haya tocado todos los trozos de un objeto se dirá “has tocado todos los trozos de la goma/lápiz/regla. Has encontrado la goma /lápiz/regla”.

[30]

Las siguientes situaciones experimentales diseñadas por Piaget, si bien son muy interesantes, no serán acogidas por este estudio.

Para los efectos de esta investigación, siguiendo los materiales y métodos de la Tesis de Labra (1995), utilizaremos el juego Combate Naval (comercializado por GUAU) el cual difiere muy poco del juego ideado por Piaget : la grilla de ubicación y coordenadas es de 10X10 cajas, y los elementos buscados son cuatro naves de distinto tamaño, ocupando una determinada cantidad de casillas:

Portaaviones:	cinco casillas
Acorazado:	cuatro casillas
Submarino y Lancha Torpedera:	tres casillas cada una.

Los sujetos tendrán cinco minutos de instrucción estándar (que aparece en el manual del juego) respecto a las características del juego Combate Naval y luego jugarán con el operador que le dará indicaciones de “Agua” cuando un “disparo” no acierte en objeto alguno y “Blanco” cuando acierte en uno ; por último “Hundido” cuando haya derribado la nave completa. Al derribar el último barco, se le indica que el juego ha finalizado.

Posteriormente, y en forma individual, serán obtenidos los datos de ocho juegos en el primer registro (1992) y ocho juegos en el segundo registro (1996), emanados de un tipo estándar de problema o configuración de barcos (la misma utilizada en el trabajo

original de Fabián Labra), la cual fue rotada y luego invertida para tener más juegos distintos conservando las mismas características topológicas.

Los jugadores se enfrentarán ocho veces a un mismo problema rotado e invertido hasta completar un total de dieciséis juegos al cabo de sus dos evaluaciones con cuatro años de maduración de la muestra experimental (registro diacrónico).

### Procedimientos De Análisis

Para poder procesar la información entregada por los registros, fue necesario realizar una serie de procedimientos informáticos tendientes a generar imágenes que luego fueron analizadas por distintos programas. Estos resultados, posteriormente, fue menester estudiarlos a través de diversas pruebas estadísticas. A continuación se especificará el detalle de estos procesos.

### Procedimientos de Análisis Gráfico

Una vez obtenidos los registros fueron analizados en un IBM Personal Computer 130, procesador DX 4 de 16 RAMs de memoria y en un IBM Aptiva, procesador Pentium de 8 RAMs de memoria.

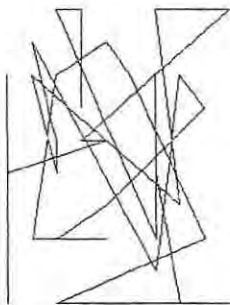
Las coordenadas emanadas de cada “disparo” de cada juego, fueron llevadas a planilla de cálculo Microsoft Excel (versión 97) en columnas A y B como archivos con extensión .TXT.

Este archivo fue transformado de coordenadas alfanuméricas a exclusivamente numéricas (Ej.: coordenada “A;1” a coordenada “1;1”).

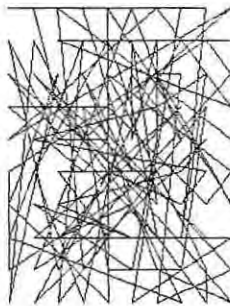
Aquí se distinguen dos tipos de análisis gráficos: análisis fractal y análisis de longitudes.

### *Procedimientos de Análisis Gráfico Fractal*

El archivo numérico fue importado por la planilla Quattro Pro para Windows (versión 5.0). En este programa se utilizó una plantilla (macro) que generaba una gráfica de formato .GIF de la trama producida por la unión de las coordenadas producidas en la grilla de 10X10 del juego (en cada uno de los disparos hasta derribar todos los barcos), y exportada, simultáneamente, a la carpeta de destino por el programa Screen Thief for Windows, version TD 1.01. Un ejemplo de las imágenes arrojadas por un juego concluido es la que sigue:



Aldo7b.gif (figura al 100% del juego –juego terminado-)



Random7.gif (figura al 100% del juego –juego terminado-)

Posteriormente, las imágenes (con formato .GIF) fueron revisadas visualmente (para evitar el riesgo de haber obtenido figuras anómalas) en el programa Graphic Workshop version 1.1u y transformadas a formato .PBM (necesario para la vectorización de las imágenes por el programa Vector para Linux 2.0.0.) en el programa Paint Shop Pro, version SHAREWARE 3.12-32.

Una vez transformadas las imágenes de formato .GIF a .PBM, pasaron a analizarse en el sistema operativo LINUX 2.0.0. (versión Slackware 96). Los programas

utilizados en este sistema operativo (Vector y Fractal) fueron comentados por el profesor Fabián Labra.

Aquí, el programa Vector, vectorizó las imágenes transformándolas de formato .PBM en .VEC .

Posteriormente en el grupo de programas incluidos en Mfrac, el programa Fractal entregaba el resultado de la Box Counting Dimension para cada imagen emanada por cada disparo del juego.

Finalmente, para limpiar los registros emanados del programa Fractal y disponer de archivos que reporten exclusivamente los valores de la dimensión de para cada imagen de cada juego, se creó una macro para Microsoft Excel.

### *Procedimientos de Análisis Gráfico de Longitud Acumulada*

Con los registros de las coordenadas numéricas se utilizó una macro para la planilla Microsoft Excel con el fin de entregar un reporte de la longitud parcial y acumulada que cada disparo iba dejando en la cuadrícula.

### Procedimientos de Análisis Estadístico

Para poder entregar las características estadísticas básicas de los datos registrados, a saber, número de jugadas, longitud acumulada y dimensión fractal se realizó un análisis de Estadística Descriptiva (destinado a hacer una descripción cuantitativa de los datos) en el programa Sigma Plot for Windows 2.0. Los datos fueron organizados en Registros A y B, para la evaluación de 1992 y de 1996, y desglosados al 20%, 40%, 50%, 60%, 80% y 100% del juego. Es decir, al tomar el valor del número de jugadas en el que el niño terminó el juego, se calculó el porcentaje de juego respectivo y su correspondiente valor de la longitud acumulada y dimensión fractal. Los reportes se emitieron para el análisis del Registro A y B de cada sujeto.

Para observar la naturaleza de las relaciones entre las variables en estudio se realizó un análisis de Regresión Lineal [3] entre: Dimensión Fractal y Número de Jugadas, Longitud Acumulada y Número de Jugadas, y Dimensión Fractal y Longitud

utilizados en este sistema operativo (Vector y Fractal) fueron comentados por el profesor Fabián Labra.

Aquí, el programa Vector, vectorizó las imágenes transformándolas de formato .PBM en .VEC .

Posteriormente en el grupo de programas incluidos en Mfrac, el programa Fractal entregaba el resultado de la Box Counting Dimension para cada imagen emanada por cada disparo del juego.

Finalmente, para limpiar los registros emanados del programa Fractal y disponer de archivos que reporten exclusivamente los valores de la dimensión de para cada imagen de cada juego, se creó una macro para Microsoft Excel.

### *Procedimientos de Análisis Gráfico de Longitud Acumulada*

Con los registros de las coordenadas numéricas se utilizó una macro para la planilla Microsoft Excel con el fin de entregar un reporte de la longitud parcial y acumulada que cada disparo iba dejando en la cuadrícula.

### **Procedimientos de Análisis Estadístico**

Para poder entregar las características estadísticas básicas de los datos registrados, a saber, número de jugadas, longitud acumulada y dimensión fractal se realizó un análisis de Estadística Descriptiva (destinado a hacer una descripción cuantitativa de los datos) en el programa Sigma Plot for Windows 2.0. Los datos fueron organizados en Registros A y B, para la evaluación de 1992 y de 1996, y desglosados al 20%, 40%, 50%, 60%, 80% y 100% del juego. Es decir, al tomar el valor del número de jugadas en el que el niño terminó el juego, se calculó el porcentaje de juego respectivo y su correspondiente valor de la longitud acumulada y dimensión fractal. Los reportes se emitieron para el análisis del Registro A y B de cada sujeto.

Para observar la naturaleza de las relaciones entre las variables en estudio se realizó un análisis de Regresión Lineal [3] entre: Dimensión Fractal y Número de Jugadas, Longitud Acumulada y Número de Jugadas, y Dimensión Fractal y Longitud

son independientes, condición necesaria para la realización de un Análisis de Covarianza.<sup>3</sup>

### Tipo de Investigación

Acogiéndonos a la nomenclatura de Roberto Hernández y colaboradores, se podría definir esta investigación como Exploratoria Descriptiva.

Las razones de esta definición mixta se basa en el estado de cosas en la cual se encuentra este tipo de estudios, ya que los estudios exploratorios se efectúan, normalmente, cuando el objeto es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado o que no ha sido abordado antes. Asimismo, este estudio comparte características de los descriptivos que miden o evalúan diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno o fenómenos a investigar. [10]

---

<sup>3</sup> Enrique Cabrera Guerrero. Entrevista personal con el licenciado en Estadística Enrique Cabrera Guerrero sobre la necesidad y pertinencia de algunas pruebas estadísticas. Valparaíso (noviembre de 1998)

## CAPÍTULO 3

## RESULTADOS

### Estadística Descriptiva

Los resultados del análisis de cada sujeto a través de las variables número de jugadas, longitud acumulada y dimensión fractal en los Registros A y B, desglosados al 20%, 40%, 50%, 60%, 80%, y 100% del juego aparecen en las tablas 1 a la 6.<sup>4</sup>

En las tablas de datos se puede observar, en general, una reducción de todas las variables de los Registros A a los B. Sin embargo su significación se observará en el análisis de muestras pareadas.

### Análisis de Regresión Lineal

Los resultados del análisis de regresión lineal se presentan en los gráficos 1 al 12 y en la tabla 7.<sup>5</sup>

En estos gráficos observamos los resultados del análisis de Regresión Lineal entre: Dimensión Fractal y Número de Jugadas, Longitud Acumulada y Número de Jugadas y Dimensión Fractal y Longitud Acumulada (variable dependiente y variable independiente, respectivamente). Este análisis se realizó para los Registros A y B, desglosados en porcentaje de juego.

A partir de la revisión de los análisis de las variables podemos observar que el modelo de descripción del proceso inferencial de búsqueda (en cualquiera de sus combinaciones de variables) es sólido con un valor promedio de  $R^2$  no inferior a 0.85 a partir del 80% del juego.

### Análisis de Covarianza (ANCOVA)

Los resultados del Análisis de Covarianza (ANCOVA) se obtuvieron a partir de la definición de la Dimensión Fractal como variable dependiente, los sujetos como variable independiente y al Número de Jugadas y la Longitud Acumulada como

---

<sup>4</sup> Tanto en las Tablas como en los Gráficos, las variables Número de Jugadas, Longitud Acumulada y Dimensión Fractal, serán abreviadas por las siglas "NJ", "LA" y "DF", respectivamente.

covariantes. Este análisis se realizó con los valores de las variables al 100% en los Registros A y B por separado. Los valores F y su significación se pueden observar en la tabla 8. Los valores P derivados del análisis del Test de Tukey para comparaciones múltiples de muestras de distintos tamaños, aparecen en la tabla 9.

Mediante estos análisis podemos ver que hay una gran significación como influencia de las covariantes Número de Jugadas y Longitud Acumulada (tanto en conjunto como individualmente,  $p < 0.05$ ) para la variable Dimensión Fractal. Los sujetos son una fuerte fuente de variabilidad de la Dimensión Fractal (F: 14.07,  $p < 0.05$  en los Registros A y; F: 21.008,  $p < 0.05$  en los Registros B) a partir de las características de su juego (movimientos inferenciales). Así, vemos que los sujetos se diferencian entre sí respecto a sus características particulares al enfrentar el juego.

### Análisis de Muestras Pareadas

Mediante el test T de muestra pareadas, al comparar las medias de los desempeños intrasujeto a través de las tres variables en estudio en los Registros A y B, podemos observar que sólo uno de diez cambia significativamente ( $p < 0.05$ ), a saber, Héctor. Nibaldo, por su parte, muestra diferencias en las variables número de jugadas y dimensión fractal, sin embargo su significación es menor ( $p < 0.08$ ). Los resultados de este análisis pueden ser observados en la tabla 10.

---

<sup>5</sup> No fue incluido el gráfico de los valores de  $R^2$  para Objeto ya que la variable NJ no posee variación y la única gráfica posible era la de LA v/s DF.

## CAPÍTULO 4

## CONCLUSIONES

A través de esta investigación se ha podido consolidar una metodología de trabajo y descripción de la generación de inferencias sintéticas abductivas (elemento vinculado fuertemente al proceso de equilibración cognitiva) durante el problema del Juego del Combate Naval, ya que desde sus inicios hasta ahora, la modalidad de trabajo y de análisis gráfico realizado en el trabajo predecesor de Labra (1995) se ha enriquecido mediante la incorporación de nuevos programas y bibliografía en el tema. Esto ha permitido afinar no sólo los resultados cuantitativos del análisis gráfico sino también depurar las hipótesis antes utilizadas y arriesgar nuevas que complementan a las que les precedieron. La llegada de nueva bibliografía proveniente de nuevas ediciones y publicaciones vía internet, conjuntamente con la llegada y utilización de nuevos programas (especialmente los provenientes del sistema operativo Linux que, por ejemplo, facilitó el cálculo de la Dimensión Fractal desde el comienzo del juego hasta su final), ha permitido un sensible avance y facilitación de la tarea que favorece una mejor utilización del tiempo y generar nuevas ideas. En este sentido, los ya siete años de trabajo en esta área de descripción del comportamiento inferencial, han favorecido la consecución de una metodología que será de gran valor para las ciencias sociales, en general, y a la psicología, en particular.

Los análisis estadísticos realizados a los datos proporcionados por los análisis gráficos entregan importante información:

A partir del análisis de regresión lineal podemos concluir con una confiabilidad  $p < 0.05$  que el modelo de descripción de la conducta inferencial, sea éste, de dimensión fractal en relación con el número de jugadas o con la longitud acumulada, o de la longitud acumulada con el número de jugadas, tiene una solidez promedio de sus  $R^2$  de 0.85 al 80% del juego. Es decir, el modelo, en la medida que se incrementa el porcentaje de juego y ya a un 80% del mismo presenta una sólida cualidad descriptiva de una variable en función de la otra, lo que nos permitiría, por ejemplo, pronosticar el valor de una variable en un momento dado, conociendo el valor de otra.

Al observar los valores de regresión lineal de las variables, se puede notar que, aparentemente los  $R^2$  más altos y desde momentos más tempranos del desarrollo del

juego (al 40%, el valor promedio de  $R^2$  en la muestra experimental fue de 0.86) fueron los arrojados por el análisis de la dimensión fractal en función de la longitud acumulada, lo cual da cuenta de la potencia descriptiva lograda al asociar dos variables topológicas. Este avance también es una muestra de los progresos logrados por la incorporación de nuevos programas y, muy especialmente, de nuevas hipótesis que en el inicio de esta línea de investigación no pudieron ser abordadas. Todo esto favorece la fortaleza de un modelo descriptivo a partir de características gráficas.

Los resultados de la regresión lineal fueron altos para la muestra experimental, no así para Random, en quien sus valores  $R^2$  se mantuvieron bajos desde el comienzo hasta el final de juego. Asimismo, los valores de Objeto también fueron sostenidamente bajos hasta el 100% del juego en donde se logró un valor de  $R^2$  de 0.82 en el análisis de la regresión lineal de longitud acumulada y dimensión fractal, por debajo de los valores promedio obtenido por los sujetos ( $R^2$  de 0.93). Los datos anteriores descartan dos posibles hipótesis: 1) los sujetos jugaban al azar, 2) los valores  $R^2$  manifiestan una progresión e incremento natural en la medida que se desarrolla el juego. Así vemos que la solidez del modelo descriptivo lo da el desempeño particular de los sujetos, e incluso, que la relación de las variables está en función de la participación de la cognición humana.

Se realizó un análisis de covarianza para determinar si hay diferencias en el valor de la dimensión fractal a través de los sujetos, utilizando como covariantes las variables número de jugadas y longitud acumulada. Estas covariantes efectivamente aportan, tanto en conjunto como individualmente, a la variabilidad de la dimensión fractal ( $p < 0.05$ ), por lo cual el modelo descriptivo propuesto es el adecuado. Al constatar la existencia de diferencias estadísticas significativas en los desempeños individuales ( $F: 14.07$ ,  $p < 0.05$  en los Registros A y;  $F: 21.008$ ,  $p < 0.05$  en los Registros B), se realizó un test de comparaciones múltiples que indicaban particularmente las diferencias entre los sujetos. El sujeto más distinto a los demás fue Random, lo cual confirma que el comportamiento observado en los sujetos conlleva una intencionalidad y participación de la cognición para resolver el problema, y no un comportamiento azaroso de búsqueda.

Al realizar el test T de muestras pareadas para determinar si hubo cambios significativos intrasujeto en las variables comparando los resultados de los Registros A y

B, se observa que sólo uno de diez sujetos, Héctor, presenta diferencias en las tres variables analizadas ( $p < 0.05$ ).

En relación con algunos aspectos metodológicos que es de interés comentar se necesita, de manera previa, las siguientes definiciones: 1.- Figura: es la representación gráfica de un objeto o proceso por medio de coordenadas que especifican un conjunto de puntos (líneas) dispuestos mediante una regla definida. 2.- Forma: la forma de un objeto o de un proceso se representa por medio de un punto o conjunto de puntos en un espacio de variables de forma (i. e. : medidas obtenidas de una figura geométrica o de la representación figurativa de un proceso) los cuales pueden ser convenientemente relacionados por medio de una función matemática característica, es decir la forma corresponde a esta función. Una forma es normalmente representada por una de sus figuras.

Dadas estas definiciones se puede intentar precisar una cuestión de carácter teórico metodológico que parece de interés.

El asunto a plantear está en estrecha relación con lo observado por Labra, en uno de sus trabajos citados: *Cuando comparamos los índices de correlación de Pearson ( $r$ ) entre la DF y el número de jugadas en los ganadores y perdedores del grupo ( $b$ ) y en las tres series, vemos que, considerados en conjunto, los perdedores tienen siempre índices de correlación más bajos que los ganadores.* [17]

El hecho central a destacar en la observación precedente es que cuando los sujetos juegan con un contrincante, sólo uno de ellos, el ganador, logra terminar; es decir hallar los cuatro barcos. Por el contrario el perdedor dejará la tarea inconclusa.

Tal observación sugiere que la menor correlación observada entre la DF y NJ parece depender de lo inconcluso de la tarea.

En este entendido, cabe preguntarse lo siguiente: cuando el sujeto enfrenta el problema y se establece un proceso de pensamiento, la *forma* (entendida según la definición antes mencionada) en que este proceso se realiza ¿está determinada exclusivamente por el sujeto o bien esta *forma* surge durante el mismo proceso de solución del problema para alcanzar su mayor concreción en el caso que la tarea sea resuelta?. Es decir, ¿es el sujeto el que impone la *forma* al proceso o, más bien, esta *forma* es resultante de la interacción eficaz con el objeto-problema?



Una manera de responder esta pregunta consiste en estimar la correlación entre el NJ y la DF a distintos porcentajes de la solución del problema y en todos los juegos de un mismo sujeto.

Se consideró que el 100% de solución del problema está dado por el número total de jugadas necesarios para hundir todos los barcos. Luego, por ejemplo, el 20% de la solución del problema corresponderá al 20% del total de jugadas ejecutadas en ese mismo juego. Otros porcentajes se determinan siguiendo el mismo procedimiento.

Los hallazgos en este sentido revelan que en un sujeto, y dependiendo del porcentaje de solución del problema, encontraremos o no una correlación significativa entre el NJ y la DF. Es decir, a bajos porcentajes de solución del problema el proceso de pensamiento no muestra *forma* alguna. Por el contrario la *forma* aparece a medida que el sujeto avanza en la tarea y le da solución. Esto es aún más patente al observar los gráficos de valores de regresión lineal entre el NJ y la DF, el NJ y la LA, y la LA con la DF, dado que se puede dar cuenta del aumento progresivo del valor del  $R^2$ , muy débil en los comienzos y muy fuerte en los porcentajes finales del juego, lo cual no se observa en los controles Random y Objeto. Pareciera que los sujetos, en el transcurso del juego, parten con un patrón de búsqueda que progresivamente se va solidificando en la medida que toma relación con la configuración del problema.

Al llegar a las conclusiones derivadas del análisis estadístico y del análisis teórico respecto a los resultados, sería apropiado indicar los límites que este estudio presenta para no precipitar hipótesis que estén fuera del alcance de esta investigación.

## DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en este estudio diacrónico, lejos de cristalizar y confirmar hipótesis generalizables a una población, abren nuevas perspectivas para estudios más controlados con una muestra normal de un mayor número de sujetos.

Acaso los buenos resultados confirman la pertinencia de la metodología de estudio y la solidez de un modelo de investigación, que hace necesario cambiar el rumbo del trabajo. Pensando que esta muestra ya cumplió una labor importante para estos estudios, sería necesario diseñar y escoger otra más amplia, controlada y normal para poder llegar a conclusiones que estarían más cerca de poder ser generalizables.

Una de las características que dificultó este estudio (pero que a su vez lo hizo aún más atractivo) fue que la muestra había sido ya definida en la investigación anterior, con la particularidad de ser población rural, con considerables diferencias con la población (mayoritariamente urbana) de nuestro país (por ejemplo, cuatro de seis sujetos trabajaba, no pudiendo completar su educación media). Además (y especialmente en los Registros A) el número de juegos no es constante (el caso más dramático es el de Ángel que tan sólo tiene tres juegos, dificultando en extremo conclusiones estadísticamente relevantes para su caso en particular). Asimismo, la muestra es tan pequeña que se podría correr el riesgo de encontrar conductas muy particulares que podrían amplificar su representatividad a la hora de concluir respecto a este estudio. Por último, la definición de las edades de la muestra es muy estrecha respecto al estadio cognoscitivo que cronológicamente le corresponde; de este modo podríamos correr el riesgo de evaluar a un sujeto con un período de maduración de al menos cuatro años pero que cognoscitivamente se encuentre en el mismo estadio (la aprensión es aún más acentuada para aquellos en los que se podría sospechar que desde el Registro A ya se encontraban en el Período de Operaciones Formales).

Con estas consideraciones, no disminuye el valor de este estudio sino que, por el contrario, realza e invita a que se reproduzca de manera más controlada, aprovechando el recorrido que se ha realizado en estas investigaciones, las cuales consolidan un modelo descriptivo que paulatinamente va alejándose de su etapa inicial exploratoria.

## REFERENCIAS

1. Briggs, John : *Espejo y Reflejo*, Gedisa Editorial, Barcelona, 1990
2. Carretero, Mario : *Razonamiento y comprensión*, Editorial Trotta, S. A., Madrid, 1995
3. Daniel, Wayne : *Estadística con aplicaciones a las ciencias sociales y a la educación*, Editorial McGraw-Hill Latinoamericana, Bogotá, Colombia, 1981
4. Deladalle, Gérard : *Leer a Peirce hoy*, Editorial Gedisa S. A., Barcelona, 1996
5. Flavell, John : *La psicología evolutiva de Jean Piaget*, Editorial Paidós Mexicana, S. A., 1989
6. Garnham, Alan : *Manual de psicología del pensamiento*, Ediciones Paidós Ibérica, S. A., Barcelona, 1996
7. Gleick, James : *Caos*, Seix Barral, S. A., Barcelona, 1988
8. Groller, Eduard : *Interactive exploration of dynamical systems*, Technical University of Vienna, Institute of Computer Graphics, Internet
9. Habermas, Jürgen : *Conocimiento e interés*, Taurus, Buenos Aires, 1990
10. Hernández, Roberto : *Metodología de la Investigación*, Mc Graw Hill, México, 1991
11. Inhelder, Bärbel : *Los senderos de los descubrimientos del niño*, Ediciones Paidós Ibérica, S. A., 1ª Edición, Barcelona, 1996
12. Johnson et Al. : *Looking for chaos in time series data*, University of Minnesota, Internet
13. Jürgens, Hartmut : *El lenguaje de los fractales*, Investigación y Ciencia, octubre de 1990, Prensa Científica S. A., Barcelona
14. Katz, Daniel : *Psicología social de las Organizaciones*, Segunda edición, Editorial Trillas, México, 1989
15. Kelso, J. A. Scott : *Dynamic Patters : the self-organization of brain and behavior*, Massachusetts Institute of Technology, 1995
16. Kirchsteiger, Anton : *Analysis and Visualization of Nonlinear Time Sequences*, Technical University Vienna, Institute of Computer Graphics, Internet
17. Labra, Fabián : *Descripciones fractales de procesos inferenciales en niños y adolescentes durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas*, Universidad de Chile, 1995
18. Labra, Fabián : *Descripciones fractales de procesos inferenciales en niños durante la creación de hipótesis tendientes a la solución de problemas*, Revista de Psicología de la Universidad de Chile, Vol. VI, 1997
19. Lakatos, Irme : *La metodología de los programas de investigación científica*, Alianza Editorial, S. A., Madrid, 1983

20. Mandelbrot, Benoît : *Los objetos fractales*, Tusquets Editores, S. A., Barcelona, 1984
21. Markus, Mario : *Los diagramas de Lyapunov*, Investigación y Ciencia, septiembre de 1995, Prensa Científica S. A., Barcelona
22. Morales, Marcela: *Análisis de Covarianza, memoria para optar al título profesional de estadístico*, Universidad Católica de Valparaíso, 1997
23. Munné, Frederic : *Las teorías de la complejidad y sus implicaciones en las ciencias del comportamiento*, Revista Interamericana de Psicología, 1995, Vol. 29, N° 1, pp. 1-12
24. Peirce, Charles : *El hombre, un signo*, Editorial Crítica, Barcelona, 1988
25. Piaget, Jean : *Psicología de la inteligencia*, Editorial Psique, Buenos Aires, 1948
26. Piaget, Jean : *La equilibración de las estructuras cognitivas*, Siglo XXI de España Editores, S. A., Madrid, 1978
27. Piaget, Jean : *Epistemologías de las ciencias del hombre*, Editorial Paidós, S. A. I. C. F., Buenos Aires, 1979
28. Piaget, Jean : *Problemas de psicología genética*, Editorial Ariel, Barcelona, 1980
29. Piaget, Jean : *Epistemología Genética y Equilibración*, Editorial Fundamentos, Madrid, 1981
30. Piaget, Jean : *Las formas elementales de la dialéctica*, Editorial Gedisa, Barcelona, 1982
31. Piaget, Jean : *Teorías del Lenguaje / Teorías del Aprendizaje*, Editorial Crítica, S. A., Barcelona, 1983
32. Piaget, Jean : *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*, Ediciones Paidós Ibérica, S. A., Barcelona, 1985
33. Piaget, Jean : *Seis estudios de psicología*, Editorial Ariel, Barcelona, 1986
34. Piaget, Jean : *Adaptación vital y psicología de la inteligencia*, Siglo XXI Editores, S. A. de C. V., México, 1989
35. Piaget, Jean : *Hacia una lógica de significaciones*, Editorial Gedisa Mexicana, S. A., México, 1989
36. Ransdell, Joseph : *Peirce, Online. Peirce Engine : Abduction/Retroduction*, Internet, 4 de marzo de 1995
37. Watt, Stuart : *A Fractal Geometry of the Mind*, Open University, HCRL Technical Report n° 109, octubre de 1993, Internet
38. Wolf, Alan : *Lyapu-news*, The Cooper Union, Internet

## TABLAS Y GRÁFICOS

Tabla 1

Estadística Descriptiva de Aldo y Alexis en los Registros A y B

	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
<b>Aldo A</b>																		
Promedio	10	15,62181	1,128	20	33,15862	1,214	25,6	43,66539	1,25	30,6	56,50277	1,3	40,6	78,28761	1,344	50,6	96,30065	1,352
Desv. Est.	2,236068	6,141105	0,043243	4,472136	12,51238	0,059414	5,59464	13,21005	0,04899	6,503845	16,46628	0,053385	8,734987	26,869	0,067305	10,96814	33,93098	0,073621
Error Est.	1	2,746385	0,019339	2	5,595707	0,026571	2,501999	5,907716	0,021909	2,908608	7,363944	0,023875	3,906405	12,01618	0,0301	4,905099	15,1744	0,032924
N° Casos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Min	7	9,236068	1,09	14	21,12242	1,15	18	28,31883	1,18	22	37,34196	1,21	29	49,97638	1,24	36	56,97638	1,25
Max	13	22,95742	1,18	26	48,39428	1,31	33	58,22271	1,31	39	72,0194	1,34	52	110,0038	1,42	65	135,7531	1,43
Coef. de Asim.	0	0,293772	0,400674	0	0,315615	0,807937	-0,05976	0,010282	-0,24248	-0,05145	-0,28884	-1,10225	-0,03835	-0,0161	-0,58833	-0,03056	-0,05381	-0,32581
<b>Aldo B</b>																		
Promedio	3,25	19,54188	1,15	16,25	49,47582	1,23125	20,875	64,09574	1,27	24,875	78,54055	1,29625	32,875	101,6697	1,345	41,125	126,5886	1,38375
Desv. Est.	2,492847	9,335585	0,044721	4,978525	25,4067	0,063344	6,010408	34,0319	0,083152	6,875162	36,59738	0,089433	9,372262	44,49106	0,096214	11,8495	61,18018	0,107163
Error Est.	0,881354	3,300628	0,015811	1,760175	8,982627	0,022396	2,125	12,03209	0,029399	2,430737	12,93913	0,031619	3,313595	15,72997	0,034017	4,189432	21,63046	0,037888
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	5	10,0645	1,1	10	20,72135	1,14	13	26,90975	1,18	16	33,90975	1,18	21	48,64852	1,22	26	62,92863	1,25
Max	12	34,41711	1,2	24	81,59331	1,32	30	113,6585	1,37	35	132,0888	1,4	47	160,9586	1,45	59	230,4299	1,53
Coef. de Asim.	0,288361	0,622983	2,96E-15	0,38336	0,082361	0,113957	0,327662	0,188515	0,066939	0,283422	0,204863	-0,11587	0,330873	0,082175	-0,1929	0,324792	0,48384	-0,04639
<b>Alexis A</b>																		
Promedio	9,25	33,44335	1,1975	18,625	63,64856	1,28	23,375	80,7467	1,32375	27,625	96,91896	1,3575	37	127,9523	1,405	46,25	153,714	1,43875
Desv. Est.	2,54951	11,49019	0,064973	4,657943	19,91226	0,075782	5,755432	24,612	0,07577	7,089983	33,72075	0,081372	9,196273	49,65963	0,085524	11,73213	60,09262	0,085262
Error Est.	0,901388	4,062395	0,022971	1,646831	7,040048	0,026793	2,034853	8,701657	0,026789	2,506687	11,92209	0,028769	3,251373	17,55733	0,030237	4,147934	21,24595	0,030145
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	5	12,07107	1,06	11	32,77655	1,14	14	50,69065	1,21	16	57,93581	1,24	22	72,09809	1,27	27	80,09809	1,29
Max	14	49,11652	1,27	27	95,06675	1,38	34	117,2683	1,44	41	160,1257	1,49	54	229,1099	1,54	68	278,5864	1,58
Coef. de Asim.	0,318958	-0,80465	-1,37661	0,238011	0,285805	-0,47269	0,347404	0,524134	0,176231	0,425036	0,929742	0,285555	0,362956	1,260037	0,137937	0,352356	1,325378	-0,09101
<b>Alexis B</b>																		
Promedio	8	15,75938	1,133333	16,16667	41,40795	1,245	20,33333	50,89255	1,261667	24,16667	64,87594	1,29	32,33333	83,37951	1,33	40,5	104,2339	1,355
Desv. Est.	1,788854	6,474499	0,05785	3,600926	11,5424	0,047645	4,676181	13,77885	0,037839	5,706721	16,6083	0,046043	7,527727	23,53738	0,044272	9,354143	30,69274	0,056833
Error Est.	0,730297	2,643203	0,023617	1,470072	4,712165	0,019451	1,909043	5,625191	0,015366	2,329759	6,78031	0,018797	3,073181	9,609096	0,018074	3,818813	12,53026	0,023202
N° Casos	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Min	5	8,605551	1,04	10	24,5189	1,18	12	26,93312	1,21	14	35,52836	1,23	19	41,52836	1,26	24	50,54812	1,26
Max	10	23,32033	1,2	20	52,6887	1,31	25	65,51713	1,3	29	81,60596	1,34	39	102,8673	1,37	49	132,5473	1,42
Coef. de Asim.	-0,94334	0,24674	-0,86086	-1,12725	-0,68531	-0,19972	-1,35416	-1,14789	-0,70016	-1,42768	-1,24122	-0,22128	-1,39641	-1,35044	-0,70529	-1,37229	-1,25117	-0,82366

Tabla 2

Estadística Descriptiva de Ángel y Héctor en los Registros A y B

Ángel A	20%			40%			50%			60%			80%			100%			
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	
Promedio	6,666667	28,13131	1,163333	15	46,74494	1,25	19	60,43071	1,296667	22,66667	73,13283	1,336667	30	111,7618	1,416667	37,66667	137,3434	1,45	
Desv. Est.	0,57735	3,29368	0,020817	1	2,004678	0	1	7,585803	0,030551	1,527525	9,916038	0,032146	2	9,941548	0,015275	2,516611	11,12192	0,026458	
Error Est.	0,333333	1,901607	0,012019	0,57735	1,157401	0	0,57735	4,379666	0,017638	0,881917	5,725027	0,018559	1,154701	5,739756	0,008819	1,452966	6,421243	0,015275	
N° Casos	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Min	6	24,71863	1,14	14	44,82808	1,25	18	52,24229	1,27	21	64,31336	1,3	28	101,4164	1,4	35	125,0527	1,42	
Max	7	31,29145	1,18	16	48,82719	1,25	20	67,21876	1,33	24	83,86637	1,36	32	121,2431	1,43	40	146,7139	1,47	
Coef. de Asim.	-0,70711	-0,14003	-0,528	0	0,150525		0	-0,32758	0,381802	-0,3818	0,341402	-0,6309	0	-0,15847	-0,3818	-0,23906	-0,44909	-0,59517	

Ángel B	20%			40%			50%			60%			80%			100%			
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	
Promedio	6	27,98105	1,155	14	53,9427	1,255	17,66667	70,44608	1,308333	20,83333	80,77385	1,32	27,83333	114,2751	1,393333	34,83333	138,0427	1,43	
Desv. Est.	0,894427	11,45836	0,075829	1,67332	16,64189	0,045935	2,33809	16,71511	0,040208	3,060501	18,93798	0,046904	3,868678	18,79238	0,036148	4,708149	22,88379	0,041473	
Error Est.	0,365148	4,677855	0,030957	0,68313	6,794024	0,018753	0,954521	6,823914	0,016415	1,249444	7,731396	0,019149	1,579381	7,671959	0,014757	1,922094	9,34227	0,016931	
N° Casos	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Min	5	12,23607	1,05	12	34,91761	1,2	15	49,29943	1,26	17	58,3822	1,27	23	93,29309	1,35	29	106,6783	1,37	
Max	7	40,57785	1,24	16	78,26995	1,32	21	96,89527	1,37	25	113,4516	1,39	33	140,0309	1,44	41	165,9546	1,48	
Coef. de Asim.	0	-0,39276	-0,04975	0,280566	0,155192	0,379757	0,438048	0,369553	0,254283	0,309102	0,663552	0,254781	0,319524	0,329453	0,206154	0,303229	0,078711	-0,129	

Héctor A	20%			40%			50%			60%			80%			100%			
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	
Promedio	9,5	26,33988	1,18875	19,125	60,90701	1,31625	24,25	81,61005	1,36375	28,75	97,7166	1,39125	38,375	136,1398	1,45125	47,875	173,1855	1,48625	
Desv. Est.	1,414214	8,058084	0,07318	2,799872	18,78399	0,072297	3,575712	22,71685	0,058539	3,991061	25,87216	0,065343	5,370222	32,02157	0,056426	6,770472	42,37432	0,057802	
Error Est.	0,5	2,848963	0,025873	0,989904	6,641143	0,025561	1,264205	8,031618	0,020697	1,411053	9,147191	0,023102	1,89866	11,32134	0,01995	2,393723	14,98158	0,020436	
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	7	12,04863	1,06	14	28,17173	1,18	18	49,85246	1,28	22	60,87223	1,31	29	89,52232	1,37	36	110,0476	1,4	
Max	11	35,23993	1,28	22	80,8688	1,38	28	107,4013	1,43	33	127,3347	1,45	44	178,8049	1,52	55	242,124	1,58	
Coef. de Asim.	-0,64794	-0,46716	-0,38283	-0,8043	-0,72659	-0,88953	-0,699	-0,31636	-0,42731	-0,59638	-0,35406	-0,45495	-0,69474	-0,45925	-0,51394	-0,68826	-0,1347	-0,05494	

Héctor B	20%			40%			50%			60%			80%			100%			
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	
Promedio	6,875	22,1388	1,155	13,875	44,94253	1,24875	17,625	54,12372	1,2825	21,125	65,86012	1,3125	28,125	94,28627	1,36875	35	119,1521	1,40625	
Desv. Est.	1,726888	12,34805	0,080178	3,399054	26,53573	0,097165	4,206712	27,37795	0,083964	5,083236	29,06268	0,082071	6,749339	36,26744	0,074726	8,468429	42,0741	0,066748	
Error Est.	0,610547	4,365695	0,028347	1,201747	9,381796	0,034353	1,487297	9,679566	0,029686	1,797195	10,27521	0,029017	2,386252	12,82248	0,02642	2,994042	14,87544	0,023599	
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	5	6,414214	1,04	10	17,24264	1,1	13	21,90611	1,14	15	31,8764	1,19	20	50,66042	1,26	25	74,57973	1,32	
Max	10	38,39642	1,24	20	86,13259	1,35	25	98,73814	1,37	30	112,8612	1,4	40	163,9473	1,46	50	196,6508	1,51	
Coef. de Asim.	0,558821	-0,00454	-0,384	0,487446	0,519338	-0,49631	0,477549	0,526205	-0,53928	0,438529	0,437591	-0,24801	0,432848	0,677876	-0,37055	0,461702	0,695188	0,157288	

Tabla 3

Estadística Descriptiva de Luis y María en los Registros A y B

Luis A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9,625	26,13862	1,19375	18,875	60,45559	1,295	23,875	76,16941	1,3325	28,5	94,6212	1,3725	37,75	130,2703	1,43	47,375	165,4523	1,45875
Desv. Est.	2,263846	14,10599	0,057056	4,611709	30,57289	0,077644	5,617257	44,68052	0,074976	6,590036	51,15548	0,072457	8,940278	68,01184	0,075593	11,18593	84,98144	0,081493
Error Est.	0,800391	4,987222	0,020172	1,630485	12,93047	0,027451	1,986	15,79695	0,026508	2,329929	18,08619	0,025617	3,160866	24,04581	0,026726	3,954823	30,04548	0,028812
Nº Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	7	14,25583	1,13	13	37,18962	1,23	17	47,08255	1,27	20	59,30177	1,32	26	72,36626	1,33	33	100,5488	1,37
Max	14	57,91787	1,29	28	144,6192	1,44	35	178,7372	1,49	41	208,1308	1,53	55	278,9574	1,58	69	357,4346	1,62
Coef. de Asim.	0,971188	1,561773	0,482014	0,926222	1,752832	0,967062	0,959731	1,74693	1,350387	0,795632	1,564192	1,491983	0,813792	1,446853	0,859135	0,852534	1,618643	0,941199

Luis B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9	22,54974	1,156	18,2	54,32519	1,28	23	73,65872	1,332	27,6	89,53595	1,372	36,8	121,6999	1,422	45,8	154,5673	1,454
Desv. Est.	2,645751	16,40922	0,129345	5,263079	31,05036	0,110227	6,670832	34,49882	0,091761	8,173127	39,00395	0,075299	10,80278	50,26372	0,072595	13,42386	61,40608	0,085029
Error Est.	1,183216	7,338427	0,057845	2,35372	13,88614	0,049295	2,983287	15,42834	0,041037	3,655133	17,4431	0,033675	4,831149	22,47862	0,032465	6,003332	27,46163	0,038026
Nº Casos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Min	6	8	1	13	24,61194	1,16	16	35,82304	1,23	19	45,34449	1,28	26	64,89939	1,32	32	78,63816	1,33
Max	13	49,94326	1,34	26	103,2752	1,44	33	124,2656	1,46	40	148,8328	1,48	53	196,7267	1,51	66	240,6358	1,55
Coef. de Asim.	0,543313	1,049027	0,277884	0,599098	0,797809	0,487115	0,578244	0,502829	0,391748	0,611764	0,547996	0,280774	0,612616	0,513579	-0,20568	0,608652	0,257115	-0,40254

María A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9,2	26,88419	1,154	18,2	55,21687	1,248	22,8	71,05598	1,274	27	84,97973	1,306	36	112,6775	1,362	45,2	140,004	1,406
Desv. Est.	2,774887	21,30451	0,103586	5,495453	37,163	0,109636	6,610598	44,29539	0,127201	7,582875	48,53834	0,110815	10,29563	62,54988	0,119038	13,06522	70,32343	0,11327
Error Est.	1,240967	9,527666	0,046325	2,457641	16,6198	0,049031	2,956349	19,8095	0,056886	3,391165	21,707	0,049558	4,604346	27,97315	0,053235	5,842944	31,4496	0,050658
Nº Casos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Min	5	4,414214	1,01	10	18,14218	1,12	13	25,14218	1,12	16	37,20444	1,2	21	47,39204	1,24	26	67,2409	1,28
Max	12	52,42606	1,26	24	107,6608	1,39	30	132,037	1,44	35	154,2263	1,46	47	205,5761	1,53	59	239,4887	1,55
Coef. de Asim.	-0,62163	0,270777	-0,24226	-0,52465	0,495936	0,22642	-0,4974	0,41866	0,154691	-0,48079	0,52258	0,448541	-0,46562	0,539756	0,406127	-0,49939	0,380674	0,097352

María B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9,4	20,93812	1,166	18,8	46,70172	1,27	23,8	63,5082	1,316	28,6	77,61116	1,344	38	111,5376	1,41	40,66667	118,521	1,446
Desv. Est.	1,516575	4,919149	0,043932	2,588436	6,377784	0,018708	3,563706	10,70723	0,0251	4,335897	14,31213	0,024083	5,43139	23,45462	0,036742	7,61439	58,05298	0,041593
Error Est.	0,678233	2,19991	0,019647	1,157584	2,852232	0,008367	1,593738	4,788421	0,011225	1,939072	6,40058	0,01077	2,428992	10,48923	0,016432	7,191044	23,70003	0,018601
Nº Casos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	36	36	5
Min	8	12,24264	1,11	16	39,54829	1,24	20	50,60349	1,28	24	63,06494	1,32	32	83,34103	1,38	7	15	1,39
Max	11	24,25495	1,23	22	55,75163	1,29	28	74,37473	1,34	34	94,72507	1,37	45	141,0062	1,45	56	176,5683	1,49
Coef. de Asim.	0,211547	-1,41067	0,280074	0,243688	0,377394	-0,76836	0,182308	-0,02309	-0,55573	0,180224	0,300236	0,316963	0,219802	0,120977	0,37191	-1,30385	-0,93522	-0,26663

Tabla 4

Estadística Descriptiva de Nibaldo y Paola en los Registros A y B

Nibaldo A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	8	31,29466	1,1875	16,25	66,77587	1,3	20,5	83,46235	1,3375	24,25	91,74296	1,3475	32,5	124,3337	1,4	40,5	146,0988	1,435
Desv. Est.	1,632993	17,70019	0,103401	3,685557	32,39957	0,086795	4,50925	39,042	0,092871	5,377422	44,61608	0,100125	7,416198	57,00566	0,098658	9,036961	64,76118	0,099499
Error Est.	0,816497	8,850097	0,0517	1,842779	16,19978	0,043397	2,254625	19,521	0,046435	2,688711	22,30804	0,050062	3,708099	28,50283	0,049329	4,518481	32,38059	0,049749
N° Casos	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Min	6	7,414214	1,06	12	31,26712	1,19	15	35,68134	1,21	18	38,68134	1,21	24	63,85201	1,27	30	75,77946	1,3
Max	10	50,1219	1,31	21	109,8513	1,4	26	131,2953	1,43	31	147,5313	1,45	42	200,9674	1,51	52	232,3924	1,54
Coef. de Asim.	0	-0,47854	-0,07951	0,233537	0,39607	-0,19073	0	0,0023	-0,59915	0,153158	0,104299	-0,57879	0,226472	0,468793	-0,34631	0,187751	0,41429	-0,50641

Nibaldo B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	7	17,69783	1,112857	13,42857	39,11336	1,214286	17,14286	47,58689	1,24	20,42857	56,74681	1,27	26,85714	75,54403	1,305714	33,85714	100,9718	1,347143
Desv. Est.	1,290994	14,32957	0,087505	2,636737	17,76093	0,057404	3,023716	16,74034	0,047958	3,408672	19,13926	0,05164	4,775932	23,08156	0,054423	6,039552	28,3786	0,064476
Error Est.	0,48795	5,41607	0,033074	0,996593	6,713	0,021697	1,142857	6,327254	0,018127	1,288357	7,233961	0,019518	1,805133	8,72401	0,02057	2,282736	10,7261	0,02437
N° Casos	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Min	5	5,414214	1	10	20,23335	1,14	13	25,46941	1,17	16	32,98265	1,21	21	43,22529	1,24	26	57,16573	1,25
Max	9	41,74604	1,24	18	65,73151	1,3	22	73,14573	1,31	26	83,38837	1,35	35	105,2838	1,39	44	139,3079	1,43
Coef. de Asim.	0	0,92736	0,288027	0,440107	0,500756	0,280028	0,12678	0,317371	-2,8E-15	0,285522	0,29367	0,21178	0,422507	0,0325	0,252437	0,350412	-0,03208	-0,04301

Paola A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	10,5	28,28681	1,215	21,5	64,00972	1,3225	27	80,67297	1,345	32	100,4533	1,385	43	140,7561	1,445	53,5	174,5974	1,48
Desv. Est.	1,914854	19,80717	0,046547	3,696846	26,44759	0,072744	4,966555	37,68433	0,084261	6,324555	47,89042	0,094692	8,124038	54,69662	0,075939	10,01665	70,57247	0,077889
Error Est.	0,957427	9,903583	0,023274	1,848423	13,2238	0,036372	2,483277	18,84217	0,042131	3,162278	23,94521	0,047346	4,062019	27,34831	0,037969	5,008326	35,28624	0,038944
N° Casos	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Min	9	14,04863	1,17	18	38,35576	1,25	22	47,00604	1,26	26	65,63119	1,3	35	99,50886	1,38	44	118,4393	1,42
Max	13	57,61734	1,28	26	98,0192	1,39	33	132,6721	1,44	40	167,4203	1,49	53	219,7298	1,55	66	276,7665	1,59
Coef. de Asim.	0,493382	1,064177	0,686962	0,274256	0,399267	-0,02812	0,226212	0,675284	0,108086	0,365148	0,762698	0,130555	0,279961	0,918605	0,696123	0,330898	0,925307	0,806414

Paola B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	8	17,55815	1,114286	15,85714	35,92171	1,208571	20,28571	50,46028	1,248571	24,42857	67,14447	1,297143	32,28571	102,949	1,364286	40,28571	133,6804	1,411429
Desv. Est.	2,645751	7,237912	0,059682	5,080307	13,96478	0,054292	6,290583	22,19842	0,045251	7,742892	30,73353	0,066009	10,19337	48,79304	0,082028	12,81554	65,3091	0,087451
Error Est.	1	2,735674	0,022558	1,920176	5,278189	0,02052	2,377617	8,390216	0,017103	2,926538	11,61618	0,024949	3,852731	18,44204	0,031004	4,843819	24,68452	0,033053
N° Casos	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Min	6	6,414214	1,01	12	25,26529	1,16	16	31,52734	1,21	19	43,52734	1,21	25	64,30997	1,29	31	84,41851	1,33
Max	13	31,11073	1,21	26	65,12607	1,32	33	96,30368	1,34	40	131,29	1,42	53	208,2578	1,53	66	269,6617	1,58
Coef. de Asim.	1,049781	0,518909	-0,20521	1,275995	1,462512	1,346302	1,342468	1,397799	1,26613	1,308435	1,451937	0,69117	1,360679	1,660416	1,213135	1,300136	1,449806	1,058479

Tabla 5

Estadística Descriptiva de Rodrigo y Virginia en los Registros A y B

Rodrigo A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	7	17,47305	1,13	14,2	40,43028	1,244	18	56,39284	1,284	21	66,03835	1,306	28,2	99,79734	1,364	35,2	118,1667	1,38
Desv. Est.	2,12132	8,382898	0,050498	4,024922	19,92923	0,071624	4,84768	26,16629	0,084143	5,787918	33,2015	0,085615	7,694154	52,03719	0,106442	9,80816	59,14471	0,102958
Error Est.	0,948683	3,748946	0,022583	1,8	8,912624	0,032031	2,167948	11,70192	0,03763	2,588436	14,84816	0,038288	3,44093	23,27174	0,047603	4,386342	26,45032	0,046043
N° Casos	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Min	5	5,414214	1,08	10	15,07107	1,16	13	28,399	1,2	15	30,81321	1,22	20	50,28083	1,26	25	63,07467	1,27
Max	10	27,13852	1,19	20	67,19339	1,34	25	93,41386	1,4	29	115,5018	1,43	39	179,2649	1,51	49	205,809	1,52
Coef. de Asim.	0,351364	-0,33808	0,065119	0,403292	0,046221	0,138023	0,397474	0,415903	0,407178	0,285426	0,498949	0,473965	0,322086	0,586165	0,223386	0,333581	0,485427	0,207454

Rodrigo B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9,428571	27,60302	1,155714	18,85714	59,36151	1,28	23,57143	79,59056	1,325714	28	96,50843	1,351429	37,42857	133,4076	1,42	46,85714	167,9919	1,464286
Desv. Est.	1,133893	12,31086	0,083038	2,035401	14,82846	0,052599	2,760262	18,96918	0,066297	3,162278	20,77229	0,06283	4,076647	21,61228	0,042032	5,177791	30,92819	0,045408
Error Est.	0,428571	4,653068	0,031385	0,769309	5,60463	0,019881	1,043281	7,169675	0,025058	1,195229	7,851189	0,023748	1,540828	8,168676	0,015887	1,957021	11,68976	0,017163
N° Casos	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Min	8	14	1,05	16	41,36235	1,21	20	50,29602	1,23	24	72,70151	1,28	32	104,9083	1,37	40	131,8127	1,41
Max	11	49,74126	1,27	22	84,29403	1,34	28	104,5982	1,39	33	121,4773	1,42	44	154,6462	1,47	55	207,3231	1,52
Coef. de Asim.	-0,18144	0,691864	0,013667	0,078424	0,277847	-0,15587	0,225354	-0,28685	-0,38513	0,204939	-0,01733	0,136066	0,239793	-0,33269	0,014546	0,158162	-0,14614	-0,09347

Virginia A	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	9,166667	33,28551	1,2	18,16667	58,21619	1,276667	23,16667	77,0039	1,323333	27,33333	92,74193	1,34	36,33333	127,3533	1,393333	45,5	156,8273	1,425
Desv. Est.	3,920034	29,16837	0,092952	7,359801	49,92587	0,111116	9,410986	59,72957	0,113783	11,34313	72,04708	0,112428	14,78738	92,70237	0,113255	18,69492	118,308	0,116404
Error Est.	1,600347	11,90794	0,037947	3,004626	20,38215	0,045363	3,842019	24,38449	0,046452	4,630815	29,4131	0,045898	6,036923	37,84558	0,046236	7,632169	48,29902	0,047522
N° Casos	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Min	7	10,65685	1,09	14	24,31371	1,15	17	35,3437	1,2	20	42,3437	1,22	27	72,83988	1,3	34	88,03405	1,33
Max	17	90,36235	1,37	33	157,3365	1,48	42	193,0669	1,51	50	233,0085	1,54	66	312,6307	1,61	83	394,7878	1,65
Coef. de Asim.	1,631426	1,476628	0,95754	1,690231	1,583497	0,995159	1,635889	1,442443	0,600915	1,625803	1,450302	0,89542	1,654221	1,634953	1,351386	1,654265	1,678956	1,400142

Virginia B	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	7,25	20,46938	1,13625	14,125	46,06353	1,23375	18,125	59,65127	1,275	21,75	74,75584	1,315	28,625	102,9331	1,37125	35,875	125,7315	1,4025
Desv. Est.	1,38373	8,529605	0,04565	2,587746	17,30577	0,066962	3,270539	22,22933	0,062792	3,955105	26,33511	0,069898	5,180665	31,85842	0,064683	6,53425	40,66135	0,070255
Error Est.	0,49099	3,015671	0,01614	0,914906	6,118514	0,023675	1,15631	7,859253	0,0222	1,398341	9,310868	0,024713	1,831642	11,26365	0,022869	2,310206	14,37596	0,024839
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	6	8,576491	1,08	11	27,43743	1,16	14	38,65974	1,2	17	45,65974	1,22	22	61,47249	1,26	28	70,12277	1,28
Max	10	29,54884	1,19	19	79,56849	1,35	24	108,0426	1,38	29	129,8905	1,42	38	169,1348	1,47	48	206,7946	1,52
Coef. de Asim.	0,8981	-0,31712	-0,29935	0,646943	0,807173	0,541939	0,510361	1,36775	0,427479	0,583171	1,087088	0,160993	0,51928	1,001198	-0,21717	0,6126	0,844591	-0,03931

Tabla 6

Estadística Descriptiva de Random y Objeto

Random	20%			40%			50%			60%			80%			100%		
	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF	NJ	LA	DF
Promedio	19,625	98,6696	1,395	39	194,643	1,52375	48,875	259,6757	1,57125	58,375	306,1218	1,60625	77,75	405,6438	1,6525	97,375	513,8169	1,69125
Desv. Est.	0,517549	16,20066	0,030706	1,195229	18,10693	0,017678	1,356203	17,99771	0,015526	1,59799	16,6956	0,015059	2,251983	22,64396	0,010351	2,722263	23,40664	0,006409
Error Est.	0,182981	5,727797	0,010856	0,422577	6,401768	0,00625	0,47949	6,363153	0,005489	0,564975	5,902787	0,005324	0,796196	8,005848	0,00366	0,962465	8,275498	0,002266
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	19	79,01867	1,35	37	170,2173	1,5	47	239,4198	1,56	56	288,7176	1,59	74	377,5536	1,64	93	483,5594	1,68
Max	20	127,198	1,45	40	232,2748	1,56	50	300,228	1,6	60	340,067	1,64	80	454,5325	1,67	100	561,1856	1,7
Coef. de Asim.	-0,5164	0,59726	0,443107	-0,53666	0,924475	0,883789	-0,49936	1,479876	1,006019	-0,65613	0,978783	1,488244	-0,63184	1,19077	0,309839	-0,60396	0,902996	-0,0544

Objeto	20%		40%		50%		60%		80%		100%	
	LA	DF	LA	DF	LA	DF	LA	DF	LA	DF	LA	DF
Promedio	8,292497	1,04875	23,05386	1,18	33,11455	1,225	37,74641	1,255	53,58451	1,32	69,29482	1,36375
Desv. Est.	2,442456	0,025877	6,727593	0,050143	7,533692	0,043425	6,789757	0,035456	5,907433	0,026186	7,983122	0,026693
Error Est.	0,863539	0,009149	2,378563	0,017728	2,663562	0,015353	2,400542	0,012536	2,088593	0,009258	2,82246	0,009437
N° Casos	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Min	5,472136	1,02	17,38516	1,09	24,70972	1,15	28,94407	1,2	45,78297	1,29	60,27277	1,32
Max	12,64911	1,08	33,48868	1,23	43,40136	1,29	45,40869	1,3	62,32791	1,36	84,80647	1,4
Coef. de Asim.	0,540832	-0,06527	0,575625	-0,49424	0,183996	-0,13988	0,041254	-0,09251	-0,02146	0,765466	0,854111	0,051945

Dado que Random y Objeto son controles, sólo juegan ocho juegos.  
 No se especifica el Número de Jugadas de Objeto, ya que en él su valor es constante (15 jugadas)

Tabla 7

Valores de R2 del Cálculo de la Regresión Lineal para la muestra durante el transcurso del juego en los Registros A y B  
(Al 100% del juego se especifican los valores P, Intercepto y Pendiente)

Valor de Regresión Lineal	Aldo A	Aldo B	Alex A	Alex B	Angel A	Angel B	Héctor A	Héctor B	Luis A	Luis B	María A	María B	Nibaldo A	Nibaldo B	Paola A	Paola B	Rodrigo A	Rodrigo B	Virginia A	Virginia B	Random	Objeto
<b>NJ v/s DF</b>																						
20%	0,0167	0,138	0,678	0,147	0,942	0,0139	0,744	0,725	0,535	0,958	0,86	0,498	0,974	0,683	0,404	0,546	0,558	0,0331	0,871	0,219	0,0505	
40%	0,187	0,395	0,771	0,888	1	0,0548	0,886	0,84	0,705	0,991	0,897	0,322	0,959	0,659	0,808	0,968	0,937	0,815	0,893	0,702	0	
50%	0,341	0,755	0,823	0,858	0,429	0,483	0,839	0,826	0,761	0,977	0,93	0,473	0,905	0,541	0,898	0,971	0,938	0,858	0,799	0,902	0,304	
60%	0,759	0,77	0,831	0,932	0,00115	0,722	0,751	0,841	0,888	0,907	0,818	0,863	0,9	0,415	0,96	0,839	0,968	0,732	0,845	0,846	0,179	
80%	0,955	0,783	0,909	0,972	0,107	0,873	0,919	0,896	0,995	0,88	0,869	0,906	0,951	0,458	0,95	0,886	0,982	0,854	0,934	0,875	0,414	
100%	0,96	0,832	0,947	0,867	0,0902	0,927	0,898	0,972	0,964	0,812	0,916	0,945	0,936	0,806	0,941	0,963	0,995	0,935	0,955	0,914	0,39	
Valor P (al 100%)	0,003	0,002	<0,001	0,007	0,806	0,002	<0,001	<0,001	<0,001	0,037	0,011	0,006	0,032	0,006	0,03	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,098	
Intercepto (al 100%)	1,019	1,045	1,112	1,126	1,569	1,135	1,099	1,134	1,12	1,193	1,031	1,169	1,004	1,023	1,077	1,142	1,011	1,067	1,148	1,034	1,548	
Pendiente (al 100%)	0,007	0,008	0,007	0,006	-0,003	0,0085	0,008	0,008	0,007	0,006	0,008	0,006	0,011	0,01	0,008	0,007	0,01	0,006	0,006	0,01	0,001	
<b>NJ v/s LA</b>																						
20%	0,0797	0,339	0,249	0,828	0,805	0,0995	0,77	0,799	0,671	0,953	0,673	0,303	0,97	0,656	0,801	0,713	0,844	0,0633	0,983	0,157	0,0408	
40%	0,176	0,749	0,613	0,918	0,314	0,00158	0,866	0,906	0,838	0,983	0,777	0,73	0,995	0,85	0,92	0,923	0,886	0,474	0,988	0,612	0,00018	
50%	0,263	0,859	0,707	0,989	0,126	0,162	0,79	0,952	0,827	0,985	0,844	0,911	0,995	0,917	0,856	0,979	0,93	0,658	0,969	0,754	0,0274	
60%	0,838	0,907	0,83	0,967	0,231	0,571	0,826	0,955	0,88	0,959	0,792	0,968	0,995	0,935	0,952	0,911	0,956	0,701	0,966	0,871	0,0543	
80%	0,915	0,885	0,882	0,965	0,188	0,877	0,91	0,971	0,92	0,981	0,853	0,993	0,992	0,803	0,893	0,895	0,954	0,865	0,979	0,945	0,234	
100%	0,94	0,916	0,917	0,903	0,0318	0,981	0,897	0,974	0,896	0,967	0,868	0,951	0,993	0,901	0,89	0,957	0,988	0,948	0,984	0,932	0,201	
Valor P (al 100%)	0,006	<0,001	<0,001	0,004	0,886	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,003	0,021	0,005	0,003	0,001	0,057	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,265	
Intercepto (al 100%)	-55,497	-76,634	-73,123	-22,03	107,664	-29,619	-110,829	-52,434	-175,203	-51,416	-86,597	-71,97	-143,178	-50,046	-180,917	-67,119	-92,83	-104,499	-128,858	-89,812	138,301	
Pendiente (al 100%)	3	4,942	3,118	3,118	0,788	4,813	5,928	4,903	7,191	4,498	5,013	4,456	7,143	4,46	6,64	4,984	5,994	5,815	6,279	6,008	3,856	
<b>LA v/s DF</b>																						
20%	0,89	0,425	0,763	0,164	0,955	0,9	0,908	0,92	0,771	0,915	0,93	0,6	0,939	0,891	0,82	0,875	0,472	0,895	0,918	0,709	0,837	0,688
40%	0,737	0,796	0,936	0,814	1	0,794	0,919	0,82	0,815	0,982	0,969	0,556	0,949	0,858	0,778	0,945	0,987	0,769	0,931	0,943	0,789	0,687
50%	0,669	0,937	0,963	0,818	0,882	0,751	0,938	0,817	0,928	0,995	0,981	0,649	0,929	0,757	0,897	0,971	0,994	0,923	0,883	0,838	0,486	0,694
60%	0,603	0,949	0,963	0,899	0,74	0,903	0,942	0,861	0,957	0,986	0,989	0,917	0,93	0,63	0,87	0,911	0,989	0,885	0,943	0,862	0,701	0,545
80%	0,794	0,973	0,9	0,957	0,504	0,934	0,989	0,855	0,937	0,934	0,992	0,889	0,914	0,845	0,985	0,947	0,974	0,819	0,969	0,859	0,754	0,56
100%	0,964	0,947	0,912	0,939	0,783	0,96	0,985	0,958	0,93	0,93	0,984	0,99	0,898	0,963	0,984	0,961	0,984	0,96	0,969	0,943	0,508	0,819
Valor P (al 100%)	0,003	<0,001	<0,001	0,002	0,308	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,008	<0,001	<0,001	0,053	<0,001	0,008	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	<0,001	0,047	0,002
Intercepto (al 100%)	1,147	1,168	1,23	1,161	1,161	1,185	1,252	1,221	1,306	1,248	1,182	1,264	1,222	1,122	1,289	1,236	1,176	1,223	1,273	1,192	1,591	1,154
Pendiente (al 100%)	0,002	0,002	0,0014	0,002	0,0021	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,0013	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,0002	0,003

En esta tabla se puede observar la gran fortaleza y significación de un modelo lineal en la muestra experimental; esto no se da en los controles Random y Objeto. Asimismo, esta fortaleza se incrementa en la medida que el juego avanza, es decir, adquiere más consistencia al haber una mayor interacción entre cognición y problema.

Valores del Análisis de Covarianza  
(ANCOVA)

Registro A

Fuente de Variación	gl	Cuadrados Medios	F	Valor P
Sujetos	11	0,0074397	14,0716276	1,1727E-12
Error	58	0,0005287		

Registro B

Fuente de Variación	gl	Cuadrados Medios	F	Valor P
Sujetos	11	0,00864264	21,0078449	6,782E-18
Error	69	0,0004114		

En este análisis se consideró como Variable Dependiente la DF, Variable Independiente a los Sujetos y como Covariantes el NJ y la LA. Se puede observar que el modelo descriptivo elegido es el adecuado y que existe efecto a partir de los sujetos como fuente de variabilidad.

Valores P a partir del Test de Comparaciones Múltiples  
(Tukey para muestras de distinto tamaño)

Registro A

	Aldo	Alexis	Ángel	Héctor	Luis	María	Nibaldo	Paola	Rodrigo	Virginia	Random	Objeto
	1.352000	1.438750	1.450000	1.486250	1.458750	1.406000	1.435000	1.480000	1.380000	1.425000	1.691250	1.363750
Aldo		0,000126	0,000255	0,000119	0,000119	0,02138	0,000332	0,000119	0,738828	0,000422	0,000119	0,999606
Alexis	0,000126		0,999979	0,006119	0,842223	0,520819	1	0,33892	0,008109	0,996143	0,000119	0,00012
Ángel	0,000255	0,999979		0,735467	0,999998	0,459299	0,999645	0,902876	0,020484	0,971282	0,000119	0,001419
Héctor	0,000119	0,006119	0,735467		0,427801	0,000165	0,094741	1	0,000119	0,001335	0,000119	0,000119
Luis	0,000119	0,842223	0,999998	0,427801		0,027266	0,945156	0,974956	0,000185	0,33591	0,000119	0,000119
María	0,02138	0,520819	0,459299	0,000165	0,027266		0,819962	0,00166	0,817741	0,97502	0,000119	0,166408
Nibaldo	0,000332	1	0,999645	0,094741	0,945156	0,819962		0,221248	0,053061	0,999973	0,000119	0,002811
Paola	0,000119	0,33892	0,902876	1	0,974956	0,00166	0,221248		0,000122	0,053061	0,000119	0,000119
Rodrigo	0,738828	0,008109	0,020484	0,000119	0,000185	0,817741	0,053061	0,000122		0,108681	0,000119	0,992676
Virginia	0,000422	0,996143	0,971282	0,001335	0,33591	0,97502	0,999973	0,053061	0,108681		0,000119	0,001335
Random	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119	0,000119		0,000119
Objeto	0,999606	0,00012	0,001419	0,000119	0,000119	0,166408	0,002811	0,000119	0,992676	0,001335	0,000119	

Registro B

	Aldo	Alexis	Ángel	Héctor	Luis	María	Nibaldo	Paola	Rodrigo	Virginia	Random	Objeto
	1.383750	1.355000	1.430000	1.406250	1.454000	1.446000	1.347143	1.411429	1.464286	1.402500	1.691250	1.363750
Aldo		0,385081	0,009509	0,542492	0,000151	0,000534	0,05092	0,326449	0,000118	0,785255	0,000118	0,709957
Alexis	0,385081		0,000119	0,002429	0,000118	0,000118	0,999938	0,000588	0,000118	0,006792	0,000118	0,999822
Ángel	0,009509	0,000119		0,673189	0,772462	0,982821	0,000118	0,908354	0,154325	0,454094	0,000118	0,000133
Héctor	0,542492	0,002429	0,673189		0,019047	0,103694	0,000154	0,999998	0,000173	1	0,000118	0,004419
Luis	0,000151	0,000118	0,772462	0,019047		0,99997	0,000118	0,059422	0,999651	0,007747	0,000118	0,000118
María	0,000534	0,000118	0,982821	0,103694	0,99997		0,000118	0,251039	0,954343	0,048968	0,000118	0,000119
Nibaldo	0,05092	0,999938	0,000118	0,000154	0,000118	0,000118		0,000123	0,000118	0,000271	0,000118	0,926313
Paola	0,326449	0,000588	0,908354	0,999998	0,059422	0,251039	0,000123		0,000501	0,99955	0,000118	0,002261
Rodrigo	0,000118	0,000118	0,154325	0,000173	0,999651	0,954343	0,000118	0,000501		0,000131	0,000118	0,000118
Virginia	0,785255	0,006792	0,454094	1	0,007747	0,048968	0,000271	0,99955	0,000131		0,000118	0,014147
Random	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118	0,000118		0,000118
Objeto	0,709957	0,999822	0,000133	0,004419	0,000118	0,000119	0,926313	0,002261	0,000118	0,014147	0,000118	

Los resultados de este test evidencian las diferencias de Random y Objeto respecto a la muestra experimental.

En un análisis más detallado se puede observar aquellos sujetos que, comparados a los demás, presentaban mayores diferencias. Por ejemplo, Aldo en el Registro A, y Alexis, Nibaldo y Rodrigo, en el Registro B, mostraron las mayores diferencias.

**Tabla 10**

Valores P en el Test T para Muestras Pareadas

	<b>Aldo</b>	<b>Alexis</b>	<b>Ángel</b>	<b>Héctor</b>	<b>Luis</b>	<b>María</b>	<b>Nibaldo</b>	<b>Paola</b>	<b>Rodrigo</b>	<b>Virginia</b>
Número de Jugadas	0,221243	0,3689	0,1869	0,0032*	0,5885	0,6976	0,0765	0,428757	0,0894	0,3092
Longitud Acumulada	0,526213	0,1061	0,8917	0,0099*	0,4076	0,978	0,1166	0,725757	0,1554	0,6198
Dimensión Fractal	0,72216	0,1277	0,4929	0,0138*	0,5863	0,4184	0,072	0,611155	0,1516	0,767
				* p<0,05 Cambio						

Este análisis se realiza comparando los valores de las variables NJ, LA y DF de la muestra experimental al 100% del juego, con el objeto de determinar si hay cambios significativos en los Registros B en relación a los Registros A de cada sujeto.

De la muestra de diez sujetos sólo Héctor cambia significativamente ( $p < 0,05$ ) en sus tres variables. Nibaldo cambia en sus variables NJ y DF, pero con una menor significatividad ( $p < 0,08$ ).

Gráfico 1

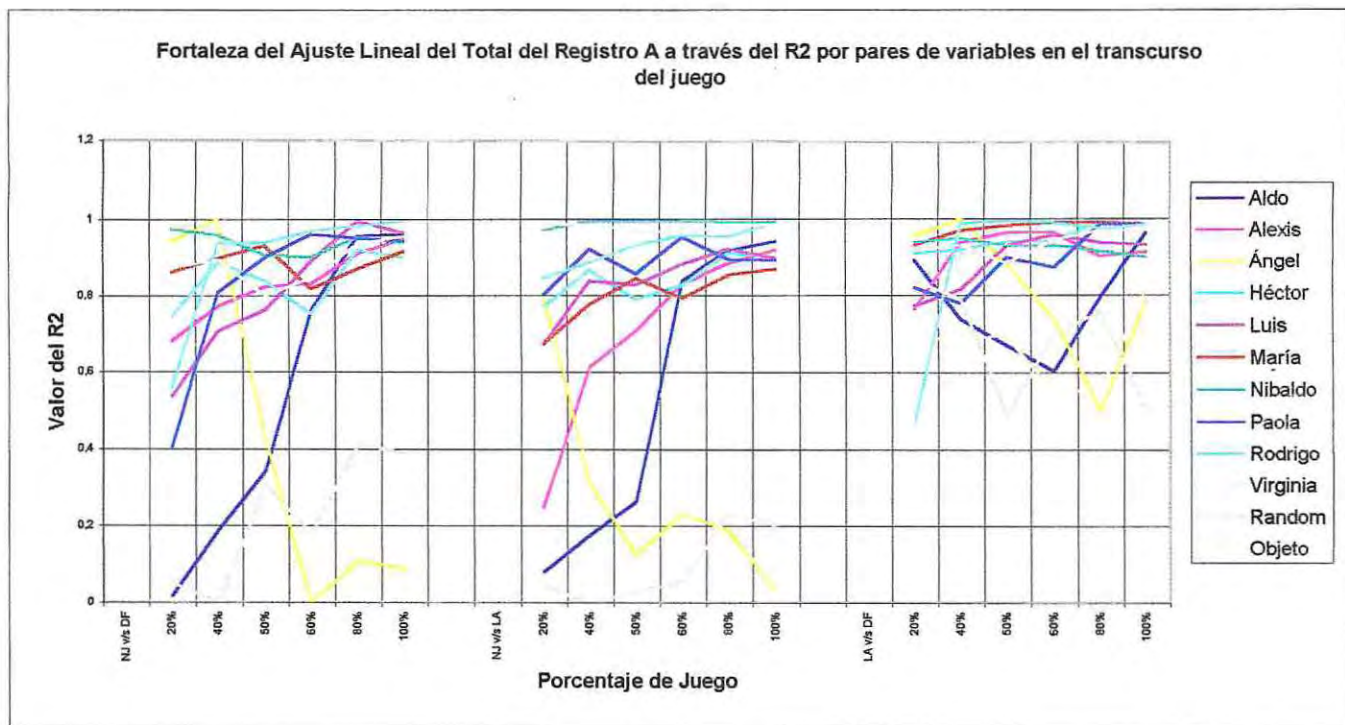


Gráfico 2

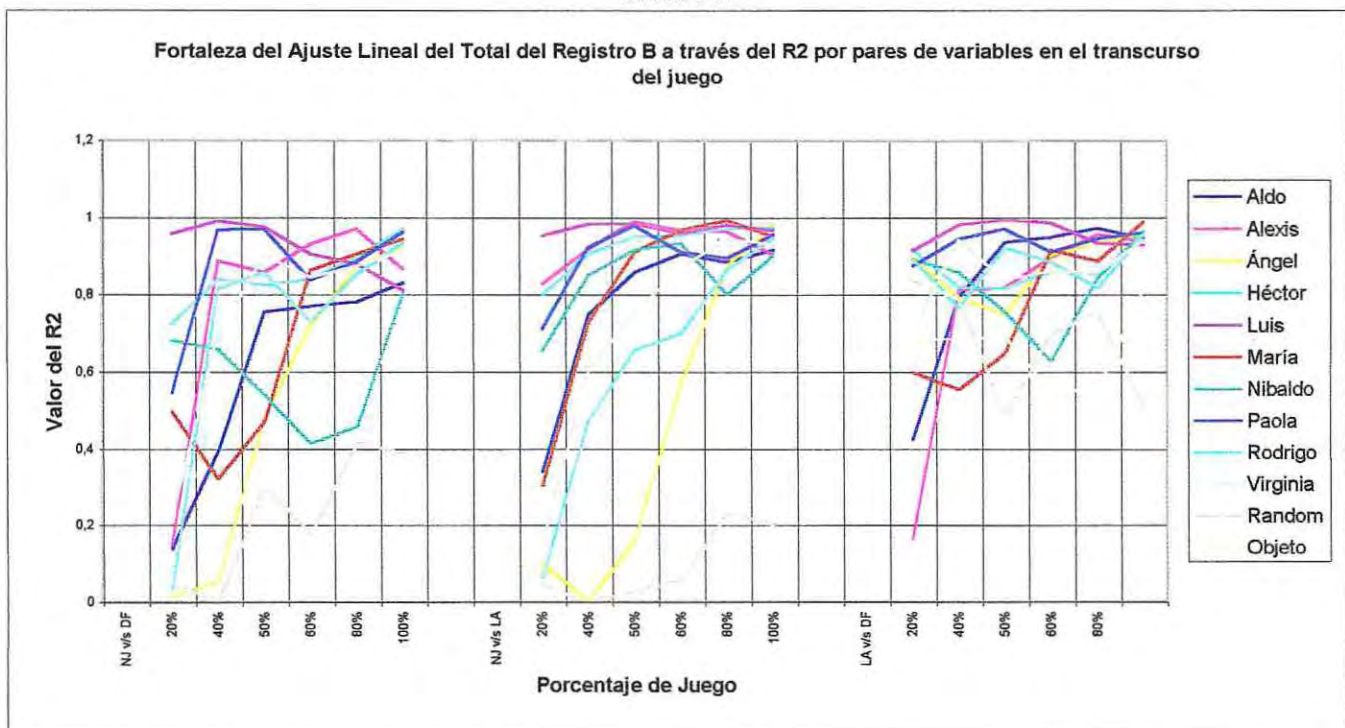


Gráfico 3

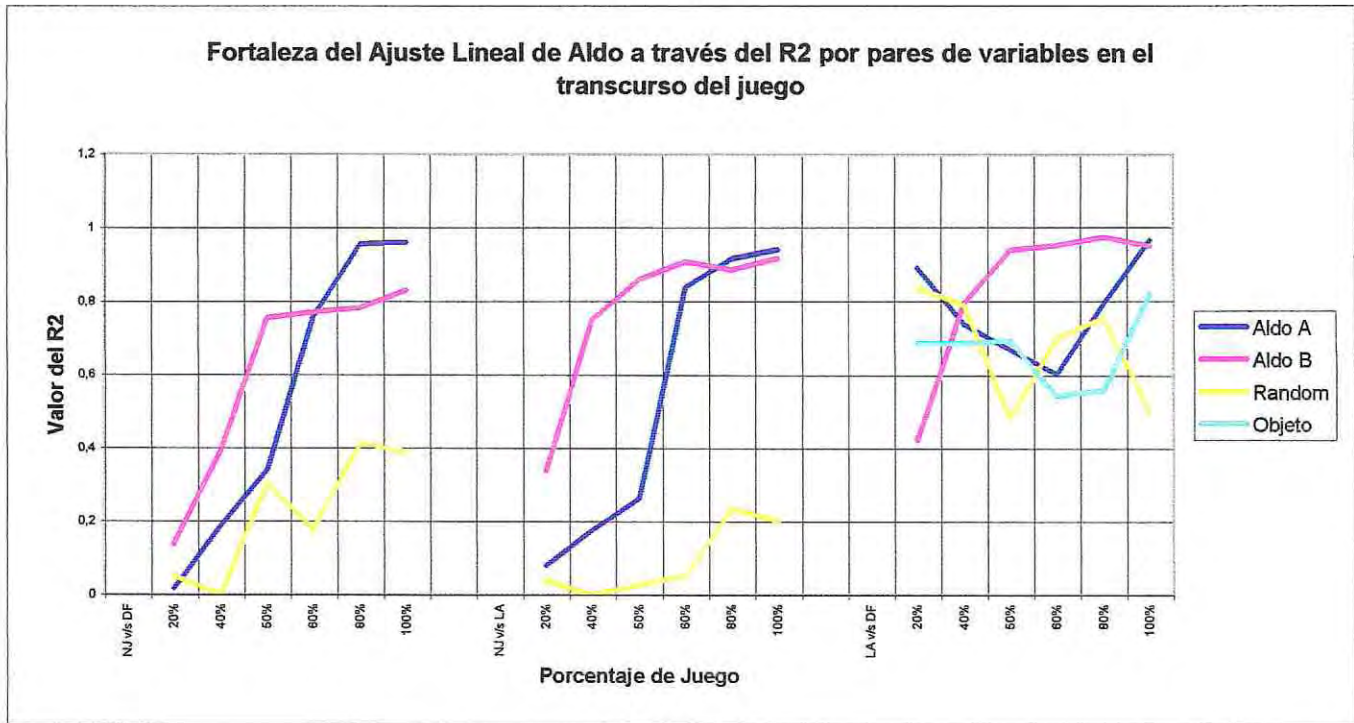


Gráfico 4

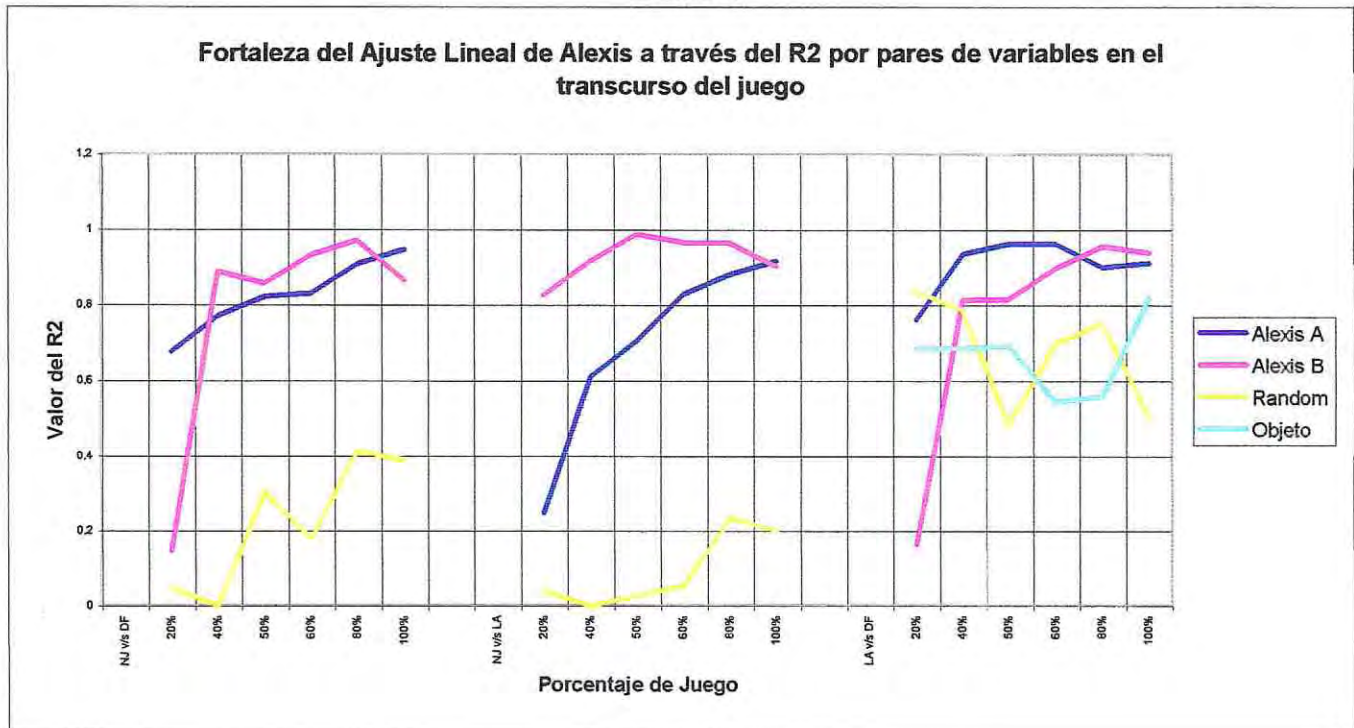


Gráfico 5

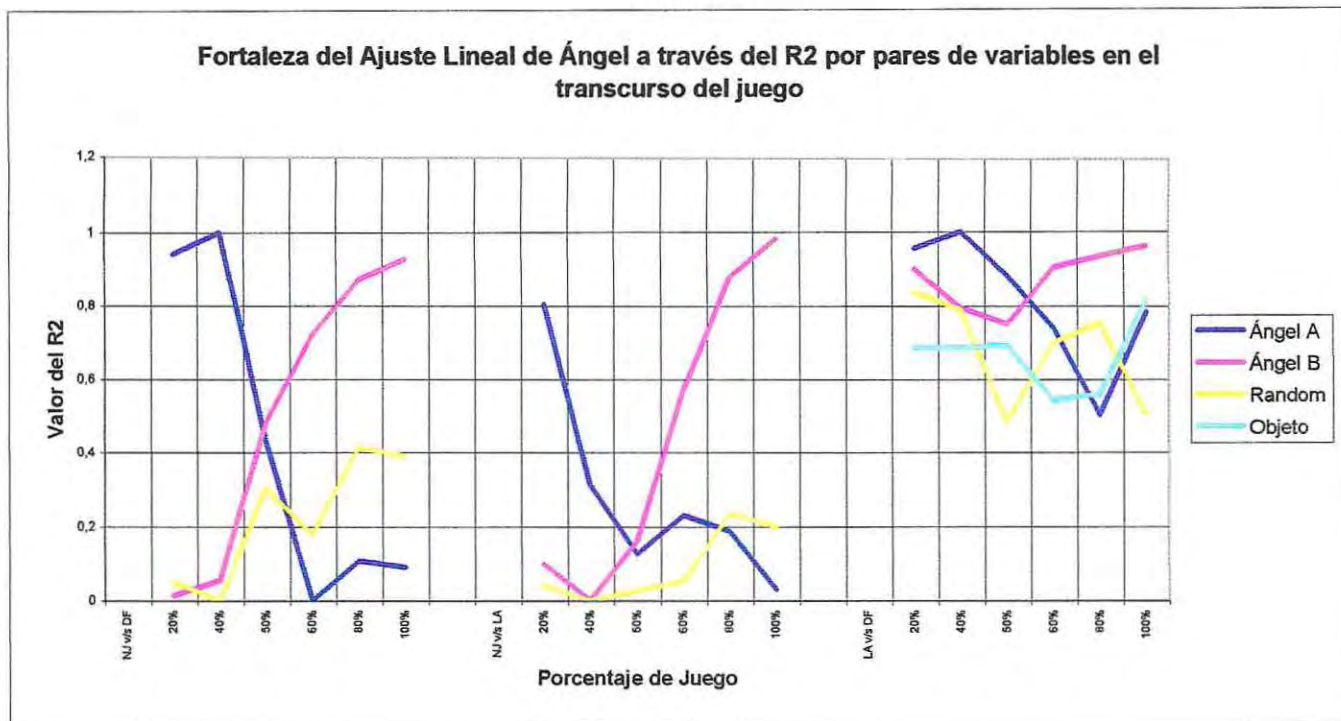


Gráfico 6

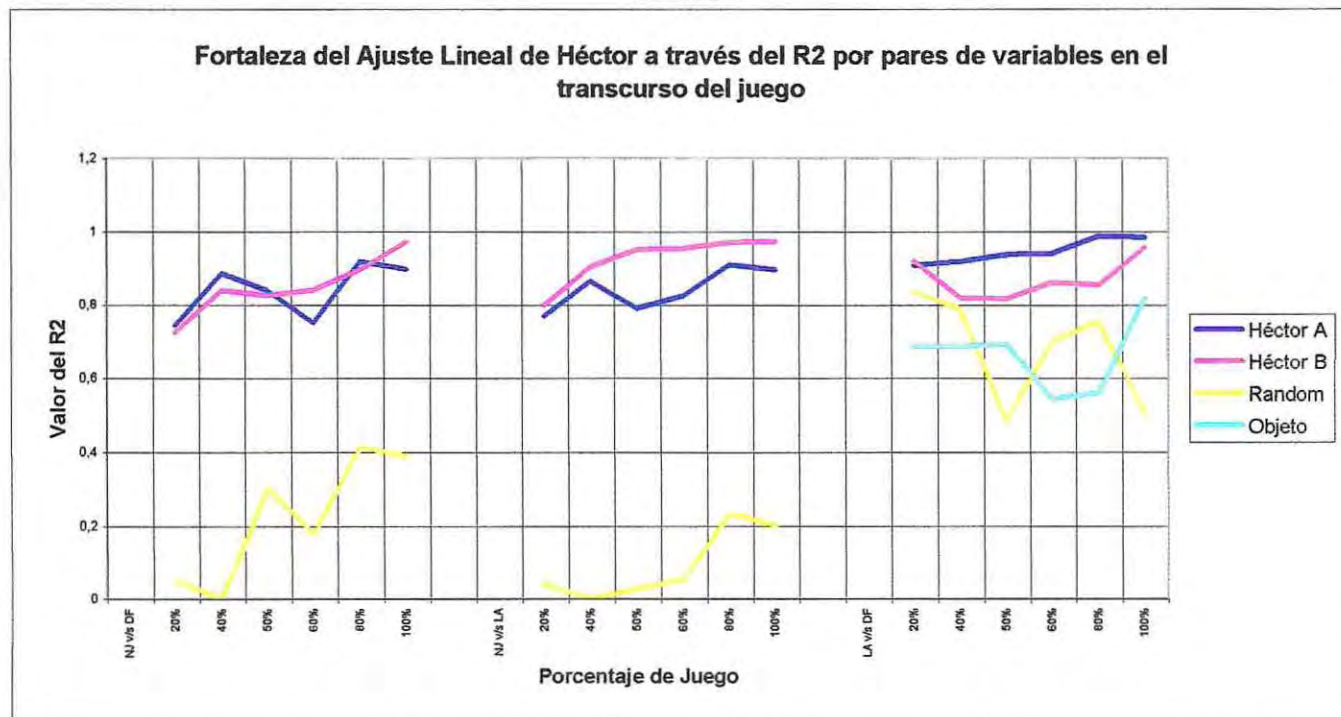


Gráfico 7

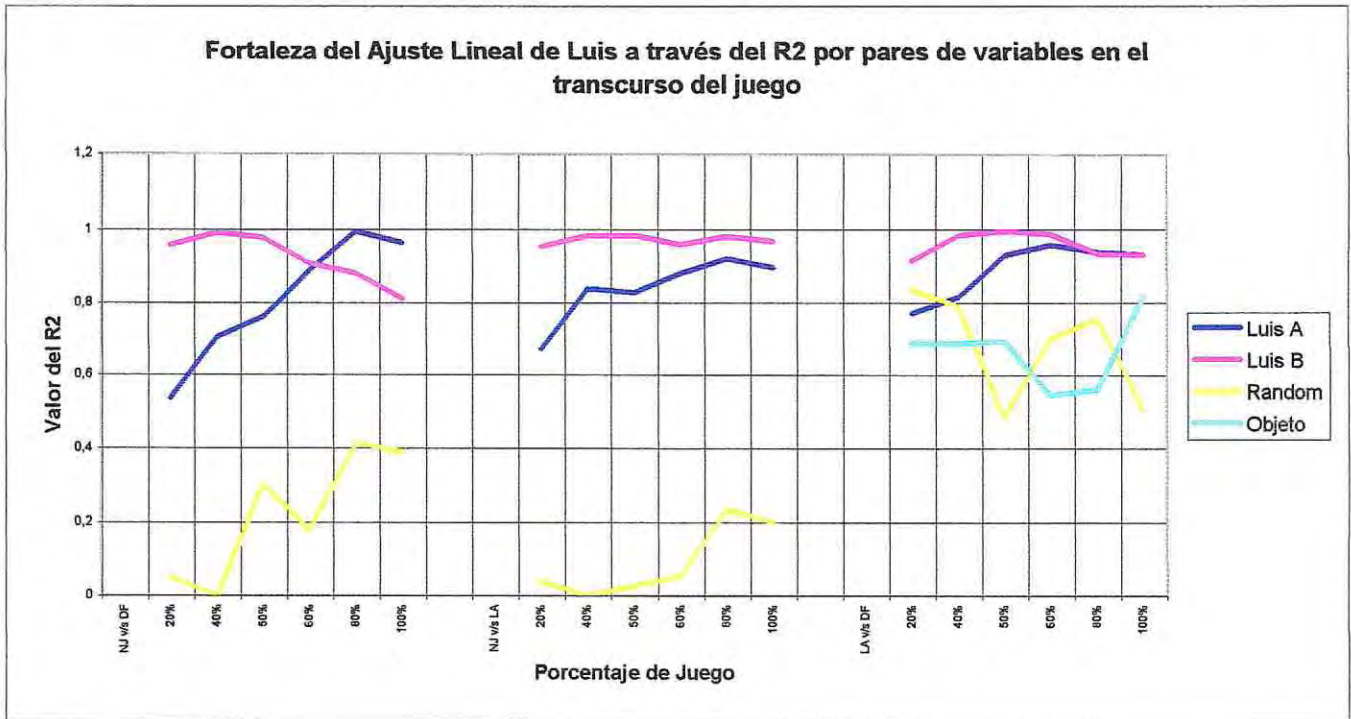


Gráfico 8

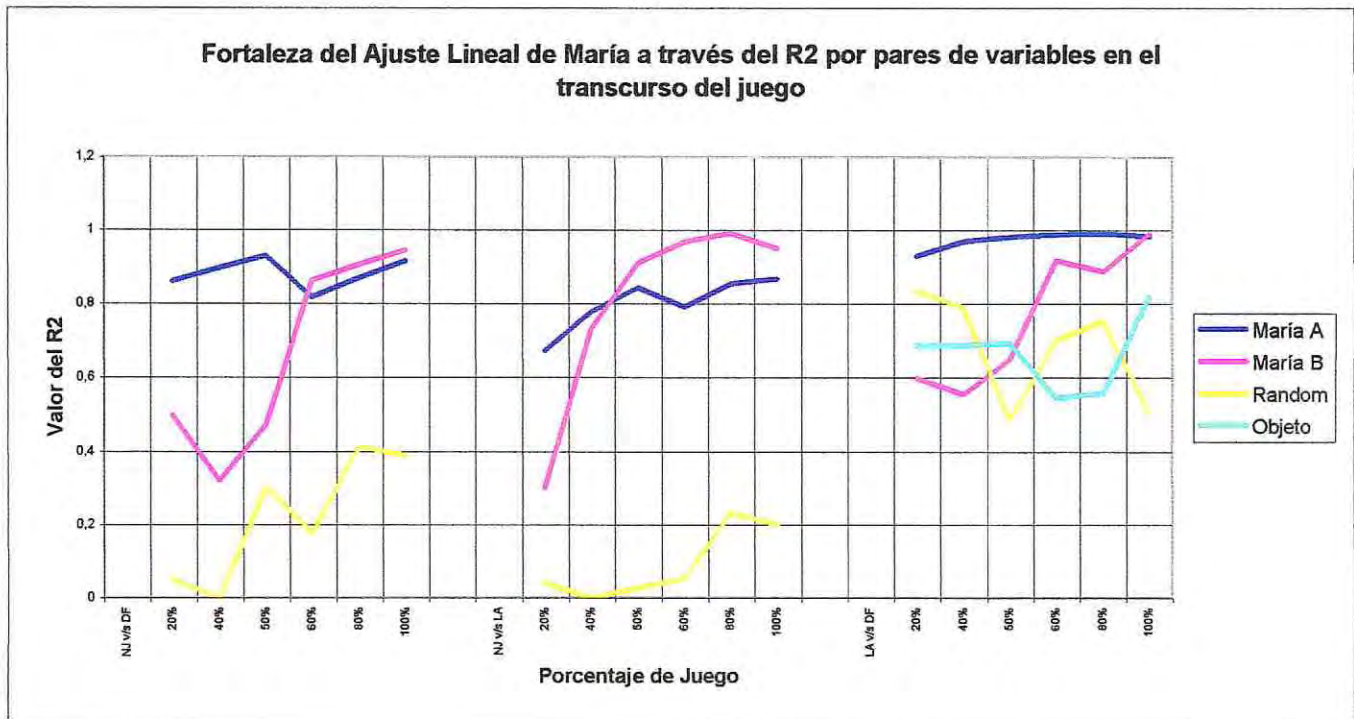


Gráfico 9

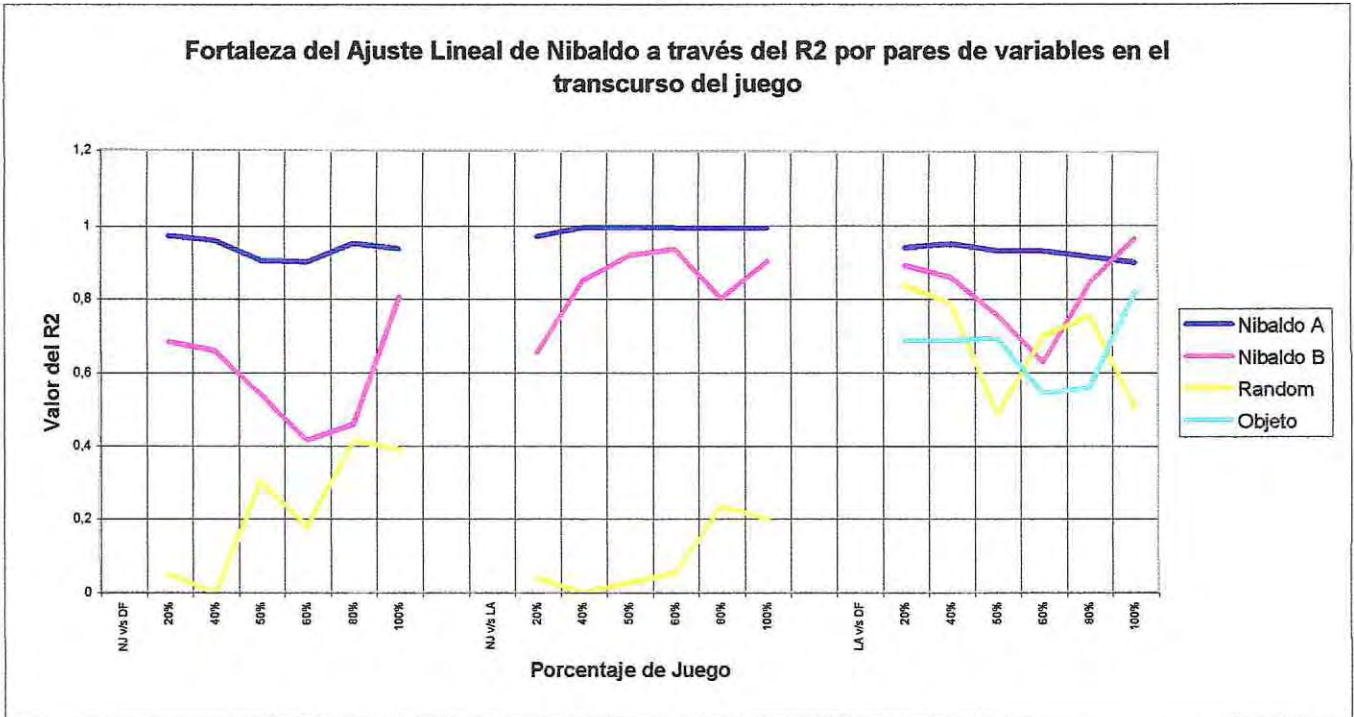


Gráfico 10

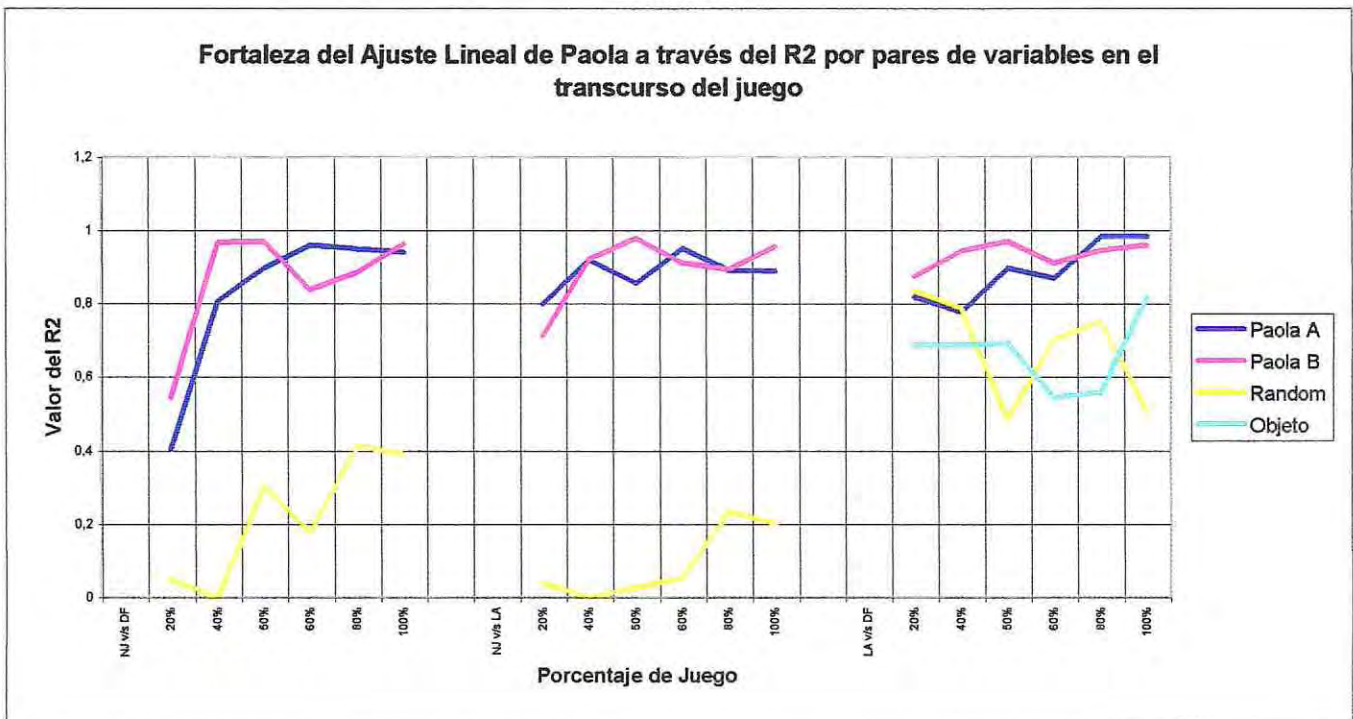


Gráfico 11

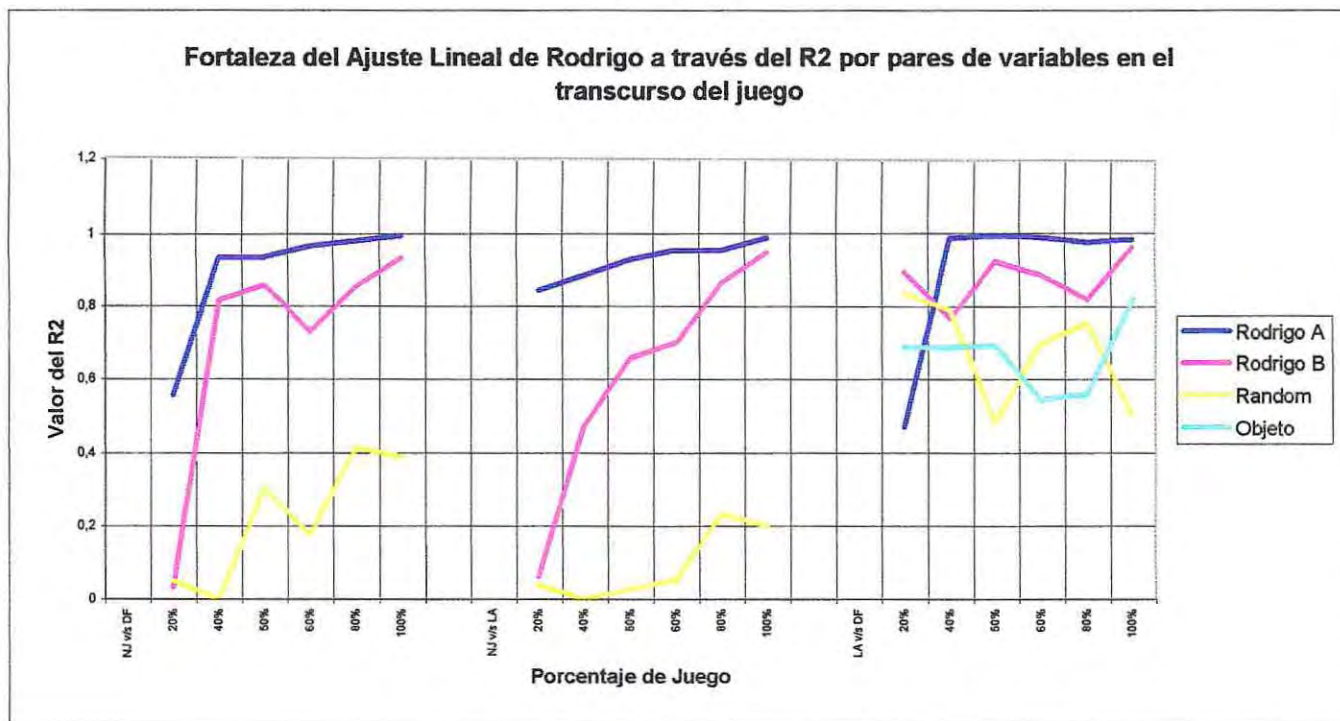


Gráfico 12

