



Universidad de Valparaíso

Facultad de Ciencias

Instituto de Matemáticas

Propuesta metodológica para el análisis de las representaciones mentales y aprendizaje significativo de las funciones:

PROME-ARMYAS

Seminario de título para optar al Título de Profesor de Matemáticas con Mención en Didáctica y al grado de Licenciado en Educación.

Alumnas: Macarena Bustamante Acosta-Katherine Torrejón Ramírez

Profesor Guía: Dr. Carlos Silva Córdova

Valparaíso, Chile

2016

AGRADECIMIENTOS

Macarena Bustamante:

En esta oportunidad quiero hacer un agradecimiento especial a mi madre, quien ha sido un apoyo fundamental durante todo mi proceso académico; a través de todo mi proceso en el día a día la podía observar en mis pensamientos, me preguntaba cómo había sido capaz de levantarse y ser valiente frente a cada dificultad que se atravesaba en el camino, me preguntaba cómo se puede llorar libremente sin ser descubierta por quienes te rodeaban, me preguntaba cómo es posible vivir por la felicidad de otros y olvidarse de la propia, todo lo que me preguntaba me ayudaba afirmar mis pasos, mi cansancio, mis desveladas, mi familia, mis quehaceres, todo tenía sentido gracias a ella, es y será un referente de esfuerzo y superación. Todo lo que soy tiene un significado, la vida a su lado me ha enseñado que nada de lo que encontremos a nuestro alrededor va a ser fácil de entender y superar, pero vale la pena no rendirse jamás. Hoy ya al término de ser una estudiante universitaria, el entusiasmo me embarga, sé que muchas experiencias tienen que venir como docente y espero poder compartirlas con mi madre.

Agradecer a mi esposo por su constante apoyo, ese apoyo que contiene lágrimas, que busca la permanente felicidad del otro, ese apoyo que tiene relación con un sentimiento que es difícil de describir, más bien es de sentir, es esa palabra que muchos la mencionan y creen sentirlo, el amor, todo cuanto puedo agradecerle a Daniel, es su incondicional amor.

A todos los familiares que me brindaron su apoyo y ayuda incondicionalmente, un agradecimiento especial a mis suegros, quienes me alentaban tanto con sus palabras como con sus gestos llenos de amabilidad, imposible olvidar las frases de mi suegra “maquita tomaste desayuno” o “maquita almorzaste”, ella al igual que mi madre, mujer de esfuerzo y superación.

En el ámbito académico debo agradecer a todos los docentes que tuve el privilegio de conocer y sentir su apoyo, tanto del área científico como en el área pedagógico,

cada uno de ellos sin duda apporto algún significado a mi desarrollo profesional. Por otro lado a mis amigas y compañeras, no tengo palabras para agradecerles su incondicional apoyo y muestras de afecto, todo lo que hicieron por mí no tengo como retribuirlo económicamente, me quedo con su esfuerzo, superación, compasión, respeto, humildad y cariño por aquellos que las rodean, nunca podré olvidarlas, gracias.

Mi último agradecimiento va dirigido a esa persona que tuve el privilegio de conocer durante todo este año, una persona que lograba el complemento perfecto entre risas y trabajo, una persona que dota de gran trayectoria, llena de esfuerzo, siempre atento a nuestras dudas, siempre dispuesto a atendernos fuera del horario establecido. Me alentaba en cada proceso y me mostraba todas mis aptitudes, rescatando lo mejor de mí, porque sin conocernos con anterioridad se ha ganado mi respeto y admiración, GRACIAS PROFESOR CARLOS SILVA.

Solo puedo añadir “Todo lo que soy, aunque no lo merezco el Señor me lo ha permitido, lo que él entrega en mis manos, sea para alabarlo y hacer crecer su obra, gracias Dios por tenerme en tus manos y nunca alejarte de mi lado, la gloria sea para Ti”

Katherine Torrejón:

Antes que a todos quiero agradecer a DIOS por su infinito amor y por todas esas veces que me sentí caer y él siempre me dio las fuerzas para seguir adelante.

Quiero agradecer a mi familia por su apoyo incondicional, a mis padres porque gracias a ellos soy como soy, porque sin duda sin su apoyo ni sus consejos no estaría en donde estoy, en especial quiero agradecer a mi madre por inculcarme desde pequeña la importancia que tiene la educación, porque siempre me alentó con frases como: “querer es poder”, porque sé que este logro no es sólo mío, sino que suyo, además por su inmenso amor y comprensión. A mi hermana, por estar preocupada de mí, por preguntarme algo tan simple de cómo estoy y estar siempre acompañado de un “¡ánimo, yo sé que tú puedes!”.

A otra persona que quiero agradecer es a mi pareja, el amor de mi vida, mi amigo, mi compañero, mi confidente, mi amante, mi todo, al hombre que siempre estuvo conmigo acompañándome en este largo proceso, al que soportó todos mis malos humores y mis momentos de estrés, al que siempre tuvo esas palabras de aliento justas que me daban las energías para seguir, por confiar y creer siempre en mí, por su infinita ayuda en lo que fuese que necesitara, por ser mi radio taxi cuando más necesite viajar de un lado a otro, para cumplir con mis horarios de trabajo después de cada desvelo por trabajar en la tesis, por su apoyo moral y presencial y por sobre todo por su enorme comprensión y amor, gracias Jairo Pérez por formar parte de mi vida.

Gracias a mis colegas, por su comprensión y ayuda en el colegio, por apoyarme en mis momentos de histeria y por ser tan considerados. Gracias a mi profesor guía por la paciencia, las bromas y por hacernos presión para poder terminar en el tiempo adecuado.

RESUMEN

La propuesta que se presenta, es una investigación que consiste en la aplicación de cuatro talleres a estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media, dichos talleres son aplicados en horario de clases al grupo seleccionado; antes y después de la intervención los estudiantes deben realizar un test.

La propuesta metodológica además de los análisis relevantes para la investigación proporciona a los estudiantes herramientas para modificar las representaciones existentes, por medio de situaciones cercanas a ellos -problemas cotidianos-, de tal forma se pretende que los conceptos tratados puedan ser parte de un aprendizaje significativo, potenciándolo con un mapa conceptual al término de la propuesta.

En esta propuesta metodológica los estudiantes seleccionados de Cuarto Año Medio del Liceo Eduardo de la Barra expondrán las representaciones mentales que tienen respecto a ciertas funciones; a través de los análisis se podrá verificar si ellas eran las apropiadas, por otra parte se identificará si existe aprendizaje significativo o no; es decir la propuesta metodológica busca el análisis de las representaciones mentales y aprendizaje significativo de las funciones, que abreviada se ha llamado PROME-ARMYAS.

ABSTRACT

The proposal presented is an investigation that involves applying the four workshops to students in the fourth year of high school, these workshops are applied in times of current year class to the selected group; before and after intervention students must take a test.

The proposed methodology besides the analysis relevant to the investigation provides students with tools for modifying existing representations, through situations close to them, everyday problems, so it is intended that the concepts discussed can be part of a significant learning, empowering them with a conceptual map at the end of the proposal.

This methodological proposal selected students of fourth through the Liceo Eduardo de la Barra exhibited mental representations with respect to certain functions; through the analysis can be verified if they were appropriate, moreover identify whether there is significant learner or not, that is the methodological proposal seeks analysis of mental representations and meaningful learning functions, which has been called abbreviated PROME-ARMYAS.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	2
RESUMEN.....	5
ABSTRACT	6
INTRODUCCIÓN.....	9
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.1 Planteamiento del problema.....	12
1.2 Fundamentación del problema	13
1.3 Importancia del problema.....	14
1.4 Formulación del problema	15
CAPÍTULO II: OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	17
2.1 Objetivos generales:.....	17
2.2 Objetivos específicos:.....	17
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO	19
3.1 Representaciones mentales:	19
3.1.1 Autores vinculados:.....	19
3.2 Aprendizaje Significativo:	25
3.2.1 Autores Vinculados:	25
3.2.2 Aprendizaje significativo versus aprendizaje mecánico	28
3.2.3 Mapas conceptuales en el Aprendizaje significativo:	29
3.3 Funciones:.....	35
3.3.1 Concepto de Función:	35
3.3.2 Definiciones de funciones tratadas en la PROME-ARMYAS:	37
3.3.3 Representaciones de las funciones:	38
CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO	43
4.1 Tipo de la Investigación.....	43
4.1.1 Definiciones:	43
4.2 Tipo de Estudio	44
4.3 Variables Investigadas	45
4.4 Unidad de Análisis.....	49

4.4.1. Universo.....	49
4.4.2. Población	50
4.4.3 Muestra.....	50
4.4.4 Tipo de Muestreo	53
CAPÍTULO V: PROPUESTA METODOLÓGICA.....	55
5.1 Nombre del taller:	55
5.2 Diseño de la Investigación:.....	55
5.2.1 Instrumento de Medición.....	57
5.3 Metodología:.....	59
5.3.1 En cuanto a las Variables Cualitativas.....	59
5.3.2 En cuanto a las Variables Cuantitativas.....	60
5.4 Presentación de la propuesta metodológica.....	62
5.4.1 Planificación de las clases intervenidas.....	62
5.4.2 Guión Metodológico	64
CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.....	68
6.1 Con respecto a las Variables cualitativas	68
6.1.1 Test inicial y final.....	68
6.1.2 Talleres de Intervención.....	87
6.2 En cuanto a las variables cuantitativas.....	95
6.2.1 Efecto en el Rendimiento	95
6.2.2 Efecto en el Aprendizaje	96
CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES FINALES.....	123
7.1 Conclusiones.....	123
BIBLIOGRAFÍA.....	127
LINKOGRAFÍA	129
ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS	130
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	131
ANEXOS (CD).....	132

INTRODUCCIÓN

En cada circunstancia vivida sea un problema o una situación cualquiera, las personas, es decir los seres humanos hacemos conexiones en nuestra mente; inevitablemente nuestro cuerpo nos obliga a pensar, en otras palabras sacar conclusiones de las circunstancias vividas, lo curioso es que poca veces esas conclusiones a las que se llegan son las esperadas por nuestros pares, por eso las relaciones que tenemos con nuestro entorno se vuelven en ocasiones complejas; queremos expresar alguna idea, pero esa idea no llega como esperábamos a la otra persona, nos complicamos en nuestro lenguaje porque esperamos día a día que nuestras ideas, conversaciones, pensamientos y emociones no se mal interpreten, eso es lo que finalmente hace nuestra mente, interpreta lo que escucha a través de diferentes vivencias.

Ahora si la mente actúa en todas las experiencias vividas, por qué no deberíamos considerarla en la experiencia que vive cada alumno al enfrentarse con un profesor que enseña matemáticas, es decir ¿Los conceptos matemáticos que se exponen en una sala de clases deberían llegar a todos los estudiantes de la misma forma?, ¿Cada alumno debería en su mente concluir lo mismo frente al objeto en estudio?, así nace la inquietud de analizar cómo los estudiantes representan algunos conceptos matemáticos, para ésta investigación es el tema de funciones. Existe la inquietud de descubrir o tener un acercamiento a las representaciones mentales de los estudiantes, al ser expuestos a una propuesta metodológica que tiene variables cualitativas y también tener la oportunidad de reconocer en los estudiantes un aprendizaje significativo, a través de las variables cuantitativas, relacionadas con situaciones de la vida cotidiana.

La investigación específicamente pretende hacer el siguiente análisis: ¿Cómo los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media representan algunas funciones al relacionarlas con situaciones de la vida cotidiana?, además se podrá verificar si hubo un progreso en cuanto a los conceptos tratados, verificando si existe o no aprendizaje significativo.

Con la finalidad de lograr lo expuesto en el párrafo anterior es que se ha diseñado una propuesta metodológica para el análisis de las representaciones mentales y aprendizaje significativo de las funciones, que abreviado se ha llamado PROME-ARMYAS, dicha abreviación es la utilizada a lo largo de la presente investigación.

La investigación se ha dividido en siete capítulos, que abarcan de manera completa los pasos que se llevaron a cabo. En el primer y segundo capítulo se plantea el problema y los objetivos de la investigación, que tienen estrecha relación con lo mencionado en el párrafo tres. En el capítulo tres se abarca toda la teoría que sustenta la investigación, es decir diferentes autores que dan sustento a los temas a tratar en la PROME-ARMYAS. Llegando al capítulo cuatro se hace referencia al tipo de investigación y estudio, es aquí donde se analizan las variables a trabajar, por un lado las variables cualitativas son las que le permiten a la PROME-ARMYAS hacer preguntas abiertas, justificaciones escritas y realización de mapas conceptuales, por otro lado se incluyen las variables cuantitativas, que permiten reflejar los avances en el aprendizaje, producto de la intervención. Luego en el capítulo cinco se hace referencia a la propuesta metodológica, donde se refleja el diseño, la metodología y la presentación, a través de diferentes figuras y tablas. Ya casi al termino en el capítulo seis se hace un detalle de los análisis producto de la recolección de datos que la PROME-ARMYAS arrojó, es aquí donde se visualiza las reflexiones de los alumnos y sus progresos. Y ya al final en el capítulo siete se establecen diferentes conclusiones a partir de las experiencias vividas al implementar la PROME-ARMYAS en alumnos de Cuarto Año de Enseñanza Media.

CAPÍTULO I:

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

A lo largo del proceso educativo universitario, se pueden identificar diferentes falencias que tienen los estudiantes de primer año de universidad al interpretar algunas funciones, evidenciando en la mayoría de los casos que no existe aprendizaje significativo de este contenido matemático, así lo afirmaban las experiencias aportadas por el entorno en el que nos desenvolvíamos como estudiantes universitarias, dichas interpretaciones tienen relación con las experiencias que se vivieron durante la enseñanza media y cómo esas experiencias fueron representadas mentalmente.

El concepto de función se trabaja en enseñanza media en todos los niveles, desde primero a cuarto medio, ellas se relacionan a diario con situaciones observables y están presentes en el entorno, la función exponencial por ejemplo se incluye en algunos ramos a nivel universitario y tiene diferentes aplicaciones como economía, biología, crecimiento, decrecimiento y modelación matemática, a raíz de esto nace la inquietud por analizar si los estudiantes de cuarto año de enseñanza media relacionan situaciones de la vida cotidiana con algunas funciones, considerando que las representaciones mentales permiten un acercamiento a las interpretaciones que los alumnos poseen, es que se diseña una propuesta metodológica, que incluye situaciones para dicho análisis y por otro lado a fin de que los alumnos logren un aprendizaje significativo de las funciones analizadas, se plantean diferentes problemas donde pueden adquirir o recordar las características fundamentales de las representaciones de funciones, se considera relevante para el aprendizaje significativo que los estudiantes al final de la propuesta sean capaces de crear un mapa conceptual.

La propuesta metodológica para el análisis de las representaciones mentales y aprendizaje significativo de las funciones se ha denominado: PROME-ARMYAS.

1.2 Fundamentación del problema

En la trayectoria educativa, se aprecia la carencia por analizar cuáles o cómo son las representaciones mentales que los estudiantes van creando de ciertas áreas o conceptos en las ciencias, al parecer no tiene un valor significativo en la actualidad sacar conclusiones de cómo al relacionarnos con nuestros pares procesamos información que llega a formar parte de un modelo mental, es decir los estudiantes (personas) interactúan con el mundo formándose modelos mentales de él a partir del procesamiento de la información que disponen; constituyéndose así el principio básico de la psicología cognitiva que considera la mente como un sistema procesador de la información (Johnson-Laird 1983).

A partir de lo expuesto anteriormente es que se torna relevante analizar cómo los estudiantes están representando mentalmente ciertas situaciones, conceptos y teoremas, dicho de otra forma el análisis oportuno de qué representan los estudiantes en sus mentes de un concepto entregado en el aula, permite adecuar las técnicas aplicadas para reparar o fortalecer los fenómenos que se originan; cabe mencionar que la mente actúa como un sistema simbólico, por lo tanto puede construir símbolos y manipularlos dentro de varios procesos cognitivos (Johnson-Laird, 1990), por lo tanto estos procesos son los responsables de generar modelos de trabajo que servirán para explicar y comprender determinados conceptos.

Indistinto de la etapa educativa en la que se encuentren los estudiantes, a diario procesan mentalmente situaciones o problemas, producto de la interacción a la que están expuestos, pero las representaciones mentales que se llegan a establecer no necesariamente son las esperadas por los que transmiten la información, pero cómo se podría establecer una conexión con esos modelos mentales, esa inquietud es a la que se le debería prestar atención, de hecho *“hay importantes lagunas entre lo que está representado en la mente de un individuo y el significado usual de las palabras y otros signos, pues sistemas lingüísticos y semióticos no tienen por finalidad expresar exactamente lo que cada individuo tiene en mente cuando enfrenta una situación,*

seleccionando y procesando la información (Vergnaud 1998, p. 176)”, si esas interacciones se llevan a una sala de clases, el docente espera que los estudiantes entiendan (procesen) la información entregada de cierta forma, pero en realidad no se verifica cuál fue el fenómeno que se originó como representación mental en cada alumno, asumiéndose que la idea o concepto fue almacenada de forma correcta.

Diferentes estudios han revelado la importancia de encontrar respuestas frente a las dificultades que se observan a diario en la salas de clases, dificultades que tienen que ver con el procesamiento adecuado de información, específicamente en ciencias, cómo los estudiantes representan ciertos conceptos, teoremas, situaciones, etc. En la actualidad la investigación educativa deja clara la necesidad de analizar el conocimiento que tiene el alumno desde una perspectiva psicológica, debido a la complejidad que se observa a diario en el aprendizaje, a pesar del apoyo desde la escuela, es preciso que el docente sea capaz de comprender, explicar y predecir qué es lo que ocurre con los estudiantes, el acercamiento más cercano es descender al terreno psicológico, así lo confirman Palermo, Marrero y Moreira en un investigación en el año 2001.

A través de nuestra propuesta metodológica analizaremos cómo los estudiantes de cuarto año de enseñanza media están representando mentalmente ciertas funciones, verificando si hay modelos mentales que relacionen dichas funciones, se considera a su vez la posibilidad de que los estudiantes interactúen entre sí, para tener una gama de posibilidades que les ayuden a traer una idea-ancla de apoyo; es relevante que los estudiantes usen modelos mentales como apoyo de nuevos conceptos, al hacer uso de ellos se habla de un modelo mental significativo, que conlleva a un aprendizaje significativo (Ausubel, 1918-2008), cuyo concepto está latente en la educación actual.

1.3 Importancia del problema

Para enfrentar el hecho de que los estudiantes tienen representaciones mentales variadas respecto a las funciones, se propone una herramienta de trabajo para el

docente, que tiene relación con el análisis y la adecuada interpretación de un concepto matemático, procurando el logro de un aprendizaje significativo, es decir, de la PROME- ARMYAS se puede desprender lo siguiente:

- A través de los análisis, establecer el tipo de representaciones mentales de los estudiantes con respecto a la funciones.
- A través de los análisis verificar la existencia de aprendizaje significativo en el ámbito de las funciones.
- Ayuda para el docente como herramienta de trabajo en aula.
- Ayuda a los estudiantes a vivir una experiencia diferente en el ámbito matemático, obteniendo un aprendizaje significativo.
- Los estudiantes que ingresan a la universidad, podrán reconocer algunas funciones, pudiendo ocupar este conocimiento previo, para entender nuevos conceptos relacionados con éste.
- Se insta a la constante investigación de las representaciones mentales en el área de las matemáticas en cualquier nivel educativo.

1.4 Formulación del problema

¿Cuáles son las representaciones mentales de ciertas funciones que tienen los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media?

¿Se reconoce en los estudiantes de Cuarto año de Enseñanza Media un aprendizaje significativo de ciertas funciones a través de la PROME-ARMYAS?

CAPÍTULO II: OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO II: OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

2.1 Objetivos generales:

- Diseñar una propuesta metodológica para el análisis de las representaciones mentales y aprendizaje significativo de las funciones.
- Aproximar las representaciones mentales de las funciones, por parte de los estudiantes escogidos, para la intervención con la propuesta metodológica.
- Reconocer en los estudiantes, un progreso en cuanto al aprendizaje significativo de las funciones.

2.2 Objetivos específicos:

- Analizar las representaciones mentales que tienen los estudiantes de las funciones expuestas en la PROME-ARMYAS.
- Aplicar talleres de trabajo en los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media y analizar los resultados.
- Evaluar los resultados obtenidos desde la perspectiva del aprendizaje significativo.

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

3.1 Representaciones mentales:

Para el análisis que la PROME-ARMYAS realiza sobre las representaciones mentales es fundamental hacer referencia a los conceptos o teorías que respalden los resultados de la investigación.

3.1.1 Autores vinculados:

A continuación se dará un detalle de algunos autores que se encontró relevante analizar para el desarrollo de la investigación, siendo ellos la base para las interpretaciones.

A. *Vergnaud:*

Plantea que constantemente se van generando construcciones mentales del conocimiento, que suelen en ocasiones parecerse a la realidad, bajo esta consigna en definitiva lo que se representa en la mente no es exactamente lo que se espera de ciertas situaciones:

- *“La construcción del conocimiento consiste, entonces, en la progresiva construcción de representaciones mentales que son homomórficas a la realidad, para algunos aspectos y para otros no. Por un lado, la representación es activa, pragmática y operacional, por otro, es discursiva, teórica y simbólica” (Vergnaud 1990, p. 22).*

B. *Marco Moreira:*

Señala que las representaciones mentales es la forma en que la mente procesa y almacena las experiencias que vivimos en el entorno:

- Las representaciones mentales son internas. “Son *maneras de “re-presentar” internamente (es decir, mentalmente), de volver a presentar en nuestra mente, el mundo externo” (Moreira 1999, p.300)*. Señala que tales representaciones pueden ser, en principio, proposicionales o analógicas.
 - ✓ Las representaciones proposicionales son “tipo-lenguaje” (lenguaje de la mente), son discretas (individuales), además son abstractas y se producen en cualquier idioma y lenguaje, una proposición admite más de una representación posible. Las representaciones proposicionales al tener estrecha relación con lo que otros comunican, se representa de diferentes formas una misma frase (lenguaje de la mente propio en cada persona “mentales”), por ejemplo, si decimos “el árbol verde está en la pradera”, cada persona representara en su mente de diferentes formas ese panorama.
 - ✓ Las representaciones analógicas son no –discretas (no-individuales), concretas (representan entidades específicas del mundo exterior), en este tipo de representación se hace énfasis a los sentidos, es decir a la percepción que se tiene de las cosas que están en el entorno a través de la vista, el olfato, la audición y lo táctil, por ejemplo se puede representar internamente el jugo natural del limón, por la sensación que se produce en la boca al recordarlo.

C. **Johnson-Laird:**

Para él las representaciones mentales actúan como los procesos de un computador, para explicarlo hace mención a tres procesos que hace la mente para representar: a través de proposiciones, modelos mentales e imágenes, para tal análisis el autor estableció una teoría “**Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird**”, cabe mencionar que dicha teoría ha sido la base para variadas investigaciones de otros autores que buscan respuestas sobre el tema en cuestión (representaciones mentales), antes de referirnos en detalle a los tres procesos, mencionaremos dos citas del autor que nos ayudaran a entender su teoría:

- *“La teoría de los modelos mentales se ha pensado para explicar los procesos superiores de la cognición y, en particular, la comprensión y la inferencia. Sugiere un inventario simple de tres partes para el contenido de la mente: hay procedimientos recursivos, representaciones proposicionales y modelos. Los procedimientos son indecibles. Llevan a cabo tareas como el mapeamiento de las representaciones proposicionales dentro de los modelos. También proyectan un modelo subyacente dentro de otras formas especiales de modelos -una visión bidimensional o imagen. Hay presumiblemente algunas otras formas de procedimiento que juegan una parte en el pensamiento. Prototipos y otros esquemas, por ejemplo, son procedimientos que especifican por defecto valores de ciertas variables en modelos mentales” (Johnson-Laird, 1983, pág. 446-447).*

- *“Su objetivo es simplemente establecer la viabilidad de una teoría basada en el presupuesto de que los significados de las palabras son procedimientos de descomposición que relacionan los modelos mentales con el mundo y, en particular, en el uso de procedimientos léxicos que interactúan con procedimientos generales para construir, manipular y evaluar modelos mentales” (Johnson-Laird, 1987, pág. 202).*

Dicha teoría, pretende explicar cómo funciona la mente, dando a entender que las representaciones que se van estableciendo en ella pueden ser de forma proposicional, a través de modelos mentales e imágenes; a partir de los enunciados anteriores desprendemos lo siguiente: para llegar a representar, la mente va pasando por diferentes procesos, estos procesos son los que ayudan a su construcción y manipulación (se involucran conceptos como mente computacional, procedimientos efectivos, revisión recursiva y modelos mentales), en esa construcción cada persona ocupara un lenguaje mental propio y este lenguaje propio es el que proporciona la forma en que se representa y los procesos que se realizaron para ello, finalmente a la representación obtenida a partir de un concepto o situación se le asignara un significado; nos hemos basado en la investigación de Palmero, Moreira y Greca

“Modelos Mentales y Modelos Conceptuales en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias”, para una mejor comprensión de la teoría.

A continuación se hace referencia a los tres procesos de las representaciones mentales de Johnson-Laird:

- **Representaciones Proposicionales:** Al igual que Moreira el autor en cuestión, establece que las representaciones proposicionales tienen relación con lo abstracto, haciendo mención al poder ideativo que tiene la mente de transformar las palabras en aquello que es abstracto, a este proceso es el que llama lenguaje universal de la mente “mentales”. Seguiremos el ejemplo expuesto en las representaciones proposicionales de Moreira: cuando escuchamos “el árbol verde está en la pradera”, no nos imaginamos exactamente esa frase en nuestra mente. sino que creamos un mundo abstracto en que visualizamos el árbol y la pradera, ahora en este caso al igual que en el anterior, las representaciones nunca serán las mismas para aquellos que escucharon la frase.
- **Representación como Modelos Mentales:** Los modelos mentales son representaciones análogas estructurales del mundo, considerando una estructura no arbitraria, es decir siguiendo con el ejemplo de la frase “el árbol verde está en la pradera”, creamos un mundo abstracto en que visualizamos el árbol y la pradera, en este caso pueden existir diversas maneras de representación (puede haber variedad en el tamaño del árbol, en el color del árbol, en el color de la pradera, si el árbol tiene frutos o no, etc.).
- **Representación de Imágenes:** Las imágenes son producto de la percepción como la imaginación, ellas ayudan a representar objetos que están en el mundo tal como los vemos (percibimos), más recientemente se plantea que las imágenes representan cómo algunas cosas son vistas desde un punto de vista particular y no

suponen necesariamente la construcción o la posesión de un modelo mental explicativo y predictivo del que deriven.

Para resumir: En la perspectiva de Johnson-Laird, *“Representaciones proposicionales son cadenas de símbolos que corresponden al lenguaje natural, modelos mentales son análogos estructurales del mundo e imágenes son modelos vistos de un determinado punto de vista”* (1983, p. 165). Y su revisión posterior: *“Las imágenes visuales eran un caso especial de modelos mentales, ahora parecen ser distintas clases de representación reclamadas por diferentes tipos de procesos”* (Johnson-Laird, 1996, p. 92).

A fin de dar una mayor comprensión sobre la teoría, se presenta el siguiente esquema:

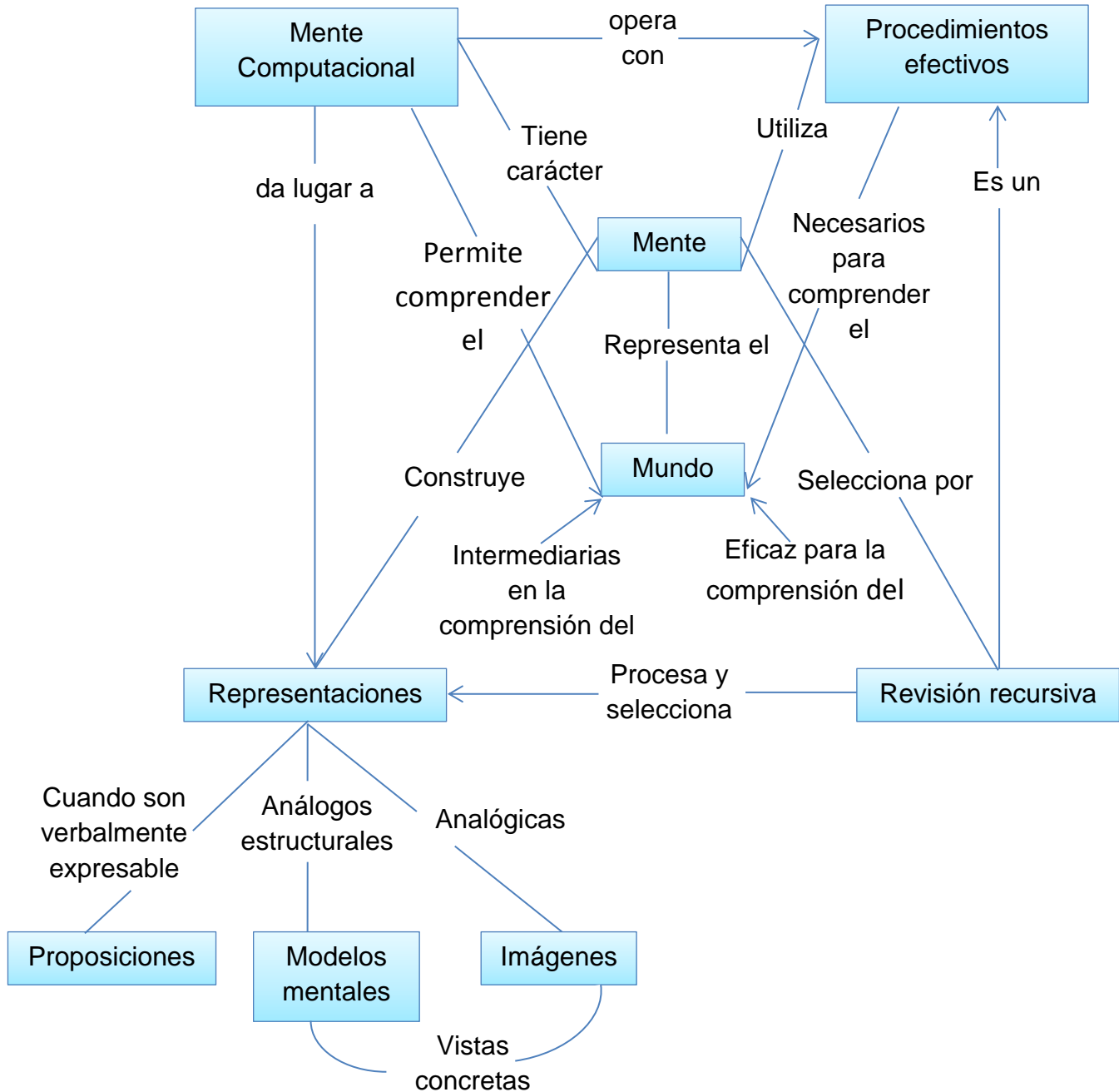


Figura 1: Mapa conceptual sobre la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (Rodríguez Palmero, 2000).

3.2 Aprendizaje Significativo:

Para la realización de la PROME-ARMYAS se ha incluido el concepto de Aprendizaje Significativo, ya que indistinto de los análisis correspondientes que pueda brindar en cuanto a las representaciones mentales, se encontró oportuno que la intervención tuviera un mayor impacto en los estudiantes, es decir aportar con un aprendizaje significativo de ciertas funciones.

3.2.1 Autores Vinculados:

A continuación se expondrán algunas definiciones relacionadas con el aprendizaje significativo.

A. *David Ausubel:*

La definición de Ausubel del aprendizaje significativo es la base para la elaboración de muchas propuestas metodológicas, el autor plantea que el aprendizaje pasa a ser significativo cuando éste se relaciona espontáneamente con otros conceptos, a continuación su definición:

- *“Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos, son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición” (Ausubel; 1983).*

B. Marco Moreira:

Moreira se vincula con Ausubel al elaborar diferentes trabajos de investigación con respecto al aprendizaje significativo, algunas definiciones pertinentes que se desprenden son:

- **Del Aprendizaje Significativo:** Hace referencia a la definición de Ausubel y añade: *“Es importante reiterar que el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre conocimientos previos y conocimientos nuevos y que esa interacción es no literal y no arbitraria. En ese proceso, los nuevos conocimientos adquieren significado para el sujeto y los conocimientos previos adquieren significados o mayor estabilidad cognitiva”* (Moreira; 2010).
- Haciendo énfasis en los conceptos que un individuo puede tener y ocuparlos para darle significado a otros nuevos, plantea que: **Subsunsor** es una palabra usada para referirse a un conocimiento almacenado en la estructura cognoscitiva, gracias a él se le puede dar un significado a un nuevo conocimiento, es decir indistinto de la forma en que se adquiriera un nuevo conocimiento (por recepción o por descubrimiento), es necesario que el alumno posea conocimientos previos que interactúen con los nuevos.

Un detalle relevante es que un subsunsor puede ser olvidado por un espacio de tiempo, pero si el olvido es total significa que ese concepto o conocimiento no fue significativo sino más bien mecánico, además plantea que los subsunsos no son estáticos, por el contrario varían a lo largo del tiempo, son conocimientos dinámicos (evolucionan o involucionan).

- **Estructura cognitiva:** Es una estructura dinámica que se genera a partir de las interrelaciones de los subsunores, organizados de forma jerárquica, se caracteriza por dos procesos:
 - ✓ Diferenciación progresiva: en este caso se le asigna un nuevo significado a un subsunor existente, por la utilización variada del mismo, para entender nuevos conocimientos.
 - ✓ Reconciliación integradora, o integrativa: es un proceso que se da a partir del dinamismo que existe en las estructuras cognitivas, cuyo proceso puede llevar a eliminar diferencias, resolver inconsistencias e integrar significados.

- **Condiciones para el aprendizaje significativo:** son dos las condiciones que plantea Moreira:
 - ✓ El material de trabajo debe ser potencialmente significativo, es decir indistinto del material que se utilice para el aprendizaje, este debe relacionarse de alguna manera con una estructura cognitiva apropiada y que el estudiante tenga conocimientos previos relevantes para poder establecerlos. En la PROME-ARMYAS se trabajará con talleres individuales, que abordan diferentes situaciones, dándole el espacio al alumno de que analice por sí mismo diferentes problemas, que se relacionan con las funciones vistas en cursos inferiores.
 - ✓ La segunda condición es que el aprendiz debe manifestar una predisposición para aprender, es decir el alumno debe mostrar interés por relacionar los nuevos conceptos con los ya existentes sin presiones (forma no arbitraria y no literal), cuando esto ocurre hay una predisposición para aprender.

- **Organizador previo:** un organizador previo es un recurso almacenado en forma abstracta, en un nivel superior al material mismo de aprendizaje, por esta razón no es un resumen, que se encuentra al mismo nivel del material que debe ser aprendido; en definitiva cuando se habla de un conocimiento previo puede ser una pregunta, una situación-problema, una película, entre otros. La idea es que en la ausencia de subsunsores que le permitan al alumno establecer conexiones con los nuevos conocimientos se puedan establecer organizadores previos, estos pueden ser expositivos (hace de puente entre lo que se sabe y lo que se debería hacer) o comparativos (se puede utilizar cuando el alumno está familiarizado con el nuevo concepto, a fin de aclarar o integrar ciertas ideas).

La PROME-ARMYAS como organizadores previos, utiliza las situaciones que son planteadas al inicio de cada taller, a fin de que el alumno se familiarice con la función a trabajar considerando que fue un contenido tratado en cursos anteriores y que no existan subsunsores para relacionar los contenidos, en el caso de existir subsunsores se le permitirá al alumno relacionar los conocimientos previos con nuevas situaciones y descubrir nuevos conceptos relacionados con las funciones.

3.2.2 Aprendizaje significativo versus aprendizaje mecánico

Para la aplicación de la PROME-ARMYAS (como se verá en detalle más adelante), en diferentes situaciones los estudiantes deben relacionar dichas situaciones con el concepto de alguna función, a fin de diferenciar nuestra propuesta con un aprendizaje mecánico es que en esta sección hacemos mención a lo que ocurre en la actualidad en temas educativos, con respecto a estos dos aprendizajes.

Se ve una carencia por querer aportar en las aulas con estrategias que lleven a los estudiantes a un aprendizaje significativo, muy por el contrario las clases siguen siendo en su mayoría expositivas, donde los estudiantes solo deben memorizar dichas exposiciones para aprobar las asignaturas correspondientes, queda manifestado en el siguiente párrafo:

“Hasta ahora se habló mucho de aprendizaje significativo, de la variable que más lo influye, de sus condiciones de ocurrencia y de un recurso educacional que puede facilitarlos. Sin embargo, el aprendizaje que más tiene lugar en la escuela es otro: el aprendizaje mecánico, aquél que prácticamente no tiene significado, que es puramente memorístico, que sirve para los exámenes y enseguida es olvidado, borrado. En lenguaje coloquial, el aprendizaje mecánico es la conocida memorización, tan utilizada por el alumnado y tan incentivada en la escuela” (Moreira, 2010).

Ahora, ambos aprendizajes tanto el significativo como el mecánico podrían estar en un mismo continuo, pero es un error pensar que un alumno puede aprender mecánicamente para llegar a un aprendizaje significativo.

La PROME-ARMYAS está basada en las relaciones de ciertas funciones con situaciones de la vida cotidiana, es decir se hace un acercamiento de las vivencias que podría llegar a tener el alumno con conceptos matemáticos, de esta forma llegar a un aprendizaje significativo, el sustento lo encontramos en las palabras de Vergnaud, quien manifiesta que el aprendizaje de conceptos tiene sentido al relacionarlos con situaciones-problemas, además la conceptualización va formándose mientras el aprendiz domina situaciones que aumenten su complejidad.

3.2.3 Mapas conceptuales en el Aprendizaje significativo:

La PROME-ARMYAS incluye la realización por parte de los estudiantes de mapas conceptuales, tanto en el pre y el post test, como en los talleres de intervención, por esta razón se especifican algunos conceptos relacionados con los mapas conceptuales.

A. Marco Moreira:

En el siguiente párrafo se hace mención a la definición de mapas conceptuales según la publicación “Mapas Conceptuales y Aprendizaje Significativo” (1997):

“De una manera general, los mapas conceptuales, o mapas de conceptos, son sólo diagramas que indican relaciones entre conceptos, o entre palabras que usamos para representar conceptos”. El autor reconoce que la teoría de considerar los mapas conceptuales como un reflejo del aprendizaje significativo proviene de Ausubel, pero hace hincapié en que en realidad él nunca habló en su teoría sobre mapas conceptuales.

Sabiendo que los mapas conceptuales son personales e incapaces de ser catalogados como buenos o malos, es que se consideró interesante incluirlos en la PROME-ARMYAS, relacionando los análisis de las representaciones mentales con las estructuras cognitivas establecidas por ellos al término de cada taller.

B. David Ausubel:

Ausubel aunque no habla explícitamente del concepto de mapas conceptuales, sino que el concepto básico se basa en el aprendizaje significativo, sus investigaciones aportaron que los mapas conceptuales son el reflejo de éste y proporciona lo siguiente:

“Un aprendizaje se dice significativo cuando una nueva información (concepto, idea, proposición) adquiere significados para el aprendiz a través de una especie de anclaje en aspectos relevantes de la estructura cognitiva preexistente del individuo, o sea en

conceptos, ideas, proposiciones ya existentes en su estructura de conocimientos (o de significados) con determinado grado de claridad, estabilidad y diferenciación”.

C. Joseph Novak:

Este autor plantea que:

Los mapas conceptuales, constituyen un método para mostrar, tanto al profesor como al educando, que ha tenido lugar una auténtica reorganización cognitiva, ya que se entenderá como un cambio en el conocimiento a través de un proceso de reestructuración, perteneciente a la estrategia de aprendizaje de organización jerárquica. Señala que son esquemas y construcciones mentales que permitirán interpretar situaciones nuevas, son mecanismos de explicitación y análisis de los conocimientos previos de los estudiantes.

Novak dice que los mapas conceptuales son:

- ✓ Una estrategia sencilla pero poderosa que ayuda al alumnado a aprender y a los docentes a organizar los materiales de aprendizaje.
- ✓ Un método que posibilita captar el significado del material de estudio que utiliza.
- ✓ Un recurso que hace posible presentar un resumen esquemático con orden jerárquico de los conceptos aprendidos.

La utilización de mapas conceptuales responde a las expresiones como “aprender significativamente”, “aprendizaje significativo”, “aprender a aprender”. Novak sitúa el aprendizaje significativo en el extremo de un continuum cuyo otro extremo está ocupado por el aprendizaje mecánico-memorístico.

En la siguiente figura se observa con más claridad lo expuesto anteriormente.

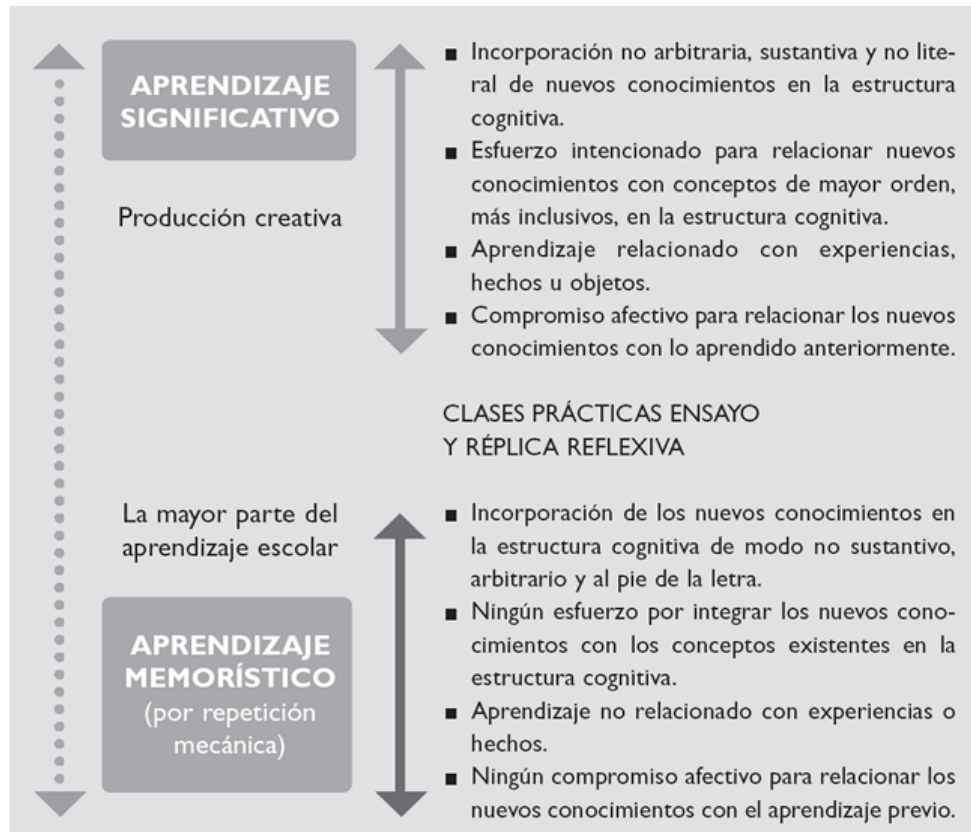


Figura 2: El continuum aprendizaje significativo/repetitivo. La mayor parte del aprendizaje escolar, presionado por una pobre instrucción y evaluación, está cerca del extremo repetitivo del continuum (Novak, 1989).

El aprendizaje significativo se dará cuando el alumno, intencionadamente, relacione de forma no arbitraria y sustantiva (no literal) los nuevos conceptos con un aspecto relevante de su estructura cognitiva, a su vez, resultará modificada por los nuevos conocimientos. Para que dicho aprendizaje ocurra, es necesario que el material que se proponga sea potencialmente significativo, que el alumno cuente con los conocimientos previos necesarios y que, tanto por parte del profesor como del alumno, haya una intención clara de que tal aprendizaje se dé.

El siguiente diagrama representa lo expuesto en el párrafo anterior.

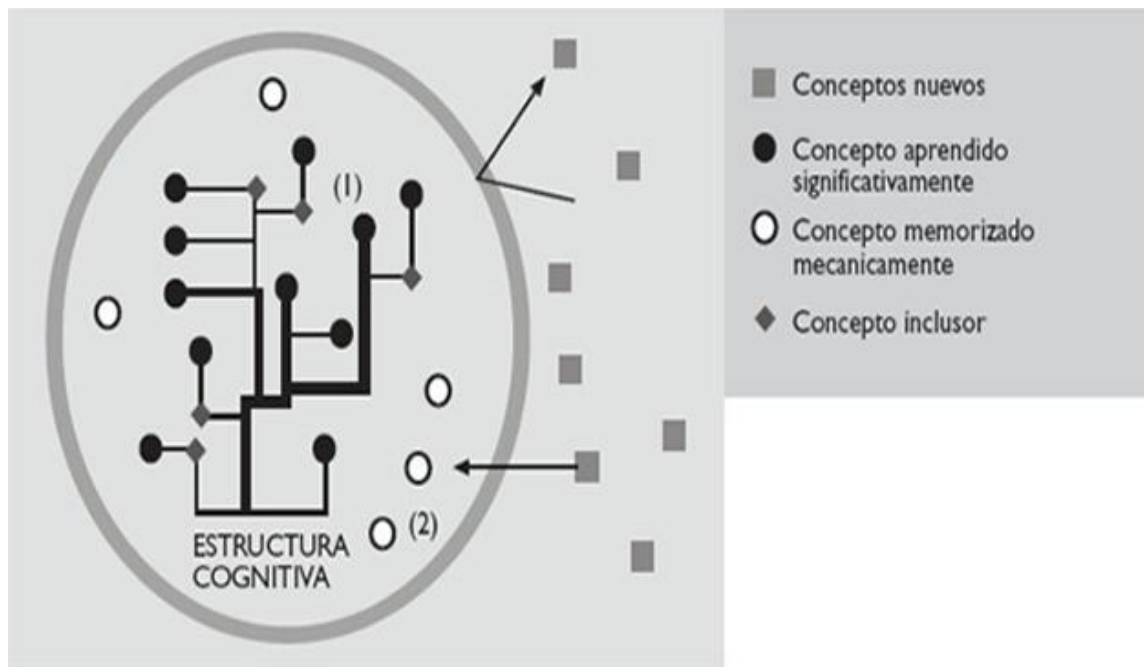


Figura 3: Diagrama que representa el aprendizaje significativo como adquisición de nuevos conocimientos mediante su inclusión en conceptos ya existentes en la estructura cognitiva (1) y el aprendizaje memorístico por repetición mecánica como almacenamiento aislado de los elementos de conocimiento en la estructura cognitiva (2) (Novak, 1972 y 1977).

Características y objetivos de los mapas conceptuales:

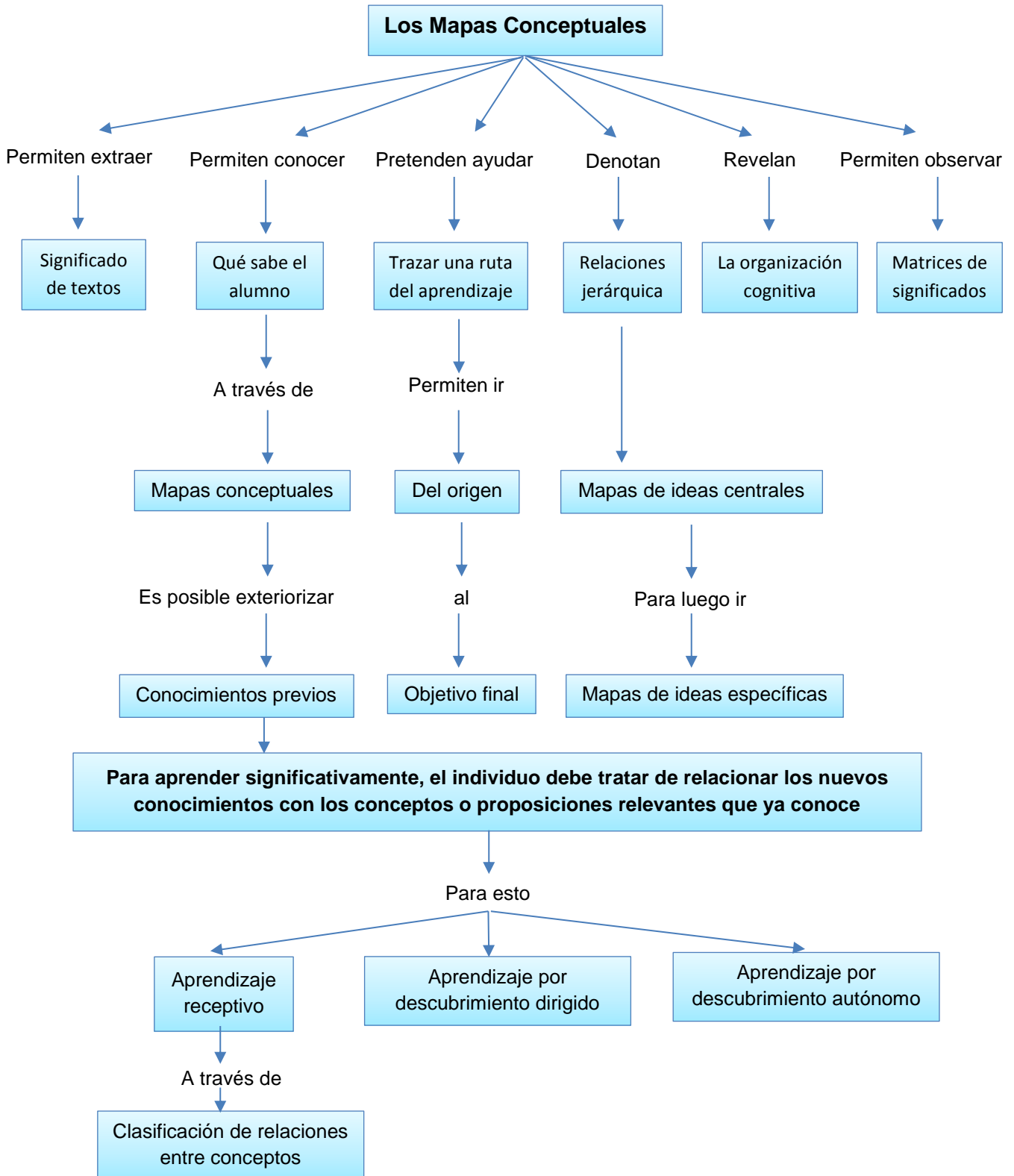


Figura 4: This Concept Map was created with IHMC Cmap Tools.

3.3 Funciones:

3.3.1 Concepto de Función:

A continuación se entregan distintas definiciones de funciones, con el fin de esclarecer el tema al que hace referencia la PROME-ARMYAS, al trabajar con los estudiantes de cuarto año medio del Liceo Eduardo de la Barra.

La palabra función en el sentido no matemático fue adoptado en 1673 por Leibniz; la cual se definía como: Cualquier cantidad que varía a la largo de una curva; Johan Bernoulli en una carta para Leibniz describe la palabra función como: Una cantidad formada de alguna manera a partir de cantidades indeterminadas y constantes. Conforme paso el tiempo, la palabra comenzó a difundirse y mejorarse.

En 1748 el concepto función se dio a conocer en las matemáticas con la publicación de la obra: Introduction in Analysin Infinitorum de Euler en el cual definió una función de cantidad y variable como: Una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes.

En 1755 Euler publico otro libro “Institutiones Calculi Differentialis” en este da una definición general del concepto función, decía: Si algunas cantidades dependen de otras de tal modo que si estas últimas cambian también lo hacen las primeras, entonces las primeras cantidades se llaman funciones de las segundas.

En 1822 Fourier, en Théorie Analytique de la Chaleur, dio la siguiente definición: En general, la función $f(x)$ representa una sucesión de valores u ordenadas cada uno de los cuales es arbitrario. Dados una infinidad de valores de la abscisa x , hay un número igual de ordenadas $f(x)$. Todas tienen valores numéricos, ya sean positivos, negativos

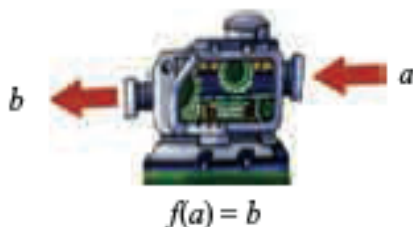
o cero. No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se siguen unas a otras de una forma cualquiera y cada una de ellas está dada como si fuera una cantidad sola.

Textos escolares:

Fundamentos de cálculo:

16 Función

Una función del conjunto de los números reales en el conjunto de los números reales, es una transformación de números reales. Es como una máquina que recibe números reales por la derecha y los entrega por la izquierda. Si la función (o la máquina) la denotamos por f y la función transforma a en b , se suele escribir $f(a) = b$ y se lee f de a es b o también f evaluado en a es b . También se dice que b es la imagen de a vía f , en el caso en que la función se subentiende, entonces decimos que b es la imagen de a .



Matemáticas 1° Año Medio (Texto para el estudiante 2012):

Una **función** definida de A en B es una relación tal que a todo elemento x (preimagen) de A le corresponde un único elemento y (imagen) de B . Se denota $y = f(x)$. En general, a la variable x se le llama independiente y a la variable y , dependiente. El **dominio** (Dom) de una función es el conjunto formado por las preimágenes o valores de la variable independiente. El **recorrido** (Rec) de una función es el conjunto formado por las imágenes o valores de la variable dependiente.

Matemáticas 1° Año Medio (Texto del estudiante 2015):

Definición 1.1

Sean A y B conjuntos. Una **función** $f: A \rightarrow B$ de A en B es un subconjunto f de $A \times B$ tal que:

- a) para todo elemento a en A existe un elemento b en B con (a, b) en f ; y
- b) si (a, b) y (a, b') son elementos de f , entonces $b = b'$.

Con respecto a esta definición general de función, Azcárate y Deulofeu observan:

Hay que resaltar que se trata de una última generalización del concepto, y que, como tal, pierde muchos de los atributos que tenían las definiciones clásicas, como son la idea de variación, de continuidad, de la variable como parámetro temporal, de dependencia, característicos de la mayoría de problemas que generaron la necesidad del concepto de función

3.3.2 Definiciones de funciones tratadas en la PROME-ARMYAS:

- La **función lineal** es una función polinómica de primer grado; es decir una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como $f(x) = mx + b$
- La **función constante** es aquella en la que para cualquier valor de la variable independiente (x), la variable dependiente ($f(x)$) no cambia, es decir, permanece constante.
- En matemáticas, una **función cuadrática** o función de segundo grado es una función polinómica definida por:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Con

$$a \neq 0.$$

Las gráficas de estas funciones corresponden a parábolas verticales

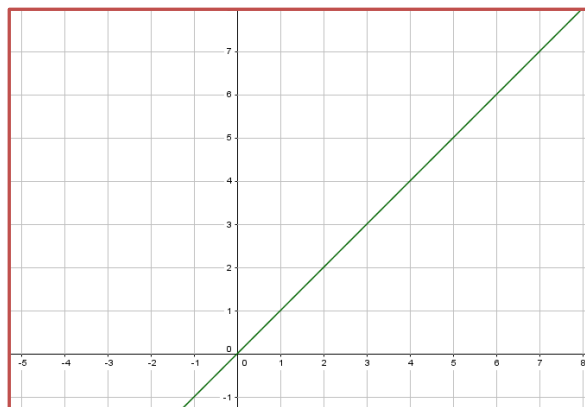
- Se llama **función exponencial** de base a , aquella cuya forma genérica es $f(x) = a^x$, siendo a un número positivo distinto de 1. Por lo tanto, en función exponencial la variable independiente es el exponente de la función. Por su propia definición, el dominio de toda función exponencial es el conjunto de los números reales.

3.3.3 Representaciones de las funciones:

Las funciones se pueden representar de cuatro formas diferentes: en lenguaje natural, registro tabular, registro gráfico y registro algebraico. A continuación se reflejan dichas representaciones por cada función trabajada en la PROME-ARMYAS:

- **Función Lineal:**

- ✓ Lenguaje Natural: Traza una línea en diagonal de abajo hacia arriba y a la derecha.
- ✓ Registro Grafico:



✓ Registro Tabular:

X	Y
0	0
1	1
2	2
3	3

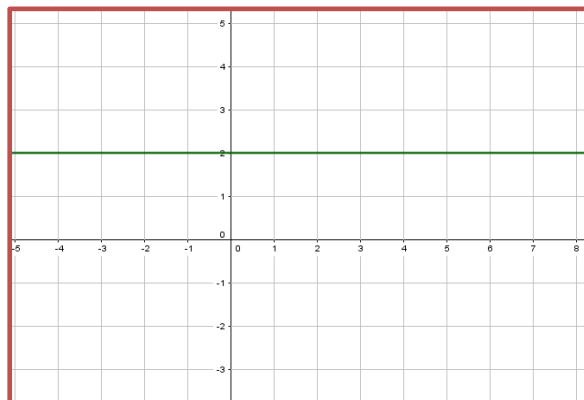
✓ Representación Algebraica:

$$f(x) = x$$

▪ **Función constante:**

✓ Lenguaje Natural: Traza una línea en horizontal.

✓ Registro Grafico:



✓ Registro Tabular:

X	Y
0	2
1	2
2	2

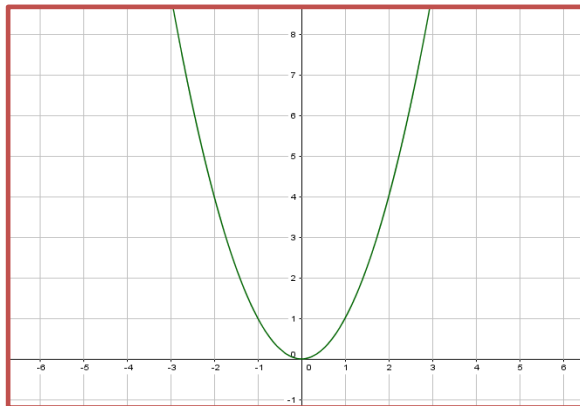
- ✓ Representación Algebraica:

$$f(x) = c$$

- **Función Cuadrática:**

- ✓ Lenguaje Natural: Traza una línea que represente el arco iris, pero al revés.

- ✓ Registro Grafico:



- ✓ Registro Tabular:

X	Y
0	0
1	1
2	4
3	9

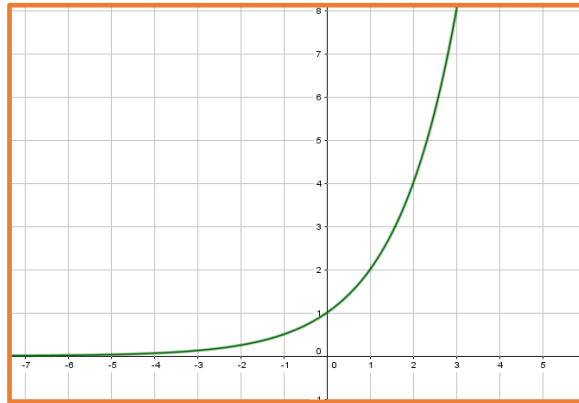
- ✓ Representación Algebraica:

$$f(x) = x^2$$

▪ **Función Exponencial:**

✓ Lenguaje Natural: Traza una línea que represente el arco iris, pero al revés.

✓ Registro Grafico:



✓ Registro Tabular:

X	Y
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

✓ Representación Algebraica:

$$f(x) = a^2$$

CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO

CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO

4.1 Tipo de la Investigación

El enfoque de la PROME-ARMYAS tiene relación con el análisis de respuestas y a su vez con interpretación de datos proporcionados por los talleres de aplicación. A partir de lo anterior es que la base es en una **Investigación Mixta (variables cualitativas y cuantitativas)**.

4.1.1 Definiciones:

Para entender a cabalidad el tipo de investigación, se expondrán algunas definiciones relevantes.

Metodologías Mixtas:

Representan un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y el análisis de datos cualitativos y cuantitativos, así como su integración y discusión conjunta para realizar inferencias producto de toda la información recabada y lograr un mayor entendimiento del fenómeno bajo estudio (Hernández, Sampieri y Mendoza, 2008).

Metodología Cualitativa:

Esta metodología tiene como fin describir las cualidades que se producen en una determinada situación, cabe mencionar que no existe forma de medir las cualidades, por lo tanto al aplicar esta metodología la medición tiene relación con lo observable (variables cualitativas).

Metodología Cuantitativa:

Esta metodología consiste en la información que se puede cuantificar, es decir los datos pueden ser llevados a estudios estadísticos como una herramienta (variables cuantitativas).

Al ser descritas las características fundamentales de la Investigación Mixta y haber mencionado las variables que la conforman, se puede concluir que éste tipo de investigación es en la que se basa la PROME-ARMYAS, ya que se consideró que sí es necesario en la actualidad de la educación chilena, específicamente en matemáticas, integrar estrategias de medición, para analizar las dificultades que tienen los estudiantes respecto a un tema, concepto, teorema, etc., desde perspectivas diferentes, es decir por un lado no se deben abandonar los estudios que puedan ser medibles, pero sí se tienen que rescatar las interpretaciones que se tienen de los mismos; esta última parte es la que no se considera y en realidad es la que nos acerca a entender por qué los estudiantes no logran entender a cabalidad ciertos contenidos.

4.2 Tipo de Estudio

La PROME-ARMYAS se basa en el estudio Exploratorio y Descriptivo:

Exploratorio:

Parte de la propuesta metodológica es de tipo exploratorio, ya que el análisis de los datos en cuanto a las representaciones mentales que tienen los estudiantes de ciertas funciones es una investigación del comportamiento humano (específicamente estudio cognitivo), podemos decir que se abarca una investigación con el fin de identificar concepto o variables a partir de un suceso, pero no existe un resultado estandarizado de este.

Descriptivo:

Por otro lado la propuesta metodológica también es de tipo descriptiva, ya que en ella buscamos describir los fenómenos que se presentan frente a su resolución. Con las tabulaciones correspondientes podemos verificar si hubo o no avances en el estudio de las funciones, y por último verificaremos la existencia de aprendizaje significativo.

4.3 Variables Investigadas

Nuestra propuesta metodológica como primera instancia considera variables cuantitativas y cualitativas:

- **Variables cualitativas:**

Este tipo de variables utiliza la recolección de datos sin medición numérica, para afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación; permiten que se generen preguntas antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos, por lo tanto a través de estas variables se genera una investigación dinámica, pero su complejidad es mayor (Sampieri, 2010).

Características:

- ✓ Tienen como objetivo dar una explicación interpretativa.
- ✓ El papel del investigador es anotar, observar, registrar, buscar significados e interpretar los datos.
- ✓ Se debe usar un lenguaje cotidiano bastante detallado para evidenciar que son válidas las interpretaciones de los resultados que se obtienen de los evaluados.

▪ **Variables cuantitativas:**

Este tipo de variables, usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías. Se analizan las mediciones obtenidas (Sampieri, 2010).

Características:

- ✓ Tienen como objetivo explicar cambios en algunas situaciones a través de la medición y análisis cuantitativo.
- ✓ El papel del investigador es cuantificar registros utilizando medios científicos, para la validez de la investigación.
- ✓ Se deben utilizar tablas, gráficos, coeficientes, a fin de convencer que el análisis es impersonal y neutro.

Métodos de aplicación según las variables:

A continuación se presenta un cuadro comparativo de las variables que se utilizan en nuestra propuesta, desde una perspectiva teórica:

Tabla comparativa de variables cualitativas y cuantitativas:

Tabla n° 1: Adaptación Bustamante y Torrejón, 2015. Un paralelo entre los paradigmas cuantitativo y cualitativo en la investigación educativa (M.A. Moreira, 2000)

Variables cuantitativas	Variables cualitativas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizan modelos de las ciencias físicas para la investigación. ▪ Los diseños pueden ser: experimentales, cuasi-experimentales y correlacionales. ▪ Los instrumentos son válidos y fidedignos. ▪ Siguen un modelo hipotético-deductivo 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizan técnicas etnográficas, estudio de caso, fenomenografía, entre otros. ▪ Los diseños pueden ser: de observación participativa, interpretativos, inferenciales, específicos y particularizados. ▪ Los instrumentos pueden hacer uso de estadística descriptiva. ▪ Siguen un modelo inductivos.

Para hacer un acercamiento de la PROME-ARMYAS con el tipo de variables cualitativas y cuantitativas es que se presenta un cuadro comparativo, pero esta vez describiéndolas desde este enfoque:

Para la PROME-ARMYAS se registraron las diferencias entre las variables en la siguiente tabla.

Tabla n° 2: Tabla Comparativa de variables para la PROME-ARMYAS (M. Bustamante, K. Torrejón, C. Silva; 2015).

Variables cuantitativas	Variables cualitativas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ En la propuesta se utilizan situaciones que tienen relación con las funciones y pueden ser medibles. ▪ El diseño de la propuesta es cuasi-experimental. ▪ La propuesta nos permite medir el grado de Aprendizaje Significativo, a través de la aplicación de la misma, comparando los resultados con un grupo control. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ En la propuesta se plantean situaciones que no pueden ser medibles (fenomenografía). ▪ El diseño de la propuesta contiene interpretación. ▪ La propuesta nos permitirá el análisis de lo abstracto, específicamente es de nuestro interés las representaciones mentales sobre el tema en estudio (funciones).

Las variables que también se pueden reconocer en la PROME-ARMYAS según su posición en la investigación son las siguientes:

▪ **Variable Independiente:**

La aplicación de la propuesta metodológica es una variable independiente, ya que el alumno trabaja individualmente en los talleres provocando una variación en el grado de aprendizaje significativo.

- **Variable Dependiente:**

En la propuesta se considera el aprendizaje significativo como un tipo de variable dependiente, ya que mientras se utilice la propuesta metodológica se determinará las diferencias que van ocurriendo con respecto al aprendizaje significativo.

- **Variables externas:**

Las variables externas son aquellas que no tienen relación con los objetivos de la aplicación de la PROME-ARMYAS, pero están asociadas a las variables que la conforman, dentro de las cuales podemos mencionar las siguientes:

- ✓ Tiempo para la aplicación de la guía.
- ✓ Rendimiento académico.
- ✓ Conocimientos previos.
- ✓ Comportamiento del grupo curso.

4.4 Unidad de Análisis

Para el análisis se ha seleccionado a los estudiantes de cuarto año medio.

Donde los estudiantes representan los sujetos de estudio, a través de la realización de la PROME-ARMYAS.

4.4.1. Universo

El universo de la investigación corresponde a todos los estudiantes que cursan cuarto año medio bajo la malla curricular del Ministerio de Educación Chileno.

4.4.2. Población

La población de la investigación corresponde a los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza media del Liceo Eduardo de la Barra, Liceo Municipal de la localidad de Valparaíso.

4.4.3 Muestra

La cantidad de estudiantes de cuarto año medio que atiende el Liceo Eduardo de la Barra a raíz del tiempo y disponibilidad no pudieron ser intervenidos en su totalidad. Los cursos no fueron escogidos, es decir se trabajó con los cursos autorizados por la Unidad técnico Pedagógico del Liceo.

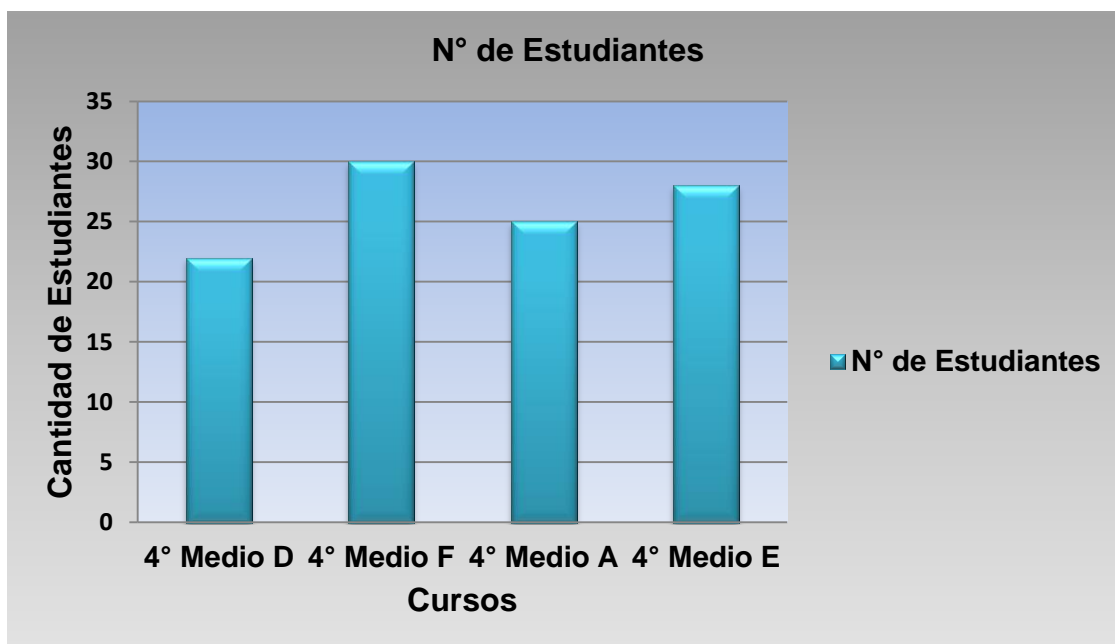
Con lo expuesto anteriormente, se conformó una muestra con tres cuartos medios humanistas y un cuarto medio científico, dentro de los cuales los análisis posteriores nos proporcionarían información de las diferencias que se generan al trabajar la PROME-ARMYAS con un curso humanista y otro científico.

La muestra de la investigación representada por los cuatro cursos completos de cuarto año medio del Liceo Eduardo de la Barra, se especifica a continuación:

Tabla n° 3: Cantidad de estudiantes para la muestra.

Establecimiento	Muestra	N° de Estudiantes
Liceo Eduardo de la Barra	4° Medio D	22
	4° Medio F	30
	4° Medio A	25
	4° Medio E	28
Total de estudiantes		105

Gráfico n° 1: Gráfico de la cantidad de estudiantes por curso



Luego del reconocimiento de la cantidad de los cursos se dividieron en dos grupos: el primer grupo lo conformaron los cursos a los cuales se les aplicó la PROME-ARMYAS y el segundo grupo corresponde al que no fue intervenido.

Los cursos que son intervenidos conformaron el grupo cuasi-experimental, para este grupo se seleccionó al Cuarto año A (científico) y al cuarto E (humanista), ya que es de interés analizar las diferencias en cuanto a los aprendizajes significativos de ambos grupos.

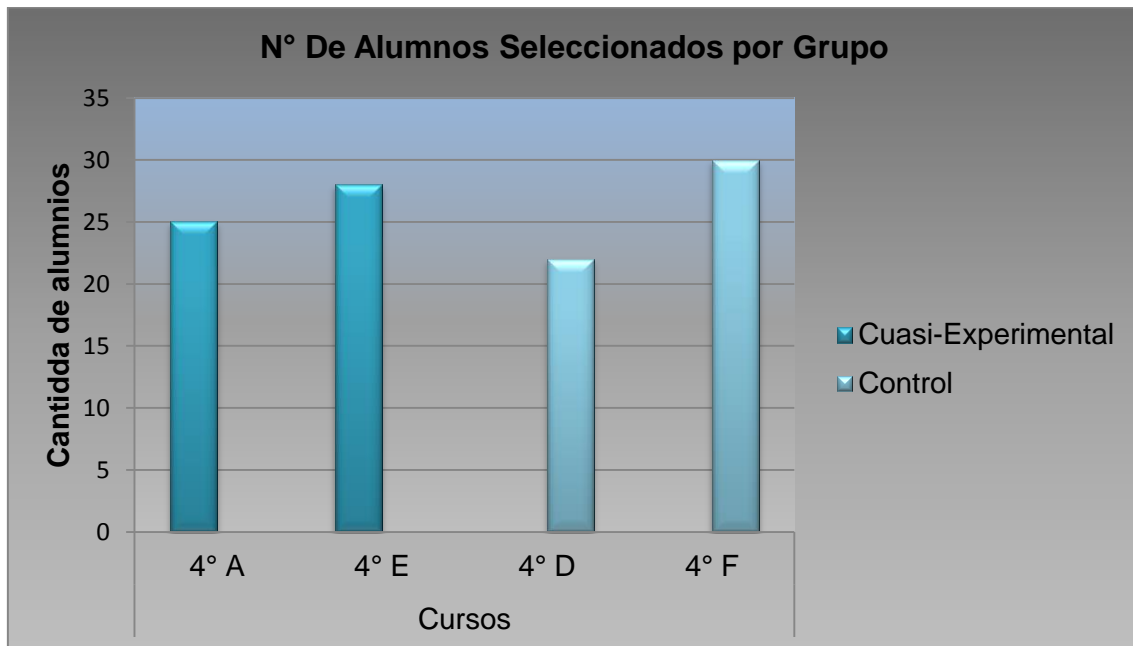
Los cursos que no fueron intervenidos conformaron el grupo control, es decir se les aplicó solo el pre-test y post-test, pero no realizaron los talleres.

A través de la siguiente tabla se refleja la agrupación de los estudiantes:

Tabla n° 4: Distribución de Estudiantes por grupos (cuasi-experimental y control)

Liceo Eduardo de la Barra					
Grupo	Cursos				Total
	4° A	4° D	4° E	4° F	
Cuasi-Experimental	25		28		53
Control		22		30	52

Gráfico n° 2: Distribución de estudiantes por grupos.



4.4.4 Tipo de Muestreo

El tipo de muestreo utilizado en la PROME-ARMYAS es no probabilístico, ya que la investigación se basó fundamentalmente en el perfil que deben tener los estudiantes del Liceo Eduardo de la Barra, considerando que el establecimiento educacional es de carácter científico humanista, dicho perfil tiene que ver con las herramientas pedagógicas que deben tener los estudiantes para la continuidad de estudios (educación superior), es de interés por lo tanto analizar:

- La preparación con la que cuentan para abordar la prueba de selección universitaria (PSU), que les permitirá el ingreso a las carreras deseadas.
- Las condiciones de preparación con las que cuentan para abordar un concepto presente en estudios de pregrado con respecto a las funciones o conceptos relacionados con este.

Cabe mencionar que la aplicación de la PROME-ARMYAS se aplicará a estudiantes pertenecientes a una Corporación Municipal (Municipalidad de Valparaíso), donde el ente regulador de la malla curricular es el Ministerio de Educación, por lo tanto se verificara la existencia o no de aprendizaje significativo con respecto al tema de funciones, contenido abarcado según los programas de estudio en años anteriores.

CAPÍTULO V: PROPUESTA METODOLÓGICA

CAPÍTULO V: PROPUESTA METODOLÓGICA

5.1 Nombre del taller:

Propuesta metodológica para el Análisis de las Representaciones Mentales y Aprendizaje Significativo de las funciones, **PROME-ARMYAS**.

5.2 Diseño de la Investigación:

La PROME-ARMYAS está basada en la aplicación de talleres a un grupo de estudiantes de cuarto año medio, la realización de los talleres permitirá que los estudiantes relacionen, interpreten, analicen, intuyan y representen ciertos conceptos o contenidos involucrados en el tema de las funciones, logrando un aprendizaje significativo, a través de mapas conceptuales.

Para reflejar en detalle el diseño de la PROME-ARMYAS se presenta en la página siguiente un mapa conceptual, a fin de esclarecer el funcionamiento e implementación.

La propuesta sigue los siguientes pasos:

- Aplicación de Pre-test a toda la muestra, es decir el grupo cuasi-experimental y el grupo control.
- Desarrollo de los Talleres dirigidos a los cursos que conforman el grupo cuasi-experimental.
- Aplicación del Post-test a toda la muestra, que es el mismo aplicado al inicio, para reconocer los avances del grupo experimental y las diferencias con el grupo control.

Mapa Conceptual de la PROME-ARMYAS:

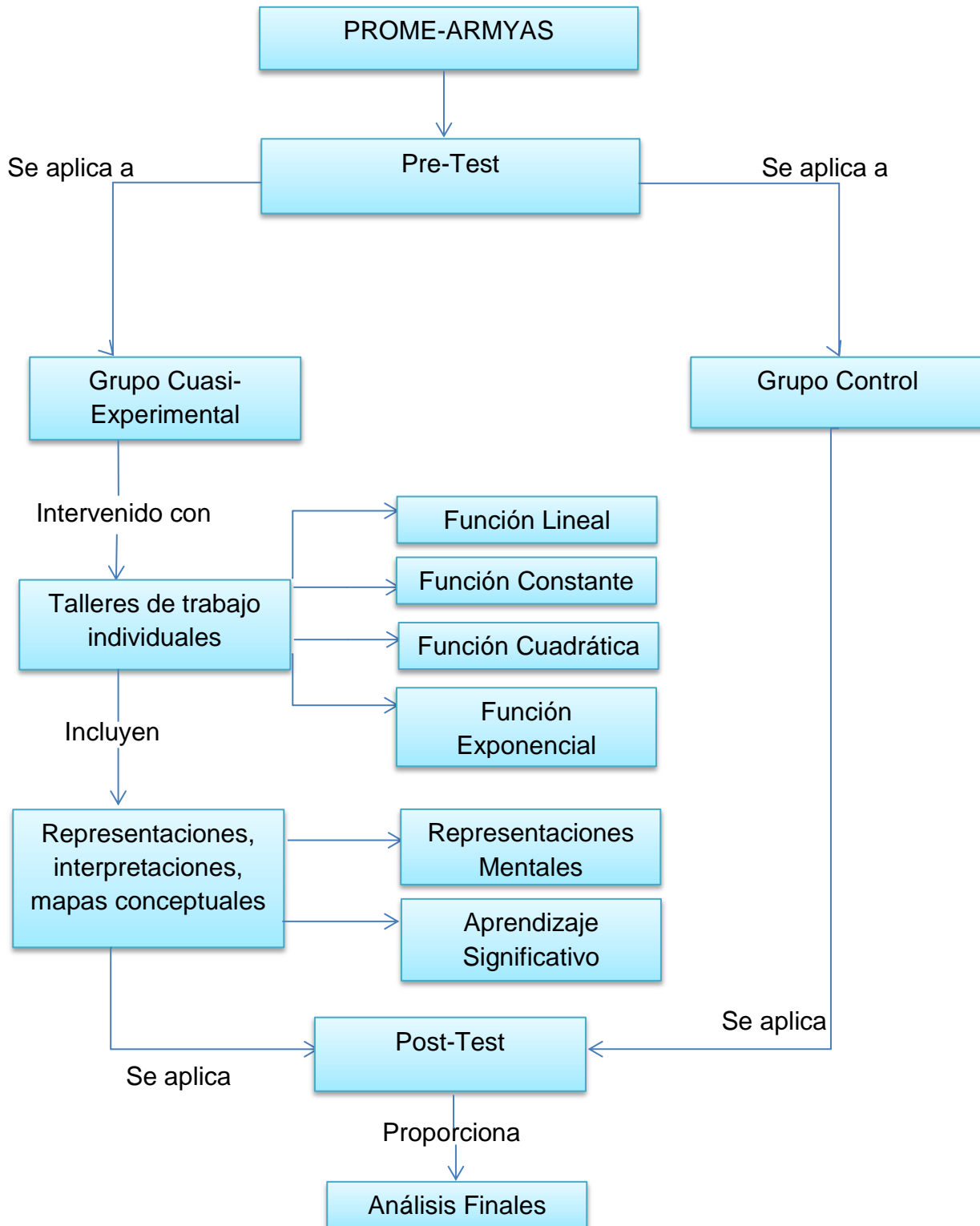


Figura 5: Estructura de aplicación de la PROME- ARMYAS .

5.2.1 Instrumento de Medición

En la PROME-ARMYAS se utilizan como instrumentos de evaluación un test para la iniciación, talleres de intervención y test final.

5.2.1.1 Pre-Test

El pre-test está conformado en el principio por cuatro Situaciones que reflejan un suceso de la vida cotidiana, abarcando tres preguntas en cada una de ellas que tienen relación con una función en específico, dichas preguntas siguen el mismo orden en cada situación y pretenden que el alumno tenga un acercamiento a las representaciones de la función en estudio, el orden se expresa de la siguiente forma:

- Representación Tabular
- Representación Gráfica
- Representación Algebraica

Luego tiene una etapa de identificación de funciones, representadas gráficamente, el alumno debe identificar si la imagen observada es o no una función, fundamentando su respuesta.

Para culminar, el test pretende reflejar si el alumno es capaz de construir un mapa conceptual con conceptos aportados en el mismo enunciado. El mapa conceptual debe ser construido relacionando las funciones tratadas en el mismo.

5.2.1.2 Talleres de Aplicación

Los talleres son el instrumento de trabajo que será aplicado al grupo cuasi-experimental, cada taller se subdivide en dos talleres:

- El primero de ellos hace énfasis a las interpretaciones personales que tiene cada alumno de acuerdo a las situaciones que se les van presentando, al ser interpretaciones personales las respuestas no tienen por qué coincidir entre los estudiantes.
- En la segunda parte los talleres a través de diferentes situaciones guían al estudiante a relacionar cierta función con sus respectivas representaciones, en esta etapa se culmina con un mapa conceptual para completar por los estudiantes.

Cada subdivisión de los talleres hace énfasis en las representaciones de las funciones (tabular-gráfica-algebraica), y a pesar que el enfoque de ellos es un trabajo individual, no se restringe la posibilidad de compartir ideas con sus pares.

5.2.1.3 Cuadro resumen de la PROME-ARMYAS con las variables:

INSTRUMENTO		VARIABLES	
		CUALITATIVAS	CUANTITATIVAS
Pre y Post Test	Situación 1, 2, 3 y 4 (tablas y gráficos)		X
	Situación 1,2,3 y 4 (expresión algebraica)	X	
	Identificar gráficos		X
	Justificación gráficos	X	
	Mapa conceptual	X	
Talleres	Talleres.1	X	
	Talleres.2		X

5.3 Metodología:

5.3.1 En cuanto a las Variables Cualitativas

La PROME-ARMYAS, para las variables cualitativas, tiene su sustento en la **Teoría de las representaciones mentales de Marco Moreira**, ya que el autor a través de sus investigaciones sobre la teoría de Johnson Laird y Vergnaud, llega a la formulación de ésta, es decir Moreira relaciona las teorías para darle sentido a la propia, por ende en ella incluye todos los factores que se consideran en la propuesta, como se muestra a continuación:

Pre y post Test

- **Expresiones algebraicas:** A partir de cuatro situaciones de la vida cotidiana se le pide al alumno en cada una de ellas que represente algebraicamente la función que hace referencia el problema descrito, se dispone un espacio determinado para la respuesta. El alumno debe interpretar cómo una determinada función se hace presente en una situación de la vida cotidiana de forma algebraica, teniendo como apoyo la representación tabular y gráfica de la misma función.
- **Justificación de gráficos:** La PROME-ARMYAS incluye en su test inicial y final un ítem que corresponde al reconocimiento de ciertas funciones plasmadas en diferentes imágenes, considera como una variable cualitativa la justificación del alumno para catalogar como función o no las imágenes que observa, en este sentido las respuestas deberían variar unas de otras, lo que permite un acercamiento a las representaciones mentales de cada intervención, ya que no existe un formato de respuesta.
- **Mapa Conceptual:** Al finalizar el test, el alumno debe ser capaz de representar a través de un mapa conceptual los conceptos relacionados con las funciones,

al igual que en el caso anterior se deja un espacio para ello, en definitiva se busca que el aprendiz logre este tipo de representación, ya que es clasificada como una de las representaciones más completas y aporta al aprendizaje significativo. Es sabido que no todos los mapas serán iguales, por otro lado la PROME-ARMYAS, no considera resultados buenos ni malos, el enfoque no es evaluativo, sino más bien de análisis, por esta razón son calificados en el proceso como una variable cualitativa.

Talleres

- **Primera parte numeración 1.1, 2.1, 3.1, 4.1:** Los talleres de intervención para el grupo cuasi-experimental en su primera parte, buscan que el alumno represente frente a una condición dada ciertas funciones, a través de preguntas abiertas con un espacio adecuado para su desarrollo, en este caso no existen respuestas buenas ni malas, solo es de interés el análisis de las respuestas, a pesar que en los ítem hay que completar tablas y graficar.

La propuesta metodológica de enseñanza basada en el análisis de las representaciones mentales y aprendizajes significativos, acerca al grupo cuasi-experimental al logro de los objetivos de la propuesta a través de situaciones de la vida cotidiana con el fin de relacionar las funciones a ellas.

5.3.2 En cuanto a las Variables Cuantitativas

La PROME-ARMYAS, tiene en su diseño la aplicación de un Pre-test y un Post-test, por otro lado considera la intervención del grupo cuasi experimental, a través de cuatro talleres, cada uno de ellos abarca una función diferente, los talleres al igual que el Test inicial y final, relacionan situaciones-problemas con las funciones a tratar, la **fundamentación teórica se respalda por Marco Moreira y Joseph Novak**, el diseño por lo tanto tiene estrecha relación con guiar al alumno hacia un aprendizaje significativo por medio de un material de trabajo potencialmente significativo y no

mecánico, se busca el interés de los estudiantes por medio de situaciones de la vida cotidiana, llevando un concepto matemático fuera de las clases expositivas a las que son enfrentados en la mayoría de sus clases, como se muestra a continuación:

Pre y post Test

- **Situaciones 1, 2, 3 y 4:** A través de diferentes situaciones, el alumno debe responder ante los problemas planteados, específicamente debe ser capaz de completar tablas y graficar, con respecto a las funciones que se desprenden de las situaciones.
- **Identificar gráficos:** En este caso la PROME-ARMYAS, cuantifica esta variable, ya que el aprendiz puede reconocer o no una función, a través de diferentes imágenes.

Talleres

- **Segunda parte numeración 1.2, 2.2, 3.2 y 4.2:** Los talleres de intervención en su segunda parte al igual que en la primera trabaja con situaciones de la vida cotidiana, pero en este caso se guía al alumno a través de ejemplos al desarrollo correcto de los problemas planteados, es decir no solo existe un interés por el análisis, sino que los estudiantes tienen las herramientas para crear conocimientos con respecto a las funciones trabajadas. La PROME-ARMYAS busca también la creación de nuevos conceptos en la estructura cognoscitiva con respecto a las funciones en caso de no existir.

Como se pudo observar en el Capítulo III, cada vez que un alumno tiene un acercamiento de ciertos conceptos a situaciones que pueden ser vistas en la vida cotidiana se aumentan las posibilidades de adquirir un aprendizaje significativo.

5.4 Presentación de la propuesta metodológica

La propuesta descrita anteriormente se desarrolla con los estudiantes(as) a través de 10 secciones de 90 minutos cada una; en ellas los estudiantes desarrollan Talleres de trabajo de manera individual.

5.4.1 Planificación de las clases intervenidas

A continuación se describen las actividades, el tiempo de duración y los recursos pedagógicos utilizados para lograr los objetivos propuestos.

- **Clase 1:** Pre test

Se presenta la PROME-ARMYAS a los estudiantes y se explica que realizarán un test (pre-test) para saber qué es lo que saben sobre el tema de las funciones, se les dan las indicaciones de desarrollo haciendo énfasis en que no hay una evaluación de por medio. (ANEXO A)

- **Clase 2:** Inicio de los Talleres

Tabla n° 5: Cuadro resumen de la de las clases con talleres.

N° de clases	Conceptos de aprendizaje	Objetivos	horas	Recursos de aprendizajes	ANEXO
2 y 3	Función lineal	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar enunciados y representar la información. • Analizar situaciones y representar la información. 	2 horas	Taller 1.1 y Taller 1.2	B y C
4 y 5	Función constante	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar enunciados y representar la información. • Analizar situaciones y representar la información. 	2 horas	Taller 2.1 y Taller 2.2	D y E
6 y 7	Función cuadrática	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar enunciados y representar la información. • Analizar situaciones y representar la información. 	2 horas	Taller 3.1 y Taller 3.2	F y G
8 y 9	Función exponencial	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar enunciados y representar la información. • Analizar situaciones y representar la información. 	2 horas	Taller 4.1 y Taller 4.2	H y I

- **Clase 10:** Finalización con la aplicación del test final

Se aplica post test, utilizando el pre test. (ANEXO A)

5.4.2 Guión Metodológico

Para llevar a cabo la implementación de la PROME-ARMYAS seguimos un patrón de planificación igual para cada clase (ANEXO J).

A pesar de los anexos añadidos (planificaciones), a continuación se presentan las actividades detalladamente por taller, a fin de que se pueda observar cómo trabajan los estudiantes durante la aplicación de los talleres:

- **Taller 1: Función Lineal**

Tabla n° 6: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 1

Actividades	
Taller 1.1	<ul style="list-style-type: none">• Los estudiantes interpretan oraciones dadas y las representan en distintos contextos, como en el espacio, en el plano cartesiano y en tablas.• Analizan una situación con la finalidad de que sean capaces de representarla en el plano cartesiano y en tablas.• Responden preguntas de carácter intuitivo.
Taller 1.2	<ul style="list-style-type: none">• Los estudiantes identifican la función lineal y a partir de esa información logran crear situaciones específicas guiadas para la construcción a través de indicaciones dadas por escrito.• Completan la expresión matemática que permite evaluar una función.• A partir de la realización del taller dibujan una situación que refleja una función lineal.• Con la utilización de conceptos claves completan un mapa conceptual donde los estudiantes son capaces de relacionar cada concepto con otro que sea relevante, utilizando para ello las representaciones mentales.

▪ **Taller 2: Función Constante**

Tabla n° 7: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 2

Actividades	
Taller 2.1	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes interpretan oraciones dadas y las representan en distintos contextos, como en el espacio, en el plano cartesiano y en tablas. • Analizan una situación con la finalidad de que sean capaces de representarla en el plano cartesiano y en tablas. • Responden preguntas de carácter intuitivo.
Taller 2.2	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes identifican la función constante y a partir de esa información logran crear situaciones específicas guiadas para la construcción a través de indicaciones dadas por escrito. • Completan la expresión matemática que permite evaluar una función. • A partir de la realización del taller dibujan una situación que refleja una función constante. • Con la utilización de conceptos claves completan un mapa conceptual donde los estudiantes son capaces de relacionar cada concepto con otro que sea relevante, utilizando para ello las representaciones mentales.

▪ **Taller 3: Función Cuadrática**

Tabla n° 8: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 3

Actividades	
Taller 3.1	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes interpretan oraciones dadas y las representan en distintos contextos, como en el espacio, en el plano cartesiano y en tablas. • Analizan una situación con la finalidad de que sean capaces de representarla en el plano cartesiano y en tablas. • Responden preguntas de carácter intuitivo.

Taller 3.2	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes identifican la función cuadrática y a partir de esa información logran crear situaciones específicas guiadas para la construcción a través de indicaciones dadas por escrito. • Completan la expresión matemática que permite evaluar una función. • A partir de la realización del taller dibujan una situación que refleja una función cuadrática. • Con la utilización de conceptos claves completan un mapa conceptual donde los estudiantes son capaces de relacionar cada concepto con otro que sea relevante, utilizando para ello las representaciones mentales.
------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

▪ **Taller 4: Función Exponencial**

Tabla n° 9: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 4

Actividades	
Taller 4.1	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes interpretan oraciones dadas y las representan en distintos contextos, como en el espacio, en el plano cartesiano y en tablas. • Analizan una situación con la finalidad de que sean capaces de representarla en el plano cartesiano y en tablas. • Responden preguntas de carácter intuitivo.
Taller 4.2	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes identifican la función exponencial y a partir de esa información logran crear situaciones específicas guiadas para la construcción a través de indicaciones dadas por escrito. • Completan la expresión matemática que permite evaluar una función. • A partir de la realización del taller dibujan una situación que refleja una función exponencial. • Con la utilización de conceptos claves completan un mapa conceptual donde los estudiantes son capaces de relacionar cada concepto con otro que sea relevante, utilizando para ello las representaciones mentales.

**CAPÍTULO VI:
ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS
RESULTADOS**

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados de la PROME-ARMYAS se especificarán en el siguiente capítulo, diferenciando los resultados de las variables cualitativas y las cuantitativas.

6.1 Con respecto a las Variables cualitativas

6.1.1 Test inicial y final

Representaciones algebraicas

Los problemas relacionados con expresiones algebraicas fueron los números 3, 6, 9 y 12. Es considerada una variable cualitativa, ya que la expresión algebraica es una relación que debe conectar las representaciones de las funciones tanto tabular como gráficamente en una combinación de números y letras, es decir a través de ella se puede analizar cómo los estudiantes representan mentalmente cierta función de manera algebraica.

La PROME-ARMYAS fue diseñada con un espacio libre para el desarrollo de estos problemas, no se entrega un formato ni un modelo a seguir.

- **Pre-test:** A continuación se muestran algunas imágenes que representan el pensar y sentir de algunos estudiantes, para enfrentar las problemáticas expuestas:

- 3) Utilizando tus conocimientos de la ecuación de la recta y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con el tiempo transcurrido (t) en segundos.

no recuerdo muy bien, fue un poco
traumatizante pasar esta materia con el profe
ayuliar.

- 3) Utilizando tus conocimientos de la ecuación de la recta y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con el tiempo transcurrido (t) en segundos.

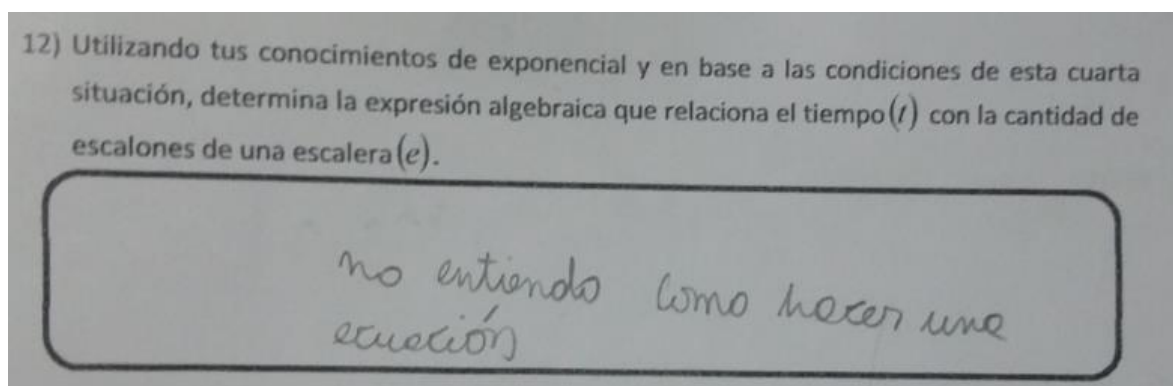
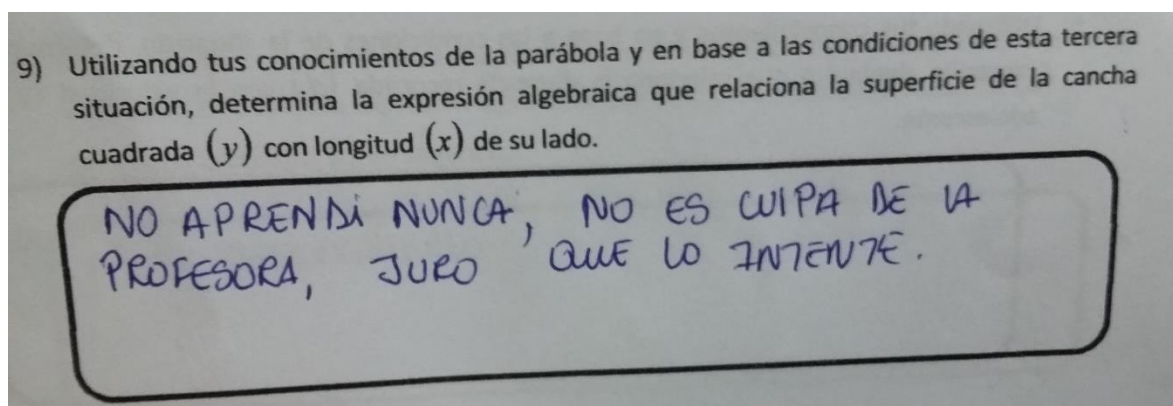
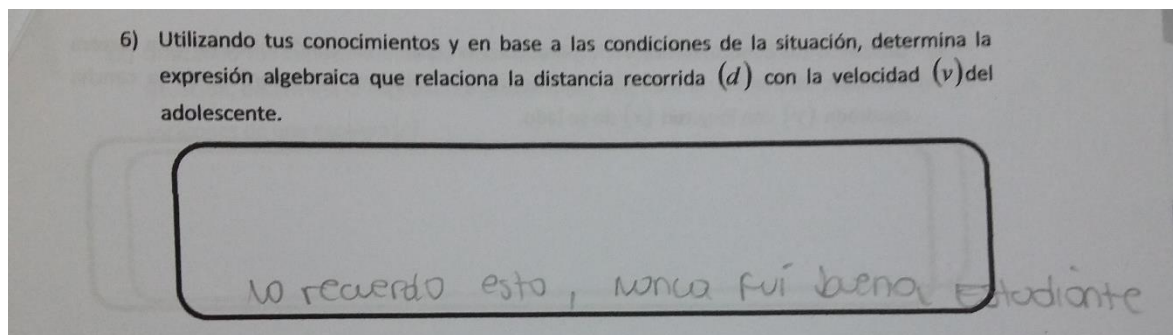
falta conocimiento

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

NO SÉ! :c POR QUE ME HACEN ESTO? Di

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

NO SE como se hace
no recuerdo o no aprendi



A partir de las imágenes se desprende que:

- Los estudiantes encuentran un espacio para expresar lo que sienten de manera escrita, en algunos casos hasta se expresa culpabilidad en sí mismos, por no poder según ellos, responder correctamente ante el problema planteado.
- En estos casos las representaciones mentales son expresadas a través de oraciones simples que no tienen relación directa con los conceptos tratados, pero sí

se establece una relación implícita, entender porque no se tienen adquiridos dichos conceptos.

- La mayoría de los estudiantes declaró no saber resolver estos problemas, aunque no se plasmaron la totalidad de las imágenes, es decir se puede concluir que la representación algebraica de una función genera serios conflictos en los estudiantes.
- Por otro lado, en estos casos se evidencia que no existe conexión alguna con conocimientos previos en la estructura cognoscitiva, para resolver los problemas o hasta este avance no se tiene la disposición por encontrarlos.
- A través de las representaciones escritas se pueden establecer las siguientes preguntas (podrían ser consideradas para investigaciones posteriores):
 - ✓ Los estudiantes ¿No entienden lo que es una expresión algebraica? O ¿No entienden lo que es una función?
 - ✓ El hecho de que no sepan, no entiendan o falte conocimiento, es en definitiva ¿Culpa de los profesores? O ¿Culpa de los estudiantes?
 - ✓ ¿Es importante darle espacios a los estudiantes para que representen a través de oraciones simples las dificultades que tienen para entender un concepto?
- **Post-test:** Las siguientes imágenes representan las respuestas de algunos estudiantes, para enfrentar las mismas problemáticas del pre-test, la diferencia radica en la selección, ya que las siguientes imágenes corresponden a estudiantes del grupo cuasi-experimental, en el caso del grupo control las respuestas no tienen diferencias con el pre-test:

- 3) Utilizando tus conocimientos de la ecuación de la recta y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con el tiempo transcurrido (t) en segundos.

$$(2, 4) \quad (1, 2)$$

$$y - y_0 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_0) \quad y - 2 = \frac{4 - 2}{2 - 1} (x - 1)$$

$$y - 2 = 2x - 2$$

$$2x - y = 0$$

- 3) Utilizando tus conocimientos de la ecuación de la recta y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con el tiempo transcurrido (t) en segundos.

$$d = 2t$$

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

$$f(x) = 2$$

$$v = 2$$

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

$$\begin{array}{l}
 (D, v) \\
 \begin{matrix} x_0 & x_0 \\ (1, 2) & (4, 2) \end{matrix}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 y-2 = \frac{2-2}{4-1} (x-1) \quad x=0 \\
 y-2 = \cancel{2-2} + y=2
 \end{array}$$

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

$$f(x) = 2$$

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

$$f(d) = v$$

- 6) Utilizando tus conocimientos y en base a las condiciones de la situación, determina la expresión algebraica que relaciona la distancia recorrida (d) con la velocidad (v) del adolescente.

$$\begin{array}{ll}
 f(1) = 2 & f(5) = 2 \\
 f(2) = 2 & f(6) = 2 \\
 f(3) = 2 & f(7) = 2 \\
 f(4) = 2 & f(8) = 2
 \end{array}$$

- 9) Utilizando tus conocimientos de la parábola y en base a las condiciones de esta tercera situación, determina la expresión algebraica que relaciona la superficie de la cancha cuadrada (y) con longitud (x) de su lado.

$$f(x) = x^2,$$

- 9) Utilizando tus conocimientos de la parábola y en base a las condiciones de esta tercera situación, determina la expresión algebraica que relaciona la superficie de la cancha cuadrada (y) con longitud (x) de su lado.

$$f(x) = y^2$$

- 12) Utilizando tus conocimientos de exponencial y en base a las condiciones de esta cuarta situación, determina la expresión algebraica que relaciona el tiempo (t) con la cantidad de escalones de una escalera (e).

$$y = 2^x$$

12) Utilizando tus conocimientos de exponencial y en base a las condiciones de esta cuarta situación, determina la expresión algebraica que relaciona el tiempo (t) con la cantidad de escalones de una escalera (e).

Handwritten mathematical expressions for a function $f(t)$:

$f(0) = 1$	$f(4) = 16$
$f(1) = 2$	$f(5) = 25$
$f(2) = 4$	$f(6) = 36$
$f(3) = 9$	

12) Utilizando tus conocimientos de exponencial y en base a las condiciones de esta cuarta situación, determina la expresión algebraica que relaciona el tiempo (t) con la cantidad de escalones de una escalera (e).

Handwritten mathematical expressions for a function $F(t)$:

$F(1) = 1$	$F(5) = 25$
$F(2) = 4$	$F(a) = a^2$
$F(3) = 9$	
$F(4) = 16$	

A partir de las imágenes se desprende que:

- En estos casos las representaciones mentales son expresadas a través de igualdades, algunas incluyen letras como X e Y, otras solo números, pero en pocos casos se relacionan las variables del problema en la expresión algebraica.
- A través de las imágenes, se confirma lo expuesto por Moreira, las representaciones mentales no tienen por qué ser igual para todos los aprendices.

- Las representaciones establecen una conexión por parte de los estudiantes de las expresiones algebraicas con los ejes del plano cartesiano, pero no es claro que hayan logrado una comprensión clara de lo ello significa.
- Por otro lado, es estos casos se evidencia un interés por resolver las problemáticas, los estudiantes no temen representar las expresiones algebraicas, ya que no existe una evaluación de por medio, los estudiantes están en conocimiento que no existen respuestas buenas ni malas.
- Se pueden establecer las siguientes preguntas (podrían ser consideradas para investigaciones posteriores):
 - ✓ ¿Qué validez tiene como expresión algebraica una expresión que contiene solo números?
 - ✓ ¿Los docentes deben considerar válidas las expresiones algebraicas que no contengan las letras expuestas en el enunciado de un problema?

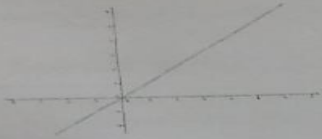
Justificación de gráficos

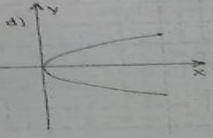
La PROME-ARMYAS en su test inicial y final, le permite al alumno enfrentarse a diferentes imágenes, para identificar si corresponden a una función o no, se aplica a través de ellas el sentido visual, es decir se verifica si existen conexiones sensoriales con las imágenes en la estructura cognoscitiva, de existir conexiones, el alumno representa en una oración corta su justificación para señalar si existen o no las características necesarias para estar en presencia de una función.

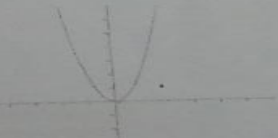
No se hace una separación entre el pre y post test, ya que se evalúa en detalle los resultados como variable cuantitativa en el ítem 6.2.1., en esta sección solo corresponde el análisis de las justificaciones.

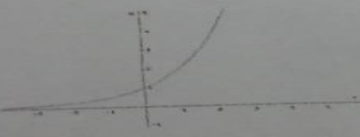
En esta variable se presentan las imágenes más representativas (que hemos seleccionado):


13) Identifica si las siguientes graficas corresponde a una función o no y justifica.

13.1)  No, porque no es una parábola.


13.2)  No, porque no pasa por el eje x, ni eje y.

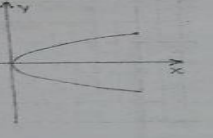
13.3)  Sí, corresponde y significa que el delta es igual a 0 y además que la parábola se corta en el eje x.


13.4)  Sí, porque cubre el eje y - x y pasa por el eje x.

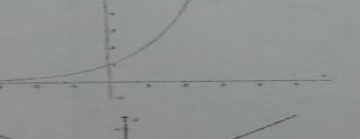
13.5)  No, porque no es una parábola.


13) Identifica si las siguientes graficas corresponde a una función o no y justifica.

13.1)  No estoy segura creo que es función lineal.

13.2)  Sí corresponde a una función debido a que es una parábola.

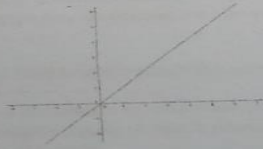
13.3)  Sí corresponde a una función.

13.4)  No corresponde a una función porque no tiene vértice.

13.5)  No lo sé :c

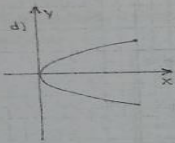
13) Identifica si las siguientes graficas corresponde a una función o no y justifica.

13.1)



Si, cumple con los puntos

13.2)



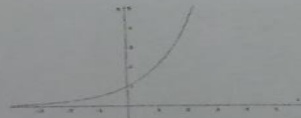
No, porque el punto c no pasa por el eje x, sino más bien por el eje y. es por esto que la gráfica esta "dostada"

13.3)



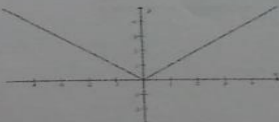
Si, cumple con todos los puntos

13.4)



Si, cumple con los puntos

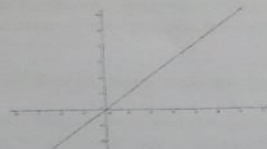
13.5)



Si lo es

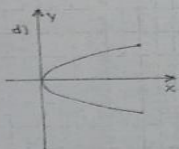
13) Identifica si las siguientes graficas corresponde a una función o no y justifica.

13.1)



Si, porque la pre-imagen tiene 1 imagen

13.2)



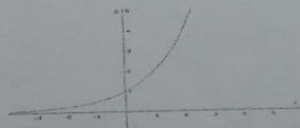
No, porque es una relación ya que la pre-imagen tiene 2 imagenes

13.3)



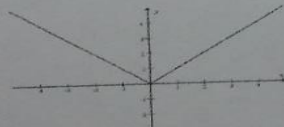
Si, es una función cuadrática, la pre-imagen tiene 1 imagen

13.4)



Si, es una función exponencial, la pre-imagen se refleja 1 vez

13.5)



Si, es una función de valores absolutos, cada pre-imagen tiene 1 imagen

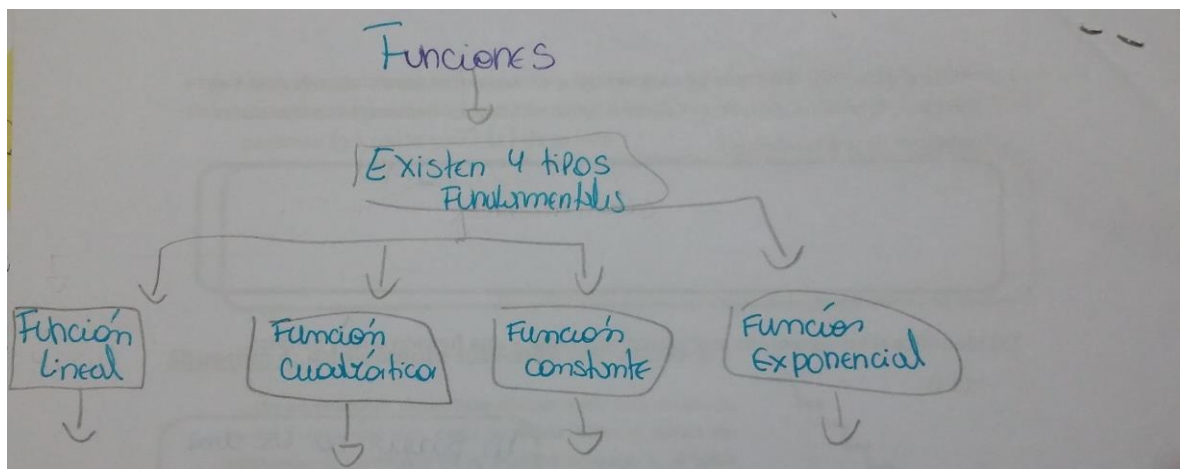
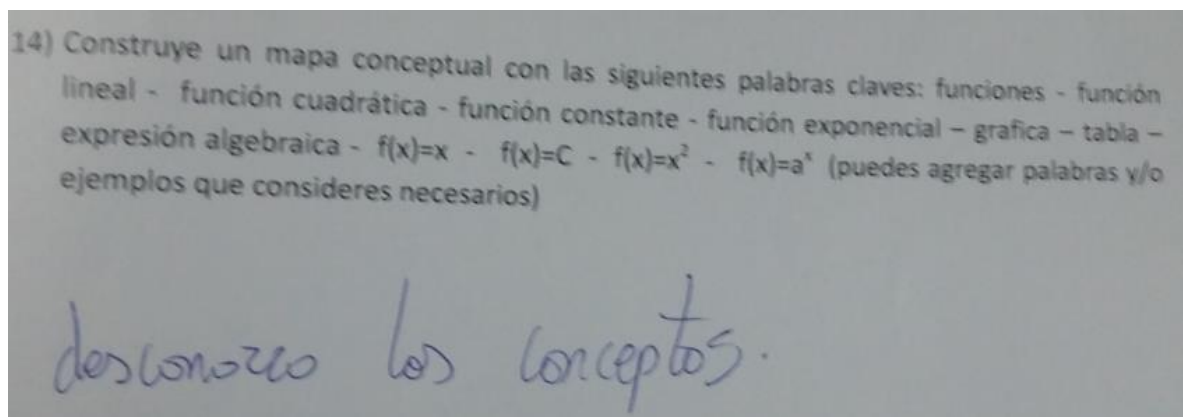
A partir de las imágenes se desprende que:

- En estos casos las representaciones mentales son expresadas en una oración corta, dicha oración se expresa al producirse una conexión visual con las imágenes.
- Una vez más se aprecia una diversidad ante las respuestas, es decir la representación visual que tienen los estudiantes de ciertas funciones en forma algebraica no radican en los mismos fundamentos.
- Para algunos estudiantes la representación gráfica de la función solo se relaciona con la función cuadrática.
- Los estudiantes en su mayoría presentan dificultades para reconocer la función valor absoluto, es decir en sus mentes no se generan relaciones de las funciones trabajadas por la PROME-ARMYAS con dicha función.
- Las representaciones que relacionan los contenidos con imágenes suelen ser más fáciles de interpretar.
- Por otro lado, en la mayoría de los casos se reconocen las funciones, pero existe dificultad para expresar de forma escrita la razón que lo justifica.
- Se pueden establecer las siguientes preguntas (podrían ser consideradas para investigaciones posteriores):
 - ✓ ¿Cuáles son las condiciones que el Docente espera que el alumno domine para reconocer visualmente una función?
 - ✓ ¿Es relevante que los estudiantes representen gráficamente una función?
 - ✓ ¿Las imágenes facilitan las representaciones de ciertos contenidos?

Mapa Conceptual

Esta variable en la PROME-ARMYAS es considerada cualitativa, ya que se analiza cómo los estudiantes representan un concepto que deberían dominar, a través de un mapa conceptual.

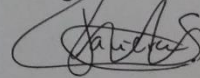
- **Pre-test:** A continuación se presentan algunas imágenes:



14) Construye un mapa conceptual con las siguientes palabras claves: funciones - función lineal - función cuadrática - función constante - función exponencial - grafica - tabla - expresión algebraica - $f(x)=x$ - $f(x)=C$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=a^x$ (puedes agregar palabras y/o ejemplos que consideres necesarios)

Profesora: No pude contestar su Pre-test debido a que no entiendo matemáticas en general, para que se entienda un poco debo decirle que llevo cinco años en este liceo en los cuales jamás he sacado promedio azul, de hecho este año tengo promedio 2,0, esperando su comprensión

Muchas gracias.

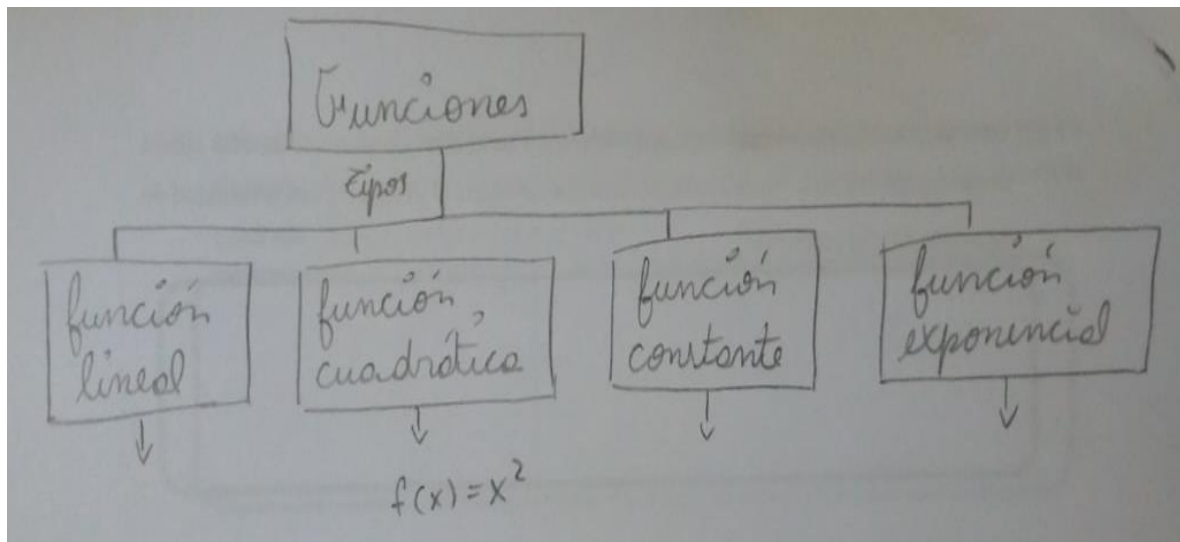


14) Construye un mapa conceptual con las siguientes palabras claves: funciones - función lineal - función cuadrática - función constante - función exponencial - grafica - tabla - expresión algebraica - $f(x)=x$ - $f(x)=C$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=a^x$ (puedes agregar palabras y/o ejemplos que consideres necesarios)

querida profesora debido a mi baja capacidad intelectual en este ramo no me acuerdo ni sé nada muchas gracias por su tiempo y comprensión. ♡

14) Construye un mapa conceptual con las siguientes palabras claves: funciones - función lineal - función cuadrática - función constante - función exponencial - grafica - tabla - expresión algebraica - $f(x)=x$ - $f(x)=C$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=a^x$ (puedes agregar palabras y/o ejemplos que consideres necesarios)

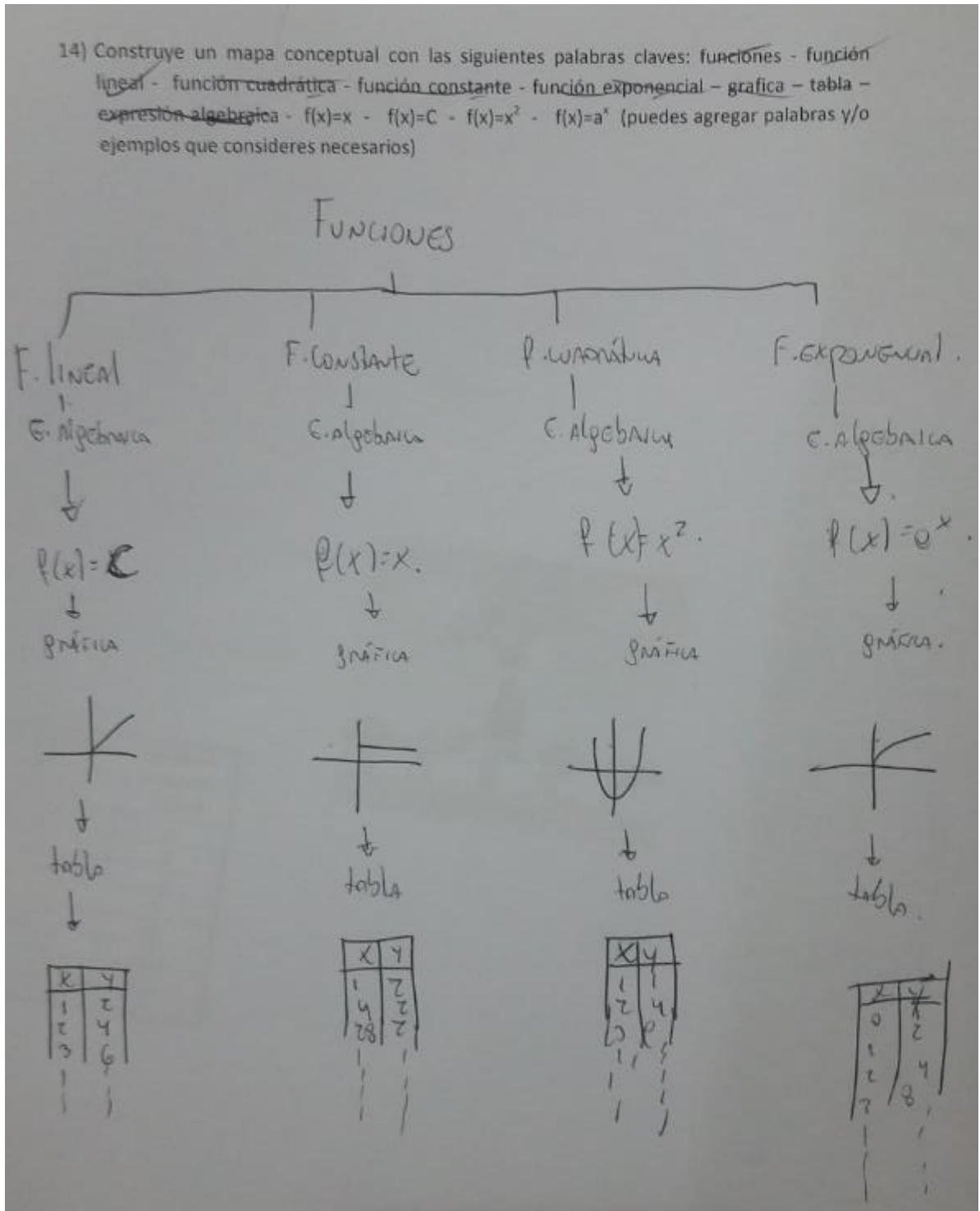
no se



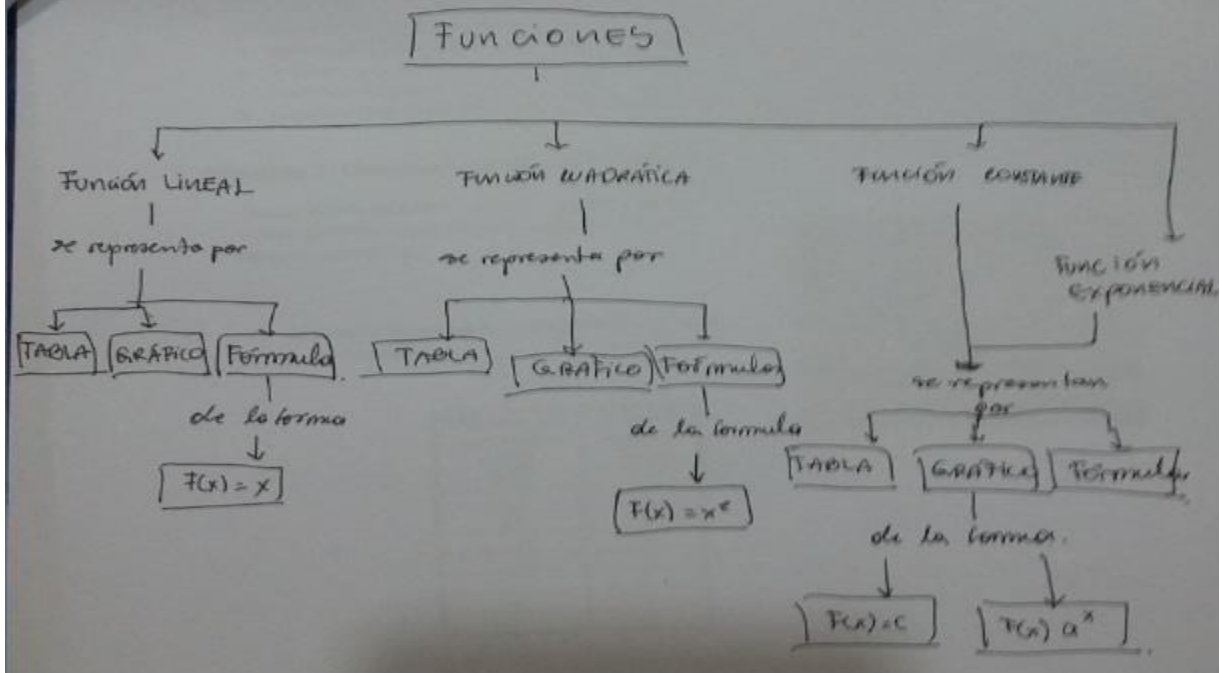
A partir de las imágenes se desprende que:

- La mayoría de los estudiantes con la frase “no sé” o “desconozco los conceptos” justifican su incapacidad para realizar un mapa conceptual.
- Los estudiantes que hacen intentos por realizar un mapa conceptual, logran relacionar algunos conceptos, pero no en su totalidad. A primera vista existe disposición e interés por realizar la actividad, por otro lado hay una coincidencia en las representaciones.
- El análisis de las representaciones en este caso, se enfoca al igual que en la variable de expresiones algebraicas a realizar preguntas como:
 - ✓ ¿Los estudiantes no saben hacer mapas conceptuales? O ¿Los estudiantes no son capaces de relacionar los conceptos expuestos en el enunciado?

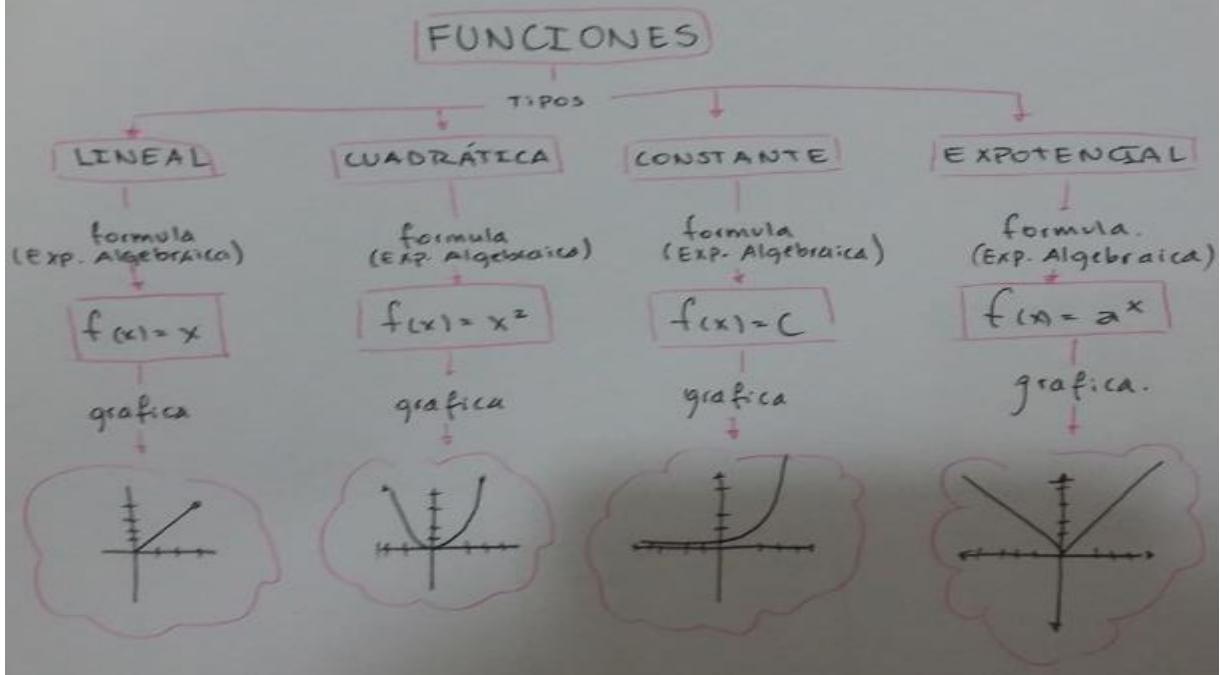
- Post-test:** A continuación se plasman las imágenes de variados mapas conceptuales realizados por los estudiantes del grupo cuasi-experimental de la Prome-Armyas:

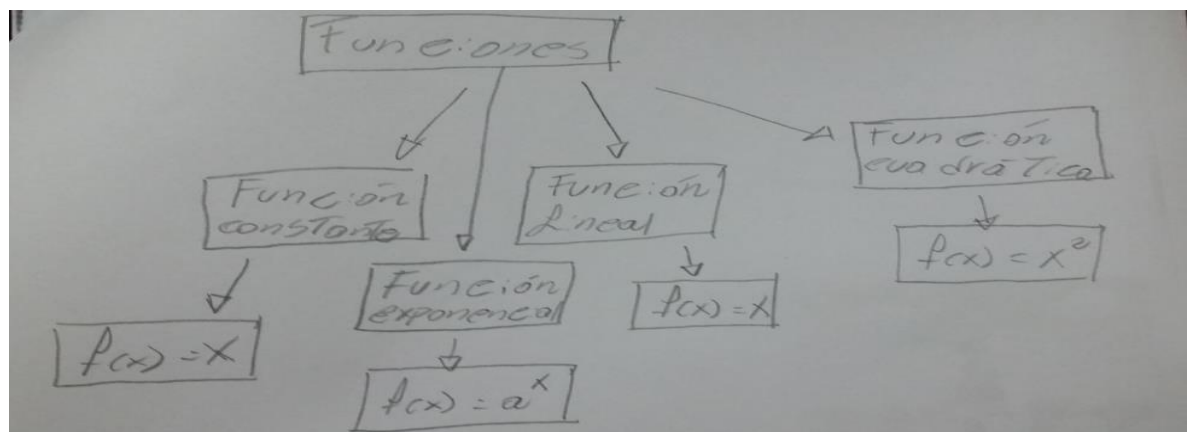
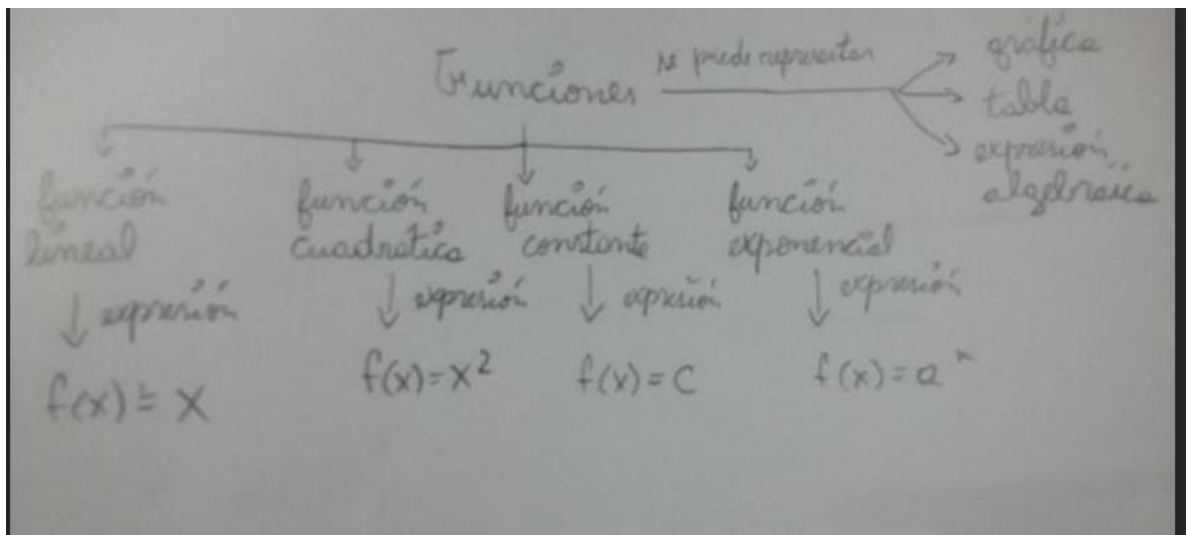
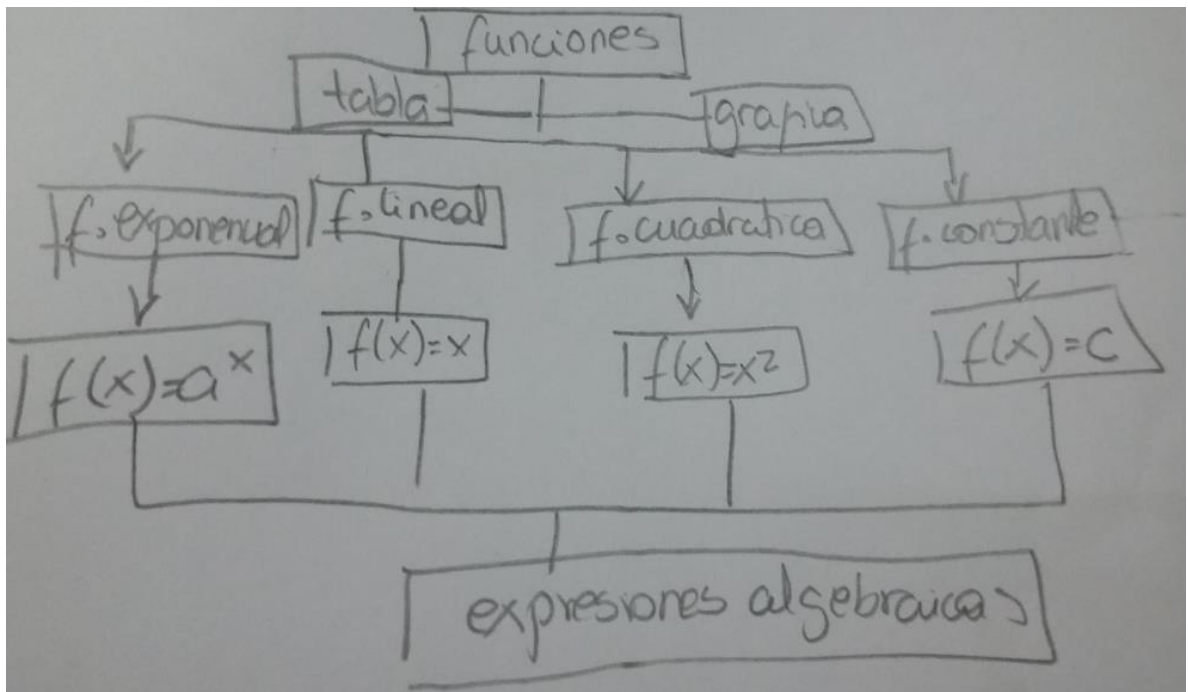


14) Construye un mapa conceptual con las siguientes palabras claves: funciones - función lineal - función cuadrática - función constante - función exponencial - grafica - tabla - expresión algebraica - $f(x)=x$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=a^x$ (puedes agregar palabras y/o ejemplos que consideres necesarios)



14) Construye un mapa conceptual con las siguientes palabras claves: funciones - función lineal - función cuadrática - función constante - función exponencial - grafica - tabla - expresión algebraica - $f(x)=x$ - $f(x)=C$ - $f(x)=x^2$ - $f(x)=a^x$ (puedes agregar palabras y/o ejemplos que consideres necesarios)





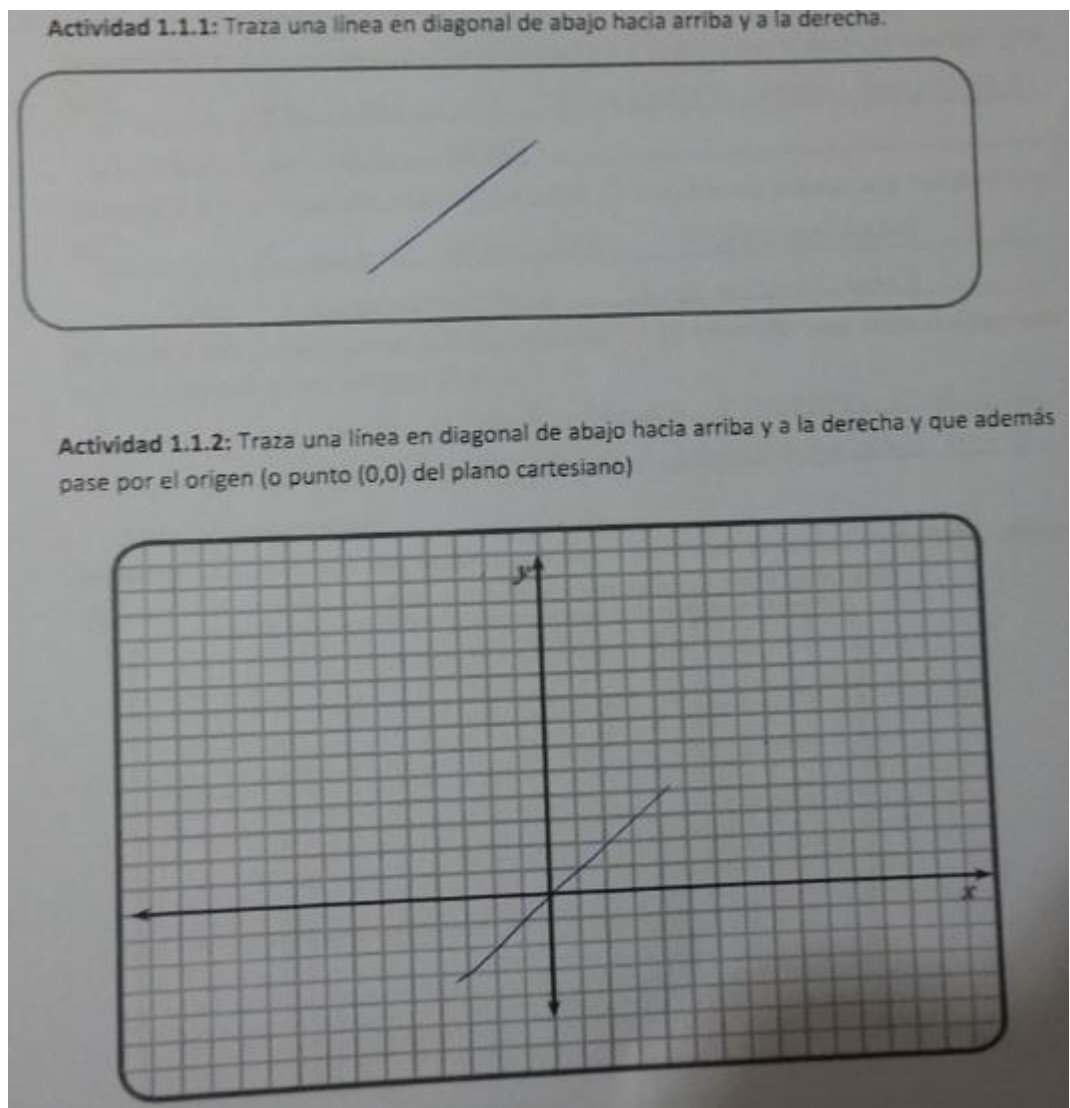
A partir de las imágenes se desprende que:

- Los estudiantes tienen un espacio para representar los conceptos tratados en la PROME-ARMYAS, a través de un mapa conceptual, en esta ocasión se vuelve a reiterar una variación en las representaciones, pero la variación tiene relación con el estilo utilizado, ya que los contenidos son expresados para todos por igual en el enunciado.
- Las representaciones de los mapas conceptuales en su mayoría relacionan al menos dos formas de representar las funciones vistas en la PROME-ARMYAS.
- La PROME-ARMYAS permite que los estudiantes tengan un encuentro con conocimientos anteriores que se habían olvidado y en otros casos se implantan relaciones con nuevos conceptos, el gran aumento de participación en esta variable lo confirman.
- Se pueden establecer las siguientes preguntas (podrían ser consideradas para investigaciones posteriores):
 - ✓ ¿Cuáles son las representaciones de mapas conceptuales que el Docente espera que el alumno domine?
 - ✓ ¿Cuáles son los indicadores que permiten evaluar como correcto un mapa conceptual?
 - ✓ ¿Cómo representa a través de un mapa conceptual el concepto de funciones un profesor de enseñanza media?

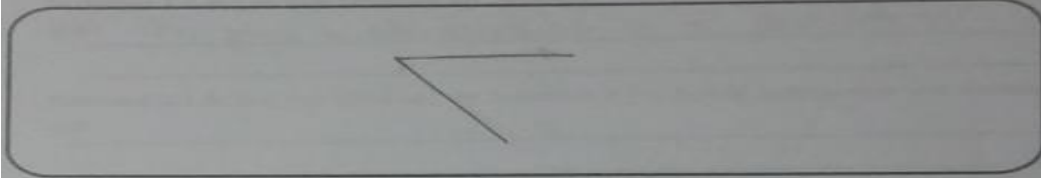
6.1.2 Talleres de Intervención

En esta sección se muestran diferentes imágenes de los cuatro talleres aplicados al grupo cuasi-experimental, relacionados con las variables cualitativas (primera parte de ellos):

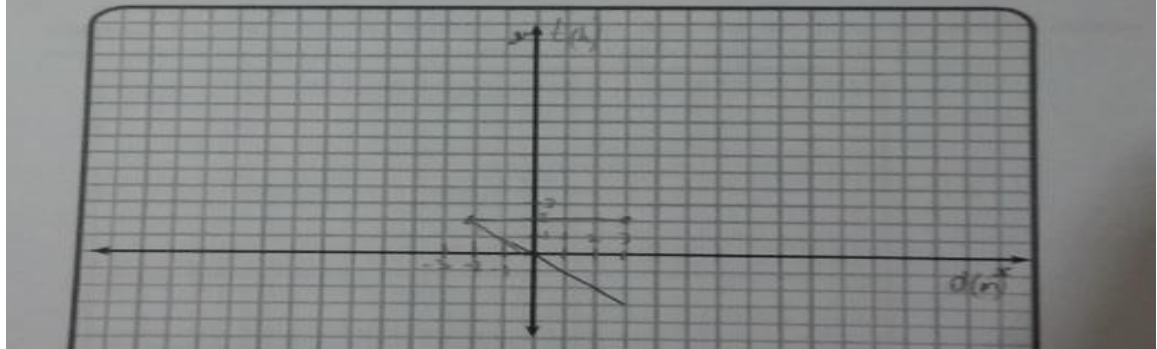
- **Taller 1:**



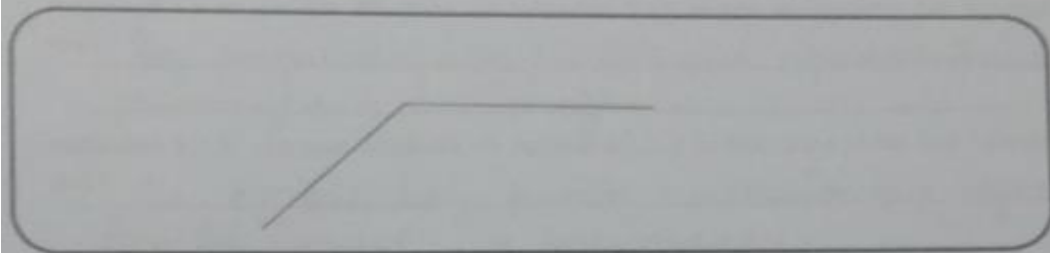
Actividad 1.1.1: Traza una línea en diagonal de abajo hacia arriba y a la derecha.



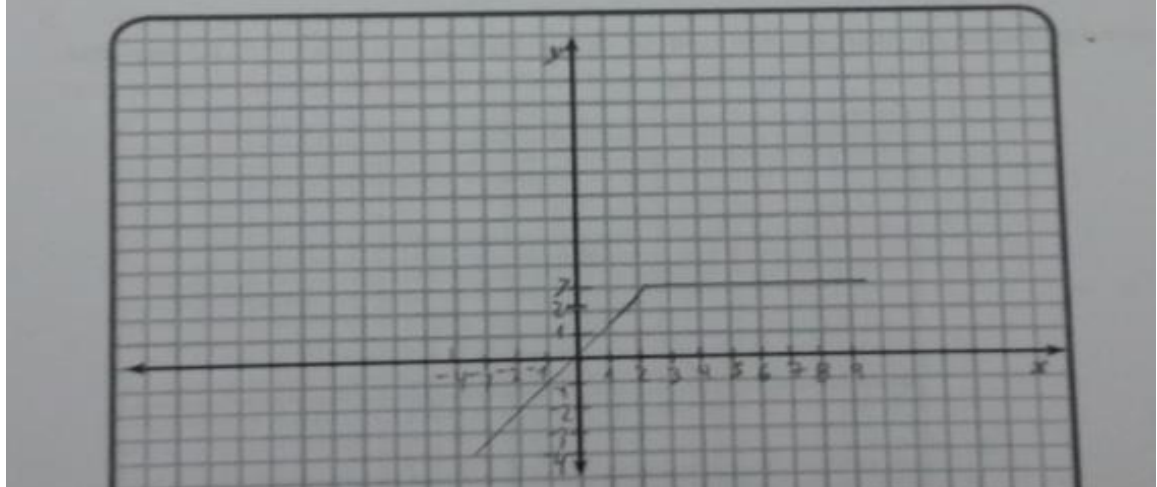
Actividad 1.1.2: Traza una línea en diagonal de abajo hacia arriba y a la derecha y que además pase por el origen (o punto (0,0) del plano cartesiano)



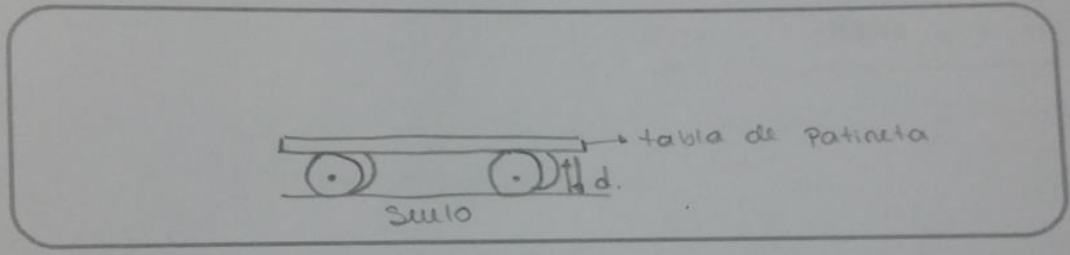
Actividad 1.1.1: Traza una línea en diagonal de abajo hacia arriba y a la derecha.



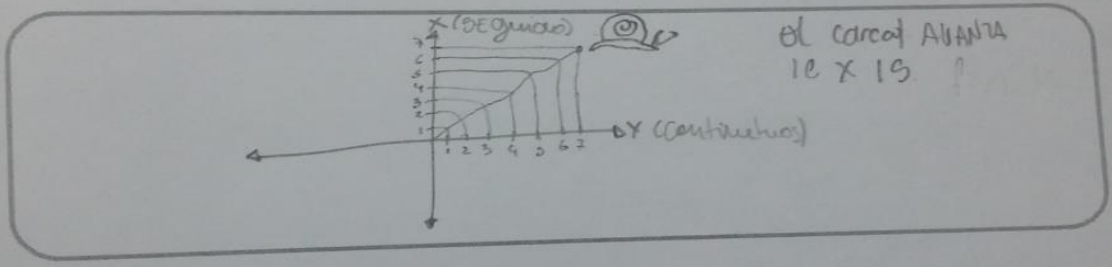
Actividad 1.1.2: Traza una línea en diagonal de abajo hacia arriba y a la derecha y que además pase por el origen (o punto (0,0) del plano cartesiano)



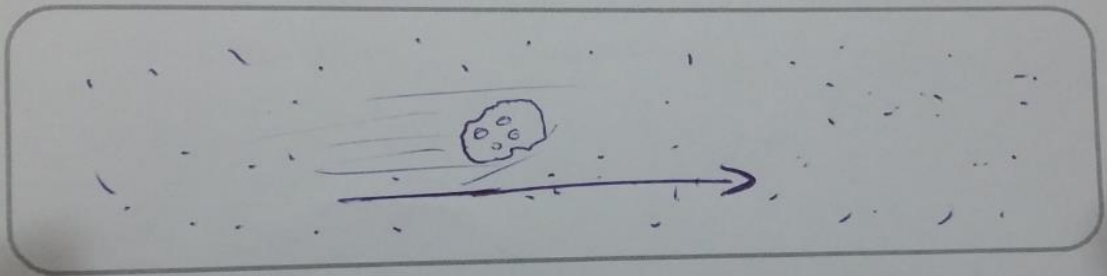
Actividad 1.2.9: En el siguiente recuadro dibuja y representa una situación que refleje una función constante e identifica la función con una línea:



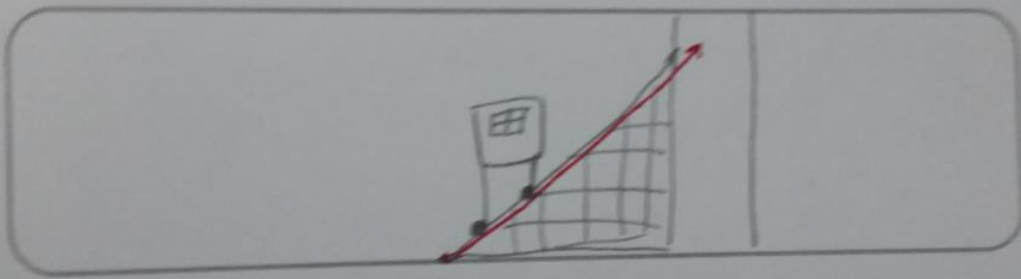
Actividad 1.2.9: En el siguiente recuadro dibuja y representa una situación que refleje una función constante e identifica la función con una línea:



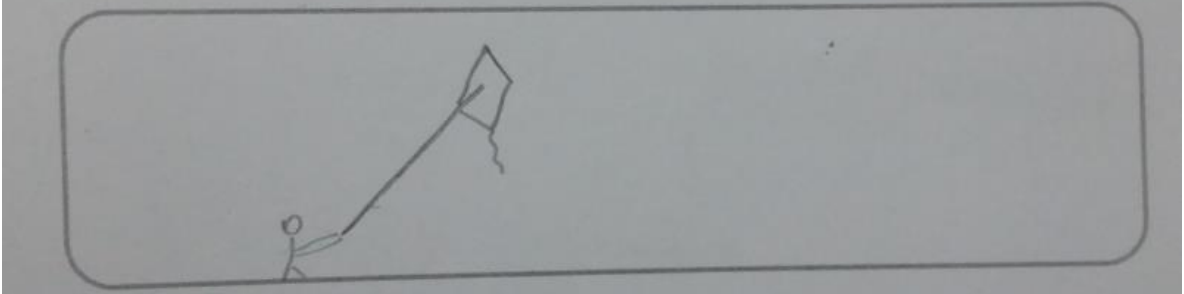
Actividad 1.2.9: En el siguiente recuadro dibuja y representa una situación que refleje una función constante e identifica la función con una línea:



Actividad 1.2.9: En el siguiente recuadro dibuja y representa una situación que refleje una función lineal e identifica la función con una línea:

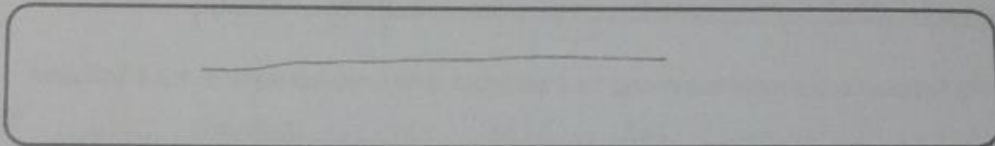


Actividad 1.2.9: En el siguiente recuadro dibuja y representa una situación que refleje una función lineal e identifica la función con una línea:

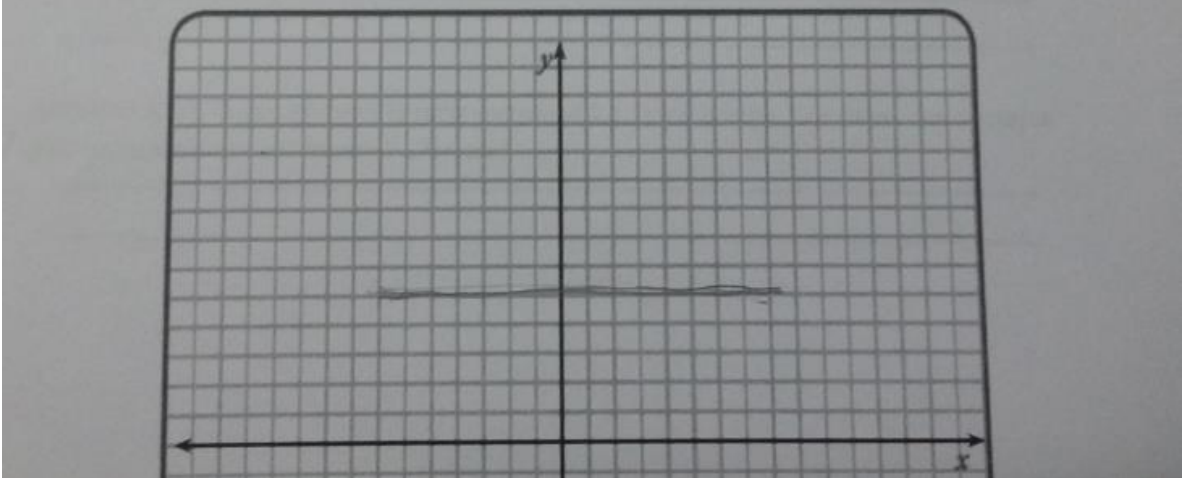


▪ **Taller 2:**

Actividad 2.1.1: Traza una línea en Horizontal.



Actividad 2.1.2: Traza una línea en horizontal y que además sea paralela al eje correspondiente.

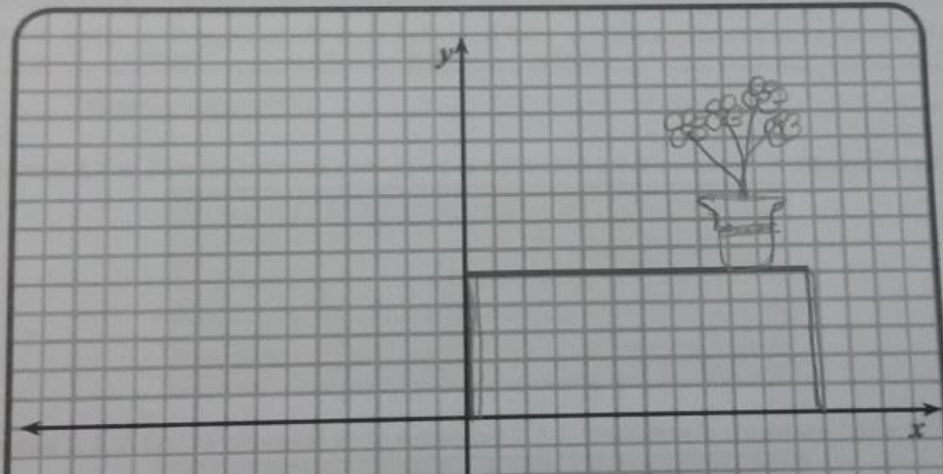


Actividad 2.2.1: Tenemos el siguiente gráfico, si la línea azul representa el largo de la mesa que está a 70 cm de altura desde el suelo, ¿Puedes dibujar la mesa?

Sí (Dibújala)

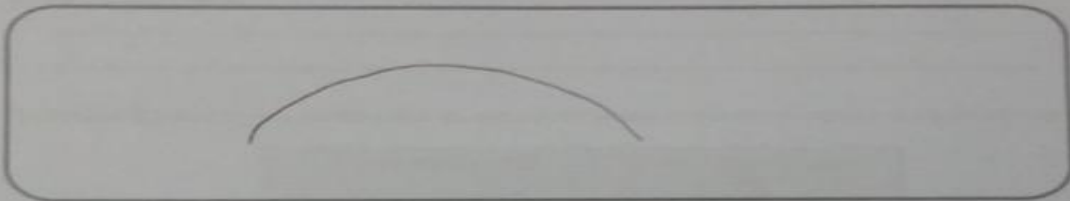


No ¿Por qué?:

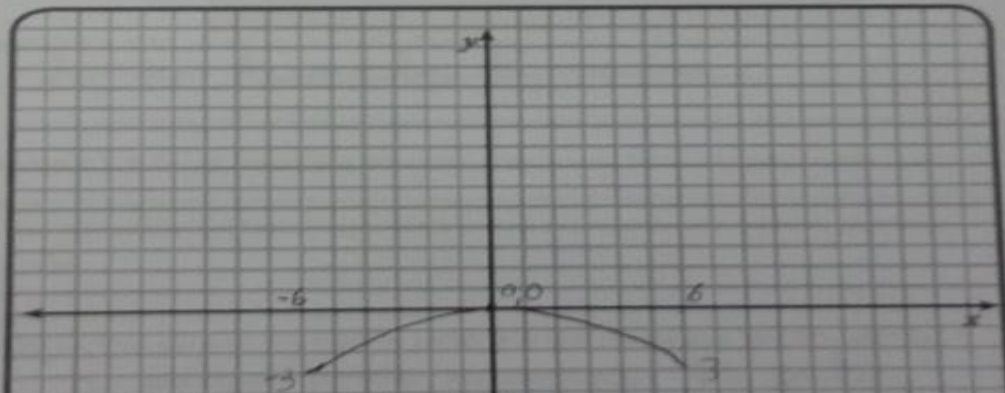


▪ **Taller 3:**

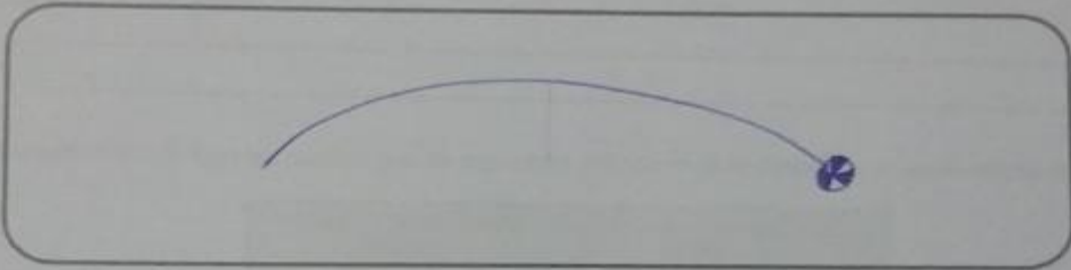
Actividad 3.1.1: En el siguiente recuadro dibuja una línea que represente el arco iris o el lanzamiento de una pelota (dibuja solo una):



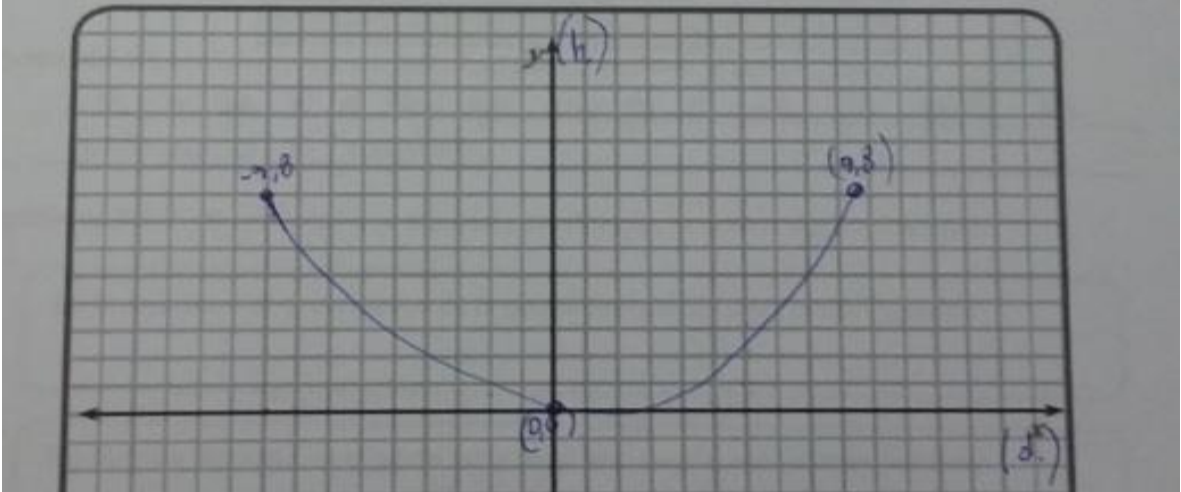
Actividad 3.1.2: En el siguiente plano cartesiano dibuja la misma línea que anteriormente, pero al revés, de tal forma que el centro de la línea quede posicionado en el origen (0,0):



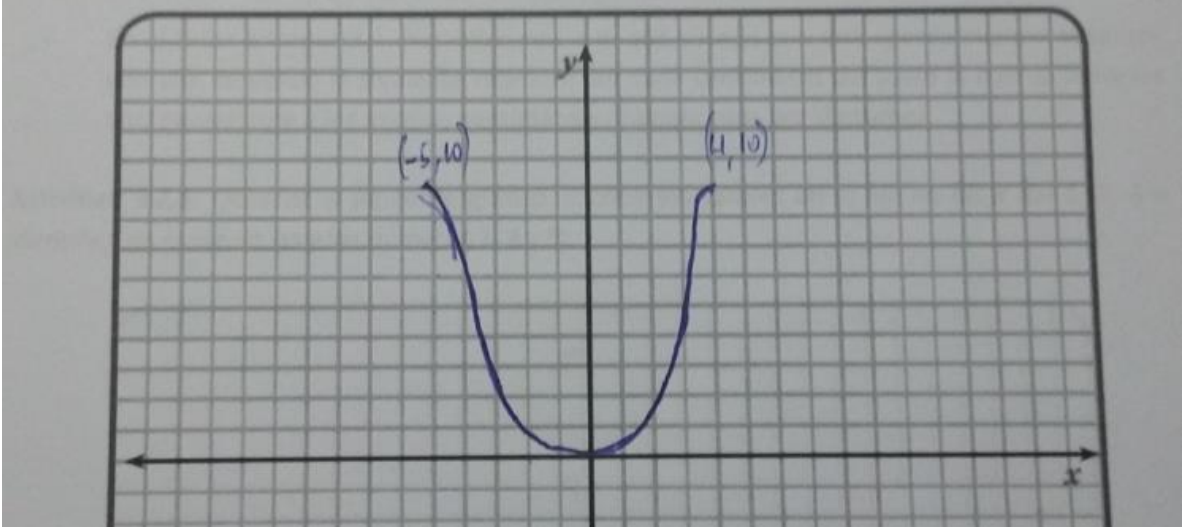
Actividad 3.1.1: En el siguiente recuadro dibuja una línea que represente el arco iris o el lanzamiento de una pelota (dibuja solo una):



Actividad 3.1.2: En el siguiente plano cartesiano dibuja la misma línea que anteriormente, pero al revés, de tal forma que el centro de la línea quede posicionado en el origen $(0,0)$:

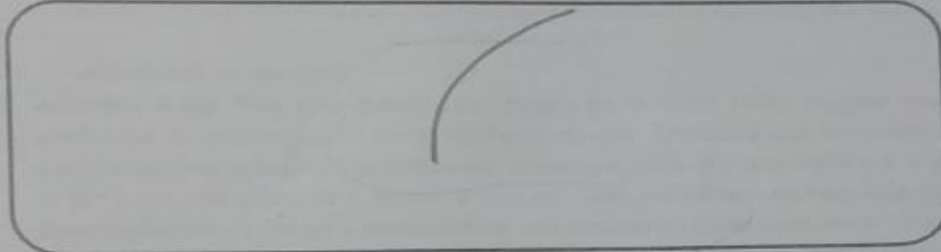


Actividad 3.1.8: Con la información entregada en el enunciado anterior dibuja en el siguiente plano cartesiano una situación que lo represente:

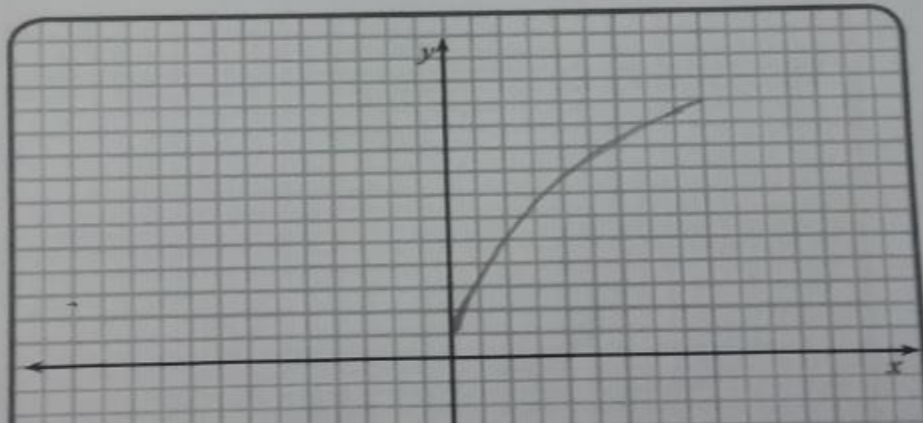


▪ Taller 4:

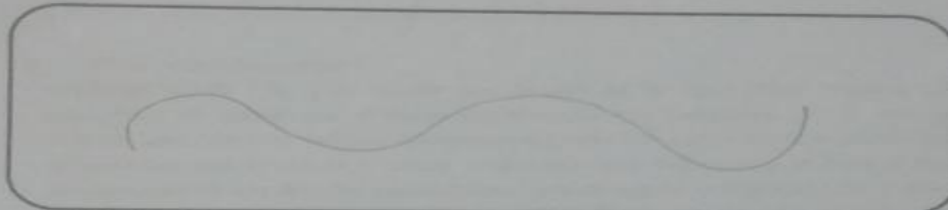
Actividad 4.1.1: En el siguiente recuadro dibuja una línea curva de abajo hacia arriba y a la derecha.



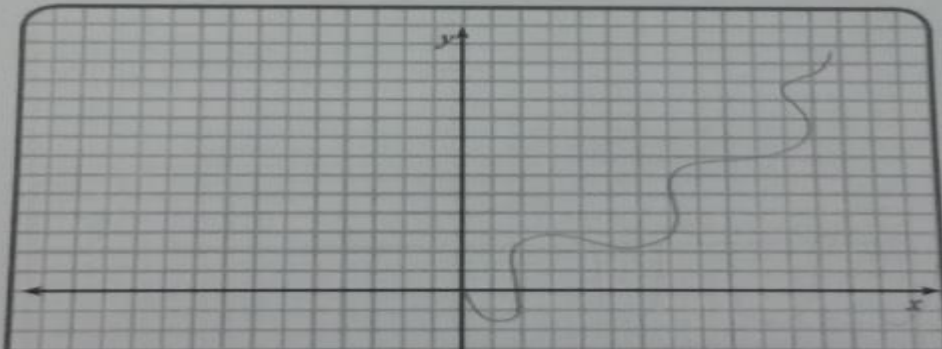
Actividad 4.1.2: En el siguiente plano cartesiano dibuja una línea curva hacia la derecha de abajo hacia arriba y que además empiece en el punto $(0,1)$.



Actividad 4.1.1: En el siguiente recuadro dibuja una línea curva de abajo hacia arriba y a la derecha.



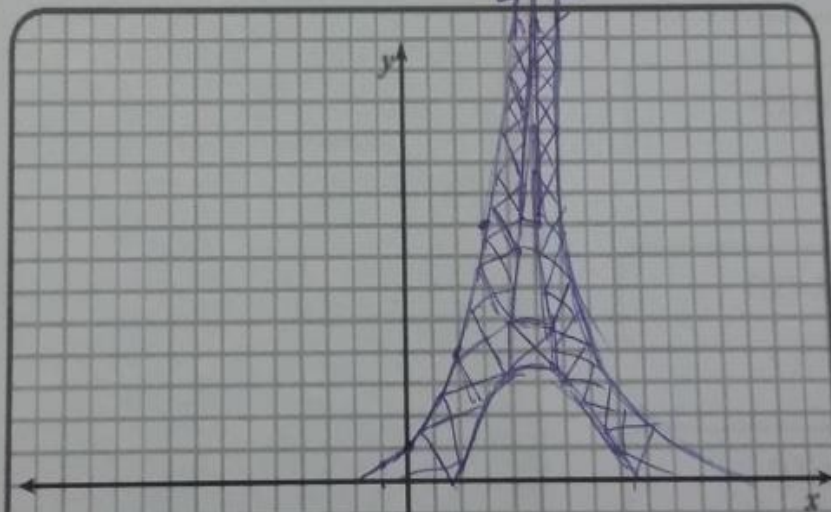
Actividad 4.1.2: En el siguiente plano cartesiano dibuja una línea curva hacia la derecha de abajo hacia arriba y que además empiece en el punto $(0,1)$.



Actividad 4.2.1: En el siguiente plano cartesiano ubica los siguientes puntos y únelos: $(-1, 0,5)$; $(0, 1)$; $(2, 4)$; $(3, 8)$. Luego imagina que la línea que resulto de la unión de los puntos es el borde de la torre. ¿Puedes dibujar la Torre Eiffel?:

Sí (Dibújala)

No ¿Por qué?:



A partir de las imágenes se desprende que:

- Los estudiantes tienen la oportunidad de representar diferentes situaciones relacionadas con las funciones. Las representaciones son variadas frente a las mismas oraciones descritas en los enunciados.
- Los estudiantes a través de sus representaciones interactúan con su entorno reconociendo errores en ellas.
- La PROME-ARMYAS permite que los estudiantes tengan un encuentro con conocimientos anteriores a través de actividades fuera de lo común a sus clases de matemáticas (las respuestas no son evaluadas como buenas o malas), las representaciones son pictóricas y escritas.

6.2 En cuanto a las variables cuantitativas

6.2.1 Efecto en el Rendimiento

En esta sección se presentan los resultados que arrojaron los análisis en cuanto al efecto en el rendimiento de los Test iniciales y finales.

En otras palabras se visualiza si existen mejoras en el rendimiento de los Pre-test Aplicados al inicio de la propuesta, después de haber realizado los talleres de intervención.

Resultados Pre-test

La evaluación consta con situaciones que tienen relación con las representaciones de las funciones, esta parte del test es cuantificado con:

- N (no responde nada)
- 1 (responde mal)
- 2(responde incompleto)
- 3 (responde correctamente)

Tablas con los detalles: ANEXO K; ANEXO L; ANEXO M y ANEXO N, las dos primeras tablas corresponden al grupo cuasi-experimental y las dos segundas al grupo control.

Resultados Post-test

Al igual que en el caso del pre-test los datos fueron agrupados en tablas anexas, ocupando los mismos indicadores que en el caso anterior. Anexos post-test: ANEXO O; ANEXO P; ANEXO Q y ANEXO R.

6.2.2 Efecto en el Aprendizaje

En esta sección se analiza cada pregunta del pre-test, comparando gráficamente los resultados con los obtenidos en el post-test.

La idea radica en visualizar el progreso de los estudiantes del grupo cuasi-experimental frente a los estudiantes que no fueron intervenidos, analizando cada pregunta.

- **Pregunta N° 1:** De acuerdo a la situación N° 1, los estudiantes debían completar una tabla.

Tabla n° 10: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 1, según los indicadores.

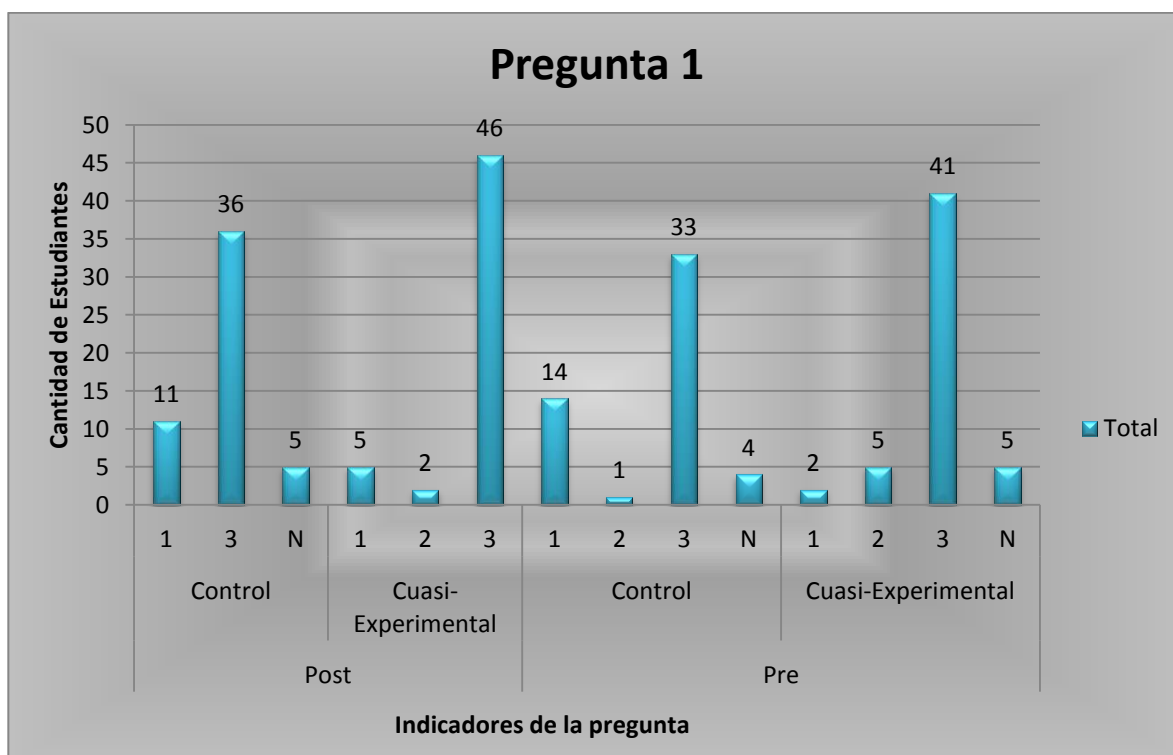
Test	Grupo	P1	Cantidad de Estudiantes
Post	Control	1	11
		3	36
		N	5
	Cuasi-Experimental	1	5
		2	2
Pre		3	46
	Control	1	14
		2	1
		3	33
		N	4
	Cuasi-Experimental	1	2

		2	5
		3	41
		N	5
Total general			210

Para la interpretación de los gráficos que se expondrán, se recuerda que los indicadores tienen las siguientes especificaciones:

- N (no responde nada)
- 1 (responde mal)
- 2(responde incompleto)
- 3 (responde correctamente)

Gráfico n° 3: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores.



En esta pregunta a través del gráfico se puede observar en relación a los indicadores que en el pre-test del grupo cuasi-experimental 5 alumnos no responden nada, mientras que en el post-test la totalidad de los estudiantes responden la pregunta y un total de 46 estudiantes responden correctamente, mientras que en el grupo control en el post-test algunos estudiantes siguen siendo incapaces de responderla.

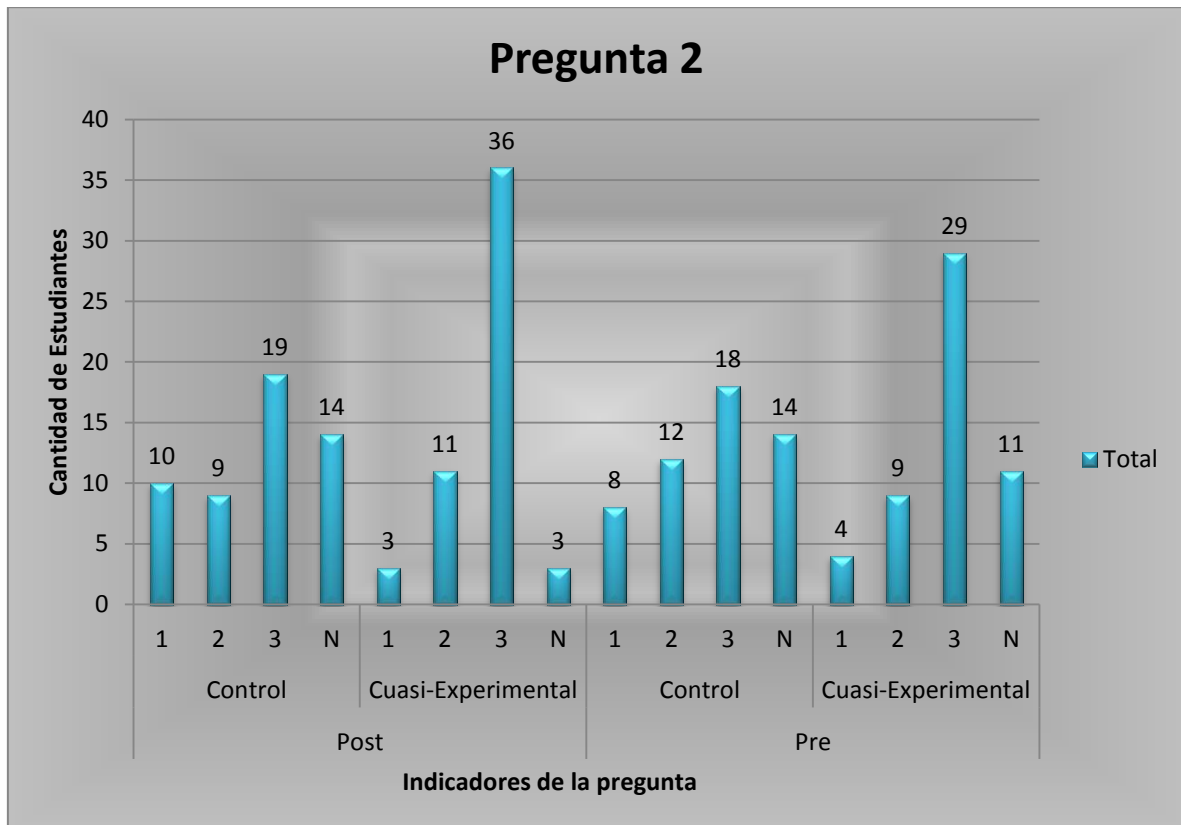
▪ **Pregunta 2:**

Dibujar en un plano cartesiano los puntos registrados en la tabla anterior.

Tabla n° 11: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 2, según los indicadores.

Test	Grupo	P2	Estudiantes
Post	Control	1	10
		2	9
		3	19
		N	14
	Cuasi-Experimental	1	3
		2	11
		3	36
		N	3
Pre	Control	1	8
		2	12
		3	18
		N	14
	Cuasi-Experimental	1	4
		2	9
		3	29
		N	11
Total general			210

Gráfico n° 4: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 2.



Los estudiantes que fueron intervenidos con los talleres presentan una mejoría, ya que 36 estudiantes (la barra más alta) respondieron correctamente mientras que el grupo control solo 19 alumnos logran responder correctamente. Cabe mencionar que en el pre test el grupo cuasi-experimental tuvo 11 alumnos que no respondieron nada, lo que tiene una disminución en el post test de 9 alumnos.

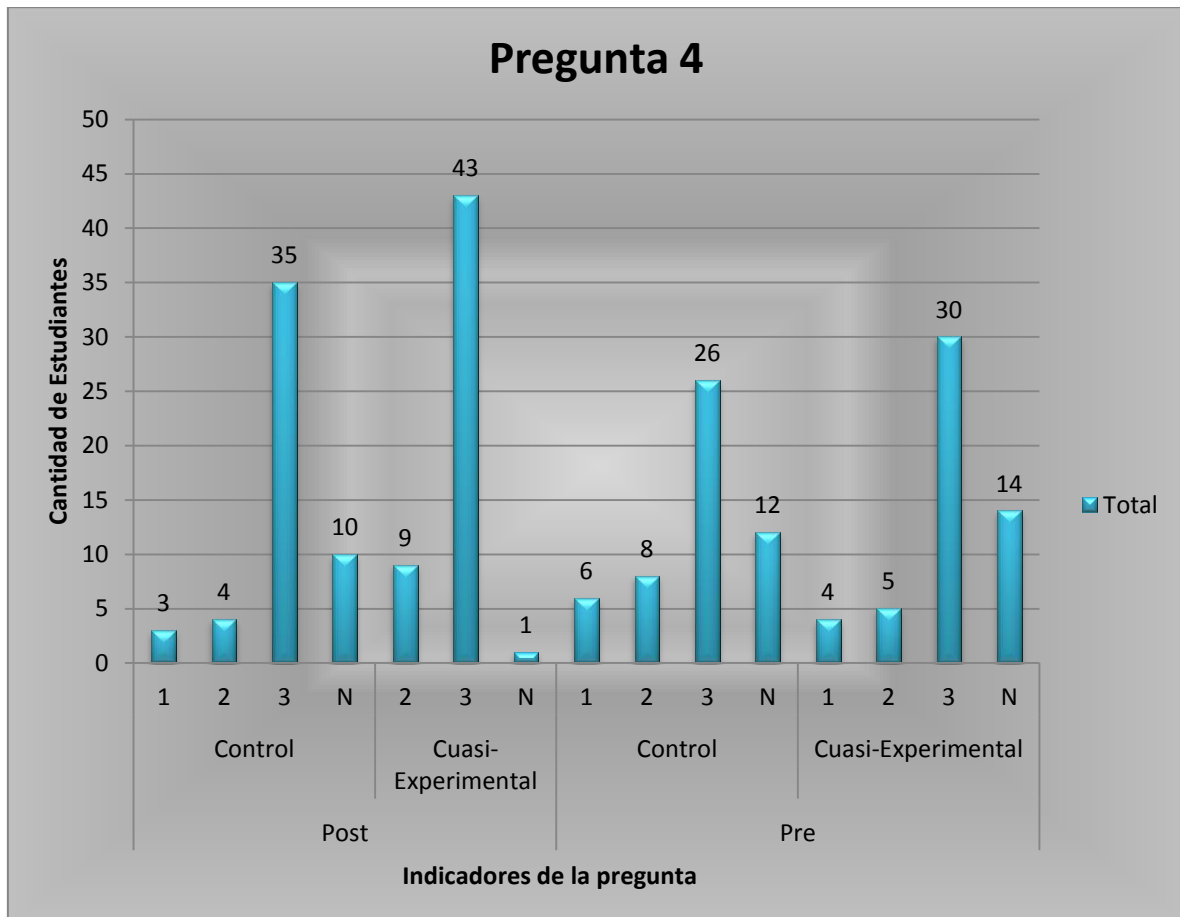
- **Pregunta N° 4:**

Completar la tabla adjunta considerando la situación 2.

Tabla n° 12: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 4, según los indicadores.

Test	Grupo	P4	Estudiantes
Post	Control	1	3
		2	4
		3	35
		N	10
	Cuasi-Experimental	2	9
		3	43
		N	1
Pre	Control	1	6
		2	8
		3	26
		N	12
	Cuasi-Experimental	1	4
		2	5
		3	30
		N	14
Total general			210

Gráfico n° 5: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 4.



En esta pregunta ambos grupos tuvieron un aumento en la cantidad de alumnos que respondieron correctamente, pero el grupo cuasi-experimental supera al grupo control.

En relación a los alumnos que no contestaron nada, el grupo cuasi-experimental en el post test solo tuvo 1 alumno, lo que muestra una mejoría frente al pre test, ya que hubo 14 estudiantes que no contestaron nada, es decir al final de la propuesta se tornó menos complejo completar una tabla en relación a una situación de la vida cotidiana.

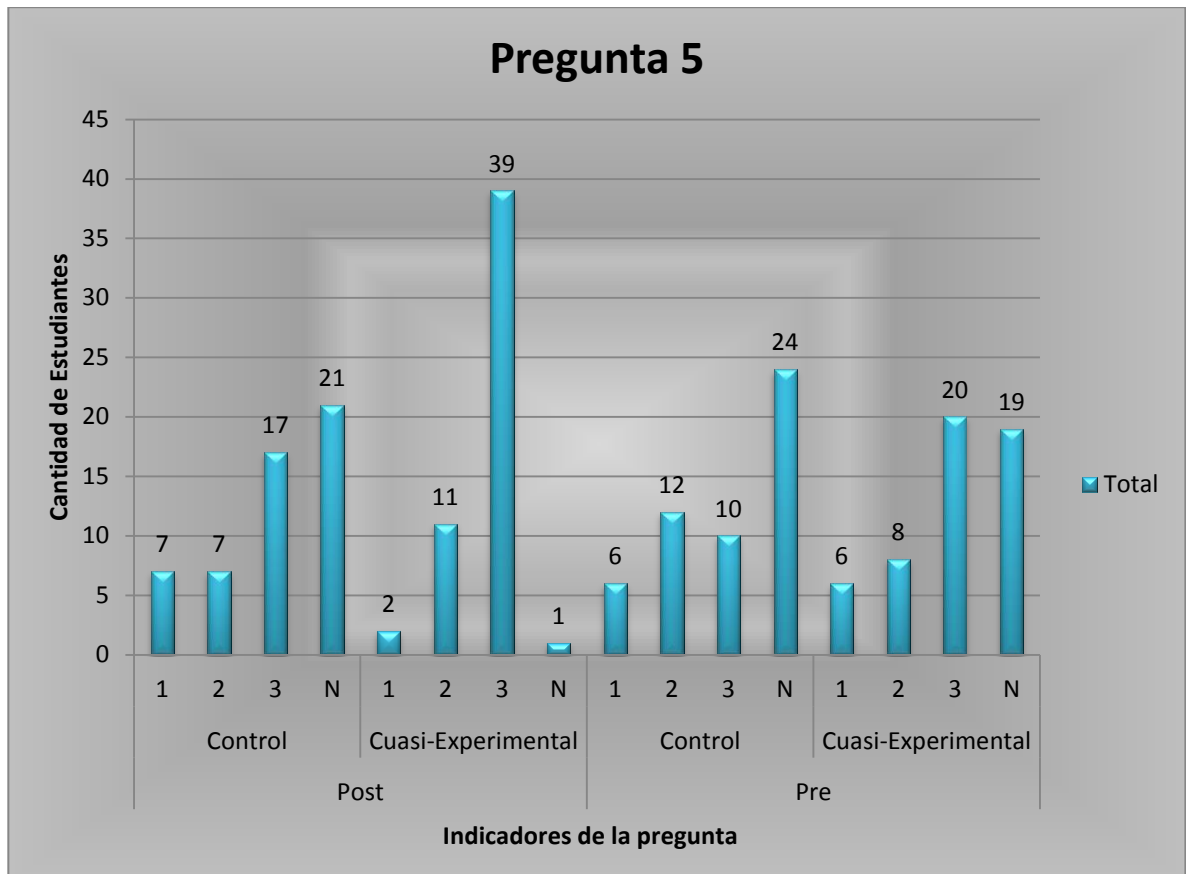
▪ **Pregunta N° 5:**

Dibujar en el plano cartesiano los puntos de la pregunta anterior (tabla), en relación a la situación 2.

Tabla n° 13: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 5, según los indicadores.

Test	Grupo	P5	Estudiantes
Post	Control	1	7
		2	7
		3	17
		N	21
	Cuasi-Experimental	1	2
		2	11
		3	39
		N	1
Pre	Control	1	6
		2	12
		3	10
		N	24
	Cuasi-Experimental	1	6
		2	8
		3	20
		N	19
Total general			210

Gráfico n° 6: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 5



Esta pregunta tiene un aumento en las respuestas correctas de 19 alumnos, es uno de los mejores aumentos, se puede inferir que los estudiantes pertenecientes al grupo cuasi-experimental tuvieron un rendimiento excelente, considerando a su vez que solo un alumno no contesto nada en esta pregunta, contra 19 del pre test.

La mayoría de los estudiantes del grupo cuasi-experimental tienen interés por resolver el problema y se acercan a una respuesta correcta, solo tres de ellos no lo logran.

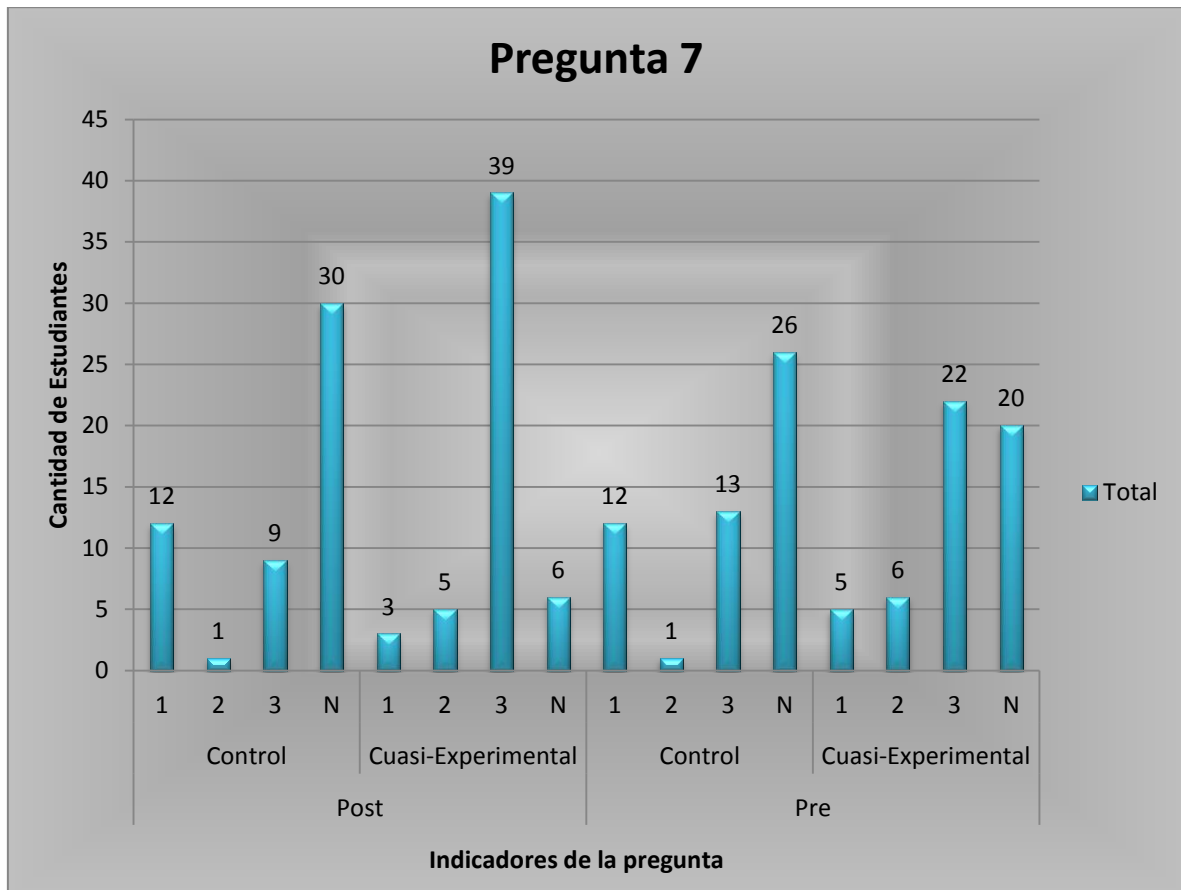
▪ **Pregunta N° 7:**

Completar la tabla con los datos de la situación 3.

Tabla n° 14: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 7, según los indicadores.

Test	Grupo	P7	Estudiantes
Post	Control	1	12
		2	1
		3	9
		N	30
	Cuasi-Experimental	1	3
		2	5
		3	39
		N	6
Pre	Control	1	12
		2	1
		3	13
		N	26
	Cuasi-Experimental	1	5
		2	6
		3	22
		N	20
Total general			210

Gráfico n° 7: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 7



De la imagen (gráfico) se puede desprender que los estudiantes pertenecientes al grupo control tuvieron una frecuencia muy similar en ambos test, mientras que el grupo intervenido nuevamente muestra una variación positiva, en el pre test las preguntas sin contestar con las preguntas completamente correctas varían en solo 2 alumnos, mientras que en el post test las preguntas completamente correctas versus las no contestadas tienen una variación de 33 alumnos, a favor de las respuesta correctas.

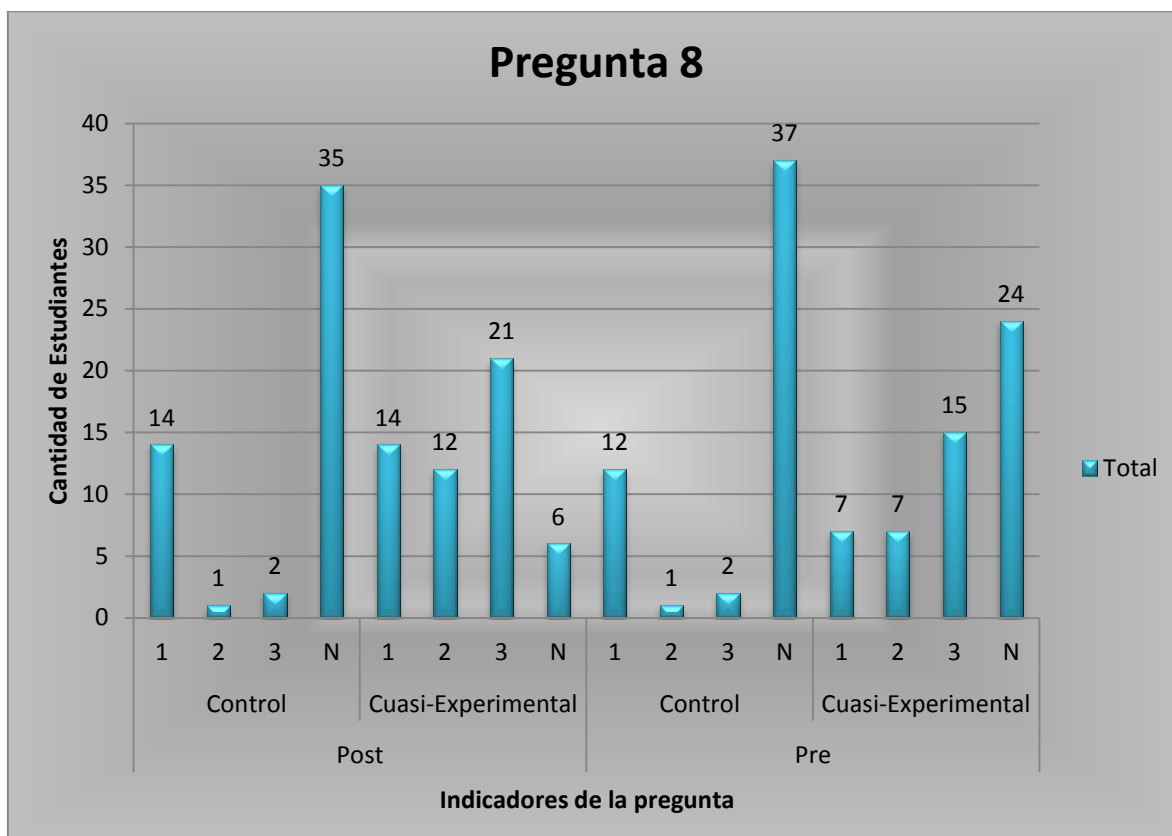
▪ **Pregunta N° 8:**

Dibujar los puntos registrados anteriormente en el plano cartesiano, con respecto a la situación 3.

Tabla n° 15: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 8, según los indicadores.

Test	Grupo	P8	Estudiantes
Post	Control	1	14
		2	1
		3	2
		N	35
	Cuasi-Experimental	1	14
		2	12
		3	21
		N	6
Pre	Control	1	12
		2	1
		3	2
		N	37
	Cuasi-Experimental	1	7
		2	7
		3	15
		N	24
Total general			210

Gráfico n° 8: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 8



En esta pregunta los estudiantes debían traspasar los datos de la tabla de la pregunta 7 al plano cartesiano, formando la función cuadrática, para el grupo cuasi-experimental en el pre-test les fue difícil representar correctamente la función, pero gracias a la propuesta metodológica en el post-test se reflejó una disminución en cuanto a los alumnos que no sabían cómo contestar la pregunta, es decir, de los 24 alumnos que no contestaron nada en el pre test, en el post test solo fueron 6.

Es una pregunta que al parecer muestra una complejidad para los estudiantes de comprensión lectora, la desmotivación es tal que en el pre y post test del grupo control, la cantidad de alumnos que no contesta es la mayoría.

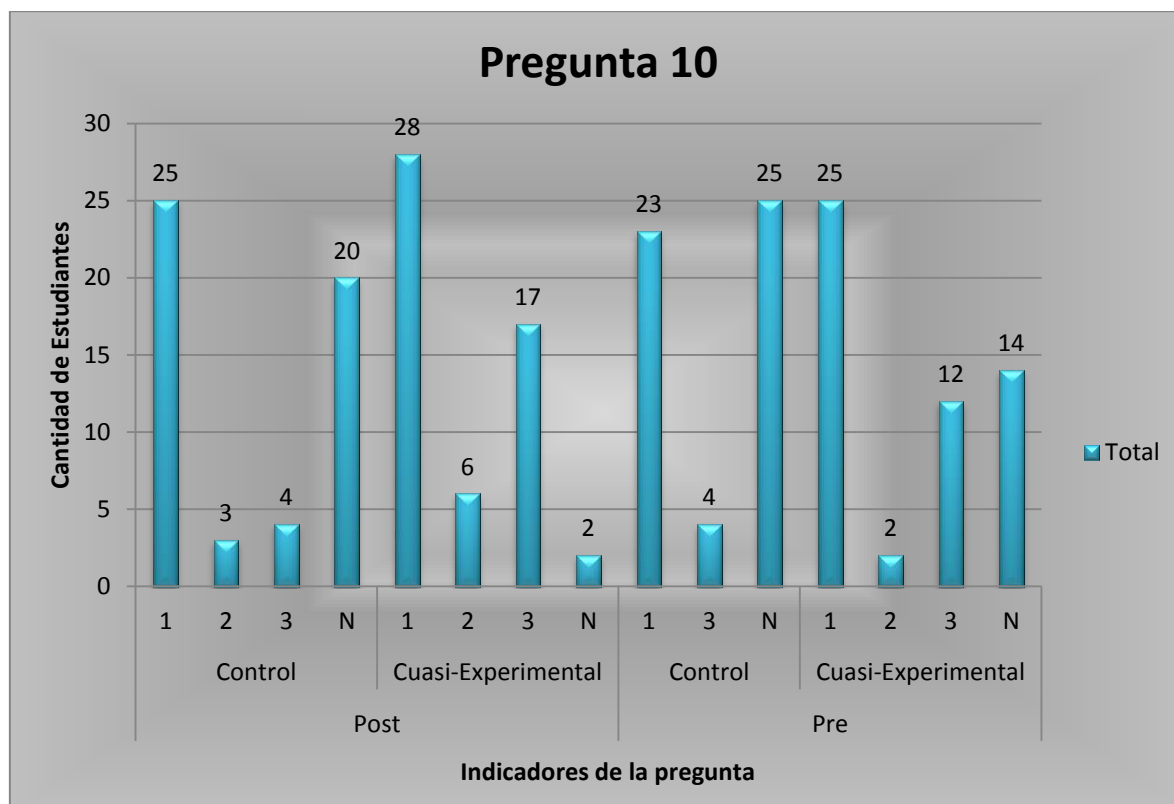
▪ **Pregunta N° 10:**

Completar una tabla de acuerdo a la situación 4

Tabla n° 16: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 10, según los indicadores

Test	Grupo	P10	Estudiantes
Post	Control	1	25
		2	3
		3	4
		N	20
	Cuasi-Experimental	1	28
		2	6
		3	17
		N	2
Pre	Control	1	23
		3	4
		N	25
	Cuasi-Experimental	1	25
		2	2
		3	12
		N	14
Total general			210

Gráfico n° 9: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 10



En la situación 4 se identifica la función exponencial, a pesar de existir variaciones positivas, se destaca la inestabilidad que existe en los estudiantes frente a este tipo de función, sin embargo se destaca que en el pre test del grupo intervenido 14 alumnos no contestaron nada y luego de la intervención en el post test solo 2 alumnos dejaron en blanco la respuesta.

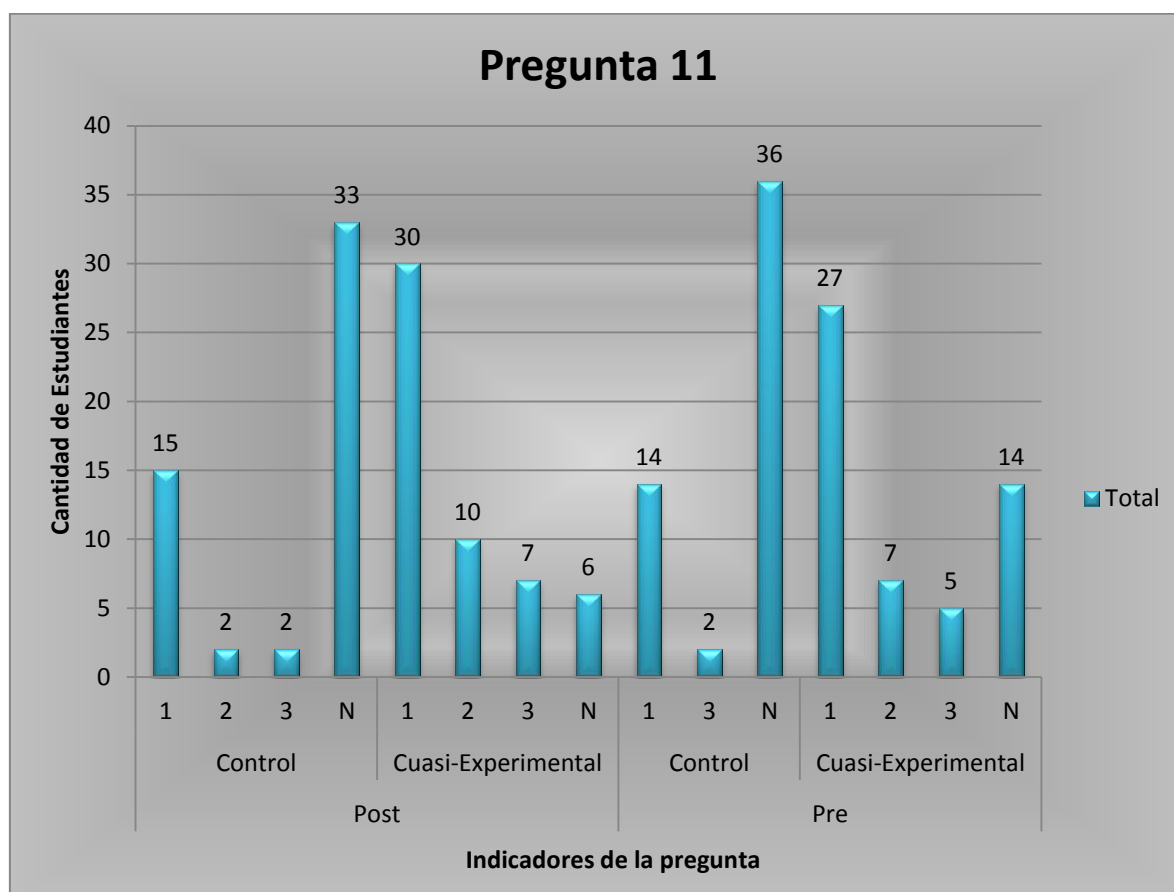
▪ **Pregunta N° 11:**

En el plano cartesiano ubicar los puntos de la tabla anterior.

Tabla n° 17: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 10, según los indicadores.

Test	Grupo	P11	Estudiantes
Post	Control	1	15
		2	2
		3	2
		N	33
	Cuasi-Experimental	1	30
		2	10
		3	7
		N	6
Pre	Control	1	14
		3	2
		N	36
	Cuasi-Experimental	1	27
		2	7
		3	5
		N	14
Total general			210

Gráfico n° 10: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 11



A partir del gráfico se puede inferir que aún hay falencias relacionadas a la función exponencial, ya que en el grupo intervenido hay solo 7 alumnos que responden correctamente la pregunta, pero cabe destacar que la mayoría tuvo real interés por contestar la pregunta, al parecer se logra que los alumnos dejen el miedo al error, de hecho en el post test del grupo intervenido hay 30 alumnos que contestan la pregunta mal.

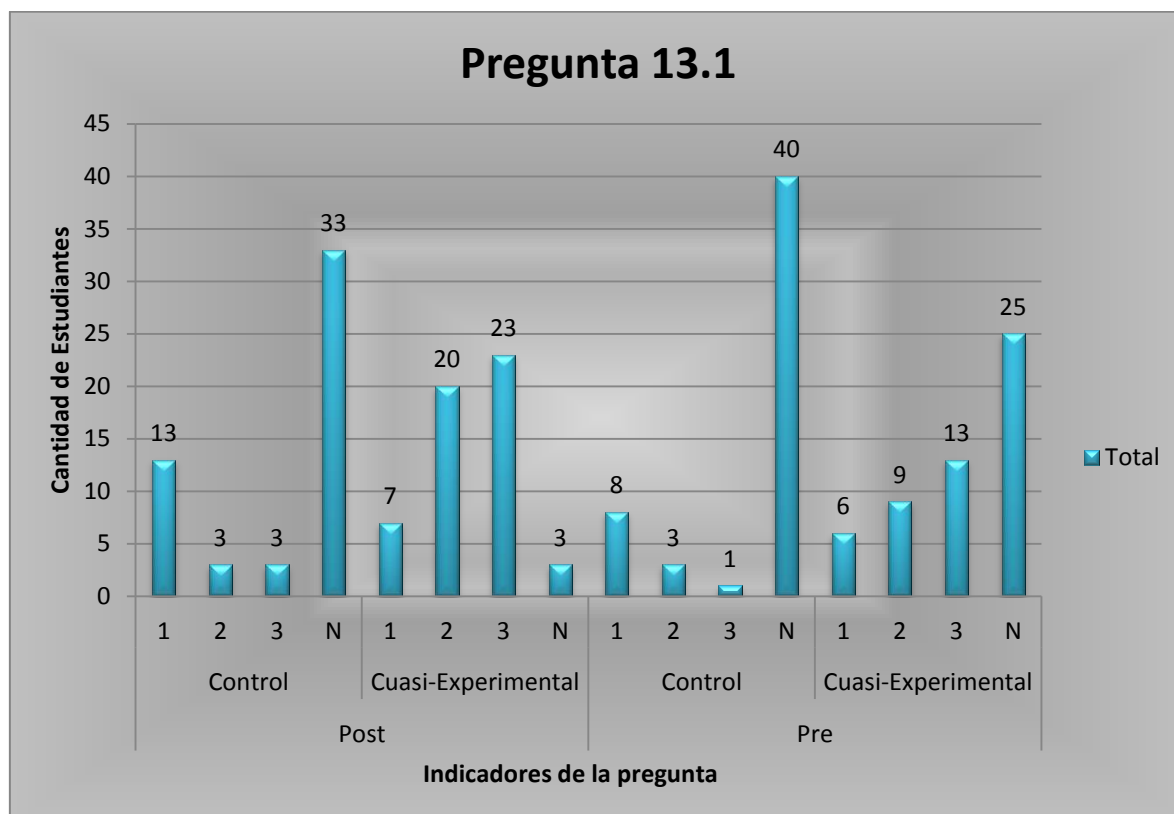
▪ **Pregunta 13.1:**

Identificar si la gráfica corresponde a una función lineal.

Tabla n° 18: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.1, según los indicadores

Test	Grupo	P13.1	Estudiantes
Post	Control	1	13
		2	3
		3	3
		N	33
	Cuasi-Experimental	1	7
		2	20
		3	23
		N	3
Pre	Control	1	8
		2	3
		3	1
		N	40
	Cuasi-Experimental	1	6
		2	9
		3	13
		N	25
Total general			210

Gráfico n° 11: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 13.1



Al considerar los resultados de esta pregunta notamos que al menos 22 estudiantes de un curso lograron mejorar sus resultados después de la intervención, aumentando en 10 estudiantes la respuesta correcta. De esto se deduce que 43 estudiantes logran representar gráficamente la función lineal.

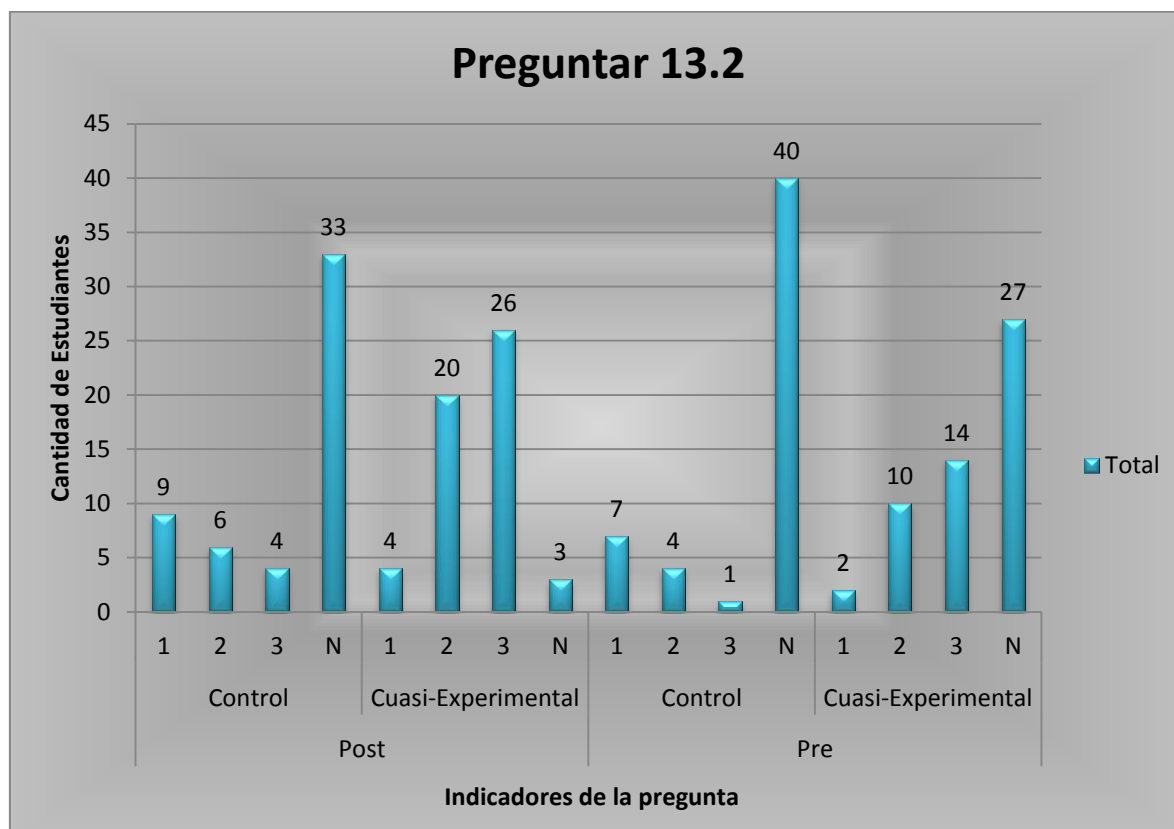
▪ **Pregunta N° 13.2:**

Identifica si la gráfica corresponde a una función cuadrática (ecuación $x^2=y$).

Tabla n° 19: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.2, según los indicadores

Test	Grupo	P13.2	Estudiantes
Post	Control	1	9
		2	6
		3	4
		N	33
	Cuasi-Experimental	1	4
		2	20
		3	26
		N	3
Pre	Control	1	7
		2	4
		3	1
		N	40
	Cuasi-Experimental	1	2
		2	10
		3	14
		N	27
Total general			210

Gráfico n° 12: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 13.2



El gráfico muestra que antes de la intervención la mayoría de los estudiantes no logró identificar que la gráfica presentada no era una función, ya que solo 14 de ellos lograron responderla correctamente y 27 de ellos prefirieron omitir la respuesta, mientras que después de la intervención las respuestas correctas aumentaron en 12 estudiantes y la cantidad de respuestas en blanco disminuyeron en 24 estudiantes, es decir 24 estudiantes lograron mejorar sus resultados de alguna u otra forma.

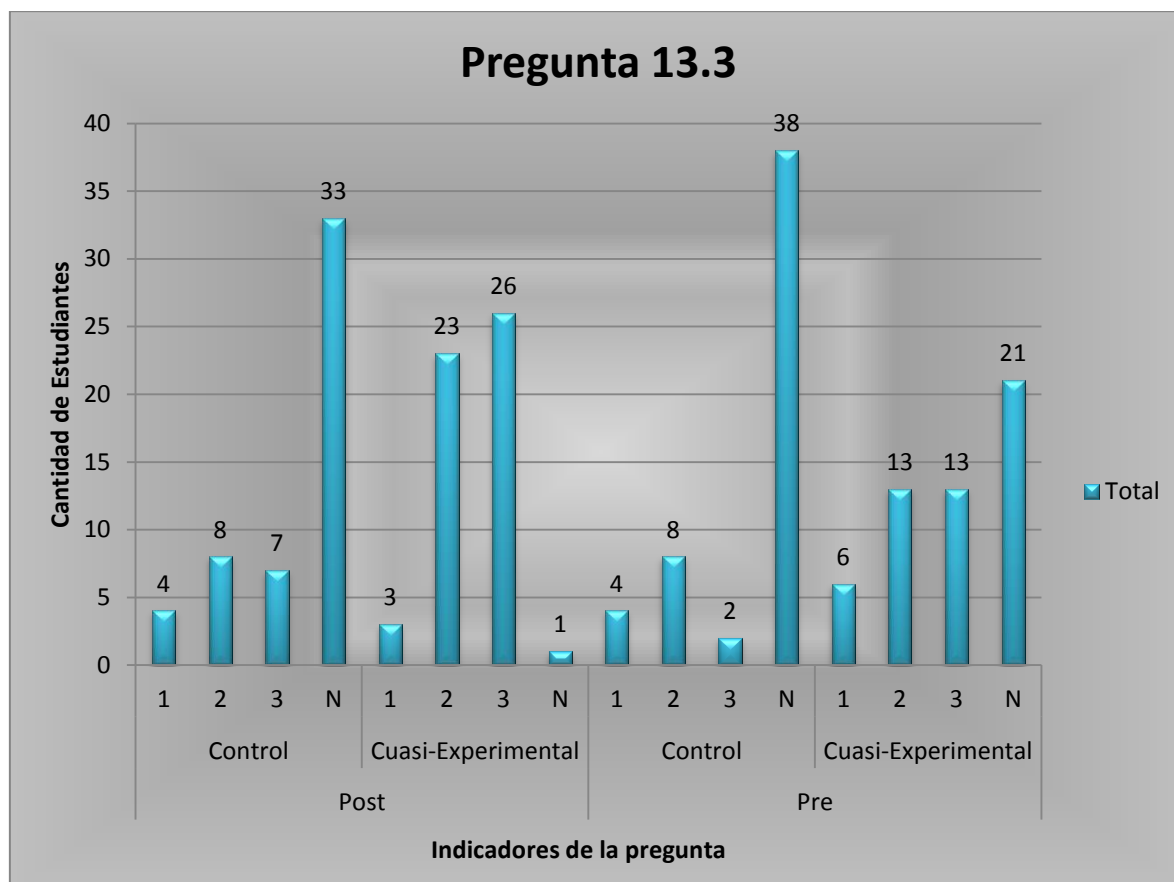
▪ **Pregunta N° 13.3:**

Identifica si la gráfica corresponde a una función cuadrática.

Tabla n° 20: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.3, según los indicadores

Test	Grupo	P13.3	Estudiantes
Post	Control	1	4
		2	8
		3	7
		N	33
	Cuasi-Experimental	1	3
		2	23
		3	26
		N	1
Pre	Control	1	4
		2	8
		3	2
		N	38
	Cuasi-Experimental	1	6
		2	13
		3	13
		N	21
Total general			210

Gráfico n° 13: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 13.3



Los resultados expuestos en el gráfico anterior, nos indican que, si se logró mejorar notoriamente las representaciones de la función cuadrática, ya que el doble de los estudiantes logro contestar correctamente en el test aplicado después de la intervención y la cantidad de respuestas en blanco disminuyeron considerablemente de 21 estudiantes a 1 estudiante.

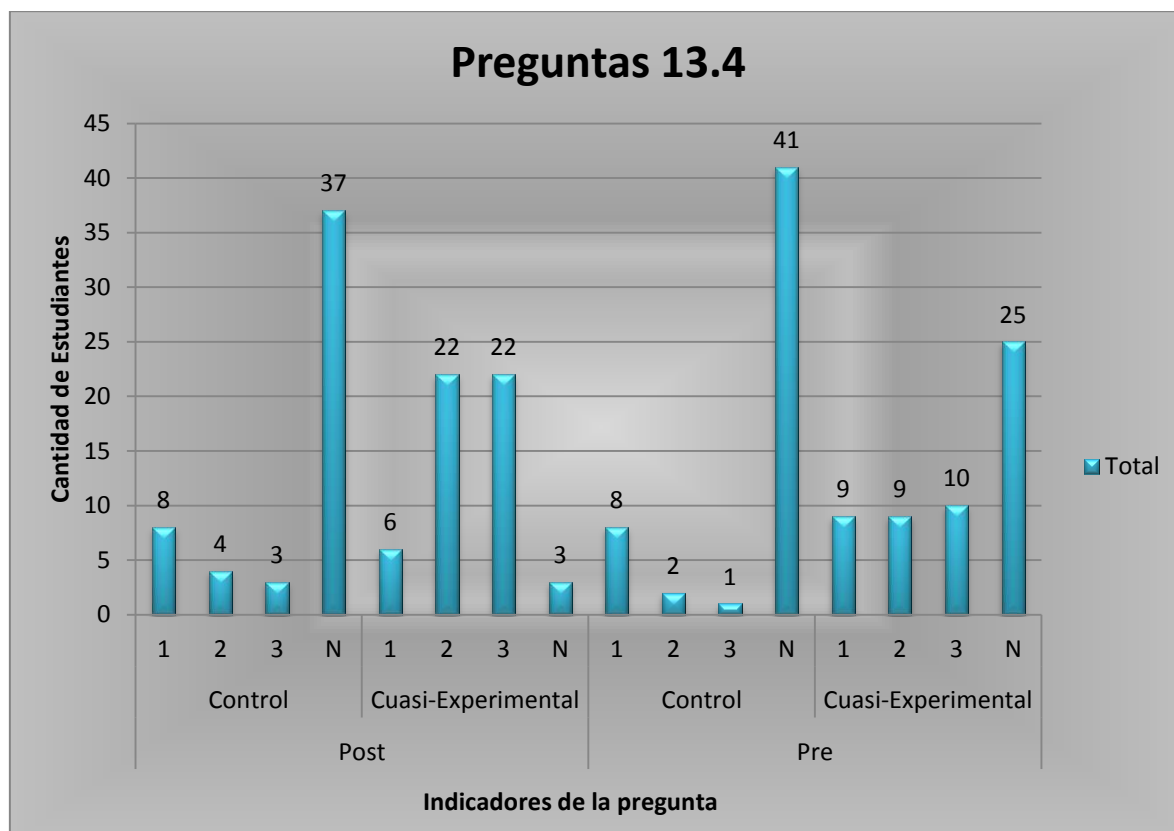
▪ **Pregunta N° 13.4:**

Identifica si la gráfica corresponde a una función exponencial.

Tabla n° 21: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.4, según los indicadores

Test	Grupo	P13.4	Estudiantes
Post	Control	1	8
		2	4
		3	3
		N	37
	Cuasi-Experimental	1	6
		2	22
		3	22
		N	3
Pre	Control	1	8
		2	2
		3	1
		N	41
	Cuasi-Experimental	1	9
		2	9
		3	10
		N	25
Total general			210

Gráfico n° 14: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 13.4



Podemos darnos cuenta que antes de la aplicación de los talleres, 25 estudiantes no reconocían la función exponencial, dejando esta pregunta como omitida y después de la aplicación de los talleres el número de estudiantes disminuyó a 3, por lo que deducimos que la gran mayoría de los estudiantes sí logro responder a lo pedido, aunque solo 22 de ellos lograron representar la función exponencial de manera correcta.

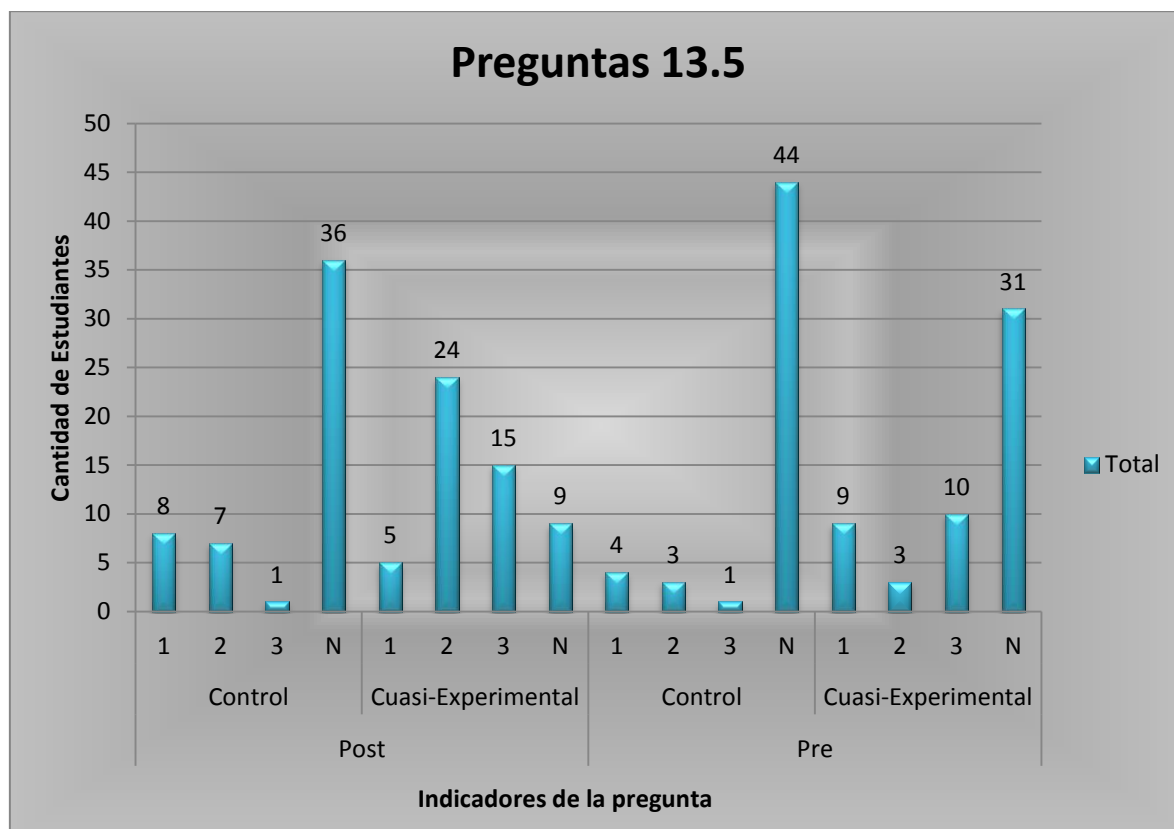
▪ **Pregunta N° 13.5:**

Identifica si la gráfica corresponde a una función valor absoluto.

Tabla n° 22: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.5, según los indicadores

Test	Grupo	P13.5	Estudiantes
Post	Control	1	8
		2	7
		3	1
		N	36
	Cuasi-Experimental	1	5
		2	24
		3	15
		N	9
Pre	Control	1	4
		2	3
		3	1
		N	44
	Cuasi-Experimental	1	9
		2	3
		3	10
		N	31
Total general			210

Gráfico n° 15: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores de la pregunta 13.5



En esta pregunta podemos notar que de los 31 estudiantes del grupo cuasi-experimental que respondieron en blanco en el pre-test, 22 de ellos lograron superarse y responder algo en el post-test, es importante considerar que a pesar de que esta pregunta no fue trabajada en los talleres, los estudiantes fueron capaces, al final de la intervención, de reconocer otro tipo de función, además de las trabajadas en los talleres.

CAPÍTULO VII:

CONCLUSIONES FINALES

CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES FINALES.

7.1 Conclusiones

La PROME-ARMYAS, tenía como objeto ser aplicada a los estudiantes de Cuarto Año de Enseñanza Media, con el fin de proporcionar una herramienta que permitiera el análisis de las representaciones mentales de algunas funciones y además proporcionar a los estudiantes la oportunidad de vivenciar un trabajo diferente a las clases habituales en el área de las matemáticas, a través de diferentes situaciones-problemas, en esta oportunidad fue implementada en el Liceo Eduardo de la Barra, la propuesta tuvo una aceptación positiva, según lo observado por las investigadoras. Se generaron espacios de comunicación verbal entre los participantes, visto desde el punto de vista de las representaciones, los estudiantes representaban verbalmente sus conclusiones respecto a ciertos problemas, teniendo apoyo o corrección por los integrantes del entorno, lo que a su vez generaba en sus estructuras cognitivas experiencias significativas frente a un concepto en particular. La frase recordada por las investigadoras es la siguiente:

“Las clases de matemáticas podrían ser siempre así”

En relación a los resultados cualitativos, los estudiantes experimentaron de diferentes formas las representaciones ya sea de forma, verbal, escrita, pictórica, mapas conceptuales y a través de imágenes, todas ellas con un sentido personal de cada individuo. Se produjeron risas en ocasiones al compartir las representaciones, risas que seguramente en más de alguno quedarán en el recuerdo acompañando a dichas representaciones. Frente a las vivencias experimentadas producto de la investigación, aparecen preguntas como:

¿Cuándo las clases de matemáticas se alejaron de las vivencias de los estudiantes? O ¿Por qué los conceptos matemáticos están lejos de ser representados por los estudiantes?

La PROME-ARMYAS, les permitió a los estudiantes del grupo cuasi-experimental mejorar su rendimiento en el test final, esta mejora fue posible por el acercamiento de los contenidos a vivencias de la vida cotidiana, complementadas con mapas conceptuales, considerados una herramienta fundamental para tener un aprendizaje significativo.

La PROME-ARMYAS nos ha permitido conocer y analizar de alguna u otra forma el sentir de los estudiantes, es decir nos ha permitido tener un acercamiento a pensamientos que pocas veces son considerados en el ámbito de la enseñanza de la matemáticas, la poca confianza que tienen los estudiantes en sí mismos quedo demostrada a través de las imágenes que manifiestan su incapacidad de participar en las actividades propuestas, en otras palabras el estudiante trata de justificar su mal rendimiento con una incapacidad personal.

En el aspecto profesional el acercamiento que la PROME-ARMYAS generó en los alumnos de un contenido matemático a la vida cotidiana, es una motivación, para esforzarnos en realizar clases menos expositivas y más exploratorias.

Es necesario que los docentes tengas espacios de compartir inquietudes sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes de enseñanza media en retener algún concepto matemático, es decir de generar conocimientos previos. A su vez tener opciones de compartir y crear material de trabajo significativo.

Al finalizar la propuesta, se concluye en el ámbito de la Educación Matemática, lo siguiente:

- **Representaciones Mentales:** “Son estructuras que hace la mente de algún suceso del exterior, para llegar a ellas hay procesos de interacción que la mente lleva a cabo al vincularse con sucesos del entorno, los factores que entran en el proceso tienen relación con todo lo que el cuerpo puede percibir de este exterior a través de los sentidos (dialectos verbales, imágenes y aromas), todo lo anterior se resuelve en variadas y no muy acertadas representaciones respecto a un mismo suceso.”
- **Representaciones mentales en las clases de Matemáticas:** Al llevar la definición anterior a la sala de clases podemos manifestar que: “Los estudiantes de matemáticas tienen representaciones mentales de ciertos conceptos y situaciones aportadas o guiadas por un profesor, que tienen estrecha relación con las percepciones que pueda establecer con dichas situaciones, por otra parte cada alumno tendrá en su mente una estructura diferente al otro y en ocasiones no serán las esperadas por el docente a cargo”

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIBLIOGRAFÍA

- AUSUBEL, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF.
- GRECA, I. y MOREIRA M. A., (1998). Modelos Mentales y Aprendizaje de Física en Electricidad y Magnetismo. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(2), pp 289-303.
- JOHNSON-LAIRD, P. N. (1983). Mental models. Cambridge, M. A.: Harvard University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. N. (1996). Images, Models and Propositional Representations. pp. 90-127. En De Vega, M; Intons-Peterson, M. J.; Johnson-Laird, P. N.; Denis, M. y Marschark, M. *Models of Visuospatial Cognition*. Oxford. University Press. 230 p.
- JOHNSON-LAIRD, P. N. (1987). Modelos mentales en ciencia cognitiva. pp 179-232. En Norman, D. *Perspectivas de la ciencia cognitiva. Cognición y desarrollo humano*. Ed. Paidós. Barcelona.
- MOREIRA, M. A., (1996). Modelos mentais. *Investigações en Ensino de Ciências*, 1(1).
- MOREIRA, M. A. (2010). ¿AL FINAL, QUÉ ES APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO?. Lección Inaugural del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias Naturales, Instituto de Física, Universidad Federal de Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010.
- MOREIRA, M. A. (2008). Organizadores previos y aprendizaje significativo. *Revista Chilena de Educación Científica*, ISSN 0717-9618, Vol. 7, Nº. 2, 2008 , p. 23-30.
- MOREIRA, M. A. (2008). Mapas Conceptuales y aprendizaje significativo. Adaptado y actualizado, en 1997, de un trabajo con el mismo título publicado en portugués en

O ENSINO. Revista Galáico Portuguesa de Sócio Pedagogia y Sócio-Lingüística, Pontevedra/Galícia/España y Braga/Portugal, Nº 23 a 28: 87-95, 1988.

- RODRÍGUEZ, M., MARRERO, J., MOREIRA, M. (2001). La Teoría de los modelos mentales de JOHNSON-LAIRD y sus principios: Una aplicación con modelos mentales de célula en estudiantes del curso de orientación universitaria. *Investigações em Ensino de Ciências – V6(3)*, pp. 243-268, 2001.
- SILVA, C. (2010). Proyecto Metodologías innovadoras con uso de TICS. Valparaíso: Universidad de Playa Ancha.
- SILVA, C. (2012). Propuesta Metodológica para la Enseñanza de Semejanzas de Figuras Planas, considerando los distintos estilos de aprendizaje. Valparaíso: Universidad de Valparaíso.
- VERGNAUD, G. (1990) La teoría de los campos conceptuales, en *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, Vol. 10, nº 2, 3, pp. 133-170.

LINKOGRAFÍA

- http://www3.gobiernodecanarias.org/aciisi/cienciasmc/web/anexos/07_mapas.html
- <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm>.
- <file:///C:/Users/30157219/Downloads/39815-93462-1-PB.pdf>
- <http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1JFK6YJT5-1MXLVX0-XKY/Para%20qu%C3%A9%20sirve%20el%20mapa%20conceptual.cmap>
- www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf
- <http://www.cienciamao.usp.br/dados/ienci/lateoriadelosmodelosment.artigo completo.pdf>
- <http://www.cienciamao.usp.br/dados/rab/modelosmentalesymodelosc.artigo completo.pdf>
- <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/metodoscualitativos.pdf>
- <http://es.slideshare.net/nek23/mapas-conceptuales-33187105>

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

	Página
Figura 1: Mapa conceptual sobre la Teoría de los Modelos Mentales.....	26
Figura 2: El continuum aprendizaje significativo/repetitivo.....	35
Figura 3: Aprendizaje significativo y aprendizaje memorístico.....	36
Figura 4: This Concept Map was created with IHMC Cmap Tools.....	37
Figura 5: Estructura de aplicación de la PROME-ARMYAS.....	54
Tabla n° 1: Un paralelo entre los paradigmas cuantitativo-cualitativo.....	46
Tabla n° 2: Variables para la PROME-ARMYAS.....	47
Tabla n° 3: Cantidad de estudiantes para la muestra.....	49
Tabla n° 4: Distribución de Estudiantes por grupos.....	51
Tabla n° 5: Cuadro resumen de la de las clases con talleres.....	62
Tabla n° 6: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 1.....	63
Tabla n° 7: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 2.....	64
Tabla n° 8: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 3.....	64
Tabla n° 9: Cuadro de las actividades realizadas en el taller 4.....	65
Tabla n° 10: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 1.....	96
Tabla n° 11: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 2.....	98
Tabla n° 12: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 4.....	100
Tabla n° 13: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 5.....	102
Tabla n° 14: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 7.....	104
Tabla n° 15: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 8.....	106
Tabla n° 16: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 10.....	108
Tabla n° 17: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 10.....	110
Tabla n° 18: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.1.....	112
Tabla n° 19: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.2.....	114
Tabla n° 20: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.3.....	116
Tabla n° 21: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.4.....	116
Tabla n° 22: Cantidad de Estudiantes que responden la pregunta n° 13.5.....	120

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Página

Gráfico n° 1: Gráfico de la cantidad de estudiantes por curso.....	50
Gráfico n° 2: Distribución de estudiantes por grupos.....	51
Gráfico n° 3: Respuesta de los Estudiantes según los indicadores.....	97
Gráfico n° 4: Pregunta 2.....	99
Gráfico n° 5: Pregunta 4.....	101
Gráfico n° 6: Pregunta 5.....	103
Gráfico n° 7: Pregunta 7.....	105
Gráfico n° 8: Pregunta 8.....	107
Gráfico n° 9: Pregunta 10.....	109
Gráfico n° 10: Pregunta 11.....	111
Gráfico n° 11: Pregunta 13.1.....	113
Gráfico n° 12: Pregunta 13.2.....	115
Gráfico n° 13: Pregunta 13.3.....	117
Gráfico n° 14: Pregunta 13.4.....	119
Gráfico n° 14: Pregunta 13.5.....	121

ANEXOS (CD)

ANEXO A: Pre y Post Test

ANEXO B: Taller 1.1

ANEXO C: Taller 1.2

ANEXO D: Taller 2.1

ANEXO E: Taller 2.2

ANEXO F: Taller 3.1

ANEXO G: Taller 3.2

ANEXO H: Taller 4.1

ANEXO I: Taller 4.2

ANEXO J: Planificación Clase

ANEXO K: Pre Test 4° A

ANEXO L: Pre Test 4° E

ANEXO M: Pre Test 4° F

ANEXO N: Pre Test 4° D

ANEXO O: Post Test 4° A

ANEXO P: Post Test 4° E

ANEXO Q: Post Test 4° F

ANEXO R: Post Test 4° D