

**Facultad de Ciencias**

**Departamento de Matemática**

Universidad de Valparaíso

CHILE



**Propuesta para el Aprendizaje de Razones  
Trigonométricas en el Triángulo  
Rectángulo basado en la metodología  
“Aprender Haciendo”**

**Propuesta de Tesis para Optar al Título de Profesor de Matemática  
con Mención en Didáctica de las Matemáticas.**

**Alumno: Carlos Andrés Pino Llanos  
Prof. Guía: Dra. Pamela Reyes Santander**

Este trabajo representa una apertura a nuevas metodologías  
para poder enseñar distintos contenidos de la disciplina  
tan apreciada y tan temida al mismo tiempo por mucha gente,  
la Matemática.

## **INDICE**

Agradecimientos.....	5
INTRODUCCIÓN .....	6
<b>CAPÍTULO I</b> .....	8
PROBLEMÁTICA. ....	9
1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA. ....	9
1.2 EL PROBLEMA.....	11
1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA.....	11
<b>CAPÍTULO II</b> .....	14
MARCO TEÓRICO .....	15
2.1 METACOGNICIÓN.....	15
2.2 APRENDER HACIENDO .....	16
2.3 APRENDER HACIENDO EN MATEMÁTICA.....	19
2.4 ENSEÑANZA DE LA TRIGONOMETRÍA.....	20
2.5 TRIGONOMETRÍA .....	20
2.5.1 Concepto de Trigonometría. ....	21
2.5.2 Sistema de medición de ángulos.....	22
2.5.3 Razones trigonométricas para ángulos agudos.....	22
2.5.4 Razones trigonométricas .....	23
2.5.5 Identidades trigonométricas. ....	23
<b>CAPÍTULO III</b> .....	28
METODOLOGÍA.....	29
3.1 Tipo de Investigación .....	29
3.2 Diseño de la Experiencia.....	30
3.2.1 Sujetos .....	34

3.3	Diseño de la Investigación .....	37
3.4	Diseño de la experiencia.....	39
3.4.1	Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	39
3.4.2	Actividad de aplicación .....	41
3.4.3	Guía de Aprendizaje.....	42
3.4.4	Evaluación.....	42
3.5	Análisis a priori.....	43
3.5.1	Análisis a priori de las clases.....	44
3.5.2	Análisis a priori de los resultados.....	45
<b>CAPÍTULO IV</b>	.....	<b>46</b>
<b>ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.</b>	.....	<b>47</b>
4.1	Análisis de la Información obtenida.....	47
4.2	Las clases.....	47
4.3	La experiencia vivida.....	48
4.3.1	Fase 1: Construcción.....	48
4.3.2	Fase 2: Salida a terreno y medición.....	50
4.3.3	Fase 3: Registro de datos.....	52
4.4.	La actividad.....	57
4.5.	Descripción de Datos.....	58
4.5.1	El informe de la actividad en terreno.....	59
4.5.2	La evaluación escrita.....	60
<b>CONCLUSIONES</b>	.....	<b>70</b>
<b>INDICE DE FIGURAS</b>	.....	<b>75</b>
<b>Bibliografía</b>	.....	<b>77</b>
<b>ANEXOS</b>	.....	<b>79</b>



## **Agradecimientos.**

De manera muy significativa a Jacqueline y a Dante, mi señora e hijo pues me han instado a terminar este trabajo y en todo momento me han acompañado y amado, a mis padres, hermanas, suegros y cuñados quienes siempre creyeron en mis capacidades aunque se extendiera el plazo de la realización de ésta tesis. De manera muy especial a la profesora guía de éste trabajo, quien con mucha paciencia, comprensión y cariño ha dado todo el apoyo necesario para poder realizar éste trabajo. A Gerardo, quien siempre me ha salvado, con la entrega de los documentos necesarios para poder trabajar. A todos los compañeros de universidad, con quienes pasamos tantos buenos momentos y tantas noches de estudio, a mis colegas de trabajo quienes estuvieron preocupados por mí y de quienes tanto he aprendido, a mis familiares, profesores de los que tanto aprendí y a los cuales muchas veces me costaba entender, amigos en especial los que siempre han estado presente y acompañado. A mis alumnos ya que ellos son por los cuales uno decide mantenerse en ésta profesión y no flaquear. A todos Ustedes, gracias de Corazón.

## INTRODUCCIÓN

La búsqueda por mejorar la educación a nivel mundial ha llevado a las distintas sociedades a reflexionar acerca de cómo optimizar el tiempo de aprendizaje, acerca de la cantidad de contenidos necesarios para estructurar el conocimiento y la aplicación de diversas metodologías que sean efectivas dentro de las aulas, lugar donde se establece el proceso de enseñanza.

Frente a ésta reflexión tan crucial para las naciones en el plano educacional, es que la docente guía de este trabajo ha demostrado su preocupación por mejorar la preparación de sus estudiantes y así la calidad de la enseñanza y la calidad de los aprendizajes en matemática.

Es debido a esta preocupación y específicamente en la formación de profesores de Enseñanza Media que se hace relevante esta investigación, la cual ofrece el estudio de un modelo de aprendizaje de conceptos matemáticos situado en el nivel de Educación media y el cual es una profundización en el área de la didáctica de la matemática, que invita innovar en la aplicación de metodologías para desarrollar el pensamiento matemático como desarrollo de la lógica, de la abstracción y de precisión entre otros.

El objetivo de este trabajo es explorar de qué forma incide en los aprendizajes de los alumnos el cambio de metodología en el momento de enseñar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo, de una estrategia expositiva y pasiva para los alumnos, a una metodología que invita al estudiante a ser un agente activo dentro de su aprendizaje y al profesor a ser un mediador de los aprendizajes.

Luego de esto observar los resultados obtenidos después de aplicar un método distinto al tradicional.

La presente investigación se ha organizado en cinco capítulos los cuales son la estructura del desarrollo del tema: el Capítulo I describe la problemática, la cual incluye aspectos personales, como también del área de investigación en didáctica de la matemática. Aquí se plantea la pregunta de investigación, la que guía todo este trabajo. El Capítulo II profundiza en el marco teórico, donde se describe la nueva metodología utilizada para enseñar y los conceptos matemáticos empleados en la unidad dentro de la cual se aplica este cambio metodológico y se describen las evaluaciones aplicadas al final de la experiencia. El Capítulo III establece la metodología del trabajo y el procedimiento para recopilar la información. El Capítulo IV está referido al análisis e interpretación de la información, que permita proporcionar perspectivas relacionadas con la problemática en estudio y la última parte describe las conclusiones extraídas de la investigación con el apoyo permanente de la experiencia profesional en desarrollo haciendo un paralelo entre los resultados acerca de las dos experiencias de evaluación, formal e informal.

Cabe destacar que uno de los resultados sobresalientes de este trabajo es el gran interés demostrado por los alumnos hacia esta nueva metodología y sobre todo la gran participación de los estudiantes en el desarrollo de la experiencia, además los resultados de las evaluaciones fueron favorables como se verá en los capítulos posteriores.

A continuación se describirá el problema de investigación, donde se exponen las razones por las cuales se toma la iniciativa de aplicar una nueva metodología para enseñar razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, se contextualiza el ambiente de trabajo donde se aplica el método diferente al utilizado normalmente y las razones por las cuales se aplica ésta nueva metodología.

# **CAPÍTULO I**

## **PROBLEMÁTICA**

## **PROBLEMÁTICA.**

En este capítulo se expone el problema de investigación y se fundamentan las razones, por las cuales se cree existe la necesidad de cambiar la metodología aplicada, para realizar clases de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, dado el contexto donde se enseña éste contenido.

### **1.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA.**

Desde la experiencia profesional, que en estos tres años de trabajo he desarrollado con alumnos de tercero medio del colegio el Roble de Santo Domingo<sup>1</sup>, ha sido posible observar que en el momento de enseñar las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, las cuales han sido presentadas a los estudiantes siguiendo una metodología expositiva, sin uso de instrumentos y siempre con ejercicios escritos de cálculo, los estudiantes demostraban dificultades para establecer la relación del concepto matemático con su aplicación en la vida cotidiana y con mayores dificultades al momento de rendir alguna evaluación relacionada con el tema.

Es bajo esta realidad, que surge la inquietud como mediador de los aprendizajes, de aplicar una metodología pedagógica diferente, la cual permita lograr el aprendizaje del concepto de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. El objetivo de incorporar una nueva metodología en el proceso educativo, es que los estudiantes tengan desafíos matemáticos atractivos y cuya experiencia vivencial, les permita aprender las razones trigonométricas y a la vez adquieran los conocimientos esenciales que le permitan resolver problemas, y establecer soluciones, desarrollando un razonamiento matemático como un todo, relacionando la matemática formal con la aplicada.

---

<sup>1</sup>Ubicado en la región de Valparaíso, provincia de San Antonio, comuna de Santo Domingo.

Además, es importante considerar, los fundamentos que establece el Ministerio de Educación para el aprendizaje del concepto de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo en el nivel 3° año de educación media.

Los Objetivos Fundamentales establecidos por el Mineduc (2009), en los programas de estudio a nivel nacional reflejan la relevancia de fortalecer una metodología del “aprender haciendo”, que permita a los estudiantes participar de manera activa en su proceso de enseñanza- aprendizaje. Estos objetivos son:

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de los sistemas de inecuaciones, de la función cuadrática, de nociones de trigonometría en el triángulo rectángulo y de variable aleatoria, mejorando en rigor y precisión la capacidad de análisis, de formulación, verificación o refutación de conjeturas.
- Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.
- Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.

Con respecto a los aprendizajes esperados por el Ministerio de Educación, en relación a los conceptos matemáticos trigonométricos en el triángulo rectángulo, se establece que los estudiantes de tercer año de enseñanza media:

- Resuelven problemas que involucran propiedades de los triángulos rectángulos; analizan las soluciones que se obtienen y su pertinencia.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Planes y programas 3° medio, Mineduc 2012

## **1.2 EL PROBLEMA**

El problema de este trabajo se puede expresar por medio de la pregunta: ¿De qué manera incide en el aprendizaje de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, la metodología “aprender haciendo” en un tercer año de enseñanza media? De esta forma, se tiene la intención de responder a esta pregunta recopilando la información por medio de la observación y con una evaluación al final de la experiencia, con una metodología distinta a la aplicada tradicionalmente en éste colegio.

## **1.3 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA**

La realidad educativa de los estudiantes de tercer año medio demuestra desde su contexto y ambiente, la necesidad de situar el aprendizaje conceptual de la matemática de manera relacionada con su vida cotidiana, es decir, con aplicación práctica de los aprendizajes integrados a su conocimiento. Esto se puede inferir de uno de los objetivos fundamentales de los planes y programas para tercero medio según el ministerio de educación, expresado como “Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.” (Mineduc, 2009)

Es así como surge la inquietud y la reflexión pedagógica acerca del tipo de metodología que se estaba utilizando dentro del aula para producir abstracciones, pensamiento matemático y aplicación de estrategias para la resolución de problemas.

De esta forma se hace imprescindible generar otras formas de trabajar los contenidos en clases, más aún se propone que al aplicar una metodología distinta a la tradicional, mejorará el interés de los alumnos por la matemática, y se cree que es posible incrementar sistemáticamente los resultados obtenidos por ellos en sus evaluaciones. Este hecho se reafirma también por

lo que dice Fiallo, (2008) en un encuentro colombiano de matemática educativa afirmando que “El estudio de la trigonometría puede convertirse en un proceso memorístico, rutinario y mecánico, sin ningún sentido ni utilidad si no se brindan las condiciones suficientes para ello. Por esta razón, es importante brindarle al estudiante no sólo una serie de conceptos, si no las herramientas y estrategias necesarias para que explore, analice, relacione, conjeture, demuestre y aprenda con sentido los conceptos y propiedades trigonométricos, que aprenda a utilizar diferentes procedimientos y estrategias de razonamiento, a producir distintos tipos de demostración en la solución de problemas de conjetura y demostración de las propiedades trigonométricas y a relacionar las diferentes representaciones de los conceptos de tal manera que el aprendizaje sea más efectivo y duradero”. El autor propone un cambio de estrategia de manera de acercarse a la enseñanza de la trigonometría utilizando herramientas tecnológicas tal como asevera también (Urrea, G. 2012) quien afirma desde su experiencia en la docencia universitaria, la necesidad de un cambio de estrategia en la enseñanza de la trigonometría y crea un ambiente virtual “como estrategia didáctica para la enseñanza de la trigonometría como una alternativa complementaria a la práctica docente presencial, la cual se dicta de manera tradicional en la universidad.” Sin embargo en el estudio realizado por estas personas se crea o se utiliza una herramienta tecnológica para mejorar la enseñanza de la trigonometría, no se hace un cambio como el propuesto en este trabajo donde se utiliza una metodología distinta a la tradicional.

Esta reflexión metodológica instauró una búsqueda por mejorar el proceso de enseñanza- aprendizaje, poniendo énfasis en los estudiantes y sus nociones matemáticas.

Bajo esta preocupación, es que nace el objetivo de explorar de qué manera incide en los aprendizajes de los estudiantes de educación media, el cambio metodológico dentro del aula y vivenciar conceptos trigonométricos abstractos de manera práctica y cercana.

Se cree que la metodología que más se adscribía a la necesidad de los estudiantes fue la del *aprender haciendo*, ya que invita a los alumnos a desarrollar clases más centradas en el hacer, que en la pasividad educativa.

En el capítulo siguiente se da una descripción más acabada de ésta metodología y de otros conceptos necesarios en este trabajo.

# **CAPÍTULO II**

## **MARCO TEÓRICO**

## MARCO TEÓRICO

A continuación se describen las bases teóricas que sustentan este trabajo, tanto lo referido a la metodología como lo que se refiere al conocimiento matemático en cuestión, de ésta manera realzar la importancia del cambio metodológico en la enseñanza de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

### 2.1 METACOGNICIÓN.

Una de las preocupaciones importantes de los pedagogos es la forma en que los alumnos logran establecer un aprendizaje adecuado, es por esto que se define como una estrategia de aprendizaje la metacognición que corresponde a la forma en que los alumnos toman conciencia de lo que han aprendido, es decir cuánto saben sobre su conocimiento, Brown (1978) definió la metacognición “como el conocimiento del propio conocimiento”. (Citado en Allueva,p, 2002) .

Según el autor Allueva (2002) la metacognición juega un papel importante en las estrategias de aprendizaje, es más afirma que “la metacognición se está revelando en los últimos años como unos de los principales puntos de referencia en el estudio de las estrategias de aprendizaje”.

La metacognición es muy útil para los estudiantes ya que éstos pueden monitorear, reflexionar y aprender de sus propias formas de aprendizaje, es más, “la importancia es como el alumno tenga la habilidad de controlar su proceso de aprendizaje. Los alumnos deben ser capaces de reconocer cuándo no entienden algo, cuándo necesitan ayuda adicional (más investigación o más explicaciones), deben saber pedir ayuda oportunamente. Promover la metacognición en el trabajo pedagógico supone

la capacidad de reflexionar sobre los procesos de construcción del conocimiento y sacar de ello un enorme provecho pedagógico. Por eso creo que una tarea fundamental de todo profesor es desarrollar en sus alumnos una conciencia clara de lo que efectivamente han aprendido, de las estrategias que han utilizado en ese aprendizaje y, lo más importante, reconocer en ellos mismos cuánto aún les falta por aprender.”(Carrión, 2012).

En la siguiente sección definiremos otro concepto importante para este trabajo, como es el de la metodología aprender haciendo. Lo que en matemática tiene mucha relevancia ya que el alumno siente la disciplina como algo tangible y más importante aún, algo que tiene una utilidad para la vida cotidiana, cabe destacar que en el presente trabajo se utiliza realizando una experiencia en terreno recurriendo a los conceptos que normalmente sólo se enseñan y aprenden a través de un papel y lápiz.

## **2.2 APRENDER HACIENDO**

El proceso de aprendizaje a través de la acción y la práctica ha llevado en el transcurso de la historia de la educación, a que muchos pedagogos, filósofos e incluso Psicólogos, defiendan esta forma de adquirir el conocimiento de manera significativa. Distinguiendo así, al autor John Dewey que fundamenta que: “la nueva educación tenía que superar a la tradición no sólo en los fundamentos del discurso, sino también en la propia práctica”. Este argumento dio paso a la filosofía experimental de la pedagogía que enfatiza que lo importante en el proceso educativo es que “haga el alumno, más que lo que haga el profesor” (Paunero, 2013).

John Dewey (citado en Zaluaga, Molina & otros, 1993) fundamenta su pedagogía en la experiencia. El principio que abraza es el de la función educativa de la experiencia. ” Es por esto que en este trabajo se destaca y

se asigna una parte importante en la experiencia en terreno como veremos en capítulos posteriores.

Es en este contexto, que surgen una serie de propuestas metodológicas innovadoras que buscan enfatizar un rol activo del educando en su aprendizaje, adquiriendo protagonismo la metodología del “aprender haciendo”.

La metodología de enseñanza “aprender haciendo” es un enfoque que se centra en el estudiante (Flores, 2007), tomando el aprendizaje un rol primordial dentro del aula, siendo el eje conector entre los nuevos conocimientos adquiridos y el medio que lo rodea. El aprender haciendo es “un modelo de enseñanza centrado en el alumno, éste es quien aprende la matemática, haciendo la matemática; él es parte activa en la adquisición de su conocimiento. Se basa en un principio pragmático de “manos a la obra”.”(Flores y gómez, 2009).

Según el autor (Carballo, 2006) la metodología “aprender haciendo” no es nada innovador, pues como seres humanos, así es como siempre hemos aprendido, la única forma de saber si aprendimos algo es cuando lo podemos hacer y a veces necesitamos hacerlo varias veces para poder aprenderlo sin embargo el autor asegura que “*aprender haciendo* sigue siendo el método más eficaz y más satisfactorio. Cuando uno hace algo, por muy malo que sea, siente cierta satisfacción por hacer, por haberlo conseguido, y eso se traslada a su estado de ánimo.”

El autor Schank (citado en Vázquez-Reina, 2011) investigador de las teorías del aprendizaje, sostiene que: “la metodología didáctica adecuada debe basarse en simulaciones lo más cercanas posibles a la realidad, en las que el alumno adquiere un papel activo”. Situación un poco distinta a lo que desde mi experiencia pude vivir durante mi formación como profesor ya que

desde una referencia muy personal la enseñanza en la universidad fue bastante pasiva, mayormente en el ámbito pedagógico, puesto que sólo en el último año se salía a terreno a realizar la práctica de la carrera que al fin y al cabo, es ésta la que nos entrega lo necesario para primero entender cómo controlar a un grupo curso y luego entregar todos los conocimientos y conceptos relacionados íntimamente con la matemática.

Basándose en (Vázquez, 2011), para llevar a la práctica una metodología pedagógica basada en la acción, “Schank y otros especialistas proponen la aplicación de nuevas metodologías didácticas en las aulas, que reporten a los estudiantes aprendizajes experimentales. Éstas son algunas de las más destacadas:

- Elaborar actividades que insten a los estudiantes a usar las habilidades que se desea que adquieran, bajo la dirección de un mentor que les ayude cuando lo necesiten.
- Adjudicar a cada alumno un rol específico dentro de la actividad, de modo que sean conscientes de la responsabilidad que tienen para que se desarrolle de forma efectiva y actúen en consecuencia.
- Diseñar el aprendizaje orientado a fomentar en el estudiante actitudes y valores como la iniciativa, la creatividad, la disciplina y el compromiso.
- Proporcionar al alumno una atención personalizada que le dé la oportunidad de potenciar sus fortalezas y corregir sus debilidades.
- Desechar el aprendizaje basado en la memorización y repetición y promover el razonamiento y la experimentación.
- Al diseñar un currículum, tener en cuenta los intereses y preferencias de los estudiantes.”

La práctica pedagógica, basada en el aprender haciendo, busca que los estudiantes sean autónomos y preparados cognitivamente pero a través de

actividades prácticas y vinculadas al hacer, para que en el transcurso de su vida logren hacer las cosas tanto personales como profesionales y que puedan relacionar los conocimientos adquiridos en la escuela de manera coordinada y útil.

### **2.3 APRENDER HACIENDO EN MATEMÁTICA**

Comenzando con lo propuesto por Flores (2007) “En un contexto de enseñanza y aprendizaje de la matemática, Aprender Matemática, Haciendo Matemática descansa en la premisa de que la resolución de problemas matemáticos (a través de la modelación matemática), con énfasis en la validación y justificación de resultados, contribuye significativamente al desarrollo de un razonamiento deductivo.” podemos decir que es necesario acomodar problemas alcanzables al nivel de los alumnos para que éstos *aprendan a hacer* y logren el objetivo principal, aprender matemática.

Otro aspecto importante a considerar según (Flores, 2007) es lo que pasa en la relación entre los profesores y aquellos que se encargan del diseño curricular, “La intención es que los profesores sigan las indicaciones y sugerencias de los programas para lograr los objetivos de enseñanza. Pero, debido a que la mayoría de los profesores no entienden los programas ni se apropian realmente de ellos, éstos enseñan de la misma manera en que fueron enseñados. Esto es, de acuerdo con sus creencias y sus percepciones personales sobre la enseñanza, el conocimiento disciplinario que intentan enseñar y la capacidad de los estudiantes de aprender dicho conocimiento”. Es por éste motivo que podemos decir que surge la inquietud de realizar un cambio de estrategia en la enseñanza de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, que este fundamentado teóricamente y no solo en las creencias que se piensa sería la mejor forma de enseñar éste contenido.

## 2.4 ENSEÑANZA DE LA TRIGONOMETRÍA.

Desde la experiencia personal y reafirmado por lo que plantean algunos autores podemos decir que la enseñanza de la trigonometría siempre ha causado algunos problemas en los estudiantes como por ejemplo los autores (Hromek-Ichijama, s/a) plantean que “las experiencias con alumnos ingresantes a la Universidad en años anteriores han evidenciado dificultades en el aprendizaje al manipular, interpretar y significar a las razones, ecuaciones, identidades y funciones vinculadas a la trigonometría.” Lo que indica que en la enseñanza previa a la universidad tuvieron algunas complicaciones en estos tópicos, de esta forma es importante buscar una estrategia que permita aminorar estos problemas en trigonometría, se cree que la metodología *aprender haciendo* es una buena alternativa para dar solución al problema en cuestión. Tomando en cuenta lo que dice el autor Fiallo (2008) es posible afirmar que “a partir de un enfoque geométrico en un ambiente de geometría dinámica se favorece la formación de imágenes mentales de los conceptos y propiedades de las razones trigonométricas”. De esta forma se cree los alumnos que participaron de esta experiencia se verán beneficiados ya que para favorecer la formación de imágenes mentales de conceptos y propiedades se realiza una experiencia en terreno.

En la siguiente sección trataremos sobre los contenidos matemáticos necesarios para realizar las clases de la unidad de trigonometría, lo cual nos dará una idea más completa de este trabajo y de su objetivo.

## 2.5 TRIGONOMETRÍA

Para efecto de la presente investigación, es importante definir el concepto de trigonometría que corresponde al contenido que los estudiantes de Tercer año medio deben profundizar durante su proceso educativo.

### **2.5.1 Concepto de Trigonometría.**

“La trigonometría (que significa en griego medición de triángulos) es la parte de la matemática, o más específicamente de la geometría, que se ocupa del cálculo de triángulos, comprendiendo sus seis elementos, los tres lados y los tres ángulos. Se parte de al menos tres elementos del mismo, siendo indefectiblemente, uno de ellos, un lado del triángulo. Además tiene por objeto el cálculo en general de todas las figuras que puedan descomponerse en triángulos. Es un conocimiento antiquísimo que se remonta a egipcios y babilonios, desarrollada muy profundamente por los árabes. Tiene amplia aplicación en física, química, ingeniería y astronomía, para medir enormes distancias.

De acuerdo a los tipos de triángulos de que se ocupa, la trigonometría puede ser plana, cuando se ocupa del cálculo de triángulos de lados rectos (rectilíneos) o esférica, si calcula triángulos esféricos. La goniometría o trigonometría analítica se ocupa de las funciones circulares (seno, tangente y secante, y coseno cotangente y cosecante).

La medida de ángulos más utilizada es el sistema sexagesimal, cuya unidad de medida es el grado, el minuto y el segundo, partiéndose del triángulo recto correspondiente a un cuadrante que tiene 90 grados. Cada grado tiene 60 minutos y cada minuto sesenta segundos. En el sistema centesimal de medición de ángulos, se usan las mismas unidades de medida, pero se considera que un cuadrante tiene 100 grados, cada grado 100 minutos y cada minuto cien segundos”.

(<http://deconceptos.com/matematica/trigonometria>).

Los conceptos y relaciones trigonométricas más importantes utilizados por el profesor en la unidad se detallan a continuación (Carreño y Cruz, 2008):

### 2.5.2 Sistema de medición de ángulos

Una unidad de medida para ángulos es el grado sexagesimal o simplemente grado. El ángulo obtenido por una revolución completa en sentido opuesto a las agujas del reloj mide  $360^\circ$ ; por lo tanto, un grado es  $\frac{1}{360}$  de una circunferencia.

Otra unidad de medida de ángulos es el radián.

Un radián es la medida del ángulo central de una circunferencia que subtiende un arco de la misma longitud de su radio.

Relación entre ambos sistemas:

$$\begin{aligned} 1^\circ &= \left(\frac{\pi}{180}\right) rad \\ 1 rad &= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \end{aligned}$$

Figura 1

Observación: En general se omite la palabra rad; así un ángulo puede medirse  $\frac{2\pi}{3}$  (en vez de  $\frac{2\pi}{3}$  rad).

### 2.5.3 Razones trigonométricas para ángulos agudos.

A continuación se darán los conceptos básicos de la trigonometría, para esto es necesario fijar algunos objetos básicos: sea  $\alpha$  un ángulo agudo en el triángulo rectángulo ABC, de catetos a y b y de hipotenusa c. Las razones trigonométricas son: seno, coseno, tangente y cotangente y se definen en las siguientes secciones:

### 2.5.4 Razones trigonométricas

Algunas de las razones trigonométricas más conocidas son:

- $\text{sen } \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$
- $\text{cos } \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$
- $\text{tg } \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$
- $\text{cosec } \alpha = \frac{c}{a} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
- $\text{sec } \alpha = \frac{c}{b} = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$
- $\text{cot } \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$

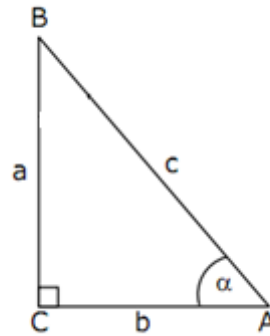


Figura 2

Estas son las que más se trabajan en clases de matemática a nivel escolar y se presentan todo tipo de problemas para utilizarlas, aunque las más utilizadas son: seno, coseno y tangente en problemas de planteo y resolución de triángulos.

### 2.5.5 Identidades trigonométricas.

Como parte de esta unidad también fueron tratadas las identidades trigonométricas por eso se muestran aquí algunas de ellas, para presentar el cuadro completo de la evaluación de los estudiantes del curso.

Comenzando con la Definición: Una identidad es una igualdad que se verifica para todos los valores posibles de la variable. Seguimos con las identidades básicas que son de fácil acceso a los estudiantes escolares.

Son identidades básicas:

- $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$
- $\operatorname{sec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$
- $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \operatorname{sec}^2 \alpha$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

Dentro del estudio y profundización del concepto matemático de Trigonometría se utilizaron textos de apoyo al aprendizaje tanto para los estudiantes como para el profesor, los cuales fueron seleccionados por su forma didáctica de entregar los conceptos, además de permitir llevarlos a la práctica.

El texto considerado para la utilización en clases por parte de los alumnos ha sido:

- Texto del Alumno: Matemática 3° Medio, Olga Saiz Maregatti y Viktor Blumenthal Gottlieb, Editorial Cal y Canto, año 2012.

A continuación se muestran algunas ilustraciones para mostrar los ejercicios tipo presentadas en el libro utilizado por los alumnos en la unidad.

9. –“Oigan, parece que hemos detectado algunos restos del naufragio”. La tripulación del barco de salvamento enviado por la Armada se movió rápidamente. –“¿Con que ángulo aparecen?” –grita el capitán. –“Con depresión de  $12^\circ$ ” –responde el encargado... –“Rápido, que manden al buzo Olsen, hay 40 metros hasta el fondo del mar”... –¡A la orden, Señor! –responde otro de los encargados. Todos siguen atentos el trayecto. –“¡Vamos, Olsen, avanza pronto para terminar luego esta agonía de una semana de búsqueda!” Pocos se preguntaron cuánto tuvo que desplazarse por el bravo fondo marino este gran buzo. Pero tú, sí lo podrás calcular. ¿Cuánto metros se desplazó el buzo por el fondo para encontrar los restos del naufragio?

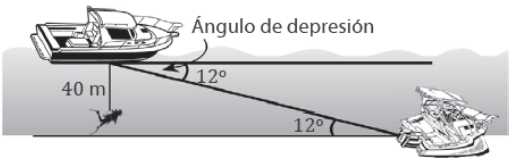


Figura 3

### Ejercicio Tipo de resolución de problemas de razones trigonométricas.

En la Figura N°3 se muestra un ejercicio típico del libro utilizado por los alumnos donde deben aplicar las razones trigonométricas para calcular la distancia pedida en él. Es posible apreciar que la lectura del problema es un poco extensa lo que puede causar una falta de interés en los alumnos y desechar la oportunidad de resolverlo.

**10.** Con la información dada en el triángulo de la figura adjunta, y utilizando trigonometría, halla los valores de los lados  $a$  y  $b$ . Expresa tu respuesta usando con aproximación a la centésima.

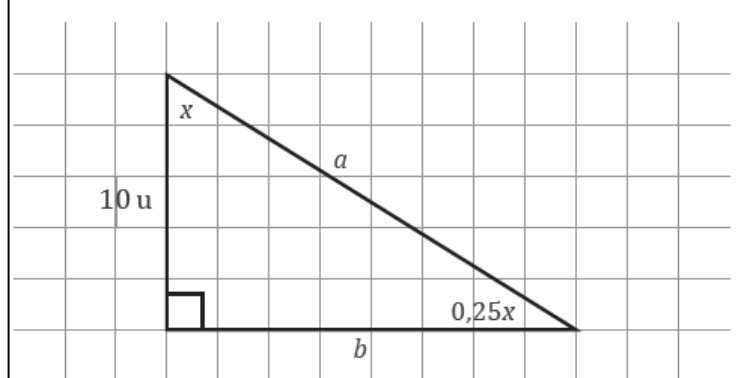


Figura 4

### Ejercicio típico de resolución de triángulos.

En la Figura N°4 se muestra un ejercicio típico de la resolución de triángulos en donde deben calcular el valor de los ángulos además del valor de los lados. Éste tipo de ejercicios puede causar alguna dificultad en los alumnos pues ellos no se dan cuenta de inmediato que el primer paso es el cálculo de los valores de los ángulos y para esto deben plantear una ecuación sencilla de primer grado, algunos de los alumnos resuelven los ejercicios pero los menos aventajados definitivamente no lo intentan.

A diferencia de los ejercicios propuestos en el libro utilizado por los alumnos las actividades para profundizar los saberes de la trigonometría y su posterior evaluación buscaban:

- Generar aprendizajes donde los estudiantes recibieran y aplicarán un aprendizaje sustentado en el “Saber hacer”.

- Valorar el aprendizaje acción y experimental con la finalidad de que perduraran en el tiempo.
- Adquirir el conocimiento formal y otorgarle una utilidad práctica.
- Favorecer una evaluación continua, donde los estudiantes no estuvieran sujetos a un momento específico de medición sino que el proceso completo fuera el importante y significativo.

# **CAPÍTULO III**

## **METODOLOGÍA**

## **METODOLOGÍA**

A continuación se describe la metodología del trabajo y las razones del por qué se utiliza ésta metodología y no una diferente, se destaca el tipo de investigación a realizar, el diseño de la experiencia vivida, contextualizando el lugar y a los sujetos que formaron parte de la experiencia mostrando además todos los pasos necesarios para realizar ésta experiencia.

### **3.1 Tipo de Investigación**

La investigación realizada corresponde al enfoque mixto que combina durante el proceso de indagación, las perspectivas cualitativas y cuantitativas, permitiendo al investigador diseñar su estudio de campo utilizando el pensamiento deductivo e inductivo, que le proporcionarán datos desde dos ámbitos:

- Desde el ámbito cuantitativo, se entregará una visión numérica y estandarizada, a partir de un análisis estadístico de la muestra representativa.
- Desde el ámbito cualitativo, se entregará una visión a partir de la experiencia puesta en práctica, considerando un análisis del contexto, los individuos, que en este caso son estudiantes de educación media, y el ambiente en el cual interactúan.

Dentro de este enfoque mixto, el estudio se vincula al modelo Exploratorio, con el propósito de alcanzar un acercamiento y familiarización con el tema de investigación en el área de la Educación Matemática.

El modelo exploratorio encuentra su definición en el investigador Hernández Sampieri, (2003), el que establece que: “Los estudios exploratorios se efectúan, normalmente, cuando el objetivo es examinar un tema o problema

de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes”.

En este trabajo se utiliza el modelo exploratorio por que no se ha encontrado suficiente o nada sobre la enseñanza de la trigonometría en base a la metodología *aprender haciendo*, se puede decir que esta propuesta es nueva a nivel nacional e innovadora en cuanto a las clases de matemática.

### **3.2 Diseño de la Experiencia**

La contextualización de la presente investigación permite situar la realidad a explorar en la Región de Valparaíso, específicamente en la ciudad de San Antonio, comuna de Santo Domingo.

Dentro de esta comuna se encuentra ubicado el Establecimiento en estudio, llamado Colegio El Roble de Santo Domingo, cuya modalidad es Particular Subvencionado y científico- Humanista.

El establecimiento educacional Colegio El Roble de Santo Domingo, presenta una matrícula al año 2012 de 350 alumnos, naciendo de este universo, la muestra de alumnos que de manera intencionada fueron seleccionados para desarrollar una propuesta metodológica innovadora como el aprender haciendo en el área de matemática, con estudiantes de Educación Media, específicamente de Tercer Año Medio.

Colegio El Roble de Santo Domingo es una entidad educativa particular-subvencionada de enseñanza, que depende de la Sociedad Educacional Río Maipo. Inició sus actividades en Marzo de 1998 cubriendo los 8 niveles de enseñanza básica y los de Pre- kinder y kinder en enseñanza Pre- básica. La capacidad máxima por curso es de 30 estudiantes, para una mejor atención de ellos. A partir del año 1999, se comenzaron a incorporar

gradualmente los cursos de enseñanza media. Este proceso se completó el año 2002 cuando se licenció la primera cohorte de 4° medio del colegio.

Para tener una idea acerca del colegio, a continuación se muestran algunas informaciones proporcionadas por el ministerio de educación a través de su página web:

En la tabla N°1 los resultados de los puntajes obtenidos en la PSU entregados por el MINEDUC. Esto muestra además que el colegio obtiene un rendimiento relativamente superior a más de 2000 colegios del país, la mayoría de los alumnos aspiran a llegar a la educación superior y obtienen puntajes promedios para lograr dicho objetivo.

<b>Tabla N° 1: Resultados PSU Colegio el Roble de Santo Domingo</b>			
	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>
Promedio PSU en lenguaje y matemática en las últimas 3 evaluaciones	523	527	526
Porcentaje de alumnos que rindieron PSU en las últimas 3 evaluaciones	93%	78%	62%
De los 3.165 establecimientos de educación media que rindieron la PSU, este establecimiento ocupa el lugar	796	1.111	799

En la tabla N°2 se muestra la información institucional entregada por el MINEDUC. Lo cual muestra a su vez que existen todos los niveles de educación, los alumnos cancelan una mensualidad fija y existe un numero bajo de alumnos por sala.

<b>Tabla N°2: Información institucional Colegio el Roble de Santo Domingo</b>
<b>Reconocimiento Oficial:</b> Según Resolución Exenta 752 De Fecha 01/04/2004
<b>Dependencia:</b> Particular Subvencionado
<b>Nivel de enseñanza:</b> Educación Parvularia Enseñanza Básica Enseñanza Media Humanista-Científica Niños Y Jóvenes
<b>Matrícula total de alumnos 2013:</b> 329
<b>Promedio alumnos por curso:</b> 23

Con esta información sobre el colegio se puede decir que éste cuenta con las condiciones óptimas para realizar éste tipo de experiencia innovadora

pues principalmente existe en los alumnos un interés por llegar a la educación superior y el número de alumnos promedio por curso facilita la implementación de nuevas metodologías centradas en los estudiantes.

La siguiente sección describe de forma particular a los sujetos que participaron en este trabajo.

### **3.2.1 Sujetos**

El Tercer Año Medio es un curso compuesto de 23 estudiantes, cuya matrícula es mixta entre 13 varones y 10 damas.

Las características relevantes de este curso permitieron desarrollar el estudio de campo, ya que manifiestan interacciones efectivas dentro del aula, las cuales se evidencian en la participación, respeto y superación por obtener mejores logros.

Según la mayoría de los profesores del cuerpo docente del Colegio el Roble de Santo Domingo, este curso siempre ha demostrado disposición positiva para enfrentar nuevos desafíos en las diversas áreas de aprendizaje, lo que queda de manifiesto a través de la siguiente tabla que muestra el promedio alcanzado en el subsector de matemática y el promedio general de cada alumno antes de realizar la experiencia.

**Tabla N°3: Promedio de notas de los alumnos en el subsector y promedio general.**

<b>Alumnos</b>	<b>Promedio de notas en Matemática</b>	<b>Promedio general</b>
A1	4,5	5,0
A2	3,7	3,3
A3	6,6	6,4
A4	3,7	5,5
A5	3,5	4,0
A6	4,8	5,0
A7	5,5	5,7
A8	4,8	5,1
A9	4,7	4,9
A10	4,3	5,2
A11	5,0	5,1
A12	7,0	5,4
A13	4,2	6,1
A14	5,7	5,3
A15	5,6	5,9

A16	4,4	5,4
A17	2,4	5,0
A18	6,7	6,5
A19	4,6	5,0
A20	6,4	6,4
A21	4,2	4,7
A22	6,5	5,1
A23	4,5	5,2

El curso tiene como promedio una calificación 4,9 en matemática versus un 5,2 como promedio general del curso, lo cual muestra que esta es una clase con alumnos que exponen un rendimiento bajo en la asignatura, aunque cabe destacar que éste promedio de notas desciende por la existencia de alumnos que no están interesados en la asignatura o que simplemente asumen que nunca van a aprender nada, y por esto no ponen ningún esfuerzo en éste ramo. A pesar de éste hecho, en forma general, los alumnos de éste curso siempre tienen una disposición positiva frente a nuevos desafíos.

Es relevante señalar que en la realidad educativa de los estudiantes de Educación Media de Colegio El Roble, se encontraba ausente de la institución la implementación de una metodología dinámica, como es la de Aprender Haciendo.

### 3.3 Diseño de la Investigación

La obtención de la información requerida en esta investigación se realizó en el segundo semestre del año 2012 entre los meses de octubre y noviembre. La información fue recogida utilizando una metodología plural, ya que se basó en el desarrollo de un trabajo en grupo por parte de los estudiantes, la utilización de la observación directa por parte del profesor, la ejercitación de los aprendizajes a través de una guía de ejercicios además la evidencia fotográfica que permite demostrar la aplicación de la metodología aprender haciendo por parte de los alumnos.

La información obtenida se estructuró como se muestra en la tabla 4.

<b>Tabla N°4: Organización de la investigación</b>		
<b>N°</b>	<b>Fechas</b>	<b>Actividades Realizadas</b>
Inicio de Unidad	18 de Octubre	Se inicia la unidad presentando los objetivos de aprendizaje que son las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y su posterior profundización dentro de la clase. (Observación directa)
Organización de la actividad práctica	22 de octubre	Ejercitación de los conceptos estudiados en la clase anterior (Observación directa) Organización de la actividad práctica y comunicar a los estudiantes que deben presentar diversos materiales para la clase siguiente

Observación directa	25 de octubre	Concepto de identidades trigonométricas (observación directa)
Construcción de instrumento.	29 de octubre	Construcción de instrumento para medir ángulos en altura (trabajo en grupo y registro fotográfico)
Aplicación de la actividad	8 de noviembre	Aplicación de la actividad que consistió en la medición de edificios del colegio como una forma de emplear los aprendizajes adquiridos de manera práctica.(registro fotográfico)
Socialización de experiencia práctica	12 y 15 de noviembre	Profundización de contenidos trigonométricos. Desarrollo guía de ejercicios. (Observación directa, trabajo en grupo). Entrega de informes y socialización grupal de la experiencia práctica.(Observación directa)
7.Evaluación Final	19 de noviembre	Evaluación final, mediante un instrumento escrito y cuantitativo.

Cabe destacar que ésta fue la última unidad del año escolar para los alumnos por lo que la optimización del tiempo fue un factor importante a

considerar, tomando en cuenta los contenidos que se deben enseñar en el desarrollo de ésta unidad.

### **3.4 Diseño de la experiencia.**

Se diseñaron las siguientes actividades para conseguir los objetivos anteriormente planteados:

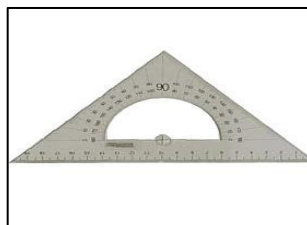
- Construcción del instrumento de medición de ángulos.
- Actividad de aplicación.
- Guía de ejercicios.
- Evaluación.

A continuación se describe cada una de estas actividades.

#### **3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.**

La construcción del instrumento consideró los siguientes materiales:

- **Una escuadra con transportador, como la que se muestra en la figura 5.**



**Figura 5**

- **Un Plomo o Plomada, como la que se muestra en la figura 6.**



Figura 6

- **Dos cáncamos cerrados, como los que se muestra en la figura 7.**

Estos son utilizados como mira. Si no se tiene este material se puede recurrir a una argolla o cualquier trozo metálico de forma circular para poder construir una mira.



Figura 7

- **Un trozo de madera** para insertar los cáncamos, como el que se muestra en la figura 8. Si no se tiene este material se puede recurrir a pegar con cinta adhesiva para lograr fijar las miras que determinan el punto en el cuál se medirá la altura.



Figura 8

El instrumento destinado a medir el ángulo formado a partir de una distancia determinada desde la base del edificio hasta el punto más alto de éste, queda en evidencia en la siguiente imagen al igual que los materiales utilizados.



**Instrumento de medición de ángulos**

**Figura 9**

### **3.4.2 Actividad de Aplicación.**

La actividad de aplicación más importante dentro de la experiencia de medición de ángulos, ésta destinada a que los estudiantes de manera práctica pudiesen medir la altura del edificio principal del Colegio el Roble de Santo Domingo al cual pertenecen, además del auditorium del mismo. La aplicación se realizó en forma grupal y a diferentes distancias a partir de la base de alguno de los edificios, para posteriormente relacionar la observación y recogida de datos acerca de la medición de ángulos y elaborar en conjunto un informe acerca de la actividad vivenciada.

A cada grupo de estudiantes se le entrego una guía (ver anexo n°1), la cual tiene como intención aplicar las razones trigonométricas seno, coseno, tangente en mediciones de la vida cotidiana, donde se espera que el alumno: mida los ángulos necesarios para calcular la altura de los edificios, realice una representación gráfica de la problemática en cuestión, plantee la ecuación que le permita realizar el cálculo pedido y finalmente redacte una respuesta a la situación planteada.

### 3.4.3 Guía de Aprendizaje.

Posterior a la actividad de aplicación, se entrega una guía de aprendizaje (ver Anexo N°2) de razones trigonométricas que busca ejercitar los contenidos estudiados y vivenciados durante el desarrollo de las clases y la experiencia vivida. La guía está dividida en 6 ítems distintos:

- El ítem n° 1 y n°2 busca ejercitar la transformación en unidades de medidas ya sea de grados a radianes o viceversa.
- El ítem n°3 se solicita al alumno resolver ecuaciones sencillas de tal manera de encontrar los valores de los ángulos pedidos.
- El ítem n° 4 se pide al estudiante verificar identidades trigonométricas básicas
- El ítem n°5 demanda la resolución de triángulos rectángulos utilizando identidades trigonométricas básicas donde se permite el uso de calculadora.
- El ítem n° 6 insta a los alumnos a resolver problemas de planteo donde se utiliza la trigonometría para llegar a la solución adecuada.

### 3.4.4 Evaluación.

La evaluación está dividida en tres ejes principales (ver anexo n°3):

- El primer eje está relacionado con el la transformación de unidades de medida de ángulos.

Las preguntas se refieren a transformar unidades de medida de ángulos, de radianes a grados o viceversa, como por ejemplo:

- $\frac{5\pi}{6} rad = \text{_____} \text{grados}$

- El segundo eje aborda la resolución de triángulos, tanto en cálculo como en aplicación a problemas de planteo.

Las preguntas se refieren a la resolución de triángulo y problemas de planteo, como por ejemplo:

**1) Para llegar a casa Juanito debe cruzar un río de 15 metros de ancho; él se encuentra justo frente a su casa, pero en la orilla opuesta. La corriente lo desvía  $30^\circ$  río abajo, ¿A qué distancia se encontrará de su casa cuando logre atravesar el río?**

- El tercer eje está referido a la resolución de identidades trigonométricas.

La pregunta típica sería:

$$\mathbf{a) \quad \text{sen}^2 \alpha - \text{cos}^2 \alpha = \text{sen}^4 \alpha - \text{cos}^4 \alpha}$$

Con todos los pasos descritos anteriormente se espera que los alumnos hayan logrado aprendizajes y obtengan buenos resultados en la evaluación final de la unidad lo que queda descrito en el capítulo siguiente.

### **3.5 Análisis a priori.**

La planificación de la actividad contempló dos ámbitos relevantes como fue: la aplicación de una metodología distinta a la utilizada, como es el aprender haciendo y la recopilación de la información que permita establecer conclusiones acerca de qué manera incide esa metodología en el aprendizaje de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Las expectativas presentadas a priori frente a la aplicación de la metodología fueron:

- Selección del curso por sus características ya que se refleja en ellos orden, respeto entre pares y por el profesor, además del compromiso que demuestran frente a sus aprendizajes tanto en el subsector de matemática como en la transversalidad con los otros subsectores.
- Selección del curso por la disposición positiva hacia el trabajo, lo que permitiría obtener un buen resultado en la actividad.

### **3.5.1 Análisis a priori de las clases.**

Es importante mencionar que también existían ciertos temores con respecto a la aplicación de la metodología, pues era algo desconocido por los alumnos, ya que debían descubrir una matemática aplicada de manera práctica, en un contexto real.

Estos temores se reflejaron en que existía cierta desconfianza en la responsabilidad por parte de los alumnos, con respecto a la presentación de materiales para la construcción del instrumento de medición de ángulos y también en el cumplimiento de los plazos en la entrega de informes.

La organización del curso en grupos responde también, a una incertidumbre de la participación de algunos alumnos frente al trabajo individual.

De acuerdo a la actividad propiamente tal, las expectativas de respuestas de los estudiantes consideraban que:

- Los alumnos más aventajados demostraran mayor motivación y seriedad frente a lo solicitado por el profesor y los menos aventajados presentaran menor motivación en el desarrollo de la actividad.
- El trabajo en grupos facilitaría la distracción en alumnos que normalmente, no demuestran interés por el subsector de Matemática.

### **3.5.2 Análisis a priori de los resultados.**

Acá se describe las expectativas de respuestas de los estudiantes en la evaluación y consideraban:

- Un mayor nivel de comprensión de los contenidos de la unidad, sustentado en la aplicación de la metodología aprender haciendo.
- Al momento de incluir en el instrumento de evaluación, problemas de aplicación, los resultados cuantitativos serían óptimos.

-

De acuerdo a las respuestas o la forma de completar el informe, las expectativas de respuestas de los estudiantes consideraban que:

- Los alumnos realizarían un bosquejo de la situación problemática planteada.
- Calculan la altura del edificio pero con medidas muy diferentes por cada grupo debido a la falta de precisión del instrumento de medición fabricado por ellos mismos.
- Redactan una respuesta al problema planteado de forma satisfactoria.

Para saber si las expectativas descritas anteriormente se cumplen realizaremos un análisis más profundo en el capítulo siguiente.

# **CAPÍTULO IV**

## **ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

## **ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.**

### **4.1 Análisis de la Información obtenida.**

A continuación se entrega un análisis más detallado de la información obtenida tanto en las clases, la experiencia vivida, la actividad y luego se realiza una descripción de datos acerca del informe de la actividad en terreno y la evaluación

### **4.2 Las clases.**

La Información recogida se realizó en situación de clases, las cual se desarrollaron siguiendo la estructura inicio, desarrollo y cierre, donde las actividades se establecen de manera progresiva donde los estudiantes demostraron un buen comportamiento tanto académico como conductual, lo que fue un factor facilitador en el estudio matemático. De manera constante, se demostró respeto por el profesor y dinamismo frente hacia sus exposiciones, quedando evidenciado en que los estudiantes tomaban nota de cada uno de los contenidos y ejercicios propuestos por el docente, respondiendo a las preguntas planteadas de manera participativa y manifestando sus inquietudes de manera permanente y en algunos casos si es que se presentaba la duda frente al contenido estudiado. Fue relevante observar en los estudiantes, el interés por resolver los ejercicios propuestos por el profesor dentro de la sala de clases, lo que va creando un clima dentro del aula que favorece avanzar en la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos trigonométricos y de medición de ángulos.

### 4.3 La experiencia vivida

La información recogida a partir de la aplicación de la metodología aprender haciendo a los estudiantes de 3° año medio del Colegio El Roble Santo Domingo permite describir los pasos vivenciados en la experiencia práctica.

En la siguiente tabla se describe brevemente cada una de las fases de la experiencia vivida.

<b>Tabla N°5: Fases de la experiencia</b>	
Fases de la experiencia	Descripción
Fase 1: Construcción	Esta fase está destinada a la construcción del instrumento de medición de ángulos
Fase 2: Salida a terreno y medición	En esta fase los alumnos salen a terreno y miden los ángulos necesarios para calcular la altura de los edificios del colegio
Fase 3: Registro de datos	En esta fase los alumnos registran los datos obtenidos en su medición para la posterior entrega de informes

#### 4.3.1 Fase 1: Construcción

El desarrollo de la experiencia se inicia con la motivación frente a la construcción del instrumento de medición de ángulos, donde los estudiantes tuvieron que establecer una hipótesis, con la finalidad de anticipar la utilidad de este instrumento en la vida cotidiana.



**Figura 10**

**Estudiante en la primera fase de la actividad**

En Figura N ° 10 es posible observar al estudiante en la primera fase de la actividad en la cual se construye el instrumento de medición de ángulos, necesario para calcular la altura del edificio pedido, sin embargo también se aprecia en la parte posterior a una alumna que está en posición de descanso sobre su banco demostrando su poco interés en la actividad pedida.

En el segundo momento de la clase se entregan las instrucciones de elaboración del instrumento y se explica la utilidad de éste, donde el profesor dice textualmente: Estimados alumnos, el instrumento que acaban de construir lo van a utilizar para medir la altura de alguno de los edificios del colegio utilizando las razones trigonométricas, posteriormente entregarán un informe grupal, evaluado con nota, en el que entregarán los resultados de sus mediciones, así que es estrictamente necesario que para la próxima clase vuelvan con el instrumento, pues saldremos a terreno a medir edificios.



**Figura 11**  
**Estudiante en la primera fase de la actividad**

En Figura N °11 es posible observar que al finalizar la clase las expectativas de la mayoría de los estudiantes frente a la actividad de aplicación quedan ampliadas, sintiendo que la utilización del instrumento contribuye a la construcción de su propio aprendizaje acerca del razonamiento de la trigonometría y la medición de ángulos, además de la motivación plasmada en ellos por la utilización de instrumento durante la próxima clase de matemática, que en este caso fue la semana siguiente.

#### **4.3.2 Fase 2: Salida a terreno y medición**

Ésta fase consiste en la salida a terreno por parte de los alumnos y el profesor para comenzar a medir los ángulos formados entre la parte más alta del edificio a medir y una base colocada a cierta distancia, fue posible observar que la actitud de los estudiantes cambió de manera positiva con respecto a la mostrada por éstos en la sala de clases ya que se vieron mucho más activos y dispuestos a realizar el trabajo con entusiasmo.



**Figura 12**  
**Estudiante en la segunda fase de la actividad**

El proceso de aplicación de la experiencia se inicia con la activación de conocimientos adquiridos en las clases anteriores y la salida a terreno. Se entregan las tareas destinadas a cada grupo y comienza la medición de ángulos. Cada grupo organizado registra los datos obtenidos de la experiencia para elaborar el informe escrito solicitado por el profesor.

En Figura N °12 es posible apreciar a los alumnos trabajando en la segunda fase de la experiencia, es decir, midiendo el ángulo formado desde la base de la mesa hasta la parte más alta del edificio principal del colegio.



**Figura 13**  
**Estudiante en la segunda y tercera fase de la actividad**

En Figura N °13 es posible apreciar a los alumnos trabajando en la segunda y tercera fase de la actividad, es decir midiendo ángulos y registrando la información, un hecho importante es que en ésta imagen aparece la misma alumna que estaba recostada sobre su banco (ver foto n° 10), pero con una actitud totalmente distinta a la de la figura anterior, de hecho en Figura N°13 está con un papel en la mano, con una actitud totalmente participativa.

### 4.3.3 Fase 3: Registro de datos

Ésta fase consiste en que los alumnos deben registrar en una hoja todas las medidas obtenidas para la posterior entrega del informe, además algunos casos ocurrió de forma simultánea con la fase 2 como se muestra en la sección anterior, además se dio un tiempo de aproximadamente 5 minutos para realizar ésta tarea, además los alumnos se repartieron las labores dentro de su grupo, unos medían ángulos y otros registraban los datos, lo más interesante es que la mayoría quería hacer era utilizar el instrumento de medición que habían fabricado.



**Figura 14**  
Estudiante en la Tercera fase de la actividad

En la Figura N° 14 se observa a los alumnos en la etapa del registro de los datos, también se puede apreciar que junto a los estudiantes se encuentra

una docente mirando lo que realizan los alumnos, esta imagen demuestra el interés que causó la experiencia, tanto en los jóvenes como en los docentes.

Al finalizar la experiencia de aplicación se realizó una actividad de metacognición donde cada grupo expresó lo que más le interesó de la experiencia y que otra actividad les gustaría agregar al trabajo.

La siguiente tabla muestra un registro cuantitativo de los logros alcanzados y los no logros obtenidos por los estudiantes de tercero medio del colegio El Roble de Santo Domingo en el informe de la actividad en terreno: “Medición de edificio principal Colegio El Roble de Santo Domingo”.

<b>Tabla N°6: Logros alcanzados por los alumnos en el informe de la actividad en terreno.</b>			
<b>Ítem</b>	<b>Logrado</b>	<b>Medianamente logrado</b>	<b>No logrado</b>
Medir ángulo desde el nivel de la mesa	20 alumnos	3 alumnos	0 alumnos
Representación gráfica de la situación	23 alumnos	0 alumnos	0 alumnos
Plantear ecuación	23 alumnos	0 alumno	0 alumnos
Redactar una respuesta	18 alumnos	5 alumnos	0 alumnos

Para efectos de medición de los rendimientos de ésta actividad se crea la siguiente escala donde se describe cada uno de los niveles logro de cada uno de los ítems de la actividad anterior:

**Logrado:** Si cumple a cabalidad con el requisito pedido en el ítem.

**Medianamente logrado:** si cumple parcialmente con el requisito pedido en el ítem.

**No logrado:** Si no cumple con el requisito pedido en el ítem.

A continuación se exponen ejemplos de cada uno de los niveles de logro en algunos de los ítems planteados anteriormente.

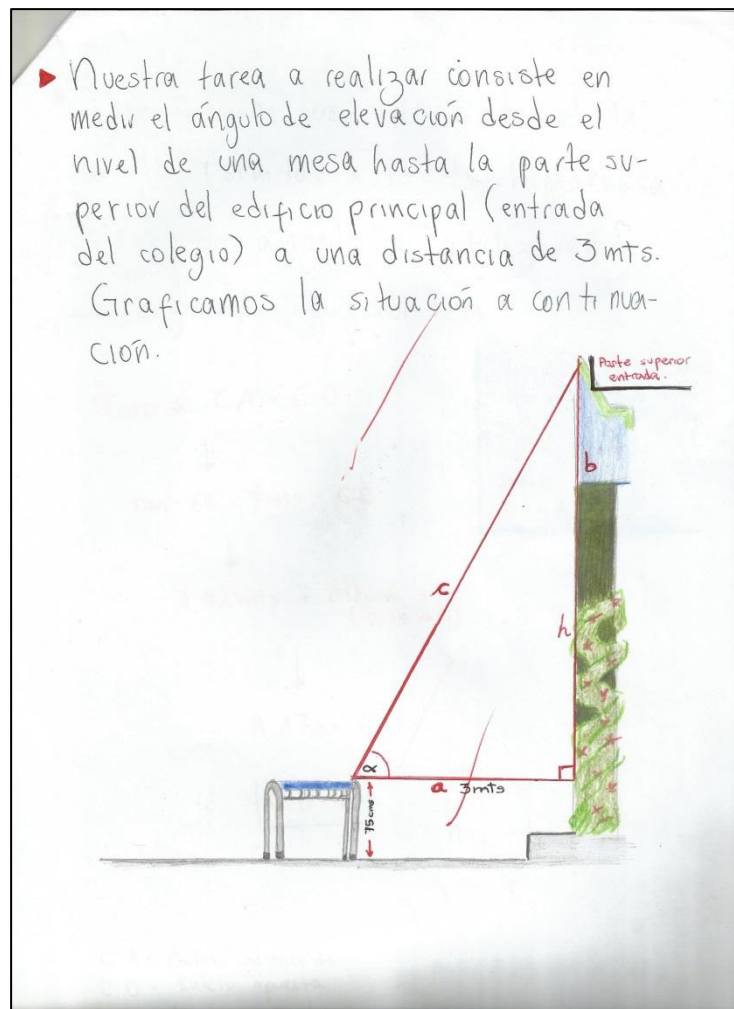


Figura 15

**Ejemplo N°1: representación gráfica de la situación.**

En el Ejemplo n°1 se muestra una representación gráfica de la situación que obtiene un nivel Logrado, pues los alumnos dibujan la situación tal cuál ocurre, además en la parte superior de la imagen explican lo que deben realizar para resolver el problema planteado.

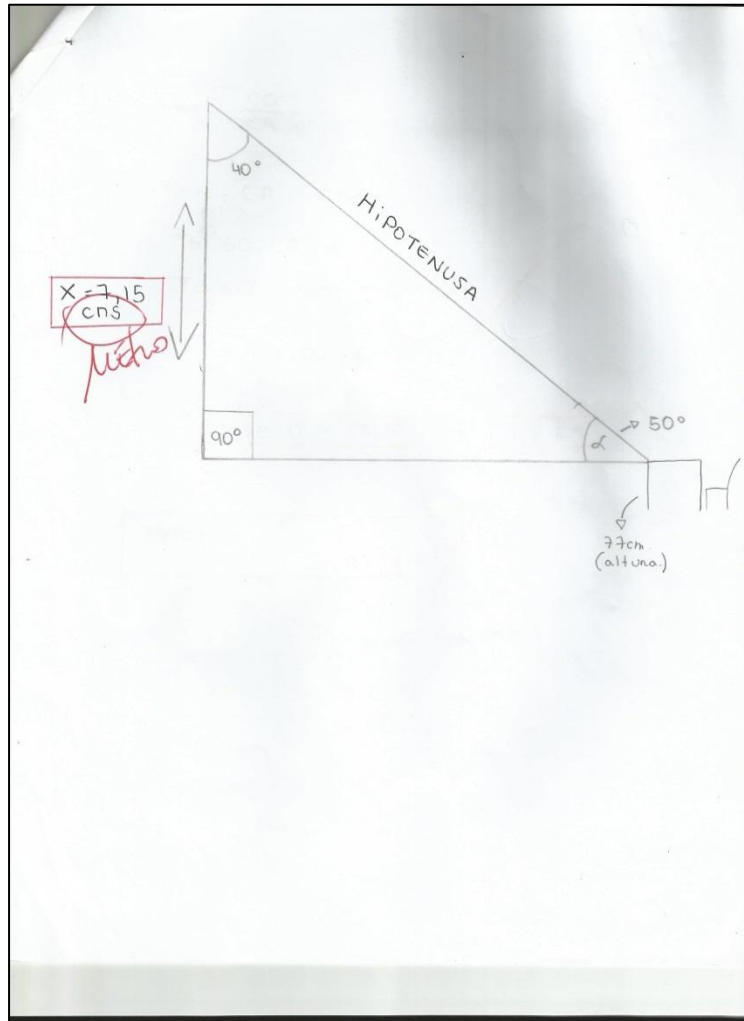


Figura 16

### Ejemplo N°2: Representación gráfica de la situación.

En el Ejemplo N°2 se muestra una representación gráfica de la situación que obtiene un nivel Medianamente Logrado ya que aunque existe la representación gráfica de la situación, los alumnos de este grupo cometen

un pequeño error en la unidad de medida utilizada y confunden centímetros con metros. Cabe destacar que ésta evaluación se hace para potenciar la precisión en las respuestas. Como los estudiantes de 3° año medio están en una etapa final de sus estudios, se cree que éste tipo de errores deben ser considerados en la evaluación.

Cabe destacar que no hay ejemplos de calificación no logrado pues ninguno de los alumnos obtuvo este tipo de calificación.

El tiempo destinado al desarrollo de la actividad contemplando la construcción y aplicación, fue de 4 horas pedagógicas, de las cuales, una fue destinada a la construcción del instrumento y el resto a la actividad práctica.

Una de las fortalezas del tiempo destinado, fue su optimización, el cual fue clave en el logro del desarrollo de la actividad y de la aplicación de la metodología.

El informe de la experiencia fue presentado por los alumnos al cabo de una semana de aplicada la actividad, y su entrega fue acompañada de una retroalimentación.

La siguiente tabla muestra un registro cuantitativo de los logros alcanzados y los no logros obtenidos por los estudiantes de tercero medio del colegio El Roble de Santo Domingo en la evaluación final de la unidad de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo:

<b>Tabla N°7: Logros alcanzados por los alumnos en la evaluación final.</b>			
<b>Contenido</b>	<b>Logrado</b>	<b>Medianamente logrado</b>	<b>Por lograr</b>
Transformación de unidades de medidas de ángulos	19 alumnos	0 alumnos	2 alumnos
Resolución de Ejercicios	11 alumnos	2 alumnos	8 alumnos
Aplicación del concepto en la resolución de ejercicios	9 alumnos	1 alumno	11 alumnos
Identidades trigonométricas	7 alumnos	4 alumnos	10 alumnos

Para efectos de medición de los rendimientos de ésta evaluación se crea la siguiente escala donde se describe cada uno de los niveles logro de cada uno de los ítems de la actividad anterior:

Logrado: si resuelve más de la mitad de los ejercicios correctamente.

Medianamente logrado: si resuelve correctamente la mitad de los ejercicios.

Por lograr: si resuelve menos de la mitad de los ejercicios propuestos.

#### **4.4. La actividad.**

De acuerdo a lo observado en la realización de la experiencia y reconocidas las respuestas de los estudiantes se puede establecer que:

- Mayoritariamente los estudiantes demostraron un alto interés en el desarrollo de la actividad, lo que se ve reflejado en la participación de cada integrante del grupo, tanto en la medición de los ángulos como en la

recolección de la información obtenida por ellos, para finalmente elaborar el informe solicitado por el docente, lo queda de manifiesto también en el registro fotográfico expuesto con anterioridad.

- Mayoritariamente se manifiesta por parte de los estudiantes, un alto nivel de motivación y entusiasmo en el trabajo realizado fuera del aula.
- Compromiso por parte de los alumnos frente a su aprendizaje, manifestado en el cumplimiento del plazo de entrega del informe necesario para la realización de una retroalimentación de lo aprendido.
- En relación a la experiencia de utilización de instrumento de medición, cada grupo llega a medidas similares de las alturas pedidas de cada edificio, lo que genera en ellos satisfacción frente a su trabajo en clases, optimismo en la socialización y fortalece el trabajo en equipo, además de descubrir lo positivo de aprender haciendo, lo cual les permite llegar a la cognición de manera significativa, real y pertinente.
- Los estudiantes fortalecen sus habilidades y destrezas en el descubrimiento de su aprendizaje en el área de la Trigonometría y la medición de ángulos considerando la experiencia de aprender haciendo como provechosa y quedando el deseo en ellos de repetirla frente a otros contenidos, con el fin de facilitar la comprensión y aplicación de la matemática.

#### **4.5. Descripción de Datos**

La información recopilada a través del informe de la actividad y la evaluación nos entrega información valiosa para este trabajo, por lo que se presenta de la siguiente manera:

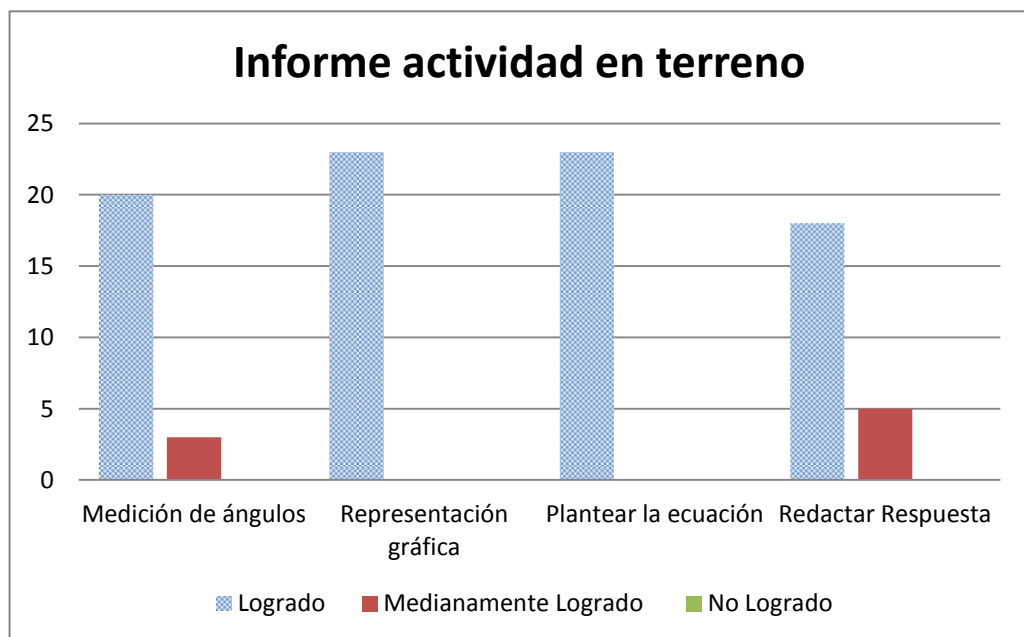
### 4.5.1 El informe de la actividad en terreno.

A continuación se describe un análisis sobre la información obtenida en el informe de la actividad en terreno, lo que nos permite hacernos una idea acerca de los resultados obtenidos por los alumnos en el desarrollo de éste.

#### Descripción de datos de la actividad en terreno

Esta sección muestra la frecuencia de los logros y no logros obtenidos por los estudiantes en las distintas exigencias para la entrega del informe de la actividad en terreno.

Cabe destacar que la para la actividad y la entrega del informe se considera a la totalidad del curso en estudio.



**Gráfico N°1: Logros obtenidos por los alumnos en el informe de la actividad en terreno.**

El gráfico N°1 hace referencia a los logros obtenidos por los alumnos en el informe entregado luego de la actividad en terreno: “Medición edificios colegio el Roble de Santo Domingo”.

Es posible observar que la mayor parte del alumnado cumple con el objetivo de medir ángulos para calcular la altura de los edificios pedidos, la totalidad de los alumnos cumple con el requisito de hacer una representación gráfica que modele la situación y plantear la ecuación que permite calcular la altura correctamente y la mayoría de los alumnos redacta una respuesta con respecto a la situación planteada.

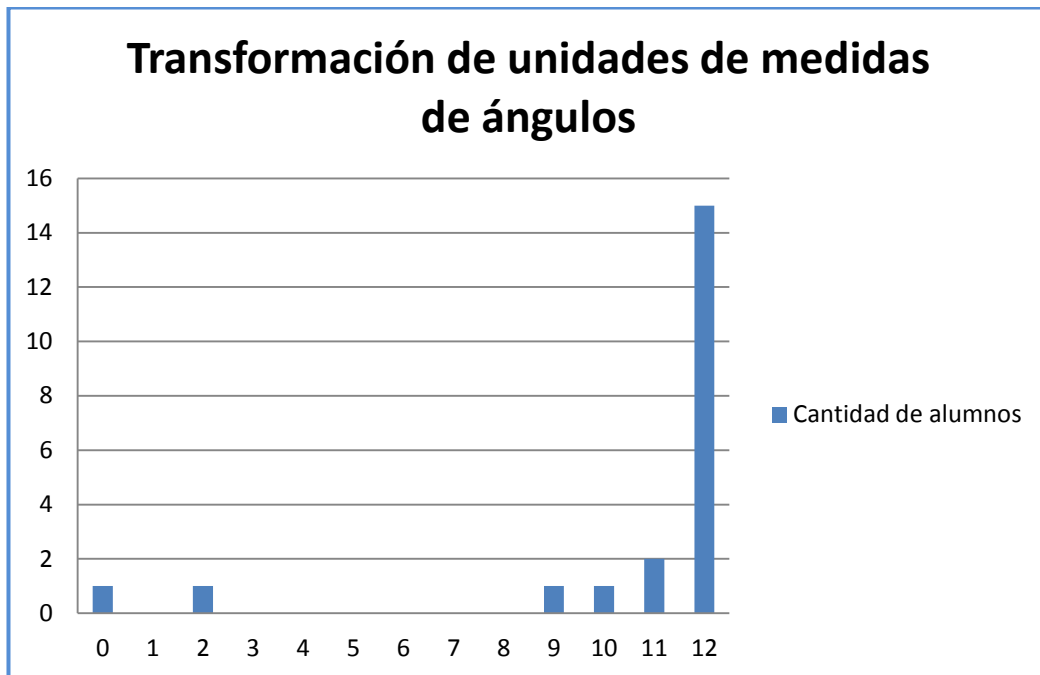
#### **4.5.2 La evaluación escrita.**

A continuación, se describe la información obtenida en la evaluación escrita, dividida en los cuatro ejes de ésta, observando los rendimientos obtenidos por los alumnos y así adquirir una idea de la influencia de la aplicación de la metodología en el aprendizaje de los contenidos propuestos por el ministerio.

#### **Descripción de Datos de la evaluación escrita:**

Esta sección muestra la frecuencia de los puntajes obtenidos por los estudiantes en los ítems de los ejercicios de la evaluación escrita, en el gráfico 1 se sintetiza el ítem I y II ya que apuntan al mismo objetivo.

Cabe destacar que dos de los alumnos no rindieron la evaluación pues se retiraron del colegio debido a su situación de repitencia.



**Gráfico N° 2: Resultados de los alumnos en el primer ítem de la evaluación**

A continuación se muestra la moda y la mediana para evidenciar la tendencia de los puntajes de los alumnos en el desarrollo de éste ítem, lo que nos sirve en nuestra investigación para afirmar que los estudiantes en su mayoría resuelven de manera correcta los ejercicios planteados, obteniendo la totalidad o casi la totalidad del puntaje de éste ítem (12 puntos).

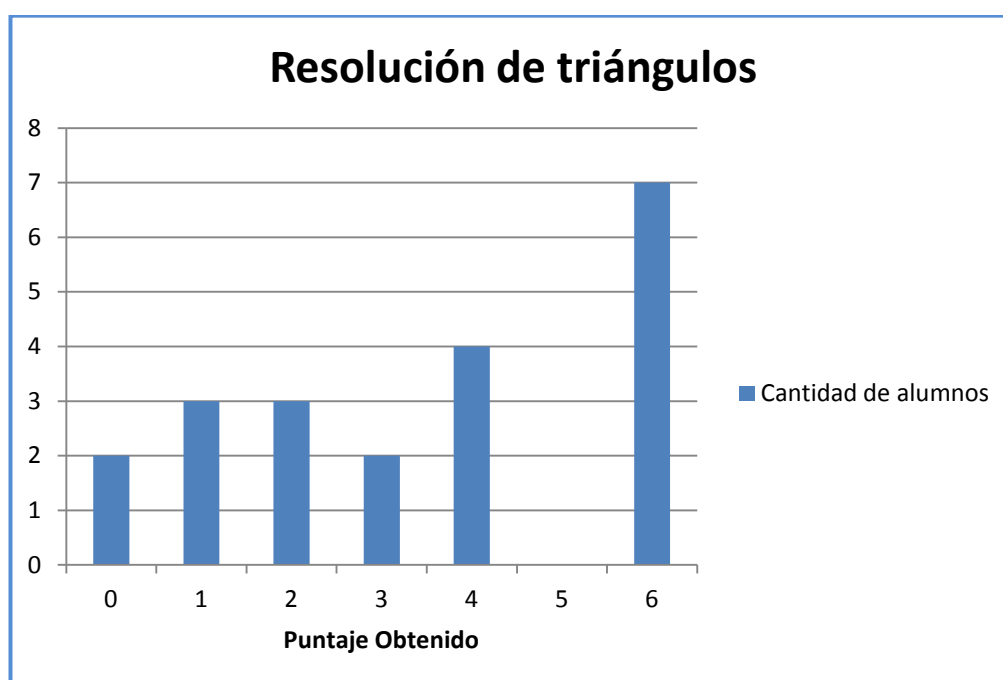
$\bar{x} = 10,61$	$moda = 12$	$mediana = 12$
-------------------	-------------	----------------

El gráfico 2 está referido al puntaje obtenido por los estudiantes en los ítems I y II de la evaluación escrita cuyo objetivo es el de transformar unidades de medidas de ángulos.

Es posible observar que en estos ítems el curso no tuvo problemas en lograr el objetivo planteado, puesto que los ejercicios no presentaban una gran

dificultad para ser un realizados, este hecho queda de manifiesto puesto que 15 alumnos del total de estudiantes obtuvo el puntaje máximo, es decir 12 puntos.

Dado que la moda y la mediana son 12 es posible decir que éste ítem presento la menor dificultad ya que los alumnos obtuvieron la mayoría del puntaje total del ítem.



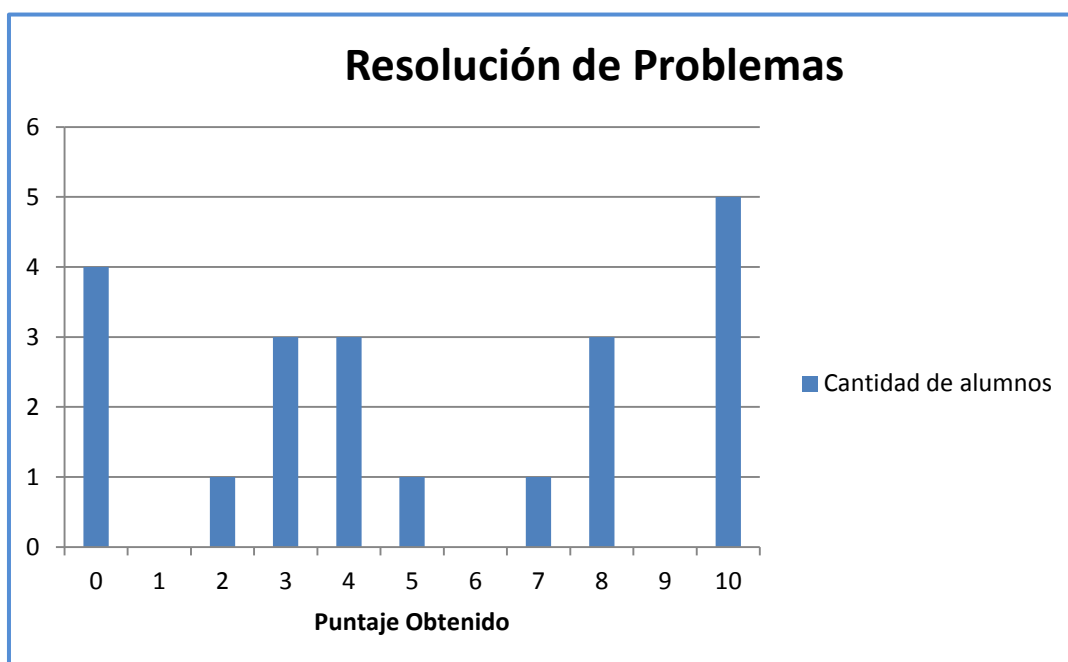
**Gráfico N° 3: Resultados obtenidos por los alumnos en el segundo ítem de la evaluación.**

A continuación se muestra la moda y la mediana para observar que en el ítem de resolución de triángulos la cantidad de alumnos que obtiene puntaje máximo (6 puntos) es la mayor de todas y la mitad de la totalidad de estudiantes obtiene un puntaje mayor a 4, sin embargo el promedio es bajo pues existe una alta suma de alumnos que obtiene menos de 4 puntos lo que nos da una idea de la dificultad media mostrada por los alumnos en la resolución de éstos ejercicios.

$\bar{x} = 3,47$	$moda = 6$	$mediana = 4$
------------------	------------	---------------

El gráfico n° 3 hace referencia al puntaje obtenido por los alumnos en el ítem III de la evaluación escrita cuyo objetivo es el de resolver triángulos rectángulos calculando las medidas de los catetos, hipotenusa y/o el ángulo según sea el caso aplicando el concepto de relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Es posible observar que más de la mitad del curso logra el objetivo del ejercicio si consideramos el nivel de exigencia a un 60 % de la totalidad del puntaje en la pregunta, sin embargo existe un número importante del curso que no logra el objetivo planteado en el ítem III de la evaluación escrita.



**Gráfico N° 4: Resultados obtenidos por los alumnos en el tercer ítem de la evaluación.**

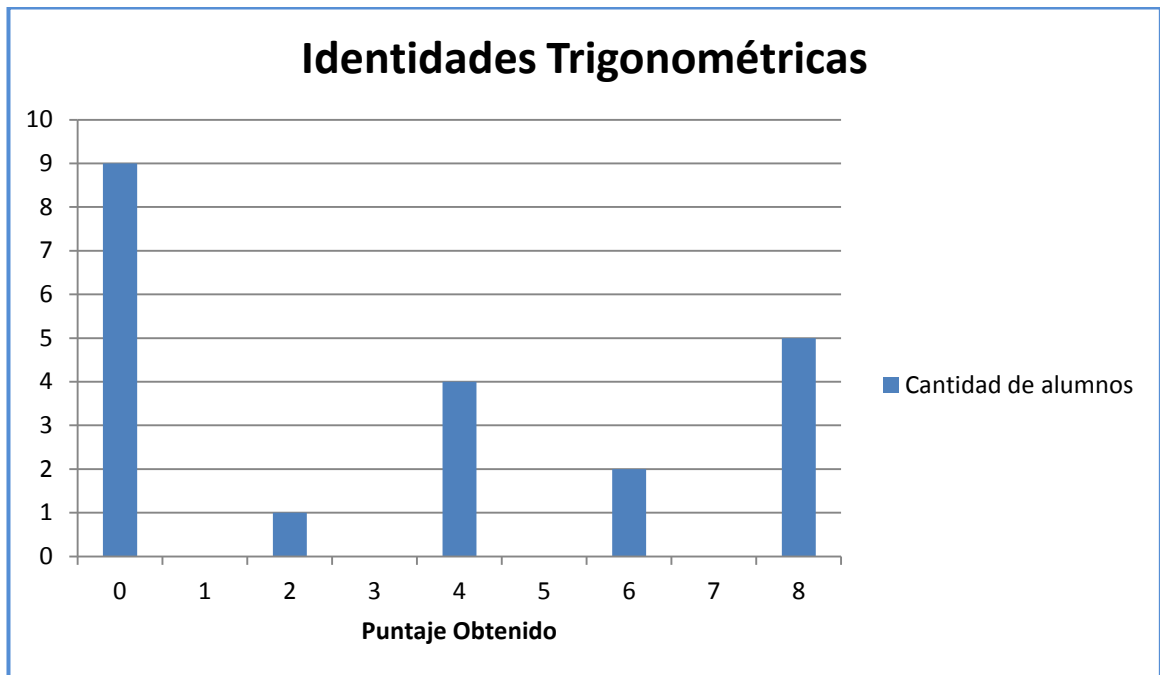
A continuación se muestra la moda (10) podemos decir que el puntaje máximo que entrega la evaluación en este ítem(10 puntos) fue el puntaje en que más repetición de alumnos obtuvo y según la mediana (4) podemos

observar que en el ítem de resolución de problemas, la mitad de la totalidad de estudiantes obtiene un puntaje mayor a 4, sin embargo el promedio es bajo pues existe una alta suma de alumnos que obtiene 0 puntos lo que nos indica la dificultad mostrada por los alumnos en la resolución de éstos ejercicios.

$\bar{x} = 5,19$	Moda=10	<i>mediana</i> = 4
------------------	---------	--------------------

El gráfico N°4 hace referencia al puntaje obtenido por los alumnos en el ítem IV de la evaluación escrita cuyo objetivo es resolver problemas de planteo, aplicando los conceptos de razones trigonométricas para calcular diferentes medidas en un triángulo rectángulo aplicado a problemas de la vida cotidiana.

Es posible observar que casi la mitad del curso logra el objetivo planteado, sin embargo existe un porcentaje bastante alto que no logra desarrollar de manera correcta los ejercicios o simplemente no los desarrollan.



**Gráfico N° 5: Resultados obtenidos por los alumnos en el cuarto ítem de la evaluación.**

A continuación se muestra la moda y la mediana para observar que en el ítem de identidades trigonométricas la cantidad de alumnos que obtiene puntaje mínimo (0 puntos) es la mayor de todas y la mitad de la totalidad de estudiantes obtiene un puntaje mayor a 4, por consiguiente el promedio es bajo pues existe una alta suma de alumnos que obtiene menos de 4 puntos y muy pocos alumnos logran obtener la totalidad del puntaje lo que nos da una idea de la alta dificultad mostrada por los alumnos en la resolución de éstos ejercicios.

$\bar{x} = 3,33$	$moda = 0$	$mediana = 4$
------------------	------------	---------------

El gráfico N° 5 hace referencia al puntaje obtenido por los alumnos en el ítem V de la evaluación escrita cuyo objetivo es el de resolver identidades trigonométricas.

Es posible observar que más de la mitad de los alumnos cumplen el objetivo del ejercicio, pero un número alto de alumnos ni siquiera intenta resolver los ejercicios planteados ya que no obtienen puntaje.

En concordancia con el estudio realizado acerca de la aplicación de la metodología aprender haciendo para propiciar el aprendizaje de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo en el contexto de un tercer año medio, correspondiente al establecimiento Colegio El Roble de Santo Domingo, se puede concluir que:

En relación a la pregunta de investigación: ¿De qué manera incide en el aprendizaje de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, la metodología “aprender haciendo” en un tercero medio del Colegio el Roble de Santo Domingo?, los resultados obtenidos permiten establecer un paralelo desde la perspectiva cualitativa y cuantitativa de la incidencia de la metodología en el aprendizaje:

- En relación a la incidencia de la metodología “aprender haciendo” en estudiantes de Tercer año medio, en la construcción de instrumento y aplicación de medición en actividad en terreno:

### **Cuantitativamente**

La incidencia de la metodología “Aprender haciendo” en estudiantes de tercer año medio, en la construcción y aplicación de medición en actividad en terreno fue favorable, pues el 86,9 % logra medir los ángulos correctamente mientras que 13,04% no logra éste objetivo, el 100 % del alumnado logra hacer una representación gráfica de la situación y plantea la ecuación que le permite calcular la altura de los edificios.

El 78,2% del alumnado logra redactar una respuesta satisfactoria acerca del proceso necesario para el cálculo de la altura del edificio, mientras que un 21,7 % no logra redactar ésta respuesta.

### **Cualitativamente**

La incidencia de la metodología “aprender haciendo” en estudiantes de tercer año medio en la construcción de instrumento y aplicación de medición en terreno fue favorable, pues los alumnos mostraron inicialmente un bajo interés en la actividad debido a su incertidumbre en el uso que se daría al instrumento de medición que construían, situación que fue cambiando a medida que se ejecutaba la actividad en terreno , ya que lo los alumnos mostraron un alto interés en la medición de los edificios, un alto nivel de motivación para con el trabajo, llegaron a registrar medidas similares en la entrega del informe, cumplieron con el plazo de la entrega de éste y encontraron la experiencia satisfactoria, tanto es así que pedían aplicar experiencias parecidas en otros contenidos.

- En relación a la incidencia de la metodología “aprender haciendo” en estudiantes de Tercer año medio, con respecto a la aplicación del instrumento cuantitativo (Prueba Escrita).

### **Cuantitativamente**

La incidencia de la metodología aplicada fue favorable con respecto a la aplicación del instrumento cuantitativo (Prueba Escrita), ya que del universo de 23 alumnos, 13 de ellos que representa un 56,5%, obtuvo notas satisfactorias frente al aprendizaje de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, mientras que el 34,7% de los estudiantes que corresponde a 8 alumnos, su proceso de logro de las razones trigonométricas fue insatisfactorio, y el 8,6% restante corresponde a los 2 estudiantes retirados del establecimiento que si bien vivenciaron la experiencia no se aplicó éste instrumento cuantitativo de medición.

### **Cualitativamente**

La incidencia de la metodología aplicada fue favorable en los resultados , sin embargo los resultados no son los que se esperaban, probablemente se deba a que la evaluación sigue siendo de forma tradicional, además la evaluación fue la última del año, lo que puede implicar una situación de desgano por parte del alumnado, otro factor que puede incidir en estos resultados es la falta de comprensión lectora, lo que dificulta la representación gráfica y posterior planteo de ecuaciones que permite resolver problemas

- En relación al logro de los aprendizajes por los estudiantes a partir de la metodología aplicada “Aprender haciendo”.

### **Cuantitativamente**

En este contexto, el 100% de la muestra de estudiantes que participaron de la experiencia de trabajar bajo esta metodología lo realizaron de manera satisfactoria, participativamente tanto individual como grupal.

Es importante también destacar que el porcentaje de alumnos que había trabajado este tipo de metodología era muy bajo, pero aun así con las directrices pedagógicas pudieron trabajar sobre preguntas, razonamientos trigonométricos, estableciendo conclusiones y cumpliendo con las evaluaciones respectivas.

### **Cualitativamente**

Es importante destacar, que la metodología de aprender haciendo llevó a los estudiantes a situaciones problemáticas desconocidas y desafiantes, las cuales fueron desarrolladas por ellos con apropiación y de manera activa, por lo que queda demostrado que esta metodología permite a los

estudiantes superar sus debilidades en los distintos ejes del aprendizaje, que en este caso se evidenció en el área de la matemática.

Según todo lo expuesto anteriormente en la tabla realizar una experiencia en terreno aplicando la metodología aprender haciendo resultó favorable para la totalidad de los ámbitos comparados tanto cualitativa como cuantitativamente, aunque el logro más importante desde mi punto de vista es la gran participación e interés de parte del alumnado hacia ésta parte del contenido, lo que abre esperanzas de desarrollar cada vez más en las personas el gusto por las matemáticas convirtiéndolas en algo tangible y entretenido.

# CONCLUSIONES

Según nuestro objetivo general que es explorar de qué forma incide en los aprendizajes de los alumnos el cambio de estrategia en el momento de enseñar las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo es posible concluir que:

El cambio de estrategia para enseñar las razones trigonométricas, en el triángulo rectángulo, en el tercer año medio de Colegio el Roble de Santo Domingo fue favorable respecto de la experiencia en terreno y de la evaluación final de la unidad puesto que se obtuvieron resultados muy satisfactorios en el informe de la actividad de campo, donde casi la totalidad del alumnado logra los objetivos de ésta y donde se ve un gran interés y motivación por la experiencia vivenciada de parte de todos los alumnos del curso, lo que resulta un poco extraño sobre todo en el ramo de matemática, según lo que dicta mi experiencia laboral. En la evaluación final de la unidad, los resultados fueron favorables, aunque esperaba un rendimiento mucho más alto que el obtenido, sin embargo creo que existen razones para que no se haya cumplido tal expectativa, ya que la evaluación fue la última del semestre, donde la mayoría de los alumnos se siente cansado por todo el ajetreo del año, habían alumnos en situación de repitencia a los que no les interesaba rendir la evaluación pues ésta no cambiaba su situación, la evaluación fue en el mismo formato a las que han tenido durante toda su vida escolar. Hubo malos resultados sobre todo por el ítem de resolución de problemas en la que los alumnos debían leer párrafos un poco extensos para hacer un bosquejo de la situación planteada y la comprensión lectora no es el fuerte del alumnado del colegio. Es por éste motivo que me hubiese gustado realizar una evaluación conforme a la metodología aprender haciendo.

Mi rol de profesor en esta unidad, se vio conducido a ser un mediador entre el aprendizaje conceptual y la aplicación de los conocimientos adquiridos en la vida cotidiana lo que cambia radicalmente la forma en que éste profesor enseñaba las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, ya que

pasa de una metodología estática de la clase expositiva a una dinámica como es el aprender haciendo, alterando personalmente la perspectiva de la enseñanza de la matemática, pues en el método antiguo ocurría que la clase se tornaba a veces aburrida para los jóvenes que son menos aventajados en la asignatura con la participación solo de un grupo reducido de alumnos, en cambio con la metodología aprender haciendo en el momento de la experiencia aumenta la participación y motivación por parte de todos los alumnos, quieren realizar la actividad y además se cumplen el objetivo de ésta.

Trabajar con el método aprender haciendo fue favorable para todos los involucrados en la experiencia, pues para mí como profesor, me dio la oportunidad de conocer una metodología distinta, que invita a los estudiantes a relacionar los contenidos matemáticos con la realidad y aplicarlos en la vida cotidiana, después de esto es posible responder de alguna manera a la pregunta: profesor: ¿y esto, para qué nos va a servir en la vida?; y para los alumnos ayuda a aumentar la motivación e interés por el subsector, viendo la matemática como algo más alcanzable y no sólo para los alumnos aventajados con el privilegio de gozar con la capacidad de entenderlas.

### **Sugerencias para las clases de matemática.**

Es posible buscar formas o métodos para hacer que el estudiantado se interese más por nuestra asignatura, indagando por ejemplo experiencias en terreno relacionadas con los contenidos que se están viendo en clases, buscar la forma de evaluar a los alumnos dentro de la misma experiencia con el fin de motivar a los alumnos con sus notas, para que en otro contenido donde se hace muy difícil buscar actividades en terreno, éstos puedan obtener mejores rendimientos y muestren el mismo interés que dentro de la metodología aprender haciendo.

Organizar tareas o experiencias en conjunto con otros subsectores de aprendizaje como Física creo resultaría muy provechoso para que el alumno vea la disciplina como una herramienta para describir fenómenos naturales y resolver problemas cotidianos, acercando la disciplina sobre todo a los alumnos menos aventajados, la idea es encantarlos con ella y mostrar que no es algo tan alejado de la realidad y que tiene sus aplicaciones concretas en la vida cotidiana.

Una de las ventajas de utilizar éste método principalmente es la motivación por parte del alumnado, ya que personalmente creo que a nuestros alumnos les agrada de sobremanera todo lo que tiene que ver con las salidas a terreno para realizar cualquier tipo de actividad. Pero esto tiene un gran riesgo, que los estudiantes no tomen en serio la actividad que están realizando y se dediquen a hacer otra cosa. Para evitar esto es recomendable dejar las instrucciones de la actividad a efectuar claras y atar el buen comportamiento con un informe y posterior evaluación, tan apreciadas por los alumnos sobre todo en cursos de la educación media. Como la motivación de los alumnos aumenta recomendaría realizar éste tipo de experiencias a principios del año lectivo para tratar de encantar al curso en general y el resto del año realizar experiencias parciales en el tiempo.

A mi parecer una de las desventajas de utilizar éste método, es el tiempo empleado en la planificación y vivencia de las experiencias, ya que el tiempo es una variable muy preciada sobre todo con la gran carga de contenidos y conceptos a entregar durante el año y con todos los cursos en que uno realiza clases es un poco complicado aplicar muchas experiencias durante todo el año.

Según mi parecer, otra desventaja importante, es que dentro de las mediciones oficiales como SIMCE y P.S.U no está contemplado ninguna evaluación en terreno, son todas escritas, lo que desmotiva fuertemente a

los alumnos menos aventajados con quienes se lograba una gran motivación en este tipo de actividades.

Se invita al lector de éste trabajo a explorar distintas experiencias en terreno para los contenidos a enseñar, utilizando la metodología aprender haciendo para tratar de entusiasmar y encantar a más personas con ésta hermosa disciplina.

## INDICE DE FIGURAS

### CAPÍTULO II

<b>Figura 1</b> .....	<b>20</b>
2.5.2 Sistema de medición de ángulos.....	20
<b>Figura 2</b> .....	<b>21</b>
2.5.4 Razones trigonométricas.....	21
<b>Figura 3</b> .....	<b>22</b>
Ejercicio Tipo de resolución de problemas de razones trigonométricas.....	22
<b>Figura 4</b> .....	<b>23</b>
Ejercicio Tipo de resolución de Triángulos.....	23

### CAPÍTULO III

<b>Figura 5</b> .....	<b>34</b>
3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	34
<b>Figura 6</b> .....	<b>35</b>
3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	35
<b>Figura 7</b> .....	<b>35</b>
3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	35
<b>Figura 8</b> .....	<b>35</b>
3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	35
<b>Figura 9</b> .....	<b>36</b>
3.4.1 Construcción del instrumento de medición de ángulos.....	36

## CAPÍTULO IV

<b>Figura 10</b> .....	<b>42</b>
4.3.1 Fase 1: Construcción (Estudiante en la primera fase de la actividad)..	42
<b>Figura 11</b> .....	<b>43</b>
4.3.1 Fase 1: Construcción (Estudiante en la primera fase de la actividad)..	43
<b>Figura 12</b> .....	<b>44</b>
4.3.2 Fase 2: Salida a terreno y medición (Estudiante en la segunda fase de la act).....	44
<b>Figura 13</b> .....	<b>45</b>
4.3.2 Fase 2: Salida a terreno y medición (Estudiante en la segunda y tercera fase de la actividad).....	45
<b>Figura</b>	
<b>14</b> .....	<b>46</b>
4.3.3 Fase 3: Registro de datos (Estudiante en la tercera fase de la actividad).....	46
<b>Figura</b>	
<b>15</b> .....	<b>48</b>
Ejemplo N°1: representación gráfica de la situación.....	48
<b>Figura</b>	
<b>16</b> .....	<b>49</b>
Ejemplo N°2: representación gráfica de la situación.....	49

## Bibliografía

**Allueva, P.** (2002). Desarrollo de Habilidades Metacognitivas: programa de intervención. Zaragoza: Consejería de Educación y Ciencia. Diputación general de Aragón, 59-85 Recuperado de: [http://www.unizar.es/ice/images/stories/materiales/curso\\_24\\_2012/Concepto-de-Metacognici%C3%B3n-PAllueva.pdf](http://www.unizar.es/ice/images/stories/materiales/curso_24_2012/Concepto-de-Metacognici%C3%B3n-PAllueva.pdf)

**Carballo, Roberto** (2006), 17 de noviembre. Aprender haciendo [robertocarballo.com], recuperado de: <http://www.robertocarballo.com/2006/11/17/165/>

**Carreño, Ximena y Cruz, Ximena** (2008) Álgebra, McGraw-Hill, Chile.pág 353.

**Carrión, Vladimir.** (2012) , 8 de mayo. La metacognición como proceso y producto, Perú [Scribd.com] recuperado de: <http://es.scribd.com/doc/92797024/La-Metacognicion>

**Flores, Ángel.** (2007) junio Aprender Matemática haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante, recuperado de: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/94/87>.

**Fiallo, Jorge** (2008). Propuesta de enseñanza de las razones trigonométricas en un ambiente Cabri para el desarrollo de las habilidades de demostración. Curso dictado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

**Flores, Ángel y Gómez Adriana.** (2009) ,13 de febrero. Aprender Matemática, Haciendo matemática: la evaluación en el aula, vol. 21, núm. pp. 117-142, Santillana, Distrito Federal, México, Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/405/40516672005.pdf>

**Hromek, Shirley ; Ichiyama, Beatriz ,S/A.** Propuesta didáctica para la enseñanza de la Trigonometría, Argentina Recuperado de: <http://escuelauniversidad.files.wordpress.com/2011/04/propuesta-didc3a1ctica-para-la-ensec3b1anza-de-la-trigonometrc3ada.pdf>

**Mineduc (2009) Planes y programas 3° medio (página 11)**

**Mineduc (2012) Planes y programas 3° medio (página 10)**

**Mineduc (2013)** <http://www.mime.mineduc.cl/mime-web/mvc/mime/ficha>

**Paunero, Ignacio.** (2013) ,22 de junio. Evaluación de los niveles de estrés en docentes del noreste de la provincia de Buenos Aires, Argentina [zonanortehoy.com] recuperado de: <http://www.zonanortehoy.com/2013/06/22/evaluacion-de-los-niveles-de-estres-en-docentes-del-noreste-de-la-provincia-de-buenos-aires-argentina/>

**Urrea, G. (2012) (página 12)**

**Vázquez-Reina, Marta.** (2011), 13 de febrero. Aprender haciendo [Eroski Consumer] recuperado de la página web: [http://www.consumer.es/web/es/educacion/otras\\_formaciones/2011/02/13/198891.php](http://www.consumer.es/web/es/educacion/otras_formaciones/2011/02/13/198891.php).

**Zaluaga, Lucía., Molina, Adela. Velásquez, Leonardo., Osorio, Diego.** (1993),La pedagogía de John Dewey\*, Revista Educación y Pedagogía, No. 10-11 recuperado de: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/5697/5117>

## ANEXOS

### Anexo N° 1: Actividad en terreno

Carlos Pino Llanos

Pamela Reyes

Santander Colegio El Roble de Santo Domingo

Universidad de Valparaíso

*Actividad En terreno "Medición de edificio principal Colegio el Roble"*

Grupo I

Curso: 3° Medio  
del 2012

Jueves 8 de noviembre

Contenido: Razones trigonométricas seno, coseno y tangente en el triángulo rectángulo. Aplicación de las razones trigonométricas a problemas de medición de la vida diaria.

1. Medir el ángulo de elevación desde el nivel de una mesa hasta la parte superior del edificio principal (entrada) a una distancia de 5 metros.
2. Hacer una representación gráfica de la situación anterior.
3. Plantear la ecuación que permite realizar el cálculo para medir la altura del edificio.
4. Redactar una respuesta con respecto a la situación planteada. Entregar informe escrito el día Lunes 12 Noviembre

## Anexo N° 2: Guía de ejercicios



### Guía de ejercicios trigonometría.

Profesor: Carlos Pino Llanos.

**1) Exprese en radianes la medida de los siguientes ángulos :**

a)  $45^\circ$       b)  $15^\circ$       c)  $150^\circ$       d)  $300^\circ$       e)  $225^\circ$

f)  $210^\circ$       g)  $-60^\circ$       h)  $-135^\circ$

**2) Exprese en grados la medida de los siguientes ángulos:**

a)  $3\frac{\pi}{4}$       b)  $2\frac{\pi}{9}$       c)  $7\frac{\pi}{5}$       d)  $\frac{\pi}{16}$       e)  $-\frac{\pi}{4}$

**3) Determine las funciones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  sabiendo que:**

a)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$

b)  $\operatorname{sec} \alpha = \frac{5}{3}$

c) Determine las funciones trigonométricas del ángulo  $\beta$  sabiendo que  $\operatorname{ctg} \beta = \sqrt{5}$

d) Determine las funciones trigonométricas del ángulo  $\gamma$  sabiendo que  $\operatorname{cosec} \gamma = \frac{b}{1+b}$

**4) Verifique las identidades trigonométricas a partir de las funciones dadas.**

a)  $(1 - \operatorname{sen}^2 \alpha) \operatorname{sec}^2 \alpha = 1$

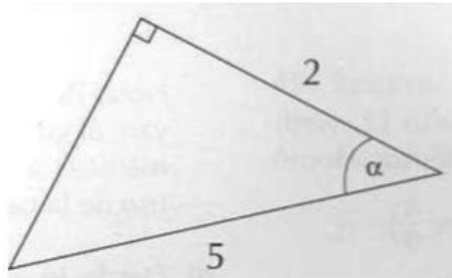
b)  $\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sec} \alpha \cdot \cos \alpha$

c)  $\cos \beta \cdot \cot \beta = \operatorname{cosec} \beta \cdot \operatorname{sen} \beta$

d)  $\frac{\operatorname{sec}^2 \delta}{\operatorname{tg}^2 \delta} = \operatorname{cosec}^2 \delta$

e)  $\frac{1 + \operatorname{sec}^2 \delta}{\operatorname{tg} \delta + \operatorname{sen} \delta} = \operatorname{cosec} \delta$

**5) Determine las funciones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  de la figura**



-Nota: Para resolver ejercicios que incluyan ángulos cuyas funciones trigonométricas se desconozcan se debe hacer uso de la calculadora **6)**

**Problemas:**

a) Desde lo alto de un edificio de 25 metros de altura se obtiene una medición para el ángulo de depresión de un quiosco situado en el mismo plano del edificio. ¿a qué distancia se encuentra el quiosco del edificio?

b) Una escalera de 8 metros se encuentra apoyada en una pared y forma con ésta un ángulo de  $40^\circ$ . Calcule la distancia entre la pared y el pie de la escalera

c) Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50m., se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de  $60^\circ$  con nuestra orilla?

### Anexo N° 3: Evaluación final



### Prueba de Matemática

### “Trigonometría”

3° medio.

Nombre \_\_\_\_\_ Fecha \_\_\_\_\_

Nota \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES:** Lee cuidadosamente la prueba antes de contestar. Los puntajes de cada ítem están indicados. **No se aceptan consultas durante el desarrollo de la prueba.** Utiliza lápiz pasta negro o azul para responder.

**Realiza los cálculos en hoja aparte.**

**REVISAR LOS DESARROLLOS Y RESPUESTAS ANTES DE ENTREGAR TU EVALUACIÓN.**

**I) Transforma el ángulo de radianes a grados: (2c/u)**

a)  $\frac{5\pi}{6} \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}$     b)  $\frac{3\pi}{10} \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}$     c)  $\frac{8\pi}{5} \text{ rad} = \underline{\hspace{2cm}}$

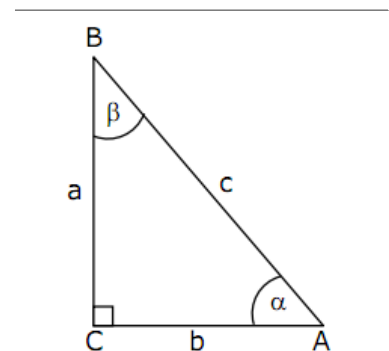
**II) Transforma el ángulo grados a radianes: (2c/u)**

a)  $65^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$     b)  $355^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$     c)  $70^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

**III) Resuelve los siguientes triángulos: (3c/u)**

a)  $\alpha = 50^\circ$  y  $c = 14$

b)  $\alpha = 58^\circ$  y  $a = 26$



**IV) Resuelve los siguientes problemas (5 c/u):**

**1) Para llegar a casa Juanito debe cruzar un río de 15 metros de ancho; él se encuentra justo frente a su casa, pero en la orilla opuesta. La corriente lo desvía  $30^\circ$  río abajo, ¿A qué distancia se encontrará de su casa cuando logre atravesar el río?**

**2) El Volantín de Alejandro está sujeto por un hilo tenso de 160 m de longitud y el ángulo de elevación es de  $40^\circ$ . Plantea una pregunta que podría ser resuelta con lo aprendido en la unidad, y resuelve.**

**V) Verifica las siguientes identidades trigonométricas usando las identidades conocidas en clase. (4c/u)**

**a)**  $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

**b)**  $\frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha + 1}{\sin \alpha \cos \alpha}$