



UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**Estudio de las producciones estudiantiles de secuencias relacionadas con la
función lineal-afín para el desarrollo del pensamiento variacional.**

Tesis para optar al Grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de
Matemática de Educación Media, Mención Didáctica, presentada por:

Elson Araya Díaz

Maribel Cifuentes Balcázar

Tesis para optar al Grado de Licenciado en Educación y al Título de Profesor de
Matemática de Educación Media, Mención Computación, presentada por:

Luis Sandoval Bórquez

Profesor Guía: Mg. Silvana Gómez

Mayo 2013

Valparaíso - Chile

AGRADECIMIENTOS

A mi compañero David, por su infinita comprensión en momentos buenos y malos, por permanecer a mi lado siempre brindándome su apoyo incondicional y por ser el hombre que elegí para compartir mi vida.

A mi pequeña Amanda, por ser mi compañía durante el desarrollo de esta tesis.

A mis padres, Juan y Lucy por entregarme los valores y herramientas que han guiado mi vida hasta el día de hoy.

A mis suegros, Jaime y María Elena por el apoyo brindado durante estos años de estudios.

A los profesores que me han formado como profesional, en especial a la profesora Silvana Gómez por su infinita paciencia y confianza.

Por último, pero no menos importantes a mis compañeros Elson y Luis por confiar en mí y permitirme asistir a tantas sesiones con mi hija sin nunca poner un problema.

Maribel Cifuentes Balcázar.

Agradezco a mi familia por dar siempre un apoyo incondicional en los momentos difíciles. En especial a mis sobrinos que los quiero como si fuesen mis hijos, los que siempre me alegran el día.

A los profesores que me han formado en especial a la profesora Silvana quien con su simpatía y buena onda hizo que el trabajo fuese mucho más ameno.

A mis dos compañeros de tesis que siempre se esforzaron y lográbamos los objetivos que nos proponíamos, y a la Amanda que nos alegraba con el barney cuando nos juntábamos

Luis Sandoval Bórquez

A mi padre que dio todo por mí y mis hermanos hasta sus últimos días.

A mi madre que aún sigue luchando por que permanezca intacto el sueño de mi padre.

A mis hermanos que permanecemos unidos frente a todas las adversidades.

Y a mis amigos, compañeros, profesores y personas que he conocido durante esta aventura y que me han enseñado algo en la vida.

Elson Araya Díaz

RESUMEN

En el primer año de enseñanza media, más específicamente en la unidad de algebra se introduce el estudio de la función lineal y afín, cuya enseñanza es de gran importancia para la modelación de situaciones y fenómenos en diversos contextos y además es la abertura para lograr los objetivos del segundo año de enseñanza media. Sin embargo, Una propuesta basada en problemas asociados a la función lineal en diversos contextos, ¿permite al alumno desarrollar habilidades de pensamiento correspondientes al nivel?

Para responder esta pregunta confeccionamos una actividad exploratoria, cuyo objetivo era determinar los conocimientos que abordaban sobre las funciones lineal-afín y si eran capaces de abordar problemas en los que se necesitaba modelar situaciones a través de ambas funciones. Los resultados obtenidos confirmaron lo que diversos investigadores han señalado acerca de las grandes dificultades en el aprendizaje y apropiación del concepto de función por parte de los estudiantes (Artigue 1995, Aparicio 2008), ya que se puede decir que el tratamiento otorgado al concepto de función hoy en día, lejos de favorecer la comprensión del objeto, propicia la memorización y algoritmia, desembocando esto en una serie de errores y obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. El pensamiento variacional está asociado al cambio y la variación y su desarrollo es indispensable para caracterizar otros aspectos de variación como todo lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que están involucradas y la relación entre ellas. Lo expuesto anteriormente nos lleva a preguntarnos ¿Una propuesta basada en problemas asociados a la función lineal en diversos contextos permite al alumno desarrollar habilidades de pensamiento variacional correspondientes al nivel?, ¿Es posible mejorar la enseñanza y aprendizaje de la función lineal y afín a través de la aplicación de una secuencia de aprendizaje basada en la variación y el cambio de la vida cotidiana? El objetivo de la investigación es: **Analizar las producciones de los estudiantes al presentarles secuencias de guías con actividades propicias para lograr aprendizajes con respecto al tipo de variación que ocurre en las funciones lineales-afines y explorar si las actividades diseñadas favorecen el surgimiento de argumentaciones de tipo variacional.** Los resultados encontrados permiten concluir que la secuencia elaborada con actividades en las que las funciones lineales y afines están en diversos contextos permitió desarrollar levemente el pensamiento variacional.

Abstract

In the first year of high school, more specifically in the Unit of algebra, the study of the affine linear function is introduced, whose teaching is of great importance for modeling phenomena in different situations and contexts and it is the opening to achieve the objectives of the second year of high school. But, A proposal based on problems associated with the linear function various contexts, Do you allow students to develop thinking skills for the level?

To answer this question we made an exploratory activity, which aimed to identify the skills addressed on linear-affine functions and if they were able to address problems that are needed to model situations through both functions.

The results confirmed what many researchers have pointed out about the great difficulties in learning and appropriation of the concept of function by the students (Artigue 1995, Aparicio 2008), and we can say that the treatment given to the concept of function Today, far from promoting understanding of the purpose, promotes memorization and algorithms, leading it into a series of errors and obstacles in student learning.

Variation thinking is associated with change and variation. Its development is essential to characterize other aspects of variation as everything changes and what remains constant, the variables involved and the relationship between them.

The above leads us to ask the following questions:

A proposal based on problems associated with the linear function in different contexts enables students to develop thinking skills corresponding variation level?

Is it possible to improve the teaching and learning of linear and affine function through the application of a learning sequence based on variation and change in everyday life?

The objective of the research is **to analyze the student productions by presenting sequences of guides which are conducive to learning activities with respect to the type of variation that occurs in linear-affine functions and to explore whether the designed activities help with the reach of argumentations of variation types.** It was possible to conclude that the sequence made with activities in which linear and related functions are allowed to develop slightly different contexts variational thought.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN.....	7
CAPÍTULO I.....	10
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:	11
1.1.1 Evidencias encontradas.....	11
1.2 INFORME RESULTADOS PISA Y TIMSS.....	16
1.2.1. Niveles de logro para octavo básico.....	19
1.3 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.	20
1.3.1 LA FUNCIÓN LINEAL EN DIFERENTES CONTEXTOS.....	20
1.3.2 VARIACIÓN Y PENSAMIENTO VARIACIONAL.....	20
1.3.3 IMPLEMENTACIÓN DE LA TECNOLOGÍA (TICS).....	21
1.3.4 Antecedentes teóricos cognitivos.....	22
1.4 JUSTIFICACIÓN Y RELEVANCIA	23
1.5 PREGUNTAS DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
1.6 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
1.6.1 OBJETIVO GENERAL.....	25
1.6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	25
CAPÍTULO II.....	26
2.1 PENSAMIENTO VARIACIONAL.....	27
2.2 REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS.....	30
2.3 TICS	31
2.4 FUNCIÓN LINEAL.....	32
2.5 FUNCIÓN AFÍN.....	33
CAPÍTULO III	34
3.1 ANÁLISIS DIDÁCTICO	35
3.2 ANÁLISIS DE TEXTOS ESCOLARES	40
3.3 POBLACIÓN DE ESTUDIO	45
3.4 RECOLECCIÓN DE LOS DATOS	45
3.5 FORMAS DE AGRUPACIÓN DE LOS DATOS.....	45
3.6 ANÁLISIS DE LAS PRODUCCIONES ESTUDIANTILES.....	46
3.7 DESCRIPCIÓN DEL DISEÑO DIDÁCTICO	46

3.7.1 LAS SESIONES DE APLICACIÓN DE LAS GUÍAS	47
3.7.2 VALIDACIÓN.....	48
CAPÍTULO IV	49
4.1 ACTIVIDAD DIDÁCTICA GUÍA EXPLORATORIA.....	50
4.2 ACTIVIDAD DIDÁCTICA N°1.....	58
4.2.1 PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD N° 1.....	58
4.2.2 INTRODUCCIÓN DE LA ACTIVIDAD N°1	59
4.2.3 ANÁLISIS: ACTIVIDAD DIDÁCTICA N° 1	63
4.2.4 CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD.....	84
4.3 ACTIVIDAD DIDÁCTICA N° 2.....	86
4.3.1 PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD N° 2.....	86
4.3.2 INTRODUCCIÓN DE LA ACTIVIDAD N°2	87
4.3.3 ANÁLISIS: ACTIVIDAD DIDÁCTICA N° 2	90
4.3.4 CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD.....	98
4.4 ACTIVIDAD DIDÁCTICA N° 3.....	99
4.4.1 PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD N° 3	99
4.4.2 INTRODUCCIÓN DE LA ACTIVIDAD N°3	100
4.4.3 ANÁLISIS: ACTIVIDAD DIDÁCTICA N°3	103
4.4.4 CONCLUSIÓN DE LA ACTIVIDAD.....	115
4.5 CONSIDERACIONES Y OBSERVACIONES SOBRE LAS ACTIVIDADES.....	117
CAPÍTULO V	118
5.1 ACTIVIDAD USANDO GEOGEBRA.....	119
5.1.1 PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD USANDO GEOGEBRA	119
5.1.2 IMPLEMENTACIÓN: ACTIVIDAD USANDO GEOGEBRA	124
5.2 ACTIVIDAD WEBQUEST.....	135
5.2.1 PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD WEBQUEST	135
5.2.2 IMPLEMENTACIÓN: WEBQUEST.....	136
5.2.3 NUESTRA WEBQUEST	137
CAPÍTULO VI	144
6.1 CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN	145
BIBLIOGRAFÍA.....	147
ANEXOS	150

INTRODUCCIÓN

Los lineamientos curriculares de matemática en nuestro país consideran el aprendizaje de la función a partir de 8° básico, cuyo aprendizaje esperado es *“reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas”*.

El tratamiento otorgado al concepto función en las aulas hoy en día, lejos de ayudar a la comprensión del concepto, propicia la memorización y algoritmia, lo que lleva a que se produzcan una serie de errores y obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. El tratamiento dado al concepto función predominante es el que hace referencia a una regla de correspondencia, al respecto Tall (1992, citado en Escobedo y Montiel, 2007) menciona que, pese a ser un buen fundamento matemático, puede no ser una buena raíz cognoscitiva y así mismo Freudenthal (1983, citado en Escobedo y Montiel, 2007) señala que aunque está constituida de una manera lógicamente formalizada, ésta ha oscurecido su significado por la acción de asignación de variables y por lo tanto ha perdido su carácter dinámico para convertirse en algo puramente estático. Muchas veces el ser humano hace uso de las funciones aun cuando no se da cuenta. Éstas son de gran utilidad para resolver problemas de finanzas, economía, geología, y de cualquier área que haya que relacionar variables. Hitt (2000) señaló que *“a través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo”*.

Debido a la relevancia de este concepto y por otro lado la dificultad que presentan para los estudiantes aprenderlo, nace nuestra motivación de presentar esta propuesta didáctica con el objetivo de favorecer el aprendizaje del concepto de función y hacer más factible y significativa la interacción alumno objeto matemático; para esto consideramos importante que los alumnos sean capaces de analizar y comprender aquellas situaciones de la vida diaria que involucren relaciones entre cantidades y además identifiquen las variables que se encuentran implícitas en éstas logrando así generalizarlas mediante expresiones

matemáticas, llegando a un gran avance en el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes.

Al aplicar una guía exploratoria a estudiantes de 1° año medio se evidenció que presentaban dificultades relacionadas con: el reconocimiento y clasificación de las cantidades que intervienen en una situación, es decir, si son constantes o variables. Al igual que al generalizar o expresar de forma abreviada el procedimiento para obtener resultados, y la modelación matemática de una situación. Frente a esto el objetivo de nuestra investigación es analizar las producciones de los estudiantes al presentarles una situación didáctica donde aparece el concepto de función en situación variacional y explorar si las actividades diseñadas favorecen el surgimiento de argumentaciones de tipo variacional.

En el primer capítulo, inicialmente se revelan los magros resultados obtenidos en matemática el cual muestra una preocupante realidad dando origen a nuestra problemática. Al revisar evaluaciones de carácter nacional e internacional, se evidencia la distante realidad de nuestro país con algunos países desarrollados, además del bajo desempeño de los estudiantes en actividades que ameritan la resolución de problemas con respecto a la variación y el escaso intelectual del colegio donde se realizó la investigación.

Luego se reportan los resultados obtenidos en las dos actividades exploratorias realizadas a los primeros medios en colegios distintos, el cual arrojaron resultados que evidencian el problema en cuestión.

Finalmente en la justificación y relevancia del estudio se muestra todo el potencial que éste posee al abarcar un ámbito un poco descuidado en el curriculum nacional como lo es el pensamiento variacional. También en este apartado se dan a conocer las preguntas que orientan la investigación, el objetivo general y los objetivos específicos que la sustentan.

En el segundo capítulo se da a conocer el marco teórico donde se apoya la investigación. El pensamiento variacional y sus alcances, las representaciones semióticas y el uso de las Tics más específicamente el software GeoGebra y una Webquest realizado en la página web www.zunal.com.

En el tercer capítulo se presenta la metodología de la investigación, dándose a conocer la forma en que se desarrolla la investigación, población de estudio, muestra utilizada, forma de agrupación de los datos y la descripción del diseño didáctico.

En el cuarto capítulo se dan a conocer las conjeturas previas de cada una de las preguntas del diagnóstico y de las sesiones de trabajo. También se entrega todo el análisis de los resultados posteriores a la aplicación del diseño didáctico, incorporando las guías de trabajo. Las conjeturas antes mencionadas son posteriormente contrastadas con las producciones estudiantiles permitiendo así un mejoramiento del diseño didáctico para así poder realizar algunas modificaciones en una posterior aplicación de los instrumentos utilizados para la investigación.

En el quinto capítulo se presentan una serie de actividades las cuales hacen mención al uso de las herramientas tecnológicas (TICs), y los objetivos de las actividades que se proponen de tal manera de elevar el aprendizaje de los estudiantes.

En el sexto capítulo se entregan las conclusiones finales que se obtienen luego de realizar este trabajo de tesis, ya sea en el sentido de formación personal como profesional. Además se menciona la aplicación del diseño metodológico, las producciones estudiantiles, el diseño didáctico y de los instrumentos utilizados.

Capítulo I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema:

En el primer año de enseñanza media, más específicamente en la unidad de álgebra se introduce el estudio de la función lineal y afín, cuya enseñanza es de gran importancia, pues es la puerta que les abre el camino para el logro del objetivo fundamental en el segundo año medio que es *Utilizar las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada como modelos de situaciones o fenómenos en contextos significativos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas.*

Confeccionamos una actividad exploratoria para luego aplicarla a un grupo de alumnos de primero medio y cuyo objetivo era determinar el aprendizaje logrado por los alumnos sobre las funciones lineal-afín y para ver si eran capaces de abordar problemas en los que se necesitaba modelar situaciones a través de ambas funciones. Los resultados obtenidos confirman lo que diversos investigadores han señalado, evidenciando grandes dificultades en el aprendizaje y apropiación del concepto de función por parte de los estudiantes (Artigue 1995, Aparicio 2008), lo que revela algo para nosotros esperados, que aunque grafican la función, encuentran las imágenes al momento de usar el concepto, no responden o responden incorrectamente.

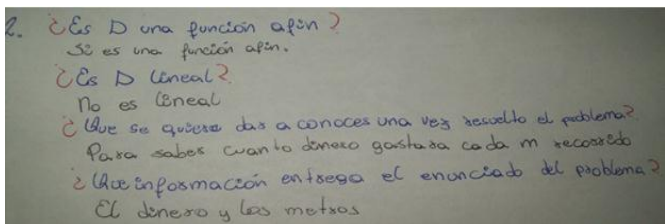
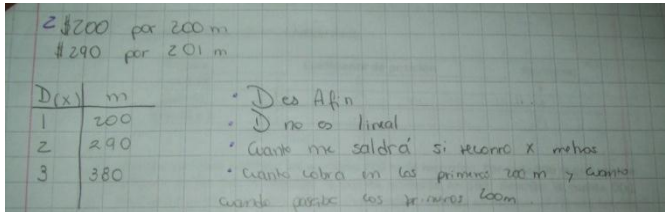
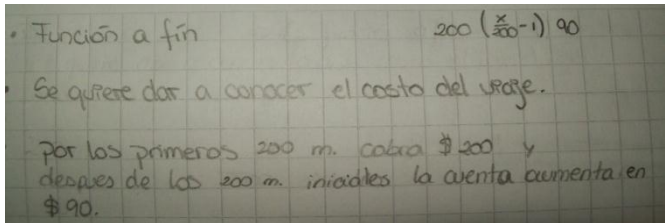
1.1.1 Evidencias encontradas

El cuestionario utilizado para evaluar el aprendizaje de la función lineal y a fin constaba de ocho preguntas y fue aplicado a un primero medio conformado por 30 alumnos del Colegio San Ignacio de la Ssalle de la ciudad de Quillota.

A continuación se muestran las preguntas en las cuales se obtuvo la información a considerar.

Pregunta n°2

Un taxista cobra \$200 por los primeros 200 m de recorrido. Por cada 200 m que recorre después de los 200 m iniciales, la cuenta aumenta en \$90. Describa la cuenta $D(x)$, medida en pesos, para cada distancia recorrida x , medida en metros. ¿Es D una función afín?, ¿Es D lineal?, ¿Qué se quiere dar a conocer una vez resuelto el problema?, ¿Qué información entrega el enunciado del problema?

	Evidencias	Análisis de las respuestas
Fotografía n°1		<p>Como se muestra en las fotografías 1, 2 y 3, los alumnos no lograron describir la función $D(x)$, además presentan un problema en la conversión de lenguaje natural a lenguaje algebraico, sin embargo, cumplen con dar respuesta a las preguntas planteadas.</p>
Fotografía n°2		
Fotografía n°3		

Pregunta n°7

Si dos automóviles se mueven a la misma velocidad constante en la misma línea recta, ¿en cada instante que puedes decir acerca de la distancia entre ellos?, ¿Qué variables están involucradas en el problema?, ¿Cuál es la variación del problema?

La única respuesta obtenida fue:

- Siempre se mantiene la misma velocidad
- Están involucradas distancia y tiempo
- El problema puede variar según si el 1° auto parte al mismo tiempo que el segundo auto o si parten a destiempo.

Si bien contesto de buena manera, salvo por la primera pregunta al ser la única respuesta que se obtuvo no se puede comparar con el resto de sus compañeros.

Pregunta n°8

Según tus conocimientos, ¿Qué situaciones de la vida cotidiana se pueden representar a través de funciones lineales, afines o identidad?, ¿Cuáles no? ¿Estás siguen algún patrón en particular?

Esta pregunta es contestada por un solo estudiante, y su respuesta fue la siguiente:

- Ejemplo de lineal, cuando se compran Kg de alguna fruta
- Ejemplo de afín, el precio de los taxímetros en Santiago
- Ejemplo de identidad ¿?
- No siguen ningún patrón

Se aprecia que el alumno no es capaz de argumentar como se pueden representar situaciones cotidianas mediante funciones y no discrimina con respecto a las situaciones no se pueden representar a través de éstas.

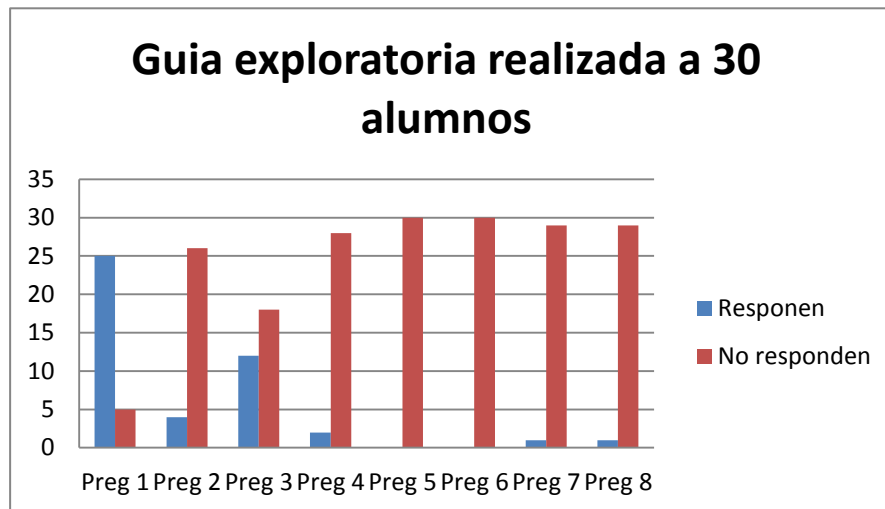


Gráfico n°1: Cantidad de alumnos que responden v/s los que no responden cada pregunta.

Lo anterior deja en evidencia que en este grupo existe una separación entre la matemática que se enseña y el uso de ésta, lo que potencia más nuestro interés acerca de esta investigación.

Estudios comparativos internacionales de evaluación del desempeño matemático ponen de relieve las dificultades y la falta de destrezas de los alumnos para reconocer, formular y abordar problemas matemáticos en contextos reales (Gómez Chacón y otros, 2006).

Moreno y Ezcarate (2003) señalan que la causa de este problema puede estar en que el docente en el aula suele mostrar la resolución algorítmica de un problema tipo, para luego continuar con abundante ejercitación por parte de los estudiantes, poniendo de manifiesto una enseñanza repetitiva. Esto trae como consecuencia y llevándolo al tema que estamos estudiando, la dificultad que tienen los estudiantes para trabajar la función lineal y afín en diversos contextos que no permite desarrollar el pensamiento variacional asociado a este tipo de funciones y/o el pensamiento variacional en general.

Diversos investigadores como lo son Dolores 1996 y Cáceres 1997 han mostrado evidencias que los estudiantes tienden a tener un escaso desarrollo del pensamiento variacional y por consiguiente su comprensión acerca de los conceptos de proporción, función, magnitud o variación se limita a lo conocido en clases.

Además, en los programas de estudio del ministerio de educación chileno, no se contempla de manera explícita un diseño de actividades y evaluaciones que enfatizen el desarrollo del pensamiento variacional como si lo hacen con otros tipos de habilidades y/o pensamientos matemáticos como lo son el razonamiento lógico, la visualización espacial, el pensamiento analítico o el modelamiento matemático.

Como en la primera experiencia las evidencias fueron escasas, decidimos realizar una segunda actividad exploratoria cuyo propósito fue identificar las conjeturas que el alumno desarrolla al trabajar la función lineal en contextos, además de las estrategias, errores y capacidad para responder este tipo de problemas.

Para elaborar la secuencia se seleccionaron ejercicios de la editorial Santillana versión Bicentenario 2012 y de la editorial SM 2010, quedando ésta conformada por 5 actividades.

El siguiente cuadro muestra la relación por pregunta de las respuestas dadas por los alumnos.

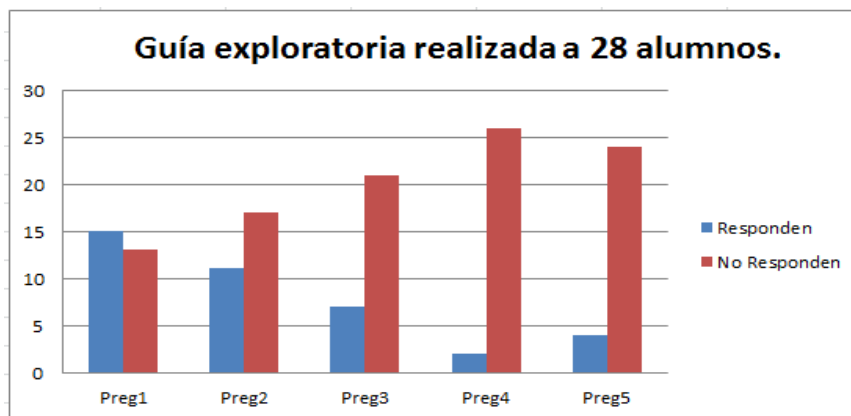


Gráfico n°2: Cantidad de alumnos que responden v/s los que no responden cada pregunta.

Se considera importante mencionar que 7 alumnos no respondieron ninguno de los ejercicios, que corresponde al 25% de los estudiantes. Luego se analizará más afondo los resultados obtenidos.

1.2 Informe resultados PISA Y TIMSS

En diversas evaluaciones –tanto nacionales (SIMCE, PSU) como internacionales (PISA, TIMSS)- en las que nuestro país ha participado, los resultados obtenidos han sido muy bajos. La prueba PISA es una prueba desarrollada por la OECD (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) desde el año 2000 evalúa las competencias de los estudiantes en tres áreas: Lectura, Matemática y Ciencias Naturales y permite establecer promedios para cada área y porcentajes de estudiantes según niveles de desempeño. En el área de Matemáticas evalúa cuatro contenidos: Espacio y Forma, Incertidumbre, Cambio y Relaciones y Cantidad. Incluyendo además entre los procesos; Uso del lenguaje matemático, Habilidades de Modelamiento y Habilidades de resolución de Problemas¹.

Los niveles de desempeño que PISA establece para el área de Matemáticas son seis, siendo el número 1 el que reúne a los estudiantes con puntajes más bajos y el nivel 6 los puntajes más altos. Chile obtuvo un puntaje promedio de 421 puntos ubicándose en el lugar número 49 y se mantiene 75 puntos más bajos que el promedio ODCE. De acuerdo a este puntaje, los estudiantes chilenos se encuentran en el nivel dos y en general son capaces de:

“Interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren solo inferencia directa, extraer información relevante de solo una fuente de información a la vez y hacer uso de una sola forma de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas, son capaces de razonar directamente y de hacer interpretaciones literales de los resultados”.

De acuerdo con lo anterior los alumnos nacionales hacen uso de una sola forma de representación lo cual queda evidenciado en nuestra investigación y la alta algoritmización de sus procesos.

¹ Resultados PISA 2009, pág. 62

Los niveles de rendimiento de los estudiantes chilenos en esta prueba son los siguientes:

El 1% de los estudiantes se ubica en el nivel 5 (entre 607 y 669 puntos) y son capaces de abordar situaciones complejas, desarrollando y utilizando modelos, identificando sus limitaciones y especificando sus supuestos. Adicionalmente, son capaces de seleccionar, comparar y evaluar estrategias de resolución de problemas, para abordar situaciones problemáticas complejas referidas a estos modelos. Estos estudiantes también son capaces de trabajar de manera estratégica estas situaciones, usando habilidades de pensamiento y razonamiento amplio y correctamente desarrollado; representaciones adecuadamente vinculadas, y caracterizaciones simbólicas y formales. Finalmente, también son capaces de reflexionar sobre sus acciones, y de formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

El 27% de los estudiantes que se ubica en el nivel 2 (entre 420 y 481 puntos) son capaces de interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren solo inferencia directa, extraer información relevante de solo una fuente de información a la vez y hacer uso de una sola forma de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas, son capaces de razonar directamente y de hacer interpretaciones literales de los resultados.

El 29% de los estudiantes se ubica en el nivel 1 (entre 358 y 419 puntos) y pueden responder preguntas claramente definidas, que involucren contextos familiares, en los cuales toda la información relevante está presente. También son capaces de identificar información y de llevar a cabo procedimientos rutinarios, siguiendo instrucciones directas, en situaciones explícitas. Finalmente, estos estudiantes pueden realizar acciones obvias o aquellas que se desprenden directamente de los estímulos presentados.

Finalmente, el 22% de los estudiantes está situado bajo el nivel 1, es decir no dominan siquiera las competencias más elementales.

Por otra parte en el reciente informe de los resultados TIMSS (2011), se puede desprender que los estudiantes chilenos en el área de matemática octavo básico tienen

un rendimiento más bajo que el promedio internacional (500 puntos) con tan sólo 416 puntos, sin embargo es uno de los países que subió su promedio en 29 puntos en comparación con los 387 puntos obtenidos en TIMSS (2003), pero sigue siendo uno de los países participantes con más bajo rendimiento que lo ubican en el lugar 45 entre los 56 sistemas educativos evaluado.

TIMSS (2011) también reporta cuatro niveles de desempeño que describen los distintos niveles de aprendizaje alcanzados por los estudiantes.

En 2011, 34% de los estudiantes chilenos solo alcanza el nivel bajo. Ellos tienen conocimientos elementales de los números y solo hacen cálculos simples. Por su parte, 18% (casi 1 de cada 5 estudiantes chilenos) está en el nivel intermedio de Matemática, lo que significa que pueden aplicar conocimientos básicos en una variedad de situaciones. Sólo el 4% de los estudiantes alcanza el nivel alto y son capaces de aplicar su conocimiento y comprensión en una variedad de situaciones relativamente complejas².

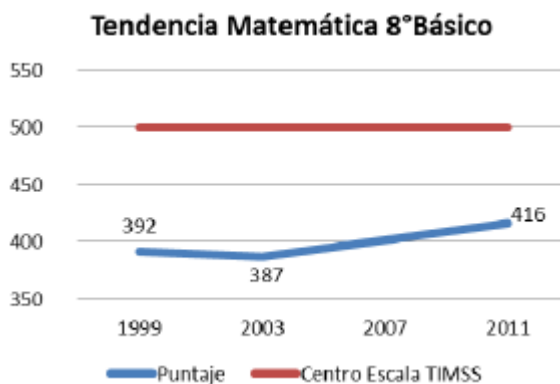


Gráfico n°3: Tendencias Matemáticas prueba Timss

En el ámbito nacional la prueba SIMCE -Sistema Nacional de Evaluación de Resultados de Aprendizaje del Ministerio de Educación- evalúa el logro de los Objetivos fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF - CMO) del Marco Curricular vigente. Su propósito principal es contribuir al mejoramiento de la calidad y la equidad de la educación, informando sobre el desempeño de los estudiantes en diferentes áreas de

² Resultados TIMSS 2011, Chile.

aprendizaje del Currículum Nacional y relacionando estos desempeños con el contexto escolar y social en que aprenden.

A nivel nacional en Matemática, 11% de los estudiantes de Octavo básico alcanza el Nivel Avanzado, y por tanto, logra los aprendizajes descritos en el currículum para este nivel. Por otro lado, 25% de los estudiantes alcanza los aprendizajes del Nivel Intermedio y 64% se encuentra en el Nivel Inicial³.

1.2.1. Niveles de logro para octavo básico

Se cuenta con el rango de puntajes para el nivel de logro del subsector de matemáticas para octavo básico.

Nivel de logro	Subsector Matemática
Avanzado	321 puntos o más
Intermedio	entre 276 y 320 puntos
Inicial	275 puntos o menos

En relación al colegio donde se realizó la investigación, el siguiente cuadro muestra los resultados obtenidos en SIMCE 2011 (matemática):

4 ^{to} básico		8 ^{vo} básico		2 ^{do} medio	
Nº Alumnos	Puntaje	Nº Alumnos	Puntaje	Nº Alumnos	Puntaje
62	229	76	242	111	226

Lo que refleja que se encuentra en el nivel de logro inicial y el grupo de alumnos donde académicamente es difícil de trabajar, además del mal comienzo desarrollando la actividad exploratoria propuesta ya que estaban en un nivel básico de sus conocimientos.

³ Resultados Nacionales Simce 2011.

1.3 Antecedentes de la investigación.

Existen diversas investigaciones que reportan evidencias a cerca de la enseñanza-aprendizaje de la función lineal y afín, como también a cerca de la construcción de ella por parte de los estudiantes. Tales investigaciones han sido dadas a conocer a la comunidad en diferentes trabajos; uno de ellos es el de Ana Sierpinska (1992), relativo a la resignificación de la linealidad (Cf. García y Montiel, 2008). Estos autores concluyen que los estudiantes tienden a representar la función lineal como una fórmula y como una combinación de variables gráficas en la que no se visibilizan ni valoran los atributos propios de la función, como por ejemplo, considerar la función como una conjunción de elementos relacionados por medio de variables y que deben cumplir ciertas características específicas.

1.3.1 La Función Lineal en Diferentes Contextos

Proyecto de investigación realizado por Diana Fabiola Cabra M. y Jaime Alberto Gómez G, Universidad Del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Área de Educación Matemática, en el que se presentan el diseño e implementación de una secuencia didáctica relacionada con el estudio y análisis de la función lineal a través de la modelación de fenómenos cotidianos, matemáticos y de otras disciplinas.

Los resultados evidencian que se reconoce el cambio, la variación de cantidades y magnitudes lineales, sus relaciones y correlaciones, la descripción y representación en diferentes registros de estas variaciones y además del privilegio de la representación algebraica para la operatividad con variaciones lineales.

1.3.2 Variación y Pensamiento Variacional

En los lineamientos curriculares de Colombia aparece explícitamente la idea de pensamiento variacional, la que se introdujo con la intención de profundizar un poco más en lo que se refiere al aprendizaje y manejo de funciones desde grados inferiores como modelos de situaciones de cambio, esto con la idea de abandonar y superar la enseñanza

de los contenidos fragmentados. Consideran importante que los alumnos sean capaces de analizar y comprender situaciones de la vida cotidiana que involucren relaciones entre cantidades y además identifiquen las variables que se encuentran implícitas para así lograr generalizarlas mediante expresiones matemáticas llegando a un gran avance en el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes.

La noción de variación ha atraído la atención de diversos investigadores en el área de la matemática educativa, tanto es así que autores como Carlson, Jacobs, Villa-Ochoa y Mesa (2009) señalan la importancia de la variación por su estrecha relación con conceptos matemáticos como magnitud, proporción, función etc., dando como resultado el surgimiento de un pensamiento matemático (pensamiento variacional) como un estilo propio de razonamiento.

México ha llevado a cabo un estudio de este tipo de pensamiento, tanto es así que posee un programa de investigación llamado Pensamiento y Lenguaje Variacional donde los antecedentes están sustentados por los trabajos de Cantoral y Farfán (1998) y cuya línea de investigación se encarga de articular el método de investigación con las innumerables situaciones cotidianas que dan origen a una matemática sustentada en el cambio y la variación junto a las evoluciones de los sistemas didácticos. Investigaciones de este programa pueden encontrarse en: Dolores, Chi, Canul, Cantu y Pastor (2009), Diaz (2005), Dolores y Cuevas (2007), Resendiz (2007).

1.3.3 Implementación de la tecnología (Tics)

Si se quiere dar un antecedente sobre el uso de la tecnología en una sala de clases, que mejor indicador es el de darnos cuenta en el mundo del que estamos viviendo, en donde la llamada “sociedad de la información” se ha tomado hogares, empresas o instituciones en general, dando paso así al desarrollo de la informática y las comunicaciones.

Debido a lo anterior, la educación no ha querido quedar ausente, por ello ha dado lugar a múltiples transformaciones, no solo en los métodos de enseñanza, sino también a los elementos materiales necesarios para el objetivo que se busca. Dentro de esos elementos

se enmarca lo que es infraestructura, material audiovisual, internet etc. Cantoral y Farfán (2003) señalan que en el aspecto de enseñanza de la matemática, es fundamental en la construcción del conocimiento poder incorporar y articular cuatro componentes esenciales: su naturaleza epistemológica, su dimensión cultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza. Es en el último concepto en donde por supuesto el uso de las Tics o los elementos tecnológicos asoman como una gran vía de transmisión de la enseñanza articulándose con los otros conceptos como un solo constructor de conocimiento y no como elementos que actúan cada uno por si solo sin alguna conexión entre sí.

Para el proyecto de investigación llamado “desarrollo del pensamiento variacional con el uso tecnológico en un ambiente de difusión del conocimiento” publicado en el ALME 2010, se aplicó un diseño de actividades con el objetivo de exteriorizar la variación dentro del conocimiento cotidiano. En este estudio se tomaron tres elementos importantes a considerar que fueron el escenario, la matemática y la tecnología. Los autores se refieren a la tecnología como vía de conocimiento matemático en donde se debe integrar al sujeto por medio de la instrumentalización e instrumentación, de modo que entienda a esa tecnología y a partir de ello, genere un conocimiento específico.

1.3.4 Antecedentes teóricos cognitivos

Hiebert y Carpenter (1992, p.4) expresan: “Comenzamos por definir la comprensión en términos de la manera en que la información está representada y estructurada. Una idea matemática, un procedimiento o un hecho se comprende si es parte de una red interna. Las matemáticas se comprenden si su representación mental es parte de una red de representaciones. El grado de comprensión está determinado por el número y por la fuerza de las conexiones. Una idea matemática, procedimiento o hecho se comprenden aceptablemente si están ligados a redes existentes, por medio de conexiones numerosas o fuertes”

Para que se produzca aprendizaje en matemática es vital que el estudiante haga la distinción entre un objeto matemático y su representación. (Duval, 1999) *“Si esto no queda claro, la confusión conduce a una especie de aprisionamiento del objeto por el registro donde se ha producido su representación y difícilmente podrá aplicarse fuera del contexto donde ha sido generado.”*

Duval, (2004, p.24) afirma: *“La actividad matemática es un tipo de actividad que, a pesar de su universalidad cultural, a pesar de su carácter puramente intelectual, supone una manera de pensar que no es nada espontánea para la gran mayoría de alumnos y de adultos. Necesita modos de funcionamiento cognitivos que requieren la movilización de sistemas específicos de representación. Estos sistemas constituyen registros de representación semiótica. Su integración a la arquitectura cognitiva de los sujetos es la condición absolutamente necesaria para poder comprender en matemáticas”* También menciona que *“la coordinación de los diferentes registros de representación es una condición necesaria para la comprensión”* (Duval, 1999, p. 61).

Desde la perspectiva cognitiva, las representaciones juegan un papel fundamental en los procesos de comprensión, los que se consideran en términos de la integración y estructuración de representaciones mentales.

Por otra parte Hitt (1996, citado por Planchart) afirma que *“un determinado concepto es estable en un individuo si puede articular las diferentes representaciones del concepto sin contradicciones”*.

Considerando lo expuesto es interesante destacar que las funciones pueden representarse en registro gráfico, algebraico, tabular y natural, su escasa comprensión se debe a que los alumnos en ocasiones solo memorizan un tipo de registro y no realizan conversión entre ellos.

1.4 Justificación y relevancia

Tomando en cuenta las evidencias, informes Pisa, Timss, antecedentes de la investigación en el aula y que el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de

matemática muchas veces se torna bastante complejo para profesores y estudiantes. Por esta razón, consideramos importante entregar al estudiantado un ambiente adecuado y propicio para el desarrollo de sus aprendizajes en esta disciplina. Además, por el trabajo algorítmico memorizado y la confusión al resolver problemas se diseñaron las actividades didácticas donde los alumnos puedan desarrollar habilidades del pensamiento variacional, también las secuencias realizadas abordaban el tema paso a paso de tal forma de no apurar procesos. Esta investigación propone dos actividades centradas en el uso de las tecnologías.

1.5 Preguntas de la investigación

Lo expuesto anteriormente nos lleva a preguntarnos.

Una propuesta basada en problemas asociados a la función lineal en diversos contextos, ¿permite al alumno desarrollar habilidades de pensamiento variacional correspondientes al nivel?

¿Es posible mejorar la enseñanza y aprendizaje de la función lineal y afín a través de la aplicación de una secuencia de aprendizaje basada en la variación y el cambio de la vida cotidiana?

1.6 Objetivos de la investigación

Por consiguiente, en primer lugar esta investigación pretende que a través de una secuencia de guías con actividades propicias para los alumnos, éstos puedan lograr aprendizajes significativos con respecto al tipo de variación que ocurre en las funciones lineales y afines.

1.6.1 Objetivo general

Por lo tanto nuestro objetivo de investigación es:

- **Analizar las producciones de los estudiantes al presentarles secuencias de guías con actividades propicias para lograr aprendizajes significativos con respecto al tipo de variación que ocurre en las funciones lineales y afines.**
- **Explorar si las actividades diseñadas favorecen el surgimiento de argumentaciones de tipo variacional.**

1.6.2 Objetivos específicos

- **Diseño, aplicación y análisis de una actividad exploratoria** cuyo objetivo es determinar las estrategias que usan los estudiantes de primero medio para resolver problemas asociados a la función lineal en diferentes contextos.
- **Diseñar de una secuencia de guías que permita trabajar la función lineal y afín en diversos contextos y que desarrolle** el pensamiento variacional que se relaciona con la variación y el cambio.
- **Aplicación y análisis de las producciones de los alumnos.**
- **Elaboración de material de apoyo, Webquest y GeoGebra.**

Capítulo II

MARCO TEÓRICO

2.1 Pensamiento Variacional

Pensamiento y Lenguaje Variacional (*P y L V*) es una línea de investigación que, se ubica en el seno del acercamiento socioepistemológico, la que considera que los conocimientos matemáticos se construyen a través de prácticas sociales, permite tratar la articulación entre la investigación y las prácticas sociales como la predicción, modelación entre otras que dan vida a la matemática de la variación y al cambio en los sistemas didácticos” (Cantoral & Farfán, 1998). *“El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (Vasco ,2003)*

“El movimiento mental de este pensamiento tiene pues un momento de captación de lo que cambia y de lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como los cambios de temperatura durante el día y la noche, de los movimientos de caída libre o tiro parabólico; luego tiene un momento de producción de sistemas mentales cuyas variables internas interactúen de manera que produzcan con alguna aproximación las covariaciones detectadas, sistemas que podemos llamar “modelos mentales”, luego tiene un momento de echar a andar o “correr” esos modelos mentales para ver qué resultados producen; otros de comparar esos resultados con lo que ocurre en el proceso que se trata de modelar, y si es el caso, tiene también el momento de revisar y refinar el modelo, o descartarlo y empezar de nuevo” (Vasco, 2006)

El desarrollo del pensamiento variacional es indispensable para caracterizar otros aspectos de variación como lo son todo lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que están involucradas y la relación entre ellas. Lo que se quiere es desarrollar una forma de pensamiento que identifica de manera natural fenómenos de cambio y que sea capaz de modelarlos y transformarlos de forma dinámica, o sea, como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, percepción, identificación, caracterización y además el cambio en diferentes contextos, así como con

su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

El pensamiento variacional está en estrecha relación con los demás pensamientos matemáticos como lo son el pensamiento numérico (tablas, patrones numéricos), geométrico (mecanismos geométricos y graficas cartesianas), algebraico (expresiones y ecuaciones), métrico (medición de magnitudes en situaciones de variación y cambio) y estadístico (tratamiento de datos y regresiones) y otros tipos de pensamientos propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. Esto quiere decir, que es imposible dejar de lado los otros pensamientos cuando se estudian situaciones de variación y cambio, ya que todos esos sistemas pueden presentarse a su vez, de forma estática, dinámica y/o variacional.

Por mencionar algunos autores, Cantoral y Farfán (2000) señalan que el pensamiento y lenguaje variacional es caracterizado como el campo donde se estudian los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio, en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida. Se pone particular atención en el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando diferentes estructuras y lenguajes variacionales. En tanto la vertiente investigativa posee una triple orientación, por un lado se ocupa de estructuras variacionales específicas desde un punto de vista matemático y fenomenológico, en segundo término, estudia las funciones cognitivas que los seres humanos desarrollan mediante el uso de conceptos y propiedades de la matemática del cambio, en tercer lugar, tiene en cuenta los problemas y situaciones que se abordan y resuelven en el terreno de lo social mediante las estructuras variacionales consideradas en la escuela y el laboratorio.

PISA (2006), indica que la variación o los cambios y relaciones, es una de las cuatro ideas organizadoras del saber matemático escolar, junto con cantidad, espacio, forma e incertidumbre y se desarrollan en estrecha relación con estos tipos de pensamientos.

Todo esto quiere decir, que es imposible dejar de lado los otros pensamientos cuando se estudian situaciones de variación y cambio, ya que todos esos sistemas pueden presentarse a su vez, de forma estática, dinámica y/o variacional.

Son muchas las áreas de las matemáticas asociadas al inicio del pensamiento variacional como lo son el estudio de regularidades (potencias, sucesiones, progresiones, etc.), para luego encontrar el patrón que rige aquellas regularidades. Además, este estudio de los patrones está muy ligado a los conceptos propios del pensamiento variacional como constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia o independencia de una variable con respecto a la otra y con los distintos tipos de modelos funcionales como son las funciones polinómicas, logarítmicas y exponenciales etc.

En relación a lo anteriormente señalado, el pensamiento variacional inicia su estudio en la escuela cuantificando la variación por medio de las cantidades de magnitudes (enseñanza básica). En educación media (más precisamente en primer y segundo año) estudia relaciones entre dos cantidades de magnitudes o entre los valores de una misma magnitud, sean éstas proporcionales directas o inversas o no proporcionales, la constante de proporcionalidad y la lectura e interpretación de gráficos para analizar el modelo lineal en el 1er cuadrante, interpretando a la pendiente como esa constante. En los últimos niveles de escolaridad (tercer y cuarto año de enseñanza media), incorpora el estudio de variaciones no lineales como las variaciones cuadrática, exponencial y logarítmica.

Los modelos lineales son importantes en matemáticas porque permiten resolver aquellos problemas de la ciencia que se comportan linealmente y aproximar otros cuya modelación es no lineal. Las funciones de variable real que tienen la forma $f(x) = ax + b$, son uno de los modelos lineales más simples y representan para muchos estudiantes el primer contacto formal con el concepto de función. El pensamiento variacional está estrechamente relacionado a este tipo de función pues tiene la característica que la variación de las cantidades de una variable con respecto a la otra es constante y es lo que llamamos pendiente. De aquí el interés en explicar las dificultades de aprendizaje

enfrentadas por los estudiantes para entender aquellas nociones relacionadas con las funciones lineales.

2.2 Representaciones semióticas

La teoría de Duval plantea en lo general que las representaciones semióticas utilizadas normalmente en matemáticas, no se generan de manera aislada, sino que pertenecen a sistemas de representación que tienen su propia estructura interna, sus propias limitaciones de funcionamiento y de significado, que pueden ser caracterizadas en función de las actividades cognitivas que permiten desarrollar. Estas actividades cognitivas condicionan la estructura misma del sistema de representación. Duval (1998, pp. 177-178) lo establece en los términos siguientes:

Para que un sistema semiótico sea un registro de representación, debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiósis:

La **formación** de representaciones hace referencia a la selección de una marca o conjunto de marcas que permite expresar o evocar un objeto; debe cumplir con unas reglas de conformidad, por razones de comunicación y de transformación de representaciones. Estas reglas permiten identificar una representación como un elemento de un sistema semiótico determinado; hacen referencia a la determinación y combinación de unidades elementales para obtener unidades de nivel superior bajo las condiciones del sistema.

La transformación de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado constituye lo que se denomina **tratamiento** de una representación. La función que cumple dentro del sistema semiótico está asociada a la ganancia de información, por ejemplo, se realiza un tratamiento cuando se tiene una ecuación y se hace una simplificación de la misma.

La **conversión** es una transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero al mismo tiempo da otras significaciones al objeto

representado. Esta condición hace que la conversión sea una transformación externa al registro de partida. Se hace una conversión por ejemplo, cuando al tener una ecuación construimos una gráfica a partir de ella. Una problemática central vinculada con el concepto de función se refiere a los distintos registros de representación de las mismas (fórmula, gráfico cartesiano, tabla de valores, descripción verbal). Duval (1995) plantea que una causa importante de los fracasos escolares está ligada a la conversión entre estas representaciones: los alumnos saben, en general, trabajar aisladamente con cada una de ellas, sin embargo no tienen la capacidad de decidir si conviene o no cambiar de registro según la tarea que se les presente. Una cuestión que nos parece importante trabajar con los alumnos es la de remarcar qué aspectos se resaltan y cuáles se ocultan en cada tipo de representación.

2.3 Tics

Hoy en día con un mundo cada vez más globalizado y conectado, no podemos quedar ajenos a las nuevas tecnologías que surgen día a día, es por este motivo que las tecnologías de la información y la comunicación (Tics) son cada vez más importantes. Estas tecnologías nos permiten avanzar en educación de competencias, en el procesamiento y manejo de la información como es el uso de hardware, software y entre otras áreas del conocimiento. Todo esto se da porque ahora estamos con una generación de niños y jóvenes a los cuales les gusta todo en la virtualidad por diversos motivos y ellos mismos lo demandan.

Se entiende por Tics entonces a aquellas tecnologías que tratan del estudio, desarrollo, implementación, almacenamiento y distribución de la información utilizando el hardware y el software más adecuado como sistema informático.

El uso de las Tics en el aula proporciona tanto al educador como al alumno una útil herramienta tecnológica posicionando así a este último en protagonista y actor de su propio aprendizaje.

Dentro de nuestra investigación ocupamos un software de libre acceso llamado GeoGebra, el cual está diseñado para interactuar dinámicamente en un ámbito en que se reúne la Geometría, el Álgebra y el Cálculo.

En GeoGebra puedes hacer construcciones como puntos, segmentos, líneas, cónicas, entre otras, mediante el uso del ratón o con instrucciones en el teclado y todo eso modificable en forma dinámica, es decir que si algún objeto B depende de otro como A, al modificar A, también se actualiza B. Pero también se puede definir funciones reales, calcular y fabricar sus derivadas, integrales, etc. Debido a todos estos usos elegimos este software para ayudarnos en nuestra investigación y luego para una futura aplicación.

Además del software anteriormente mencionado, ocupamos como herramienta una WebQuest, la cual es una actividad de indagación/investigación enfocada a que los estudiantes obtengan toda o la mayor parte de la información que van a utilizar a través de recursos existentes en Internet.

Las WebQuests han sido ideadas para que los estudiantes hagan un buen uso del tiempo y que se enfoquen más en utilizar la información más que en buscarla, además de apoyar el desarrollo de su pensamiento en los niveles de análisis, síntesis y evaluación.

Conocidos ya los aportes de esta WebQuest, nosotros nos apoyamos en una página llamada www.zunal.com para poder crearla.

2.4 Función lineal

Se llama función de proporcionalidad directa o, simplemente, función lineal a cualquier función que relacione dos magnitudes directamente proporcionales (x,y) . Su ecuación tiene la forma $y = mx$ o $f(x) = mx$.

El factor m es la constante de proporcionalidad y recibe el nombre de pendiente de la función porque, como veremos en la siguiente sección, indica la inclinación de la recta que la representa gráficamente.

2.5 Función afín

Si a dos magnitudes directamente proporcionales se les aplica alguna condición inicial, la función que las liga ya no es totalmente lineal (las magnitudes ya no son proporcionales). Se dice que es una función afín y su forma es: $y = mx + n$ o $f(x) = mx + n$.

Capítulo III

METODOLOGÍA

3.1 Análisis didáctico

Para realizar este trabajo fue necesario tener una visión completa con respecto al desarrollo del concepto de función, para ello se realizó un análisis curricular.

En el Marco curricular que abarca desde séptimo básico a cuarto medio, se enfatizan los aspectos formativos y funcionales de la matemática. Consecuentemente se considera que el aprendizaje de la matemática debe buscar consolidar, sistematizar y ampliar las nociones y prácticas matemáticas que los alumnos poseen como resultado de su interacción con el medio y lo realizado en los niveles que lo precedan. Se busca promover el desarrollo de formas de pensamiento y de acción que posibiliten a los estudiantes procesar información proveniente de la realidad así mismo profundizar su comprensión acerca de ella; el desarrollo de la confianza en las capacidades propias para aprender; la generación de actitudes positivas hacia el aprendizaje de la matemática; apropiación de formas de razonar matemáticamente; adquirir herramientas que les permitan reconocer, plantear y resolver problemas, desarrollar confianza y seguridad en sí mismos al tomar conciencia de sus capacidades, intuiciones y creatividad⁴.

Los aprendizajes y el conocimiento matemático que conforman los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, están organizados en cuatro ejes que articulan la experiencia formativa de alumnas y alumnos a lo largo de los doce años escolares. Estos ejes son: Números, Álgebra, Geometría y Datos y Azar.

En el Marco Curricular y actualización 2009 de I a IV en su página 146 indica: *“La matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Por ello el **razonamiento matemático** se aborda transversalmente en los cuatro ejes”*.

Nuestro análisis lo iniciamos en **séptimo básico**, debido a que es aquí donde se comienza a introducir contenidos relacionados al tema tratado en esta investigación,

⁴ Ministerio de Educación, actualización curricular (2009), Una explicación más detallada del enfoque del sector se puede consultar en el artículo Mineduc, UCE (2009) “Fundamentos del Ajuste Curricular en el sector de Matemática”, www.curriculummineduc.cl.

destacando en el marco curricular los siguientes Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios que se relacionan con la variación proporcional y la función lineal-afín.

Objetivo Fundamental 03: Emplear proporciones para representar y resolver situaciones de variación proporcional en diversos contextos.

Lo que estipula el Programa de Estudios de séptimo año con respecto a los aprendizajes esperados, en la unidad “Números y Álgebra”, se señala lo siguiente:

“Se espera que en esta unidad los estudiantes sean capaces de resolver problemas de adición y sustracción con números enteros. Esta unidad también propone un trabajo con razones y proporciones, si bien es cierto que este tema puede trabajarse desde una mirada algebraica, para este nivel el enfoque es numérico, es decir, se busca que los estudiantes comprendan los alcances de comparar dos magnitudes, estableciendo el cociente entre ambas y que puedan resolver diversas situaciones cuyos modelos representan situaciones de variación proporcional.”

Para alcanzar dicho propósito, se espera que los alumnos cumplan con los siguientes aprendizajes y sus respectivos indicadores de evaluación:

AE 05: *“Reconocer una proporción como una igualdad entre dos razones, para ello deberán:*

- *Comparar los cocientes entre dos razones para plantear una proporción.*
- *Argumentar si dos razones forman una proporción utilizando el teorema fundamental de las proporciones.*
- *Determinar el término desconocido de una proporción.*
- *Discriminar entre las relaciones proporcionales y las no proporcionales”.*

Ahora enfocándonos en el marco curricular de **octavo básico**, resaltan los siguientes Objetivos Fundamentales y Conocimientos Mínimos Obligatorios correspondientes:

Objetivo Fundamental 03: Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas.

Objetivo Fundamental 04: Identificar variables relacionadas en forma proporcional y en forma no proporcional y resolver problemas en diversos contextos que impliquen el uso de la relación de proporcionalidad.

Objetivo Fundamental 11: Emplear formas simples de modelamiento matemático, verificar proposiciones simples para casos particulares, aplicar habilidades básicas del proceso de resolución de problemas en contextos diversos y significativos y evaluar la validez de los resultados obtenidos empleando dichos resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.

En el propósito de unidad de álgebra se señala: [...] La unidad ofrece también la posibilidad de visitar nuevamente tópicos relativos a proporcionalidad directa e inversa, pero con mayor énfasis en el concepto de variación proporcional y tratado desde el punto de vista algebraico. Todo esto se incorpora al repertorio de temas que aportan al desarrollo del razonamiento matemático; en especial, la capacidad para realizar representaciones de objetos abstractos.

Este propósito se logrará mediante la realización de los siguientes aprendizajes esperados y sus indicadores de evaluación:

AE 02: “Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas. Identificar el dominio y recorrido de una función.

- Identifiquen variables dependientes de otras variables en diversas situaciones.
- Den ejemplos de funciones en contextos cercanos.
- Utilicen notaciones empleadas en funciones para expresar dependencias de variables”.

AE 03: *“Identificar variables relacionadas en forma proporcional y no proporcional*

- *Identificar en un contexto determinado, variables que dependen proporcionalmente de otras variables.*
- *Identificar en un contexto determinado, dependencias no proporcionales.*
- *Identificar la constante de proporcionalidad en dependencias proporcionales.*
- *Comparar el cociente entre valores asignados a variables para identificar una relación de proporcionalidad directa entre variables.*
- *Comparar el producto entre valores asignados a variables para identificar una relación de proporcionalidad inversa entre variables.*
- *Utilizar la constante de proporcionalidad para argumentar la proporcionalidad directa e inversa entre variables”.*

AE 04: *“Analizar, mediante el uso de softwares gráficos, situaciones de proporcionalidad*

- *Identificar, utilizando softwares gráficos, situaciones asociadas a proporcionalidad directa.*
- *Utilizar softwares gráficos para identificar situaciones asociadas a proporcionalidad inversa.*
- *Analizar, utilizando softwares gráficos, datos representativos de situaciones para determinar si estas son proporcionales”.*

AE 05: *“Resolver problemas en diversos contextos que implican proporcionalidad directa y problemas que implican proporcionalidad inversa*

- *Obtener ecuaciones de situaciones asociadas a proporcionalidad directa.*
- *Determinar la constante de proporcionalidad en datos que varían proporcionalmente y los utilizan para realizar cálculos.*
- *Representar, en tablas y gráficos, relaciones de proporcionalidad directa e inversa entre dos variables”.*

Continuando nuestro análisis en **primero medio** se destacan en el marco curricular los siguientes Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios que se relacionan con la función lineal y la resolución de problemas en diversos contextos.

Objetivo fundamental 04. *Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas.*

El Propósito de la unidad n°2 dice: [...] *“Por otra parte, en cuanto a la progresión en el aprendizaje relacionado con las funciones, se introduce el estudio de las funciones lineal y afín. Se propone a los alumnos identificar y representar dichas funciones a través de tablas, gráficos y lenguaje algebraico [...]”.*

Dicho propósito se cumplirá mediante los siguientes AE:

AE 04: *“Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.*

- *Reconocer la proporcionalidad directa como un caso de la función lineal.*
- *Reconocer como funciones lineales relaciones de la física como $F = ma$ (Newton), $V = Ri$ (en circuitos eléctricos) y $F = kx$ (ley de Hooke), señalando variables y constantes.*
- *Organizar en una tabla, pares ordenados de una función.*
- *Generar el gráfico cartesiano a partir de una tabla de valores.*
- *Usar un procesador simbólico para registrar diversos valores de $y = kx$, variando los valores de k ”.*

AE 05: *“Realizar composiciones de funciones y establecer algunas propiedades algebraicas de esta operación.*

- *Demostrar que la composición de funciones cumple la propiedad de clausura.*
- *Dadas algunas funciones realizar composiciones de ellas y determinar el dominio y recorrido de la función resultante.*
- *Discutir acerca de la conmutatividad de la composición de funciones. Analizar el caso en que las funciones son transformaciones isométricas.*
- *Verificar que la composición de funciones es asociativa.*
- *Verificar que la función identidad en un conjunto opera como elemento neutro para la composición de funciones”.*

3.2 Análisis de textos escolares

Según el Programa de Estudio de Primer Año Medio del Ministerio de Educación los textos escolares, desarrollan los Objetivos Fundamentales y los Contenidos Mínimos Obligatorios para apoyar el trabajo de los alumnos en el aula y fuera de ella, y les entregan explicaciones y actividades para favorecer su aprendizaje y su autoevaluación. Rodríguez (1983), siguiendo a Ricaudeau (1976), considera que el libro de texto es “un material impreso, estructurado, destinado a ser utilizado en un proceso de aprendizaje y de formación concertada” (p. 259).

A continuación se analizan dos textos escolares otorgados por el Mineduc para Primer Año Medio.

El primer texto⁵, presenta el inicio de la unidad, dando a conocer el nombre y número de ésta, entregando un esquema representativo que relaciona los contenidos con las metas de aprendizaje de los estudiantes y además un texto introductorio a los contenidos de la unidad. No se expresan los objetivos y/o aprendizajes esperados de la unidad.

⁵Matemática 1° Año Medio, Texto para el Estudiante, Editorial McGraw-Hill / Interamericana de Chile Ltda., 2010.

Inicio de Unidad



El desarrollo de los contenidos se hace a través de secciones tales como, para recordar, nota, actividades, información en los medios, problema resuelto, cuidado, investiga, recuerda, importante, aplicando lo aprendido y un poco de historia.

El tema comienza con una explicación de función a través de un ejemplo, “*Es como una máquina que recibe números reales por la derecha y los entrega por la izquierda. Si la función (o la máquina) la denotamos por f y la función transforma a en b , se suele escribir $f(a) = b$ y se lee f de a es b o también f evaluado en a es b . También se dice que b es la imagen de a vía f , en el caso en que la función se subentiende, entonces decimos que b es la imagen de a ”.* Además se dan a conocer funciones que son muy importantes en las matemáticas, entre ellas las funciones identidad, constante, lineal y afín, entregando las notaciones para este tipo de funciones y proponiendo actividades para que los alumnos resuelvan.

Al término de la explicación del concepto de función el texto continúa con la sección aplicando lo aprendido, en ella se presentan una gama de ejercicios relacionados con el tema para que los alumnos resuelvan y logren afianzar sus conocimientos.



aplicando lo aprendido

- 1 Una taxista cobra \$200 por los primeros 200 m de recorrido. Por cada 200 m que recorre después de los 200 m iniciales, la cuenta aumenta en \$90. Describe la cuenta $D(x)$, medida en pesos, para cada distancia recorrida x , medida en metros. ¿Es D una función afín? ¿Es D lineal?
- 2 Sean y y x dos variables relacionadas en proporción directa. ¿Es cierto que y es una función lineal en x ?
- 3 Se sabe que el valor de la cuenta de gas, medido en pesos, en una casa de Santiago, es una función afín del volumen de gas consumido, medido en m^3 . En la familia de los González - Valenzuela el mes de marzo de 2009, la cuenta de gas salió 26 mil pesos y el consumo fue de $10 m^3$, al mes siguiente consumieron medio m^3 menos que en marzo y el valor de la cuenta fue de \$24 950.
 - a) ¿Cuál es el cobro fijo de la empresa de gas?
 - b) ¿Cuál es el valor del m^3 de gas?
 - c) ¿Cuál es el valor de la cuenta, si un mes se consume el doble de lo que se consumió en marzo?
- 4 Si dos móviles se mueven a la misma velocidad constante en la misma línea recta, ¿en cada instante qué puedes decir de la distancia que los separa?
- 5 Si se deja caer una piedra de una altura de 100 m y si se desprecia la resistencia del aire, se sabe que la velocidad v de la piedra (medida en m/s) es una función afín respecto del tiempo (medido en s) que se dejó caer la piedra. Si después de 2 s de soltada la piedra la velocidad de la piedra es de 18,6 m/s . ¿Cuál es la velocidad con que la piedra llega al suelo? ¿Es v una función lineal del tiempo?
- 6 La siguiente tabla muestra la población total de Chile, según los censos de 1982, 1992 y 2002.

Año	Población
1982	11 329 736
1992	13 348 401
2002	15 116 435

Fuente: Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. www.bcn.cl

¿Es la cantidad de gente en Chile una función afín del tiempo?
- 7 Si x e y son variables relacionadas en proporción inversa, entonces, ¿es cierto que y es una función afín de x ?
- 8 Considera los ejes coordenados y la recta L paralela al eje X , que pasa por el 3 del eje Y . Considera al área que hay entre la recta L y el eje X , desde el eje Y hasta la recta paralela al eje Y que pasa por x . Muestra que el área en función de x es lineal.

El segundo texto⁶, presenta la unidad número cuatro, cuyo nombre es Funciones lineal y afín, en dos secciones: **En esta unida aprenderé a...**: donde se presentan los contenidos que serán tratados en la unidad y la sección **Actividad**, para trabajar en equipos a partir de la situación que se plantea.

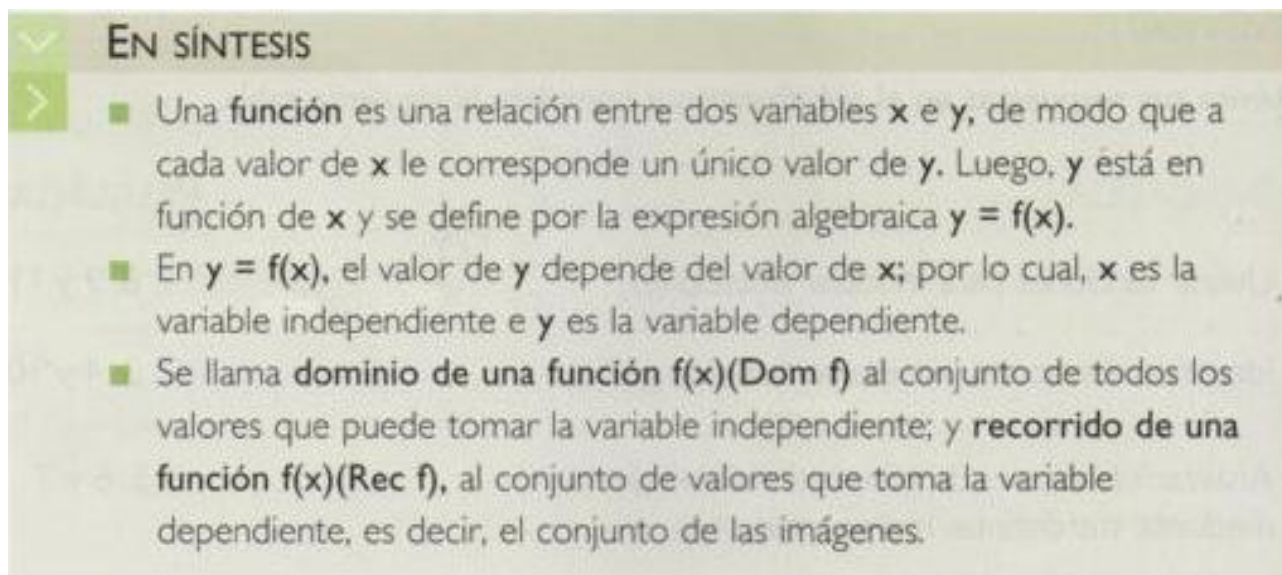


⁶ Matemática Bicentenario Primero Medio, Editorial Santillana, 2012.

En las páginas se desarrollan los contenidos: se acompañan de infografías, fotografías, ilustraciones, tablas y gráficos para facilitar su comprensión. Los conceptos más importantes están destacados y se utiliza el color para relacionar visualmente y comprender mejor cada procedimiento. Además, incluyen las siguientes secciones: nuestro Chile, ¿sabías qué ...?, práctica, glosario, sos mat, en síntesis y el uso de la calculadora.

El concepto de función se presenta a través de un ejemplo, donde se mencionan conceptos importantes como variables dependientes e independientes, relacionando éstas con la definición de función, “*Cuando en una relación se asigna a cada valor de la variable independiente un único valor de la variable dependiente, entonces esta relación corresponde a una **función***”. Se presenta además la notación que debe tomar la función para este ejemplo y hacen mención además de los conceptos de **dominio, recorrido e imagen**.

Se presenta una síntesis de contenidos.



EN SÍNTESIS

- Una **función** es una relación entre dos variables x e y , de modo que a cada valor de x le corresponde un único valor de y . Luego, y está en función de x y se define por la expresión algebraica $y = f(x)$.
- En $y = f(x)$, el valor de y depende del valor de x ; por lo cual, x es la variable independiente e y es la variable dependiente.
- Se llama **dominio de una función $f(x)$ (Dom f)** al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente; y **recorrido de una función $f(x)$ (Rec f)**, al conjunto de valores que toma la variable dependiente, es decir, el conjunto de las imágenes.

Posteriormente se entregan dos ejemplos relacionados con función.

Ejemplos

1. La función que relaciona la cantidad de kilogramos de tomates y el costo total está dada por $f(x) = 445x$, donde x corresponde a la cantidad de kilogramos de tomates, y cada kilogramo cuesta \$ 445. Por ejemplo, si se quiere comprar 3,5 kilogramos de tomates, el costo total sería, $f(3,5) = 445 \cdot 3,5 = 1.557,5$, es decir, aprox. \$ 1.558.
2. La función que relaciona el radio de una circunferencia y su perímetro se puede representar mediante la expresión, $f(r) = 2\pi r$, en la cual r corresponde a la medida del radio. Por ejemplo, si el radio de la circunferencia mide 3 m, su perímetro está dado por $f(3) = 2\pi \cdot 3 = 6\pi$, es decir, 6π m.

Y una sección **práctica** que corresponde a ejercicios donde los alumnos ponen en práctica todos los conceptos antes aprendidos

PRACTICA

Responde.

1. Esteban demora tres minutos en leer cada página de un libro. Determina la función que relaciona el número de páginas a leer y el tiempo utilizado, considerando como variable independiente:
 - a. el número de páginas;
 - b. el tiempo disponible para leer.
2. Un grupo de alumnos quiere hacer un regalo a su profesor, que cuesta \$ 20.000. Para esto, cobran una cuota de igual valor para todos.
 - a. Completa la siguiente tabla.

Nº de alumnos	1	2	3	4	...
Cuota (\$)	20.000				
 - b. Escribe la función que permite calcular la cuota según el número de alumnos.

Cabe mencionar que estos mismos ejercicios fueron elegidos para realizar nuestra segunda actividad exploratoria.

Se hace mención a los conceptos de proporcionalidad directa y la relación que ésta tiene con la función lineal: “Si dos cantidades x e y son **directamente proporcionales**, con constante de proporcionalidad k , la función que las relaciona $f(x) = kx$, corresponde a una **función lineal**, con dominio y recorrido definidos. Al graficarla, los puntos correspondientes pertenecen a una recta que pasa por el origen del plano cartesiano”.

Este segundo texto Matemática Bicentenario ofrece a los alumnos más alternativas para poder adquirir y afianzar sus conocimientos ya que pone a su disposición el desarrollo del contenido y posteriormente se hace una síntesis de éstos, incluyendo además ejemplos y ejercicios para poner en práctica estos saberes. Cuenta además con secciones tales como ¿sabías qué...?, SOS MAT, gráficos, información destacada en distintos colores, ejercicios resueltos y al mismo tiempo desarrolla ejercicios del tipo SIMCE y PSU.

3.3 Población de estudio

Se realizó la actividad a un curso de 28 alumnos del Colegio Luis Laborda de Hijuelas, cuyas edades fluctuaban entre los 14 y 16 años.

3.4 Recolección de los datos

La recolección de la información en este estudio proviene de la reunión de todas las producciones estudiantiles que son fruto de la aplicación de la actividad exploratoria y las guías propuestas. Toda esta información está relacionada con el tipo de variación que se produce en la función lineal y afín.

3.5 Formas de agrupación de los datos

Toda la agrupación de los datos para su posterior análisis se realiza a través de la transcripción de las producciones estudiantiles en cada uno de los instrumentos utilizados. Luego de la transcripción, se realiza por cada ítem o pregunta el respectivo análisis de las respuestas entregadas por las estudiantes, además posteriormente se realiza una tipificación del tipo de respuestas de cada una de los ítems o preguntas, comparándolas con las conjeturas establecidas previamente, para posteriormente poder realizar un contraste entre las producciones de las estudiantes y las conjeturas.

3.6 Análisis de las producciones estudiantiles

El análisis de estas producciones se realizó de una manera tal, que al lector le quede más claro los análisis que se realizaron un ejemplo de esto es que se transcribieron todas las respuestas de los alumnos y su respectivo porcentaje de alumnos que respondieron de la misma manera.

3.7 Descripción del diseño didáctico

A continuación se entrega una breve descripción del diseño didáctico considerando la metodología, guías implementadas y las actividades propuestas.

La metodología de investigación usada en nuestro trabajo está planificada para ser desarrollada en el siguiente esquema metodológico que se enumera a continuación:

1. Diagnóstico

El diagnóstico consistió en la aplicación de una actividad exploratoria a los estudiantes de primero medio del colegio San Ignacio La Ssalle de la comuna de Quillota, y a los alumnos del colegio Luis Laborda de la comuna de Hijuelas con el fin de que experimentaran y exploraran sus concepciones alternativas acerca del concepto de función y variación, de tal forma que nos fuera posible identificar el pensamiento de los estudiantes sobre estos conceptos.

2. Utilizar el análisis de texto como ayuda en el diseño de actividades.

Para el primer diseño utilizando análisis de textos, se llevaran a cabo los siguientes criterios:

- Que los estudiantes utilicen el registro gráfico y verbal, posibilitando además la transición de una a otra.
- Que planteen contradicciones entre sus concepciones previas y las concepciones aceptables.
- Que generen condiciones para poder trascender sus concepciones alternativas.

3. Diseño de secuencias de acuerdo a lo obtenido en las actividades exploratorias.

Con la aplicación de la primera actividad exploratoria a los alumnos del colegio San Ignacio de la Salle y una segunda actividad exploratoria a los alumnos del colegio Luis Laborda, se obtuvieron elementos esenciales para el rediseño de actividades que fueron presentadas, de tal forma que nos permitió realizar cambios necesarios en la redacción, orden y presentación de las actividades para la adecuada implementación y aplicación de la secuencia didáctica.

4. Puesta en escena de la secuencia didáctica.

La puesta en escena de la secuencia didáctica, estuvo a cargo de los autores de esta tesis, quienes se repartieron el trabajo de forma equitativa para llevar a cabo lo propuesto y en los tiempos adecuados para cada una de las actividades, la participación de cada uno quedará más detallada en cada una de las sesiones de aplicación de la secuencia didáctica.

5. Análisis de los resultados

Para los análisis de resultados, se realizará un análisis pre-post comparativo, a fin de identificar qué efectos ejercieron las actividades del curso y las situaciones didácticas en la modificación de las concepciones de los estudiantes. En fin, se tuvo como propósito crear un escenario en que los estudiantes analizaran situaciones concernientes a la variación en distintos registros.

3.7.1 Las sesiones de aplicación de las guías

En estas sesiones presentamos actividades cuyo objetivo es lograr competencias relacionadas con el pensamiento variacional, trabajando los conceptos de magnitud, variable, función y variación de cada una de las variables involucradas, abarcando primordialmente contenidos matemáticos, además identificar en los alumnos si existen rasgos de habilidad en la conversión entre los sistemas semióticos de representación semiótica, ya sea del tipo geométrica, algebraica, tabular y verbal. Su resolución requiere representar variables, evaluar y graficar funciones, cuantificar los cambios de la variable

independiente y dependiente por medios numéricos o analíticos, calcular cambios relativos y analizar el comportamiento de esos cambios.

El énfasis del tratamiento de cada situación se hará de acuerdo con el nivel de apropiación del lenguaje y de los conceptos por parte de los alumnos.

Se trabajan diferentes registros (coloquial, algebraico, grafico, numérico) de manera de poner en juego diversos procesos cognitivos. El motivo de la elección de estas actividades trata no sólo los aspectos antes mencionados, sino que también trata de casos más próximos a los alumnos, ya que por lo general todos están familiarizados con situaciones de la vida cotidiana.

3.7.2 Validación

La secuencia didáctica fue validada por la profesora Gladys González Cornejo, Magister en Matemática y el profesor Miguel Cerda Delgado, Magister en Matemática. Las actividades propuestas tanto la WebQuest como la actividad con GeoGebra fueron validadas por el profesor Abraham Olivares Escanilla, Doctor en Diseño Curricular y Evaluación Educativa en la línea de Informática Educativa.

Capítulo IV

RESULTADO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Actividad Didáctica Guía Exploratoria

Un estudio detallado de las guías de exploración y de trabajo, donde se resaltan algunos fenómenos detectados en el desarrollo efectuado por los alumnos nos permite poner a prueba nuestras conjeturas. Éstas fueron realizadas en forma previa a la aplicación de los diferentes instrumentos.

Objetivo: Determinar las estrategias que usan los estudiantes de 1° año medio para resolver problemas asociados a la función lineal

1.- Esteban demora tres minutos en leer cada página de un libro. Determina el o las representación(es) que relaciona el número de páginas a leer y el tiempo utilizado, considerando como variable independiente:

- a. El número de páginas.
- b. El tiempo disponible para leer.

Conjeturas

Con respecto a los cambios de registros:

- Un gran número de estudiantes tabularan los datos y luego graficaran.
- Otros estudiantes escribirán la ecuación.
- Por otro lado muy pocos lograran cambiar el registro a las tres representaciones (algebraica, tabular y grafica).

Respuesta Correcta.

Ecuaciones

- a) $t = 3p$, siendo t el tiempo y p el número de páginas.
- b) $p = \frac{1}{3}t$, siendo t el tiempo y p el número de páginas.

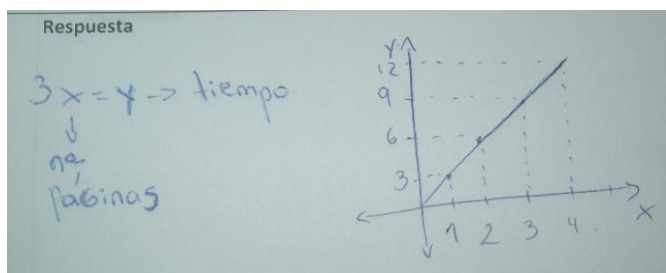
Tabular la información

Tiempo	Páginas	Páginas	Tiempo
3	1	1/3	1
6	2	2/3	2
9	3	1	3
12	4	4/3	4
15	5	5/3	5
18	6	2	6

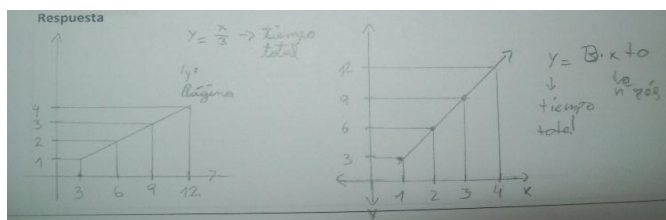
Evidencias

Análisis de las respuestas

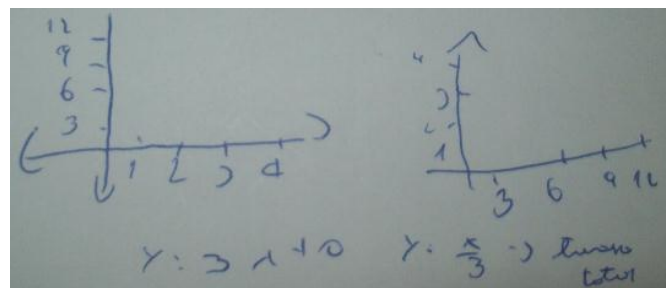
Fotografía n°4



Fotografía n°5



Fotografía n°6



Se desprende de las evidencias que los alumnos intentaron hacer un bosquejo del gráfico de la función, realizando previamente una o las dos ecuaciones, de acuerdo a las conjeturas nos acercamos en lo que refiere a que no lograron realizar el cambio en los diferentes registros.

2.- Un grupo de alumnos quiere hacer un regalo a su profesor, que cuesta \$20.000. Para esto, cobran una cuota de igual valor para todos.

- a. Determina una expresión matemática que permita calcular la cuota para un grupo de 3, 4 y 5 alumnos.
- b. Determina una expresión matemática que permita calcular la cuota para un grupo de n alumnos (n , n° natural).

Conjeturas:

- Un número significativo de alumnos hará la división entre el valor del regalo y el número de integrantes del grupo.
- Algunos estudiantes escribirán una expresión matemática.
- Muy pocos darán como respuesta, que no se puede hacer porque no se sabe cuántos alumnos son en total.

Respuesta Correcta.

a) N° Alumnos	1	2	3	4	5
Cuota \$	20.000	10.000	6666.6	5.000	4.000

$$f(n) = \frac{20000}{n}, \text{ siendo } n \text{ el número de alumnos.}$$

b) $x = 20000 : n$, siendo n el número de alumnos y x el valor de la cuota por cada alumnos.

Evidencias

Análisis de las respuestas

Fotografía n°7

Respuesta

$$20.000 : 5 = 4.000 \quad \text{hay que dividir para saber cuánto pagar cada alumno}$$

$$20.000 : n = \text{los } 20.000 \text{ los divide en los } n \text{ alumnos}$$

Fotografía n°8

Respuesta

a) división, se divide 20.000 a 3 que son los grupos.

b) división

$$\frac{n}{20.000}$$

Fotografía n°9

Respuesta

$$x = \frac{20.000}{n}$$

x = cuota

n = n° de alumnos

Fotografía n°10

$$20.000 : n = x$$

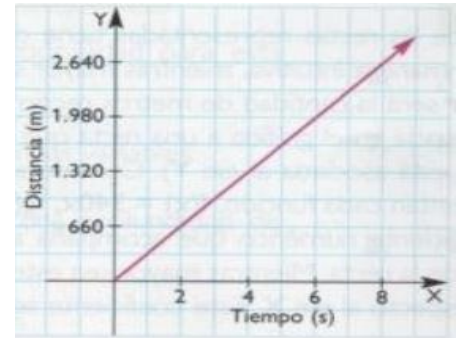
$$n = \frac{x}{20.000}$$

Podemos observar que los alumnos tenían claro que debían realizar una división para poder obtener la cuota del regalo, considerando 3, 4 y 5 alumnos, además en la fotografía n°7 el alumno indica que “*hay que dividir para saber cuánto paga cada alumno.*”

Con respecto a estas fotografías los estudiantes lograron plantear la expresión matemática correspondiente y en el caso de la fotografía n°9 identifica claramente las variables. De acuerdo a las conjeturas éstas se acercaron considerablemente a las respuestas de los alumnos.

3.- El siguiente gráfico muestra la relación que existe entre los segundos transcurridos (s) entre relámpagos y truenos de una tormenta y la distancia en metros (m).

- Calcula la rapidez del sonido de la tormenta en los tiempos 2, 4, 6 y 8 segundos.
- Determina la expresión adecuada que permita calcular la distancia a la que ocurrió el relámpago.
- Construye un nuevo gráfico, si la rapidez del sonido de la tormenta aumenta en un 10%, y obtén una expresión matemática que permita calcular la distancia a la que ocurrió el relámpago.

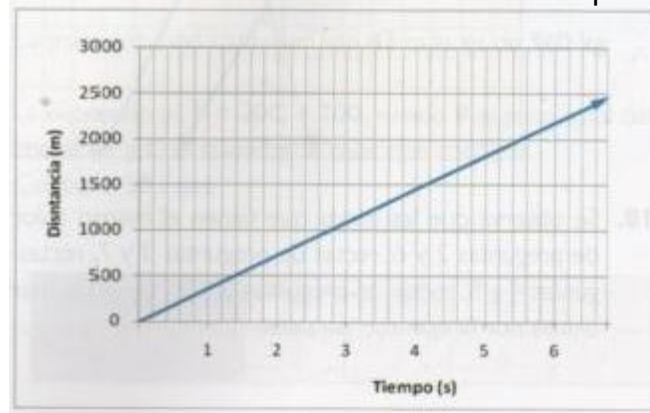


Conjeturas:

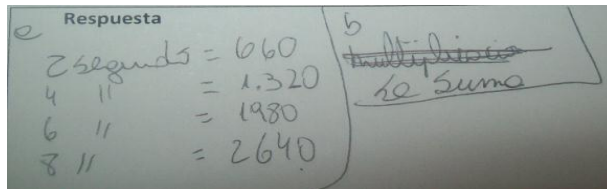
- La mayoría de los estudiantes dará como respuesta que velocidad es igual a distancia sobre tiempo y hará una tabla con la información extraída del gráfico.
- Algunos estudiantes dividirán los valores del gráfico:
 - 660 : 2; 1320 : 4; 1980 : 6; 2640 : 8;
- Un grupo minoritario no dará respuesta.

Respuesta Correcta.

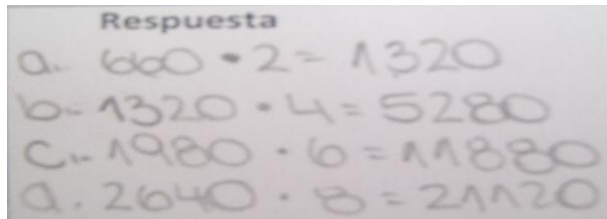
- La rapidez del sonido en la tormenta es de 300 m/s .
- La función que permite calcular la distancia, es una función del tiempo que corresponde a $f(t) = 330t$.
- La función para obtener la distancia en función del tiempo es $f(t) = 363t$



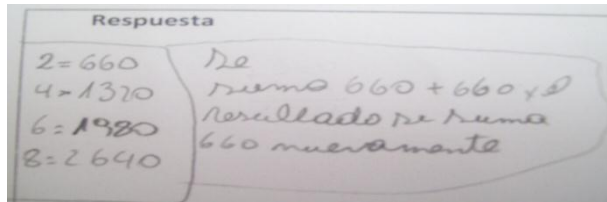
Fotografía n°11



Fotografía n°12



Fotografía n°13



Tomando en cuenta las conjeturas, éstas se alejan en demasía a lo que los alumnos respondieron. No hubo ninguna respuesta correcta y en las fotografías se evidencian que realizaron una multiplicación entre el tiempo(s) y la distancia (m). Además no existe respuesta a las preguntas b y c.

4.- En un plan telefónico que se pagan \$950 de cargo fijo y \$25 por minuto. Representa la función P que permita determinar el pago de una cuota con respecto al total de minutos usados. ¿Qué significado tiene las variables usadas?, fundamenta tu respuesta.

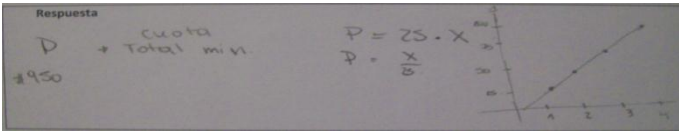
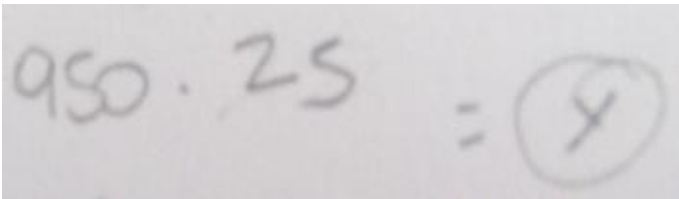
Conjeturas:

- La mayoría de los estudiantes lograron representar sin problemas la función P y especificando lo que significan las variables p y x .
- Algunos no tomaron en cuenta el cargo fijo y solo escribirán $P = 25x$.
- Muy pocos dirán que no se puede determinar, pues no se sabe cuántos minutos fueron gastados.

Respuesta Correcta.

$$P(x) = 950 + 25x,$$

Siendo P el valor total a pagar en la cuenta y x el número de minutos gastados en el plan.

	Evidencias	Análisis de las respuestas
Fotografía n°14		Aquí el alumno no toma en cuenta al cargo fijo y solo expresa $P = 25x$ y con esta información intenta desarrollar una gráfica. Esto se predijo en las conjeturas.
Fotografía n°15		El alumno multiplicó el cargo fijo por los \$25 que costaba el minuto, para así lograr una ecuación.

5.- Una estación de peaje cobra \$2.300 por cada automóvil que transite por él. Exprese el dinero recaudado (D) en un día por el peaje si a este monto se descuentan \$100.000 por pago de impuestos. ¿Qué tipo de función representa el dinero recaudado? ¿Por qué?

Conjeturas:

- Un gran número de estudiantes expresaran sin dificultad la función
- Algunos alumnos solo expresaran la ecuación.
- Mientras que otros (pocos) no lograran hacerlo o responderán “no sé”.

Respuesta Correcta.

$$D(x) = 2.300x - 100.000$$

Argumentos: el dinero recaudado representa una función lineal, ya que a medida que aumentan los autos, también aumenta la recaudación.

Evidencias

Análisis de las respuestas

Fotografía n°16

Respuesta

$$X = 2.300 - 100.000$$

Fotografía n°17

Respuesta

$$X = 2.300 - 100.000$$

Fotografía n°18

$$2.300 \cdot D = X$$

$$X - 100.000 = Y \rightarrow \text{recaudacion}$$

Fotografía n°19

Respuesta

D = Dinero recaudado

D - 100.000

Es la diferencia del dinero recaudado

Los alumnos tienen gran dificultad en el cambio de registro de lenguaje natural a lenguaje algebraico, además no tienen claro donde ubicar la variable x , ninguno señaló que significaba esta variable, lo más destacable, se presenta en la fotografía n°19 donde indica que D corresponde al dinero recaudado.

4.2 Actividad Didáctica N°1

4.2.1 Planificación Actividad N° 1

PLANIFICACIÓN ACTIVIDADES					
Asignatura	Matemática	Nivel		Primero Medio	
Unidad	Funciones	Sesión N°	1	Fecha	03/10/2012
Título	"Trabajando con Magnitudes"				
Objetivo Fundamental	<ul style="list-style-type: none"> • Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas. • Fundamentar opiniones y tomar decisiones. 				
Objetivo Fundamental Transversal	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Área de crecimiento personal y autoformación personal:</i> Cumple con normas de disciplina. • <i>Formación ética:</i> Es veraz. Expresa y defiende sus ideas con respeto. <i>Desarrollo del pensamiento:</i> Trata de enmendar sus errores. Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para resolver problemas. 				
Aprendizaje Esperado	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar, analizar e interpretar magnitudes. 				
Contenido Mínimo Obligatorio	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de las distintas representaciones de la función lineal, su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa. 				
Objetivo de la clase	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar las magnitudes desde el punto de vista del pensamiento variacional. 				
Contenido Función lineal y afín	Método Activo				
Conocimientos Previos Concepto de variable Dependencia e independencia de variables	Recursos Guía n°1 Lápiz Goma				

4.2.2 Introducción de la actividad N°1

Teniendo en cuenta los bajos conocimientos de los alumnos y la escasa participación de éstos en la actividad exploratoria n°2, se enfocó la atención en los conocimientos previos para que los estudiantes contaran con herramientas de manera que pudieran dar respuesta a la actividad didáctica n°1, la cual tenía como objetivo identificar y asociar el concepto de magnitud con los conceptos de variable y variación. La aplicación consta de cuatro momentos, Motivación, Repaso, Trabajo en grupo y Revisión.

MOTIVACIÓN: Elson comenzó la clase explicando la motivación de la actividad.

REPASO: Elson realizó un breve repaso de los conceptos de magnitud, variable y dependencia e independencia de variables, el cual tuvo una duración aproximada de 15 minutos.

TRABAJO INDIVIDUAL: Se procedió a entregar la guía, además se les indicó que contaban con 30 minutos para el desarrollo de la primera parte y luego la revisaríamos, para continuar con la segunda parte, la cual tendría una duración de 20 minutos para su desarrollo. Durante el tiempo de desarrollo los 3 integrantes de esta tesis recorrimos la sala de clases con la intención de aclarar las dudas de los alumnos.

REVISIÓN: Al término de la primera parte de la guía se dieron 15 minutos para revisar las respuestas, así pudieron corregir en el cuaderno, lo mismo sucedió al término de la segunda parte que se revisó en 10 minutos, todo esto a cargo de Elson.

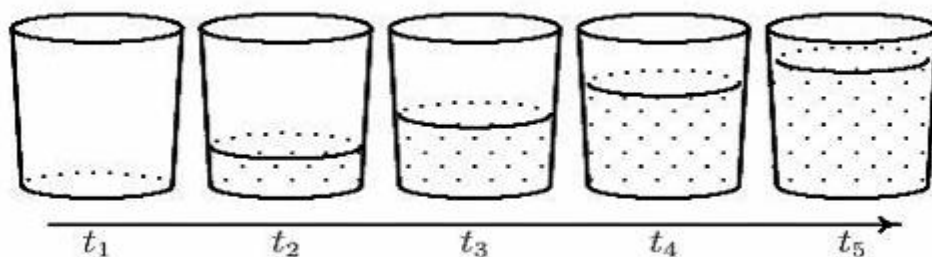
Guía n°1

“Trabajando con magnitudes”

Objetivo: Identificar y asociar el concepto de magnitud con los conceptos de variable y variación.

Instrucciones: Al resolver los problemas justifica tu respuesta.

1.- En la siguiente situación, se muestra el llenado de un balde con agua.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

c. ¿Qué magnitudes permaneces constantes?

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

e. ¿Qué valores podrían tomar las magnitudes descritas?

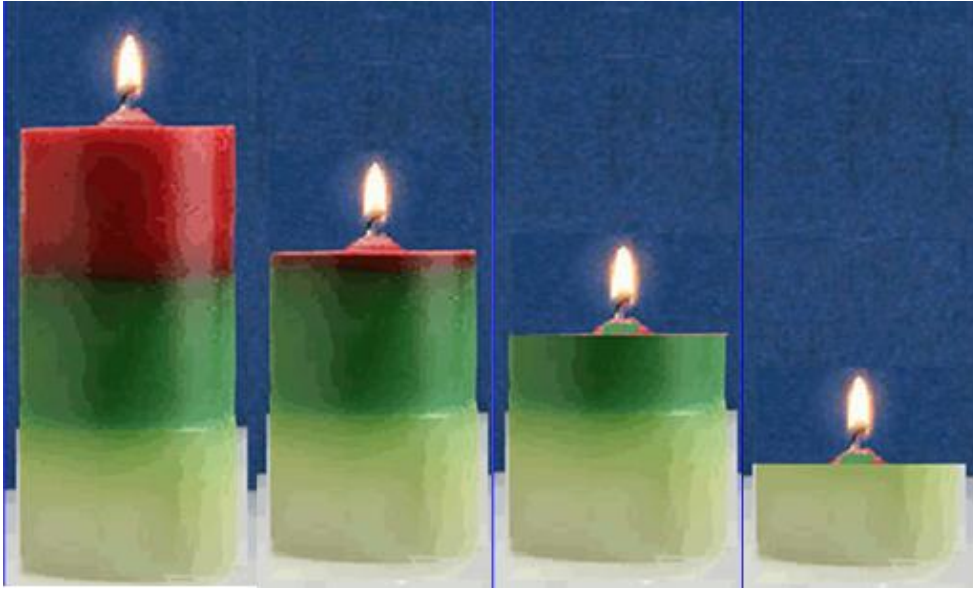
f. ¿Cuáles magnitudes varían dependiendo de otra u otras?

g. ¿Cuáles magnitudes varían independientemente?

h. De lo visto anteriormente. ¿Cuál es el valor mínimo y máximo que pueden tener estas magnitudes?

i. Si tengo dos baldes de diferentes volúmenes. ¿Qué se debe realizar para que se llenen al mismo tiempo?

2.- En la siguiente situación se muestra una vela encendida.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

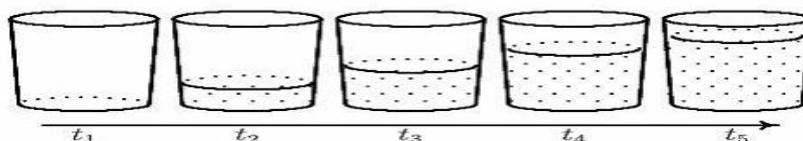
b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

c. ¿Qué magnitudes permanecen constantes?

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

4.2.3 Análisis: Actividad Didáctica N° 1

1.- En la siguiente situación, se muestra el llenado de un balde con agua.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

Conjeturas:

Gran parte de los alumnos contestaron que el tiempo y el agua (sin especificar a qué se refieren con el agua) intervienen en esta situación, otro grupo además de las magnitudes anteriores agregaron a la altura del agua dentro del balde, pero muy pocos se referirán al volumen del balde, la capacidad de éste y la rapidez de llenado.

Respuesta correcta:

Las magnitudes que intervienen en la situación del llenado del balde con agua son: el tiempo, volumen de agua en el balde, altura del nivel de agua dentro del balde, capacidad del balde, volumen del balde (capacidad total) y rapidez de llenado del balde.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

El agua, el tiempo y el tamaño del balde..... (36%)

El Tiempo y el agua que llenan los baldes..... (52%)

Balde, agua..... (8%)

El tiempo y el llenado del tarro..... (4%)

Análisis de las respuestas:

El tiempo, esta magnitud fue puesta por el 92% de los alumnos que respondieron esta pregunta lo cual está correcto. Cabe señalar que los alumnos en su mayoría ocuparon la magnitud llamada “agua”, lo cual se vuelve algo impreciso concluir si es que se referían al volumen de agua dentro del balde o a la altura de agua dentro del balde. Algo similar sucede cuando un 8% de los alumnos responden “Balde” lo cual también se vuelve impreciso o queda a la interpretación..

Además omitieron la magnitud que representa la capacidad del balde una vez que empieza el llenado con agua.

El 36% de los alumnos se acercaron de buena manera a la respuesta esperada.

De acuerdo con las conjeturas se ha observado que estas se han concretado casi en su totalidad.

b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestaran que el tiempo y el volumen de agua varían, el tiempo aumentando y el agua también. Otro grupo de alumnos agregaran que la altura del agua dentro del balde aumenta y muy pocos que la capacidad del balde disminuye.

Respuesta correcta:

Las magnitudes que varían en este caso son: el tiempo, el volumen de agua en el balde, altura del nivel de agua dentro del balde, capacidad del balde.

El tiempo, el volumen de agua en el balde y altura de agua dentro del balde aumentan y la capacidad del balde disminuye.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondieron esta pregunta.

El tiempo y el agua, que va cambiando el tiempo mientras el tarro se llenan..... (4%)

- El agua y el tiempo, cada tiempo que pasa el agua aumenta más..... (8%)
- Las dos pueden variar (tiempo y agua) agua depende del tiempo..... (8%)
- El agua y el tiempo varían, porque mientras el tiempo avanza y el agua aumenta..... (8%)
- El tiempo y el agua, ambas van aumentando..... (8%)
- Varían el tiempo y el agua. El agua sigue aumentando en el tarro y el tiempo sigue avanzando mientras se llena el tarro..... (12%)
- El agua porque sube cuando aumenta el tiempo..... (8%)
- Lo que varía es el agua. El tiempo avanza y el agua aumenta..... (4%)
- El agua. Con que el tiempo va aumentando..... (4%)
- El agua y el tiempo pueden variar..... (4%)
- Las dos varían el agua depende del tiempo..... (4%)
- El agua varia a medida que pasa el tiempo y el tiempo varia constantemente..... (4%)
- El agua varia, el tamaño del balde, el agua va variando a medida que pasa el tiempo, el tiempo también varía (Se mantiene Constantemente)..... (4%)
- El agua porque aumenta, y el balde porque se llena..... (4%)
- Los dos, que el agua depende del tiempo..... (4%)

Análisis de las respuestas:

Si bien la mayoría de los alumnos respondieron de forma correcta sobre como varían las magnitudes que nombraron (tiempo, agua), no lograron diferenciar entre el cambio del

volumen de agua con la altura del nivel de agua dentro del balde, además de omitir el cambio que sufre la capacidad del balde a medida que corre el tiempo.

En esta respuesta “El agua porque aumenta, y el balde porque se llena”, quiere decir que el balde varia por que se llena, pero no especifica si el volumen varia o la capacidad.

De acuerdo con las conjeturas se preveía que la gran mayoría contestaría que las magnitudes que varían eran el tiempo y el agua, lo cual fue así.

c. ¿Qué magnitudes permanecen constantes?

Conjeturas:

La gran mayoría contestará que el tamaño del balde permanece constante o el volumen de este y en menor medida se referirá a la rapidez del llenado o al agua que cae de la llave.

Respuesta correcta:

Las magnitudes que permanecen constantes son el volumen del balde y la rapidez de llenado del balde.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondieron esta pregunta.

- La cantidad de agua que cae de la llave para llenar los tarros. (4%)
- La que permanece constante es el agua..... (4%)
- La caída del agua al balde..... (4%)
- El caudal de agua..... (20%)
- El chorro de agua sigue constante..... (16%)
- La cantidad de agua es constante..... (12%)

El agua a medida que se llena el balde.....	(8%)
El porcentaje de agua que cae de la llave.....	(4%)
El agua que aumenta y el tiempo que pasa.....	(4%)
El tarro ya que no cambia de tamaño sino que de adentro.....	(4%)
El tarro.....	(4%)
El agua.....	(16%)

Análisis de las respuestas:

El 92% de los alumnos relacionaron el agua con una magnitud constante, también dentro de estas respuestas hay algunas que son ambiguas puesta que no se especifica que se refieren a la rapidez de llenado del balde

Solo el 8% de los alumnos se refirieron al volumen del balde como una magnitud constante, lo que es curioso que este grupo de alumnos no se refirieran a la cantidad de agua que cae de la llave, además que la mitad de estos alumnos respondió “El tarro” y se infiere que hacen referencia al volumen de este.

Pero la mayor parte de los errores se ve por el lado de la redacción más que de la interpretación de la situación.

Con respecto a las conjeturas cuando nos referimos a la rapidez de llenado obviamos que los alumnos nos podrían responder con otra manera de referirse a lo mismo como por ejemplo caudal del agua, el chorro de agua o simplemente agua, además que creímos que el tamaño del balde sería una respuesta a la cual la gran mayoría de los alumnos accedería pero como mostramos anteriormente solo el 8% de los alumnos se refirió a esta magnitud constante.

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestaron que a medida que el tiempo aumenta, el agua también aumenta, muy pocos se referirán que si aumenta el agua dentro del balde la capacidad de éste disminuye y dado un tiempo el balde se llenara completamente.

Respuesta correcta:

Como algunas magnitudes están en función de otras, de alguna manera están varían de acuerdo a la otra, ya sea directamente o inversamente proporcional. A medida que el tiempo transcurre (aumenta), la altura del nivel del agua y la cantidad de agua dentro del balde aumenta a la vez que la capacidad del balde disminuye.

Además como el volumen del balde no cambia y su capacidad disminuye con el tiempo, llegara un momento en que el balde estará completamente lleno.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

Mientras el tiempo avanza y el agua aumenta.....	(24%)
A medida que corre el tiempo se llenan los tarros.....	(4%)
El tiempo avanza y el tarro se llena.....	(4%)
Las dos aumentan, si el agua sube el tiempo también y viceversa.....	(4%)
Aumenta el agua, cambia el tiempo.....	(4%)
Van aumentando sus valores.....	(32%)
Van cambiando su proporción.....	(8%)
Siguen aumentando sin cambio alguno.....	(8%)
Ninguno ya que los dos varían.....	(12%)

Análisis de las respuestas:

El 48% de los alumnos relaciona el aumento en el tiempo con el aumento del agua en el balde.

El 8% de los alumnos que respondieron “Siguen aumentando sin cambio alguno”, y el 12% que respondieron “Ninguno, ya que los dos varían”, ellos no relacionan que una variable es dependiente de la otra, solo se refieren a que ambas aumentan.

En general según las respuestas de los alumnos, se puede apreciar en ellos que “intuyen” la noción de cambio en las magnitudes, pero con una escasa capacidad de relacionar unas con otras, o señalar la funcionalidad entre ellas. Con respecto a las conjeturas se preveía que tanto la magnitud del agua y el tiempo sería lo que más contestarían además de que ambas aumentan.

e. ¿Qué valores podrían tomar las magnitudes descritas?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestaran que los valores que pueden tomar estas magnitudes serán positivos y otros agregaran el valor del cero. Muy pocos, los valores lo definirán en un conjunto como los son los naturales.

Respuesta correcta:

Es lógico que cuando el tiempo (t) es igual a cero, la altura del nivel del agua y la cantidad de agua (volumen de agua) es igual a cero. Además en algún momento (tiempo t_0), el volumen del agua será 0.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

Solamente valores positivos y el cero..... (12%)

Valores positivos..... (24%)

Ambas magnitudes toman valores positivos..... (8%)

- Van a tomar valores positivos que parten del cero..... (4%)
- $t = 1,2,3,4,5$ y el agua $0,10,15,20$ (28%)
- El tiempo en segundos (1, 2, 3, 4) y el agua en litros (1, 2, 3, 4)..... (4%)
- El tiempo se puede tomar en segundos y el agua en litros..... (4%)
- Tiempo₁ 5s, tiempo₂ 20s | balde₁ 20 cm y balde₂ 30 cm..... (4%)
- $t_1=5s, t_2=10s$ | balde₁=10cm balde₂=20cm..... (8%)
- A cada tiempo se puede llenar el tarro con distintas porciones..... (4%)

Análisis de las respuestas:

Similar a las respuestas de la pregunta anterior, los alumnos muestran una escasa capacidad de relacionar las magnitudes, ya sea funcionalmente como variacional. Además la idea de este ítem no es la búsqueda de valores en las magnitudes, si no la búsqueda por parte de los alumnos de cambios y relaciones entre las magnitudes a medida que están varían, lo cual se muestra muy poco en las respuestas.

Lo que más contestaron era que los valores son positivos en sus distintas formas de escribirlo o de expresarlo por parte de los alumnos, como se preveía en las conjeturas realizadas en este ítem

El 48% de los alumnos se refieren a que pueden tomar valores positivos, el otro 48% de los alumnos colocaron los tiempos en segundos y la altura del balde en cm, mostrando algunos ejemplos, lo cual esta correcto y el 4% restante no respondió bien la pregunta.

f. ¿Cuáles magnitudes varían dependiendo de otra u otras?

Conjeturas:

La gran mayoría contestara que la magnitud tiempo si aumenta variara la cantidad de agua dentro del balde, y otros en menor medida se referirán a que si el agua varia, en este caso aumenta, la capacidad del balde disminuirá .

Respuesta correcta:

La altura del agua, la cantidad del agua y la capacidad del balde dependen del tiempo.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

- El agua y el tiempo dependen del balde.....(4%)
- El agua y el tiempo dependen del tamaño del balde.....(12%)
- Dependiendo del tamaño del balde varía el agua y el tiempo..... (4%)
- Dependiendo del tamaño dependerá el tiempo y el agua..... (4%)
- El agua depende del tiempo..... (24%)
- El agua..... (8%)
- El agua el tarro de llena y el tiempo pasa..... (4%)
- La variable dependiente y la independiente..... (8%)
- El agua depende del tamaño del balde..... (20%)
- El agua puede variar dependiendo del tamaño del balde..... (4%)
- El agua cae y llena los tarros y el tiempo pasa..... (4%)
- Dependiendo del tamaño del vaso dependerá el tiempo y el agua..... (4%)

Análisis de respuestas:

Se puede observar que los alumnos en sus respuestas no dejan en claro que magnitud(es) dependen de una u otras. En algunas respuestas ven el tiempo como una magnitud que depende del balde y en otras como la única magnitud independiente. Además no lograron en la mayoría de sus respuestas, poder diferenciar entre las magnitudes dependientes e independientes.

El 92% se inclinó entre sus respuestas por el agua, pero como se mencionó anteriormente muchos no dejan en claro de quien depende el agua o el agua si varía que magnitud varía también El 68% puso el tiempo, pero como con el agua no se deja muy en claro a quienes afecta cuando el tiempo varía.

De acuerdo con las conjeturas nos acercamos un poco a lo que los alumnos contestaron, pero la gran diferencia fue el que muchos no especificaron muy bien como variaban dependiendo de las otras variables.

g. ¿Cuáles magnitudes varían independientemente?

Conjeturas:

Todos los alumnos responderán el tiempo y otra gran mayoría podría referirse a la rapidez de llenado.

Respuesta correcta:

La magnitud que varía independientemente es el tiempo.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

El tiempo varía independientemente..... (24%)
El tiempo..... (56%)
El caudal..... (8%)

El tiempo y el agua porque varían por sí mismo..... (4%)

El tiempo y agua..... (4%)

Análisis de las respuestas:

El 92% de los alumnos creen que una variable independiente es el tiempo, dentro de este porcentaje el 8,7% además agregó el agua como variable independiente y solo el 8% cree que el caudal (rapidez de llenado) solamente es independiente.

En esta pregunta, la mayoría de los alumnos observaron el tiempo como la magnitud independiente respuesta que se contradicen con las observadas en la pregunta anterior, lo que se podría concluir en que el déficit se presenta a la hora de diferenciar las magnitudes según su funcionalidad.

De acuerdo con las conjeturas, en primera instancia nos acercamos muy bien con respecto al tiempo, pero fallamos con respecto a que el caudal o la rapidez de llenado o el agua también lo colocarían en gran cantidad los alumnos.

h. De lo visto anteriormente. ¿Cuál es el valor mínimo y máximo que pueden tener estas magnitudes?

Conjeturas:

La gran mayoría por no decir todos contestara que el valor mínimo es 0 en las variables tiempo y cantidad de agua dentro del balde y pocos se referirán a que la altura del agua dentro del balde será máxima cuando esta altura iguale a la del balde y la capacidad del balde será mínima cuando sea igual al volumen del balde.

Respuesta correcta:

El valor mínimo que pueden tomar algunas magnitudes es cero (tiempo, altura del agua, cantidad de agua, capacidad del balde). El valor máximo de algunas magnitudes va a depender de otras. Ya sea la altura del nivel del agua va a ser máxima cuando iguale a la altura del balde, la capacidad va a ser máxima cuando iguale al volumen del balde.

Respuestas de los alumnos: El 92% de los alumnos respondió esta pregunta.

El valor mínimo es cero.....	(8,6%)
El valor mínimo 0 y máximo hasta que se llene el balde.....	(8,6%)
El valor mínimo es 0 y el máximo depende del tamaño del balde.....	(17,3%)
Cero el mínimo e infinito.....	(13%)
Cero o mayor.....	(17,3%)
El valor mínimo es el 0 y no hay máximo.....	(4,3%)
Agua 0 y el tiempo 0 dependiendo de la altura.....	(4,3%)
El mínimo sería 0 y máximo dependiendo de la altura que tenga el balde.....	(8,6%)
El valor mínimo del tiempo puede ser cero segundos y el del agua cero litros.....	(4,3%)
Min $t = 0$, balde = 0 Max depende de la cantidad que pueda llenarse.....	(8,6%)
Que el tiempo 0 y el agua 0 es el valor que tiene.....	(4,3%)

Análisis de las respuestas:

En esta pregunta, se vuelve a poner en evidencia la baja percepción de los alumnos en cuanto a la relación que establecen las magnitudes. No se deja claro cuáles y porque tales magnitudes toman el valor igual a cero o el valor máximo. Pero como se dijo

anteriormente, la intención de este ítem no es encontrar valores a las magnitudes dependiendo de la pregunta, si no encontrar la mayoría de las relaciones posibles en cuanto a la variación que puedan presentar cada una de las magnitudes, y eso se manifiesta muy poco en las respuestas de los alumnos.

Con respecto a las conjeturas se preveía que el valor mínimo ocupado por la mayoría para esta situación sería el cero, pero con el valor máximo solo el 43,1% de los alumnos se refirieron a este valor, pero no especificando cual es, esto queda en evidencia cuando el 13% de los alumnos colocaron como máximo el infinito.

i. Si tengo dos baldes de diferentes volúmenes. ¿Qué se debe realizar para que se llenen al mismo tiempo?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestara que se debe llenar más rápido el balde grande que el balde más pequeño.

Respuesta correcta:

Si tengo dos baldes de diferente volumen, para que se llenen al mismo tiempo va a depender tanto de la rapidez de llenado del agua o del volumen de la entrada del agua. Por supuesto el balde de menor volumen debe ser llenado con mayor rapidez o con mayor volumen de entrada del agua que el balde de mayor volumen, para que así el llenado sea proporcionalmente igual.

Respuestas de los alumnos: El 84% de los alumnos respondió esta pregunta.

Darle más potencia a la llave del balde grande y menos potencia al balde chico..... (9,5%)

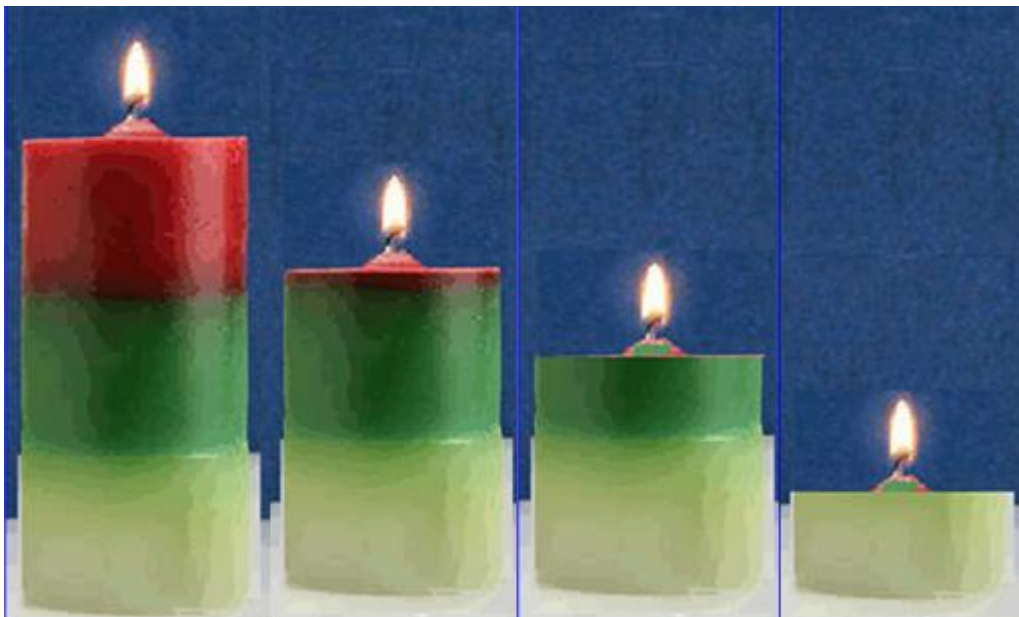
Al balde más pequeño darle más potencia de agua y al balde grande se le da menos potencia..... (9,5%)

- Aumentar o disminuir el caudal de agua..... (4,7%)
- Aumenta o disminuye la cantidad de agua..... (4,7%)
- Al más grande hay que echarle menos presión porque sale más agua y al más pequeño menos presión porque hay menos agua..... (9,5%)
- Es por el caudal del agua..... (14,2%)
- Al vaso más grande le pongo menos presión y al vaso chico le pongo menos presión. (4,7%)
- Se da distinta potencia..... (4,7%)
- Al que tiene mayor volumen llenarlo con más cantidad..... (4,7%)
- Al menor ir dándole menos agua y al mayor mas..... (4,7%)
- Que la presión de la llave en una tenga más flujo para la que tiene más volumen para así poder llenarlos al mismo tiempo..... (9,5%)
- Al que tiene mayor volumen llenarlo con más caudal del agua y al menos volumen con menos caudal.....(9,5%)
- Al balde más pequeño de le da más presión de agua y al balde más grande se le da menos presión..... (9,5%)

Análisis de respuestas:

Se observa que las respuestas de los alumnos ante la pregunta, aunque hayan sido distintas, el fondo de la explicación es lo mismo, sin embargo se omite el sentido de la proporcionalidad que se quiere destacar en esta pregunta, factor importante que contribuye al estudio de la función lineal y su variación. Pero de igual forma en su mayoría contestaron dentro de lo esperado en las conjeturas.

2.- En la siguiente situación se muestra una vela encendida.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestara que el tiempo, la llama y la altura de la vela intervienen en esta situación ya que de la pregunta anterior aprenderán de sus errores.

Respuesta correcta:

Las magnitudes que intervienen en esta situación son: el tiempo, altura de la vela y el calor que emite la llama.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

El tiempo, el tamaño de la vela, la llama..... (20%)

El tiempo y el desgaste de la vela y la llama..... (8%)

El tiempo, el tamaño de la vela y el tamaño de la llama..... (12%)

<i>cm</i> total, disminución de la vela, la llama.....	(8%)
El tiempo y el tamaño de la vela.....	(20%)
Las velas.....	(8%)
El fuego y el tiempo que se va derritiendo la vela.....	(12%)
Intervienen el fuego y el tiempo.....	(4%)
Tiempo y disminución de la vela.....	(8%)

Análisis de las respuestas:

El 48% de los alumnos respondió correctamente, nosotros creemos que este porcentaje debió ser mayor ya que antes realizaron una actividad similar pero cabe destacar que algunos no ocuparon las palabras exactas se puede inferir que lo que querían decir estaba relacionado con la respuesta esperada por nosotros, lo cual significa un bajo porcentaje a lo esperado, considerando lo importante que es para una situación variacional que el alumno identifique todas las magnitudes involucradas en dicha situación.

El 8% respondió “Las velas”, pero no se refieren a ninguna magnitud de estas.

Nuevamente el tiempo fue la magnitud que más se dieron cuenta que intervenía en esta situación con un 84% de las respuestas de los alumnos.

El 64% de los alumnos también relaciono el fuego o la llama como una magnitud lo cual está correcto.

b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestaran el tiempo, y la altura de la vela, además el tiempo aumentara y la altura disminuirá, algunos pocos alumnos colocaran la llama que disminuirá a medida que pasa el tiempo.

Respuesta correcta:

Las magnitudes que varían en este caso son: el tiempo y la altura de la vela, y varían aumentando o disminuyendo una función de la otra.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

- La vela a medida que avanza el tiempo la vela al consumirse..... (4%)
- El tamaño disminuye y el tiempo va avanzando..... (4%)
- El tiempo en que se demora en derretir la vela..... (4%)
- El tamaño de la vela. El tamaño disminuye mediante el tiempo..... (4%)
- El cm de vela, porque va disminuyendo y el fuego porque se va consumiendo..... (8%)
- La vela a medida que el tiempo corre, la vela se consume..... (12%)
- La vela porque cuando esta prendida se consume.....(8%)
- Varían el tamaño de la vela y el tiempo..... (8%)
- El tiempo, los cm de vela quemado..... (8%)
- El tiempo y tamaño. El tiempo aumenta y el tamaño disminuye.....(12%)
- Varía el tamaño de la vela derritiéndose con el fuego y el tiempo según de cuánto tarda en derretirse..... (4%)

El tiempo y a lo que se va derritiendo la vela.....(8%)

Varía el tamaño y el tiempo, mientras el tiempo aumenta el tamaño de la vela disminuye..... (16%)

Análisis de las respuestas:

La mayoría de los alumnos respondieron esta pregunta con distintos argumentos pero con el mismo fondo, que si bien no estaban tan alejados de la respuesta correcta, se omite en sus respuestas las características de funcionalidad con que se relacionan las magnitudes.

Al respecto de lo que se pudo conjeturar no estuvo muy alejado de la realidad ya que se podían guiar por la imagen.

c. ¿Qué magnitudes permanecen constantes?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestara que la llama permanece constante.

Respuesta correcta:

La magnitud que permanece constante es la llama de la vela (calor).

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

La llama..... (44%)

Si la llama es igual, esta sería constante..... (8%)

La disminución de la vela y la llama..... (4%)

Llama y disminución..... (4%)

El fuego..... (8%)

El tiempo permanece constante.....	(4%)
La vela.....	(8%)
La vela y el tiempo.....	(12%)
El tiempo.....	(8%)

Análisis de las respuestas:

Un 8 % respondió “La vela”, donde no se tiene claro que quisieron decir con esta respuesta

Un 12% respondió “La vela y el tiempo”, de aquí se destaca el tiempo, pero este no permanece constante

En esta pregunta hubo un 68% de las respuestas involucraron la llama como magnitud constante, salvo algunas excepciones, al menos se logró detectar la magnitud que para ellos demostraba ser la constante.

Se puede observar que la gran mayoría contestó que la llama o el calor era la magnitud constante lo cual se estimaba que pudiese pasar.

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestara que el tiempo aumenta la altura de la vela disminuirá.

Respuesta correcta:

Como las magnitudes tiempo y altura de la vela actúan una función de otra, ambas varían en conjunto, de manera que cuando el tiempo aumenta, la altura de la vela disminuye.

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

- La vela se consume..... (4%)
- El tamaño de la vela disminuye, aumenta a medida que pasa el tiempo..... (16%)
- Que la vela cada vez disminuye más con el fuego..... (4%)
- Mientras el tiempo avanza la vela disminuye..... (16%)
- Cambia y aumenta el tiempo..... (4%)
- Disminuye la vela y el tiempo es menor..... (8%)
- La llama sigue con su magnitud y en cambio la vela disminuye..... (4%)
- Va cambiando en tamaño..... (4%)
- Si el fuego aumenta la vela disminuye su tamaño más lentamente es decir que si una sube ambos suben y si una baja ambos bajan es decir son proporcionales..... (8%)
- Las dos van cambiando su proporción..... (8%)
- Va cambiando el tamaño y aumentando el tiempo..... (4%)
- Sigue disminuyendo el tamaño de la vela manteniendo que no se apagara el fuego... (4%)
- La vela se consume..... (4%)
- La vela disminuye..... (4%)
- La llama sigue con su magnitud y en cambio la vela disminuye..... (4%)
- Si la llama es grande la vela disminuye más rápido en menos tiempo..... (4%)

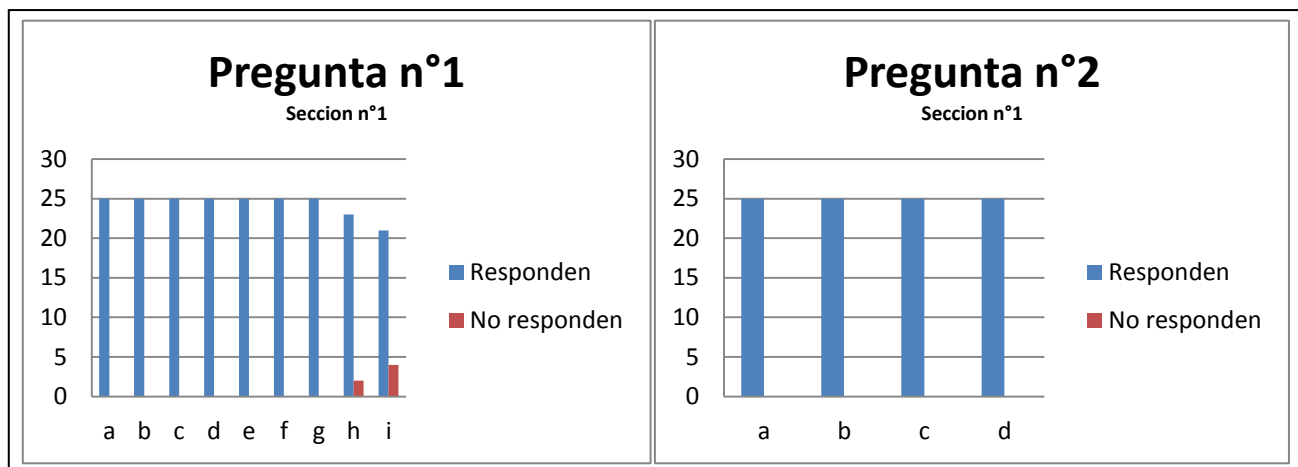
Análisis de las respuestas:

Casi siguiendo el mismo patrón de respuestas de las preguntas anteriores, los alumnos pasan por alto la noción de variación y proporcionalidad entre las magnitudes y solo ven las magnitudes como entes que actúan de forma independiente.

De igual forma en su mayoría respondieron correctamente pero con palabras distintas y esto se ajusta a lo que se preveía en nuestra conjetura.

4.2.4 Conclusión de la actividad

El objetivo de esta primera actividad didáctica era identificar y asociar el concepto de magnitud con los conceptos de variable y variación.



Gráficos. n°4 y n°5: Cantidad de alumnos que responden v/s los que no responden cada pregunta.

De acuerdo con los gráficos es evidente que el número de alumnos que se atrevieron a contestar (ya sea correctamente, medianamente correcto o incorrecto) es significativo, esto debido a que en la actividad exploratoria el porcentaje de alumnos que contesto fue muy bajo, donde ellos no tenían confianza para ni siquiera equivocarse. Por esto nos parecen buenos estos nuevos niveles de respuestas. Mejor aún la mayoría de los alumnos que no respondieron 100% correcta las preguntas, sólo les faltó completar, no fue que ellos no entendieran lo que se debía realizar.

En esta actividad se pedía la descripción e interpretación de una situación específica de variación y cambio desde un punto de vista cualitativo. La situación requiere el reconocimiento de magnitudes como propiedades de objetos o fenómenos susceptibles de ser medidos. En particular se solicitaba la identificación de las magnitudes que cambian y una descripción verbal escrita de su comportamiento. Se esperaba que los alumnos utilizaran expresiones como determinada magnitud aumenta, determinada magnitud disminuye, determinada magnitud ni aumenta ni disminuye, etc. Las cuales fueron utilizadas. Su resolución exigía que los alumnos colocaran en juego sus

concepciones sobre magnitudes que involucren proporciones (en este caso altura – tiempo) a partir de las observaciones descritas.

Pudimos observar que todos los alumnos participaron activamente en el desarrollo de ésta, por lo que se tradujo en una buena actividad, hubo variadas interacciones ente ellos y nosotros en nuestro rol de docentes, se produjeron discusiones sobre el significado de cada pregunta en términos de la situación planteada y a partir de cada interpretación conjeturaran la situación de cambio respecto al caso pedido. Con el orden que posee esta guía favoreció el crecimiento del pensamiento variacional por parte de los alumnos ya que en un amplio porcentaje pudo diferenciar las variables de las constantes.

4.3 Actividad Didáctica N° 2

4.3.1 Planificación Actividad N° 2

PLANIFICACIÓN ACTIVIDADES					
Asignatura	Matemática	Nivel		Primero Medio	
Unidad	Funciones	Sesión N°	2	Fecha	04/10/2012
Título	"Graficando funciones lineales"				
Objetivo Fundamental	<ul style="list-style-type: none"> • Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas. • Fundamentar opiniones y tomar decisiones. 				
Objetivo Transversal Fundamental	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Área de crecimiento personal y autoformación personal:</i> Cumple con normas de disciplina. • <i>Formación ética:</i> Es veraz. Expresa y defiende sus ideas con respeto. <i>Desarrollo del pensamiento:</i> Trata de enmendar sus errores. Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para resolver problemas. 				
Aprendizaje Esperado	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar representaciones de la función lineal 				
Contenido Mínimo Obligatorio	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de las distintas representaciones de la función lineal, su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa. 				
Objetivo de la clase	<ul style="list-style-type: none"> • Representar e interpretar gráficos de la función lineal. 				
Contenido Función lineal y afín			Método Activo		
Conocimientos Previos Concepto de variable Dependencia e independencia de variables Variación proporcional directa e inversa Concepto de función Dominio y recorrido de una función Representación gráfica de funciones Ecuación de primer grado con dos incógnitas			Recursos Guía n°2 Lápiz Goma		

4.3.2 Introducción de la actividad N°2

Continuando con nuestra propuesta, durante la segunda sesión la aplicación de la actividad consta de cuatro momentos: motivación, repaso, trabajo en grupos y revisión.

MOTIVACION: Maribel fue la encargada de comenzar a explicar la motivación de la actividad.

REPASO: Maribel realizo un repaso de variación proporcional directa e inversa y del concepto de función, el cual duro alrededor de 25 minutos para luego comenzar con la actividad.

TRABAJO EN GRUPO: Se procedió a la formación de tres grupos grandes de 8 alumnos cada uno, donde cada uno de nosotros nos hicimos cargo de un grupo, de esta forma se ayudaron mutuamente a resolver la guía. Lo anterior provoco desorden así que se tomó la decisión de que cada uno de los alumnos entregara la guía de forma individual. El tiempo estimado para la actividad era de 30 minutos, pero por lo ocurrido anteriormente se alargó a 45 minutos.

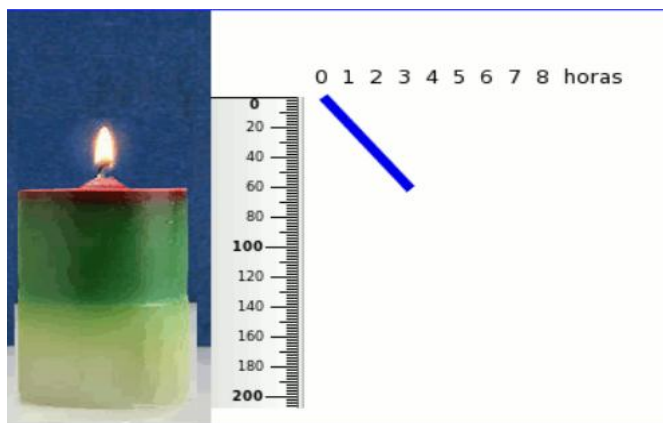
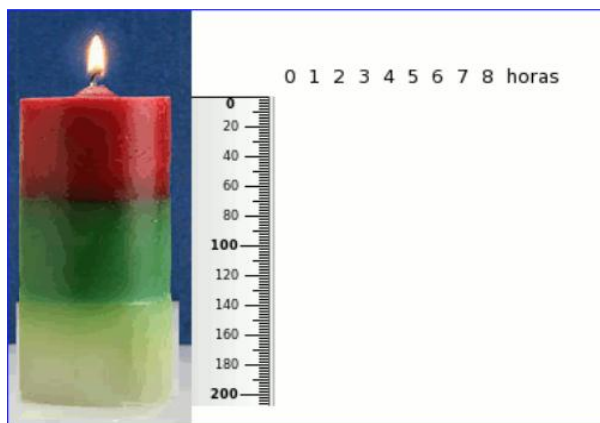
REVISIÓN: El resto del tiempo de dedico a corregir y para esto Maribel se hizo cargo de corregir en la pizarra la guía, para que los alumnos tengan la corrección en su cuaderno y los otros dos integrantes controlaban al curso.

Guía n° 2

“Graficando funciones lineales”

Objetivo: Representar e interpretar gráficos de la función lineal.

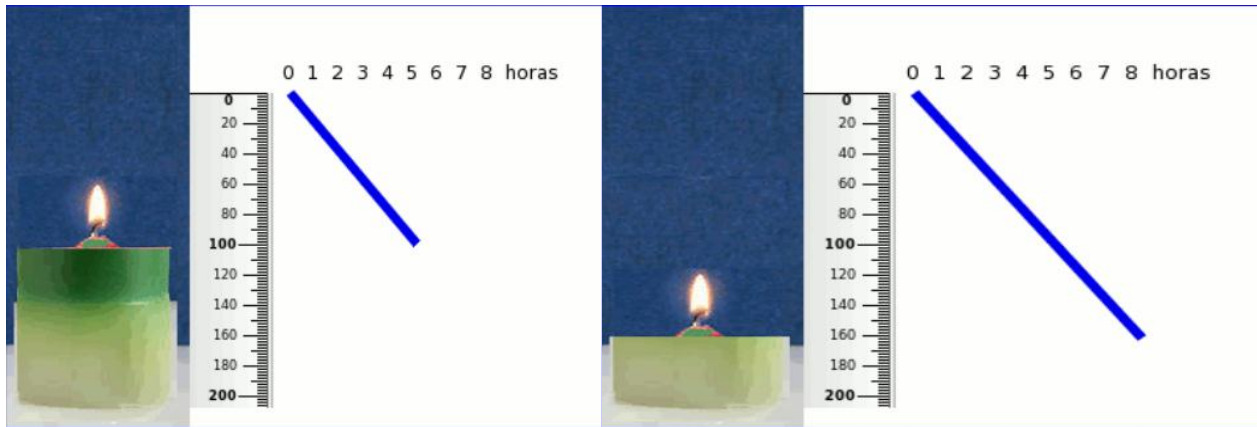
1.- Analiza la siguiente situación y responde:



a. ¿Qué variables están presentes en la situación?

b. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿la independiente?

c. ¿Cómo varían los valores de la variable dependiente a medida que los valores de la variable independiente aumentan?, ¿disminuyen?

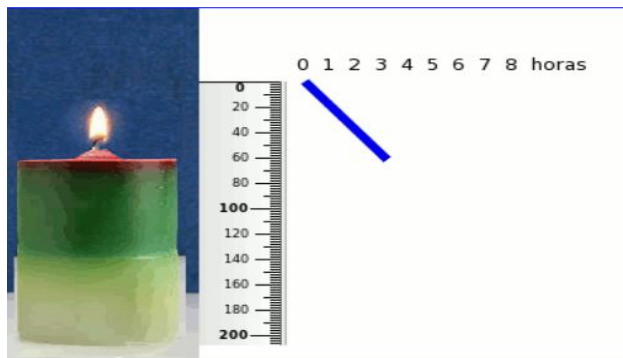
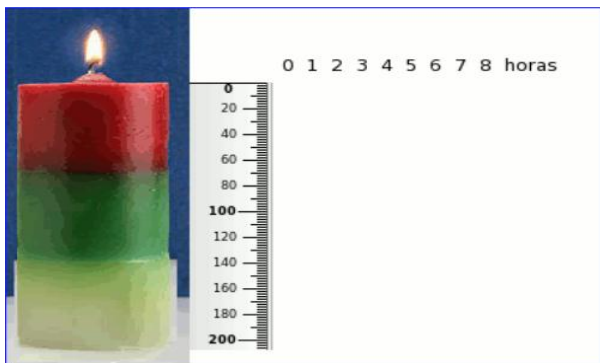


d. ¿Cuál es el rango de valores que pueden tomar las variables?

e. ¿Con que otro modelo de representación matemática puedes describir la situación planteada?

4.3.3 Análisis: Actividad Didáctica N° 2

1.- Analiza la siguiente situación y responde:



a. ¿Qué variables están presentes en la situación?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestara que el tiempo, la llama y la altura de la vela intervienen en esta situación ya que de la pregunta anterior aprenderán de sus errores.

Respuesta correcta:

Las variables que están presentes en la situación son las variables tiempo (t), altura de la vela (v) y llama de la vela (calor).

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondieron

El tiempo, la llama y el tamaño de la vela..... (24%)

La vela, el tiempo y la llama..... (8%)

Horas, cm y llama..... (8%)

El tamaño de la vela y el tiempo..... (32%)

El tiempo y el desgaste de la vela..... (12%)

Las horas y los cm de vela quemada....., (8%)

Tamaño y tiempo..... (4%)

Dependiente e independiente, tiempo y desgaste..... (4%)

Análisis de las respuestas

El 40% de los alumnos tuvieron correcta la pregunta, sin la formalidad que se requiere pero entendemos que con su forma de expresar las respuestas están de igual forma correctas.

El 60% de los alumnos respondieron medianamente correcta la pregunta debido a que no tomaron en cuenta la llama de la vela.

De acuerdo con la conjetura nos acercamos un poco a lo que contestaron los alumnos salvo que un gran porcentaje (60%) le faltó una magnitud, la llama de la vela

b. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿la independiente?

Conjeturas: Debido a la actividad anterior, la gran mayoría de los alumnos responderá correctamente esta pregunta, aseverando que la variable dependiente es el tamaño de la vela o la altura de esta y la independiente es el tiempo

Respuesta correcta:

La variable dependiente en esta situación es la variable altura (a) y la independiente es el tiempo (t).

Respuestas de los alumnos: Respondieron el 100% de los alumnos

El tamaño es dependiente y tiempo independiente..... (12%)

La dependiente es el tamaño de la vela y la independiente es el tiempo transcurrido (32%)

V independiente = tiempo, v dependiente = Tamaño de la vela..... (4%)

- Dependiente: cm de vela quemada, independiente: horas..... (8%)
- La dependiente es el tamaño ya que depende del tiempo transcurrido. Tiempo independiente..... (8%)
- La variable dependiente es el tamaño y la independiente es el tiempo..... (4%)
- Independiente disminución, dependiente tiempo..... (4%)
- Dependiente: Desgaste de la vela, independiente: tiempo..... (4%)
- Tiempo y llama independiente, vela dependiente..... (8%)
- La dependiente es la vela y la independiente es el tiempo..... (8%)
- Variable dependiente = Tamaño de la vela y el tiempo, variable independiente = la llama..... (8%)

Análisis de las respuestas:

En esta pregunta, se observa una notoria inclinación por un tipo de respuesta con el mismo fondo pero distintas expresiones. Igualmente se considera acertadas respuestas por parte de la mayoría de los alumnos.

c. ¿Cómo varían los valores de la variable dependiente a medida que los valores de la variable independiente aumentan?, ¿disminuyen?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos responderá de forma satisfactoria esta pregunta ya que se pueden guiar por las figuras que aparecen en esta pregunta

Respuesta correcta:

A medida que la variable tiempo aumenta, la variable altura disminuye debido al constante calor que produce la llama de la vela.

Respuestas de los alumnos: Respondieron el 100% de los alumnos

La dependiente su tamaño va disminuyendo a medida que el tiempo aumenta. Si..... (8%)

El tamaño va ir disminuyendo cuando el tiempo aumenta..... (4%)

Mientras el tiempo aumenta el tamaño disminuye..... (8%)

El tamaño disminuye a medida que el tiempo avanza..... (12%)

A medida que el tiempo aumenta el tamaño de la variable dependiente va disminuyendo.
(4%)

A medida que el tiempo va avanzando la vela va disminuyendo por el fuego..... (4%)

A medida que la variable independiente (tiempo) aumenta la dependiente disminuye
(12%)

Varían de la misma manera porque mientras la variable independiente aumenta, la variable dependiente disminuye..... (12%)

Disminución de la vela..... (4%)

La dependiente su tamaño..... (4%)

También aumenta..... (8%)

La dependiente es igual a su tamaño..... (4%)

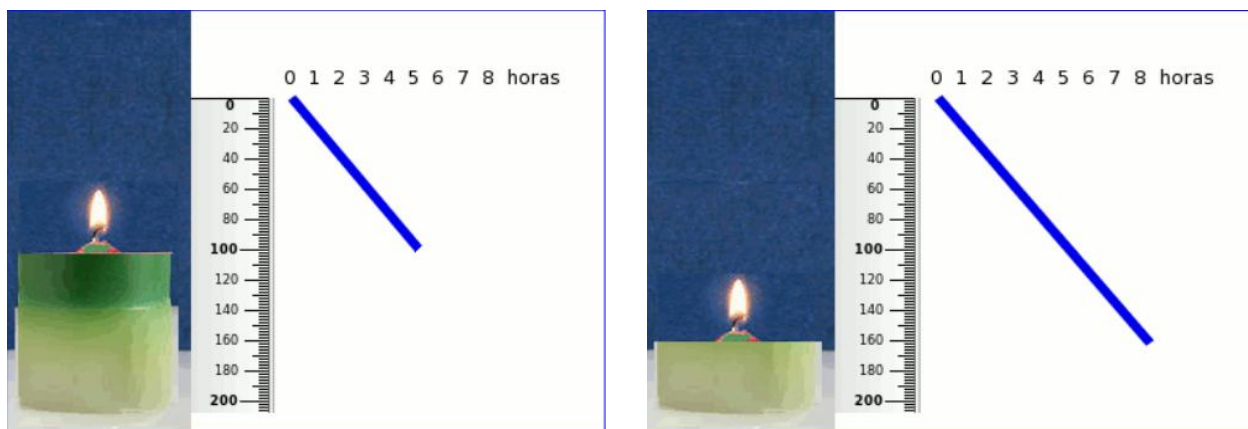
La dependiente = su tamaño..... (4%)

Van aumentando..... (4%)

Disminuyen..... (12%)

Análisis de las respuestas:

Las respuestas obtenidas por los alumnos, dejan prever que no es muy sólida la base en cuanto a relacionar las variables entre si y su variación, aunque hubo un 52% de las respuestas que demostraban alguna cercanía con el concepto de variación. El resto contestaba de una forma en donde no quedaba claro a veces a que se referían con lo cual la forma en que esperábamos las respuestas de los alumnos no se dio del todo.



d. ¿Cuál es el rango de valores que pueden tomar las variables?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos contestaran que los valores que pueden tomar estas magnitudes serán positivos, además ayudados por las figuras de esta pregunta donde aparecen los valores del tiempo y la altura de la vela.

Respuesta correcta:

Según la imagen de la situación, el rango de valores que toma la altura parte desde su tamaño original hasta su punto de termino (20 a 4 cm.), mientras que el rango de tiempo que toma la llama por consumir la vela varía desde cero a ocho horas.

Respuestas de los alumnos: Respondieron el 100% de los alumnos

Es positivo.....	(4%)
Positivas.....	(44%)
Pueden tomar valores positivos.....	(4%)
Pueden ser positivos.....	(8%)
Cero hrs. de 0 a 3 hrs. de 0 a 5 hrs. de 0 a 8 hrs.....	(4%)
Depende del tamaño de la vela.....	(16%)
Independiente positivo y dependiente negativo.....	(8%)
Pueden tomar los valores del cero al más infinito.....	(8%)
La variable independiente toma valor positivo; la variable dependiente valor negativo.	(4%)

Análisis de las respuestas:

Se puede observar que esta pregunta, deja en evidencia la confusión que tuvieron los estudiantes en cuanto a obtener un rango de valores para las variables, pero contrariamente entienden el rango como el sentido o magnitud que tomarían los valores (positivo o negativo). Luego es muy probable asumir que esta falencia se pueda repetir en otras situaciones similares.

Lo increíble que esta pregunta tiene figuras con valores numéricos y muy pocos aprovecharon esta situación donde solo el 4% de los alumnos respondió guiándose por las figuras ya que con este motivo nosotros preveíamos una gran cantidad de respuestas correctas, además del hecho que se les pidió un rango de valores pero muchos siguieron la dinámica de una pregunta que se les hizo anteriormente (Que valores podrían tomar las magnitudes descritas) y esto los llevo a no contestar debidamente.

e. ¿Con que otro modelo de representación matemática puedes describir la situación planteada?

Conjeturas:

La gran cantidad de los alumnos optaran por una representación tabular y en menor medida por una algebraica.

Respuesta correcta:

Los otros modelos matemáticos que se puede usar para representar la situación anterior es usando el lenguaje algebraico (función lineal), la representación gráfica o tabular.

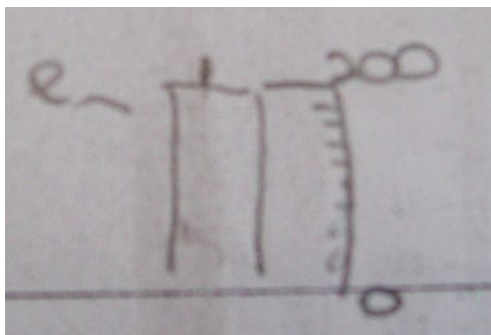
Respuestas de los alumnos: El 52% de los alumnos respondieron

Con un cuadro..... (15,3%)

Horas 20 = Cuanto disminuye la vela, Ejemplo $10 \cdot 20 = 200$ (7,3%)

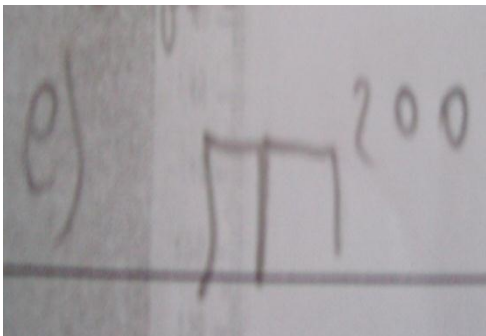
Horas X 20..... (30,7%)

Con proporcionalidad inversa..... (7,3%)



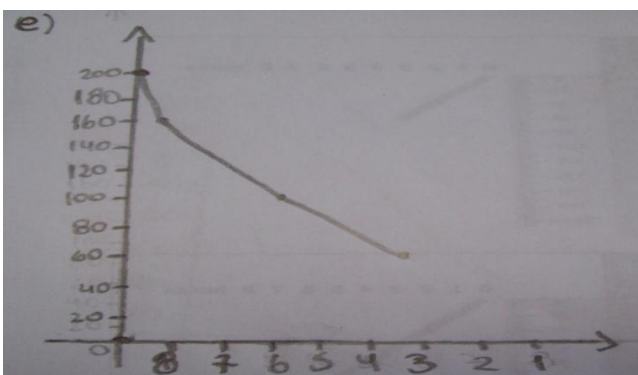
..... (15,3%)

Fotografía n°20



Fotografía n°21

.....(7,3%)



Fotografía n°22

..... (15,3%)

Análisis de las respuestas:

A pesar de que una minoría de alumnos intento esbozar un gráfico de la situación, en general las respuestas eran ideas muy vagas para el nivel que se esperaría frente a esta situación, más aun si se trata de manejar distintas representaciones a la hora de representar una situación, que es la base para la continuación del estudio del algebra y sus aplicaciones.

Con lo anterior nuestras conjeturas no se cumplen además que solo el 52% de los alumnos respondieron esta pregunta y solo un 15,3% se refirió a un “cuadro” con lo que nosotros interpretamos como una tabla de valores.

4.3.4 Conclusión de la actividad

El objetivo de esta actividad era representar e interpretar gráficos de la función lineal

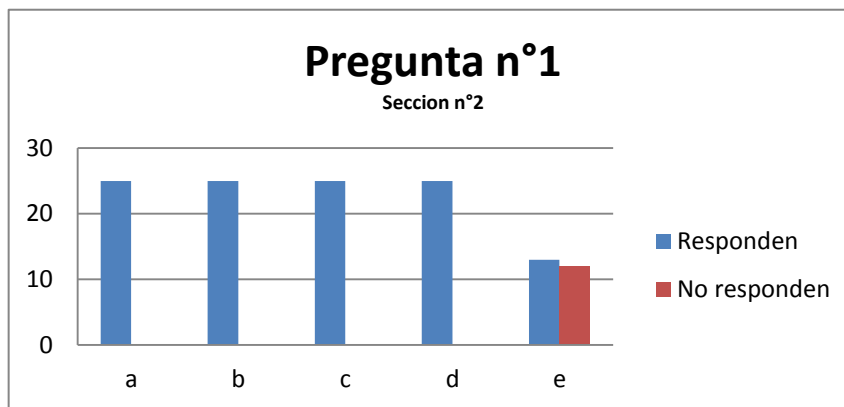


Gráfico n°6: Cantidad de alumnos que responden v/s los que no responden cada pregunta.

Al igual que en la situación de la vela anterior, con esta actividad se pretendía analizar cualitativamente situaciones de cambio a partir de una situación experimental.

Como se muestra en el gráfico la pregunta que obtuvo menos respuestas fue la e) donde queda de manifiesto el nivel 2 que ocupan los estudiantes chilenos en la prueba PISA donde hace referencia a que son capaces de *“Interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren solo inferencia directa, extraer información relevante de solo una fuente de información a la vez y hacer uso de una sola forma de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas, son capaces de razonar directamente y de hacer interpretaciones literales de los resultados”*. En general los resultados fueron prometedores ya que podían describir que valores podían tomar las variables además de identificar estas

En su mayoría los alumnos descubrieron la manera de medir la variación, reconociendo a la diferencia como la operación que permite medir los cambios debido a que en esta guía se les favoreció ya que ilustra de forma gráfica la situación a diferencia de la primera guía.

4.4 Actividad Didáctica N° 3

4.4.1 Planificación Actividad n° 3

PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD					
Asignatura	Matemática	Nivel		Primero Medio	
Unidad	Funciones	Sesión N°	3	Fecha	08/10/2012
Título	"Resolviendo problemas"				
Objetivo Fundamental		<ul style="list-style-type: none"> • Transformar expresiones algebraicas no fraccionarias, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas. • Fundamentar opiniones y tomar decisiones. 			
Objetivo Fundamental Transversal		<ul style="list-style-type: none"> • <i>Área de crecimiento personal y autoformación personal:</i> Cumple con normas de disciplina. • <i>Formación ética:</i> Es veraz. Expresa y defiende sus ideas con respeto. <i>Desarrollo del pensamiento:</i> Trata de enmendar sus errores. Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para resolver problemas. 			
Aprendizaje Esperado		<ul style="list-style-type: none"> • Analizar y cambiar de representaciones de la función lineal 			
Contenido Mínimo Obligatorio		<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de las distintas representaciones de la función lineal, su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa. 			
Objetivo de la clase		<ul style="list-style-type: none"> • Realizar conversiones de representaciones (tabular, gráfica, algebraica) de la función lineal. • Resolver problema de diversa situaciones y relacionarlas con la proporción directa. 			
Contenido Función lineal y afín			Método Activo		
Conocimientos Previos Concepto de variable Dependencia e independencia de variables Variación proporcional directa e inversa Concepto de función Dominio y recorrido de una función Representación gráfica de funciones Representación algebraica de funciones			Recursos Guía n°3 Lápiz Goma		

4.4.2 Introducción de la actividad N°3

En nuestra última sesión tuvo una duración 45 minutos y consta de tres momentos motivación, repaso y trabajo grupal.

MOTIVACION: Luis comienza explicando la motivación de la actividad y se señala el objetivo.

REPASO: Luis realiza un breve repaso sobre dominio y recorrido que dura alrededor de 10 minutos.

TRABAJO GRUPAL: Se indicó que pueden trabajar con su compañero de puesto y que no habrá intervención de los profesores, esto debido a que en las dos sesiones anteriores participamos activamente con ellos y era el momento de ver como trabajaban sin la guía del profesor. La realización de esta guía duro 30 minutos

Debido al poco tiempo que nos quedó no se pudo realizar la revisión con ellos y en esos minutos aprovechamos de despedirnos y agradecer la ayuda del curso y el profesor en nuestra tesis.

Guía n° 3

“Resolviendo problemas”

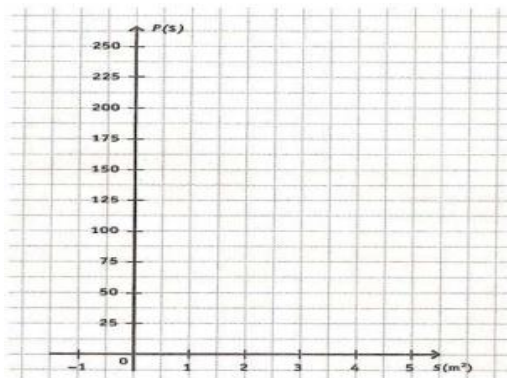
Objetivo: Realizar conversiones de representaciones (tabular, gráfica, algebraica) de la función lineal. Resolver situaciones problemáticas y relacionarlas con la proporción directa.

1. La moderna fábrica de pisos antideslizantes P&C está desarrollando un nuevo tipo de plastificado de alta resistencia para uso industrial. Este plastificado lleva un pulido especial. Los técnicos que probaron las distintas posibilidades de pulido establecieron el precio del metro cuadrado listo para transitar en función de la superficie que ocupa. El mejor sistema que han encontrado cuesta \$25 el metro cuadrado.

- a. Completa la siguiente tabla de valores:

Superficie (m^2)	Precio (\$)
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
3	

- b. Traspasen los valores al siguiente gráfico.



c. Escriba la representación algebraica que determine el precio para cada superficie.

d. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente?

e. ¿Cuál es el dominio y cuál es el conjunto imagen de la función $P(s)$ en esta situación? (Usando la gráfica)

f. ¿Cuánto cuesta plastificar un piso de 25 mts^2 ?

g. ¿Qué superficie tiene un piso cuyo plastificado cuesta \$250?

h. ¿es cierto que es directamente proporcional a la superficie del piso plastificado?
¿Por qué? ¿Qué tipo de función es?

4.4.3 Análisis: Actividad didáctica n°3

1- La moderna fábrica de pisos antideslizantes P&C está desarrollando un nuevo tipo de plastificado de alta resistencia para uso industrial. Este plastificado lleva un pulido especial. Los técnicos que probaron las distintas posibilidades de pulido establecieron el precio del metro cuadrado listo para transitar en función de la superficie que ocupa. El mejor sistema que han encontrado cuesta \$25 el metro cuadrado.

a. **Completa la siguiente tabla de valores:**

Superficie (m^2)	Precio (\$)
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
3	

Conjeturas:

Como este tipo de ejercicio se puede realizar con la intuición y obviamente con el conocimiento matemático, la gran mayoría de los alumnos lo responderán correctamente. Además de acuerdo con los resultados obtenidos en las actividades exploratorias los alumnos respondieron bien.

Respuesta correcta:

Superficie (m^2)	Precio (\$)
0,5	12,5
1	25
1,5	37,5
2	50
2,5	62,5
3	75

Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.

Superficie (m^2)	Precio (\$)
0,5	12,5
1	25
1,5	37,5
2	50
2,5	62,5
3	75

Fotografía n°23

Análisis de las respuestas:

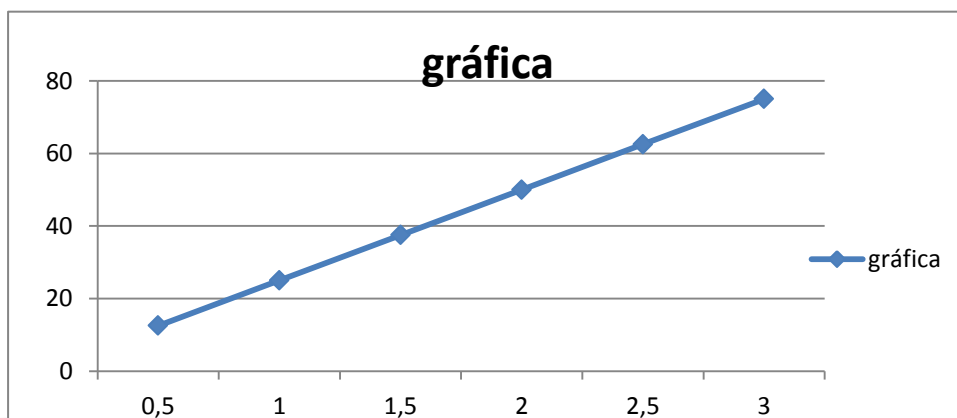
Observando la tabla de datos, se puede decir que los alumnos en gran parte apelaron a la intuición o a la práctica cotidiana para tabular, ya que este tipo de problemas es muy común dentro de la vida misma y las personas conviven constantemente con aquello y les resulta mucha más familiar un problema de este tipo, o sea, es un conocimiento que está prácticamente incorporado.

b. Traspasen los valores al siguiente gráfico.

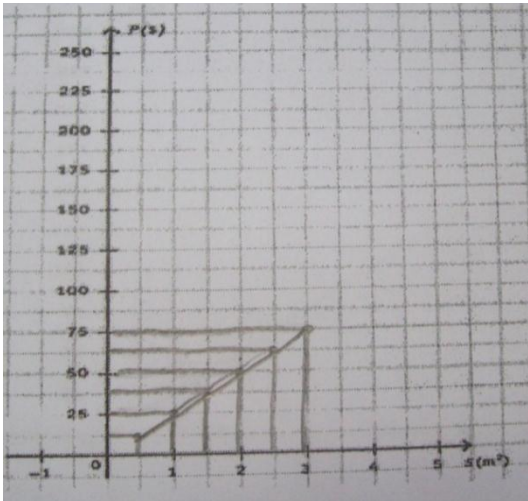
Conjetura:

De acuerdo con los resultados de las actividades exploratorias los alumnos no deberían tener problemas en ubicar los puntos en una gráfica.

Respuesta correcta:

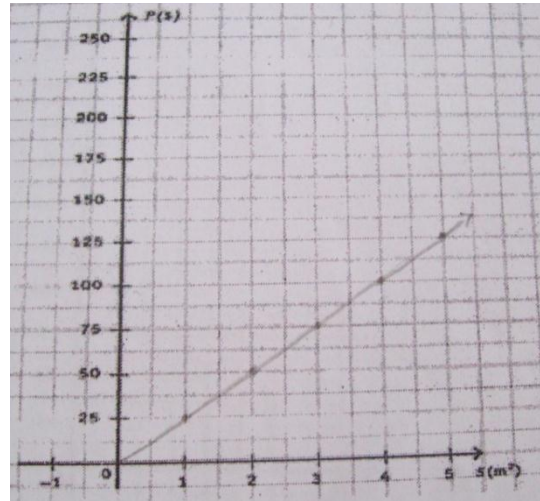


Respuestas de los alumnos: El 100% de los alumnos respondió esta pregunta.



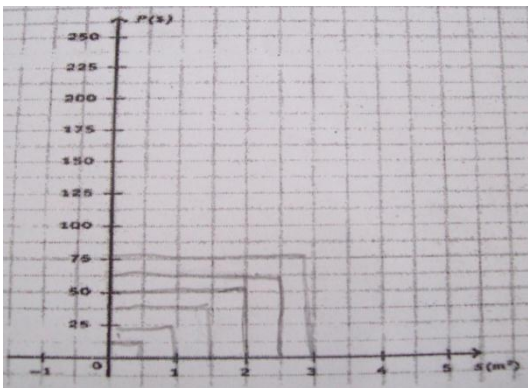
(12%)

Fotografía n°24



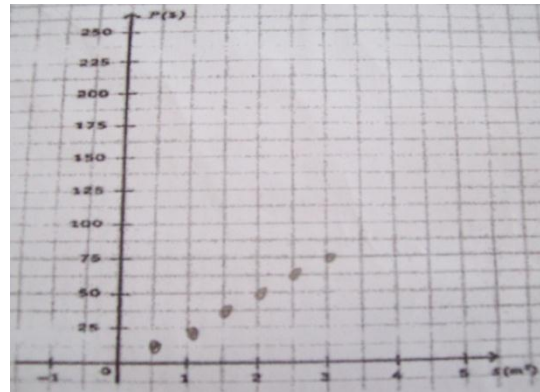
(4%)

Fotografía n°25



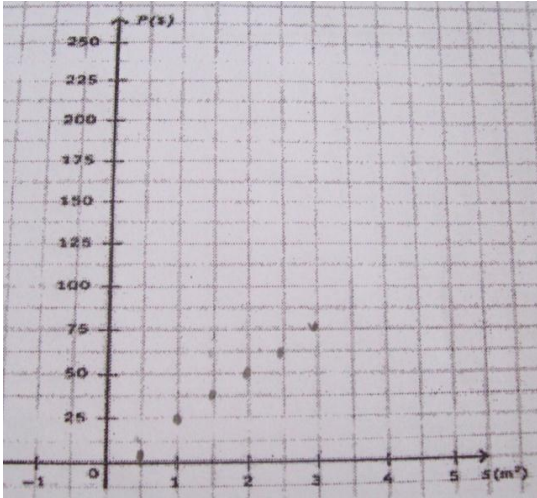
(8%)

Fotografía n°26



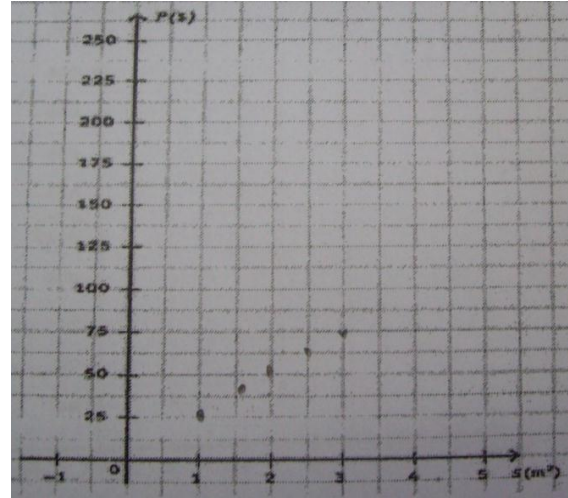
(4%)

Fotografía n°27



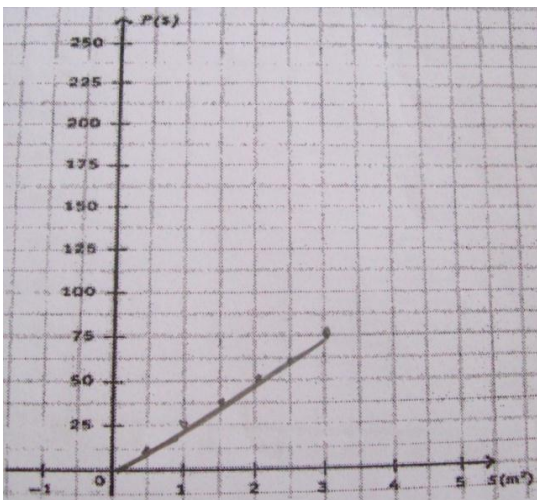
Fotografía n°28

(8%)



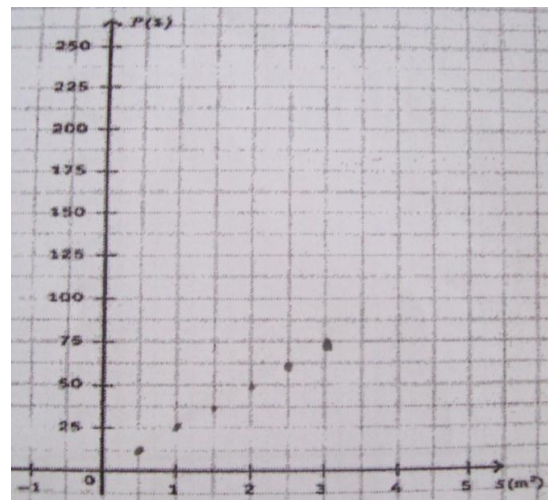
Fotografía n°29

(4%)



Fotografía n°30

(32%)



Fotografía n°31

(28%)

Análisis de las respuestas:

Si bien en algunas graficas no estaban trazadas las rectas, si estaban los marcadores que indican o grafican la situación del albañil. Estas respuestas se acercan mucho a la pregunta anterior, en la cual los alumnos ayudados por aquella respuesta, no tuvieron muchos problemas de ubicar los datos en una gráfica. La duda por parte de ellos es si debían marcar una línea por encima de los puntos y si hay que partir o no del cero.

c. Escriba la representación algebraica que determine el precio para cada superficie.

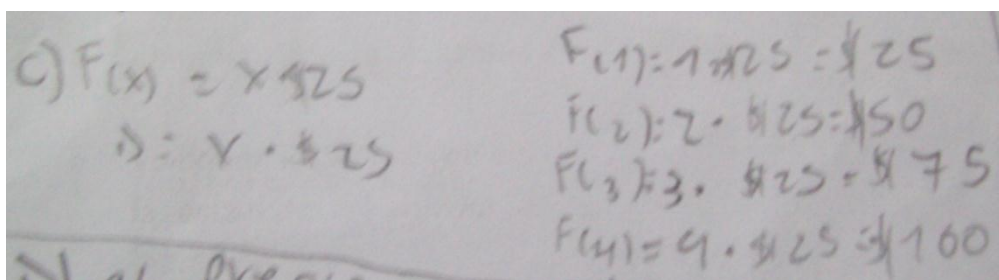
Conjeturas:

Se espera que la gran mayoría de los alumnos puedan responder de forma satisfactoria esta pregunta ya que se pueden ayudar con la tabla que se adjunta a la pregunta.

Respuesta correcta:

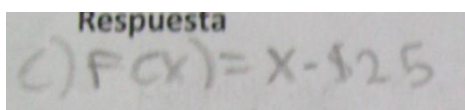
La expresión algebraica que determina el precio para cada superficie es la función $p(s) = 25 \cdot s$, donde s es la variable superficie.

Respuestas de los alumnos: El 88% de los alumnos respondió esta pregunta.



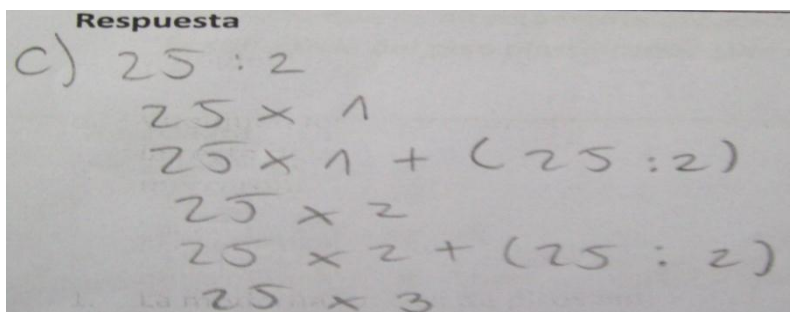
..... (22,7%)

Fotografía n°32



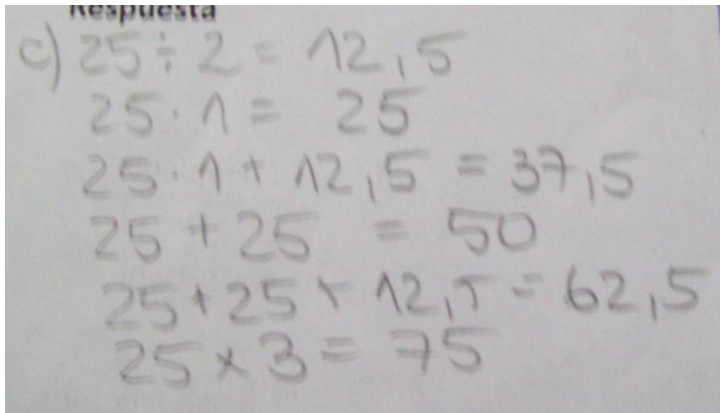
..... (31,8%)

Fotografía n°33



..... (27,3%)

Fotografía n°34



..... (18,2%)

Fotografía n°35

Análisis de las respuestas:

Si bien las respuestas están vinculadas al desarrollo del problema y especialmente a las preguntas anteriores, las últimas dos respuestas no coinciden con el propósito de la pregunta o lo que se espera de ella, ya que claramente se evidencia una confusión entre lo que es expresión algebraica (primeras dos respuestas) con el cálculo algebraico (últimas respuestas) y lo que se buscaba en esta pregunta era que el alumno definiera una expresión algebraica que represente la situación.

El 54,4% de los alumnos respondieron de forma correcta y además se preveía.

d. ¿Cuál es la variable independiente? ¿la dependiente?

Conjeturas:

De acuerdo con las preguntas de las secciones anteriores se espera que una gran cantidad de alumnos obtengan la respuesta correcta.

Respuesta correcta:

La variable dependiente es la variable precio (p) y la variable independiente es s (superficie), ya que el precio queda determinado si se conoce cuanto es la superficie a plastificar.

Respuestas de los alumnos: El 96% de los alumnos respondió esta pregunta.

Independiente = precio (\$); dependiente = superficie (m^2)..... (8,3%)

El precio total es la dependiente y la cantidad es la independiente..... (20,8%)

Independiente = cantidad m^2 ; dependiente = precio total..... (29,3%)

La independiente son los metros y la dependiente es el total.....(20,8%)

La variable independiente es la superficie y la variable dependiente es el precio... (12,5%)

Variable independiente = $m^2 = x$; variable dependiente = $\$ = y$ (8,3%)

Análisis de las respuestas:

En esta pregunta, la mayoría de las respuestas de los alumnos apuntan a la dependencia e independencia de las mismas variables salvo en algunas pero en minoría. Se puede dilucidar que la respuesta en esta pregunta estaba muy ligada a lo que respondieran tanto en la pregunta b como en la pregunta de la gráfica, lo cual queda de manifiesto en esta pregunta.

e. ¿Cuál es el dominio y cuál es el conjunto imagen de la función $P(s)$ en esta situación? (Ver grafica)

Conjeturas:

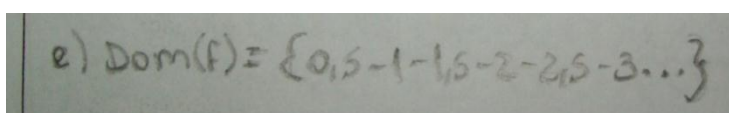
La gran mayoría de los que contesten se guiaran en la gráfica y responderán con los valores que aparecen en esta.

Respuesta correcta:

El dominio de la función según la gráfica corresponde al intervalo $\{0,1,2,\dots,n,n \in N\}$, o sea los metros cuadrados a pulir, y el recorrido corresponde al intervalo $\{0,25,50,75,\dots,25 \cdot n,n \in N\}$, el cual corresponde a la imagen de la función precio.

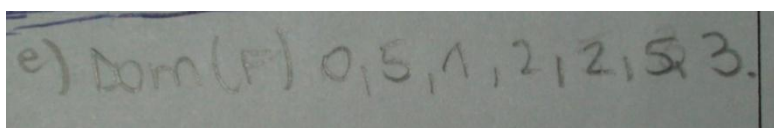
Respuestas de los alumnos: El 84% de los alumnos respondió esta pregunta

$Dom(F) = \{0,5 - 1 - 1,5 - 2 \dots\}$ (14, 4%)



..... (23, 2%)

Fotografía n°36



..... (9,6%)

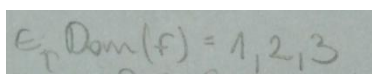
Fotografía n°37

Dominio son los m^2 , imagen = precio total, pre imagen = m^2 (4,8%)

El dominio es la superficie y la función $P(s)$ es el precio..... (4,8%)

$Dom(0, 1, 2, 3, 4, \dots)$; $Rec(12,5 - 25 - 37,5 - 50 - 62,5 - 70 \dots)$ (9,6%)

El dominio es la superficie y el recorrido es el precio..... (4,8%)



..... (24%)

Fotografía n°38

Dominio es la independiente (m^2); y la imagen la variable dependiente (Precio)..... (4,8%)

Análisis de las respuestas:

En esta pregunta, a pesar que los valores del dominio y recorrido coinciden con los de la tabla y la gráfica, la intención de esta pregunta buscaba más que los alumnos encontraran la relación que existe entre los valores, de manera actúa la funcionalidad de los valores, o sea la variación misma.

Si bien nos acercamos a lo que responderían los alumnos en su mayoría no respondió sobre los valores de las imágenes

f. ¿Cuánto cuesta plastificar un piso de 25 mts²?

Conjeturas:

La gran mayoría de los alumnos que responderán se guiaran en solo reemplazar en la función ya encontrada y el resto que no encontró la función que representa la situación del problema podrá realizar sumas sucesivas para encontrar el valor o solo multiplicando 25 por 25 a pesar de no haber identificado la función que solo generaliza este proceso.

Respuesta correcta:

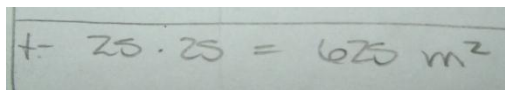
Evaluando los 25mts² en la función precio, el plastificado cuesta \$625.

Respuestas de los alumnos: El 88% de los alumnos respondió esta pregunta.

$\$25 \cdot \$25m^2 = \$625$ (13,6%)

$\$25 \cdot \$25m^2 = \$625 = \15.625 (9,1%)

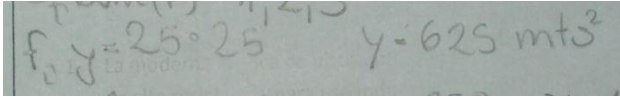
$25 \cdot 25 = 625$ (27,3%)



Fotografía n°39

$\$625$ (9,1%)

Es 625..... (9,1%)



Fotografía n°40

..... (9,1%)

\$625 cuesta plastificar un piso de 25 m² (9,1%)

Análisis de las respuestas:

Se puede observar que las respuestas de los alumnos en esta pregunta se basó ya sea en el uso de la función peso o simplemente a la intuición que es tan común y presente a la hora de resolver problemas.

g. ¿Qué superficie tiene un piso cuyo plastificado cuesta \$250?

Conjeturas:

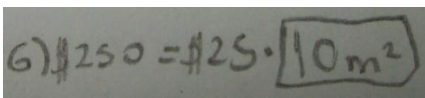
De los alumnos que encontraron la expresión algebraica de esta situación reemplazaran 250 en p(s) y luego despejaron s, los que no encontraron la expresión algebraica podrán realizar una división para encontrar la solución o multiplicar para encontrar la solución.

Respuesta correcta:

Basta volver a ocupar la función precio y reemplazar la variable p(s) por 250 y luego despejar la variable s, por lo tanto la superficie cuyo plastificado cuesta \$250 es de 10mts².

Respuestas de los alumnos: El 92% de los alumnos respondió esta pregunta.

25 · 10, 10m²..... (12,9%)



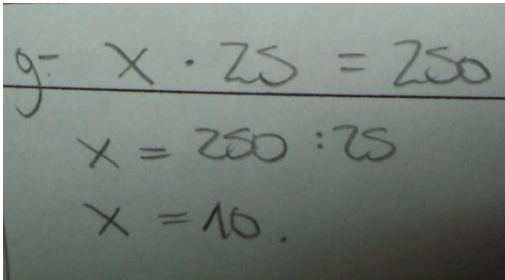
Fotografía n°41

..... (4,3%)

10m²..... (47,7%)

250:25 = 10m²..... (8,6%)

10 mts² = tiene cuya piso plastificado que cueste \$250..... (4,3%)



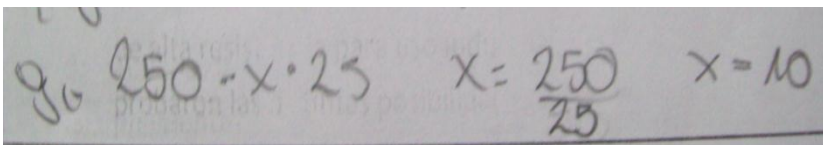
Handwritten algebraic solution for x:

$$g: \quad x \cdot 25 = 250$$

$$x = 250 : 25$$
$$x = 10.$$

Fotografía n°42

..... (17,4%)



Handwritten algebraic solution for x:

$$g_0 \quad 250 - x \cdot 25 \quad x = \frac{250}{25} \quad x = 10$$

Fotografía n°43

..... (4,3%)

Análisis de las respuestas:

En esta pregunta, los alumnos ocuparon la expresión algebraica para obtener la respuesta, contrariamente a las pregunta c en donde algunos estudiantes desarrollaban el cálculo algebraico para llegar a la respuesta. Igualmente el desarrollo no deja mucha conclusión al análisis del aspecto variacional de la función.

h. ¿es cierto que es directamente proporcional a la superficie del piso plastificado? ¿Por qué? ¿Qué tipo de función es?

Conjeturas:

De acuerdo a los cursos anteriores ellos en este nivel ya saben lo que es una relación directamente proporcional y cuando se enseña la función lineal se muestra que esta función representa una relación directamente proporcional, es por este motivo que la gran mayoría debería contestar que si es una relación directamente proporcional, además que

es una función lineal. Luego el porqué de esto puede que se equivoquen en la explicación.

Respuesta correcta:

Sí, es directamente proporcional a la superficie del suelo ya que si aumenta esta última, también aumentara el precio, o sea, si una variable aumenta(o disminuye) la otra también lo hará. La función es lineal.

Respuesta de los alumnos: El 56% de los alumnos respondió esta pregunta.

Sí, porque si una sube las dos suben representa una función lineal..... (21,4%)

Si es directamente proporcional porque cambian de forma creciente..... (14,3%)

No, porque no es directamente proporcional, p(s) es lineal..... (21,4%)

Sí, porque los metros son proporcionales al precio, lineal..... (21,4%)

Si porque si una es constante sube la otra también y por eso son proporcionales directamente si una sube ambas suben y si una baja ambas bajan..... (7,2%)

Sí, porque depende de cuantos m² quiera uno..... (7,2%)

Si, lineal..... (7,2%)

Análisis de las respuestas:

Esta pregunta lo positivo que deja es que los alumnos en su redacción dan un indicio de noción del aumento o más bien un cambio en las variables, ya sea se refieren a que “ambas suben o ambas bajan” o “porque las dos sube”. Pero en algunas respuestas se evidencia la confusión de directamente proporcional con un aumento creciente de las variables dejando a pensar de qué manera se referirían a una situación que es directamente proporcional o un comportamiento decreciente en las variables. En cuanto a

que tipo de funciones los que contestaron esta parte lo hicieron de manera correcta que es alrededor del 71,4%.

El 78,6% de los alumnos respondió de acorde a lo conjeturado.

4.4.4 Conclusión de la actividad

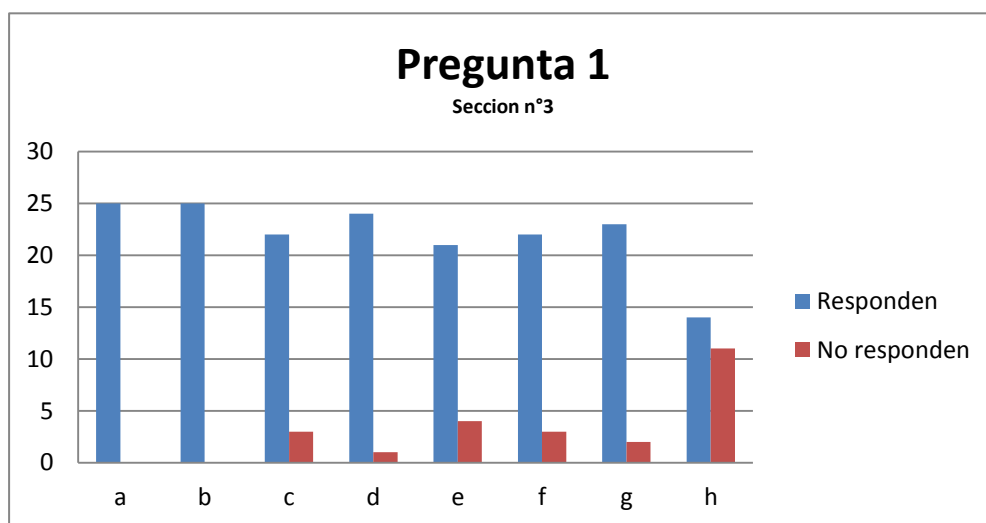


Gráfico n°7: Cantidad de alumnos que responden v/s los que no responden cada pregunta.

En esta actividad se presenta un enunciado cuyo primer objetivo es representar una función en forma numérica a través de una tabla de valores, para luego solicitar la identificación de las variables involucradas y la descripción del cambio global de la magnitud dependiente en términos de la independiente.

Con respecto a los registros, la resolución exigía la interpretación de las tablas o gráficos para obtener datos sobre el valor numérico de las funciones y así poder calcular los cambios, por lo que el alumno debía elaborar la formación del registro, luego realizar la transformación y además la conversión de registros, lo que exige relacionar las diferentes representaciones. Pudimos observar que, si bien desarrollaron la guía, no todos lograron realizarla al 100% en comparación a las dos guías anteriores donde hubo menos respuestas sin responder, como se evidencia en el grafico las respuestas de los alumnos bajaron ya que existían un nivel de exigencia superior.

Lo mejor realizado de la guía fue el completar la tabla ya que esto es más familiar para ellos.

Los alumnos descubrieran la manera de medir la variación, reconociendo a la diferencia como la operación que permite medir los cambios.

4.5 Consideraciones y observaciones sobre las actividades

Creemos que el análisis del comportamiento de funciones a través de un enunciado o situaciones experimentales es uno de los principales rasgos que caracteriza al pensamiento variacional. Es por eso que pensamos que los alumnos se pueden familiarizar con este tipo de pensamiento superando el concepto de función como correspondencia entre dos valores que actúan de forma independiente entre sí como pares ordenados y a través de una aplicación casi mecánica, para dar paso a una situación más cambiante.

Sabiendo que el significado y el sentido de la variación se establecen a partir de situaciones problemáticas cuyos escenarios son los referidos a fenómenos de variación y cambio, es que quisimos desarrollar un acercamiento didáctico de esta secuencia el cual favorecerá la construcción de significados, tanto de los conceptos como de los procesos que tenga el alumno, basados siempre en ideas variacionales.

Por lo tanto, la propuesta básica es, para el nivel o cursos que correspondan, el desarrollo de los contenidos del currículo relacionados con las magnitudes, variables y funciones desde un aspecto variacional, considerando al estudio de la variación como una especie de columna vertebral el cual luego se desprende el contenido temático.

Por último como lo indican Cantoral y Farfán (2000) este proceso consta de periodos prolongados en relación a los tiempos didácticos habituales. Pero estamos convencidos de que si las ideas asociadas al cambio están enfocadas desde el inicio de la formación desde los primeros niveles, los alumnos llegaran de mejor manera a afrontar la matemática de nivel superior y el universo que los espera.

Capítulo V

ACTIVIDADES PROPUESTAS

5.1 Actividad Usando GeoGebra

5.1.1 Planificación Actividad Usando GeoGebra

PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD USANDO GEOGEBRA					
Asignatura	Matemática	Nivel		Primero Medio	
Unidad	Algebra	Sesión N°		Fecha	
Objetivo Fundamental	<ul style="list-style-type: none"> • Transformar expresiones algebraicas no, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas. • Reconocer funciones en diversos contextos, identificar sus elementos y representar diversas situaciones a través de ellas. 				
Objetivo Fundamental Transversal	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Área de crecimiento personal y autoformación personal:</i> Cumple con normas de disciplina. • <i>Formación ética:</i> Es veraz. Expresa y defiende sus ideas con respeto. • <i>Desarrollo del pensamiento:</i> Trata de enmendar sus errores. Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para resolver problemas. 				
Aprendizaje Esperado	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín, reconociendo los tipos de magnitudes y variables en juego, además de construir situaciones en donde aplique lo aprendido. 				
Contenido Mínimo Obligatorio	<ul style="list-style-type: none"> • Análisis de las distintas representaciones de la función lineal, su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa. 				
Objetivo de la secuencia	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar el pensamiento variacional usando las diversas representaciones de la función lineal y afín a través del GeoGebra. 				
Título del Contenido Función lineal y afín		Método Expositivo - Activo			
Conocimientos Previos Concepto de variable Dependencia e independencia de variables Variación proporcional directa e inversa Concepto de función Dominio y recorrido de una función Representación gráfica de funciones Ecuación de primer grado con dos incógnitas		Recursos. Lápiz Goma Guía de trabajo Proyector GeoGebra			

Trabajando con geogebra



Objetivo: Desarrollar el pensamiento variacional usando las diversas representaciones de la función lineal y afín a través del GeoGebra.

Situación 1.- Una familia de 4 personas llegó al aeropuerto. Para viajar a su hotel ubicado entre los bosques de Transilvania, tomaron un taxi, el cual cobra 2 mil pesos por el solo hecho de que puedan viajar en él y 500 pesos por cada kilómetro recorrido.

a) ¿Qué variables identificas en esta situación?

b) ¿Existe alguna constante?

c) ¿Qué variables son dependientes?

d) ¿Qué variables son independientes?

e) Realiza una tabla de valores apoyándote en la figura mostrada

f) Que otra representación matemática le puedes dar a esta situación.

g) Si el auto recorre 18 kilómetros. ¿Cuánto pagarán?

h) Cuando gastan 12 mil pesos. ¿Cuántos kilómetros recorrieron?

Situación 2.- Juan compro una planta, pero esta planta era carnívora, de igual forma él decidió cuidarla por un tiempo. Al llegar a los 7 meses él tuvo una complicación con esta planta para saber que le paso mira la animación.

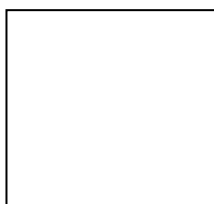
a) ¿Qué variables identificas en esta situación?

b) ¿Existe alguna constante?

c) ¿Qué variables son dependientes

d) ¿Qué variables son independientes?

e) Realiza una tabla de valores apoyándote en la figura mostrada en el GeoGebra?



f) ¿Qué otra representación matemática le puedes dar a esta situación?

g) Si la planta tiene 5 meses con Juan. ¿Cuánto medirá la planta?

h) Si la planta mide 10 metros. ¿Cuántos mese tendrá esta planta con Juan?

Situación 3.- Teniendo en cuenta la tabla adjunta de valores, planteen una situación que se ajuste a los datos.

	1	1,5	2	2,5	3	3,5
	30	60	90	120	150	180

a) Determinen su representación gráfica cartesiana.

b) Analiza el comportamiento de la variación de una magnitud en relación a la otra.

c) Establezcan la relación entre datos de la tabla y puntos cartesianos.

d) Enuncien verbalmente el comportamiento proporcional de las magnitudes y determinen una expresión que permita calcular cualquier punto.

e) ¿Qué función representa afín o lineal? ¿Por qué?

Situación 4.- Según la gráfica plantee una situación que crea conveniente se ajuste a los datos indicados. En el eje horizontal los valores marcados van de diez en diez y en el eje vertical de 5 en 5.



a) Identifique el comportamiento de los valores en el eje X y los valores en el eje Y.

b) ¿Qué significado tiene el punto de corte en el eje Y para la situación que ha planteado?

c) ¿Se puede afirmar que la relación que está representada gráficamente es lineal? ¿Por qué?

5.1.2 Implementación: Actividad Usando GeoGebra

El objetivo de la actividad propuesta es desarrollar el pensamiento variacional usando las diversas representaciones de la función lineal y afín usando GeoGebra. Se realizó la validación de esta actividad propuesta a través de su aplicación a un segundo año medio, del colegio San Ignacio de la Salle. La aplicación consta de tres momentos, Motivación, Repaso de función lineal afín, Trabajo en grupo.

MOTIVACIÓN: Luis comenzó la clase explicando la motivación de la actividad

REPASO: Se realizó un breve repaso de las funciones lineal y afín, que tuvo una duración aproximada de 5 minutos,

TRABAJO EN GRUPOS: Se procedió a la formación de grupos por afinidad sin que el profesor intervenga, quedando cinco grupos de 4 estudiantes y dos de 5. El curso lo conforman 30 alumnos.

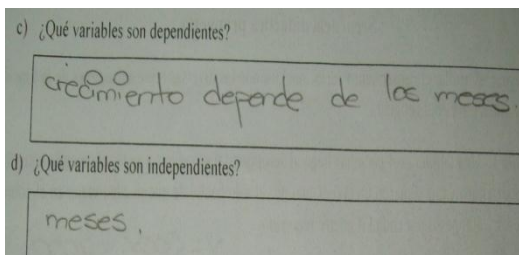
La participación de los estudiantes fue de forma activa al realizar la animación correspondiente con la situación 1, se aclararon dudas de los alumnos con respecto a la guía. Se explica la forma de trabajar cuando se presenta la animación de tal forma que en la segunda animación no sea necesario que el profesor intervenga. Al terminar los grupos la situación 1, se muestra la animación de la situación 2 en donde ellos trabajaron con sus compañeros de grupo al igual que en el resto de la guía.

De acuerdo a lo realizado por los alumnos nos parece importante compartir las siguientes evidencias ya que es un aporte el ocupar este tipo de software, donde pueden ver una gráfica más detallada y novedosa, y además se puede ambientar el plano cartesiano de acorde a la situación planteada.

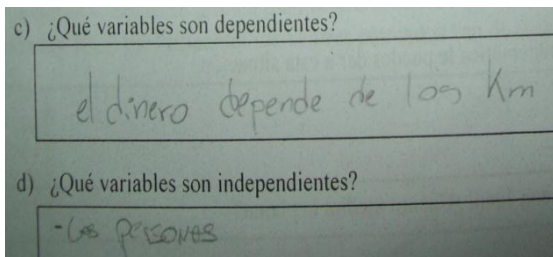
Evidencias

Análisis de las respuestas

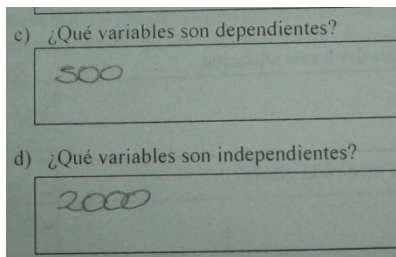
Fotografía n°44



Fotografía n°45



Fotografía n°46



Con respecto a identificar variables y si existe alguna constante en las situaciones 1 y 2, la gran mayoría de los alumnos respondieron de forma correcta ya que la animación muestra las variables que estaban en juego.

Cuando se pregunta por las variables dependientes e independientes en las situaciones 1 y 2 no tuvieron grandes problemas en poder identificar las variables dependientes e independientes sobre todo en la situación 2 y un error común en la situación 1 fue el siguiente donde confundieron las variables con lo que debían de pagar.

Evidencias

Respuesta de los alumnos

Fotografía n° 47

Realiza una tabla de valores apoyándote en la figura mostrada en el Geogebra? n

x	y
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

$x = 10$ mbar $x = 45$

$y =$ lo que cuesta la planta en [5]

Cuando se pide realizar una tabla de valores, todos los grupos en ambas situaciones la realizaron correctamente ya que se podía visualizar de mejor manera observando la animación de GeoGebra y así poder asimilar de mejor forma los cambios de representación.

Evidencias

Análisis de las respuestas

Fotografía n° 48

$$x = y$$

Fotografía n° 49

$$y = 500x + 2000$$

En la pregunta que se pide otra representación matemática para las situaciones 1 y 2 en su mayoría los alumnos nos mostraron las expresiones algebraicas de las funciones, pero tenían presente que el gráfico y la tabla de valores también eran otras maneras de expresar una función.

Evidencias

Análisis de las respuestas

Fotografía n°50

ajuste a los datos.

	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Velocidad tiempo	30	60	90	120	150	180

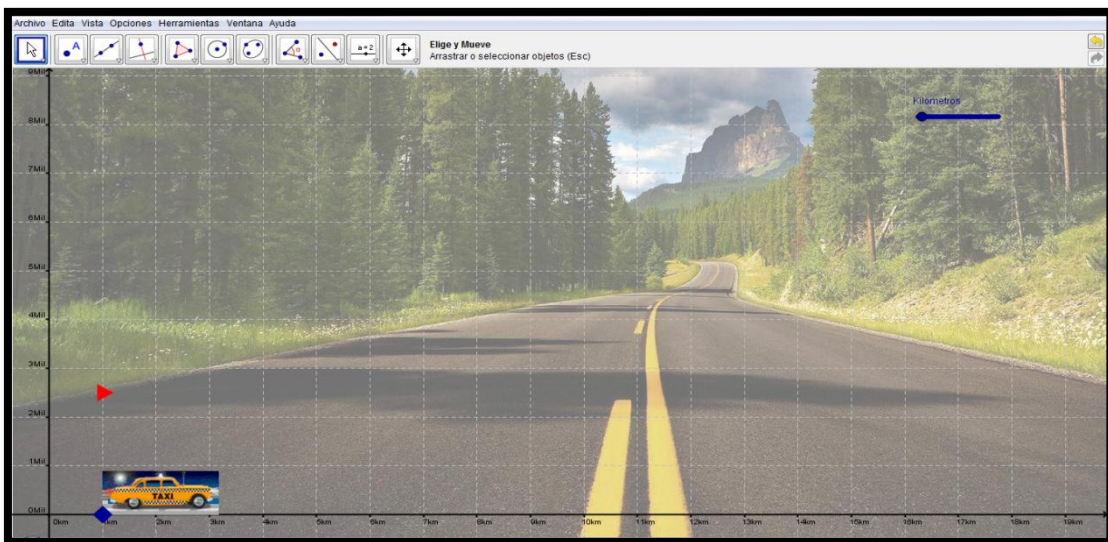
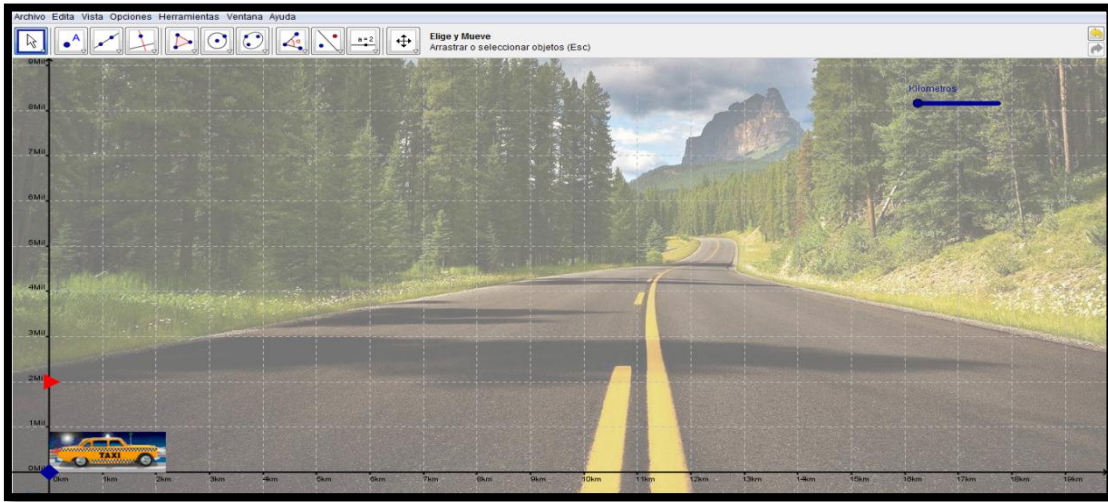
Fotografía n°51

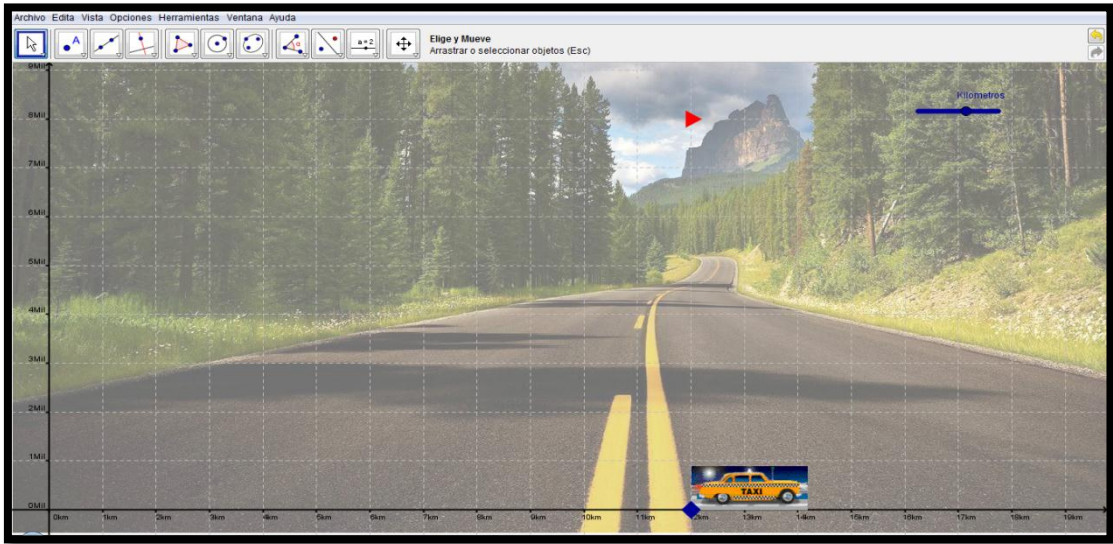
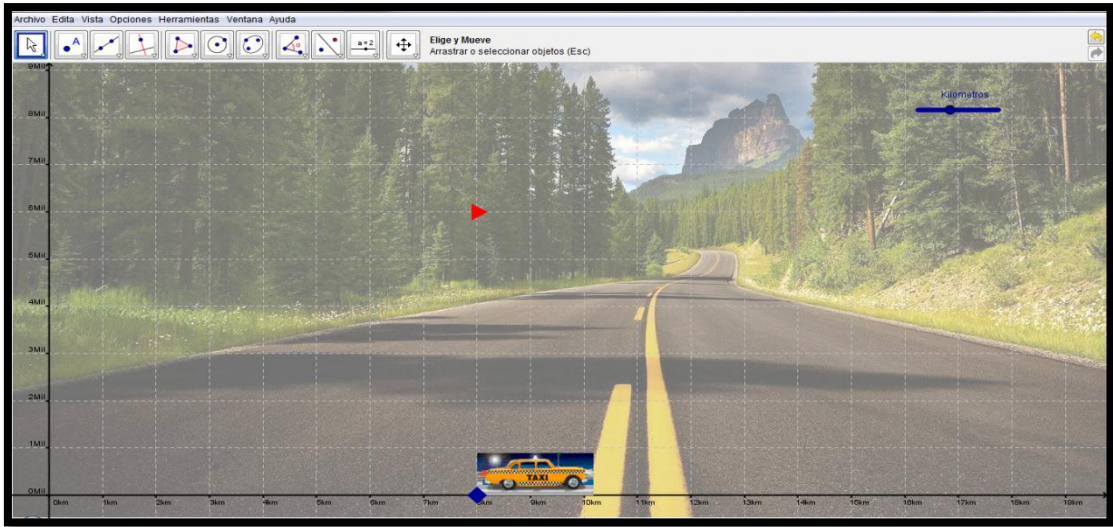
Años.	1	1,5	2
Población	30	60	90

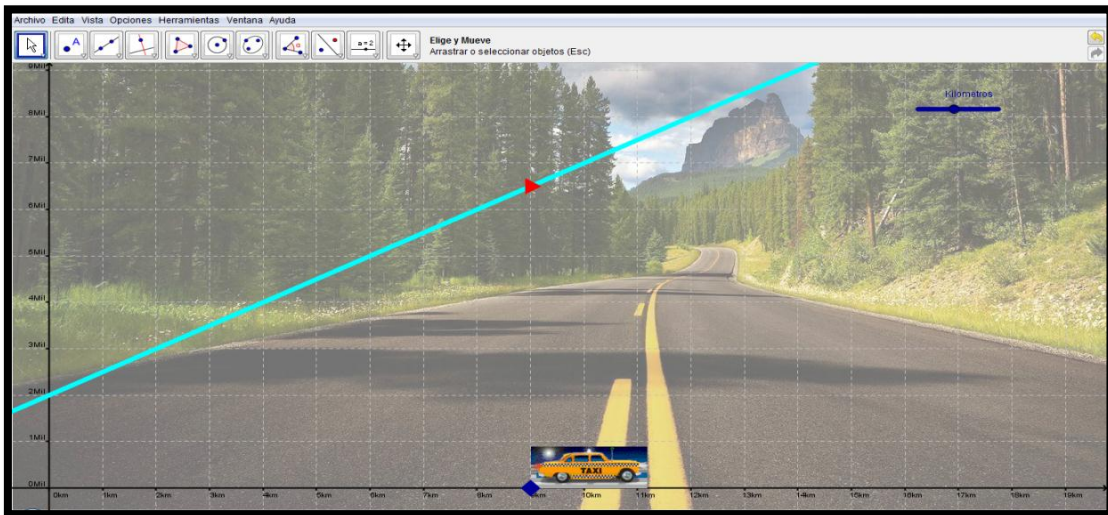
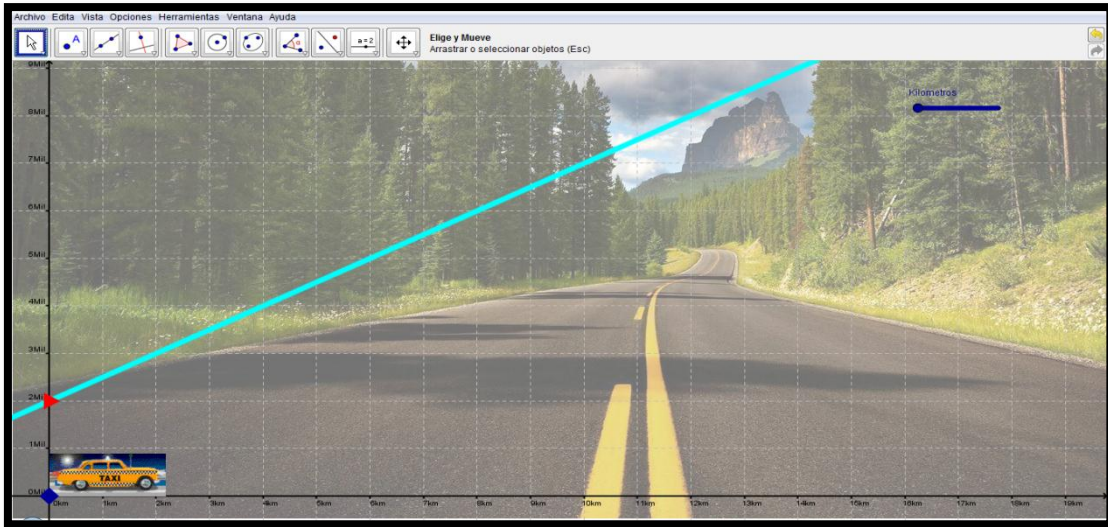
Entre las respuestas lo que más se repitió fue designar simplemente con x e y a los valores sin ninguna explicación de que situación, hacen referencia, salvo las excepciones de las imágenes que se muestran donde se intentó crear una situación o un problema asociado a los valores dados, pero solo se limitaron a nombrar las variables ya que no describieron la situación de porque aparecen esos nombres, sólo en una donde dice bicicleta y uno asume que es una relación similar a la mostrada en la situación 1 de la guía.


A continuación mostraremos las animaciones en GeoGebra para que los alumnos contesten la situación 1 y 2

Situación 1.- Una familia de 4 personas llegó al aeropuerto. Para viajar a su hotel ubicado entre los bosques de Transilvania tomaron un taxi el cual por el solo hecho de que puedan viajar en él cobra 2 mil pesos y 500 pesos por cada kilómetro recorrido.

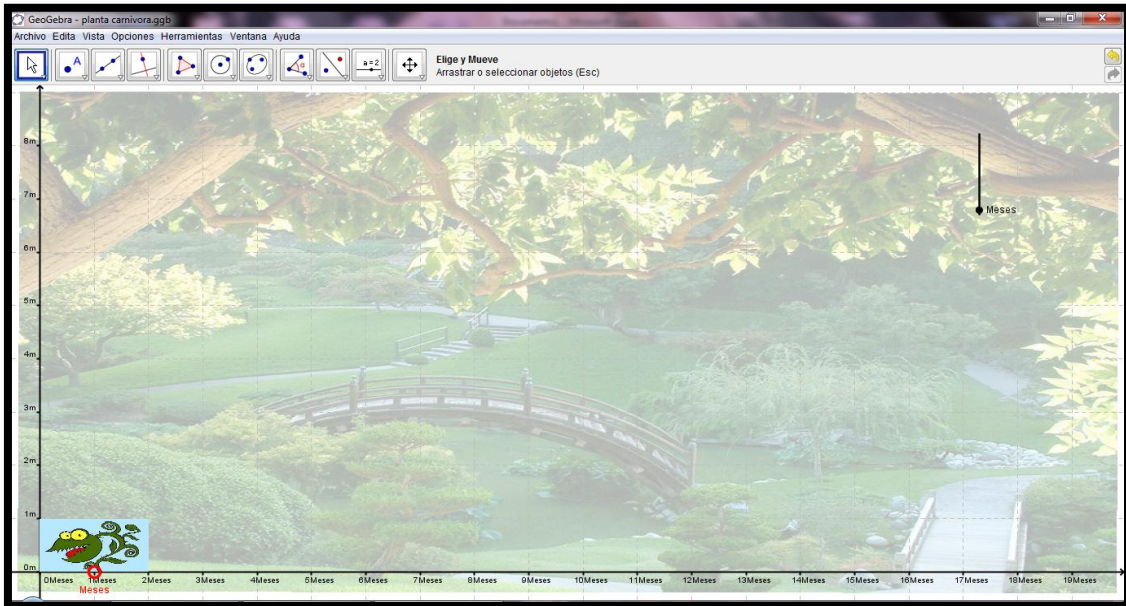
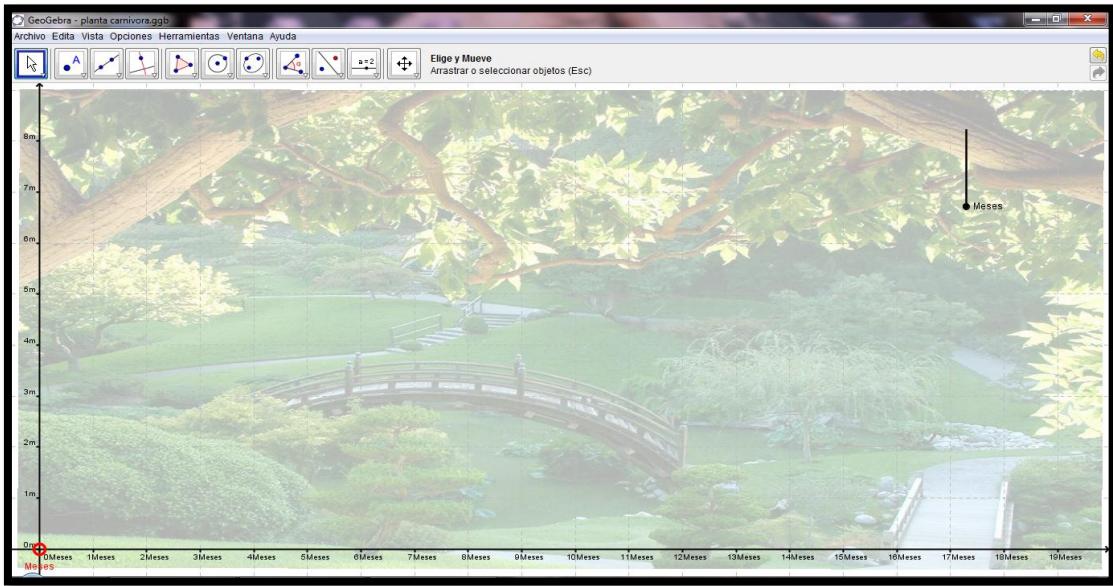


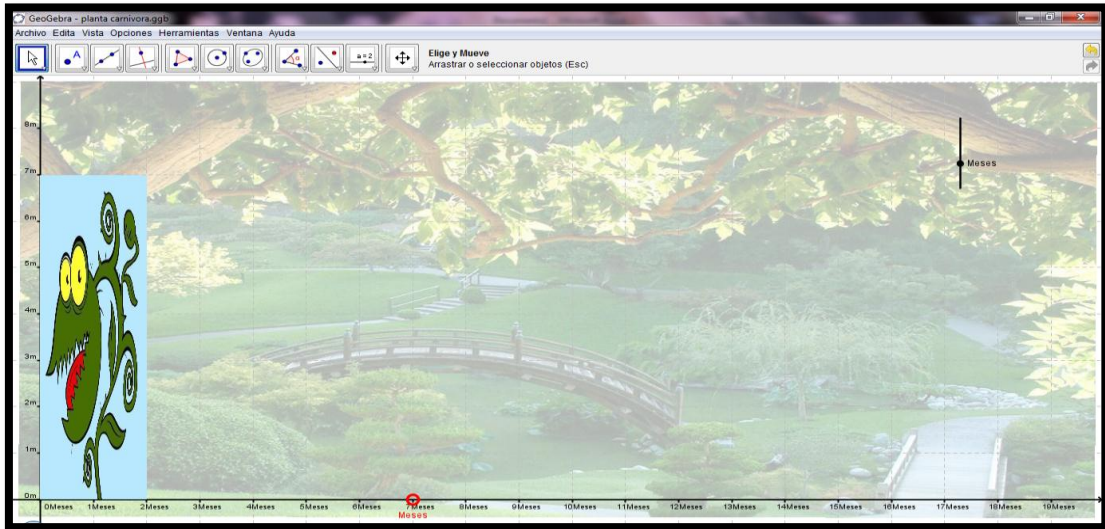
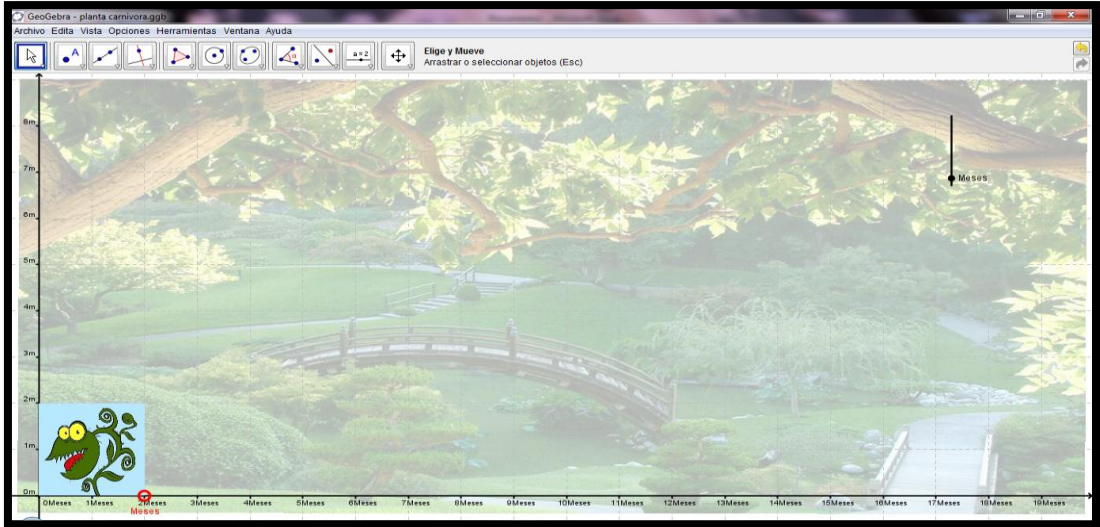


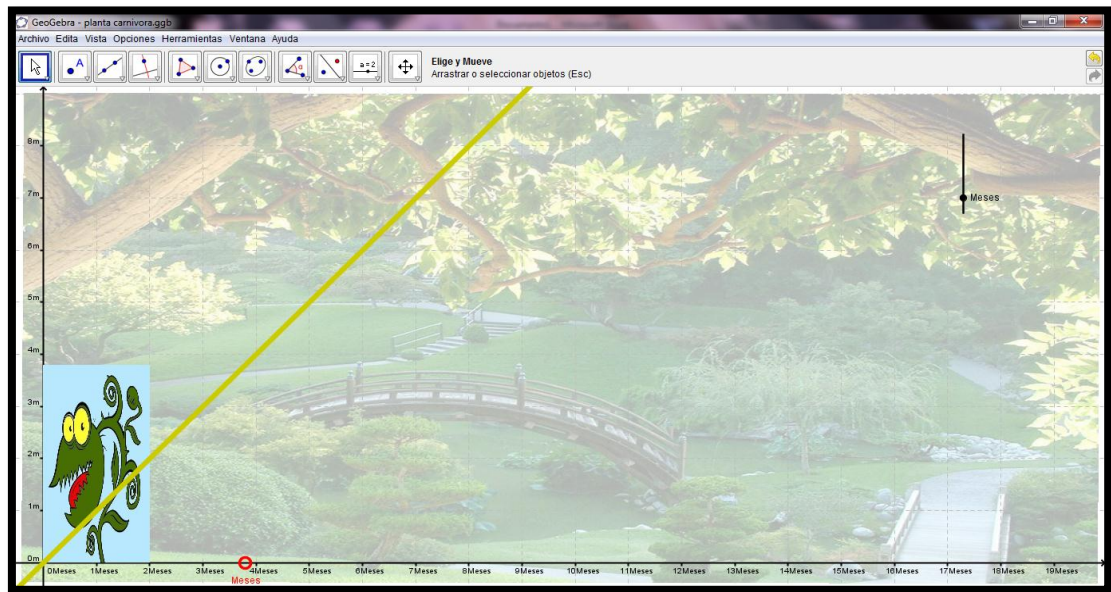
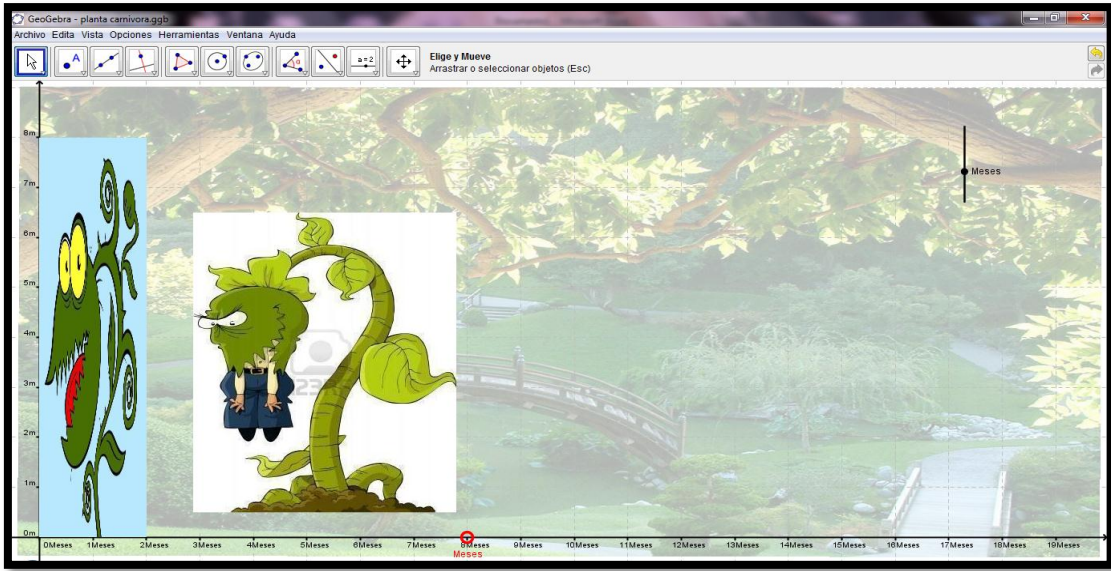


En la fotos que se han mostrado, nos ayudamos en las herramientas que tiene este software como lo es el deslizador  el cual se mueve y nuestro auto también avanza por el eje x que en este caso se gradúa en kilómetros, además de poder insertar fotografías y luego poder graficar sobre las fotos dando un acabado mucho más colorido y cercano a los alumnos de tal forma de que esta situación sea más dinámica y atractiva para ellos.

Situación 2.- Juan compro una planta, pero esta planta era carnívora, de igual forma él decidió cuidarla por un tiempo. Al llegar a los 7 meses él tuvo una complicación con esta planta para saber que le paso mira la animación.







De igual forma que en la situación anterior aprovechamos las herramientas de este software, otra herramienta adicional es el de poder colocar condiciones para exponer una imagen, la cual ocupamos cuando Juan tenía a la planta en su 7° mes



Donde aparece el pobre Juan que se convirtió en el almuerzo de su planta.

5.2 Actividad Webquest.

5.2.1 Planificación Actividad Webquest

PLANIFICACIÓN ACTIVIDAD WEBQUEST					
Asignatura	Matemáticas	Nivel		Primero Medio	
Unidad	Algebra	Sesión N°		Fecha	
Objetivo Fundamental	<ul style="list-style-type: none"> Transformar expresiones algebraicas no, utilizando diversas estrategias y usar las funciones lineales y afines como modelos de situaciones o fenómenos y representarlas gráficamente en forma manual o usando herramientas tecnológicas. 				
Objetivo Fundamental Transversal	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Área de crecimiento personal y autoformación personal:</i> Cumple con normas de disciplina. • <i>Formación ética:</i> Es veraz. Expresa y defiende sus ideas con respeto. • <i>Desarrollo del pensamiento:</i> Trata de enmendar sus errores. Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para resolver problemas. 				
Aprendizaje Esperado	<ul style="list-style-type: none"> Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín, reconociendo los tipos de magnitudes y variables en juego, además de construir situaciones en donde aplique lo aprendido. 				
Contenido Mínimo Obligatorio	<ul style="list-style-type: none"> Análisis de las distintas representaciones de la función lineal, su aplicación en la resolución de diversas situaciones problema y su relación con la proporcionalidad directa. 				
Objetivo de la secuencia	<ul style="list-style-type: none"> Completar estudio de la variación a partir del reconocimiento de aspectos importantes de la relación entre magnitudes, identificar las variables dependientes e independientes, graficar, tabular, operar expresiones algebraicas y generalizar una expresión lineal y afín. Ocupar herramientas tecnológicas para graficar y practicar lo aprendido en clases 				
Contenido Función lineal y afín		Método Activo			
Conocimientos Previos Concepto de variable Dependencia e independencia de variables Variación proporcional directa e inversa Concepto de función Dominio y recorrido de una función Representación gráfica de funciones Ecuación de primer grado con dos incógnitas		Recursos. Lápiz Goma Computador Cuaderno			

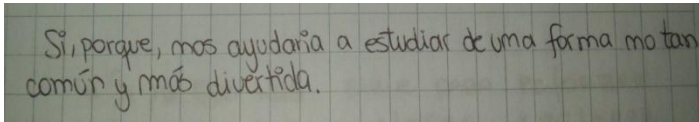
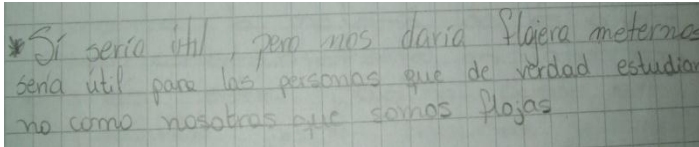
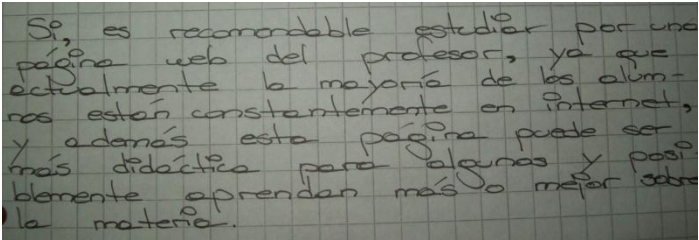
5.2.2 Implementación: Webquest

Objetivo: A través de herramientas tecnológicas ejercitar lo aprendido en clases.

En un comienzo esta actividad estaba planificada para ser realizada en una sala de computación, pero dada las circunstancias no se pudo realizar de ese modo, así que aprovechando la realización de la actividad con GeoGebra a cargo de Luis Sandoval se dejaron los 15 minutos finales para mostrar la Webquest a los alumnos y explicarles de que se trata. Luego de esto se les realizó la siguiente pregunta **¿Crees tú que al realizar una página web el profesor, favorecerá tu aprendizaje?**

Dentro de las respuestas se han elegido las más significativas para ser expuestas en esta investigación.

Sí, porque en internet a veces se encuentra material poco confiable y nosotros como alumnos no nos damos cuenta así que es por eso que es mejor que el profe tenga la página web

	Evidencias	Análisis de las respuestas
Fotografía n°51		En general todos los alumnos vieron de buena forma el que su profesor pudiese tener una Webquest dirigida a ellos, ya que les será de mucha utilidad para el estudio y los beneficios ya expuestos.
Fotografía n°52		
Fotografía n°53		

5.2.3 Nuestra Webquest

Lo primero que aparece es esta página que es la de inicio.

The screenshot shows the initial page of a webquest. At the top, the title is "**1º Medios** Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines". On the left, there is a vertical navigation menu with buttons for "Welcome", "Introducción", "Tareas", "Proceso", "Evaluación", "Conclusión", "Página del Profesor", "Autor", "Evalue WebQuest", "Revisiones", "Estadísticas", "Export WebQuest", and "Share This WebQuest". The main content area is titled "Welcome" and features a cartoon illustration of a teacher pointing to a whiteboard that says "Escribe el número más grande que seas capaz" next to a large number "1". Below the illustration, there is a "Welcome" message, a "Descripción" (Description) explaining the goal of institutionalizing the concept of linear and affine functions, the "Nivel académico" (College / Adult), "Currículo" (Math), "Palabras claves" (Gráficos, función, afin, lineal etc), and "Author(s)" (Luis Sandoval). At the bottom, there is a "My Folder" section.

Luego se les dice que realicen un click en Introducción.

The screenshot shows the "Introducción" page of the webquest. The navigation menu on the left is the same as in the previous screenshot, but "Introducción" is now highlighted. The main content area is titled "Introducción" and features a graph of two linear functions on a coordinate plane. The first function is labeled $y = 2x$ and the second is labeled $y = 2x - 5$. Below the graph, the text asks "¿Para qué estudiamos las funciones?". The main text explains that functions are used to model real-world problems, such as calculating the cost of renting bicycles based on time. It states: "Con frecuencia las funciones suelen utilizarse para modelizar problemas del mundo real. Por ejemplo, si estás con tu grupo de amigos de vacaciones, en los Andes, y quieres realizar una excursión en bicicleta por el bosque, necesitan alquilarlas. Sería interesante modelizar el monto a pagar en función del tiempo de uso de las bicicletas, a través de una función lineal."

[Página del Profesor](#)
[Autor](#)
[Evalue WebQuest](#)
[Revisiones](#)
[Estadísticas](#)
[Export WebQuest](#)
[Share This WebQuest](#)

¿Para qué estudiamos las funciones?

Con frecuencia las funciones suelen utilizarse para modelizar problemas del mundo real. Por ejemplo, si estás con tu grupo de amigos de vacaciones, en los Andes, y quieres realizar una excursión en bicicleta por el bosque, necesitas alquilarlas. Sería interesante modelizar el monto a pagar en función del tiempo de uso de las bicicletas, a través de una función lineal.

Ejemplo

x = Horas de arriendo de la bicicleta. $f(x) = 500x + 600$, con \$600 para poder arrendarlas y \$500 por hora transcurrida.

Pero antes de concretar este modelo matemático, tienes que conocer algunos contenidos que te ayudarán a lograr el objetivo. Para poder alcanzarlo, debes comprender primero la función lineal.

The Public URL for this WebQuest:
<http://zunal.com/webquest.php?w=172810>

Prevención Riesgo Online
www.iacc.cl
 IACC puede cambiar tu vida Estudia una carrera online

Aquí a los alumnos se les pregunta ¿Para que estudiamos las funciones? con una respuesta pertinente.

Luego en hacer click en Tareas, donde los alumnos verán dos videos relacionados con la materia. Estos videos están linkeados con youtube.

****1º Medios** Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines**

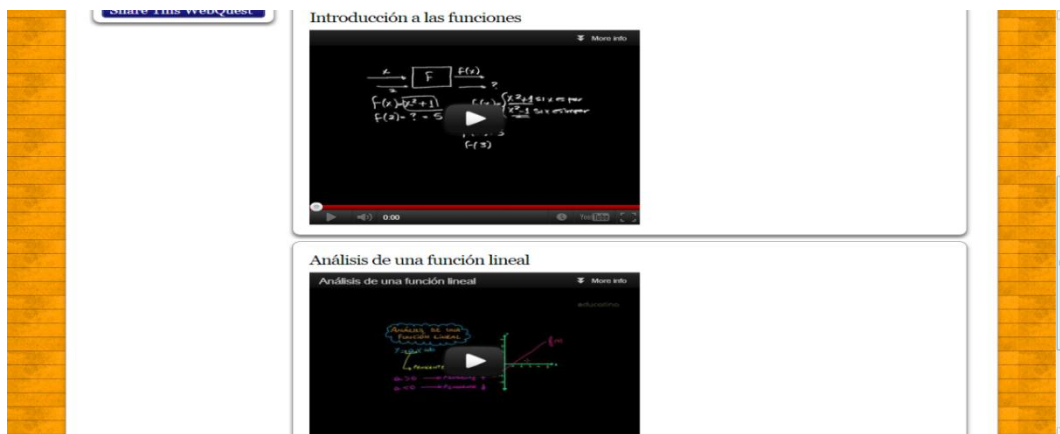
[Welcome](#)
[Introducción](#)
[Tareas](#)
[Proceso](#)
[Evaluación](#)
[Conclusión](#)
[Página del Profesor](#)

[Autor](#)
[Evalue WebQuest](#)
[Revisiones](#)
[Estadísticas](#)
[Export WebQuest](#)
[Share This WebQuest](#)

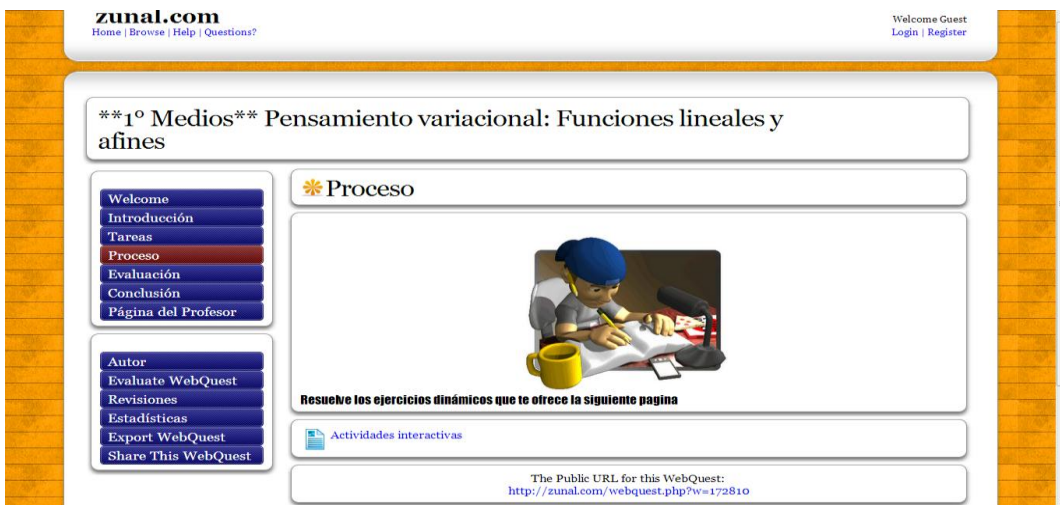
Tareas

Como tarea revisa estos videos con tus compañeros de grupo

Introducción a las funciones



Luego hacen click en Proceso, donde pincharan en el archivo de Actividades interactivas el cual los llevara a una página de ejercicios interactiva para salir de la rutina de las guías escritas.



Esta es la página de ejercicios interactivos. Dado que ésta contiene muchos ejercicios, sólo se mostraran algunos de ellos.

Matemáticas interactivas en la E.S.O. Extremeña

versión 1.4



Consejería de Educación

JUNTA DE EXTREMADURA

Números, Operaciones y Proporcionalidad

Operaciones con Enteros

Ejercicios Examen

Números Racionales: Fracciones

Potencias y Raíces

Proporcionalidad. Regla de tres.

Expresiones Algebraicas, Polinomios y Ecuaciones

Operaciones con Polinomios

Resolución de Ecuaciones Lineales

Resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Resolución de Sistemas de Ecuaciones

Representación de Funciones

Representación de Funciones Lineales

Representación de Funciones Afines

Representación de Funciones Cuadráticas

Representación de Funciones Constantes

Autor: Fernando Villarrubia Gahete

Colabora: Francisca Sánchez



Funciones lineales

Todas las funciones lineales tienen como ecuación una expresión del tipo $y=ax$.

Esto quiere decir que si vemos ecuaciones como $y=\frac{3}{4}x$, ó $y=-3x$, ó $y=x$, ya sabemos que van a ser funciones lineales.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función lineal.

Lineal \leftrightarrow $y=ax$

Son funciones lineales ...

$$y = 2x \quad y = \frac{1}{2}x$$

$$y = -\frac{1}{3}x \quad y = -5x$$

No son funciones lineales ...

$$y = x^2 - 3x - 4$$

$$y = -x^2 + 3 \quad y = -3x + 1$$

$$y = \frac{7}{6}x - 2 \quad y = -x^2$$

Actividad 1 Funciones Lineales

Construye la fórmula general de una función lineal

$a \times y =$

1 Coloca tu respuesta 2 Coloca tu respuesta 3 Coloca tu respuesta 4 Coloca tu respuesta

Lleva cada termino al lugar correcto

Comprobar respuesta Restablecer

Actividad 1 Funciones Lineales

Construye la fórmula general de una función lineal

$y = a \times x$

Cuando termines, comprueba tu respuesta.

Comprobar respuesta Restablecer

Funciones lineales

Para representar funciones, utilizamos una tabla de valores. Para ello, elegimos unos cuantos valores para dar a la "x". Pueden ser los valores que queramos.

Una vez elegido un valor para "x", el valor correspondiente de la "y" será el que se obtenga al sustituir todas las "x" que haya en la fórmula por ese valor.

Tabla de valores para $y=3x$

x	y
2	
0	
-1	
4	
-3	

1º Elegimos los valores que utilizaremos.
2º Sustituimos el valor en la fórmula y calculamos la expresión resultante.
 $y=3 \cdot 2=6$
 $y=3 \cdot 0=0$
 $y=3 \cdot (-1)=-3$
 $y=3 \cdot 4=12$
 $y=3 \cdot (-3)=-9$
3º Esos serán los valores de la "y".

Funciones lineales

Para representar funciones, utilizamos una tabla de valores. Para ello, elegimos unos cuantos valores para dar a la "x". Pueden ser los valores que queramos.

Una vez elegido un valor para "x", el valor correspondiente de la "y" será el que se obtenga al sustituir todas las "x" que haya en la fórmula por ese valor.

x	y
2	6
0	0
-1	-3
4	12
-3	-9

1º Elegimos los valores que utilizaremos.
2º Sustituimos el valor en la fórmula y calculamos la expresión resultante.
3º Esos serán los valores de la "y".

Actividad 2 Funciones Lineales

De los siguientes puntos que aparecen a continuación, ¿cuáles pertenecen a la tabla de valores de la función $y = -6x$?

Haz clic en las respuestas correctas

- (0,-10)
- (2,-12)
- (3,12)
- (4,-4)
- (0,5,-3)

Actividad 1 Funciones Afines

Construye la fórmula general de una función afín

a **x** **b** **+**

y =

1 2 3 4

Lleva cada termino al lugar correcto

Funciones afines

Todas las funciones afines tienen como ecuación una expresión del tipo $y = ax + b$.

Esto quiere decir que si encontramos ecuaciones que respondan al esquema anterior como $y = 4x + 3$, ó $y = -3x + 1$, ó $y = 3x - 5$, ó $y = -\frac{3}{4}x - 7$, ya sabemos que van a ser funciones afines.

De la misma forma, si la ecuación no se ajusta a este patrón, entonces no será una función afín.

Afin \leftrightarrow **$y = ax + b$**

Son funciones afines ...

$y = -3x + 1$ $y = \frac{7}{6}x + 3$

$y = -\frac{x}{2} + 1$ $y = -x - 7$

No son funciones afines ...

$y = -5x$ $y = -x^2$

$y = -x^2 + 3$ $y = \frac{1}{2}x$

$y = x^2 - 3x - 4$

Actividad 1 Funciones Afines

Construye la fórmula general de una función afín

y = a x + b

Si, es correcto

Funciones afines

Para representar funciones, utilizamos una tabla de valores. Para ello, elegimos unos cuantos valores para dar a la "x". Pueden ser los valores que queramos.

Una vez elegido un valor para "x", el valor correspondiente de la "y" será el que se obtenga al sustituir todas las "x" que haya en la fórmula por ese valor.

x	y
2	
0	
-1	
1	
-3	

1º Elegimos los valores que utilizaremos.
2º Sustituimos el valor en la fórmula y calculamos la expresión resultante.

Atrás

Actividad 2 Funciones Afines

De los siguientes puntos que aparecen a continuación, ¿cuáles pertenecen a la tabla de valores de la función $y = -x + 3$?

Corregir Haz clic en las respuestas correctas

- (3, 0)
- (-2, -5)
- (0, -3)
- (-1, 4)
- (2, 5)


Luego dan paso a la evaluación, que consta de un archivo en pdf, que se abre cuando se pincha encima de él.

****1º Medios** Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines**


- Welcome
- Introducción
- Tareas
- Proceso
- Evaluación**
- Conclusión
- Página del Profesor

- Autor
- Evalúate WebQuest
- Revisiones
- Estadísticas
- Export WebQuest
- Share This WebQuest

* Evaluación



Ahora necesito que realices la siguiente evaluación, además al realizarla te traerá recuerdos

 **Evaluación**
Intenta superarte que esa es la clave del éxito, además aplica lo que hemos realizado y aprendido en [clases](#)

1º Medios Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines

- Welcome
- Introducción
- Tareas
- Proceso
- Evaluación
- Conclusión
- Página del Profesor

- Autor
- Evalue WebQuest
- Revisiones
- Estadísticas
- Export WebQuest
- Share This WebQuest

* Conclusión



Con esta serie de actividades planteadas, habrás adquirido habilidad en el manejo de las funciones lineales y afines, esto te permitirá enfrentar nuevos desafíos; por ejemplo podrás analizar tus ganancias en función de lo producido, o el costo de un determinado servicio en función del consumo en tu empresa. Por último podrás superarte y poder comprobar cuanto mas has aprendido.

The Public URL for this WebQuest:
<http://zunal.com/webquest.php?w=172810>

1º Medios Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines

- Welcome
- Introducción
- Tareas
- Proceso
- Evaluación
- Conclusión
- Página del Profesor

- Autor
- Evalue WebQuest
- Revisiones
- Estadísticas
- Export WebQuest
- Share This WebQuest

* Página del Profesor



Profesores creadores de esta WebQuest

- * Elson Araya
- * Maribel Cifuentes
- * Luis Sandoval

The Public URL for this WebQuest:
<http://zunal.com/webquest.php?w=172810>

[Libros de Clases 2013](#)

Luego de la conclusión de lo realizado viene la Pagina del Profesor en donde se muestran a los que crearon esta Webquest.

Capítulo VI

CONCLUSIONES

6.1 Conclusiones de la investigación

Al hacer una revisión de todo el trabajo presentado, nos afloran diversas conclusiones del mismo, ya sea en el ámbito del crecimiento personal y profesional, así como también en el ámbito de la investigación y su metodología, en cuanto a los análisis de las producciones estudiantiles, al cumplimiento de los objetivos, el desarrollo de la matemática educativa.

En primer lugar podemos decir que el aprendizaje de la matemática escolar está sujeto a diversos factores, con los que se debe lidiar para poder desarrollar los aprendizajes en los estudiantes. Es importante la creación de situaciones que faciliten el aprendizaje de manera que insertan al estudiante en un ambiente de descubrimiento, con lo cual se pueden dar, si bien es más lento, mayores aprendizajes, donde surge en el estudiante la necesidad de los elementos matemáticos en distintos contextos, donde lo importante no es solo lo matemático, sino también que el aprendizaje es algo social, donde el hombre se relaciona y aprende con otros, como nos sucedió durante el desarrollo de las actividades didácticas, donde se produjeron buenas relaciones entre los alumnos y nosotros, ellos tenían las ganas, se esforzaron por realizar las guías, se atrevieron a preguntar y aclararon sus dudas, cosa que no sucedió en la actividad exploratoria, lo cual fue muy agradable y queda claramente demostrado en los gráficos que se encuentran al final de las conclusiones de cada actividad. Que estos alumnos puedan identificar variables, puedan clasificar y diferenciar las constantes en situaciones propuestas relacionadas con la vida cotidiana, nos deja una buena señal de que si es posible realizar cambios más profundos teniendo en cuenta el bajo nivel del colegio y el curso.

La investigación permite visualizar la forma en que se pueden diseñar instrumentos de evaluación, la delimitación de los objetivos a evaluar, todas las conjeturas, la ayuda y la validación de un experto del instrumento, la posterior aplicación, el análisis de los resultados y finalmente las conclusiones del trabajo realizado.

En cuanto a la revisión de las producciones estudiantiles, la realización de conjeturas previas, permite hacer una evaluación a nivel general de lo que sucederá, contemplando diversos aspectos. De igual forma al realizar el análisis de las producciones estudiantiles,

siempre afloran aspectos que no fueron considerados en las conjeturas, situación que puede ser mejorada a futuro, al realizar un rediseño de la investigación realizada y además servir de retroalimentación.

La realización de las actividades permite visualizar lo monótono que son entregados los aprendizajes, al respecto Moreno y Ezcarate (2003) señalan *“la causa de este problema puede estar en que el docente en el aula suele mostrar la resolución algorítmica de un problema tipo, para luego continuar con abundante ejercitación por parte de los estudiantes, poniendo de manifiesto una enseñanza repetitiva”* y los alumnos no están acostumbrados a realizar actividades en las cuales son participes de su propio aprendizaje.

En general los resultados que pudimos obtener al finalizar las tres actividades didácticas, son satisfactorios, puesto que en su mayoría los estudiantes fueron capaces de reconocer funciones, identificar variables, graficar, tabular, etc., pero existe una dificultad en lo que se refiere al cambio de registro.

Cabe destacar que es interesante el uso de las Tics o elementos tecnológicos en matemática, porque permite la construcción de imágenes mentales en la estructura cognitiva del alumno, las cuales sirven para activar los conocimientos previos, y éstos son fundamentales para un aprendizaje efectivo.

Esperamos que nuestra investigación sea un aporte a la educación, y creemos fehacientemente que la clave para el éxito en el proceso de aprendizaje y el fortalecimiento de las acciones innovadoras que mejoren la calidad de la educación, es la participación y el compromiso de los actores involucrados.

Bibliografía

- Ávila, J. (2005).** Representaciones estudiantiles de la variación. Un estudio con bitácoras reflexivas. Tesis que para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Matemática Educativa. México. Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN
- Borbón, A. (2010).** Manual para GeoGebra: Guía para geometría dinámica animaciones y deslizadores. Revista Digital Matemática Educación e Internet
- Cabra, D. Gómez, J.** La función en diferentes contextos. Programa de capacitación y acompañamiento a docentes de Cundinamarca y Duitama de matemáticas y diseño de secuencias didácticas a partir de experiencias significativas de los maestros. Universidad del Valle. Instituto de educación y pedagogía.
- Cantoral, R. Farfán, R. (1998).** Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. Departamento de Matemática Educativa Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
- Chapado, L. Giordano, M. San Martín, M.** Comprendiendo la función lineal. Jornadas Escuela-Universidad. Universidad Nacional Del Comahue.
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional, (2004).** Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales.
- Duval, R. (2006).** Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. La gaceta de la rsme, Vol. 9.1. Pág 143 – 168.
- Ministerio de Educación, (2011).** Resultados SIMCE. Chile.

Ministerio de Educación, (2009). Resultados PISA. Chile

Ministerio de Educación, (2010). Programas de Estudio Primer Año Medio Matemática. Chile.

Ministerio de Educación, (2010). Texto escolar Matemática Primer Año Medio, Texto para el Estudiante, Editorial McGraw-Hill / Interamericana de Chile Ltda., 2010, Chile

Ministerio de Educación, (2011). Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS. Chile.

Ministerio de Educación, (2011). Programas de Estudio de Octavo Básico Matemática. Chile.

Ministerio de Educación, (2011). Programas de Estudio de Séptimo Básico Matemática. Chile.

Ministerio de Educación, (2012). Texto escolar Matemática Bicentenario Primero Medio, Editorial Santillana, Chile

Ricaudeau, F. (1976). *Los secretos de la comunicación eficaz.* Bilbao, España: El Mensajero.

Rodríguez, J. L. (1983). Evaluación de textos escolares. *Revista de Investigación Educativa*, 2, 259-279.

Texto Primer Año Medio (2010), Ediciones SM Chile S.A.

Villa –Ochoa, J. Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp. 514-528,

(2001). ****1° Medios**** Pensamiento variacional: Funciones lineales y afines. 15 de diciembre del 2012. <http://zunal.com/webquest.php?w=172810>

Anexos



GUÍA EXPLORATORIA
FUNCIONES LINEALES Y AFINES

1. Completa la tabla según la función dada.

Función	Coefficiente de posición	Pendiente
$f(x) = 8 - 7x$		
$g(s) = 4s$		
$t(k) = 5k + 1$		

2. Una taxista cobra \$200 por los primeros 200 m de recorrido. Por cada 200 m que recorre después de los 200 m iniciales, la cuenta aumenta en \$90. Describe la cuenta $D(x)$, medida en pesos, para cada distancia recorrida x , medida en metros. ¿Es D una función afín? ¿Es D lineal? ¿Qué se quiere dar a conocer una vez resuelto el problema? ¿Qué información entrega el enunciado del problema?

3. Completa la tabla, encuentra la función y luego gráfica.

x	-2	-1		1	2	
y	-3		5			17

4. En las 10 primeras semanas de cultivo de una planta, que medía 2 cm, se ha observado que su crecimiento es directamente proporcional al tiempo, viendo que la primera semana ha pasado a medir 2.5 cm. Establecer una función que dé la altura de la planta en función del tiempo y representa gráficamente. Además identifica qué tipo de función es.

5. ¿Qué sentimientos experimentas cuando resuelves este tipo de ejercicios?

6. Un recipiente cilíndrico vacío, se llena con agua a ritmo constante. ¿Cómo representarías en términos algebraicos el llenado del recipiente y al cabo de cierto tiempo?, a) ¿Cuándo el recipiente se encuentra vacío? b) cuando el recipiente ya contiene una cierta altura con agua. c) ¿las representaciones corresponden a funciones lineales o afín?, ¿Por qué?

7. Si dos automóviles se mueven a la misma velocidad constante en la misma línea recta, ¿en cada instante que puedes decir acerca de la distancia entre ellos?, ¿Qué variables están involucradas en el problema?, ¿Cuál es la variación del problema?
8. Según tus conocimientos, ¿Qué situaciones de la vida cotidiana se pueden representar a través de funciones lineales, afines o identidad?, ¿Cuáles no? ¿Estás siguen algún patrón en particular?



SEGUNDA GUIA EXPLORATORIA

Objetivo: Determinar las estrategias que usan los estudiantes de primero medio para resolver problemas asociados a la función lineal.

Instrucciones: Es importante que resuelvas los problemas, interesa que hagas para intentar resolverlos.

1.- Esteban demora tres minutos en leer cada página de un libro. Determina el o las representación(es) que relaciona el número de páginas a leer y el tiempo utilizado, considerando como variable independiente:

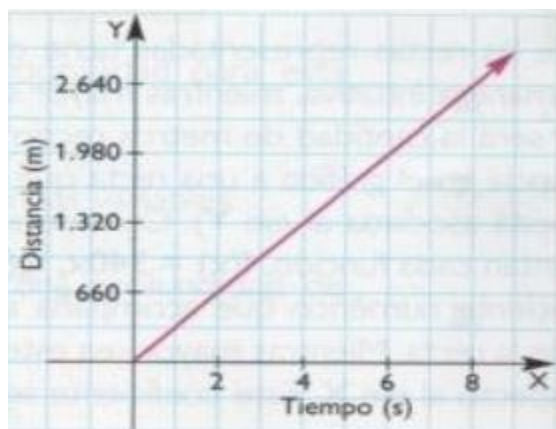
- El número de páginas.
- El tiempo disponible para leer.

2.- Un grupo de alumnos quiere hacer un regalo a su profesor, que cuesta \$20.000. Para esto, cobran una cuota de igual valor para todos.

- Determina una expresión matemática que permita calcular la cuota para un grupo de 3, 4 y 5 alumnos.

- Determina una expresión matemática que permita calcular la cuota para un grupo de n alumnos (n , n° natural)

3.- El siguiente gráfico muestra la relación que existe entre los segundos transcurridos (s) entre relámpagos y truenos de una tormenta y la distancia en metros (m).



a. Calcula la rapidez del sonido de la tormenta en los tiempos 2, 4, 6 y 8 segundos.

b. Determina la expresión adecuada que permita la distancia a la que ocurrió el relámpago.

c. Construye un nuevo gráfico, si la rapidez del sonido de la tormenta aumenta en un 10%, y obtén una expresión matemática que permita calcular la distancia a la que ocurrió el relámpago.

4.- En un plan telefónico que se pagan \$950 de cargo fijo y \$25 por minuto. Representa la función **P** que permita determinar el pago de una cuota con respecto al total de minutos usados. ¿Qué significado tiene las variables usadas?, fundamenta tu respuesta.

5.- Una estación de peaje cobra \$2.300 por cada automóvil que transite por él. Exprese el dinero recaudado (**D**) en un día por el peaje si a este monto se descuentan \$100.000 por pago de impuestos. ¿Qué tipo de función representa el dinero recaudado? ¿Por qué?



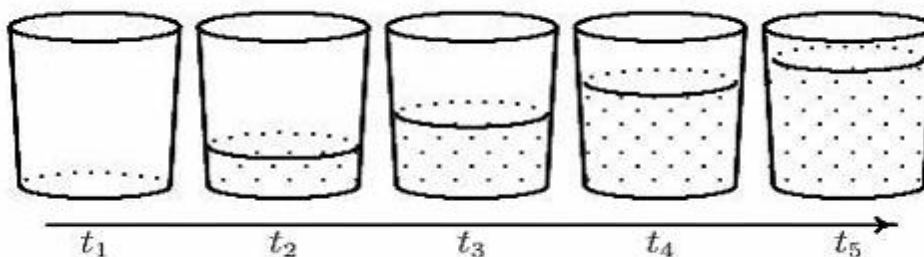
Guía n°1

"Trabajando con magnitudes"

Objetivo: Identificar y asociar el concepto de magnitud, con los conceptos de variable y variación.

Instrucciones: Al resolver los problemas justifica tu respuesta.

1.- En la siguiente situación, se muestra el llenado de un balde con agua.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

c. ¿Qué magnitudes permanecen constantes?

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

e. ¿Qué valores podrían tomar las magnitudes descritas?

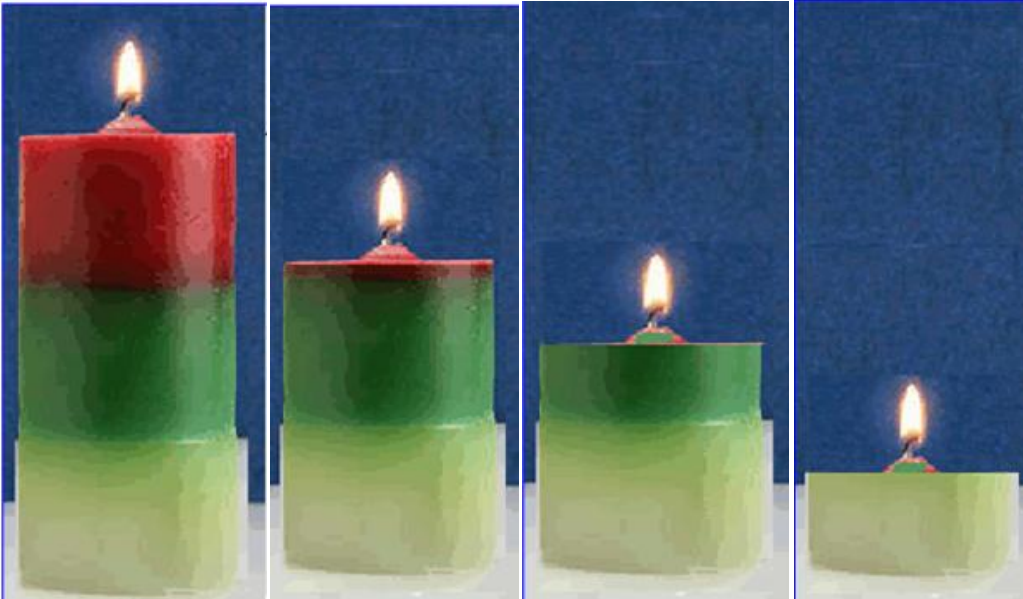
f. ¿Cuáles magnitudes varían dependiendo de otra u otras?

g. ¿Cuáles magnitudes varían independientemente?

h. De lo visto anteriormente. ¿Cuál es el valor mínimo y máximo que pueden tener estas magnitudes?

i. Si tengo dos baldes de diferentes volúmenes. ¿Qué se debe realizar para que se llenen al mismo tiempo?

2.- En la siguiente situación se muestra una vela encendida.



a. ¿Cuáles magnitudes crees tú que intervienen en esta situación?

b. ¿Qué magnitudes varían? ¿De qué manera varían cada una de ellas?

c. ¿Qué magnitudes permanecen constantes?

d. ¿Qué sucede con las magnitudes a medida que varía la otra?

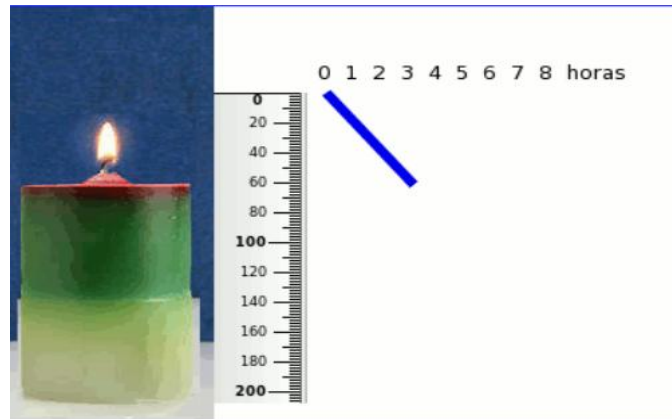
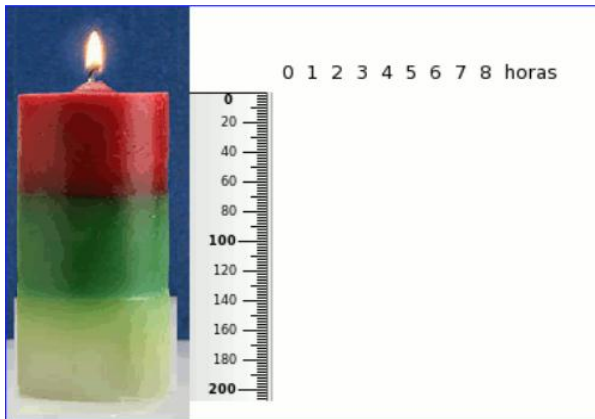


Guía n° 2

"Graficando funciones lineales"

Objetivo: Representar e interpretar gráficos de la función lineal.

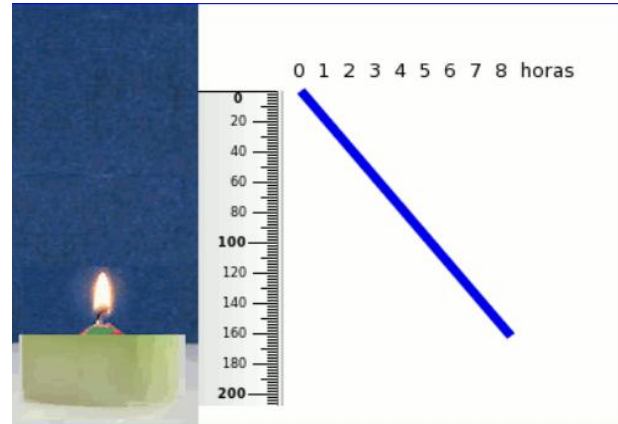
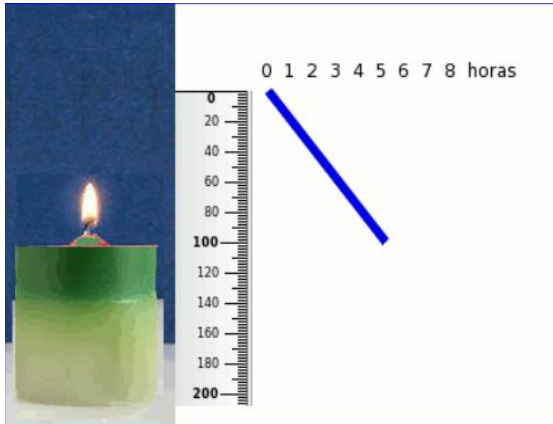
1.- Analiza la siguiente situación y responde:



a. ¿Qué variables están presentes en la situación?

b. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿la independiente?

c. ¿Cómo varían los valores de la variable dependiente a medida que los valores de la variable independiente aumentan?, ¿disminuyen?



d. ¿Cuál es el rango de valores que pueden tomar las variables?

e. ¿Con que otro modelo de representación matemática puedes describir la situación planteada?



Guía n° 3

"Resolviendo problemas"

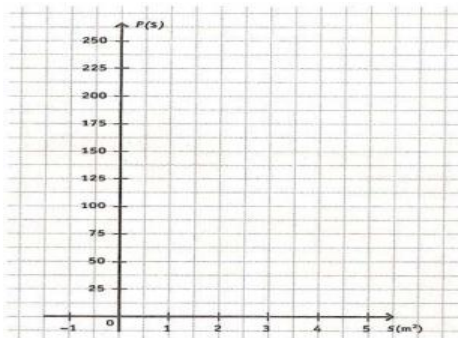
Objetivo: Realizar conversiones de representaciones (tabular, gráfica, algebraica) de la función lineal. Resolver situaciones problemáticas y relacionarlas con la proporción directa.

1. La moderna fábrica de pisos antideslizantes P&C está desarrollando un nuevo tipo de plastificado de alta resistencia para uso industrial. Este plastificado lleva un pulido especial. Los técnicos que probaron las distintas posibilidades de pulido establecieron el precio del metro cuadrado listo para transitar en función de la superficie que ocupa. El mejor sistema que han encontrado cuesta \$25 el metro cuadrado.

a. Completa la siguiente tabla de valores:

Superficie (m^2)	Precio (\$)
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
3	

b. Traspasen los valores al siguiente gráfico.



c. Escriba la representación algebraica que determine el precio para cada superficie.

d. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente?

e. ¿Cuál es el dominio y cuál es el conjunto imagen de la función $P(s)$ en esta situación?

(Usando la gráfica)

f. ¿Cuánto cuesta plastificar un piso de 25 mts^2 ?

g. ¿Qué superficie tiene un piso cuyo plastificado cuesta \$250?

h. ¿es cierto que es directamente proporcional a la superficie del piso plastificado?
¿Por qué? ¿Qué tipo de función es?

Trabajando con geogebra



Objetivo: Desarrollar el pensamiento variacional usando las diversas representaciones de la función lineal y afín a través del GeoGebra.

Situación 1.- Una familia de 4 personas llegó al aeropuerto. Para viajar a su hotel ubicado entre los bosques de Transilvania, tomaron un taxi, el cual cobra 2 mil pesos por el solo hecho de que puedan viajar en él y 500 pesos por cada kilómetro recorrido.

a. ¿Qué variables identificas en esta situación?

b. ¿Existe alguna constante?

c. ¿Qué variables son dependientes?

d. ¿Qué variables son independientes?

e. Realiza una tabla de valores apoyándote en la figura mostrada

f. ¿Qué otra representación matemática le puedes dar a esta situación?

g. Si el auto recorre 18 kilómetros. ¿Cuánto pagarán?

h. Cuando gastan 12 mil pesos. ¿Cuántos kilómetros recorrieron?

Situación 2.- Juan compro una planta, pero esta planta era carnívora, de igual forma el decidió cuidarla por un tiempo. Al llegar a los 7 meses él tuvo una complicación con esta planta para saber que le paso mira la animación.

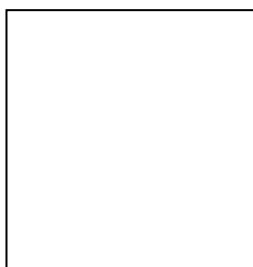
a. ¿Qué variables identificas en esta situación?

b. ¿Existe alguna constante?

c. ¿Qué variables son dependientes?

d. ¿Qué variables son independientes?

e. Realiza una tabla de valores apoyándote en la figura mostrada en el Geogebra?



f. ¿Qué otra representación matemática le puedes dar a esta situación?

g. Si la planta tiene 5 meses con Juan. ¿Cuánto medirá la planta?

h. Si la planta mide 10 metros. ¿Cuántos mese tendrá esta planta con Juan?

Situación 3.- Teniendo en cuenta la tabla adjunta de valores, planteen una situación que se ajuste a los datos.

	1	1,5	2	2,5	3	3,5
	30	60	90	120	150	180

a. Determinen su representación gráfica cartesiana.

b. Analiza el comportamiento de la variación de una magnitud en relación a la otra.

c. Establezcan la relación entre datos de la tabla y puntos cartesianos.

d. Enuncien verbalmente el comportamiento proporcional de las magnitudes y determinen una expresión que permita calcular cualquier punto.

e. ¿Qué función representa afín o lineal? ¿Por qué?

Situación 4.- Según la gráfica plantee una situación que crea conveniente se ajuste a los datos indicados. En el eje horizontal los valores marcados van de diez en diez y en el eje vertical de 5 en 5.



a. Identifique el comportamiento de los valores en el eje X y los valores en el eje Y.

b. ¿Qué significado tiene el punto de corte en el eje Y para la situación que ha planteado?

c. ¿Se puede afirmar que la relación que está representada gráficamente es lineal?
¿Por qué?