Universidad de Valparaíso.
Facultad de Ciencias.
Chile

Principales dificultades y estrategias de visualización matemática, relacionadas con gráficas lineales y cuadráticas.

Tesis para optar al grado de profesor de matemática en educación media mención didáctica.

Presenta:
Luis Zapata Valenzuela.

Profesor guía:
Eduardo Carrasco Henríquez

Valparaíso, abril de 2010.

Contenido

INTRODUCCIÓN **2**

CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RELEVANCIA DEL ESTUDIO. **3**

1.1 Antecedentes 3

1.1.1 Evidencias desde la experiencia. 5

1.1.2 Desde la Bibliografía 8

1.2 Formulación del Problema y Objetivos. 14

1.2.1 El problema 14

1.2.2 Objetivo general 15

1.2.3 Objetivos específicos 15

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO **16**

2.1 Construcción de aprendizajes 17

2.2 Matematización de un fenómeno como una practica matemática. 19

2.3 Visualización. 21

2.3.1 La visualización matemática. 22

2.3.2 Visualización de la matemática escolar. 25

2.4 Registros de representación semiótica como actividad cognitiva. 26

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO **32**

3.1 PAUTA DE ENTREVISTA Y ARGUMENTOS 33

3.2 ELEMENTOS DESCRIPTIVOS GENERALES. 35

3.2.1 Primer fenómeno: 37

3.2.2 Segundo fenómeno: 42

CAPITULO IV: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN **47**

4.1 ANALISIS DEL PRIMER FENÓMENO: 48

4.2 ANALISIS DEL SEGUNDO FENÓMENO: 74

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y PROYECCIONES. **92**

BIBLIOGRAFÍA **100**

ANEXO A: **104**

Anexo B: **127**

Anexo C. **167**

INTRODUCCIÓN

Los problemas relacionados con gráficas en general, han sido una preocupación de la educación matemática, y específicamente en lo relacionado con el proceso educativo. El que una persona común pueda ver un poco más allá del gráfico, es decir, que pueda interpretarlo y analizarlo, ha presentado enormes dificultades, tanto para la persona que intenta comprenderlo como para las personas que intentan ayudar, apoyar o guiar en la construcción del conocimiento.

La implementación de nuevas metodologías, en conjunto con la tecnología ha ayudado, en parte, a solucionar estos problemas, promoviendo actividades que potencien en los estudiantes habilidades tales como explorar y descubrir regularidades matemáticas, o ayudarse con un programa graficador; pero al mismo tiempo estudios recientes muestran que aún perduran los problemas relacionados con la interpretación de gráficas, específicamente con lo que respecta a la visualización matemática. Por ejemplo, la prueba pisa señala que los estudiantes chilenos presentan serias dificultades al "Usar y manipular modelos matemáticos dados, explicar modelos que no estén dados, y definir o elegir procedimientos para encontrar una solución a un problema, ya sean de pocos o de varios pasos (…) aún no distinguen cabalmente entre un modelo matemático de representación de datos y otras formas gráficas usadas para representar situaciones". (PISA, 2000, pp.97-103)

En el siguiente trabajo de investigación, se espera que a partir de argumentos de alumnos y alumnas al momento de justificar sus respuestas (por medio de entrevistas o justificaciones escritas en el test) y procedimientos ante dos desafíos que se les presentan, se espera profundizar en las estrategias y dificultades que muestran estudiantes para interpretar gráficas, tanto lineales como cuadráticas. Los desafíos que se plantean se refieren a interpretar la información proporcionada de diferentes formas, tales como, gráficas, ecuaciones o planteo de una situación real. Esta información tendrán que interpretarla y decodificarla, para luego proceder a manipularla y viceversa. Esto con la finalidad de evidenciar las principales dificultades presentes en la interpretación y manipulación de los diferentes registros como gráficas, lineales o cuadráticas. Pues conociendo estas dificultades presentes en los estudiantes, se acotarán las vías para que en una próxima investigación, se puedan generar nuevas y mejores metodologías.

CAPITULO I:
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y RELEVANCIA DEL ESTUDIO.

1.1 Antecedentes

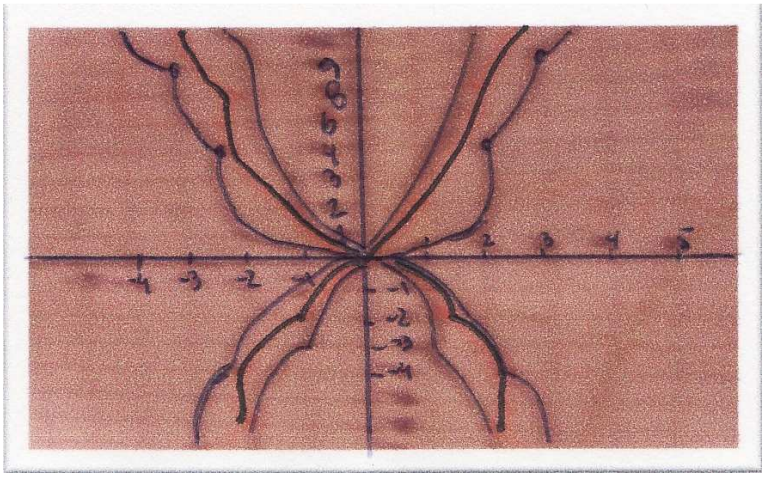
Se desea indagar sobre procedimientos utilizados por alumnos y alumnas al interpretar, manipular y transitar entre diferentes registros[1], como gráfico-ecuación, ecuación-fenómeno o fenómeno-gráfico. Esto quiere decir que nos preguntamos cuáles estrategias emplean estudiantes para que ante un gráfico dado, puedan interpretarlo, tanto al identificar fenómenos posibles que el gráfico represente, así como interpretar las relaciones posibles existentes entre la ecuación y el fenómeno, como por ejemplo, qué cambios en la situación real se producen al variar un coeficiente numérico de la ecuación, o dados los cambios en el fenómeno, puedan relacionarlo con el gráfico o con la ecuación que lo caracteriza.

El problema surge cuando al realizar una actividad sobre funciones cuadráticas y su gráfica (parábola) y durante el análisis de dicha actividad, se presentan resultados que señalan una gran dificultad relacionada básicamente con la interpretación de una gráfica y cómo es que esta representa en muchos casos un comportamiento tendencial, entendiéndose este como una aproximación a la noción de límite, en donde se puede predecir. O bien como representación de algún fenómeno y la covariabilidad de las variables, es decir el comportamiento de una variable respecto de la otra o como varía una variable respecto de la otra.

Actividad 1. Como ejemplo de las actividades mencionadas veremos que, los estudiantes tienen que proceder a graficar funciones cuadráticas, con distintos valores en los coeficientes $a, b\, y\, c$ en la función $y = a(x-b)^2 + c$, esto con la finalidad de que los alumnos y alumnas descubran el comportamiento geométrico y tendencial de la gráfica al variar estos coeficientes, en este caso el parámetro a.

Las respuestas de los estudiantes son como lo muestra el siguiente gráfico:

[1] Registro que Duval (1998) menciona, como representación semiótica o de signos.



En la actividad antes mencionada hay que agregar que existen serios problemas para graficar, debido principalmente a la dificultad para visualizar[2]; así como matematizar un fenómeno, tal como menciona Treffer (1978), el cual sostiene que existen dos formas para matematizar, una de forma horizontal y otra de forma vertical. La primera consiste en llevar una situación de la vida real a un contexto matemático, mientras que la otra consiste en trabajar solamente al interior del contexto matemático propiamente tal. Entonces se vuelve relevante indagar más en estos fenómenos.

Este trabajo, se focalizará en reconocer aspectos sobre la visualización matemática en fenómenos de variación, principalmente de funciones, así mismo como sobre aspectos de visualización se espera que los alumnos y alumnas matematicen datos o información proporcionada a través del test que se les aplicará. Con esto se pondrá en evidencia las estrategias y dificultades para visualizar mostradas por ellos al intentar utilizar herramientas matemáticas para extrapolar conceptos.

En particular, por visualización matemática se entiende que va más allá de mirar una imagen, como Hitt plantea la visualización matemática tiene que ver con:

> *El entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevará a la respuesta correcta sí puede conducir al resolutor a profundizar en la situación que se está tratando. Una de las características de*

[2] Entendida esta como: la capacidad de ver más allá de la gráfica, interpretarla y darle significado.

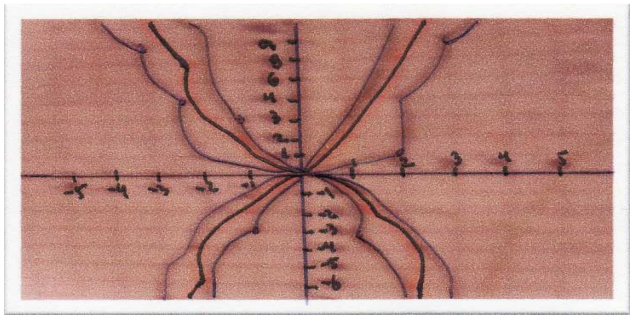
esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado". *(p. viii)*

Cantoral y otros (2000) plantean que la visualización tiene que ver con "la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático y, más generalmente, científico". (p.146)

Por otro lado se puede observar una serie de inconvenientes relacionados con visualizar matemáticamente una función, pues como menciona Hitt (2002) la visualización matemática tiene que ver con transformaciones mentales y producciones hechas en papel o pizarrón que pueden estar generadas por la lectura de enunciados tanto matemáticos como gráficos. Además sostiene que si queremos que nuestros alumnos aprendan matemática necesariamente tienen que saber matematizar. Pero esta actividad no se desarrolla o no se ejercita en la escuela, y tiene que ser entrenada durante la vida de un estudiante.

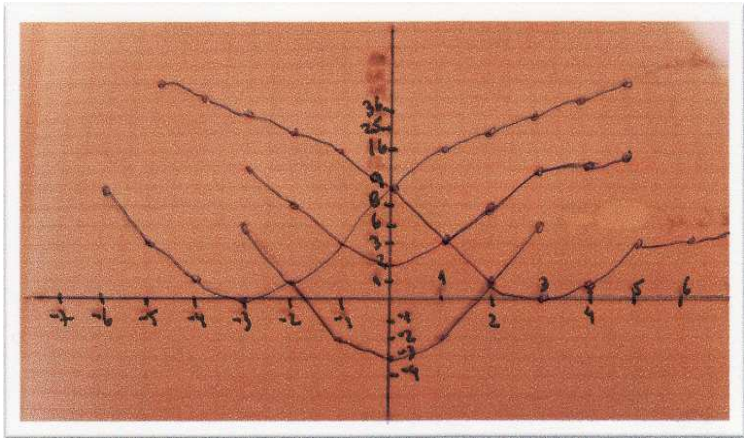
1.1.1 Evidencias desde la experiencia.

El objetivo de la actividad 1, (ya mencionada) era que lograsen darse cuenta, cuándo se produce un achatamiento de esta, variando el parámetro a . Se obtuvieron resultados muy lejanos a los esperados. Esto es que en lugar de graficar parábolas, dada la tabulación correspondiente, se obtuvo como respuesta o resultado de ello, gráficas como las siguientes:



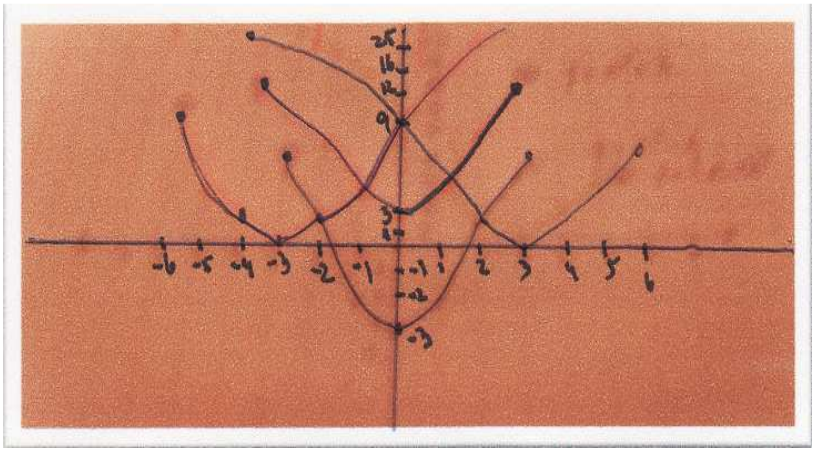
En la fotografía Nº 1 se le pide al alumno que represente en hoja cuadriculada o milimetrada, 6 parábolas en el mismo plano cartesiano, 3 de las cuales tienen concavidad positiva y las otras 3 concavidades negativas. Además se les pedía cambiar el parámetro a de la función, pasando de ser mayor a menor que cero, para ver el comportamiento de esta.

Como se puede apreciar en la construcción de las gráficas, que no responden a una gráfica de función cuadrática, más bien son puntos unidos por trazos curvos distintos entre ellos. Esto muestra que no hay noción de gráfica de segundo grado, que no parece haber una interpolación para graficar, sino solo la estrategia escolar de pintar puntos y luego unirlos. Se puede apreciar además, poco significado en la iterpretación de gráficas de funciones, es así como en algunos puntos existen dos imágenes distintas para una misma pre-imagen. Del mismo modo, no se tiene claro cómo varía una variable respecto de la otra, por lo que al intentar hacer una predicción del comportamiento gloval de la gráfica se torna un tanto complicado.



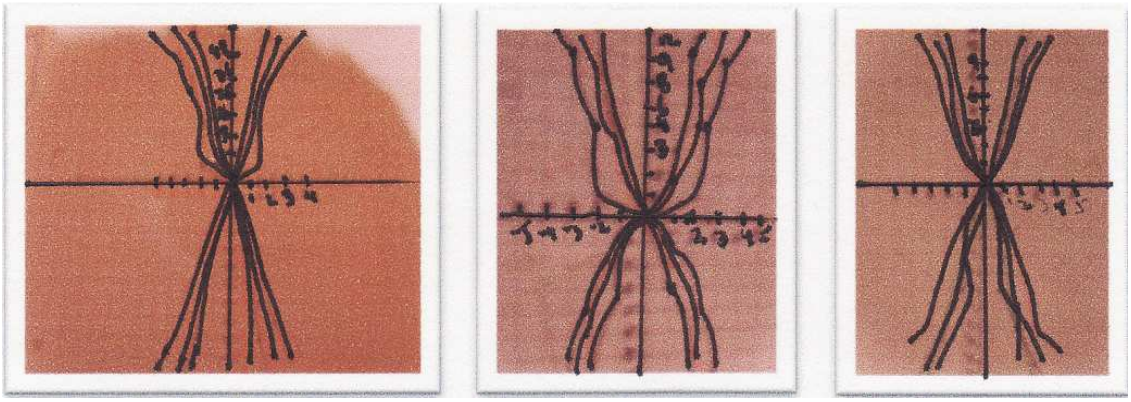
En la fotografía Nº 2 se les pide que trasladen las parábolas tanto de forma horizontal como vertical, moviendo los parámetros *b y c* en la función cuadrática $\mathbf{y = a(x - b)^2 + c}$.

En este ejemplo se puede apreciar que existen gráficas de parábolas que son trasladadas tanto de forma vertical como horizontal. El problema es que no solo se trasladan, sino que además se produce un efecto de transformación o deformación de dicha curva. Entonces, la traslación se ve dificultada principalmente por la numeración descontinuada en el eje de las ordenadas, eso provocó que los puntos quedaran en diferente posición y nuevamente la gráfica, consiste en poner puntos y unirlos. Una nueva evidencia, que motiva la necesidad de investigar un poco más sobre las posibles causas que dan origen a tan peculiar resultado de gráficas cuadráticas.



En la fotografía Nº 3, al igual que en la anterior, se pedía trasladar la parábola de forma horizontal y vertical.

En este caso, al igual que el anterior, se puede observar que a pesar de que se logra trasladar una gráfica en forma vertical y horizontal (cambiando valores a los parámetros b y c de la función cuadrática), se cometen varios errores, como líneas rectas uniendo puntos que no corresponden a una parábola, curvas extrañas, figuras no simétricas, entre otros.



En la fotografía Nº 4, se pide cambiar valores al parámetro a de la función cuadrática.

En este caso se variaba el parámetro a de la función cuadrática para visualizar el cambio en el comportamiento de la parábola. Se puede observar que uno de los errores es unir con líneas rectas algunos puntos o coordenadas de la parábola, otro error es ubicar solo algunas imágenes en el eje de las ordenadas en la construcción del plano cartesiano. Por último se tiene inconvenientes para entender y plasmar en el papel la acción de achatar una parábola (abertura de esta), sin que pierda su forma como parábola.

Por ello se hace necesario reconocer y sistematizar los problemas específicos para que en un futuro se pueda intervenir, con más y mejores metodologías, tanto en las dificultades específicas que presentan los alumnos como en las estrategias que ponen en juego para resolver y proceder en determinadas situaciones o problemas. Esto porque en las buenas metodologías está la eficacia de la construcción del conocimiento.

Si consideramos además que se les facilita la tabulación de las coordenadas para ubicarlas en el plano cartesiano y luego puedan graficar con mayor facilidad, pues está claro que tabulan coordenadas, no muy bien, pero las gráficas muestran que no reconocen una covariación de variables, solo puntos que deben unir, sin importar cómo.

Esto muestra que existen muchas y serias dificultades para encontrar u otorgar un significado detrás de lo que se está haciendo, no se relaciona necesariamente con algún fenómeno, o no se intenta ver un poco más allá de lo que se nos está pidiendo (visualizar matemáticamente). La dificultad principal entonces tiene que ver con cómo visualizar la covariación de variables relacionadas funcionalmente, y eso se pretende averiguar en la siguiente investigación.

1.1.2 Desde la Bibliografía

En general los resultados obtenidos en diferentes pruebas (PSU, TIMSS, SIMCE, PISA, por ejemplo), señalan una gran dificultad en relación a contenidos matemáticos, y específicamente a gráficas.

Eyzaguirre y Fontaine (1999) señalan con respecto a las pruebas SIMCE que los niveles de exigencias son mínimos, y en relación a funciones y gráficas no se profundiza mucho, por lo que la tarea de visualizar se ve un tanto disminuida, ya que se espera que respondan a lo requerido por el currículo o con los contenidos mínimos obligatorios.

Por último señalan que los contenidos a evaluar deben ser acordes a los estándares internacionales, estas deben ser del nivel de pruebas TIMSS, PISA u otras de similar estilo, para que se pueda hacer una comparación global y nivelar respecto de las exigencias internacionales.

PRUEBA NACIONAL SIMCE. Los resultados obtenidos recientemente en alumnos de 2º año de enseñanza media (pruebas rendidas en el año 2008) muestran un avance en el área de lenguaje pero un estancamiento en el área de matemática.

En tanto, según DEMRE (2009): En el proceso de selección universitaria PSU admisión 2009, 78.289 estudiantes que rindieron la PSU no alcanzaron el puntaje mínimo de 450 puntos, requerido para postular a alguna de las universidades del Consejo de Rectores.

PRUEBA INTERNACIONAL PISA.

> *El desempeño de Chile y de los países comparados en matemáticas.*
>
> *El promedio de los países latinoamericanos participantes es de 358 puntos en matemáticas, significativamente inferior a los 500 puntos que logran en promedio los estudiantes de los países miembros de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) y también a los puntajes promedios de Finlandia, Portugal y Estados Unidos.*
>
> *En Chile, los estudiantes muestran menos competencias matemáticas que el promedio de estudiantes OCDE, Portugal, Estados Unidos y Finlandia, pero más competencias que el promedio de los estudiantes de los países latinoamericanos participantes.(p. 103)*

Se agrega al informe PISA (2000, p. 97) y en relación a gráficas de velocidad, que el "80% de los alumnos chilenos que escogieron estas opciones [dentro de las opciones o alternativas estaba un dibujo que era muy similar al gráfico que genera la curva, confundiendo el gráfico en el plano cartesiano con la forma de la pista] aún no distinguen cabalmente entre un modelo matemático de representación de datos y otras formas gráficas usadas para representar situaciones". En particular, los estudiantes no logran reconocer un grafico que genera la curva en el plano cartesiano, con el modelo o forma de la pista propiamente tal.

PRUEBA INTERNACIONAL TIMSS.

Algunos resultados en pruebas tales como TIMSS muestran a Chile en lugares aproximadamente 35 de un total de 38, lo que es considerado como muy mal resultado y

muestra una amplia y clara brecha entre países más desarrollados como China, Japón, Canadá, Australia, entre otros.

En relación a las dificultades gráficas, estás pueden generarse por la poca práctica o poco tiempo que se les otorga al tema, ya que como se menciona TIMSS (2003) “La actividad menos frecuente es interpretar datos de tablas, gráficos y diagramas”. (p.97)

Todos estos resultados dan muestra que en nuestro medio local hay mucho que avanzar en torno a la calidad de educación, específicamente en educación matemática.

Si bien los resultados de pruebas matemáticas, en general no son buenos, la presente investigación se centra en un tema más específico: las principales dificultades para graficar funciones cuadráticas y lineales.

Dolores (1999) señala que para desarrollar el pensamiento por medio de las gráficas, se sugiere acciones como las desprendidas de Carson *et al* (2002). Estas acciones sistemáticamente planteadas, pueden ser resumidas en:

1ª. Acción ¿Qué cambia?

2ª. Acción ¿Cuánto cambia?

3ª Acción. ¿Cómo cambia?

4ª. Acción ¿Qué tan rápido cambia? Y

5ª. Acción ¿Cómo se comporta global y puntualmente la gráfica?

La primera acción involucra la identificación de qué variables están representadas, la ubicación de puntos en el plano y la determinación de intervalos de variación.

Para poder determinar cuánto cambia eso que cambia se requiere hacer comparaciones y operaciones de resta entre estados finales e iniciales, tanto para la variable dependiente como para la independiente, considerando la correlación entre esos cambios. Para saber cómo cambian las variables representadas se requiere poder determinar si la gráfica crece, decrece o se mantiene constante, o en otras palabras, determinar la dirección del cambio.

> *Para poder determinar la rapidez del cambio se requiere la utilización de la razón promedio de cambio que involucra necesariamente cambios de la variable dependiente en relación a los cambios de la variable independiente. El comportamiento global y preciso de la gráfica implica la utilización de la razón de cambio instantánea (derivada) para precisar en qué intervalos crece o decrece. (p.76)*

Agrega Dolores (2007) sobre estudios hechos en relación a las gráficas de funciones que:

> *Es una de las actividades sugeridas por el currículum matemático escolar de la educación media y superior. Es además, ampliamente tratada por los textos (…) las técnicas de graficación utilizadas van desde la tabulación hasta la graficación mediante el uso de la derivada: en la primera, las aproximaciones hacia la gráfica son todavía rudimentarias. (p.71)*

Por su parte Guzmán (1998), menciona la importancia que tiene el distinguir y coordinar los distintos registros, y que es una actividad necesaria y natural en matemática.

Es acá en donde muchas veces se ven grandes dificultades, pues cuando se les pide que resuelvan un determinado problema, en donde tienen que involucrar la gráfica con su parte algebraica, no saben qué hacer.

> *Estas actividades deberían constituir objetivos pedagógicos en la enseñanza de la matemática; sin embargo, las respuestas de los estudiantes estrechamente relacionadas con la enseñanza recibida, dejan ver que ésta no ha puesto suficiente énfasis en la relación existente entre los índices significativos de las distintas representaciones de las nociones tratadas (Guzmán, 1998, p.2)*

Investigaciones diversas en el campo de la matemática educativa señalan que los estudiantes tienen fuertes dificultades al enfrentarse a cuestiones que exigen algún tipo de estrategia variacional (García, 1998 citado en Parra y Cordero, 2007). En algunos casos, se ha identificado que los estudiantes de ingeniería al igual que aquellos reportados en la educación secundaria todavía no asumen plenamente el objeto “pendiente de una recta”

como una entidad, una totalidad que describe una propiedad de las rectas (Parra y Cordero, 2007).

A la luz de lo anterior se hace necesario recabar evidencias precisas de los errores, dificultades o debilidades mostradas por parte de alumnos y alumnas al trabajar con graficas de funciones, en particular graficas de funciones de primer y segundo grado, su interpretación y construcción.

De modo que se pretende aportar elementos que ayuden a comprender las principales dificultades que muestran los alumnos y alumnas al enfrentarse a situaciones relacionadas con gráficos, y con la interpretación y manipulación de estos.

Esto como parte del proceso de matematización que se requiere al afrontar problemas relacionados con algún fenómeno natural, que puedan realizar en momentos como una actividad matemática cualquiera, o algún tipo de prueba en específico.

Dificultades para construir una gráfica con sentido, entiéndase en este caso particular, como una curva que representa y transmite información visual de algún fenómeno que está ocurriendo, y cómo las variables que están en juego depende una de la otra, cómo covarían o cuánto varía una al variar la otra.

Al momento de graficar se tiene que tener presente muchas variables, que eventualmente pudiesen estar en juego, como la ubicación con sentido de la variable dependiente e independiente, la elaboración con sentido del plano cartesiano, la numeración de sus ejes coordenados, la correspondencia uno a uno entre los puntos de un plano cartesiano, entre otros.

Para representar una situación o intentar matematizar alguna situación a través, o con apoyo de una gráfica, se tiene que tener presente que no solo son importantes las coordenadas que se necesitan en una función, pues estos son solo puntos aislados en un plano cartesiano, sino que además hay que darle un significado, un orden, un sentido a cada par ordenado ubicado en el plano.

En una gráfica como una función cuadrática, existen representaciones de situaciones que pueden ser matematizadas, por medio de la visualización de la información proporcionada, pero en este proceso existen muchas dificultades.

Una de las dificultades puede estar ligada al formalismo con el cual se presentan algunos contenidos, que muchas veces problematiza este proceso en los alumnos de enseñanza media en particular.

En opinión de Martínez (1997 citado en Arrieta, 2003):

> *Dos alternativas para resolver esta tensión consisten en la que Descartes y en buena medida Galileo y Newton exploraron, consistente en relajar el concepto de demostración de manera tal que permitiera inferir de los conocimientos de los efectos que dan los experimentos conocimiento cierto de las causas. La otra alternativa consistiría en abandonar el requisito de que, para que sea científico, el conocimiento tiene que ser demostrativo, cierto o absoluto (p.103)*

Lo que deja en evidencia que los conocimientos formales en matemática también pueden estar basados en hechos reales sin estar necesariamente demostrados matemáticamente, de manera formal, como se encuentra generalmente en los libros. De esta forma se puede dar paso al trabajo experimental por parte de los estudiantes y otorgando un mayor valor a sus producciones o realizaciones.

Así, las dificultades pueden estar relacionadas directamente con la forma como se presentan los contenidos en las aulas, dado que no siempre se relacionan la parte algebraica con la geométrica, por ejemplo, o la parte geométrica con algún fenómeno natural, o se insiste en hacer formalidades y dejando de lado la contextualización, necesaria en toda actividad docente.

En este caso particular, el estudio de funciones cuadráticas, se puede apreciar que hay dificultades para articular la parte algebraica de una función con la geométrica. De la misma manera que estudios especializados muestran que con frecuencia los alumnos presentan muchas dificultades en la representación del concepto de función, tal como señala (Dubinsky y Harel, 1992 citado en Cantoral y Montiel, 2001).

1.2 Formulación del Problema y Objetivos.

1.2.1 El problema

Estas dificultades en la representación de una función, están estrechamente vinculadas con la visualización matemática, ya que por parte de los alumnos se puede hacer notar fácilmente, tras proponer alguna actividad de construcción de determinados conceptos matemáticos.

La importancia que tiene el tema, radica en que existen gráficos no solo en un ámbito profesional, como ingeniería u otras ciencias, sino que los encontramos en nuestro quehacer diario, más cercano de lo que parece, y se hace muy necesario el que los alumnos, o en general todo individuo, sepa por lo menos interpretar un gráfico, que lo encontramos en todo ámbito y en nuestro entorno más contiguo.

Luego el propósito del estudio es:

"Identificar los obstáculos que presentan los estudiantes de educación media en el nivel NM3 para visualizar una función cuadrática y una lineal, y cómo es que éstos logran matematizar datos o valores señalados de forma abstracta".

En este caso se considerará lo lineal, como las semi-rectas, crecientes y ubicadas en el primer cuadrante. Lo cuadrático se entenderá en este caso, como aquellas curvas o parábolas, que están en el primer cuadrante y son cóncavas hacia abajo. Tales curvas como muestra, o representación de la aceleración de un automóvil en una pista de carrera, con variables tiempo-velocidad.

1.2.2 Objetivo general

- ✓ Sistematizar significados, estrategias y dificultades que presentan estudiantes al resolver problemas asociados a gráficas lineales y cuadráticas.

1.2.3 Objetivos específicos

- ✓ Construir un test que recolecte evidencias tales como, principales estrategias y dificultades de los estudiantes al trabajar con lo lineal y cuadrático.
- ✓ Reconocer argumentaciones y estrategias de los estudiantes sistematizando los significados respecto de variación.
- ✓ Sistematizar significados y dificultades que presentan los alumnos o alumnas al resolver problemas relacionados con gráficas tanto lineales como cuadráticas, ubicadas en el primer cuadrante.

CAPITULO II:
MARCO TEÓRICO

En la constante búsqueda a la respuesta del *cómo se construye saber* es que aparecen corrientes como el constructivismo, con miradas desde lo social, psicológica y filosófica. De la construcción del conocimiento, desde una mirada social, la persona construye su saber en la interacción con los demás, desde una mirada psicológica, éste construye su propio saber apoyado, por ejemplo, por un profesor. Por último, desde el punto de vista más filosófico, el individuo construye su saber tanto en la interacción con los demás humanos como con la naturaleza.

Se cree necesario, primero que todo, mencionar al constructivismo como una corriente que co-ayuda al entendimiento del cómo se construye el conocimiento, y que en su esencia esta en una estrecha relación con los aprendizajes esperados, objetivos verticales y transversales dispuestos en el currículo.

El constructivismo centra su mirada en el alumno o sujeto que aprende habilidades, actitudes y valores, entre otras, es decir construye las competencias para su vida. Reconociendo trascendental en el proceso de aprendizaje, la participación activa del estudiante. Desde el constructivismo se entienden estas variables como relevantes en su relación con lo epistemológico, lo cognitivo y social, así es como Piaget y Vigotsky, entre otros, dan origen a lo que hoy en día se conoce como el constructivismo, con su perspectiva peculiar de cada uno.

Vigotsky al considerar que las personas aprenden o construyen saber al interactuar con otros, esa interacción con otros da como resultado, que el aprendizaje sea considerado social, y Piaget al considerar que el aprendizaje se produce en la constante búsqueda del equilibrio cognitivo que todo sujeto experimenta, equilibrio que da coherencia al mundo que lo circunda, no solo en la interacción con el medio que lo rodea.

2.1 Construcción de aprendizajes

Para entender como aprende el sujeto se han ido elaborando cuerpos teóricos que han dejado atrás la idea de que al conocimiento se puede traspasar del profesor al estudiante.
Los aportes de Piaget, Ausubel y Vigotsky sobre cómo se elabora saber, nos dan cuenta de un individuo que no recibe nuevo conocimiento, sino que lo construye.

De acuerdo con Herrera (2002):

> *Piaget no considera que el aprendizaje es motivado únicamente por el medio ambiente al cual el individuo debe adaptarse sino más bien por un proceso denominado «equilibración», el cual «es una tendencia innata de los individuos a modificar sus esquemas de forma que les permitan dar coherencia a su mundo percibido» Así, el aprendizaje puede ser motivado por una situación de desequilibrio o incongruencia entre las estructuras internas o conocimientos previos y una situación o realidad presentada relativamente novedosa. El proceso de equilibración desencadena a su vez otros dos procesos complementarios entre sí: los procesos de «asimilación» y «acomodación». La asimilación tiene lugar cuando una persona interpreta una nueva experiencia y trata de ajustarla a sus estructuras conceptuales previas (…) en este caso, no se crea un nuevo esquema, sino que se utiliza uno anterior para comprender la información. La acomodación ocurre cuando una persona modifica sus estructuras conceptuales previas para responder o adaptarlas a una nueva situación. (p.71)*

Para Piaget, por tanto, solo cuando un estudiante se le genera una inquietud, nacerá una motivación para aprender, y tendrá sentido aprender algo nuevo, pero si su mundo funciona de igual forma, no tendrá razón modificar sus estructuras conceptuales o parte de sus conocimientos previos.

Según Clelia (2008):

> *El conocimiento, entonces, es una asimilación de objetos a sistemas de acción previos (esquemas) Si los esquemas no responden a las características del objeto, se producirá una interacción entre la asimilación (atribución de significado a los objetos) y la acomodación (modificación de las acciones según las características de los objetos). (p.2)*

Vigotsky, en tanto, incorpora al constructivismo lo social o socio-histórico (Clelia et al.), y la mediación social en donde interviene las relaciones interpersonales, que adquiere una mayor relevancia. Entiende que el aprendizaje se da, y es motivado en la relación social con otros, en un proceso de construcción que reconoce el proceso de interiorización[3]. A la luz de ellas se reconoce en los procesos de construcción de saber, una zona de desarrollo próximo, que Vigotsky (1978 citado en López y Mochón, 2007) describe como "la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz". (p. 75). En otras palabras, es la diferencia entre el nivel real de desarrollo o posibilidad de actuar solo y el nivel que puede lograr al actuar con apoyo de sus profesores o pares, enseñantes en general.

De lo anterior, Vigotsky destaca el rol de mediador, como una persona con más experiencia como un profesor, un integrante de la familia, un alumno más aventajado, entre otros. Este mediador posee su propio sistema de signos los cuales, el aprendiz procurará dominar, al ocurrir esto internaliza las relaciones sociales quedando incorporadas como funciones psíquicas superiores. A través de la interacción social se producirá la internalización de lo que se requiere aprender.

A diferencia de Piaget, según Socas (s.f.): "Vigotsky: centra el funcionamiento cognitivo general en la transmisión de los contenidos escolares, adjudica gran importancia a la

[3] Se produce cuando el niño pasa de las funciones mentales superiores, que son sociales, a las individuales.

construcción social y considera la intervención del docente como fundamental para el aprendizaje, [mientras que Piaget, según Socas], enfatiza la producción individual del conocimiento y minimiza la intervención docente". (p.55)

Entonces la construcción de saber por parte del estudiante, es una constante búsqueda del equilibrio cognitivo, al asimilar la nueva información con la que se conoce o al modificar los esquemas que ya se tiene, así como la búsqueda del apoyo e interacción con otras personas, para potenciar el conocimiento que se está construyendo.

Lo anterior revela la importancia de buscar en los procesos de enseñanza, un aprendizaje profundo o como describe Ausubel (1978), un aprendizaje significativo.

Arancibia, Herrera y Strasser (1997), señalan que "este aprendizaje ocurre cuando la nueva información se enlaza con las ideas pertinentes de afianzamiento (para esta información nueva) que ya existen en la estructura cognoscitiva del que aprende. Para Ausubel, el aprendizaje significativo es un proceso a través del cual una nueva información se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del individuo". (p.85)

Este tipo de enlace o relación puede generarse de forma clara y factible por parte del alumno, si se toma en cuenta factores como lo cognitivo y el cómo aprende un alumno. Se cree pertinente mencionar el aprendizaje significativo, pues éste se da y facilita en circunstancias en donde los estudiantes puedan a través de la gráfica, asociar a algún fenómeno cercano a la vida real o personal y por lo tanto sea significativo.
Una vez que un estudiante o sujeto que aprende, considere importante y significativo un tema, puede comenzar a interesarse en profundizarlo y luego llevarlo a otro contexto, un contexto matemático por ejemplo, de esta forma comenzará a matematizarlo.

2.2 Matematización de un fenómeno como una practica matemática.

Para proyectar la actividad matemática que interesa observar, se tomarán elementos de la Matematización, tanto desde matematizar elementos a partir de hechos de la realidad o mundo real, como desde la matemática misma, realizando un tratamiento matemático.

Desde esta perspectiva adquiere relevancia la Matematización, ya que al intentar matematizar tanto de forma horizontal como vertical, entendida esta como matematizar desde un fenómeno o desde la matemática misma, se puede observar diferentes estrategias o dificultades en su proceder.

Se entiende la Matematización como el proceso de llevar a otro contexto un fenómeno, pero no cualquier contexto, se habla de un contexto matemático, con su propia simbología. Así se pretende representar una situación problemática o fenómeno, esto quiere decir transformar en otro registro, con otros símbolos, una posible situación problemática. Aquí será posible, darse cuenta, cómo a través de la matemática, usada como herramienta, se transforma una situación dada, esta trasformación permite generalizar, o sintetizar, datos obtenidos por medios de la experimentación u observación de antecedentes.

Según el Dr. García (s.f.). "La matemática como actividad posee una característica fundamental: La Matematización. Matematizar es organizar y estructurar la información que aparece en un problema, identificar los aspectos matemáticos relevantes, descubrir regularidades, relaciones y estructuras".

Treffer en su tesis (1978 citado en García, s.f.) distingue dos formas de Matematización, las cuales se mencionan a continuación:

- *La Matematización horizontal.*
- *Y la Matematización vertical.*

La Matematización horizontal, nos lleva del mundo real al mundo de los símbolos y posibilita tratar matemáticamente un conjunto de problemas.

En esta actividad son característicos los siguientes procesos:

1. *Identificar las matemáticas en contextos generales.*
2. *Esquematizar.*
3. *Formular y visualizar un problema de varias maneras.*
4. *Descubrir relaciones y regularidades.*
5. *Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas.*

6. *Transferir un problema real a uno matemático.*
7. *Transferir un problema real a un modelo matemático conocido.*

La Matematización vertical, consiste en el tratamiento específicamente matemático de las situaciones, [esto puede considerarse como un segundo paso después de la Matematización horizontal].

En tal actividad son característicos los siguientes procesos:

1. *Representar una relación mediante una fórmula.*
2. *Utilizar diferentes modelos.*
3. *Refinar y ajustar modelos.*
4. *Combinar e integrar modelos.*
5. *Probar regularidades.*
6. *Formular un concepto matemático nuevo.*
7. *Generalizar. (P.3)*

Junto con la Matematización, la visualización matemática adquiere un rol relevante en el proceso de interpretar y analizar información visual, o de algún fenómeno natural.

2.3 Visualización.

"Generalmente se entiende por visualización la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar y reflejar información visual. En este sentido se trata de un proceso mental muy usado en distintas áreas del conocimiento matemático" (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza, 2000). Si bien en gran parte, coinciden con otros, existen pequeñas diferencias entre concepciones que se tienen sobre el tema.

2.3.1 La visualización matemática.

> *La visualización matemática tiene que ver con procesos de transformaciones mentales y producciones en papel, en pizarrón o en computadora, generadas de una lectura de enunciados matemáticos o de gráficas, promoviendo una interacción entre representaciones para una mejor comprensión de los conceptos matemáticos en juego. (Hitt, 1998, 2002, p.2)*

En otras palabras *visualización* matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado dado, que puede estar apoyado por una gráfica, y la puesta en marcha de una actividad, la cual puede no llevar necesariamente a una respuesta de inmediato pero sí puede conducir al que visualiza, a profundizar en la situación que se está tratando. Dentro de las características de la visualización se destaca el vínculo que existe entre representaciones, para la búsqueda de la solución a un determinado problema (Hitt, 2002).

En este trabajo de investigación, interesa principalmente la visualización matemática de gráficas, los significados que pueden encontrarse detrás de cada una, de la información que pueden estar representando, del cómo varían las variables, su covariación, la relación con algún fenómeno, la relación con su parte algebraica, entre otras. Por tanto, entenderemos visualización de la gráfica como la capacidad para interpretar ciertos parámetros y regularidades encontradas en cada una de las gráficas. No se trata solo de ver líneas, sino de tener la capacidad de encontrar un significado detrás de una gráfica, de la interpretación de las variables, es decir, la capacidad para reconocer las relaciones que se representan tanto del fenómeno que se estudia, como de los aspectos matemáticos que la constituyen, visto como una representación de algún fenómeno, para luego llevarlos a un posible contexto diferente, como puede ser científico, y en especial matemático.

La idea es transformar los datos y convertirlos, es decir, realizar tratamientos de información (cambios dentro de un mismo registro) y conversión (cambios que llevan a otro registro de representación), tal como sostiene Duval, de manera tal que sean usados en

otros registros y puedan relacionarlos entre ellos, pues no tiene sentido mirarlos como algo aislado y estudiarlos por separado.

A través de la visualización de la gráfica, por ejemplo, se puede construir de manera significativa conceptos matemáticos mediante la manipulación de objetos simbólicos que se encuentran en una gráfica de manera explícita.

Sobre la visualización, en tanto, Cantoral y Montiel (2001), agregan que:

> *Habremos de entender a la visualización no como el simple acto de ver, pues visualizar una función, por ejemplo, no significa solamente verla, mirar o contemplar su gráfica, de hecho es posible visualizarla sin verla (...). En un sentido más amplio, entendemos que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende. De modo que al realizar la actividad de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a los ámbitos numéricos, gráficos, algebraicos o verbales, pero exige también del uso de un lenguaje común para explicar ciertos fenómenos e incluso para describir experiencias vivenciales (…) la visualización entonces, trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para resolver problemas, con las relaciones abstractas que formulamos entre las diversas representaciones de un objeto matemático a fin de operar con ellas y obtener un resultado, pero sobre todo, precisa de la participación en una cultura particular al compartir símbolos y significados que incluyan lo gestual.*
>
> *Principalmente se le ubica como componente de los procesos mentales que tienen lugar en la actividad matemática, aunque se tiene claro que al relacionarse estrechamente con la percepción se presenta también en diversas situaciones de la vida cotidiana. En este sentido, nos parece que no existe una aproximación teórica dominante en el terreno de la visualización y que las diferentes posturas coinciden en que visualizar no se reduce al acto de ver las diversas representaciones de un objeto matemático. (pp. 1-2)*

Es mucho más que ver información de diferentes formas, significa entonces que hay interpretarla y encontrarle significado a lo que se esta visualizando, es así como se considera relevante el visualizar un objeto matemáticamente, considerando que se da un mayor énfasis al proceso de contextualizar el objeto matemático para asignarle un verdadero sentido y significado, al igual como lo hacían en sus orígenes o desarrollo de la ciencia matemática.

Guzmán (1996 citado en Cantoral y Montiel, 2001) señala:

> *Muchas de las formas de visualización que se experimentan son un verdadero camino de codificación y descodificación que está inmerso en todo un cúmulo de intercambios personales y sociales, buena parte de ellos arraigados profundamente en la misma larga historia de la matemática. Esto implica que la visualización sea un proceso que hay que aprender con las personas a nuestro alrededor y en la inmersión e inculturación en el tejido histórico y social de la matemática. La visualización no es una visión inmediata de las relaciones, sino una interpretación de lo que se presenta a nuestra contemplación que solamente podemos realizar eficazmente si hemos aprendido a leer adecuadamente el tipo de comunicación que la sustenta. (p.2)*

La visualización matemática entonces requiere del dominio de un mínimo de conceptos asociados a esta ciencia, pues hay que leer e interpretar información, codificar y decodificar, para luego de eso llegar a asociar imágenes con ideas.

Se encuentra íntimamente ligada con la lectura de diferentes tipos de registros de representación semiótica, como facilitador de la tarea de matematizar una situación real o fenómeno natural. Las actividades matemáticas que se analizarán, implican desenvolverse en varios registros de representación y en estrategias de Visualización, en la resolución o modelación de la realidad, que se instala en el aula de matemática. La visualización de gráficas, los significados que alumnos y alumnas otorgan a una gráfica, ya sea lineal o cuadrática o bien cómo es que ellos logran representar por medio de una gráfica,

información que se requiera, de la información que puede estar representando, del cómo varían las variables, su covariación, la relación con algún fenómeno, la relación con su parte algebraica, entre otras. Por tanto, se entenderá por visualización de la gráfica, como la capacidad para interpretar ciertos parámetros y regularidades encontradas en cada una de las gráficas, es decir, valores fijos o de entrada en una función, que permiten realizar una acción dentro de esta, regularidades tanto numéricas como geométricas presentes en el test.

2.3.2 Visualización de la matemática escolar.

Dentro de la matemática, hay que hacer una distinción, pues no da lo mismo hablar de matemáticas formales, puras, tratadas por la comunidad científica, que hablar de matemática en el contexto escolar.

Para la visualización matemática, se ha dicho que puede ser apoyada por medio de gráficas, y dentro de los contenidos mínimos obligatorios del currículo escolar están contempladas las gráficas, tanto gráficas lineales como cuadráticas. Estas gráficas al ser trabajadas y tratadas dentro de los contenidos de forma sistemática, puede favorecer el desarrollo de las habilidades escolares para visualizar matemáticamente. Además, una de las características de la visualización esta el vínculo que permite entre representaciones, facilitando la búsqueda de soluciones a determinados problemas, tal como lo destaca (Hitt, 2002).

De la misma manera, cabe destacar que dentro de la matemática escolar existen labores que requieren de un dominio mínimo de ciertos conceptos matemáticos para operar, tales conceptos son tratados y adquiridos a lo largo de toda la etapa escolar, por lo que saltarse uno de estos procesos puede producir serias dificultades a la hora de visualizar información representada de diferentes formas. Al respecto, Cantoral y Montiel (2001), destacan que “la visualización no es una visión inmediata de las relaciones, sino una interpretación de lo que se presenta a nuestra contemplación”, y esta puede presentarse de manera poco eficaz, si no se ha aprendido a leer adecuadamente el tipo de comunicación que existe detrás, esto quiere decir, que la matemática es un lenguaje, y que es necesario conocer su simbología, reglas, entre otros, para poder interpretar la información (codificarla o decodificarla).

2.4 Registros de representación semiótica como actividad cognitiva.

En relación a la dimensión cognitiva, se mencionan algunos problemas o dificultades de parte de los estudiantes para graficar una función cuadrática o lineal, dada la función, o dado el gráfico, puedan encontrar la función. Este tipo de dificultades tienen que ver con las distintas formas de representar la información, sobre los distintos registros de representación semiótica[4]. Este tipo de dificultades y representaciones no siempre es considerado en el ámbito de lo didáctico, es por ello que los estudiantes por lo general, no acostumbran a transitar desde un registro a otro, como una actividad normal y habitual en el salón de clases.

Es así como en un registro algebraico se encuentra formado por sus propios signos y significados, o un registro gráfico en donde sus signos cambian pero que puede, al mismo tiempo, estar relacionado directamente con ese otro registro, como la representación visual del mismo.
De acuerdo con Peralta (2003):

> *Las representaciones semióticas utilizadas normalmente en matemáticas, no se generan de manera aislada, sino que pertenecen a sistemas de representación que tienen su propia estructura interna, sus propias limitaciones de funcionamiento y de significado, que pueden ser caracterizadas en función de las actividades cognitivas que permiten desarrollar. Estas actividades cognitivas condicionan la estructura misma del sistema de representación. (p.167)*

Es así como en algunas actividades matemáticas se recomienda trabajar en un tipo de registro, pues en estos (por sobre otros), permiten realizar un tratamiento de la información de forma más cómoda, y admite un entendimiento y facilidad en la tarea de construir aprendizaje.

[4] Ya sea en un registro gráfico, algebraico, tabular, aritmético, lenguaje natural, entre otros.

Las actividades que propicien el tránsito desde un registro a otro, o la articulación entre muchos registros, se considera relevante, pues en algunos se facilita el entendimiento y la puesta en marcha de alguna estrategia para resolver un problema, pero ese mismo tipo de registro puede no ser el más adecuado y facilitador de tareas en otro problema, el objetivo es que el sistema represente las características principales del objeto matemático que se está tratando.

Para que un sistema semiótico sea considerado un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis, Duval (1998 citado en Peralta, 2003):

> *1) La formación de una representación identificable como una representación de un registro dado...*
> *2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde esta ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna a un registro...*
> *3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. (p.167)*

Por lo tanto aprender matemática implica entre otras cosas, la coordinación entre diversos registros de representación, como una actividad cognitiva que facilita la comprensión y el entendimiento de nuevos conceptos, para una construcción de significados por parte del sujeto que aprende. El trabajar solo en un registro, acota las posibilidades de descubrir la enorme variedad de información con la que un aprendiz puede disponer en algún enunciado, esto visto como herramientas con las que puede disponer al intentar proceder en una situación problemática. Estos cambios de registros que se mencionan, es lo que Duval llama la *conversión de una representación*.

Agrega Guzmán (1998) que:

> *Una estrategia matemática combina generalmente tratamientos y conversiones, la diferenciación funcional de registros de representación y la coordinación entre ellos constituyen los dos puntos claves para el aprendizaje.*
> *El traslado entre registros no se efectúa espontáneamente a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y el de llegada, pero puede ser un obstáculo serio cuando no hay congruencia. En efecto, en el traslado entre registros se trata de la confrontación de representaciones de naturaleza diferente de un mismo objeto. Este traslado da lugar a fenómenos de congruencia y no congruencia semántica. Cuando hay congruencia, el traslado puede ser trivial. (p.2)*

Esta mezcla de tratamiento (cambios en el mismo registro) y conversión como estrategia adquiere mayor preeminencia si se considera y tiene claro el tipo de función que cada registro de representación semiótica ostenta, pues en algunos casos será posible encontrar una mayor fuente de información a través de una gráfica o por el contrario su representación algebraica del objeto matemático en cuestión.
Este tipo de congruencia, al que hace mención Guzmán, es percibido en gran parte, cuando el objeto representado permite una clara conversión entre diferentes registros, pues en algunos casos no es tan trivial.

Al mismo tiempo que la comprensión semántica de un objeto matemático, requiere de la coordinación de varios registros como actividad cognitiva ideal y propicia para el sujeto que aprende, es necesaria que esa coordinación y cambio de registro sea congruente.

En relación a la congruencia Duval (1999 citado en García, 2005) señala que dos representaciones son congruentes cuando cumplen los siguientes requisitos:

- ✓ *Tienen una semántica de los elementos significantes: es decir, a cada una de las unidades significantes simples de cada una de las dos representaciones comparadas se le puede asignar un único significado definido dentro del registro semiótico en el cual se expresa.*
- ✓ *Presentan univocidad semántica terminal: o sea, a cada unidad significante elemental del registro en el cual está expresada la representación inicial, sólo le corresponde una única unidad significante elemental en el registro semiótico en el cual está expresada la representación final. En otras palabras, existe una relación uno a uno entre los elementos que componen la representación inicial y aquellos que componen la representación final.*
- ✓ *Las unidades significantes correspondientes a cada una de las dos representaciones comparadas están organizadas de tal manera que las unidades en correspondencia semántica (con el mismo significado) son aprehendidas según el mismo orden en las dos representaciones. Es decir, este criterio exige correspondencia en el orden de arreglo de las unidades que componen cada una de las representaciones. Este criterio es muy importante cuando se comparan frases y fórmulas literales.(p.32)*

En las actividades en donde se considere los distintos registros de representación, tratamientos y conversiones, se facilita el acto de visualizar ya que permite por ejemplo, transformar y reflejar de forma más clara la información que se tiene a disposición, y posterior a ello intentar matematizar una situación. En un apartado posterior[5], se analizarán las estrategias y herramientas de visualización y Matematización con la que cuentan los estudiantes, al realizar una actividad matemática.

[5] En relación al test que se aplicó.

En particular se destaca las cuatro dimensiones centrales para su análisis: la dimensión didáctica, la dimensión cognitiva, la dimensión epistemológica y la dimensión social, las cuales se las considera de modo sistémico, esto es que interactúan de forma dinámica entre sí, para un objetivo común, la construcción de aprendizaje.

La dimensión didáctica, los paradigmas de propuestas metodológicas y la relación profesor-estudiante, lo cognitivo y las dificultades principales por parte de los estudiantes al momento de construir saber y cómo es que lo construye, lo epistemológico y el análisis del contenido que se quiere ayudar a construir, como se constituye el objeto de conocimiento y por último, lo social pues se considera primordial en todo el proceso de construcción del saber, en el conocimiento que se genera en la interacción social (prácticas sociales) y como esta interacción afecta la construcción del conocimiento entre los individuos. Al entender la faceta cognitiva, se toman los aportes de Piaget y Vigotsky, con su teoría centrada en lo cognitivo, y cómo es que el niño se apropia de un saber, sobre los diferentes estados en los que se ve envuelto en el proceso de adquirir o desarrollar conocimiento. Teniendo en cuenta estos niveles de desarrollo o etapas del desarrollo que plantea la psicología cognitiva , se puede esperar que los estudiantes puedan interpretar información visual, presentada por medio de gráficos por ejemplo, y considerando que la atención se centra más en el alumno, otorgándole un mayor protagonismo a éste, es que se puede realizar trabajos en donde los alumnos y alumnas generen producciones y muestren sus habilidades para interpretar información representada de diferentes formas (gráfica, algebraica, entre otras).

Este trabajo se centra en las estrategias utilizadas por estudiantes al trabajar con gráficas, situaciones reales y en la interpretación de la información, que puede ser algebraica, en lenguaje natural o gráfico. Para esto se consideran las estrategias de visualización matemática que ponen en juego los estudiantes y los diferentes registros de representación en los que pueden transitar.

La visualización matemática, que considera las habilidades para representar, trasformar y comunicar información visual, es un proceso mental muy utilizado en las ciencias, específicamente a lo referido al conocimiento matemático. Dentro de estas estrategias, tanto el transformar y comunicar información, por ejemplo, se utilizan distintos registros de representación. Ello implica reconocer, cómo el uso de los diversos registros de representación son significados por los estudiantes para resolver problemas que pueden estar asociados al diario vivir, y cómo dentro de este proceso de transformar, convertir o hacer un tratamiento de algún tipo de información, facilita la tarea de Matematizar tanto horizontal como verticalmente, en el cual por un lado se parte de una situación real para llegar a un contexto matemático (Matematización horizontal), mientras que por otro lado, se hace un tratamiento específicamente matemático de la situación (Matematización vertical).

Desde la perspectiva de la visualización matemática, de los diferentes registros y de la Matematización principalmente, es que se observarán y analizarán las producciones o resultados mostrados por los estudiantes de tercer año de enseñanza media, al contestar un test sobre temas relacionados con gráficas lineales y cuadráticas.

CAPÍTULO III:
MARCO METODOLÓGICO

Dentro del marco metodológico, esta investigación tiene un carácter exploratorio. No obstante se considera en parte descriptiva por mostrar evidencias de los hechos mencionados[6], tales como procedimientos que presentan los estudiantes del tercer año medio del colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez en Noviembre del 2009, al responder un test.

Este estudio es de corte cualitativo, como ya se mencionó, y se estructura en las siguientes etapas:

a) **Construcción del test.**
b) **Aplicación y validación.**
c) **Análisis y sistematización de producciones estudiantiles**

Construcción del test:

Se realiza un análisis previo respecto de los obstáculos principales en torno a lo lineal y cuadrático, se revisan algunas pruebas como SIMCE, PISA, TIMMS, tesis, entre otros, para luego construir el test, separado en dos partes, uno lineal y otro cuadrático, revisando aspectos propios de la matemática, cognitivos y didácticos.

Antes de aplicarse el test, se tomó una muestra tipo ensayo, en el cual tres estudiantes respondieron un primer test, para detectar posibles puntos débiles, fallas, preguntas que no se entienden o que no miden lo que se espera, entre otros. Luego se hicieron algunas modificaciones y correcciones, para posteriormente aplicarlo a todo un curso.

Aplicación y validación:

En primer lugar se buscó un colegio y un curso de NM3 o tercer año de enseñanza media, los cuales tienen conocimientos de gráficas lineales y cuadráticas. Posteriormente se

[6] Análisis de producciones estudiantiles relacionadas con lo lineal y cuadrático.

privilegiará a aquellos estudiantes que representen en parte, a la media de los alumnos de colegios no particulares del país.

Este test fue construido en conjunto con el profesor guía, y revisado por dos profesores más, uno de ellos con grado de magister y el otro, profesor de educación media en matemática con más de 10 años de experiencia, y por último por alumnos de NM4 o cuarto año de enseñanza media.

Análisis y sistematización de producciones estudiantiles:

Posterior a la toma del test, se recolectaron las respuestas por número de alumnos, ejemplo: alumnos desde el 1 al 27, en reemplazo del nombre que no se consideró por razones éticas del estudio, además el curso completo esta formado por 27 alumnos y alumnas. El siguiente paso, consistió en separar los test por número de hoja, así todas las hojas nº1 de todos los alumnos, se encuentran juntas. Acto seguido, se separan por número de ejercicios, ejemplo: todos los ejercicios nº1 juntos, así se comienzan a realizar los análisis por número de pregunta, para finalmente agruparlos por grupos con respuestas de características similares. Estas respuestas son evaluadas por su valor propio y significados argumentativos, más que su validez conceptual.

Se realizó una entrevista no estructurada, a ciertos alumnos que se consideran representativos del grupo curso, esto con el fin de profundizar aspectos específicos que surjan con el análisis de las respuestas al test.

3.1 PAUTA DE ENTREVISTA Y ARGUMENTOS.

Alumnos escogidos para la entrevista:

- ✓ Se entrevistó a tres alumnos bajo el criterio de que eran modelos o representativos del grupo curso, respecto de las aptitudes mostradas en las respuestas.
- ✓ Los estudiantes que respondieron al test, y que representan al curso completo de tercer año de enseñanza media del electivo científico, colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez, fueron enumerados desde el 1-27 y los estudiantes seleccionados para la entrevista, fueron los números 5, 6 y 10.

- ✓ Las razones por las que son elegidos, principalmente porque tenían respuestas interesantes para profundizar, estas respuestas sugerían una argumentación adicional, para que permitan sacar mejores conclusiones. En general, respuestas originales, que respondieron a la mayoría de las preguntas y fueran los que más escribieran sus intentos. Es decir, estudiantes comprometidos y dispuestos para comunicar sus ideas, sin temor a equivocarse.

La idea de la entrevista, es profundizar en las evidencias y muestras generadas por parte de los estudiantes, esto como prueba y justificación de la metodología cualitativa que se pretende entablar en la presente investigación.

En parte, la investigación se considera exploratoria, pues en una primera instancia se recogen evidencias de las estrategias, procedimientos y dificultades mostradas por los estudiantes a través del test que se les aplicó. Este test (exploratorio), tiene como función principal, recoger muestras y evidencias empíricas de procedimientos y argumentos utilizados por alumnos y alumnas del subsector mencionado NM3. Así mismo la entrevista refuerza el proceso de explorar en relación a la argumentación de parte del estudiante.

De igual forma, se considera descriptivo ya que inmediatamente después de tomado el test, se analizan sus respuestas, procedimientos y argumentos, para describirlos en el capítulo IV, correspondiente al de *análisis de la información.*

Este test consta básicamente de dos fenómenos, uno lineal y otro cuadrático, cada uno de los fenómenos posee aproximadamente 8 preguntas de diferente índole. En la parte lineal considera gráficas, cálculos, ecuaciones, fenómenos y la interrelación que existe entre ellos, al igual que en la parte cuadrática. Se espera que logren articular el fenómeno con su gráfica, su gráfica con el registro algebraico que lo representa, y la parte algebraica con el fenómeno.

Así mismo se espera que se produzca la instancia para visualizar matemáticamente un fenómeno, esto como proceso necesario para una interiorización de conceptos matemáticos, tal como lo menciona Cantoral (2000), en su llamado a los profesores a promover la visualización, pues no se puede pretender que los alumnos aprendan matemática, sin que

necesariamente, visualicen primero. Al igual que con el primer fenómeno, se espera que con el segundo fenómeno se produzcan resultados que permitan mostrar estrategias de visualización existente en los estudiantes de tercer año de enseñanza media o NM3.

De igual forma se pretende recoger evidencias de las principales dificultades que puedan existir en torno al proceso de Matematización, pues en algunas partes de este test no se muestra de forma tan explícita la parte matemática. Esto con la intención de identificar las estrategias de Matematización existente en los alumnos y alumnas, al igual que reconocer el grado de profundización alcanzado en la apropiación de un saber, lo que se recuerda y cómo eso que se recuerda, lo relacionan entre sí, lo transforman o modifican. Así como la forma de utilizar las herramientas matemáticas con las que dispone cada uno de ellos.

En una segunda etapa se procura obtener entrevistas en profundidad, como proceso de retroalimentación y profundización en los resultados evidenciados anteriormente de forma escrita. De este modo se puede hacer de este instrumento un aporte con resultados de os y fidedigno, que sea una contribución para futuras investigaciones relacionadas o ligadas al tema. Con ello no se pretende generalizar, pues como se ha mencionado, es un instrumento de corte cualitativo, la idea es recoger evidencias en relación a las principales dificultades y estrategias que los alumnos y alumnas ponen en juego, cuando realizan alguna actividad matemática y específicamente relacionada con gráficas.

3.2 ELEMENTOS DESCRIPTIVOS GENERALES.

Cognitivo: desde la teoría se destaca lo planteado por Duval y los diferentes tipos de registros de representación semiótica, como herramienta que propicia la construcción del aprendizaje por parte del alumno o alumna al articular un registro con otro, realizando una conversión o bien, al realizar cambios dentro del mismo registro, en tal caso se habla de hacer un tratamiento de la información. Sumado a lo anterior se destaca la visualización matemática, como una herramienta que al ser utilizada y promovida en las aulas, coayuda a construir aprendizaje. Este aprendizaje se destaca por estar centrado en el alumno o alumna que aprende, que participa, que pregunta, y en general que juega un papel activo y protagónico en el salón de clases. Un estudiante que participa activamente en clases, realizando actividades en donde se promueva la visualización matemática y la articulación

de diferentes registros, tiene muchas ventajas sobre otro que no tiene la oportunidad de ser partícipe y protagonista de dichas actividades relacionadas con la visualización matemática.

Didáctico: desde la práctica y la teoría se tienen evidencias sobre algunos contenidos, su estilo de presentación, los cuales pueden variar desde la presentación de definiciones y propiedades, hasta una propuesta de un problema de aplicación, y en general como se trabajan en las aulas. Ya sea por las exigencias de cada establecimiento, por el material existente y disponible, o por la motivación del profesor, entre otros. Refuerza esta idea que ciertos contenidos curriculares son vistos en profundidad y con significado para los estudiantes de forma muy variada. En este caso particular se hace alusión al contenido de lo lineal y cuadrático.

Basado principalmente por lo informado por estudios internacionales como PISA, se menciona algunas deficiencias en torno a la interpretación de gráficas, confundiendo por ejemplo, gráficas en el plano cartesiano que se generan por una carrera en una pista, con la forma propiamente tal de esta. Este tipo de dificultades puede generarse por un escaso énfasis en la interpretación de gráficos, principalmente de variación.

Epistemológico: sin la necesidad de hacer un análisis muy en profundidad, se puede percibir, ya se por el material de libros o algunas propuestas metodológicas, que la forma en que presentan algunos contenidos relacionados con lo lineal y lo cuadrático, no ha variado mucho en relación a sus orígenes, esto al tener presente que en lo cuadrático por ejemplo, no se privilegia los gráficos y sus interpretaciones, o la relación con algún problema de aplicación, en general la relación entre lo algebraico-gráfico-aplicación. Centrándose en la ejercitación y la parte aritmética, por sobre el análisis de gráfica y la interpretación de estas o la articulación desde el registro gráfico con algún fenómeno natural, o definitivamente la no utilización de problemas de aplicación por considerarse un obstáculo epistemológico el cual requiere de mucho más tiempo y dedicación por parte del alumno y profesor.

Sociocultural: en nuestro medio social y cultural, por lo general se acostumbra a decir que la ciencia matemática es difícil y aburrida, que es solo para algunos elegidos, traspasando esta creencia de generación en generación. Muchas veces es posible escuchar el comentario

de que no necesito saber ecuaciones de segundo grado para ir al supermercado, o preguntas como ¿y para qué me sirve esto?, mostrando de esta forma el poco sentido que tiene la matemática para muchos. El concepto de lineal y cuadrático muchas veces no se relaciona entre registros de representación gráfica y algebraica o entre el registro gráfico y una situación real, por lo tanto se puede apreciar, que es concebido por el común de las personas, como algo dicotómico, dividido en una parte algebraica y la otra geométrica.

3.2.1 Primer fenómeno:

Un autobús se desplaza a una velocidad constante de 98km/hrs

1.1 Representa la situación.

Con esto se pretende que el alumno o alumna haga uso de un amplio abanico de posibilidades u opciones para representar y visualizar, las variables involucradas y relaciones básicas presentes en la situación variacional planteada, ya que puede optar por hacer un gráfico en el plano cartesiano por ejemplo, expresarlo de forma escrita, o un dibujo cualquiera, etcétera.

Objetivos:

- Interpretar y analizar información.
- Interpretación y uso de variables.

1.2 ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20minutos?

a. ¿En 30 minutos?

b. ¿En 40 minutos?

En esta pregunta se espera que los alumnos puedan concebir lo que representa km/hrs como un dato, que puedan identificar las variables en juego, como lo es distancia y tiempo, observar cómo calculan o qué método utilizan para calcular con otros valores, se espera que utilicen por ejemplo, proporción directa o regla de tres.

Objetivos:

- Ver cómo los estudiantes articulan el fenómeno con la parte algebraica.
- La capacidad de generalizar.
- Comprensión e interpretación de datos o variables.

1.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?

En esta interrogante se busca que los alumnos calculen la velocidad en km/hrs en ambos casos, para luego compararlas y decidir cuál es la mayor o menor velocidad, si sube o baja de velocidad. Otra intención detrás de este punto, es ahondar en la interpretación gráfica de un fenómeno, visualizando el cambio de velocidad con el cambio de pendiente de la recta.
Objetivos:

- Capacidad de comprensión e interpretación de datos.
- La articulación entre datos aritméticos con gráficos.
- Cálculo de velocidad.

1.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica en el segundo cuadrante? Justifica tu respuesta.

En esta oportunidad se espera que la gran mayoría de los alumnos den una respuesta negativa, argumentando que no existe tiempo negativo y tampoco existe distancia negativa.
Objetivos:

- Nivel de comprensión de información.
- Interpretación de variables.

1.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?

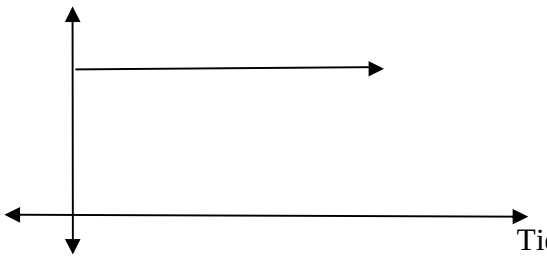
En esta pregunta se espera que los alumnos puedan calcular o transformar los datos dados. Ejemplo, si se sabe que en una hora se tienen 60 minutos, entonces en 4 horas se tienen los 240 minutos. Por lo tanto en una hora se recorre la cuarta parte, pues en 4 horas se recorre la distancia, luego la cuarta parte de 360 es 90, por tanto la velocidad es de 90km/hrs.

Objetivos:

- Comprensión e interpretación de la información.
- Aplicación del conocimiento adquirido.
- Análisis de la información.
- Articulación entre diferentes registros.

1.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico?

Distancia



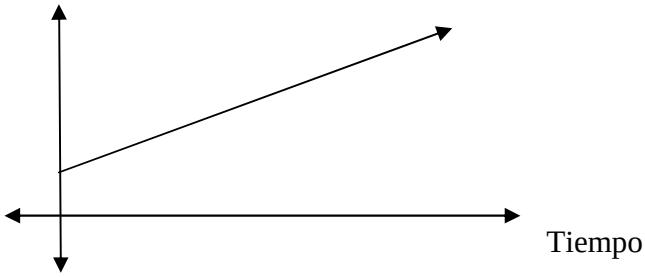
Se espera que los alumnos interpreten el fenómeno que representa la gráfica como un objeto que está en reposo, que no tiene desplazamiento a pesar de que el tiempo siga avanzando.

Objetivos:

- La articulación entre gráfica y fenómeno.
- Interpretación de variables.

1.7 ¿Qué fenómeno podrías asociar al siguiente gráfico? ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no está en el origen?

Distancia



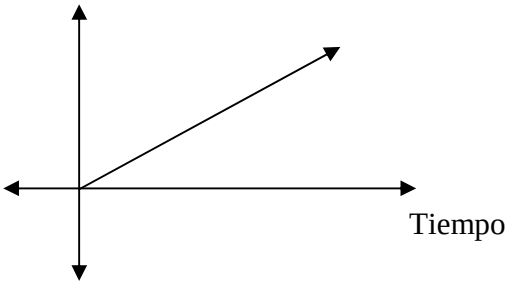
En la gráfica antes vista, se espera que los alumnos puedan razonar y dar significado o interpretarlo como la representación de algún fenómeno, este puede ser la distancia recorrida por una persona, pero con el detalle de que antes de tomar el tiempo, la persona ya estaba avanzando, pues existe desplazamiento en el tiempo 0.

Objetivos:

- Capacidad de abstraer datos.
- Articulación entre lenguaje gráfico y el fenómeno.

1.8 ¿Cómo podrías desplazar o trasladar la gráfica hacia arriba, algebraicamente?, ¿Qué pasará con el recorrido del móvil en el fenómeno? Explica.

Distancia



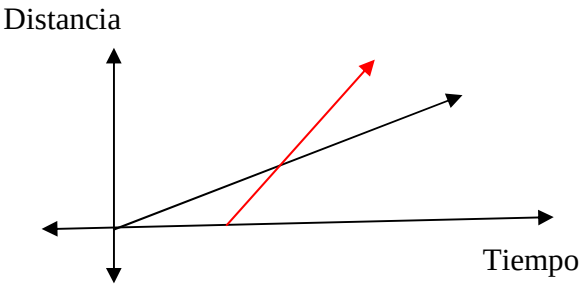
Se busca que los alumnos puedan articular el registro gráfico con el algebraico y sepan qué datos nos está arrojando dicha gráfica y cómo esta depende de parámetros algebraicos, de esta forma nos daremos cuenta cómo los estudiantes relacionan los distintos tipos de registros de representación, si es que lo relacionan. Otra cosa, igualmente interesante es

saber cómo relacionan estos cambios con el fenómeno y así determinar, si es posible para los estudiantes captar el hecho que al desplazar la gráfica hacia arriba, lo único que estará sucediendo es que el objeto que se desplaza comienza antes a hacerlo (antes que el tiempo avance, existe un desplazamiento) pero con la misma velocidad constante.

Objetivos:

- Aplicación de conocimientos involucrados.
- Articulación entre lenguaje gráfico y el fenómeno.

1.9 ¿Cómo varia la velocidad en el siguiente gráfico?



Se espera que los alumnos puedan reconocer las distintas velocidades que están representadas a través de esta gráfica y el lugar físico en el que se encuentra el objeto que se desplaza en un determinado tiempo. Mientras uno de los objetos parte con su trayectoria, el otro se encuentra en reposo, pero al momento de partir toma una velocidad mayor (gráfica de color rojo).

Objetivos:

- Comprensión e interpretación de las variables involucradas.
- Articulación entre la gráfica y el fenómeno ilustrado.

3.2.2 Segundo fenómeno:

Aceleración de un auto de carrera en una pista con curvas. La aceleración en estas pistas alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, pero en cuanto nos encontramos con una curva, la aceleración comienza a disminuir (desaceleración).

2.1 ¿Qué variables están en juego dentro de la situación? Elige dos que te parezcan más relevantes, luego grafica la situación en el tiempo.

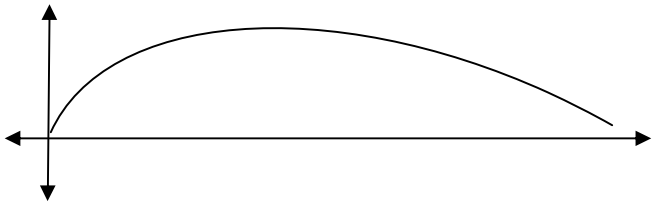
En este caso lo que se pretende que respondan los alumnos tiene que ver con las variables velocidad-tiempo, y como una está en función de la otra. Es probable que encuentren más de dos variables, pero para el caso es necesario que elijan solo dos, las que mejor se puedan apreciar.

Objetivos:

- Interpretación y análisis de datos.
- Articulación entre lenguaje común y lenguaje gráfico.

2.2 ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico, con respecto a la velocidad y el tiempo en el que se desplaza un automóvil?

Velocidad



Tiempo

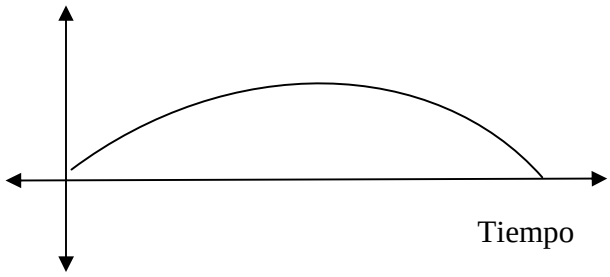
El objetivo de esta pregunta es que los alumnos puedan identificar correctamente los datos que hay implícitos detrás del gráfico, como lo son las distintas velocidades que experimenta el automóvil a medida que avanza el tiempo, y que llegado un momento esa velocidad disminuye, ese punto es el punto máximo o velocidad máxima.

Objetivos:

- Análisis de la información entregada.
- Articulación entre lenguaje gráfico y lenguaje escrito.

2.3 ¿Qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica?

Velocidad



Con esto se procura que los alumnos asemejen el punto inicial de la gráfica velocidad-tiempo como un punto en donde la velocidad y el tiempo no tienen por qué ser necesariamente cero. Puede existir el caso en donde se tome la velocidad inicial como 20km/hrs y el tiempo de medición comience desde ese instante o que comience con una velocidad inicial de cero, pero que el tiempo esté ya avanzando, etc.

Por otro lado el punto final de la gráfica sólo indica que el automóvil tiene una velocidad reducida, no necesariamente igual a cero. En ese caso se espera que los alumnos vean este punto, no como un retorno al comienzo de la trayectoria, sino más bien como una disminución de la velocidad, que puede ser o no igual a cero.

Objetivos:

- Articulación entre lenguaje gráfico y escrito.
- Niveles de comprensión y análisis de la información proporcionada.

2.4 ¿Cómo interpretas gráficamente, el punto de menor aceleración? Grafica dicha situación.

Aquí los alumnos deberían identificar los puntos no solo del comienzo sino el término de la gráfica, en donde las velocidades son menores. Es fácil confundir el inicio de la gráfica como el punto de menor aceleración, pero este no es el único punto. Será trabajo del alumno llevar a la gráfica esta situación.

Objetivos:

- Articulación entre lenguaje escrito y lenguaje gráfico.
- Comprensión y análisis de información.

2.5 ¿Cómo interpretas estas gráficas, relacionadas con el fenómeno en cuestión (aceleración de un automóvil)?

Fig.1

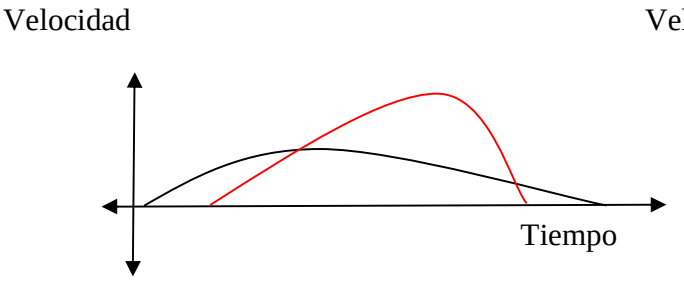
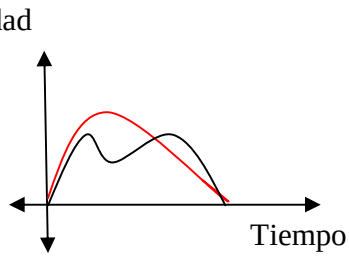


fig.2



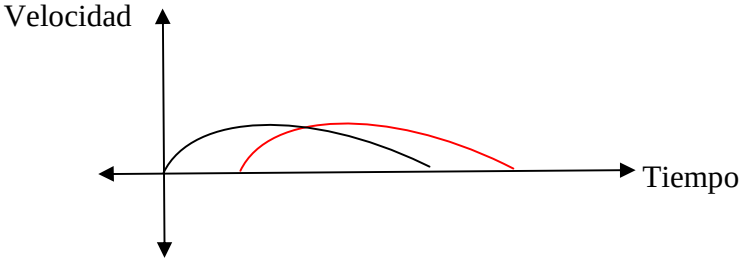
En la figura 1, se espera que los alumnos identifiquen las dos gráficas como dos automóviles que parten en puntos distintos, en distintos tiempos y que alcanzan velocidades máximas distintas. Uno obtiene o alcanza una aceleración mayor y su gráfica lo indica, con una altura mayor.

En la figura 2 en cambio es necesario que los alumnos identifiquen los gráficos como dos automóviles que parten en el mismo punto y con el mismo tiempo, que llegan a un tiempo en común y con la misma velocidad, pero durante el transcurso del tiempo alcanzaron distintas velocidades.

Objetivos:

- Articulación entre lenguaje gráfico y el fenómeno.
- Análisis de la información.

2.6 Si una de las gráficas la movemos hacia la derecha, como lo indica la siguiente figura ¿Qué significado tiene en el fenómeno ilustrado?



Esto con la intención de que los alumnos puedan interpretar correctamente la situación a través de la gráfica, en este caso deberían concluir que si la gráfica es desplazada hacia la derecha esto significa que el tiempo se comenzó a medir después, pero que el resto de la situación se mantiene, o sea que existe una aceleración en ambos casos pero en distintos tiempos.

Objetivos:

- La articulación entre lenguaje gráfico y el fenómeno.
- Niveles de comprensión y análisis de información.

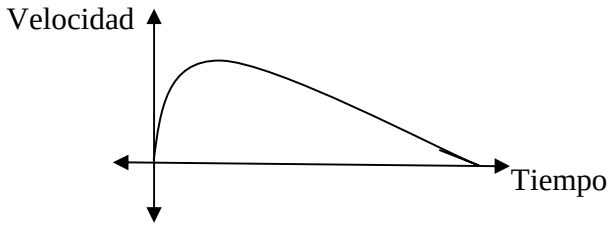
2.7 Relaciona las siguientes ecuaciones con el fenómeno antes ilustrado. $y = -(x-3)^2 + 4$ *e* $y = -(x-2)^2 + 4$ **.Luego grafica la situación planteada.**

Primero que todo los alumnos deberían, como requisito mínimo, saber graficar ecuaciones y luego interpretar el traslado de esta, en este caso deben darles significado e interpretar las situaciones a trabes de las ecuaciones dadas. Esto significa que las ecuaciones están trasladadas hacia la derecha y que el tiempo de medición se aplazó. Llevado al fenómeno diríamos que existe la misma aceleración pero medida en tiempos dispares.

Objetivos:

- Evidenciar conocimientos involucrados.
- Comprensión de información.
- Aplicación de conocimientos adquiridos.
- Análisis de información.

2.8 De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué puedes decir en torno a la aceleración en las variables velocidad-tiempo?



Se espera que los alumnos visualicen la gráfica como un móvil que alcanza una gran aceleración al comienzo, de poca duración, y el tiempo de desaceleración es más prolongado, en otras palabras que el automóvil alcanza su máxima velocidad al poco tiempo de iniciar la aceleración, luego disminuye su aceleración lentamente.

Objetivos:

- Articulación entre gráfica y fenómeno.
- Comprensión y análisis de información.

En el diseño de las actividades se tiene en consideración los resultados obtenidos por los estudios hechos principalmente por Arrieta (2003), o algunos como pruebas TIMMS, PISA, PSU, SIMCE, entre otros.

Será entonces interesante analizar los argumentos que dispondrán los estudiantes de tercer año de enseñanza media, para justificar sus procedimientos, su forma de ver e interpretar los datos dados y pedidos, por último, su forma de utilizar las herramientas matemáticas con las que dispone cada uno.

CAPITULO IV:
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La información recopilada en este capítulo corresponde a respuestas y producciones de estudiantes de tercer año medio del colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez. Este curso es un electivo de ciencias, consta de 27 estudiantes que trabajaron de forma individual y responden un test con 17 preguntas separadas en dos partes, el primero con 9 preguntas y el segundo con 8. Estas preguntas fueron diseñadas de forma tal que pudiesen seguir la orientación dada por los objetivos de la investigación.

Respecto de los gráficos, éstos en parte son sacados de diversos estudios hechos internacionalmente, como pruebas PISA, TIMMS, entre otros.
En cuanto a lo lineal, y cuadrático, se considera parte del trabajo hecho por Arrieta (2003) en su tesis de doctorado.

Los aspectos que se considerarán importantes para los análisis no corresponden al dominio de conceptos necesariamente, sino a ideas y estrategias que cada alumno o alumna propone para resolver los desafíos que se les presentan, estos desafíos se presentas en diferentes registros de representación, así tendrán que transitar necesariamente entre elementos algebraicos, geométricos, o en relación con fenómenos asociados a la vida real.

Las respuestas son agrupadas por similitud de ideas o estrategias que dispone cada alumno o alumna, de esta forma se hace una descripción general de sus habilidades o dificultades presentes en cada respuesta.
Para los análisis de respuestas por grupo, se escogen un par de alumnos representativos, para una revisión más exhaustiva de lo realizado por cada estudiante, explorar anexos B.

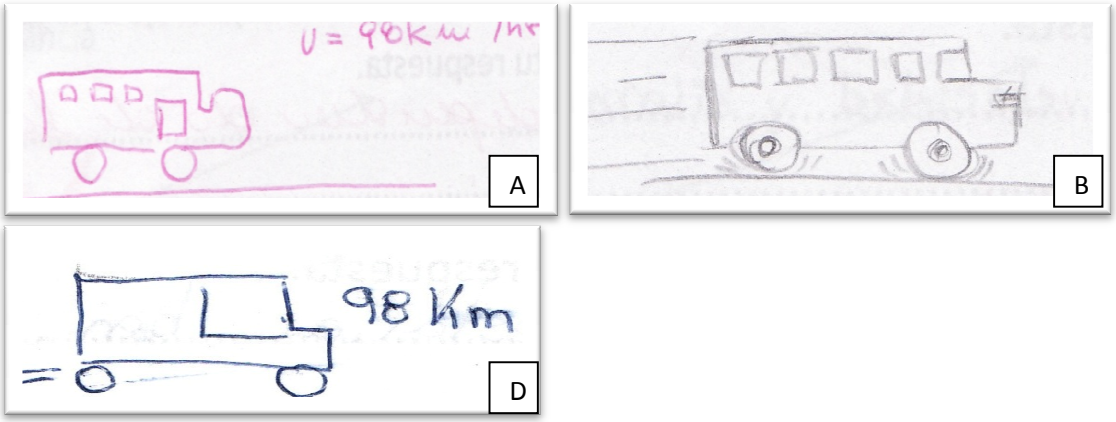
4.1 ANALISIS DEL PRIMER FENÓMENO:

Un autobús se desplaza a una velocidad constante de 98km/hrs.

Pregunta 1.1.

Representa la situación.

Grupo I.

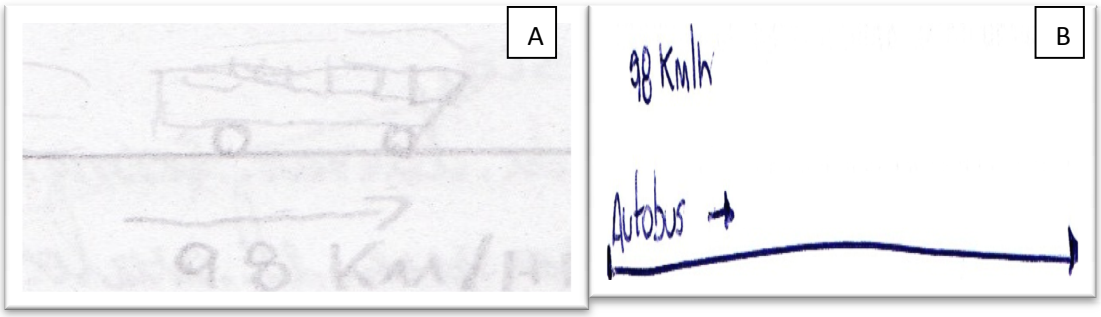


La velocidad se escribe (respuestas A-C, D, H, I, J- ver anexo B), es un dato que no está en la representación, la representación es un dibujo del bus, no hay íconos para el movimiento, 10 dibujan un bus pero, uno de ellos (respuesta D), escribe solamente (98km) como la distancia recorrida, dejando de esta forma, implícito el tiempo. En general se privilegia el uso del dibujo icónico por sobre las gráficas en un plano cartesiano, considerando así significativo el representar la información de esta forma.

Hay líneas que representan la velocidad del bus (respuestas B, E, F, G, ver anexo B). No se hace necesario el número de la velocidad, pues para ellos la velocidad está implícita en la representación icónica.

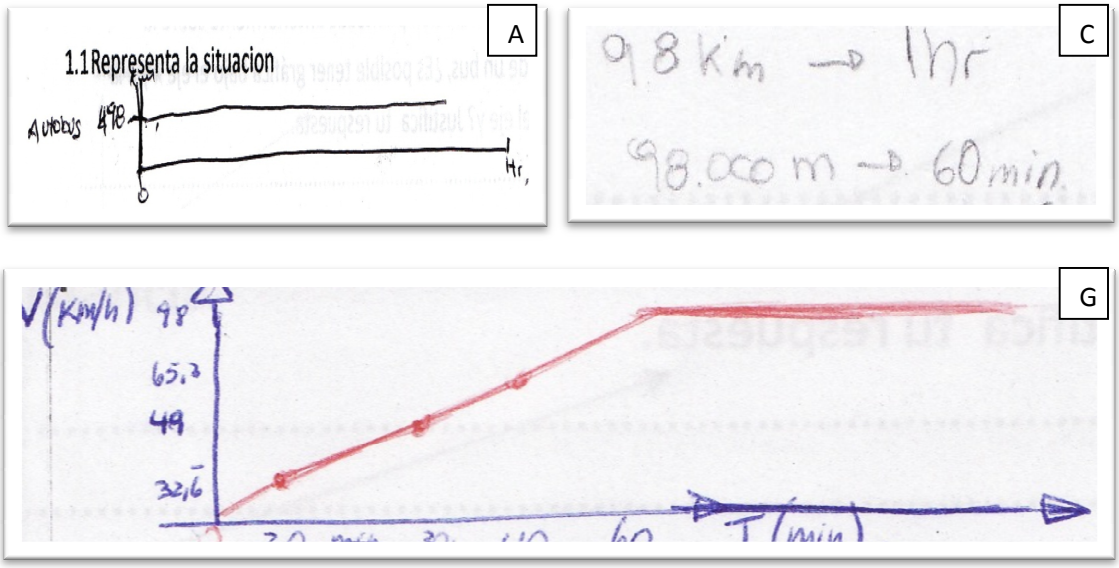
En este caso (respuestas I, J), se puede notar una mezcla entre lo descrito en las respuestas anteriormente señaladas, pero aquí, la representación de la situación es icónica y además con variables como para validar aún más a la representación.

Grupo II.



Este grupo a diferencia del anterior, agrega una flecha como para indicar dirección o sentido al movimiento, existe una representación de la situación más ligada al contexto físico. Uno de ellos escribe “autobús” (respuesta B), y agrega una flecha para indicar dirección del movimiento, de esta forma interpretan la situación y usan las variables involucradas.

Grupo III.



La representación de la situación es considerada (respuesta C, D), como una equivalencia de variables y construyen para eso una proporción desde los datos, es decir, realizan un cambio de unidades.

Estos estudiantes (respuesta A, -B, E, F en anexo B), consideran la representación como un gráfico con variables tiempo-velocidad, tiempo-distancia y distancia-velocidad. Uno de ellos cree necesario agregar una representación icónica (respuesta E, anexo B), este estudiante visualiza la situación como un gráfico en donde la velocidad depende de la distancia y otro representa la situación con un punto (respuesta F, anexo B), no considerando la covariación de las variables, otros dos hacen coincidir el inicio u origen del movimiento, con el origen del plano cartesiano. En general la representación está bastante ligada al contexto matemático, o existe un proceso de matematización horizontal, al articular la información proporcionada con un registro gráfico. Un estudiante (respuesta G), considera que la velocidad aumenta hasta los 60 minutos, y luego esta permanece constante, a partir de los 98 km/hrs.

En general existen tres grandes estadíos de la visualización del problema, primero se tiene la representación icónica de la situación, mostrando de esta forma un cierto grado de familiaridad y apego con los dibujos, imágenes o íconos que se mantiene a través del tiempo.

Luego se agregan datos y registros a las imágenes, como vectores para indicar dirección y sentido al movimiento, significando así los datos relevantes en la situación planteada.

Por último se tiene a un grupo que realiza una representación gráfica utilizando un plano cartesiano, mostrando así un intento por matematizar el fenómeno ilustrado. Ellos tienen la noción de covariación, entendida esta como la variación que experimenta una de las variables respecto de la otra, y en general, el uso e interpretación de variables involucradas en la situación, de esta forma su interpretación de la situación está más cercana al contexto matemático.

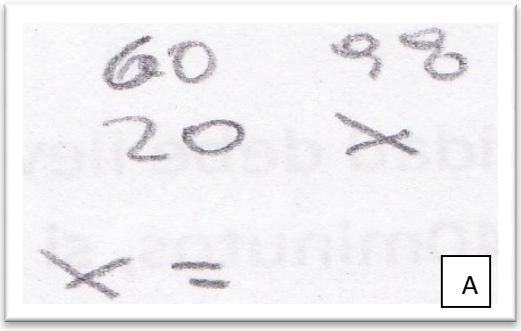
Pregunta 1.2

¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20minutos?

a. ¿En 30 minutos?

b. ¿En 40 minutos?

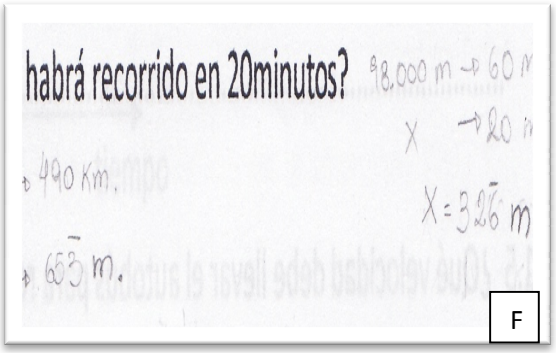
Grupo I.



Al proponer regla de tres y no desarrollar, se muestra de alguna manera la inseguridad e inmadurez conceptual que predomina en algunos estudiantes, pues saben que es posible proceder utilizando regla de tres, pero no tienen claro cómo usarla. Un estudiante (respuesta A), sabe que tiene que encontrar un valor incógnito, pero no tiene claro como hacerlo.

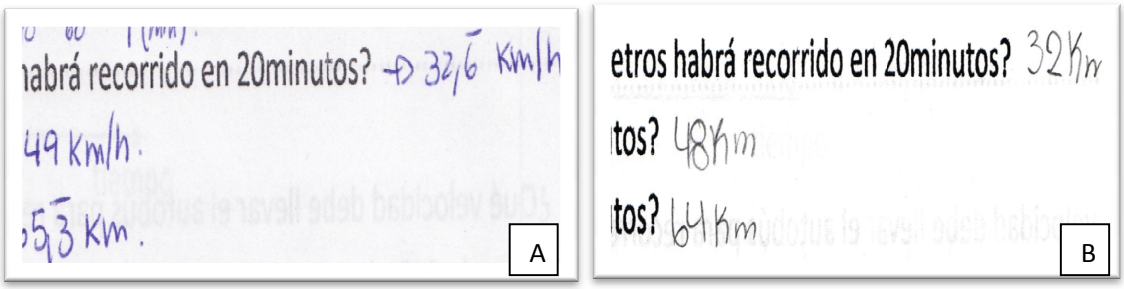
Al haber procesos algebraicos en las respuestas, da cuenta que la estrategia de regla de tres es una receta dada: posicionados los valores en el esquema, es fácil reconocer la multiplicación y división que dan el resultado, sin una visualización de la ecuación.

Grupo II.



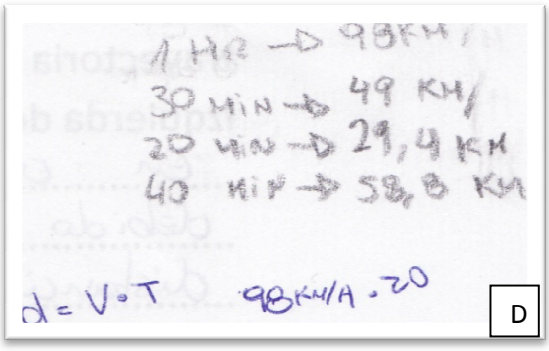
Si bien este grupo logra calcular por medio de regla de tres, cometen algunos errores, y la dificultad evidenciada corresponde básicamente a identificar la unidad de medida correspondiente (hacer la conversión de horas a minutos), e identificar la incógnita para formar la proporción, es un dato contextual que no involucran en los cálculos, es un apellido que se coloca al final, el número no es significado como una magnitud. Es así como un estudiante (respuesta F), transforma las unidades de kilómetros a metros, pero en la pregunta se piden las variables kilómetros y minutos, por lo tanto la única conversión de unidades necesaria es de horas a minutos, de esta manera deja de lado la pregunta pues ésta relaciona los kilómetros y minutos, por lo cual el resultado no coincide con la pregunta. Una de las posibles causas por el cual se presenta esta dificultad dice relación con los diferentes campos disciplinario en los que se presenta el contenido de fracciones, proporciones, o conversión de unidades, pues en matemática se enfatiza una forma que en Química o Física puede ser distinta, y desde cada disciplina se aportan conceptos desde su propia perspectiva, tal como lo menciona (Díaz, 1998).

Grupo III.



Los datos mostrados y evidenciados en sus respuestas por este grupo (ver anexo B), resultan acertados, es decir, responden lo que se estaba preguntando, pero no hay una muestra del procedimiento utilizado, algunos de los entrevistados señalaron haber aplicado regla de tres, pero luego borraron esos cálculos por no considerarlos importantes. En este caso es posible que el reactivo no haya logrado generar en los estudiantes la escritura de las justificaciones pertinentes.

Grupo IV.



Un resultado distinto al anterior, su forma de calcular varía desde estrategias multiplicativas a particiones, o divisiones de los datos. Esto como muestra de que visualizar la información no implica necesariamente el uso de algún algoritmo preestablecido.

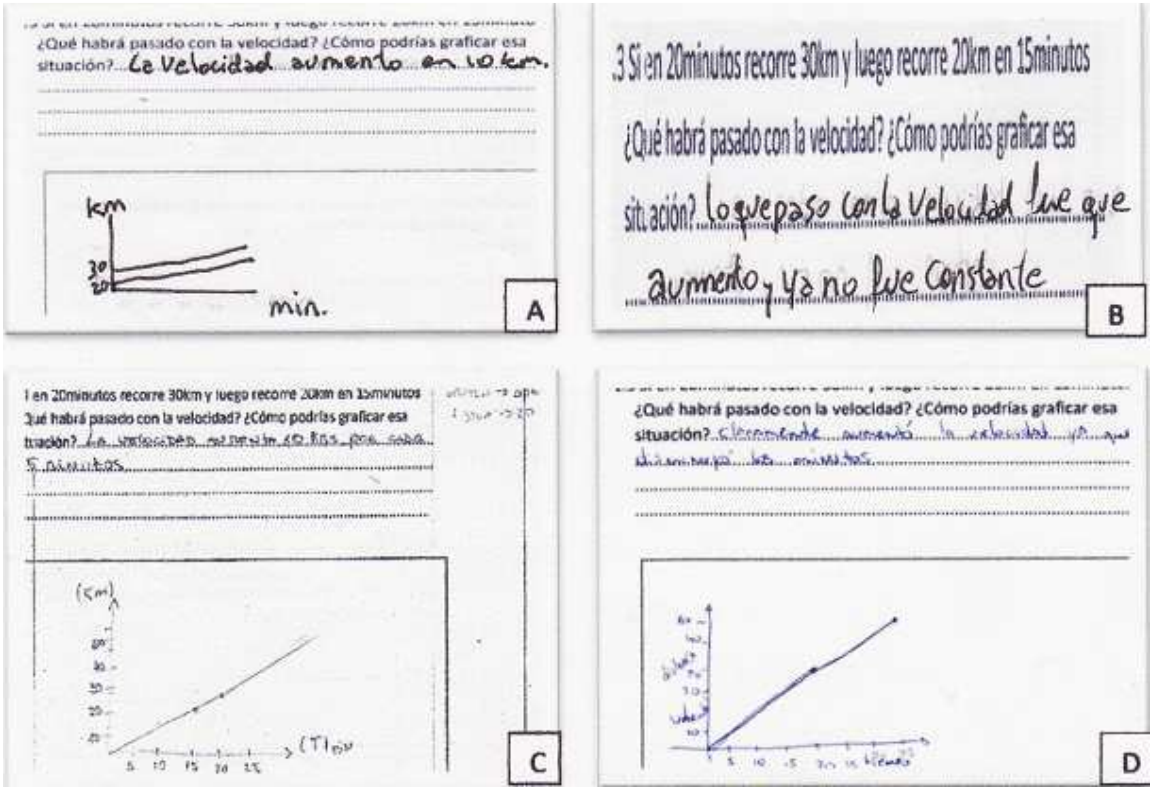
Hay un pensamiento proporcional reflejado en algunas de las respuestas, en otros utilizan estrategias como particiones, es decir calculando mitades de un valor como procedimientos ligados a la cultura babilónica (respuesta D). En general se puede mencionar el peso que tiene la escolarización en la regla de tres (mirado como cálculo proporcional o pensamiento proporcional), ya que la mayoría de los estudiantes intenta utilizarla. Se rescata al mismo tiempo el uso de la razón entre variables (cociente entre variables) y construcción del conocimiento por medio de estrategias multiplicativas o particiones, es decir, muestran un pensamiento proporcional en sus cálculos.

- En esta pregunta se puede observar que existen tres tipos de estrategias principales, la primera en la que utilizan como estrategia, la regla de tres (principio de pensamiento proporcional).
- En este segundo grupo, se evidencian resultados pero no procedimientos.
- Por último están los que utilizan otros métodos para calcular, tal es el caso de algunos que dimidian los valores o utilizan estrategias multiplicativas (de igual manera, muestran un pensamiento proporcional).

Pregunta 1.3.

Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?

Grupo I.



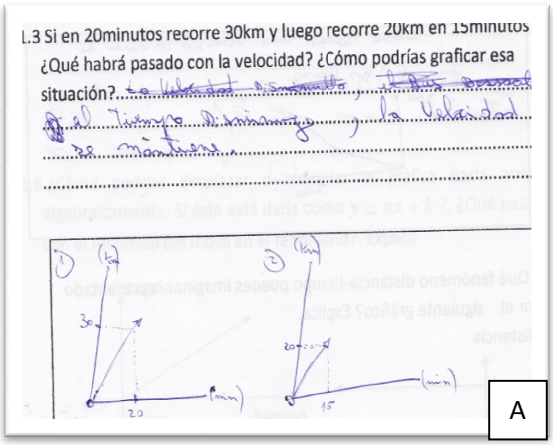
Este grupo considera que la velocidad aumentó. Visualizando y relacionando de esta forma los datos como el tiempo que disminuye, pero dejando de lado otra parte importante de la información como lo es la variación de la distancia también, por lo tanto se analiza la variación y no la covariación de las variables. Uno de ellos (respuesta D) argumenta que es claro ya que disminuyeron los minutos, si bien reconoce un cambio en la velocidad, que el segundo dato no parte del origen, sino que es la continuación del recorrido, (con otra velocidad), en el eje de las ordenadas no decide si está hablando de velocidad o distancia. Este alumno (respuesta D), argumenta desde el tiempo solamente su respuesta, lo que permite inferir que velocidad y distancia, se confunden como sinónimos, pues ambos solo dependen del tiempo, de esta manera se produce lo que Díaz (1999), referenció como pseudoconcepto.

La construcción de gráficos: el estudiante del gráfico (A) no logra posicionar los puntos en la gráfica, y solo a partir de identificar en el eje de las ordenadas las velocidades, dibuja líneas paralelas que no son rectas y que van en aumento. En el gráfico (C), el estudiante asume los datos como dos puntos de la gráfica y los une con una línea ascendente, no hay continuidad del movimiento. Ambos muestran una interpretación de las variables de acuerdo a su experiencia cultural, la línea del gráfico pareciera ser colocada más por formalidad que por estar representando la relación entre las variables, más aun cuando es una sola línea y no cambia su inclinación. Luego no responde al cambio de velocidad, cuando señalan que la velocidad aumenta. El aumento de la velocidad parece estar asociado a una inclinación positiva de la recta.

Algunos estudiantes logran llevar la situación a un gráfico, mostrando diferentes interpretaciones de la situación, sin embargo se puede percibir que existe dificultad para visualizar la información proporcionada. Uno de los estudiantes (respuesta D) logra construir un gráfico en variables distancia-tiempo y muestra un quiebre en la recta como indicando que la velocidad a disminuido, pero en su argumento se contradice al escribir que la velocidad claramente ha aumentado, de esta manera muestra dificultades para articular el registro gráfico con lo que representa, es decir con el fenómeno. Al mismo tiempo, la pendiente de la recta o inclinación de esta, no es significada necesariamente como la representación de la velocidad.

De lo anterior se muestra que la línea recta inclinada es significada en el fenómeno como aumento. La imagen muestra aumento, pero en sus respuestas dan cuenta que no trabajan adecuadamente el registro gráfico, por cuanto el aumento lo asocian a la velocidad y no a la variable de la ordenada. Salvo el estudiante (respuesta D), que muestra confusión en su gráfica, colocando ambas variables.

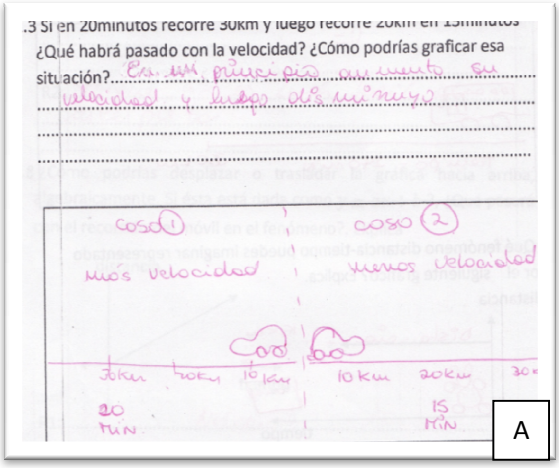
Grupo II.

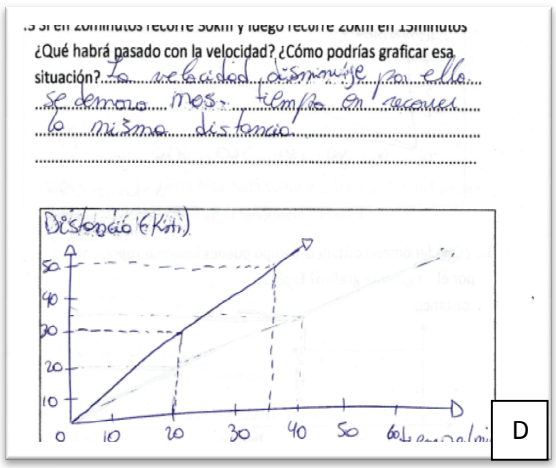


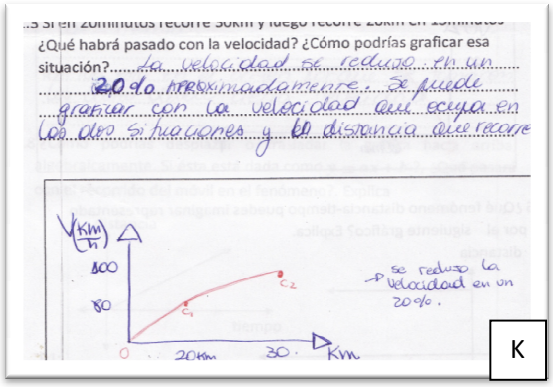
Este grupo considera que la velocidad permanece constante y grafican de forma similar al grupo anterior, uno de ellos agrega que solo el tiempo disminuye (respuesta A). Esto puede ocurrir por el hecho de considerar tres coordenadas como *puntos colineales*[7], cuando en realidad no lo son. De esta forma presentan dificultades para visualizar la diferencia de velocidades que se produce en la gráfica o el punto de quiebre que se origina al cambiar de velocidad. Una de las dificultades evidenciadas es a causa de no sumar el tiempo como una continuación en la situación, entonces ven los datos como dos situaciones separadas, no visualizan a una persona que va a una velocidad y luego cambia (disminuye). No se observa algún gráfico que represente la situación real y no se ve que realicen el cociente para calcular la velocidad, la gráfica no la representa, y por lo que se dice en la (respuesta A). La grafica juega un rol secundario en la construcción de la respuesta, se grafican los puntos porque son pedidos.

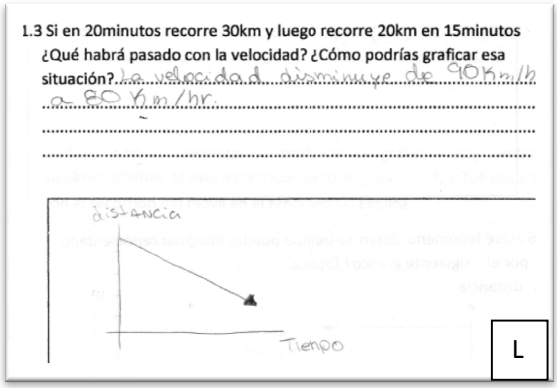
[7] El punto de inicio, el del cambio de velocidad y el punto final.

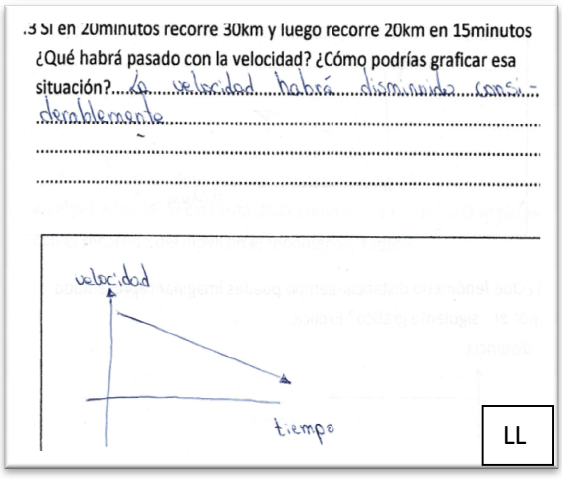
Grupo III.

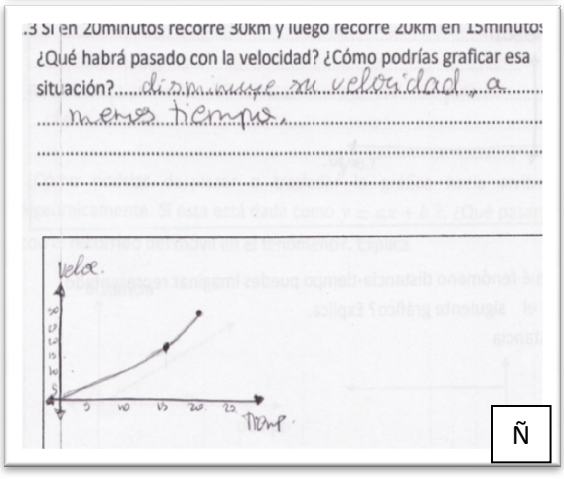












Este grupo considera y concluyen que la velocidad ha disminuido, algunos utilizan estrategias gráficas para probar sus hipótesis, pero estos gráficos no representan

necesariamente la hipótesis teórica que están señalando, tal como el estudiante (respuesta Ñ).

Para los que utilizan estrategias gráficas no les fue tan sencillo mostrar lo que visualizaban de la situación, ya que los datos son un tanto similares (la recta no muestra un quiebre tan pronunciado para señalar el cambio) y por lo tanto, a simple vista, no es tan notorio en el gráfico. Uno de los alumnos (respuesta LL) que utiliza una estrategia gráfica, logra visualizar por medio de la inclinación de la recta, cómo es que varía su velocidad, mostrando a través de esta que disminuye, su argumento es que "la velocidad habrá disminuido considerablemente" a pesar de no ser un cambio tan pronunciado, pues muestra, en realidad un gráfico en desaceleración hacia cero. Otro estudiante (gráfico D) muestra un acercamiento bastante contiguo a la situación planteada, logra visualizar la situación al argumentar que "la velocidad disminuye, por ello se demora más tiempo en recorrer la misma distancia" pero no es tan preciso como para sacar conclusiones a través de éste, ya que no muestra (por medio del gráfico) el cambio de velocidad, o no es realmente notorio.

Otros en tanto, calculan utilizando estrategias más algebraicas o aritméticas, es en este último caso, en donde se ha podido constatar una mayor exactitud en el cálculo, ya que al conjeturar las velocidades como valor[8], es más fácil comparar la diferencia de velocidad, lo que lleva a pensar y ver, un manejo de la velocidad como cociente.

La estrategia para la construcción de gráficos en tanto, es colocar puntos y unirlos por una línea recta. El punto (0,0) no es naturalmente considerado.

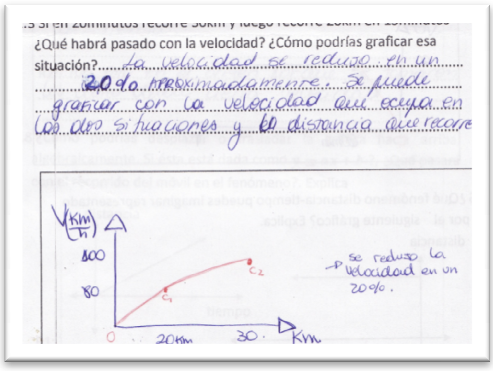
El estudiantes de la (grafica L), responde a la pregunta con una flecha descendente, recupera códigos más publicitarios que matemáticos, al representar lo que disminuye como una flecha hacia abajo no hay valores de las variables en los ejes, así como tampoco hay "puntos".

Dos estudiantes (gráficas K y Ñ), al no ser lo puntos colineales con el cero, asumen curvas no rectas para representar la situación, ello reafirma que la unión de los puntos no es construida desde el significado de interpolación de los valores no conocidos y por tanto se puede concluir que la covariación de las variables, no aporta significado a la gráfica.

[8] Valores como 80 o 90km/h

Un estudiante (gráfica A), grafica desde la iconografía, pues esa herramienta le permite visualizar mejor el fenómeno, mostrando que la gráfica no está significada en él, como la mejor herramienta matemática a utilizar.

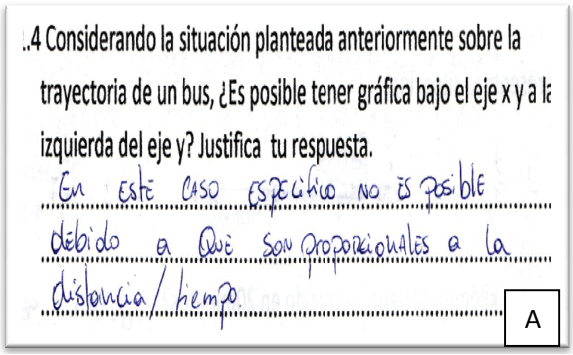
La articulación de los registros aritméticos y gráficos, no es la mejor, pues los resultados de la aritmética no son necesariamente reflejados en el registro gráfico, pudiendo darse gráficas contradictorias con los resultados aritméticos. En ese sentido más bien la gráfica se construye como visualización de la respuesta, más que del fenómeno, si la respuesta era aumenta, la gráfica es una línea con pendiente positiva, si se dice que disminuye la gráfica es línea con pendiente negativa. Casos singulares son el grafo que tiene una curva creciente para mostrar que la velocidad disminuye.

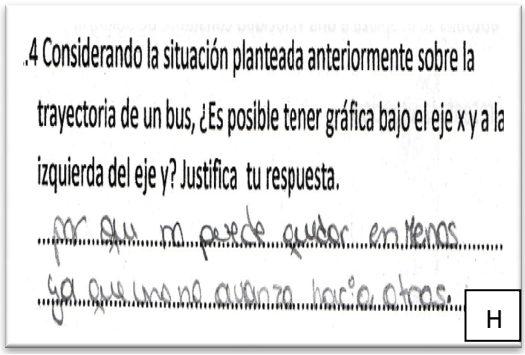


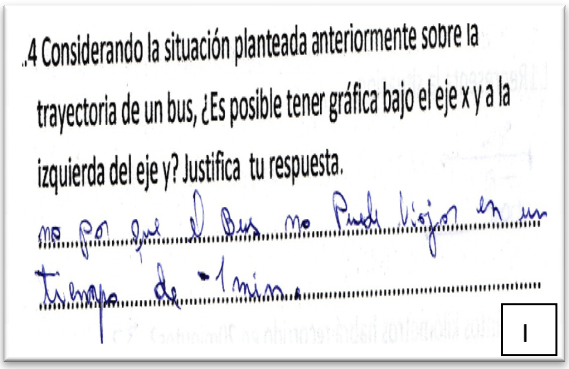
No grafica el tiempo, grafica la distancia y la velocidad, dice que disminuye, pero al graficar ordena los números, no por su aparición en el fenómeno, si no por el orden de ellos.

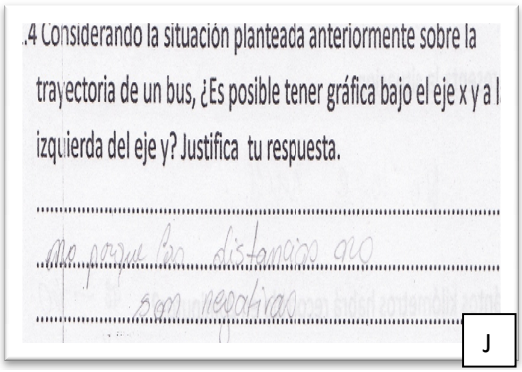
El gráfico no representa la velocidad disminuyendo, a lo más la aceleración, sin embargo el estudiante reconoce, en su respuesta escrita, que la velocidad disminuye.

Grupo I.







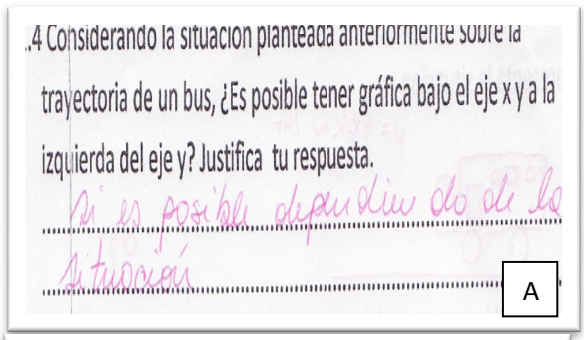


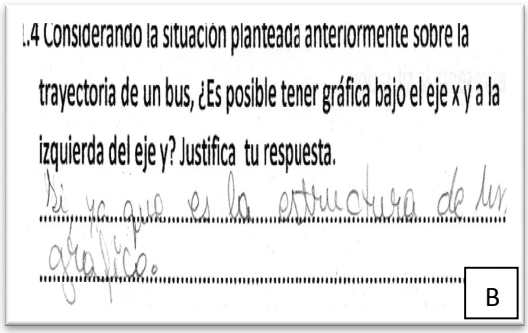
Este grupo por lo general considera que los datos o variables como distancia y tiempo, no pueden ser negativos, y uno de ellos argumenta que no se puede avanzar menos un minuto (gráfico I) o avanzar para atrás, ya que, argumenta otro estudiante (respuesta J) “no porque las distancias no son negativas”. Este tipo de respuestas pueden ser originadas debido a que los estudiantes acostumbran a trabajar con tiempos positivos e instrumentos que proveen medidas positivas, por lo que una distancia negativa no sería vista como un retroceso, por ejemplo.

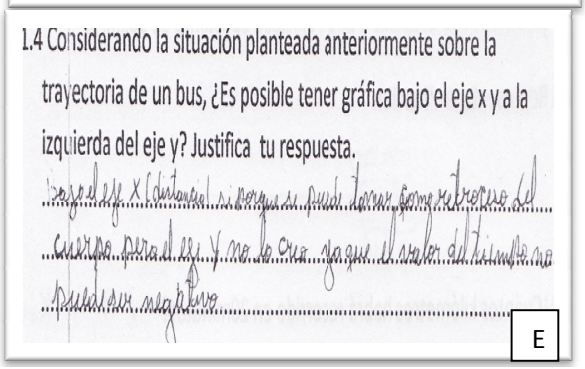
Uno de ellos argumenta que las variables son proporcionales, por lo tanto, tienen que ser necesariamente positivos. Entrevistado este estudiante (respuesta A), señala que “por lo que yo recuerdo, cuando son proporcionales, siempre son números positivos”, pero luego agrega que sí podría ser, sosteniendo que “al menos que vaya en marcha atrás y ya tendría que pensar que serían en forma negativa”. Significando respecto de lo proporcional, como variables que poseen solamente valores positivos.

En este caso, es probable que los estudiantes estén viendo las variables en el sentido propio de una conversación oral y cotidiana, al decir por ejemplo, que “no se puede avanzar hacia atrás” (respuesta H).

Grupo II.







Este grupo considera que sí se puede, dependiendo de la situación, argumenta un estudiante (respuesta A). Otro argumenta que es posible ya que es la estructura del gráfico (respuesta B).

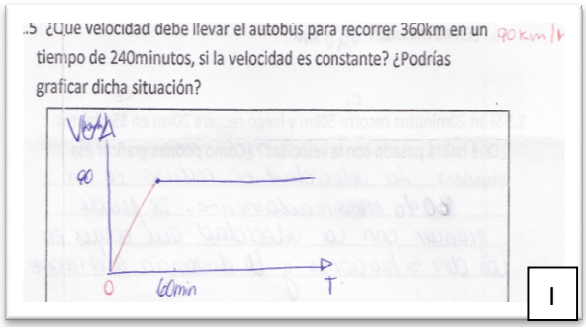
Otro alumno sostiene que sí, pero solo en la distancia, pues se puede considerar como retroceso, pero no así el tiempo que no puede ser negativo (respuesta E).

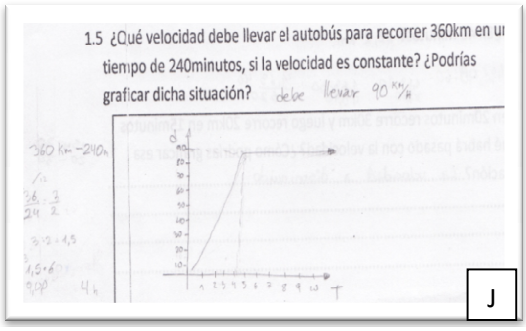
Como la naturaleza de las variables para los estudiantes define sus posibles valores, la distancia si puede ser negativa, su experiencia vivencial le habla de desplazarse en dos sentidos, para adelante o para atrás, (un alumno deportista dice en la entrevista algo similar) mientras que su experiencia temporal es siempre en un solo sentido, “el tiempo nunca vuelve atrás”.

En este caso el argumento puede estar basado en la forma de presentar estos contenidos, tratándolos de forma un tanto superficial, sin mucho sentido y significado, sin mucho tiempo para madurar los conceptos y reflexionar sobre los mismos, por lo tanto no significan mucho las variables.

En términos generales, al considerar y afirmar que sí se puede, podrían estar mostrando, de esta forma, argumentos que pueden estar relacionados con la noción de función lineal y cómo estas se representan por medio de una recta que viene desde el menos infinito, al infinito positivo, con un dominio y recorrido en todos los números Reales.

Grupo I.



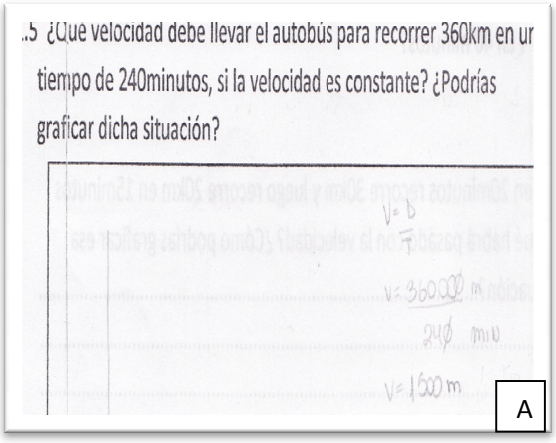


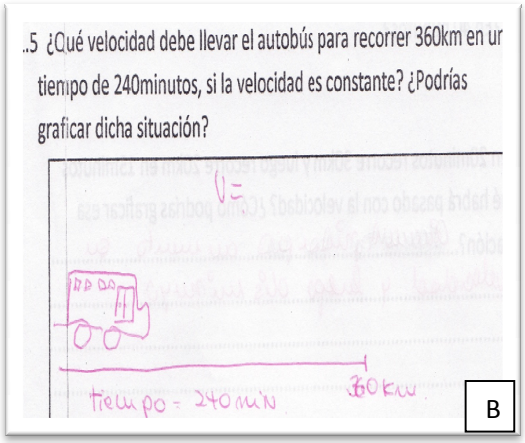
Este grupo llega a un buen resultado e interpretan los datos numéricos, visualizando la situación como real[9], de esta forma logran convertir y transformar algunos datos o valores[10] para poder calcular. Esta transformación es dentro del mismo registro, por lo que se puede decir que realizan un buen tratamiento de la información. En general logran transitar desde un registro a otro, esto al pasar de un registro escrito a un registro gráfico. Dos de ellos (gráficos I y J) quiebran la recta, partiendo de una recta inclinada para llegar a una horizontal, de esta forma intentan mostrar lo constante dentro de la situación. En el gráfico J, el estudiante logra realizar un cálculo aritmético acertado, escribiendo que debe llevar una velocidad de 90km/h, pero en su gráfico escribe que en un tiempo de 4 horas logra avanzar una distancia de 90 kilómetros y luego el móvil se detiene, como pensando en la variable distancia y luego en la variable velocidad en el mismo gráfico, mezclando dos gráficos con variables distintas en el mismo plano, esto permite concluir que tiene problemas en articular el registro aritmético con el gráfico, al no considerar en dicho gráfico los ejes y variables. En el gráfico I, el estudiante logra concluir que el autobús va a

[9] Al imaginar la situación y calcular su velocidad de 90 km/h.
[10] Transforman de kilómetros a metros.

una velocidad de 90 km/h, pero en el gráfico representa otra situación, pues se puede apreciar que en una hora alcanza la velocidad de 90 km/h y luego de este tiempo permanece con velocidad constante. Algunos estudiantes, no grafican líneas rectas inclinadas para indicar que algo se mueve de forma constante, es posible entonces que interpreten la línea horizontal como lo constante y la línea ascendente como algo que sube, en este caso la velocidad

Grupo II.

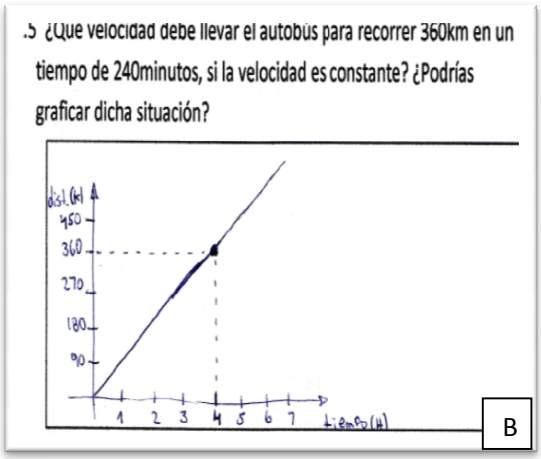


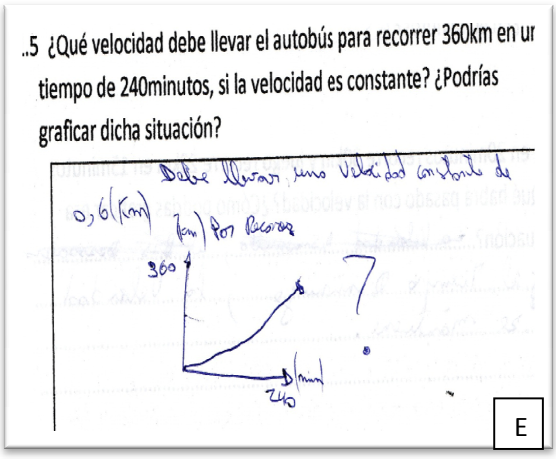


A diferencia del grupo anterior, este convierte datos, pasando de kilómetros a metros, pero no al más indicado, ya que no convierte los minutos a segundos[11], llegando de esta forma a otro resultado (gráfico A). Una de las posibles causas en relación a esta dificultad puede estar relacionada con la forma en que los profesores tratan o enseñan fracciones, razones y proporciones (Díaz, 1998). Otro en tanto (gráfico B), realiza un dibujo icónico en una línea recta horizontal, como señal de visualizar la información en una sola dimensión.

[11] Tal como lo sugiere el sistema internación.

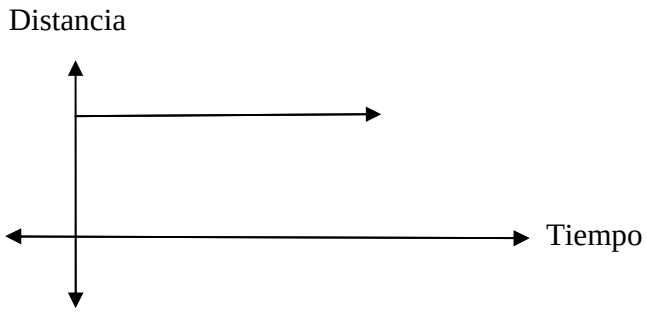
Grupo III.





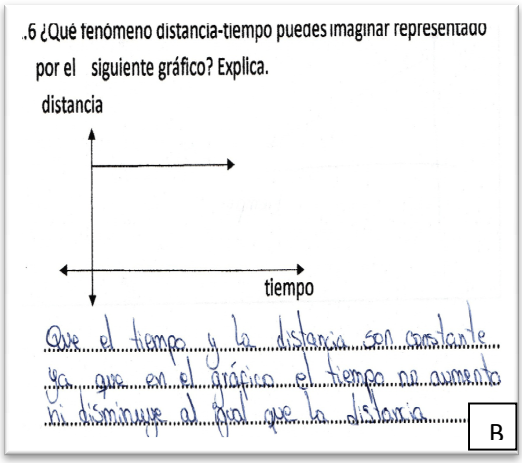
Todos en este grupo acuden a un gráfico para ayudarse en el cálculo e interpretación de la información, pero al quedarse solo en un registro, se les dificulta la tarea de calcular. Uno de ellos (gráfico B), de forma muy bien encaminada, dibuja una línea recta, partiendo desde el origen del plano y relacionando valores entre las variables, pero deja implícito el valor de la velocidad, pues no escribe o no calcula la velocidad como para comprobar. Otro en tanto (gráfico E), argumenta que "debe llevar una velocidad constante de 0,6 (km)", este resultado es a la luz de hacer de la variable distancia, dependiente de la variable tiempo, pero en su cálculo lo hace a la inversa[12].

1.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.



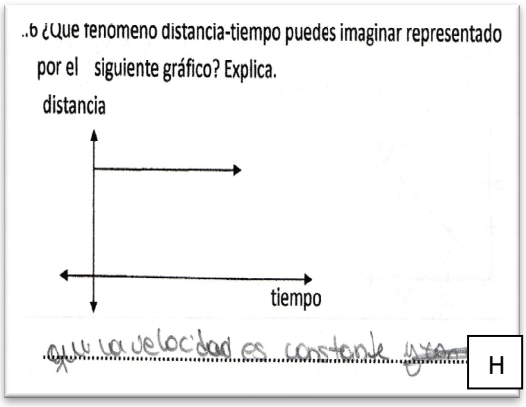
[12] Al dividir 240 min por 360 km, lo que arroja el resultado periódico de 0,66…

Grupo I.



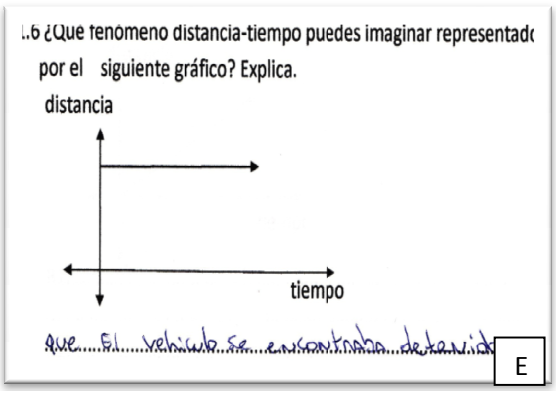
El tiempo y la distancia son reconocidos como constantes, dejando de lado y no significando la variación que experimenta el tiempo en la situación. Uno de los estudiantes (respuesta B), argumenta “ya que en el gráfico el tiempo no aumenta ni disminuye, al igual que la distancia”. Una posibilidad es que los estudiantes reconozcan desde su cultura escolar la gráfica como constante. No muestran un reconocimiento del cómo varia cada variable, sino más bien reconocen lo constante y por tanto todo lo constante está relacionado con una línea horizontal. Del mismo modo, se percibe que los estudiantes de este grupo, cuando construyen gráficos, no lo hacen con una adecuada referencia a los ejes, al no considerar la covariación de las variables, por lo que éstas en lo global, quedan perdidas. Así, lo que no están significando los estudiantes, es la variación de la ordenada en el tiempo.

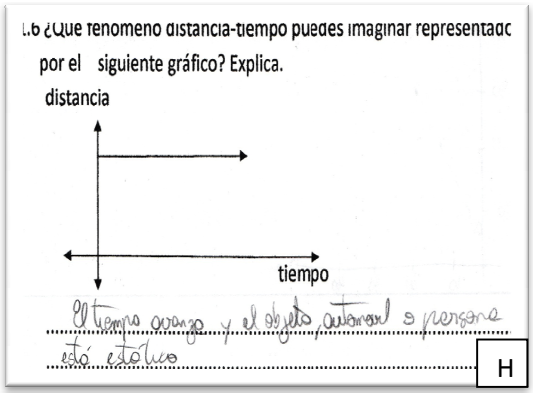
Grupo II.



Este grupo en cambio considera que hay movimiento y desplazamiento en el tiempo, por lo tanto hay velocidad. Uno de ellos agrega “que la velocidad es constante” (gráfico H), considerando de esta forma una variación, pero no de una sola variable, sino de ambas, al considerar que existe una velocidad. Existe por tanto, una mayor dificultad para interpretar y visualizar la información, las variables y cómo estas covarían.

Grupo III.

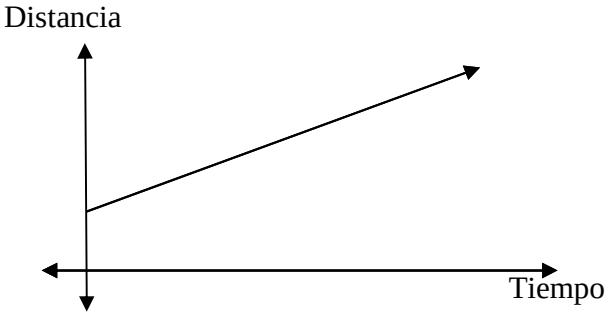




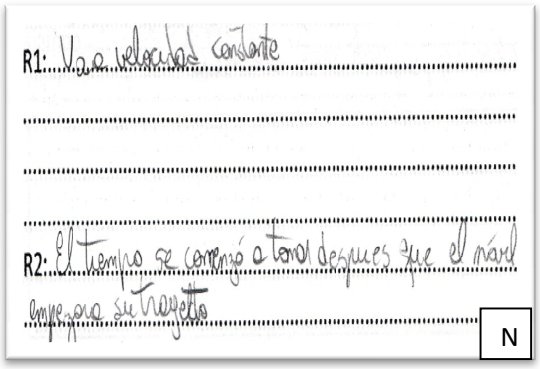
En general este grupo logra visualizar la situación como un objeto que se encuentra en reposo, y por lo tanto no hay velocidad. Es posible notar entonces en sus respuestas que interpretan y dan significado a las variables, existe un análisis de cómo varían o covarían estas. Como ejemplo de ello, es que un estudiante (gráfico H), considera la variación del tiempo y que “el objeto, automóvil o persona está estático”, y otro que levanta un argumento como “que el vehículo se encuentra detenido” (gráfico E), entre otros. Este tipo de argumentos permite percibir en los estudiantes, que relacionan las variables y los ejes.

Además, es posible percibir una buena relación entre distintos registros, como el registro gráfico y el escrito.

1.7 ¿Qué fenómeno podrías asociar al siguiente gráfico? ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no está en el origen? Explica.

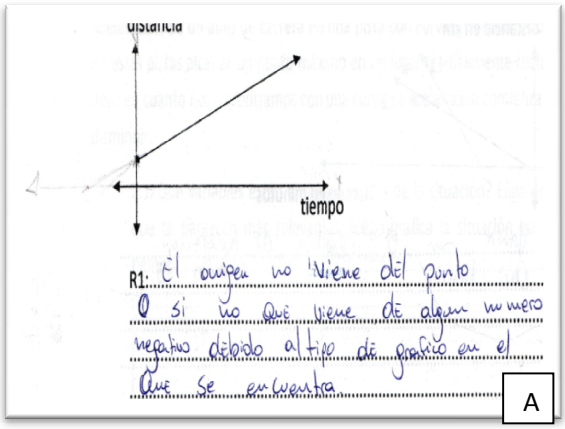


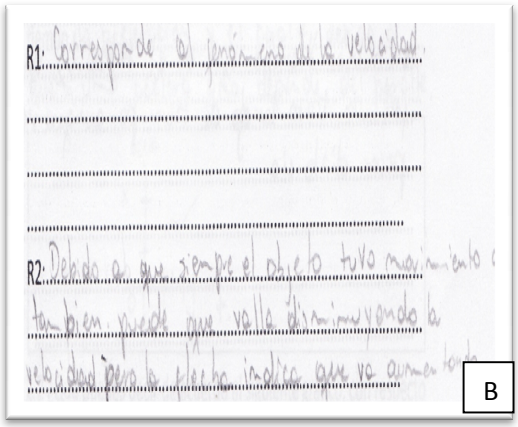
Grupo I.

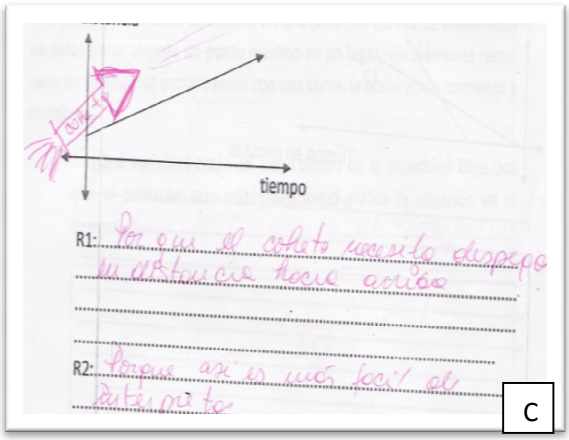


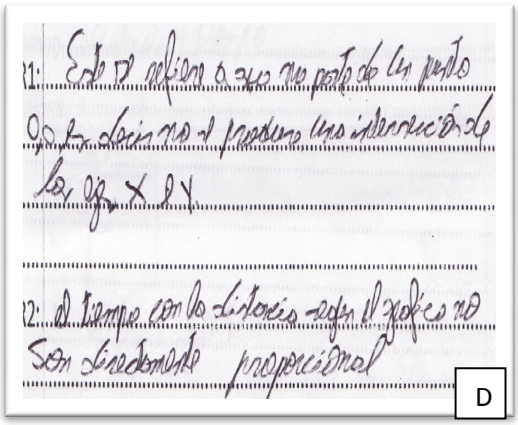
Este grupo en general logra visualizar la covariación de las variables tiempo-distancia, un crecimiento proporcional de estas y una velocidad constante, además de ver e interpretar la traslación hacia arriba de la gráfica como que el móvil ya estaba avanzando al momento de tomar el tiempo. Uno de los estudiantes argumenta que "el tiempo se comenzó a tomar después que el móvil empezara su trayecto" (respuesta N). Esto muestra un acercamiento considerable en términos de significación de las variables en cuestión, su covariación, la relación de los ejes, y en general de una buena interpretación del registro gráfico.

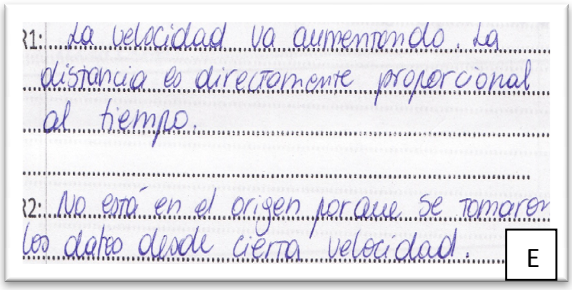
Grupo II.

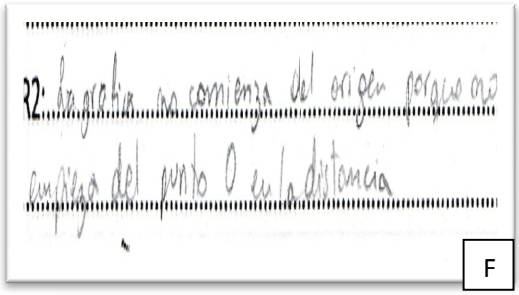








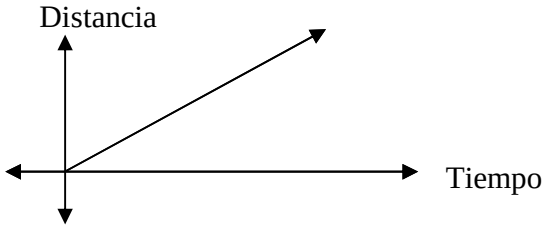




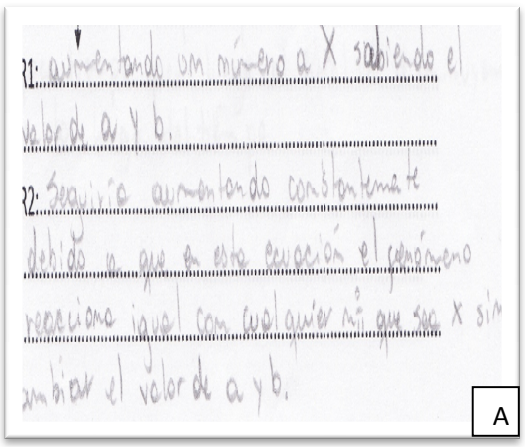
En general existe una variedad de interpretaciones, desde que el origen viene de un número negativo (respuesta A), como señal de una prolongación de la recta hacia los números negativos en el eje de las abscisas, de esta forma se hace necesario recurrir a la prolongación de la figura para interpretarla, la gráfica no tiene mucho significado al no estar completa o estar cortada. Pasando por creencias de que la velocidad puede ir disminuyendo (respuesta B), hasta que las variables distancia y tiempo no son directamente proporcionales, como se señala en (respuesta D), esto como señal de relacionar la

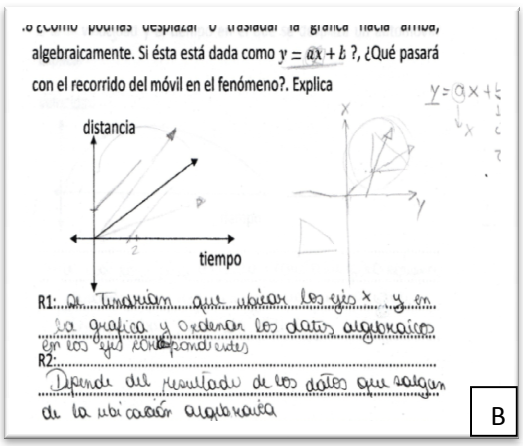
proporción directa solo con las rectas que pasan por el origen. Así, de esta forma, dan muestra de poseer nociones erróneas para la interpretación de las variables y su covariación. Estas concepciones son múltiples y variadas, es así que un estudiante (Gráfico E) visualiza un aumento de la velocidad en el gráfico, confundiendo de esta forma la inclinación ascendente de la recta, con el aumento de la velocidad. Por último un estudiante (respuesta C), señala que "el cohete necesita despegar en distancia hacia arriba", de esta forma da señales de interpretar o ver la situación como una foto, el tiempo lo deja implícito y ve solamente distancia. Esto muestra que los estudiantes de este grupo no tienen claro qué es lo que está variando y cómo está variando.

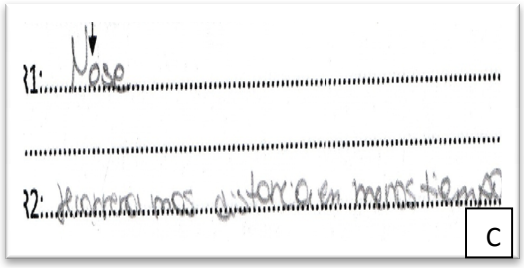
1.8 ¿Cómo podrías desplazar o trasladar la gráfica hacia arriba algebraicamente, Si ésta está dada como y = ax + b?, ¿Qué pasará con el recorrido del móvil en el fenómeno?



Grupo I.







Este grupo logra ver la traslación como la continuidad de la gráfica, como una dilatación de un vector, y es así como emergen argumentos como que "seguirá aumentando constantemente debido a que en esta ecuación el fenómeno reacciona igual con cualquier nº que sea x sin cambiar el valor de a y b" (respuesta A). Este estudiante, para subir la recta, sube moviendo la variable, por lo tanto no está viendo a la gráfica como un objeto geométrico que se puede desplazar, sino como un proceso, el proceso de transformar la x en la y, por otro lado, deja en evidencia que no se tiene claro cuál es la ordenada en el origen. Otro estudiante interpreta la traslación hacia arriba como que "recorrerá más distancia en menos tiempo" (respuesta C), de esta forma confunde el origen del movimiento con el origen del plano cartesiano. Por último, el estudiante de la (respuesta B), presenta confusión entre una mayor inclinación de la recta y una traslación de esta, en su entrevista da señales de intentar trasladar por coordenadas[13]. Los estudiantes de este grupo presentan dificultades al transitar desde el registro algebraico al registro escrito, o del registro escrito, al fenómeno que se está analizando.

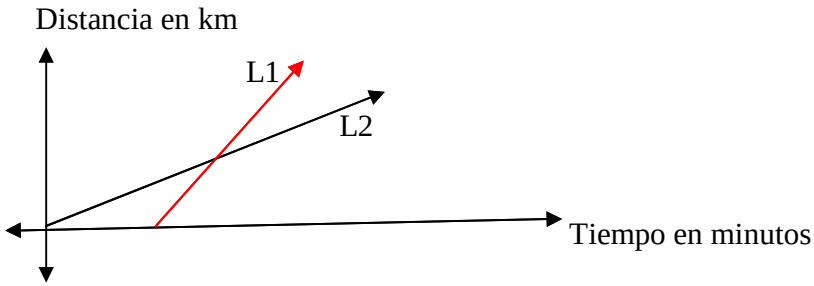
Grupo II.



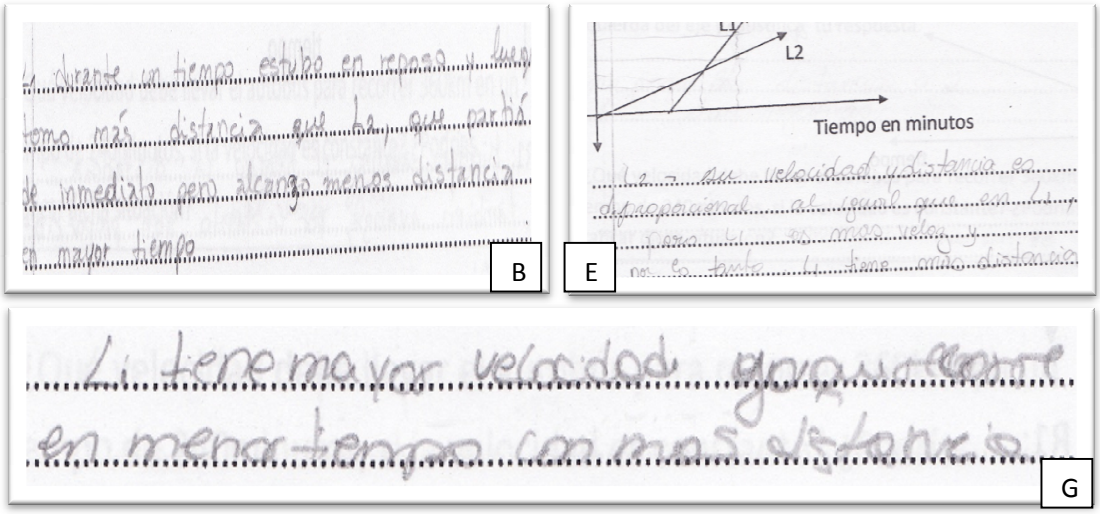
[13] A través de un vector, como en las transformaciones isométricas.

Un alumno de los 27 responde acertadamente, pues logra visualizar e interpretar correctamente la información que proporciona cada parámetro en la función lineal, como es en este caso particular del parámetro b. Logra articular el registro gráfico con el algebraico, sin embargo no responde la segunda pregunta, es decir no logra significar en el fenómeno el cambio gráfico y algebraico producido.

1.9 ¿Cómo varia la velocidad en el siguiente gráfico?



Grupo I.



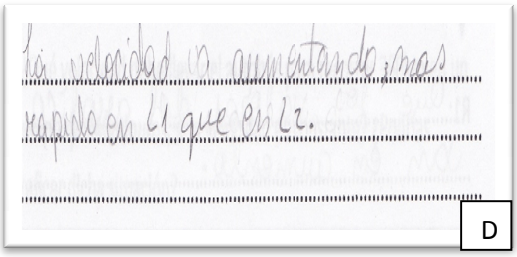
Este grupo tiene una aproximación bastante cercana a lo esperado, ya que consideran la covariación de las variables distancia-tiempo y logran por lo tanto, distinguir la diferencia que existe entre las dos gráficas. Reconocen que una es más veloz que la otra, argumentando respecto de una descripción intuitiva de la razón entre la distancia recorrida y el tiempo "corre en menor tiempo con más distancia" (respuesta G).

En la respuesta E, el estudiante reconoce una proporción directa en las gráficas, señala “L2, su velocidad y distancia es d. proporcional al igual que en L1”, muestra una interpretación que pareciera asumir al tiempo como una constante y de este modo da cuenta de la relación proporcional en que a mayor velocidad, mayor distancia. Interpretación no ajustada al grafico presentado, en el cual cada recta tiene una velocidad constante. Muestra una independencia, al analizar las variables y los intervalos de cada variable.

Otro en tanto, (respuesta B) logra interpretar y visualizar en una de las gráficas, un momento de reposo del móvil, antes de comenzar a desplazarse[14]. En general logran visualizar que una de las variables crece más rápido que la otra[15], y por lo tanto, existe una buena relación entre las variables, los ejes coordenados y una articulación con el fenómeno ilustrado. Sin embargo, no hay referencia a la inclinación de la recta, como para diferenciar las velocidades.

Grupo II.


A


D

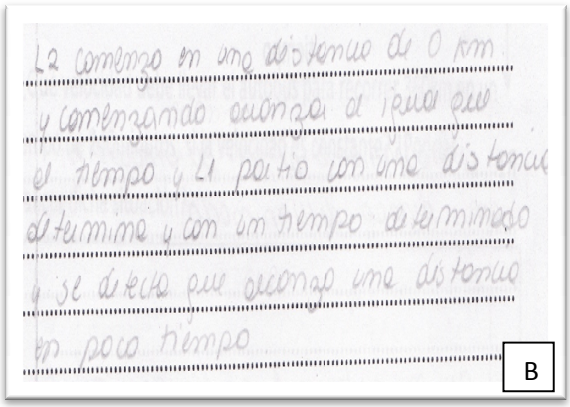
Al igual que el grupo anterior, este considera que uno de los dos móviles tiene una velocidad mayor que el otro, pero uno de ellos (respuesta A), visualiza en los gráficos cierta información que no aparece detallada o de forma explícita en los gráficos, como por ejemplo, que en ambos gráficos la distancia recorrida por los móviles es la misma, pero en distintos tiempos, esto es posible siempre que se considere el trayecto por tramo, al trazar una línea horizontal que corte las gráficas. Agrega este alumno, que a medida que avanza el tiempo, uno de los móviles aumenta su velocidad, no considerando las velocidades como

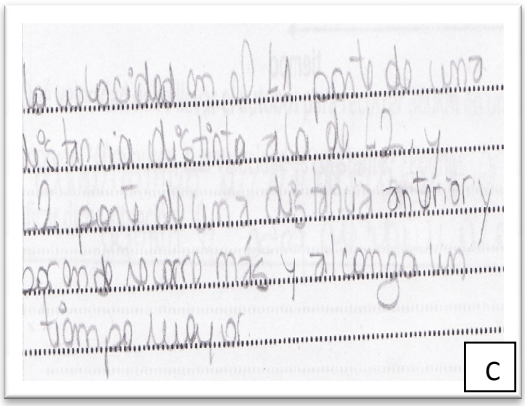
[14] En la recta L1, ya que esta parte después que L2.
[15] En una de las dos gráficas o rectas.

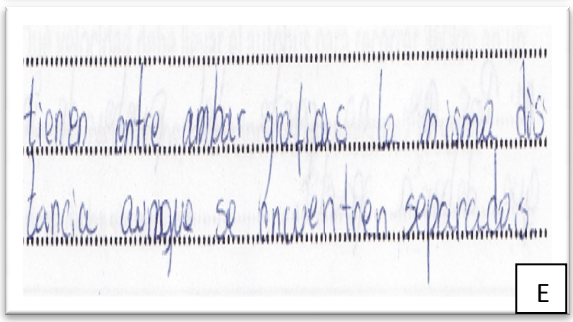
constante y que uno tiene mayor rapidez que el otro (L1 > L2). Asocian entonces, la velocidad al valor de la ordenada, igualando velocidad con distancia. Se podría entonces, al igual que en el caso anterior (respuesta A), decir que la noción intuitiva de velocidad en que se ve que un móvil va más rápido que el otro porque recorre más distancia, influye en el asimilar que a mayor distancia recorrida, mayor velocidad, es decir la velocidad no se significa desde la razón –.

Otro sostiene (respuesta D), que la velocidad aumenta más rápido en un móvil que en el otro, como señal de confundir el gráfico de la recta ascendente con la velocidad que asciende, no visualiza que la rapidez es constante en ambos casos y que la diferencia es que uno va más rápido que el otro, y que parte su recorrido después. Los estudiantes de este grupo no logran interpretar correctamente las variables, al considerar un aumento de velocidad, y cómo se relacionan y covarían las variables.

Grupo III.







En este caso, el grupo logra visualizar una variación de la velocidad y que parten de distancias y tiempos distintos, uno de ellos agrega que “L1 partió con una distancia determinada” (respuesta B), a diferencia de los grupos anteriores que distinguen la diferencia entre los gráficos a través del tiempo.

Esto en parte se debe al hecho de ver el fenómeno en una sola dimensión, asimilando la trayectoria del móvil con el gráfico propiamente tal. Uno de los estudiantes (respuesta C), distingue valores en las distancias, argumentando que “L1 parte de una distancia distinta a la de L2 y L2 parte de una distancia anterior y por ende recorre más y alcanza un tiempo mayor”, este estudiante está confundiendo la distancia con el eje tiempo. Carrasco (2006) señala que la metáfora matemática del tiempo como una distancia, se torna un obstáculo para interpretarlo en graficas de movimiento. Mostrando de esta forma, dificultades en la interpretación de las variables, su covariación y principalmente en la ordenada a través del tiempo, ya que no visualiza la distancia cero en ambas gráficas, y en tiempos distintos.

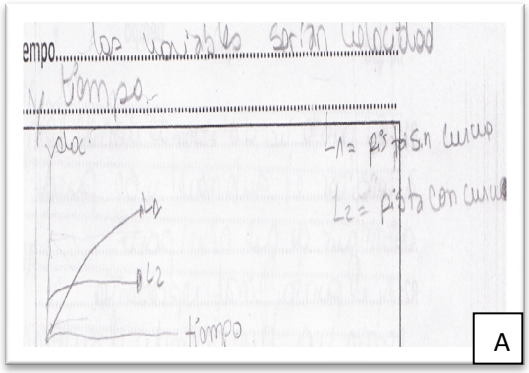
Otro estudiante (respuesta E), compara los dos gráficos, asume que la distancia entre ambos gráficos es la misma, y construye la relación entre la velocidad y el tiempo, variando de forma constante.

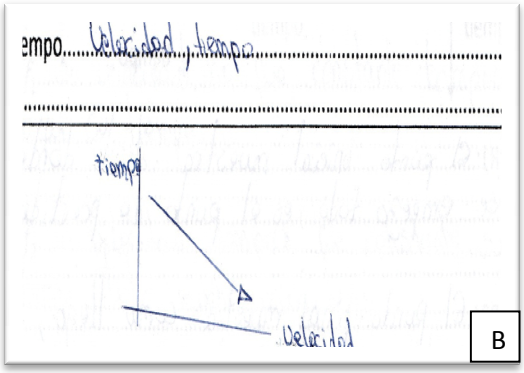
4.2 ANALISIS DEL SEGUNDO FENÓMENO:

Aceleración de un auto de carrera en una pista con curvas. La aceleración en estas pistas alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, pero en cuanto nos encontramos con una curva, la aceleración comienza a disminuir.

2.1 ¿Qué variables están en juego dentro de la situación? Elige dos que te parezcan más relevantes, luego grafica la situación en el tiempo.

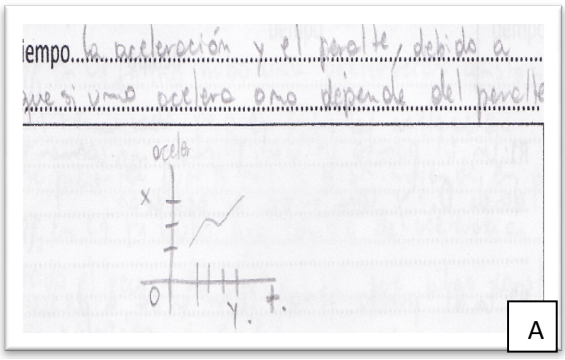
Grupo I.

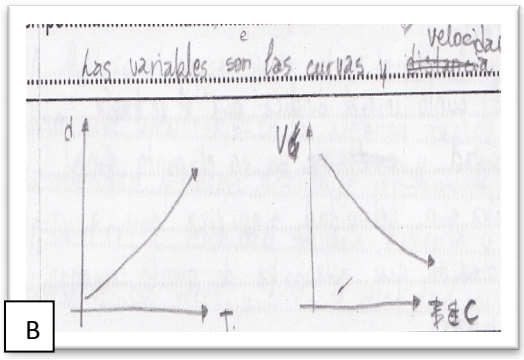


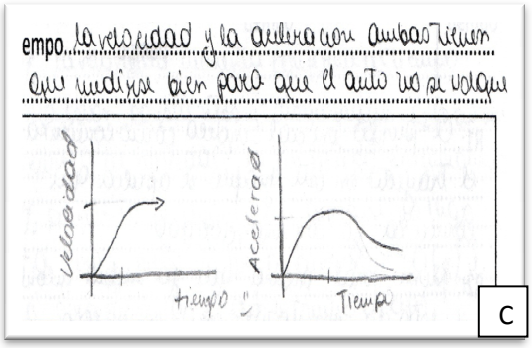


Este grupo considera como relevantes en esta situación, las variables velocidad y tiempo, uno de ellos construye un gráfico con dos curvas (respuesta A), una como representación de una pista con curvas y la otra sin curvas. Como muestra de que este grupo interpreta las variables y las relaciona entre sí, identificando cómo varían y representando esta situación en el gráfico. Otro en tanto (respuesta B), construye un gráfico con variables velocidad-tiempo, haciendo al tiempo dependiente de la velocidad, como para indicar que a mayor velocidad, menor es el tiempo que tarda en una carrera.

Grupo II.

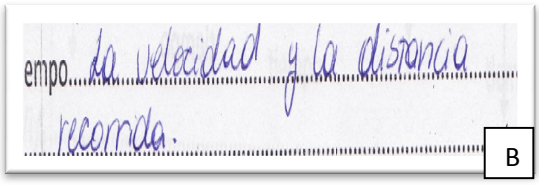


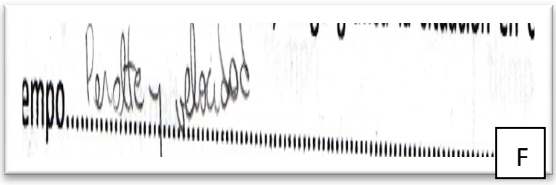




En este grupo se puede observar, que consideran importante las variables como la aceleración, el peralte (inclinación de la curva), velocidad, curvas, distancia y tiempo. Dado que la situación en este caso tiene que ver con la aceleración, lo que se esperaba como respuesta principal eran las variables velocidad-tiempo, no obstante muchas de las variables mencionadas por ellos tienen mucha relación con la situación o fenómeno ilustrado, tal como el peralte que mencionan en (respuesta A). Sin embargo, uno de ellos (respuesta C), menciona las variables aceleración-velocidad, construye dos curvas separados y agrega en una de estas curvas, las variables velocidad-tiempo, representando de esta forma de muy buena forma la situación. Otro (respuesta B), que agrega las variables curvas-velocidad, construye un gráfico (línea recta y decreciente) y relaciona las variables de forma inversamente proporcional, así mientras más curvas la velocidad es menor. Esto muestra el sentido, significado e interpretación que se le está dando a las variables.

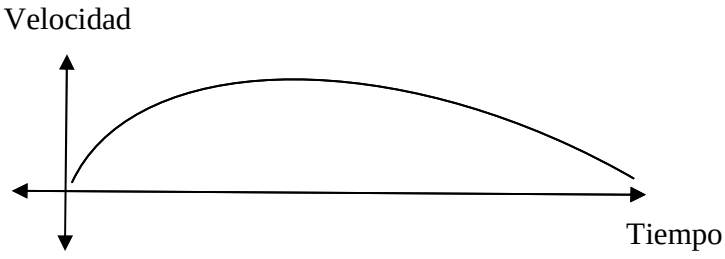
Grupo III.



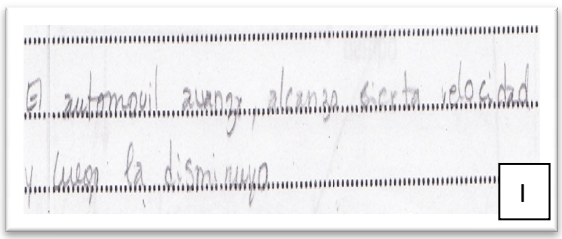


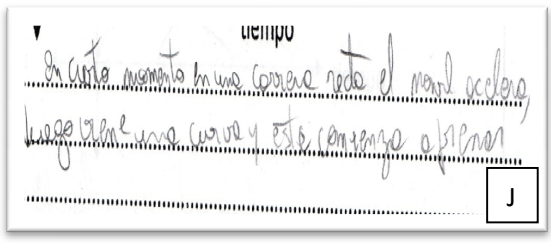
Sin ser considerado como malo lo descrito por este grupo, por no ser precisamente lo que se esperaba, se destaca el sentido que se le da al objeto representado, no obstante les falta un poco de fineza en la relación con el fenómeno, con los datos pedidos y proporcionados. Esto visto como estrategia antes de comenzar o intentar visualizar la situación planteada, pues se menciona de forma explícita el concepto a tratar (aceleración). Esta variable en muchos casos no fue pensada, al parecer no se le encontró una mayor relevancia dentro de la situación. No obstante, otras variables fueron discurridas como relevantes, como el peralte y la velocidad (respuesta F), o la velocidad y la distancia recorrida (respuesta B).

2.2 ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico, con respecto a la velocidad y el tiempo en el que se desplaza un automóvil?



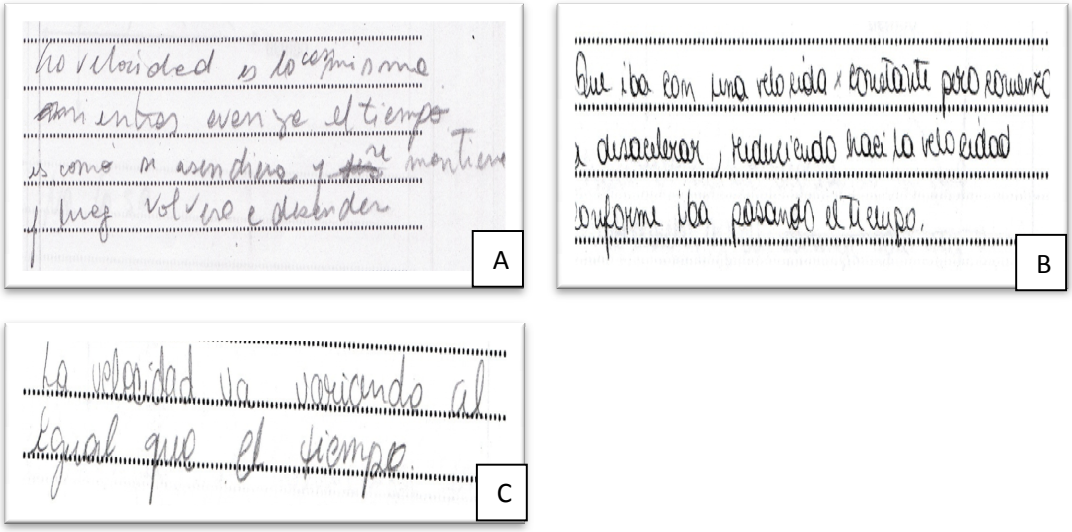
Grupo I.





La gran mayoría del grupo curso se inclina por una respuesta bastante acertada, en términos de visualizar un crecimiento de la velocidad a medida que avanza el tiempo, pero que llegado cierto momento, luego de alcanzar una velocidad máxima, esta comienza a disminuir paulatinamente, así es como un estudiante (respuesta I), sostiene que "el automóvil avanza, alcanza cierta velocidad y luego la disminuyo". En este caso queda de manifiesto una cierta capacidad de relacionar las variables, interpretar su variación y covariación. Uno de ellos (respuesta J), logra visualizar qué sucede en el fenómeno, dado la gráfica, y agrega que "en cierto momento en una carrera recta el móvil acelera, luego viene una curva y este comienza a frenar", la disminución de velocidad se debe a la presencia de una curva, mostrando de esta manera un manejo idóneo del tránsito desde un registro (gráfico en este caso) con el registro escrito (lenguaje natural) y su relación con el fenómeno expuesto.

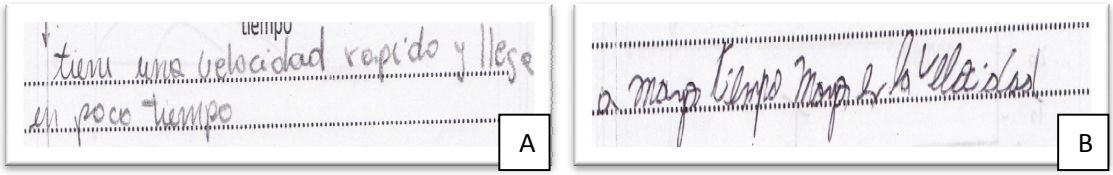
Grupo II.



Este grupo sostiene que la velocidad casi no varía, el alumno de la (respuesta A), sostiene "La velocidad es la casi misma mientras avanza el tiempo, es como si ascendiera y se mantiene y luego volviera a disminuir", que en el comienzo era constante pero luego comienza a descender, el alumno de la (respuesta B), agrega "que iba con una velocidad constante pero comenzó a desacelerar, reduciendo así la velocidad conforme iba pasando el tiempo". No hay mucha conciencia del cambio que se produce con la velocidad en el

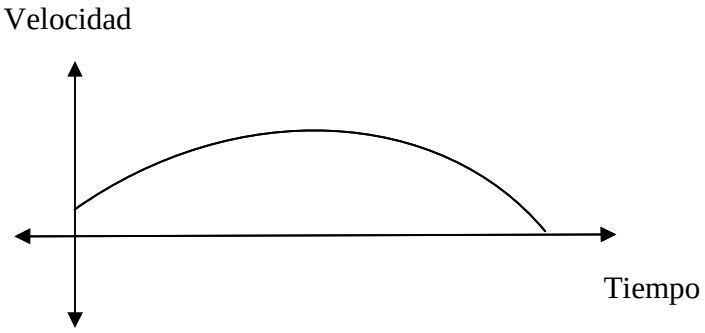
tiempo, a pesar de que se menciona un cambio, no se deja claro cómo es que cambia lo que cambia. Esto puede deberse a que los ejes no están enumerados, por lo que no se deja entrever los valores de las variables.

Grupo III.

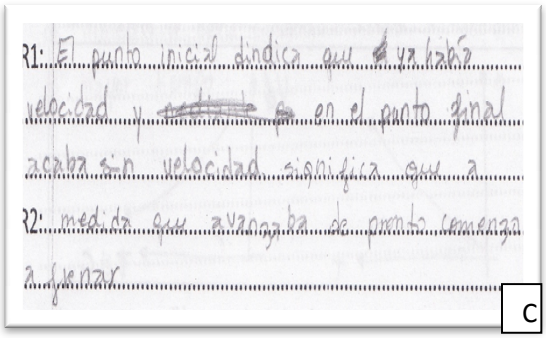


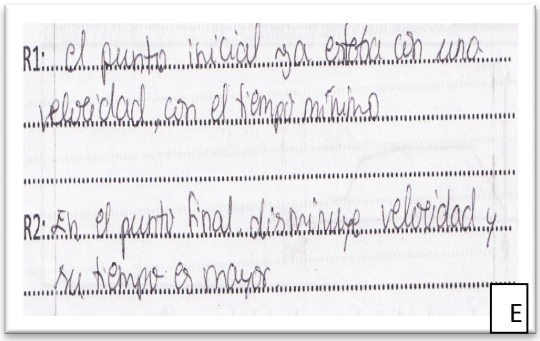
En este caso se puede apreciar en la interpretación del gráfico, una incongruencia, en parte por describir, por ejemplo, un constante crecimiento de la velocidad, o que llega en poco tiempo, (respuesta A), sin estar el tiempo cuantificado en su respectivo eje. De esta forma se deja de lado posibilidades como que después de la disminución de la velocidad, puede venir otro ascenso de esta, o la detención momentánea del móvil, entre otras.

2.3 ¿Qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica?



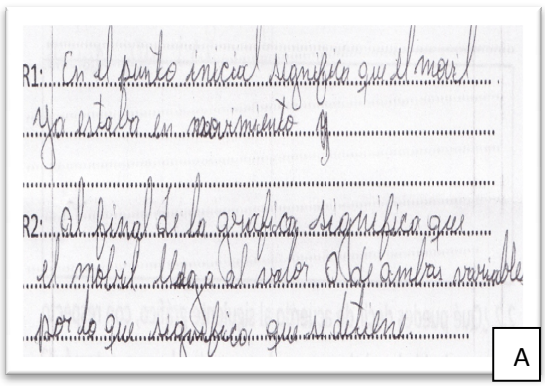
Grupo I.

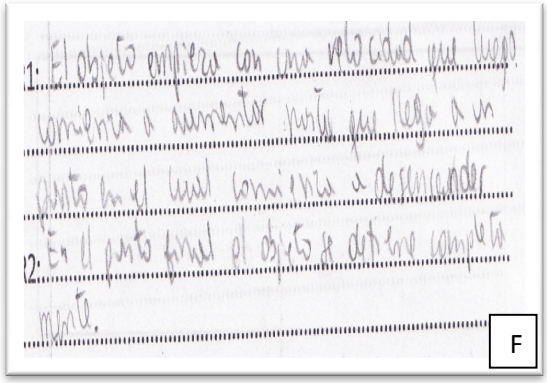




En general se puede apreciar, que este grupo logra en gran medida lo esperado como respuesta, al interpretar el inicio de la gráfica, como que ya venía con velocidad en el cuando el tiempo se comienza a medir, un estudiante agrega (respuesta E), que "el punto inicial ya estaba con una velocidad, con el tiempo mínimo. Eso muestra una buena interpretación de las variables, como varía una respecto a la otra. Otra de las labores hechas sin mayores problemas, está la de interpretar el final de la gráfica como el frenado del móvil, o la disminución de la velocidad, tal como señala un estudiante en (respuesta C), al escribir que "a medida que avanza de pronto comienza a frenar". Muestra de que entienden el enunciado, que están significando las variables puestas en juego y que construyen una respuesta un tanto convincente.

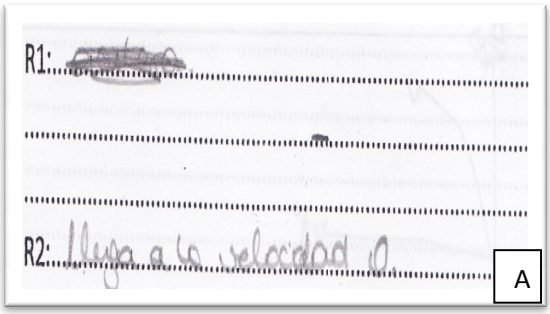
Grupo II.

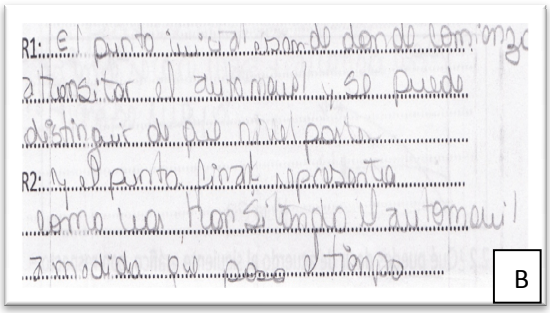


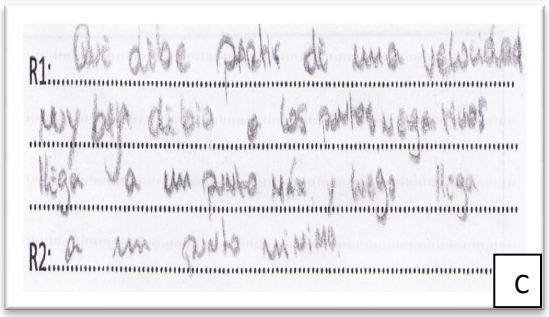


Este grupo tiene concepciones no muy convincentes o claras, sobre los puntos de inicio y fin de la gráfica, uno de los estudiantes cree que en el punto final se encuentra el cero de ambas variables, (respuesta A), no se tiene muy claro cuando comienza el movimiento, se confunde el punto de partida del movimiento con el punto en donde se comienza a medir el tiempo, o el punto de inicio de la gráfica. Se cuantifica el tiempo el cual toma la carrera o desplazamiento, cuando su eje en donde se representa no está graduado. Otro de los alumnos (respuesta F), asegura que “en el punto final el objeto se detiene completamente”. Todo esto muestra la poca congruencia entre lo que esta graficado y lo que está representado por medio de la gráfica.

Grupo III.







Por último se tiene este grupo que no precisa mucho en relación a los cambios de velocidades que experimenta el móvil a lo largo de su trayectoria en el tiempo, además de cuantificar las variables, es así como uno de ellos sostiene que llega a la velocidad cero (respuesta A), y otro que logra distinguir que el móvil parte de una velocidad muy baja (respuesta C), quizás asuman que la cuantificación de los ejes sea en general con valores pequeños y como casos muy aislados los de otra forma. Otro en tanto agrega que en el punto inicial es de donde comienza a desplazarse el móvil (respuesta B).

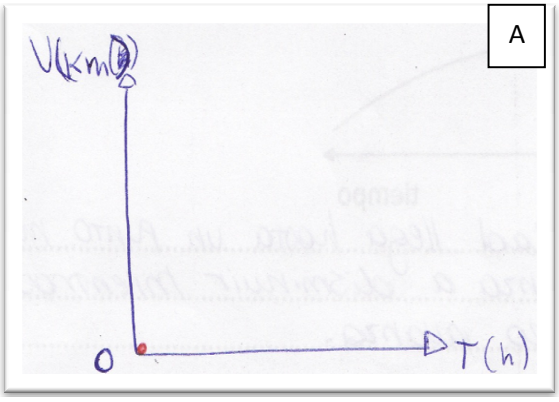
2.4 ¿Cómo interpretas gráficamente, el punto de menor aceleración? Grafica dicha situación.

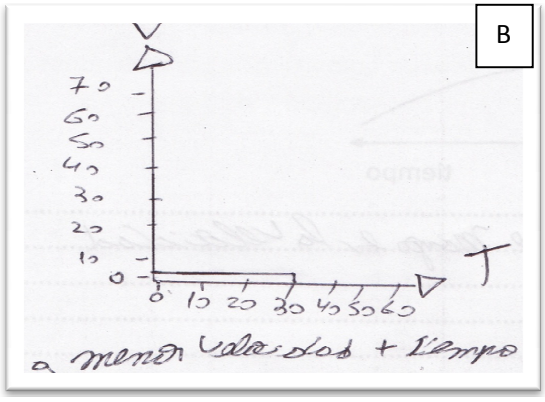
Grupo I.

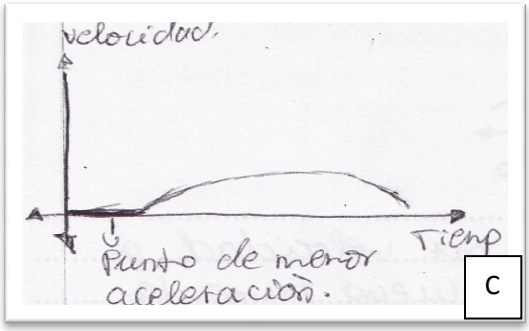


Si bien este alumno no tiene concepciones tan acertadas sobre el tema, es el único que responde de forma un poco más cercana a lo esperado. En su gráfica muestra que al inicio y final de la trayectoria del móvil es en donde se produce una aceleración mínima (o desaceleración), esto muestra una noción y un acercamiento notorio en la interpretación de variables, pero agrega en su comentario que hay veces en que el móvil puede comenzar muy acelerado, de esta forma muestra dudas y confusiones en relación al significado que hace del gráfico. Esto pudo haber pasado al confundirse con el gráfico en donde la velocidad ya era mayor que cero cuando se comienza a medir el tiempo.

Grupo II.

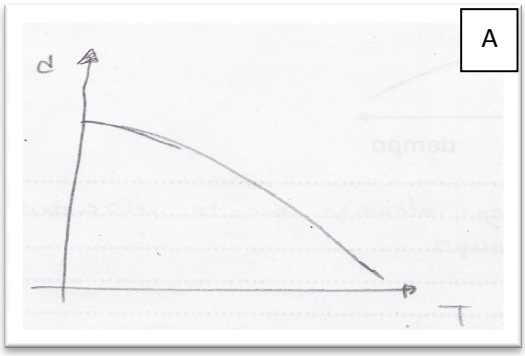






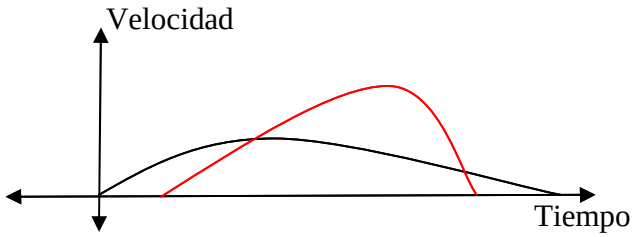
Este grupo tiene ideas un tanto diversas y poco acertadas, luego que asuman que la velocidad nula es en donde se produce una menor aceleración (respuesta C), o en el inicio del plano cartesiano, otro agrega que a menor velocidad más tiempo (respuesta B), como pensando en una velocidad muy baja que perdura en el tiempo, pero lo escribe como datos que son inversamente proporcionales. El estudiante no está significando las variables o no está relacionando la parte gráfica con la algebraica.

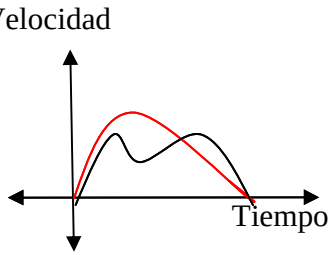
Grupo III.



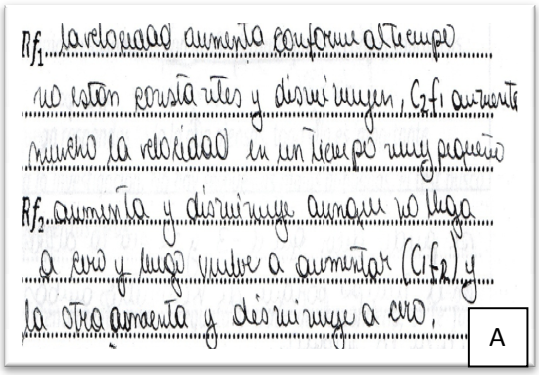
Confunden un gráfico de aceleración con variables distancia-tiempo, en este caso una curva de retroceso (respuesta A), les cuesta asimilar un gráfico con el fenómeno, escasa relación entre variables, entre otros. En general los estudiantes muestran confusión en la interpretación y uso de variables, así como la covariación entre ellas, muestras de que existen dificultades en la relación fenómeno y su gráfica, no están significando las variables.

2.5 ¿Cómo interpretas estas gráficas, relacionadas con el fenómeno en cuestión (aceleración de un automóvil)? Explica.



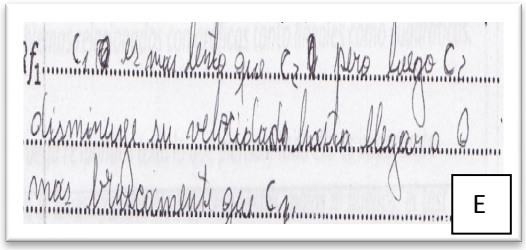


Grupo I.


Rf1. La velocidad aumenta conforme al tiempo no están constantes y disminuyen, C2f1 aumenta mucho la velocidad en un tiempo muy pequeño Rf2. aumenta y disminuye aunque no llega a cero y luego vuelve a aumentar (C1f2) y la otra aumenta y disminuye a cero.
A

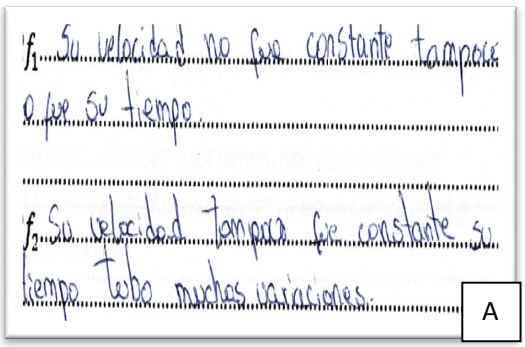
Estos estudiantes muestran un gran dominio conceptual y significan las variables, logran visualizar la situación, relacionan las gráficas con el fenómeno de muy buena forma. La covariación de las variables es vinculada con la situación planteada al sostener por ejemplo que “La velocidad aumenta conforme al tiempo, no están constantes y disminuyen, c2f1 aumenta mucho la velocidad en un tiempo muy pequeño. Rf2. Aumenta y disminuye aunque no llega a cero y luego vuelve a aumentar (c1f2) y la otra aumenta y disminuye a cero” (respuesta A).

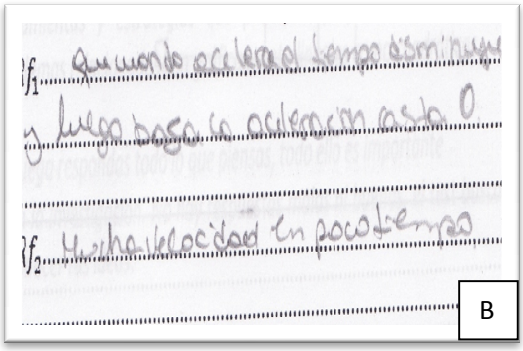
Grupo II.



Este grupo confunde la aceleración constante, con la poca variación de la velocidad (para mayor detalles, revisar anexo B), la velocidad constante también es vinculada con una poca oscilación de ésta. En general las concepciones que se tienen no están tan alejadas a la situación planteada, pero no se logra profundidad en los argumentos, como para sacar mayores conclusiones.

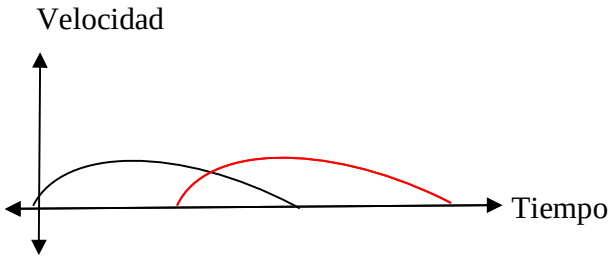
Grupo III.



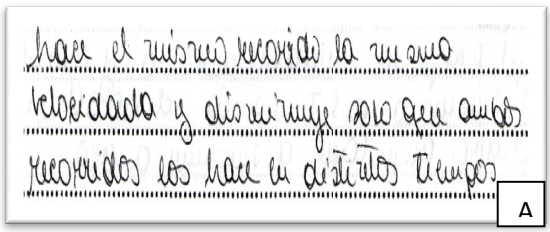


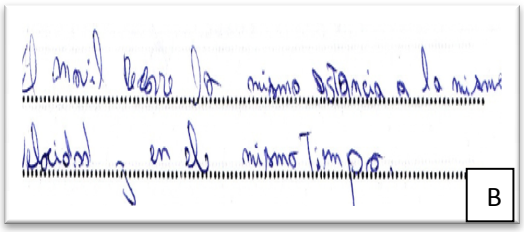
Estos estudiantes logran en general una escasa asimilación del problema con su interpretación en lenguaje verbal y con su interpretación gráfica. Uno de ellos (respuesta B), es posible que vincule la fórmula algebraica para calcular la aceleración, asumiendo su relación inversamente proporcional que existe entre la aceleración y el tiempo, pues escribe “que cuando acelera el tiempo disminuye”.

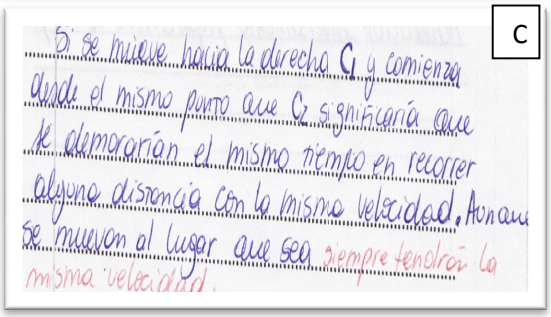
2.6 Si una de las gráficas la movemos hacia la derecha, como lo indica la siguiente figura ¿Qué significado tiene en el fenómeno ilustrado?



Grupo I.

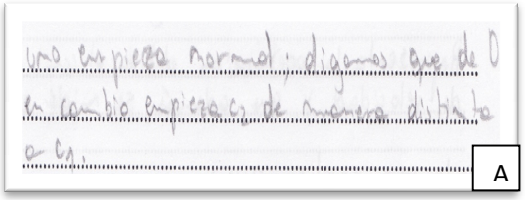


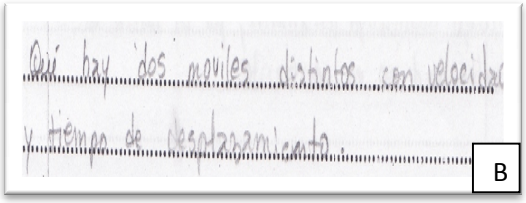


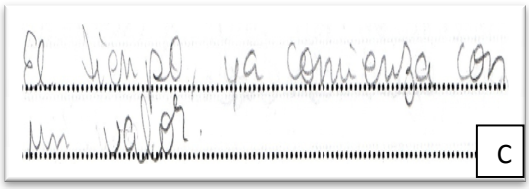


Este grupo responde de forma muy acertada, logran relacionar la traslación de la gráfica con el fenómeno y además le dan significado, al argumentar que “el móvil recorre la misma distancia a la misma velocidad y en el mismo tiempo” (respuesta B), interpretan correctamente la covariación de las variables, principalmente la variación de la variable tiempo. De manera análoga realizan una buena lectura del gráfico, visualizando la situación representada por este.

Grupo II.

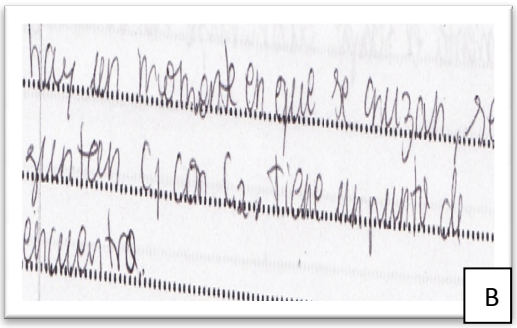






Existe dificultad para relacionar, interpretar y ver las similitudes de las dos gráficas y lo que esto significa en la situación, tomando las gráficas como dicotómicas, al considerarlos por separado, esto luego que un estudiante (respuesta B), agregara "que hay dos móviles distintos, con velocidades y tiempo de desplazamiento". Uno de los estudiantes agrega que "el tiempo, ya comienza con un valor" (respuesta C), pero no precisa más, por lo que el análisis puede ser confuso.

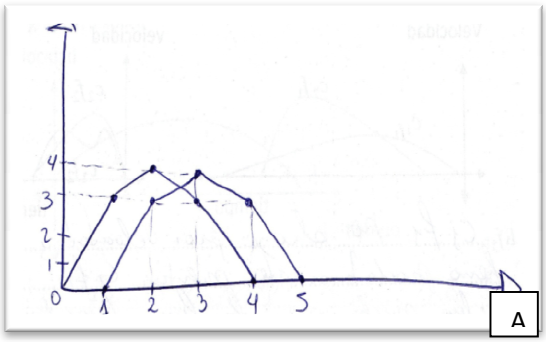
Grupo III.



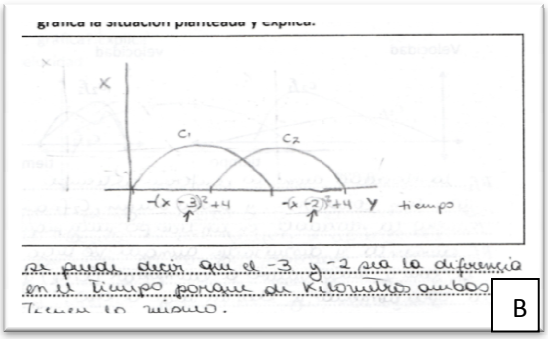
Existe poca certeza en la interpretación del gráfico, confundiendo la cantidad de tiempo empleado en el recorrido del móvil, con el momento en el cual se toma el tiempo. No se logra visualizar la similitud de las gráficas, dejando de lado de esta forma, la posibilidad de que el recorrido sea el mismo pero tomado en diferentes momentos. De igual manera, confunden la intersección de las gráficas con el encuentro físico de los móviles, al sostener que "hay un momento en que se cruzan, se juntan c1 con c2, tiene un punto de encuentro" (respuesta B), esto se debe a que mezclan la gráfica con la trayectoria en sí.

2.7 Relaciona las siguientes ecuaciones con el fenómeno antes ilustrado. $y = -(x-3)^2+4$ *e* $y = -(x-2)^2+4$**. Luego grafica la situación planteada.**

Grupo I.



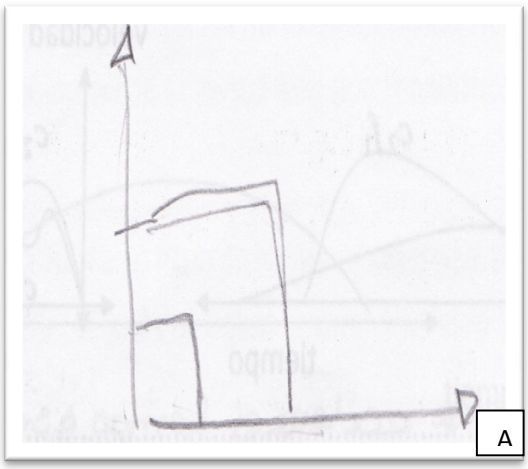
A



B

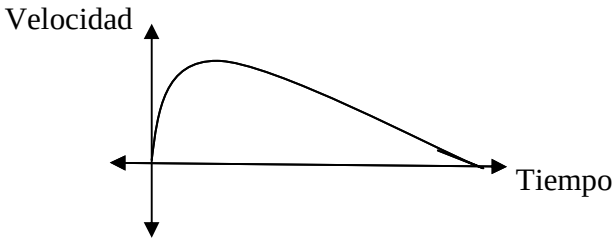
Existe una buena relación entre distintas representaciones semióticas, pues transitan exitosamente desde la parte algebraica a la parte geométrica o gráfica y el enunciado verbal o lenguaje natural, logrando así realizar una conversión entre registros algebraico con el geométrico, pero no así con la situación o fenómeno, tal como se aprecia en la (respuesta A). Sin embargo la gran mayoría de los estudiantes no logra responder la pregunta. Otro alumno agrega que hay diferencias en el tiempo, pero "de kilómetros ambos tienen lo mismo, (respuesta B), de esta forma logra asociar la parte geométrica con la situación y con el registro algebraico.

Grupo II.

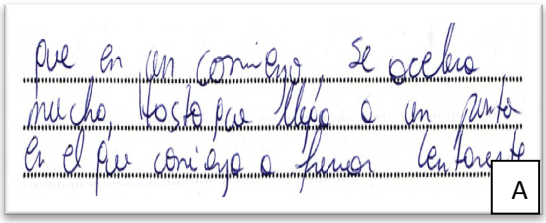

A

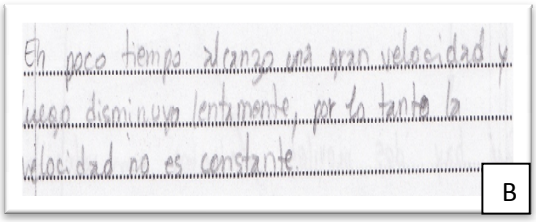
Existe la intención de realizar un tratamiento de la información pero no con muchos resultados, análogamente se pretende hacer una conversión del registro algebraico al gráfico, pero este estudiante presenta obstáculos al relacionar la información proporcionada de forma algebraica con un gráfico, tal como se aprecia en (respuesta A).

2.8 De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué puedes decir en torno a la aceleración en las variables velocidad-tiempo?



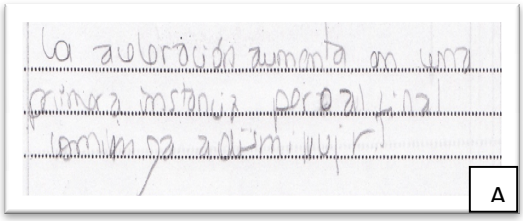
Grupo I.





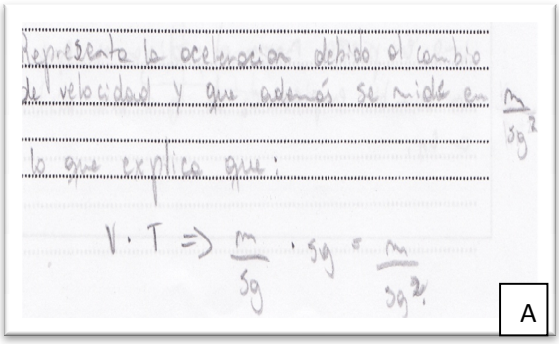
Hay una buena interpretación, en términos generales, del qué, cómo y cuánto varía una variable en la gráfica a través del tiempo, de la covariación de las variables y su relación con la situación o fenómeno ilustrado, un estudiante (respuesta A), agrega que “en un comienzo, se acelera mucho, hasta que llega a un punto en el que comienza a frenar lentamente”. Al igual que otro (respuesta B), que sostiene “en poco tiempo alcanza una gran velocidad”. La visualización de las variables y su significatividad se hacen notar.

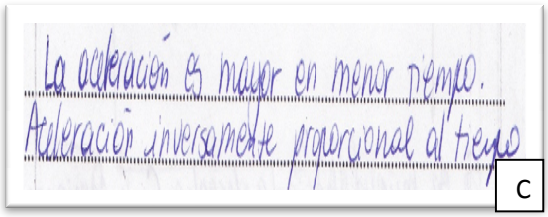
Grupo II.



Existe la noción de qué varía pero no se tiene mucha claridad de cómo y cuánto es lo que varían las variables en juego, tal como lo escribe un alumno (respuesta A), "la aceleración aumenta en una primera instancia, pero al final comienza a disminuir". Esto como muestra de que tal concepción de (variabilidad), no está muy arraigada en estos estudiantes y la comprensión gráfica como evidencia, deja en claro esta percepción.

Grupo III.





Este grupo intenta dar muestras de conocer cómo se calcula de forma algebraica la aceleración, dado la velocidad y el tiempo, es así como uno de ellos (respuesta A) intenta mostrar una equivalencia con tal fórmula (aceleración) y otro (respuesta C), lo relaciona con la proporcionalidad inversa que existe entre las variables aceleración y tiempo, agregando que la "aceleración inversamente proporcional al tiempo". Esto puede estar significando que ante la dificultad para interpretar un gráfico, se acude (como estrategia) a otras formas, que como en este caso no los lleva necesariamente a un resultado esperado, ya que utilizan la fórmula algebraica en donde la aceleración es directamente proporcional a la velocidad e inversamente proporcional al tiempo.

CAPÍTULO V:
CONCLUSIONES Y PROYECCIONES.

La investigación llevada a cabo muestra las principales estrategias y dificultades de alumnos y alumnas de un tercer año de enseñanza media (colegio Cardenal Raúl Silva Henríquez, ubicado en la ciudad de Viña del Mar) al trabajar con gráficas lineales y cuadráticas como representación de fenómenos o hechos de la vida real, aportando información acerca de las fortalezas y debilidades presentes en los estudiantes de enseñanza media en el sector de matemática. Así, la investigación muestra argumentos y significados portados por alumnos y alumnas, para un análisis que permite predecir y decidir en la tarea de mejorar los resultados evidenciados en las primeras páginas presentes en esta indagación, es decir que ayudan a entender la actividad matemática que realizan los estudiantes, y a partir de ello construir mejores situaciones de aprendizaje.

El ámbito teórico utilizado entregó elementos que posibilitaron la labor de predecir, entender y comprender procedimientos respecto de la actividad matemática de los estudiantes y que dejan entrever las dificultades que se presentan al trabajar con gráficas, así como los procesos que se llevan a cabo cuando se visualiza información o se intenta matematizarla. El estudio, en cuanto a lo teórico, arroja elementos como estrategias y dificultades presentes al momento de trabajar con gráficas y que ayudan a ver y entender lo complejo que puede llegar a ser al proyectarlo en la vida cotidiana o diario vivir, además, recopiló información variada con lo que se puede predecir sobre el estudiante que intenta matematizar o visualizar información a través de gráficas (considerando no solo la perspectiva teórica de la Matematización, sino que también adentrándose en los procesos de visualización), las estrategias más utilizadas y las principales dificultades con las que se verá enfrentado.

Considerando la relación sistémica existente entre lo didáctico, lo cognitivo, lo epistemológico y social, el trabajo permitió generar elementos que permiten concluir y justificar los procedimientos y dificultades mostradas por los estudiantes. Tanto en lo didáctico que evidencia en parte las estrategias que se utilizan en el salón de clases, como

las dificultades de los estudiantes que históricamente se presentan de forma anexa con esos temas. Pasando de este modo, a estrategias de Matematización tanto vertical como horizontal en que la visualización de la matemática escolar juega un rol central. La teoría de la matemática educativa revisada, muestra que en la construcción de aprendizaje, evidenciada también en las producciones estudiantiles, las estrategias utilizadas son matematizar horizontalmente. Se explica entonces desde la teoría la importancia de matematizar o visualizar información que puede estar expresada de forma gráfica, algebraica, o en lenguaje natural (en este caso, escrito). La teoría utilizada, permite hacer un análisis en profundidad y obtener resultados a partir de estos, como por ejemplo, sobre la matematización horizontal que se refleja al llevar una situación real al mundo de los símbolos o a un lenguaje matemático, o la visualización de la matemática escolar que se puede apreciar en sus procedimientos.

A partir de considerar argumentos y producciones estudiantiles, se reconocieron elementos tales como la utilización del cómic para interpretar situaciones de variación, una tendencia a utilizar la regla de tres, justificaciones desde su experiencia, entre otros, tales elementos hay que considerar a la hora de formular, por ejemplo, una propuesta didáctica, dado que es posible relacionar el tipo de argumentos que utilizan los estudiantes con lo que muestran y sugieren los textos escolares, compararlos con los argumentos dados por alumnos y la forma que tienen para analizar la información que se les proporciona. Las entidades encargadas de generar estos libros tienen la misión y el deber de recoger evidencias y aportes presentes en nuevas investigaciones, analizarlas y realizar cambios cuando la situación lo amerite.

La construcción del test exploratorio como instrumento central en esta investigación permitió recoger evidencias concretas sobre las principales dificultades y estrategias utilizadas o evidenciadas por los alumnos y alumnas de un tercer año de enseñanza media, al trabajar con gráficas lineales y cuadráticas. Su articulación con entrevistas no estructuradas permitió reafirmar y refutar algunos procedimientos y sus posibles causas, por lo tanto, se consideró muy útil en cuanto a la confirmación o justificación de sus respuestas.

Respecto de los resultados de la investigación, las producciones de los estudiantes y conocimientos recopilados en la investigación, se ordenó de la siguiente manera, tratando de abarcar los objetivos que guiaban la misma:

La representación Icónica, se mostró en la investigación como una herramienta que es usada por la gran mayoría como herramienta y estrategia de trabajo, que es más familiar y próxima a su vida y entorno social cercano, luego este registro de representación, como señala Díaz (2007), se destaca "como puente hacia la representación significativa del tiempo en las gráficas". En tanto que Gubert (1987; p.222, citado en Díaz 2007), señala que "los cómics iconizan la temporalidad en forma de espacios cambiantes construidos por imágenes icónicas fijas".

Esto como forma de representar información proporcionada en lenguaje natural y más precisamente en lenguaje escrito. Dentro de los objetivos propuestos se reconoce entonces una de las estrategias utilizadas con mayor comodidad y que se acaba de mencionar, como lo es la utilización del registro de representación del cómic. En particular en este estudio, se puede mencionar que esta estrategia tiene buenos resultados, debido principalmente a que les permite proporcionar o representar información a través de esta herramienta, por lo tanto, les ayuda a contestar de mejor forma.

El uso de estrategias muy marcadas y ligadas al contexto escolar, tal es el caso de la conocida regla de tres que muestran como reconocimiento del crecimiento proporcional en las variables involucradas, es decir, se reconoce una estrategia de pensamiento proporcional de los estudiantes al hacer uso de la regla de tres simple.

Sin embargo la estrategia no esta exenta de dificultades, muchos de los estudiantes propusieron esta estrategia pero no resolvieron las preguntas, quedaba plateada la ecuación y no se avanzaba en las respuestas. Los errores más comunes en esta estrategia tienen que ver con la omisión del cambio de unidades de medidas, cálculos aritméticos y con la formulación de una ecuación.

La articulación entre los registros algebraicos-gráfico, o algebraico-geométrico, y en general, el análisis de la información permite visualizar una carencia de trabajos centrados en las principales dificultades o errores de estudiantes al trabajar con gráficas.

El aspecto cognitivo y las principales dificultades de los estudiantes, al intentar articular un registro algebraico con una situación real o del registro algebraico al gráfico, tal es el caso de las preguntas 1.8 y 2.7, en las cuales muy pocos respondieron o intentaron hacer algo, en tanto que no lo es en gran medida al interpretar un gráfico con algún fenómeno dado, en donde la gran mayoría utilizó alguna estrategia.

Se evidencian dificultades en torno a la articulación de los conocimientos matemáticos involucrados con sus aplicaciones, o la contextualización de conceptos, se tienen herramientas pero muchas veces no se tiene la claridad del cómo utilizarlas. Ejemplo de ello puede ser el plantearse la regla de tres simple pero no calcular, el conocer la ecuación de la recta pero no relacionarla con algún fenómeno de la vida real, conocer el plano cartesiano pero no visualizar la covariación de las variables en los ejes coordenados, el graficar una curva pero no darle significado o interpretarla, disponer de variables en los ejes pero no relacionarlas entre si, determinando cual depende de cual, entre otros.

En relación a los objetivos propuestos en la investigación, se consideran logrados, pues el test construido y aplicado permite recolectar suficiente información y evidencias para su posterior análisis, es decir, permite apreciar las principales estrategias y dificultades utilizadas y evidenciadas por los alumnos y alumnas al trabajar con gráficas lineales y cuadráticas.

Otro aspecto relevante evidenciado en esta investigación es el rol que su experiencia de vida tiene al momento de establecer estrategias de solución, por lo tanto, cuando un concepto es asociado con algo familiar o conocido por ellos, logran de forma más sencilla razonar sobre el problema o situación planteada, tal es el caso de un alumno que practica carreras en automóviles, el cual menciona el peralte (inclinación de la pista en una curva) como elemento o variable a considerar para la aceleración de un automóvil, u otro estudiante, que desde su experiencia se justifica para afirmar que el tiempo y distancia no pueden ser negativas. Desde la investigación entonces, es posible afirmar que cuando un concepto se relaciona con algo de interés personal es mucho más viable adquirir, recordar y aplicar. Distinto es cuando tienen que recordar y utilizar, por ejemplo, una fórmula matemática, que muchas veces no es fácil asociar con algo significativo para aprenderla, recordarla y utilizarla posteriormente en una determinada actividad. Esto se relaciona directamente con la dificultad ostentada al transitar desde el registro algebraico al fenómeno o desde el registro algebraico con la gráfica. Ejemplo de lo anterior, es el escaso intento por responder en situaciones donde se daba la función cuadrática de forma estándar, asociarla con el fenómeno o hacer la articulación con el registro de representación geométrico, además de analizar el comportamiento de la gráfica al variar los coeficientes de la función.

Por tanto, dentro de las principales dificultades se puede distinguir la relación entre la parte algebraica con un fenómeno asociado a esta, o la parte algebraica con su representación gráfica, no así la relación entre la gráfica con algún fenómeno, tal como menciona Duval en los registros de representación semiótica. Esto quiere decir que al analizar un gráfico matemático, no es necesario recordar tanta información compleja, el razonamiento y visualización de la información se ve facilitada, ya que existen elementos visuales de donde se puede partir e iniciar un análisis. En este sentido los significados respecto de la variación, se facilitan cuando la información es proporcionada por medios de gráficas, tal como se aprecia en los procedimientos del test aplicado.

En concordancia a las principales dificultades mostradas por los alumnos y alumnas referidas a la interpretación y análisis de gráficas lineales y cuadráticas, dice relación con

visualizar la covariación de las variables, es decir, el preguntarse qué pasa con una variable al variar la otra o cómo varia una variable al variar la otra, esta dificultad se presenta tanto en las gráficas lineales como cuadráticas. Otra en tanto, tiene que ver con el recordar conceptos vistos y utilizados en cursos previos, estos conceptos son por lo general representados en forma algebraica por medio de alguna fórmula matemática, y como se mencionó anteriormente, una de las principales dificultades tiene que ver con la interpretación de la información proporcionada de forma algebraica y su relación con algún fenómeno.

Todas estas estrategias y dificultades presentes en la investigación y en el test aplicado, aportan elementos claves para un análisis en profundidad, y apoyar en la constante búsqueda de mejoras en las propuestas de futuras metodologías, y tienen que ser consideradas al momento de proponerlas.

Estrategias en la:

- Utilización de la regla de tres.
- Utilización del registro de representación del cómic para representar información.
- Utilización de su experiencia de vida o al recordar ejemplos y vivencias ocurridas en el salón de clase.
- Acción de agregar flechas como para indicar el sentido del movimiento.
- Acción de asociar la información con una situación familiar o personal significativa.
- Acción de considerar el tiempo y la velocidad, siempre, como valores positivos.
- Acción de escribir la velocidad para representar la información de forma más fidedigna.

Principales dificultades:

- Reconocer la dependencia de una de las variables sobre la otra, para graficar en un plano cartesiano.
- Recordar conceptos matemáticos relacionados con el registro de representación algebraica principalmente.
- Percibir la covariación de las variables en un gráfico matemático dispuesto sobre un plano cartesiano.

- Relacionar una ecuación con algún fenómeno asociado a esta.
- Interpretar un movimiento constante.
- Relacionar el álgebra con la geometría.
- Otorgar significado a los coeficientes numérico en una función lineal o cuadrática.

Finalmente, es preciso y necesario mencionar la poca significatividad asociada a las fórmulas matemáticas, y en general a procedimientos que tengan que ver con el registro de representación algebraica, articulación entre el registro algebraico y su gráfica o a la articulación del registro algebraico con algún fenómeno de la vida real. Esto se puede apreciar en sus respuestas al test, pues en estos casos no contestaban o les fue muy difícil proceder y se ratifica en las entrevistas cuando aseguraban no recordar. La poca significatividad puede estar relacionada con lo complejo que puede llegar a ser en algunos casos el asociarle significado a algunos conceptos matemáticos, o encontrarle una aplicación cercana a nuestra vida, en otras palabras, se torna difícil algunas veces el poder re-contextualizar y cuando lo hacen, como se aprecia en la investigación, se logra proceder sin grandes dificultades.

Por lo tanto, se cree necesario fomentar el trabajo de articular diferentes registros de representación y en especial el registro algebraico con otros registros como el geométrico, entre otros, pues es en donde se presentan mayores dificultades. Asimismo, incorporar a través de futuras investigaciones como la presente, elementos que permitan precisar las causas de estas dificultades, y así contar de esta forma con información privilegiada que ayude a mejorar los resultados mostrados en pruebas estandarizadas tanto nacionales como internacionales.

De acuerdo al listado de las principales estrategias y dificultades evidenciadas, es preciso mencionar que se deben realizar más investigaciones que apunten a rescatar y fomentar el trabajo aplicado, de la re-contextualización de conceptos matemáticos y de personalizar los contenidos, para que el trabajo de articular diferentes registros de representación sea algo no imposible, sino una tarea común, familiar y grata. La utilización de gráficas en este tipo de trabajos (de acuerdo a lo evidenciado en esta investigación) puede ayudar en la labor de

interpretar información propicia, y la creación de argumentos que se generan al visualizar una gráfica, sus características y su conexión con algún hecho o situación de la vida real.

Esto se muestra al verse facilitada la labor de interpretar la información visual representada por una gráfica ya sea lineal o cuadrática, por sobre la articulación del registro algebraico con algún fenómeno, pues en las evidencias, argumentos y procedimientos de los alumnos y alumnas, se puede observar una mayor familiaridad relacionada con la interpretación de información visual, por sobre el recordar o utilizar herramientas precisamente matemáticas como fórmulas y en general, el realizar tratamientos dentro del registro de representación algebraico. Si bien existen en general dificultades para interpretar una gráfica cuando esta se da (como es el caso en general del test aplicado), es necesario hacer una distinción entre la interpretación de una gráfica dada y la tarea de graficar propiamente tal, pues para graficar es necesario primero que todo, conocer qué es un plano cartesiano, graduar los ejes coordenados, relacionar las variables, interpretar su covariación, entre otras. En cambio en la interpretación de gráficas, se da el plano cartesiano, se da la gráfica, y en algunos casos se da la enumeración de los ejes, por lo cual, la tarea de interpretar gráficas se realiza de forma más familiar que el "graficar" una función, ya sea lineal o cuadrática por ejemplo.

Por tanto, en futuras investigaciones como la presente, se cree necesario profundizar aún más en la interpretación de gráficas, en la articulación con otros registros, en la Matematización y visualización matemática, entre otros, agregando nuevos desafíos a partir de las mencionadas estrategias y dificultades presentes y evidenciadas en esta investigación, que provean de información valiosa y que facilite el trabajo constante en la mejora de los resultados que arrojan por lo general, las diferentes pruebas estandarizadas.

BIBLIOGRAFÍA

1. Acuña, C. (2001). *Concepciones en Graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol. 4, número 003. Comité Latinoamericano en Matemática Educativa. Distrito Federal. México.

2. Arancibia, V. Herrera, P. & Strasser, K. (1997). *Manual de Psicología Educacional*. Facultad de ciencias sociales. Ediciones Universidad Católica de Chile, Chile.

3. Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Memoria no publicada para obtener el Grado de Doctor en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa. Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto politécnico nacional, ciudad de México, México**.**

4. Cantoral, R. & Montiel, G. (2001). *Visualización y Pensamiento Matemático (pp. 1-2).* Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México.

5. Clelia, A. (2008). *Deconstrucción de la didáctica racionalista en el contexto de la formación docente. Hacia una didáctica constructivista*. (p. 2). Revista iberoamericana de educación issn: 1681-5653 n. º 45/3 – 25 de febrero de 2008. Instituto Superior del profesorado "Dr. Joaquín V. González", Argentina.

6. Cordero, F. (2005). *El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral.* Relime Vol. 8, Núm. 3, noviembre, 2005, pp. 265-286.

7. DEMRE (2009). *Piso de 450 puntos*. Extraído o revisado por última vez, el 29 marzo 2010 de: http://www.terra.cl/actualidad/index.cfm?id_cat=302&id_reg=1090305

8. Díaz, L. (1998). *Reflexiones Didácticas en torno a Fracciones, Razones y proporciones.* Publicación del Programa MECE/ Educación Media, Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación, Ministerio de Educación, República de Chile.

9. Díaz, L. (2007). *Coherencias cognitivas vs matemáticas en el estudio del cambio.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol.20. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México.

10. Díaz, L. (2008). *Matrices de Sentido para Nociones de Velocidad y Tiempo*. En P. Leston (Ed.) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21, (pp. 223-229). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

11. Dolores, C. (2007). *Usos de las gráficas y sus repercusiones en el aprendizaje de la matemática.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol.20. Centro de investigación en Matemática Educativa (CIMATE) UAG. (México).

12. Dolores, C. & Cuevas, I. (2007). *Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas.* Relime Vol. 10, Núm. 1, Marzo, 2007, pp. 69-96. Centro de investigación en matemática educativa. Universidad Autónoma de Guerrero, México.

13. Eyzaguirre, B. & Font aine, L. (1999). *¿Qué mide realmente el SIMCE?* Extraído el 29 marzo 2010 de: http://www.cepchile.cl/dms/lang_1/cat_598_pag_3.html. Centro de estudios públicos, Chile.

14. García, J. J. (2005). *La comprensión de las representaciones gráficas cartesianas presentes en los libros de texto de ciencias experimentales, sus características y el uso que se hace de ellas en el aula.* Memoria de Tesis Doctoral no publicada para obtener el grado de Doctor por la Universidad de Granada. Programa de Doctorado en Didáctica de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. México.

15. García, J.A. (S.F.). *La didáctica de las matemáticas: una visión general.* Extraído el 18 enero 2010 de: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm.

16. Guevara, N. & Cantoral, R. (2007). *Intuición y visualización: demostración en la convergencia de sucesiones.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa Vol.20.

17. Guzmán, I. (1998). *Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes*. Relime Vol. 1, Núm. 1, marzo1998 pp.5-21.

18. Herrera, L. (2002). *Las fuentes del aprendizaje en ambientes virtuales educativos.* Reencuentro, diciembre, número 035. Universidad Autónoma Metropolitana. Azcapotzalco. Distrito federal. México. PP. 69-74.

19. Hitt, F. (1998,2002). *Dificultades en el aprendizaje del cálculo.* Universidad Michoacana de San Nicolas de Hidalgo. Departamento de Matemática Educativa del cinvestav-IPN. Morelia. Mexico. P. 2.

20. Hitt, F. (2002). *Visualización, semiosis e intuición en la enseñanza de las funciones en matemáticas.* Conferencia dictada por el Dr. Ricardo Cantoral Uriza: visualización y pensamiento matemático; estrategias de enseñanza en 2002.

21. López, I. & Mochón, S. (2007). *El uso de la computadora y cañón para el desarrollo del entendimiento matemático de fracciones en 4º de primaria.* CINVESTAV-México. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol. 20. México.

22. Parra, T. & Cordero, F. (2007). *El uso de las gráficas en la mecánica de fluidos. El caso de la derivada.* Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. vol. 20.Cinvestav-IPN. México y Universidad Católica de Valparaíso. Chile.

23. Peralta, J. (2003). *Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular: el caso de la función lineal.* Instituto Tecnológico de Sonora. México.

24. PISA (2000). *Competencias para la vida. Resultados de los estudiantes chilenos PISA 2000*. Unidad de Curriculum y Evaluación, Ministerio de Educación, Chile.

25. Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. PNA, 1(2), 47-66.

26. SOCAS, M. (S.F.). Comentario. Universidad de la laguna. PP. 53-63.

27. Suarez, L. (2008).Modelación-Graficación. Una categoría para matemática escolar. Resultado de un estudio socioepistemológico. Tesis no publicada para optar al grado de Doctora en Ciencias en la especialidad de Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Departamento de Matemática Educativa. Distrito Federal. México.

28. TIMSS, (2003). *Chile y el aprendizaje de matemáticas y ciencias según TIMSS.* Resultados de los estudiantes chilenos de 8º básico en el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias 2003. Ministerio de Educación, Unidad de Curriculum y Evaluación, SIMCE. Chile

ANEXO A:

Para la siguiente entrevista, E corresponde al Entrevistador y A, representa al Alumno o Alumna.

Entrevista 1: Estudiante 5

- E: A ver...en la primera ...pregunta, 1.2 ....eh ..básicamente la pregunta es... ¿Cómo llegas al resultado?
- A: ah ver...
- E: Porque hay un resultado ahí pero....eh...
- A: A sí!! ..es que borré, lo saqué pero lo borré...porque era mucho…por eso lo borré.
- E: A, perfecto! y... ¿cuál fue el método ahí?
- A: Es que… usé la regla de tres..
- E: Ah! Regla de tres..
- A: si regla de tres, porque decía que la velocidad era constante de 98km/hrs, cambié la hora a minutos y después, usé regla de tres, porque decía los minutos…una hora son 98km y media hora son…49km, después hice 20 y así..
- E: bueno acá el tiempo esta en minutos…cierto? Y cuando hablamos de velocidad hablamos de km/hrs…cierto.
- A: ah…no cambié los minutos, me equivoqué.
- E: ah no hay una transformación de minutos a hora
- A: no la hora la cambié a minutos y los kilómetros debería quedar en metros, lo cambio entonces…va a ser lo mismo, si no cambia mucho.
- E: hay como otra forma de hacer eso?
- A: no es que es más fácil la regla de tres, o hay otra forma?
- E: y si le preguntamos a un señor que no tiene estudios digamos o si no nos enseñan regla de tres.
- A: es que a nosotros nos enseñaron regla de tres.
- E: entonces qué se sabe, que en una hora cierto? Se avanza cuántos kilómetros?
- A: en una hora…..eh 98.
- E: por lo tanto en media hora…¿Cuántos avanza?
- A: la mitad…
- E: la mitad?

- A: si la mitad…porque es constante, ya que si varía mucho…
- E: pero ahí dice 93, está avanzando casi lo mismo que en una hora…si es en 30 minutos ¿Cuánto debería avanzar?
- A: la mitad…
- E: ya…en la 1.3 dice…que no es constante?
- A: si, dice que en 20 minutos recorre 30 kilómetros y luego recorre 20 kilómetros en 15 minutos, son 5 kilómetros…no podría variar…no seria constante…en si son 5 kilómetros de diferencia y aquí faltan 10 kilómetros…y eso no esta constante.
- E: ah, por eso no esta constante…
- A: si son cosas previas que uno tiene!
- E: aumenta y disminuye… ¿Cómo es eso?
- A: si porque aquí dice que son…20 minutos y aumentó…después dice que disminuyó...
- E: entonces va a una velocidad y acá iría a una menor…
- A: si porque también bajan los minutos, pero bajó mucho, por eso no es constante la velocidad…
- E: bajaron mucho los kilómetros!... y la 1.4…estaría al otro lado, dice que no puede ser negativa…
- A: es que a mi…nos enseñaron que las medidas, por kilómetros o por metros, no pueden ser negativas, y este gráfico es con más y con menos, y me dijeron que todas las medidas son hacia allá, porque no pueden ser negativas, porque uno no mide…no puede cortar menos 10 cm de tela, no se puede, es una cosa básica, que la enseñan, no es que uno la tiene en la cabeza, son conocimientos previos.
- E: y si invento algo…y digo que acá hay una gráfica de un móvil y aquí podría venir colocándose en posición para la partida…podría ser eso o no?
- A: es que la medida está negativa y me enseñaron que no, entonces era como si o no, porque estaba en cero y partió apagado y encendió y comenzó a acelerar…
- E: en la 1.5, hay un gráfico ahí, dice ¿Qué velocidad debe llevar el automóvil para recorrer 360 kilómetros en un tiempo de 240 minutos, si la velocidad es constante, podrías graficar dicha situación?, ya ¿Cómo podríamos saber la velocidad mínima?, sabemos que avanza tantos kilómetros, en tantos minutos.
- A: tendría que cambiar los minutos a hora.

- E: y ¿Cuánto daría?
- A: son…[realiza algunos cálculos]…serían cuatro horas.
- E: a ¿Qué velocidad entonces iría?
- A: aaa 360 kilómetros, son cuatro horas pero hay que sacarlo por un kilometro por hora…
- E: 360 entonces dividido por…
- A: porque kilómetros por hora es como un kilometro y una hora…
- E: y en una hora cuanto avanzara entonces?
- A: hay que dividir por cuatro
- E: entonces hay que dividir por cuatro y cuanto seria?
- A: (realiza cálculos)
- E: entonces en una hora avanza?
- A: 90 kilómetros en una hora.
- E: esa seria la velocidad entonces?
- A: si
- E: según el gráfico como podría interpretar el minuto 250 aproximadamente? Porque hablamos de variables minutos cierto, que seria tiempo y distancia entonces en 240 minutos una distancia de 360 kilómetros. Por ejemplo en el minuto 250?
- A: aumenta el…
- E: pero si la velocidad es constante?
- A: …pero si los minutos van aumentando la velocidad puede aumentar y ya no seria constante y los dos factores afectarían que la velocidad…
- E: en el minuto 60 que seria una hora entonces cuanto avanzaría según el cálculo?
- A: según mi cálculo debería ir aumentando, para llegar a ser constante con el tiempo porque decía que la constante…
- E: según ese cálculo, que indica ese cálculo…90 kilómetros…
- A:
- E: ya la 1.6 distancia y tiempo constante?
- A: ya aquí la única respuesta estaba como entre si y no
- E: como es eso entre si y no?
- A: no estaba segura, decía…

- E: aparece una línea horizontal cierto?
- A: ..es que no entendíamos, era distancia y tiempo cierto? y dice la distancia…esta contante la distancia pero el tiempo va aumentando entonces yo puse como de cierta manera la distancia no cambia y el tiempo aumenta, no estaba muy segura, nose si podía cambiar pero siguiendo el grafico no mas, porque me dijeron en el siguiente grafico que yo veo el resultado es que la distancia…y el tiempo no…
- E: que estará ocurriendo entonces hay, porque esta avanzando el tiempo pero la distancia no avanza, que puede estar pasando con eso?
- A: …la velocidad…es que no la entendí…
- E: si una persona esta detenida, esta sentada, que pasa con la distancia?
- A: se mantiene constante no se mueve y el tiempo pasa.
- E: podría ser eso lo gráfico entonces? Y algún otro ejemplo?
- A: (hace un comentario)
- E: se puede generalizar a lo mejor?
- A:..ay personas que se mantengan en una distancia y que no eran de esa distancia y corre el tiempo y es …
- E: pero necesariamente tiene que ser una persona?
- A: puede ser cosa.
- E: en la 1.7 podría explicar un poco la respuesta 2 por favor… ¿Qué fenómeno podría asociar al siguiente gráfico dice, como interpreta el hecho de que la grafica no esta en el origen?
- A: que no partió de cero
- E: que cosa no partió de cero?
- A: la distancia, el tiempo empieza a correr de una distancia determinada, porque no empezó a recorre 1 km, 2 km…no partió de cero partió de más allá.
- E: la respuesta dos dice?
- A: ..no empieza a partir de cero sino que de una medida que fue recorriendo…
- E: la 1.8
- A: cual? las dos?

- E: si, porque pide como se puede desplazar o trasladar la gráfica hacia arriba algebraicamente, si esta dada como y = ax+b que pasara con el recorrido del móvil en el fenómeno? Primero la R1
- A: yo dije que trasladando los ejes xy porque…porque este es x , este es y… los grafico aquí se pueden desplazar… entonces que pasa con el recorrido del móvil en el fenómeno, yo creo que depende de los resultados del dato que salga del orden de las coordenadas de abajo…
- E: esto es una… de algo o no?
- A: yo no tengo…yo lo saque por lo…como lo técnico que para sacar algo había que sacar otra medida y con las coordenadas…es más como los conocimientos previos…
- E: aquí lo importante era en el fondo razonar en el tema no dominar contenidos…si esto lo pensamos como la ecuación de la resta en donde a indica una función y b otra función, por ejemplo el a seria la pendiente o inclinación de la recta y el b tiene otra función, si el b es cero, esto pasa por el origen cierto?
- A: o sea seria como el número de inclinación…si la movieran así quedaría igual pendiendo de lo que usted dice, de la ecuación…
- E: si movemos entonces estos parámetros a esto se inclina hacia arriba o hacia abajo si movemos el b que pasara si aumentamos su valor?

  A: partiría de por acá
- E: hay se estaría trasladando entonces o no?
- A: si pero depende de donde se traslade…para las x, para las y.
- E: si movemos solamente el b, el b pasa de ser cero a por ejemplo 2
- A: seria dos aquí y se movería hacia los lados de x seria todo esto…
- E: esta era la 1.8, la 2.1. Ese es el fenómeno aceleración de un auto de carrera en una pista con cuervas, la aceleración en esas pista alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, pero en cuanto nos encontremos con una curva la aceleración comienza a disminuir, la pregunta es ¿que variables están en juego dentro de la situación? eliges dos que te perezcan más relevantes y luego gráfica la situación en el tiempo.
- A: ya yo puse que la aceleración es una de las variables porque va con una aceleración y tuvo que disminuir porque o sino se vuelca el auto, y la otra es la velocidad en si con

la que iba para que acelerara y la misma velocidad para que disminuyera…esas son las dos variables que puse yo, que tenían que ser bien medida…

- E: ya las velocidades bien medidas?
- A: la velocidad y la aceleración, porque va con una velocidad y una aceleración, después tiene que cambiar la velocidad y la aceleración para que el auto no volcara
- E: la 2.2 dice como respuesta que iba a una velocidad constante?
- A: la velocidad no es constante
- E: porque no es constante?
- A: porque va aumentando el tiempo.
- E: a medida que pasa el tiempo
- A: …aquí el tiempo parece que se mantiene pero después empieza a disminuir, el tiempo sigue normal…
- E: la 2.3 la respuesta 2. La pregunta era que significado tiene el punto inicial y final de la gráfica cierto?
- A: puse, que…pero empezó a disminuir, el grafico aclaro que comenzó con una velocidad y después sale que llego a un pic de velocidad…
- E: a que velocidad se acerco al final?
- A: a velocidad cero porque llega a un tiempo a la velocidad cero.
- E: la 2.4 como interpreta gráficamente el punto de menor aceleración, grafique dicha situación.
- A: el punto de menor aceleración eee
- E: esta como en el inicio cierto?
- A:..si porque cuando aumentaron…yo creo que también cuando ya acelera también puede ser.
- E: el final por ejemplo?
- A: si el inicio y el final.
- E: según los otros gráficos!. La 2.5, como interpreta esta grafica relacionada con el fenómeno en cuestión aceleración de un automóvil. Explica. Hay dos figuras cierto? f1 y f2, en la f1 hay dos curvas, la curva 1 y 2. En f2 por ejemplo la figura 2 que pasa con los tiempos inicial y final, por ejemplo?

- A: que llegan a cero pero lo que va es que la aceleración aumenta y disminuye y llega a cero.
- E: en cual?
- A: en la f1, f2.
- E: aumenta, disminuye, aumenta, ya. Y la otra f2
- A: aumenta y llega a cero. Bueno disminuye
- E: y habrán recorrido lo mismo en el mismo tiempo? Se puede concluir algo hay o no.
- A: pareciera que pararan de acelerar en un mismo tiempo, porque igual esa como que llega un poquito mas allá. Llegan como al mismo tiempo, un lado acelero más y disminuyo en el tiempo ambas…acelero y después disminuyo y llego a cierta velocidad…
- E: podría tener mas cuerva una pista o no?
- A: podría, para que esa tuviera…porque igual no llego a la velocidad de la otra pero al final tuvo aumentando y disminuyendo.
- E: la 2.7 podría explicar un poco. Me parece buen grafico, lo encuentro interesante, pero si me lo pudieras explicar un poquito.
- A: yo saque…este es uno y este es otro y lo único que cambia es ese y ese (indicando) entonces yo dije que esos podrían ser la diferencia entre ambos tiempos y entre ambas…donde empieza.
- E: la única diferencia entonces seria?
- A: es que me acuerdo que entre las dos ecuaciones que me dio de las ubicaciones y eran los mismos números solo que cambia esto, entonces esa debe ser la diferencia entre los tiempos de cómo estén y. puse que era tiempo y el otro eran o la velocidad o la distancia, entonces habían dos tiempos…habían unas diferencia en las ecuaciones…yo dije entre el menos dos y menos tres estaban las diferencias de tiempo en la que parten ambas
- E: entonces podríamos decir que una esta trasladada entonces?
- A: a si se podría decir, pero solamente la del tiempo, porque como la única ecuación que había era la del tiempo, la distancia la mantuve yo, porque como habíamos dicho antes se puede trasladar así de un lado a otro pero estas no porque las trasladamos para ver el tiempo…

- E: y la ultima 2.8 de que forma aumenta. Porque la 2.8 de acuerdo a las siguientes graficas que puedes decir en torno a la aceleración en las variables velocidad/tiempo ¿Qué puedes decir en torno a la aceleración? Porque según la respuesta dice aumenta y disminuye.
- A: lo que pasa es que aumenta y disminuye
- E: De que forma aumenta y o de que forma disminuye?
- A: parte con la velocidad cero y en un determinado tiempo aumenta mucho o acelera y después ya conforme va aumentando en el tiempo (…) va a disminuir hasta que el tiempo llegue a cero.

Entrevista 2: Estudiante 10

- E: En la pregunta 1.2 dice ¿Cuánto kilómetros habrá recorrido en 20 minutos? Y... aparece aquí un…32,60 km, lo que parece bastante acertado, y el cálculo, la estrategia ahí… ¿Cuál sería?, si hay alguna…la forma de llegar al resultado.
- A: a ver…dividir!...98 dividido por 60 y me dio 1,63 ósea en minutos y en una hora... 98km entonces si la paso a minutos por 60 me alcanzaba en un minuto entonces al multiplicarlo por 20…30 en 30 minutos y 40 en 40 minutos…
- E: bien, en la 1.3 dice si en 20 minutos recorre 30 km y luego recorrió 20 km en 15 minutos que habrá pasado con la velocidad y como podrías graficar esa situación? La velocidad ha disminuido dice. Porque. ¿Cómo concluimos eso?
- A: porque en 20 minutos avanza 30km y la mitad del tiempo…no me acuerdo
- E: Aparece un gráfico ahí, dice 40. En 40 minutos y podríamos asociarlo con 20 km?
- A: en 30
- E: en 30 minutos?
- A: no me acuerdo que hice. Son…pero eso nose lo que es… 15km tiene 20minutos y 20km…supongo...pero avanza mucho…porque disminuyo la velocidad con el tiempo.
- E: como podríamos comparar las dos en velocidades. Porque aquí esta claro que hay dos velocidades, ¿podríamos llegar a alguna conclusión? Si en 20 minutos recorre 30 kilómetros, en una hora ¿Cuántos habrá recorrido, por ejemplo?
- A: ¿con este? …eh… [realiza algunos cálculos mentales]…80 kilómetros.
- E: ¿el segundo 80km?

- A: si
- E: entonces hay podríamos compararla las dos? Podría ser una forma entonces?
- A: podría ser.
- E: ya, siguiente, esta es la prueba número 10. Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus es posible tener graficas bajo el eje x, y a la izquierda del eje y. Dice como respuesta…considera la velocidad de kilómetros recorridos, como me podría explicar eso?
- A: porque si fuera en retroceso podría ser la distancia que hay…como nos explico el profe de física…que la distancia…que un móvil va…
- E: después en la 1.5 que velocidad debe llevar el autobús para recorre 360km en un tiempo de 240 minutos si la velocidad es constante podría graficar la situación? Aquí se llego a la conclusión de que era 90 km por hora? Y esto fue como.
- A: y eso fue…cuatro hora avanza 90 km y después le da constante para avanzar….
- E: en cuatro horas entonces?
- A: si
- E: en cuatro horas? Pero cuantas horas son 240 minutos?
- A: son cuatro horas.
- E: y avanza? en cuatro horas cuanto avanza entonces?
- A: ahí avanza menos.
- E: menos?
- A: en ese tiempo avanza menos…
- E: aquí dice cuatro horas o no?
- A: tenia sueño ese día!
- E: ya, porque si leemos acá cuatro horas suponemos cierto? dice 90 km, pero acá nos están diciendo en el fondo que avanza 360km en cuatro horas.
- A: tendría que haber multiplicado el cuatro con sesenta...[no se entiende].
- E: y acá no?
- A: ahí va tomando velocidad.
- E: aquí va tomando velocidad? Ósea que a medida que avanza el tiempo va avanzando cierto, la distancia. Por que avanzando el tiempo va avanzando en distancia. Aquí sigue avanzando el tiempo y la distancia?

- A: son…km por hora…
- E: entonces aquí cambiamos a velocidad? Pero aquí anteriormente teníamos distancia, entonces estaríamos mezclando un poco distancia con velocidad. Pasemos a otra hoja entonces, 1.6 que fenómeno entonces podría haber ahí? Dice la distancia es constante mediante avanza el tiempo.
- A: no cambia
- E: que fenómeno podría haber ahí?
- A: [no se entiende en el audio].
- E: ya y la 1.7 , ¿Qué fenómeno podrías asociar al siguiente gráfico? ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no esté en el origen?.
- A: que las distancias son proporcionales.
- E: como es eso…que son proporcionales?
- A: porque la distancia y el tiempo avanza.
- E: proporcionales entonces? Y eso será siempre o cuando la velocidad es constante?
- A: porque está hablando de distancia no de velocidad [no se entiende]
- E: después la…en la respuesta 2, ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no esté en el origen?, como respuesta…de que anteriormente ya había una distancia recorrida, antes de que se grafique (…), la 1.8 es de trasladar la gráfica hacia arriba.
- A: en esa materia, nos pasaron una practicante y no le entendíamos nada, más encima me sentaba atrás, [se hace comentario del mal estado de la sala, ya que estaban haciendo trabajos].
- E: aquí en la 1.9 dice ¿Cómo varia la velocidad en el siguiente gráfico? Hay dos situaciones, cierto? L1 y L2. La primera…L1 durante un tiempo estuvo en reposo. ¿Por qué?
- A: porque partió bien hacia allá, pasó el tiempo y después partió.
- E: ha ok!. Y luego tomó más distancia que L2…y en el segundo fenómeno, la 2.1 dice ¿Qué variables están en juego?, como respuesta tienes…las variables son las curvas y las velocidades.
- A: porque si más curvas hay menos velocidad va a tener.
- E: entonces la cantidad de curvas seria una variable.
- A: si! Iba a poner otras variables también, iba a poner distancia.

- E: después la 2.2 dice ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico? Con respecto al tiempo y velocidad con que se desplaza el automóvil?, como respuesta, el automóvil alcanza cierta velocidad y luego la disminuye.
- A: para mí en ningún momento es constante, en todo momento cambia.
- E: en la 2.3 ¿Qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica?, dices que en el punto inicial ya había velocidad.
- A: porque está desplazada.
- E: ah ya, porque está desplazada!
- A: y que al final llega a una velocidad prácticamente cero.

Entrevista 3: Estudiante 6.

E: La pregunta 1.2 dice ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20 minutos? .....y la duda que surge es ¿Cómo llegas a ese resultado? Para los 20 minutos

- A: Me costó al principio, porque…de forma matemática no se podíaaaaa, en forma matemática no se podía hacer. Entonces no lo pensé de forma matemática, sino que lo pensé de forma física, y me acordé que en física hay una fórmula, que es la velocidad es igual a distancia partido por tiempo, entonces me plantié el dibujo, del autobús que sería la 1.1 que representa 98km/h...primero dije en una hora son 98 kilómetros, y 30 minutos es la mitad, así que tiene que ser la mitad de la hora, y saqué altiro la media hora, son 49 kilómetros.
- E: A ya, por la mitad, ya.
- A: Claro, pero después me complicó el tema de los 20 minutos.
- E: Claro, porque no se podía partir el 30 por la mitad.
    - A: Claro, entonces qué hice…eeeem, los 98 kilómetros…no!, los 20 minutos los pasé a horas, los transformé en horas, porque eran 98 km/h.
    - E: ah ya…bien!
    - A: entonces que hice, hice como una tablita, hice los 20 minutos, eeem es igual a una hora, o sea 60 minutos una hora y después multipliqué 20 por uno y lo dividí por 60.
    - E: ya…ah ya…

- A: y eso da 0,3 horas y esos 0,3 eee… tengo el tiempo cierto y decía que la velocidad era igual a la distancia partido por tiempo, entonces que hice…la velocidad la despejé, despeje la velocidad y como me pedían el tiempo que, (…) que era distancia…despejé, multiplique velocidad por el tiempo y me dio la distancia, que eso eran 29,4…
- E: ah ya…
- A: En 20 minutos, en 30 minutos hice lo mismo y con los 40 minutos hice exactamente igual.
- E: ah ya…ya, entonces por 20 minutos, (…) 20 dividido entonces en 60.
- A: si…da 0,3, eso sería el primer, primer dato, y después esos 20 se multiplican por 98…el 0,3 se multiplica por 98 y ahí me va a dar la distancia…
- E: ya, ah ya! … hay una pequeña diferencia ahí, e…porque el 20 dividido en 60 es 0,3 aproximado, pero exactamente es 0,333…periódico, entonces ese 333 arrojó un pequeño ahí…pero, interesante la…la forma de razonar.
  La 1.3…esa!
- A: hay, me cargan los gráficos la verdad!…pero ya (…)
- E: a todo el mundo parece!
- A: tuve que…acordarme no más, hacer las variables, variables tiempo v/s variables distancia y graficar no más, que era directamente proporcional.
- E:ya, dice que…ee, llegas a que la velocidad es constante y entonces…porque en 20 minutos recorre 30 kilómetros, cierto?
- A: claro!
- E: luego en 20, recorre 20 kilómetros en 15 minutos ¿qué habrá pasado con la velocidad? Tú dices que la velocidad es constante, en ese caso…se hace un gráfico distancia-tiempo a una velocidad de 98km/h, y ¿Cómo llegas a la conclusión de que es constante?
- A: eee…porque se supone que llega a un punto, que llega a 98 km, entonces la aceleración que iba teniendo cada 15, 10, 30, 40 minutos, hasta llegar a la hora, y eso iba subiendo, hasta llegar a 98 km/h entonces yo propuse que iba a llegar a 98… y aquí en el tiempo una hora…y esto tiene que llegar a cero, entonces va a ser constante! Pero al principio va subiendo.

- E: pero si tenemos distancia-tiempo acá va aumentando el tiempo, pero ¿qué pasa con la distancia?
- A: va aumentando, cada una hora, o sea, sería…si en una hora son 98 kilómetros, en dos horas sería el doble, eso quiere decir que serían…serían 196 kilómetros.
- E: ya, pero y acá, en dos horas estaríamos por acá, pero aquí estamos…igual con el 98 en distancia.
- A: ahí tendría que seguir subiendo.
- E: ¡ah ya, tendría que seguir subiendo! Ya.
  ¿Cómo nos aseguramos de que sigue siendo esa velocidad, 98km/h?
- A: porque dice que la velocidad es constante, o sea que nunca…no va a subir ni bajar, al menos que diga que…que baja la velocidad y ahí tendría que…ya habría una variable (…)
- E: sin hacer cálculos matemáticos, ni físicos, así…en sentido común ¿Qué nos dice…si en 20 minutos recorre 30 kilómetros, en una hora cuántos habrá recorrido? ¿Cómo podremos saber eso?
- A: ¡en sentido común!
- E: ¡sí! En 20 minutos recorre 30 kilómetros.
- A: bueno en 40 tendría que recorrer 60.
- E: ¡ya!
- A: yyyy…20 más…serían….una hora….60…. ¡90!
- E: 90 kilómetros en una hora, ah…. ¡buena conclusión, sin usar matemática!
- A: mm
- E: 90 kilómetros entonces, y acá…en 15 minutos recorre 20 kilómetros.
- A: en 30 recorre 40 y…en 30 minutos más tendría que recorrer 80.
- E: entonces 80km/h, hemos llegado a una conclusión entonces.
- A: no son proporcionales, o sea…son distintas.
- E: ¡otra forma de ver lo mismo! ¿ya?, no estoy haciendo una corrección, ni mucho menos, simplemente tratando de dar otra visión de una situación, ¿ya?
  Bueno pasemos a la otra entonces, sería la 1.4, hay una respuesta que…ahí dice…que…que son proporcionales… ¿ya?, porque dice, considerando la situación

planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus… ¿es posible tener gráfica bajo el eje x…y a la izquierda del eje y?

- A: y ahí nos iríamos a otro tipo de gráfico que sería, (…)
- E: como respuesta acá dice que: en este caso no es posible debido a que son proporcionales la distancia y el tiempo, ¿cómo es eso?
- A: lo que pasa es que…por lo que yo recuerdo, cuando son proporcionales, siempre son números positivos, entonces para irme al lado izquierdo ya pasan a ser números negativos, en el gráfico…y como lo noto igual…no tienen, como llegan a cero y se detienen, entonces no, no es posible, al menos que valla en marcha atrás y ya tendría que pensar que serían en forma negativa.
- E: ¿sí? Ah o sea que hay una posibilidad que sea negativa.
- A: claro tendría que ponerlo en marcha atrás el auto y…
- E: bien la 1.6, eh…bueno, hay un gráfico, cierto ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el gráfico? (…)
- A: cuesta bastante el gráfico, porque no tiene como un punto cero, pero parte como de un número…no se…x.
- E: ¿Qué sería eso, una distancia?
- A: claro…parte de una distancia x, con un tiempo x, pero yo no sé, al principio dije que…lo que puedo imaginar, es que no tiene movilidad, pero lo cual tiene…pero el tiempo sigue avanzando, pero no la distancia.
- E: ¡ah ya! Eso es un razonamiento lógico…bueno, pero…si vamos más allá…
- A: pero también ahora…por lo que vi (…) en este momento, yo también diría que es constante.
- E: ¿Qué cosa?
- A: el gráfico, podría ser constante…porque anteriormente yo dije que, si yo llego al punto esto va a seguir creciendo así, va a subir…sube, sube, sube, va a llegar a un punto, en que va a ser constante el tiempo y la distancia, pero usted me dijo que si pasa una hora va a avanzar el doble, pasa otra hora y va a seguir avanzando.
- E: pero en el caso de que avance, pero acá el tiempo, ¿Cómo va el tiempo?
- A: va creciendo.
- E: ¿y la distancia?

- A: la distancia, la distancia siempre está detenida, pero el tiempo sigue avanzando. Entonces uno puede decir que, claro…está estacionado ahí…y el tiempo avanza tranquilamente.
- E: bien, esa es una interesante respuesta.

  1.7…al otro lado. Bueno la pregunta dice ¿Qué fenómeno puedes asociar al siguiente gráfico? ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no está en el origen? Ya…en alguna parte ahí como respuesta dice que, viene de algún número negativo, el origen no viene del punto cero sino que viene de algún número negativo, debido al tipo de gráfico en el que se encuentra, ¿Cómo eso?
- A: lo que pasa es que…eh, esto son los gráficos…lo…se me olvidó el nombre de estos gráficos…bueno, la cuestión es que estos gráficos tienen números negativos y números positivos, a la izquierda están los números negativos y a la derecha están los positivos, al igual que hacia abajo están los negativos y hacia arriba están los positivos, entonces qué hice yo…no me fijé solamente en eso, sino que vi más allá, así que yo vi…saque una hojita e hice un gráfico más largo…lo agrandé y tiré la misma línea…la tiré hacia el lado, entonces dije…a puede tener un origen ahí.
- E: ¿yaa?
- A: y eso fue lo que me planteé, debe tener un origen negativo, ya que no parte del mismo punto cero…así que puede partir del menos uno, del menos dos, o del menos cinco, o del menos dos coma menos tres, puede ser (…)
- E: ya…en el gráfico anterior, tu lograste de alguna manera asociar el gráfico a un fenómeno, dijiste que algo estaba estacionado, un auto por ejemplo estaba estacionado, que avanzaba el tiempo pero que no se movía ¿Qué podría estar ocurriendo acá? ¿Qué fenómeno o qué situación se te puede ocurrir a ti? Que no esté en el origen…el…
- A: yo veo que aquí partí de un punto también…ya, ahora si lo vemos del fenómeno también, parte de un punto x también, pero aquí es todo lo contrario al otro gráfico, porque aquí se ve que avanza, ya que va subiendo hacia la distancia, porque la distancia como que sube y al mismo tiempo, el tiempo también crece.
- E: ya… pero justamente en el origen…o sea donde comienza la gráfica, en ese punto, ¿cuánto es el tiempo acá?

- A: cero.
- E: ¿y la distancia?
- A: eeeh…no sé podríamos darle cualquier número…un uno…
- E: ¿y eso que podrá significar…en la situación?
- A: que se tomó de cierta distancia, pero con tiempo cero.
- E: ¡ah ya!
- A: o sea yo puedo decir…no se po, eeeh…un Ferrari, partió… de la ruta 68 a la altura de 25 kilómetros, con tiempo cero, y se empezó a tomar el tiempo a la altura de 25 kilómetros.
- E: ah… ¡gracias!

  La 1.7…ah bueno, aquí había que desplazar, algebraicamente la gráfica hacia arriba, ¿cierto? y...bueno, y después ver qué pasa en el fenómeno si hacemos eso con la gráfica, ¿ya?, ¡no hay respuesta!
- A: la verdad es que no la quise hacer porque…una, me iba a demorar mucho, dos…igual no la entendí, porque dice que y es igual a x más b…yo dije x es la variable y…a y b podrían ser números cualquiera, pero y es igual a la distancia y x es igual al tiempo, entonces lo que va a variar es el a y el b, y depende de los números que yo le dé al a y al b va a variar x y el resultado…ahí había como que jugar un poco y pensar harto…pero como yo quise…andaba como acelerado (…) así que seguí adelante.
- E: ya… ¿eso será una ecuación…de la recta o no?
- A: yo creo que si…no me acuerdo precisamente si es una ecuación o no, ahora si está planteado algebraicamente…yo creo que sí.
- E: ya…si te dijera que el a por ejemplo, tiene la función de inclinar esta gráfica, hacia arriba o hacia abajo, y el b tiene otra función… ¿Cuál será esa función? (…)
- A: el b yo creo que debe correr el punto cero.
- E: ¡correr el punto cero!
- A: correr el punto cero, porque ya que…si a corre esto así y lo destaca…y …y va a andar (…) y x lo va a correr hacia acá…entonces b me tiene que correr desde el punto cero…es como lo único que queda en el gráfico…por lo que creo yo.

- E: ¡ya! Acá en el gráfico cuando x, o el tiempo es cero, la distancia también es cero, por lo tanto, como me dijiste al comienzo que…el tiempo era x, y el y era la distancia, entonces…si el tiempo vale cero, cero por algo es cero, ¿cierto?
- A: ¡sí!
- E: el y también vale cero, pero y ¿Cuánto valdrá el b?
- A: si vale cero, va a dar ¡cero!, si vale uno…
- E: ¡cero! Ya…pero si el y tiene que ser cero, entonces eso tiene que ser cero y eso…el b entonces...
- A: ¡puede ser cero!
- E: ¡cero! Ya…entonces ahí estaríamos en el origen
- A: ¡ahí estaríamos en el origen!
- E: y si la queremos mover hacia arriba, por ejemplo
- A: habría que agregarle…uno y se va a correr aquí…o sea la que va a variar aquí en esta ecuación…va a ser b, porque b está sumando, entonces cuando uno multiplica por cero va a dar cero, pero al sumarle un número, ya no va a ser cero.
- E: ¡aaah ya!, entonces ahí podríamos estar desplazando la… ¡ya! Y eso ¿Qué significa en el fenómeno? En el…un auto que parte, cierto…
- A: que depende de donde yo lo deje…va a ser cero o va a ser el punto que yo le dé.
- E: ¡ah ya…depende de donde lo deje estacionado!
- A: claro porque yo lo puedo dejar, ya…lo puedo dejar en el punto cero que se encuentra aquí en Chile, el punto cero está en la plaza de armas...¿o creo que lo corrieron? ¡No…está en la plaza de armas! El punto cero…y yo lo puedo dejar…no se po, ¡en la alameda! Ya no va a ser el punto cero, sino que va a ser otro punto.
- E: ¡ya, perfecto!

  Bien, bien…la siguiente es la 1.9 que está al otro lado… ¡ya! 1.9…dice ¿Cómo varía la velocidad en el siguiente gráfico? Explica. Como respuesta tu pones que varía, en el cambio de aceleración que tiene. ¡Cambio de aceleración! Ya… y ¿Cómo sería eso, a qué te refieres exactamente?
- A: es que aquí hay dos líneas, entonces hay una distancia en kilómetros y un tiempo en minutos…y ahí decía, cómo varía la velocidad…y para variar la velocidad tiene que haber una variación de aceleración.

- E: ¿sí?
- A: entonces por eso yo contesté que varía la aceleración…que tiene, más que nada, no me fijé tanto en el gráfico, sino que me fijé más en la pregunta…ahora si me fijo en el gráfico me demoraría n en contestar.
- E: ¿sí?
- A: porque igual es, es como complicado verlo…en sí, es complicado verlo porque se cruza, porque ahí…los gráficos como que llegan a un punto en que se topan…pero después se vuelven a...
- E: ya…aquí eh…si interpretamos…tratamos de interpretamos un poco l_2 a medida que avanza el tiempo, la distancia también…va aumentando, ¿cierto? Va subiendo acá la distancia, ya…pero parte de acá…y el l_1 de acá…a medida que avanza el tiempo… un poquito, la distancia avanza la distancia, harto… ¿qué diferencias…así como notorias, hay?
- A: que digamos que uno es una micro y el otro es un auto, que l_2 es mucho más lento que l_1, porque si usted se fija, l_2 recorre mucho más distancia para llegar al mismo…llega al mismo tiempo, para llegar al mismo punto que l_1, l_1 parte de un tiempo distinto, que sería mucho después, pero llega al mismo punto, mucho más rápido, y llega más lejos, yo creo, porque distancia es hacia arriba, llega más lejos que l_1.
- E: ok, bien. Bien, bien.

  La 2.1 entonces…bueno acá, ya hablamos de aceleración, cierto, un auto de carrera en una pista con curvas, la aceleración en estas pistas alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, ¿cierto?
- A: sí.
- E: pero en curvas…tiene que frenar o disminuir la velocidad o desacelerar.
- A: o no necesariamente.
- E: ¿no?
- A: Porque depende de la altura del peralte.
- E: ¿ya… cómo eso?

- A: ahora, ahora (…), cuando lo mencioné el peralte, lo vi por física. El peralte es la inclinación que tienen las curvas al momento de girar, porque hay curvas planas y hay curvas inclinadas.
- E: ah ya, ya… ¡esa sería una variable entonces!
- A: ahora, en las pistas de carrera, como la que está en Quilpué, si uno las vira, las curvas son inclinadas hacia arriba, para que los autos no pasen más rápido y no tenga que frenar tanto.
- E: ¡ah, ya!

  De acuerdo a la situación que se tiene ahí, la pregunta 2.1 dice… ¿qué variables están en juego dentro de la situación?, elige dos que te parezcan importantes, luego grafica la situación en el tiempo.

  Entonces ahí eliges, aceleración y distancia.
- A: yo elegí aceleración y distancia.
- E: ¡ya!

  Elegiste, dos y ¿algún gráfico?
- A: ¡no, no…gráfico, gráfico no quise!
- E: ya, ya…bien, ¡esa es la 2.1!

  ¿Y por qué elegiste aceleración…o distancia?
- A: porque la distancia del tramo recto y la aceleración por la… porque cuando llegaba la recta decía que había que frenar o no, entonces igual varia la aceleración, porque yo iba a una cierta aceleración y cuando llegaba la cuerva tengo que frenar, para disminuir…y no chocar…entonces tengo que frenar.
- E: ¡entonces esa es una variable importante!

  Bueno, gráficos ya no… ¿no hay como una idea?
- A: ¡no!
- E: ¿no? Ya…en la 2.2 ¿Qué cosas llegan a un punto máximo? Porque pones acá que…bueno la pregunta dice, primero que todo ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico? Con respecto a la velocidad y tiempo con la que se desplaza un automóvil, ¿ya? Velocidad y tiempo, entonces dice…en el gráfico muestra que llega a un punto máximo, pero luego comienza a disminuir, no sé si… ¿puedes explicar un poquito eso? Profundizar un poco.

- A: a ver… yo vi todo el gráfico que va subiendo, sube, sube, sube….sube la velocidad y sube el tiempo, y el tiempo va creciendo, entonces llega a un punto, en que el punto máximo, en velocidad, sería como… a esta altura, claro…sería como a esta altura, el punto máximo en velocidad, pero después el tiempo sigue subiendo, pero la velocidad va disminuyendo…entonces eso debe ser una variable, por eso yo dije que llega un punto máximo, pero luego comienza a disminuir en velocidad, pero el tiempo igual sigue avanzando.
- E: y esa velocidad ¿llegará a cero… o no necesariamente?
- A: bueno aquí da muestra de que puede llegar a cero, porque llega como a cierto punto, que parte de cero…y aquí llega como ya…disminuyendo así, pero total…porque yo creo que sigue avanzando el gráfico…
- E: ah…si lo prolongamos…
- A: o sigue avanzando…o puede seguir subiendo o puede devolverse…y ahí también es como una variable la aceleración que pueda tener…
- E: puede volver a acelerar…
- A: ¡claro, puede volver a acelerar!
- E: ya 2.3…la pregunta ¿qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica? Como respuesta…que debe partir de una velocidad muy baja, debido a los puntos negativos, ¿cómo eso?
- A: lo vi…no como gráfico de punto cero, sino que lo vi como gráfico de punto negativo, porque aquí tampoco parte de un punto, tampoco lo tomaron de un punto cero, sino que lo tomaron de otro punto, ahora si lo vemos como lo vimos hace tres gráficos anteriores, debe partir de una velocidad no cero, sino que una velocidad… eeeh no se poh…velocidad 25 y empezó desde ahí y siguió subiendo y después empezó a disminuir.
- E: bueno, lo que no, no me quedó muy claro…baja debido a los puntos negativos, ¿Cuáles puntos negativos?
- A: digamos que [se hace mención a los números del eje de las abscisas que puede ser -1]
- E: y ¿Qué podrá significar esto en la vida real? En la situación de la carrera, ¿Qué podrá significar?

- A: ¡no existe!... tendría que ser, haber….en una carrera…eeeeeeeh, que un sujeto fue muy pánfilo y en vez de poner marcha primera le puso marcha atrás, y después tuvo que poner primera otra vez para poder avanzar, entonces en vez de avanzar retrocedió y después tuvo que volver…
- E: la siguiente…la 2.4, ¿cómo interpreta gráficamente el punto de menor aceleración? Grafica dicha situación.
  ¿Qué significa el gráfico?
- A: ya, aquí lo hice como a la rápida…
- E: ¿ya estaban cansados?
- A: si, estaba chato ya ese día, sigamos que este es aceleración…y este es tiempo, parte de un punto cero, y aquí le puse 5km/h, después 10km/h, 25km/h, y ese es un punto máximo, llegó a 25km/h… subió, subió, subió y la distancia siguió creciendo y después como que empezó a disminuir de nuevo, disminuyó velocidad, disminuyó aceleración perdón, pero el tiempo igual sigue avanzando, hasta llegar al punto cero.
- E: ¿pero ahí, se pasa del punto cero hacia abajo?
- A: si, yo lo hice pasar, pero…es que lo que pasa es que…que quedó en pana y…pero eso se puede [borra un poco de gráfica]
- E: ¡ah ya! Digamos que llega hasta el punto cero igual, y ¿cuál sería el punto o los puntos de menor aceleración?
- A: no se puede elegir el punto cero cierto?
- E: no se ¿por que no?
- A: esqueeeee el punto de menor aceleración seria cero a menos que podría ser uno también o dos o 5km por hora porque el punto máximo son 25 pero igual podría ser cero… porque no tiene movilidad.
- E: ya, bien ¿y ese sería el único punto?
- A: ahora… cuando ya avanzo llega a un punto máximo y empezó a disminuir, hasta un tiempo determinado y se está acercando…
- E: Ya bien…siguiente 2.C ya falta poquito. 2.6 nos saltamos la 2.5 porque estaba como bien completa. La 2.6 entonces tiendeeee…que paso?

- A: aaa ya…haber dice así, si una de las gráficas las movemos hacia la derecha como indica la siguiente estructura, qué significado tiene el fenómeno ilustrado. De partida el C1 con el C2 son iguales se corrió solamente.
- E: ya...se corrió solamente.
- A: ahora C1 parte de un punto cero y C2 parte de un punto que no es cero parte de un tiempo…como se corrió y son iguales y se corrió a la derecha partió de un puntooo de otro tiempo, ósea partió de un tiempo como mas tirado a la derecha no se pueden ser cinco segundos, cinco segundos después, pero paso el sistema anticuerpos, el C1 parte de un punto cero, llega a una velocidad máxima, luego comienza a disminuir su velocidad y el tiempo igual sigue avanzando. Que pasa en C2, pasa exactamente lo mismo solamente que no parte de un punto cero sino que parte del punto cinco…debe llevar unos cinco segundos llega a la misma velocidad y baja nuevamente, igual que C1
- E: ya y como podría ser eso en el hecho mismo de la carrera?
- A: Esta haciendo trampa.
- E: Esta haciendo trampa. ¿Cuál esta haciendo trampa?
- A: el C2
- E: C2. Porque?
- A: porque partió cinco segundos después
- E: Cinco segundos después.
- A: pero llego como a una distancia, digamos que si el tiempo no fuera tiempo y fuera distancia llego más lento, ahora como es tiempo llego más tarde pero C1 llego antes al puntooo a donde termina.
- E: ya eeee podrías decir tú que esto es una carrera o un solo auto que tuvo una prueba y después tuvo otra prueba y pasó después…podrías decir eso o no? Que sea la misma carrera pero que se tomó en otro tiempo.
- A: Haber C1. si son iguales se podría decir…si se podría decir que es el mismo auto efectivamente, pero digamos que se hizo una prueba en que se quiso partir de un punto cero, pararon el tiempo y quisieron hacer la misma prueba y volvieron donde quedo el tiempo, volvieron a iniciar el…en cinco segundos hay comenzaron a hacer correr de nuevo el tiempo.

- E: ya, siguiente 2.7. Porque no se entiende, que paso?
- A: Son ecuaciones de gráficos.
- E: Ecuación ¿Qué tipo de ecuaciones?
- A: Se parecen a ecuación general.
- E: Ecuación de la…
- A: de variables
- E: serán cuadrática o lineal?
- A: De aquí si yo lo veo así es un binomio y si lo veo así es lineal, porque son dos (y) yo, esta (y) la puedo hacer que se junte todo y un solo…esto lo puedo solucionar en este mismo momento o no? Porque yo puedo decir que (y) es igual.

Anexo B:

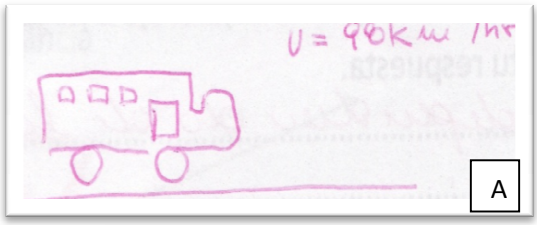
Primer fenómeno:

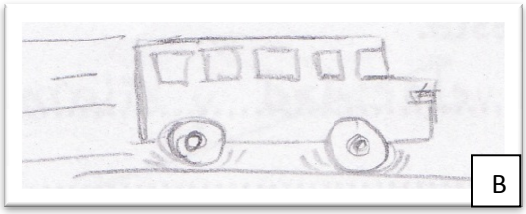
Un autobús se desplaza a una velocidad constante de 98km/hrs.

Pregunta 1.1.

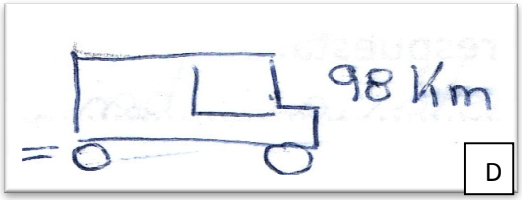
Representa la situación.

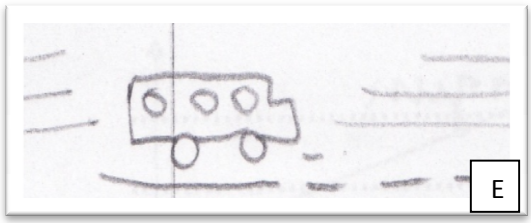
Grupo I.

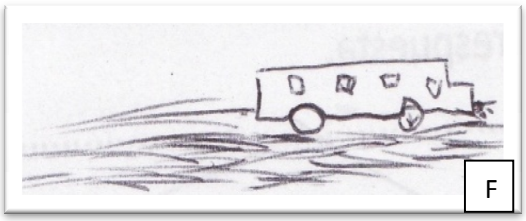




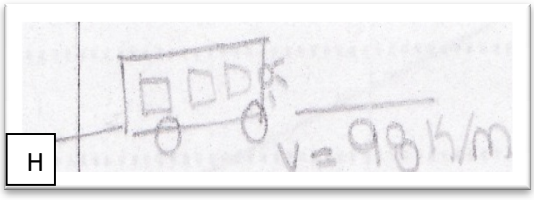


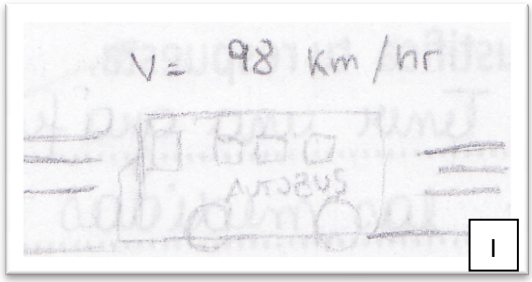






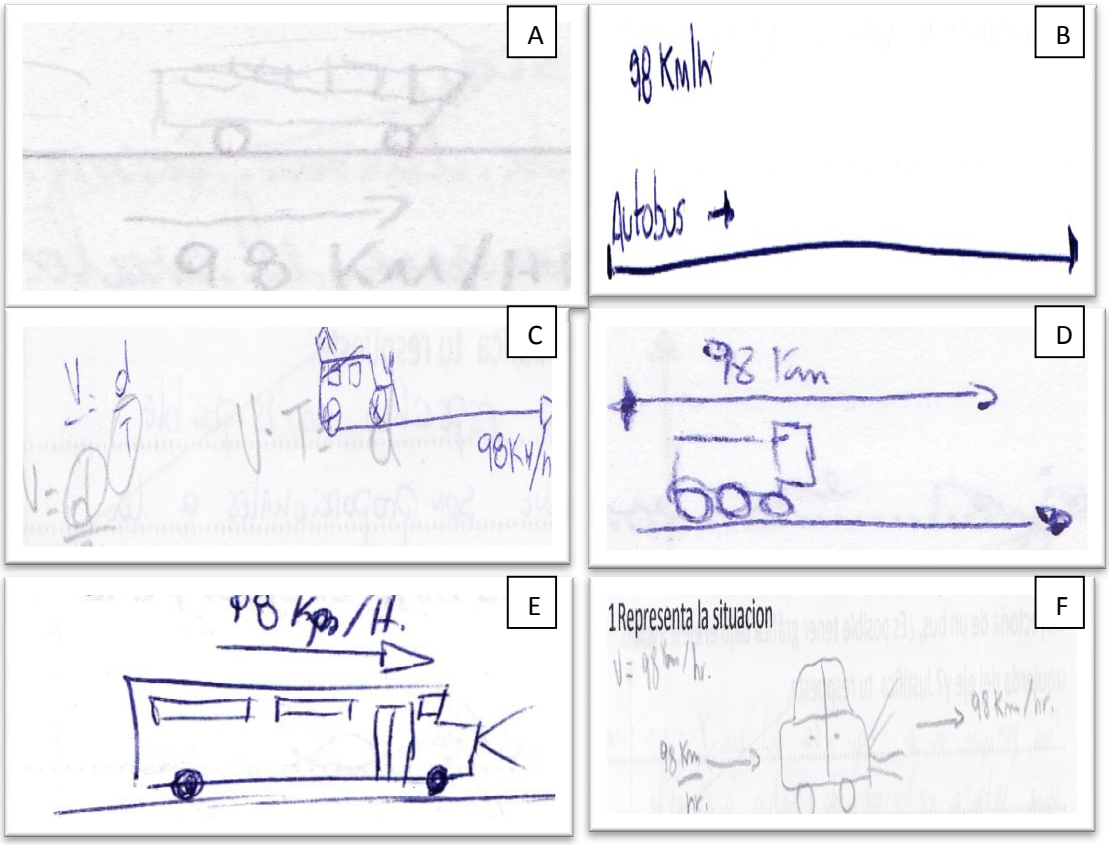




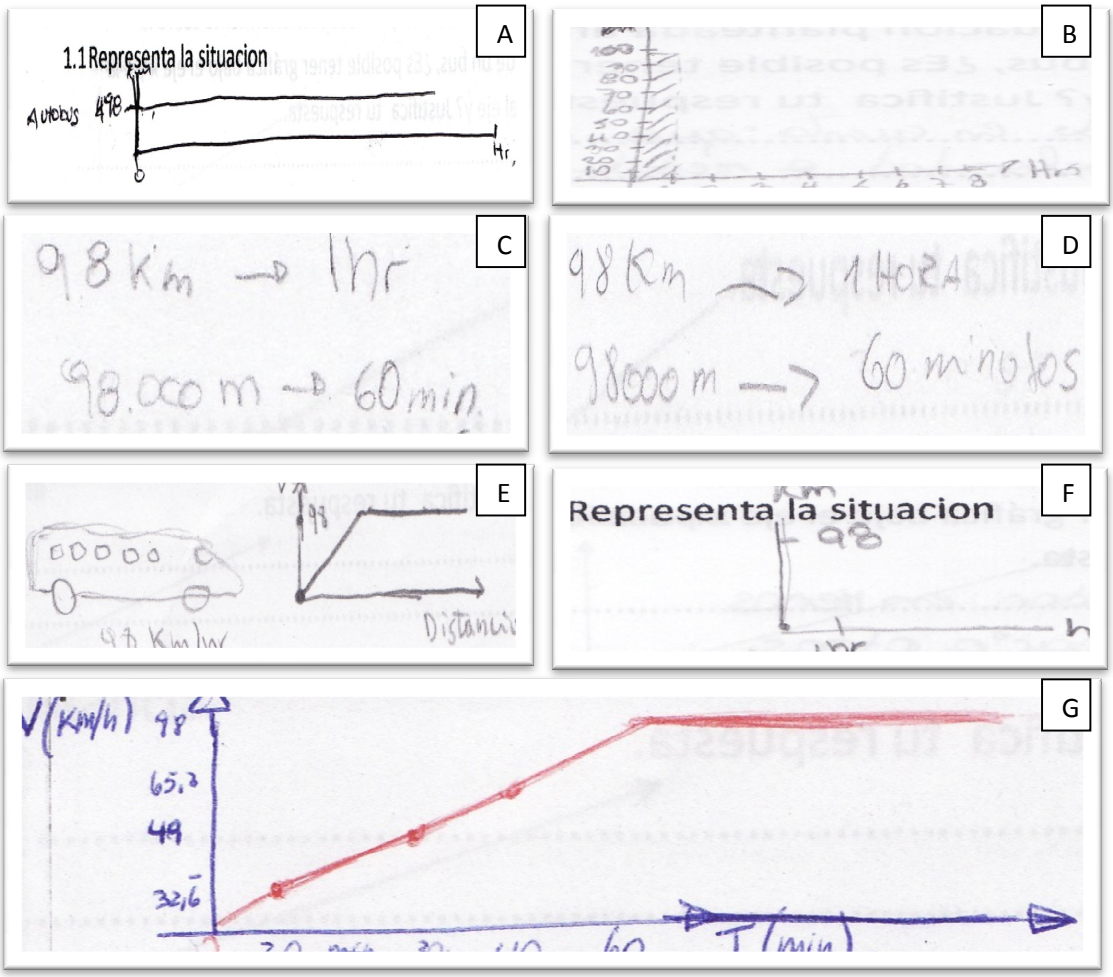




Grupo II.


A
98 Km/H
B
98 Km/h
Autobus
C
98Km/h
D
98 Km
E
98 Km/H.
F
1Representa la situacion
V= 98 Km/hr.
98 Km/hr.
98 Km/hr.

Grupo III.



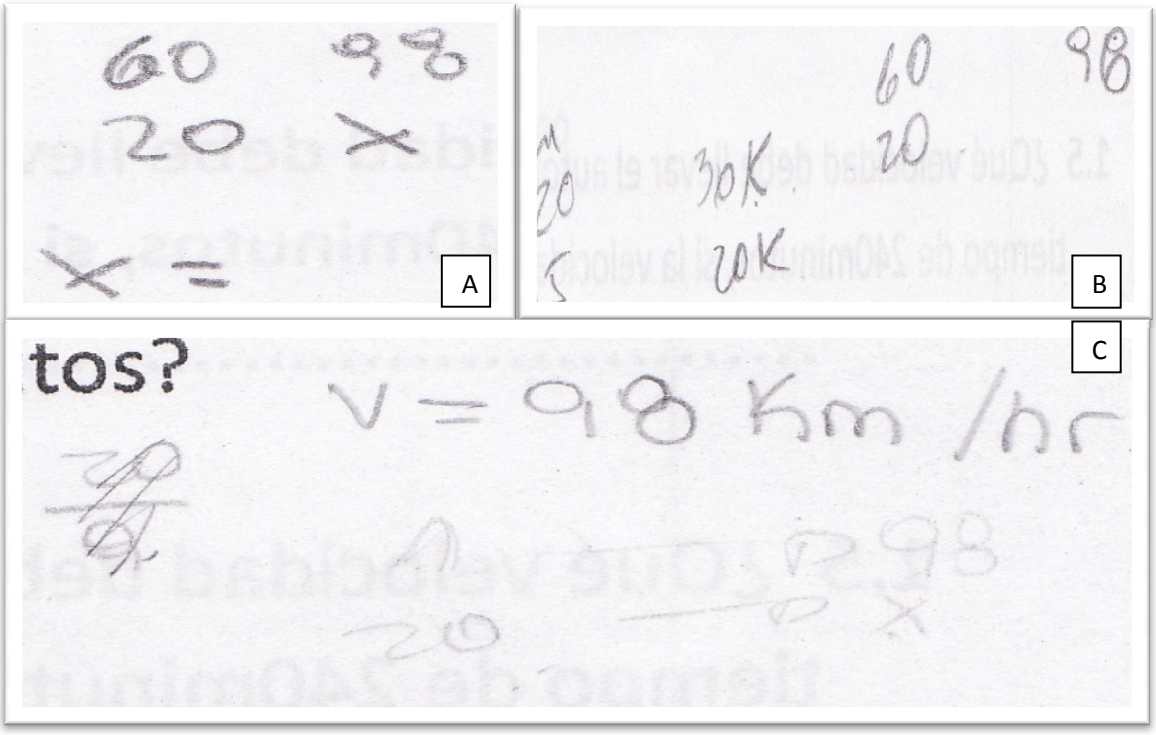
Pregunta 1.2

¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20minutos?

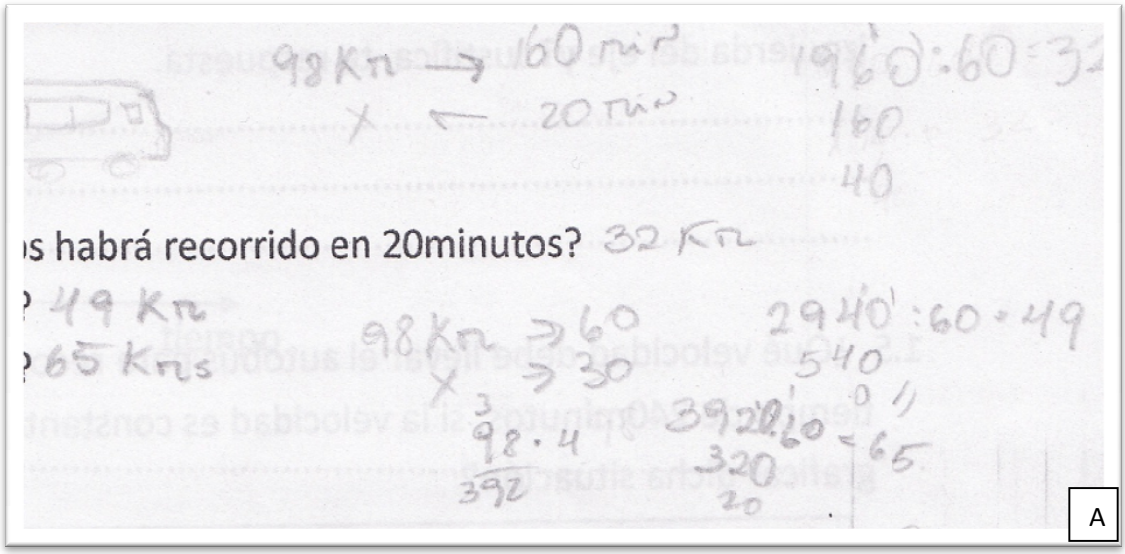
a. ¿En 30 minutos?

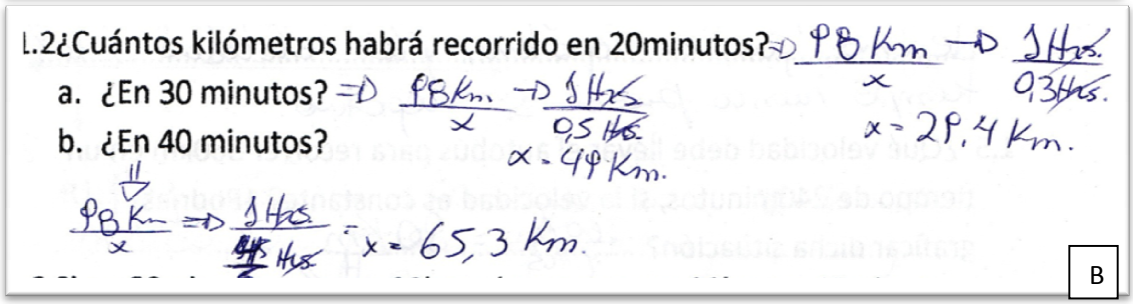
b. ¿En 40 minutos?

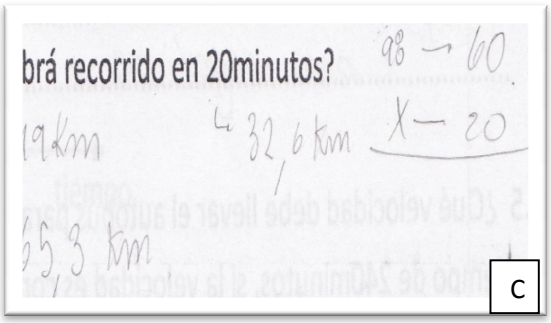
Grupo I.

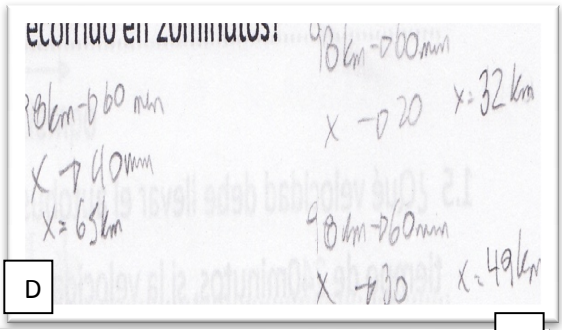


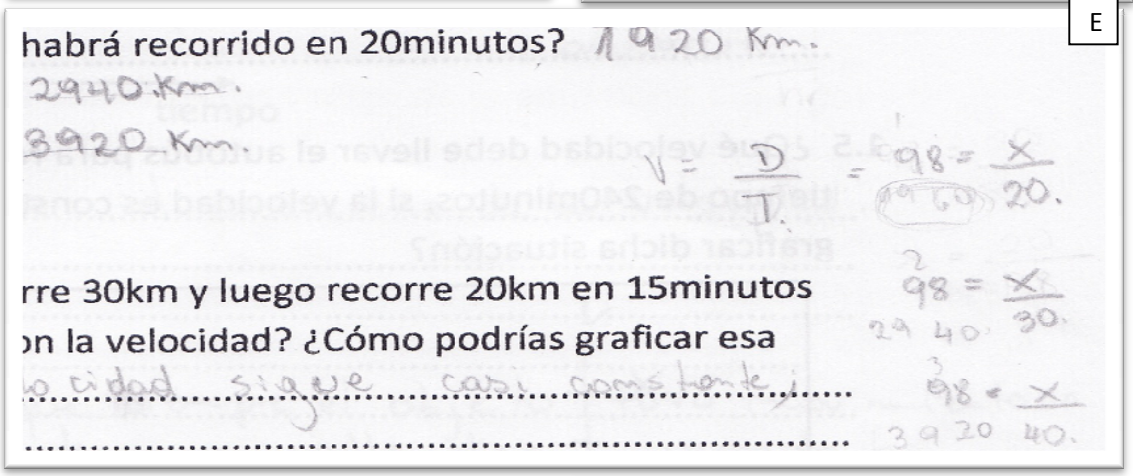
Grupo II.

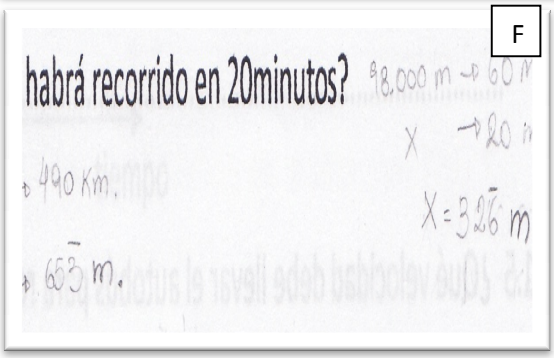

s habrá recorrido en 20minutos?
49 Km
65 Kms
A

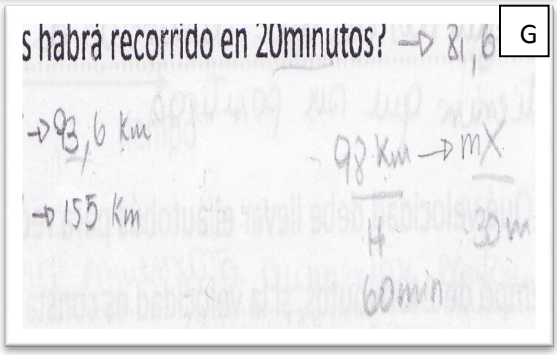

1.2¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20minutos?
a. ¿En 30 minutos?
b. ¿En 40 minutos?
B


brá recorrido en 20minutos?
98 → 60
X — 20
19Km
32,6 Km
65,3 Km
C

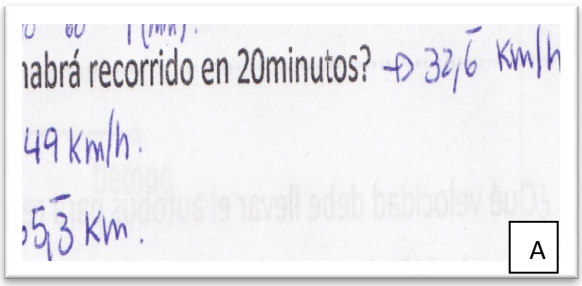

ecorrido en 20minutos?
98km → 60 min
X → 20
X = 32 km
X → 40 min
X = 65 km
98 km → 60 min
X → 30
X = 49 km
D

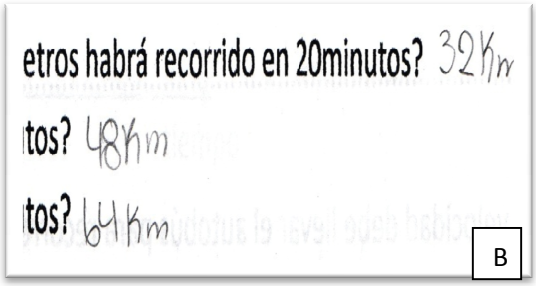

E
habrá recorrido en 20minutos? 1920 Km.
2940 Km.
3920 Km.
V = D/T
98 = X/20.
rre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
on la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa
o cidad sigue casi constante
98 = X/30.
98 = X/40.

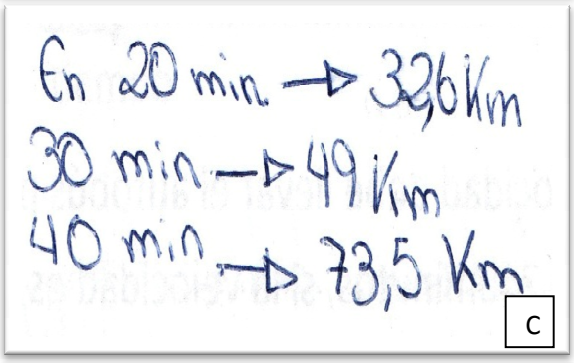

F
habrá recorrido en 20minutos?
98.000 m → 60 m
X → 20 m
490 Km.
X = 32$\bar{6}$ m
65$\bar{3}$ m.

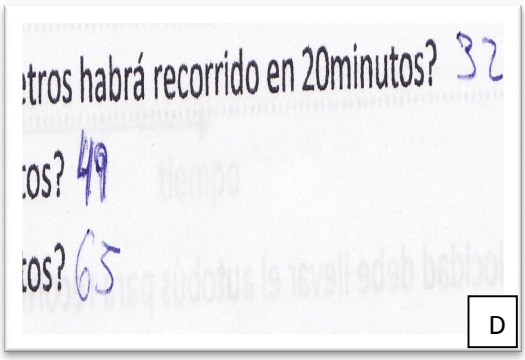

G
s habrá recorrido en 20minutos? → 81,6
→ 93,6 Km
→ 155 Km
98 Km → mX
30 m
60 min

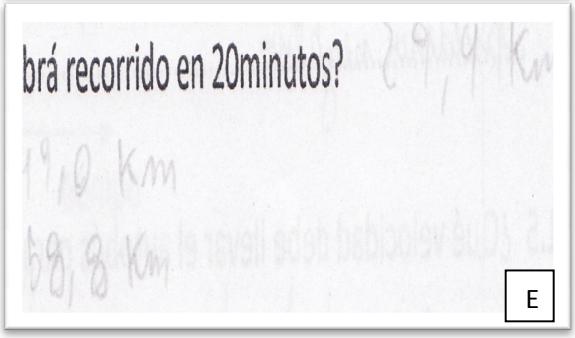
Grupo III.

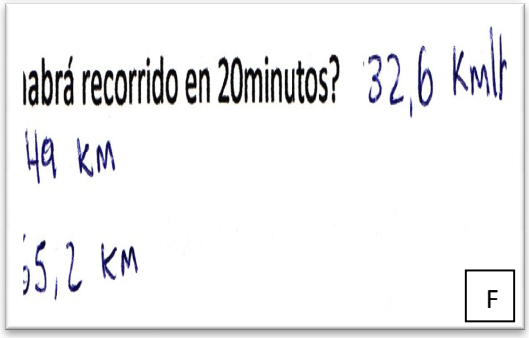

nabrá recorrido en 20minutos? → 32,6 Km/h
49 Km/h.
53 Km.
A

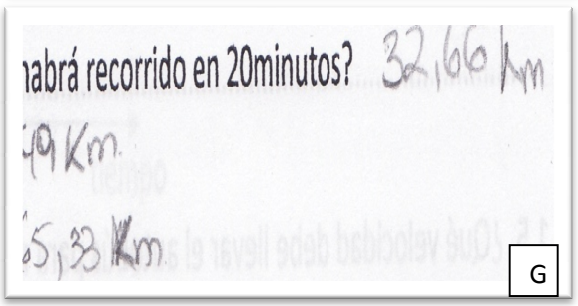

etros habrá recorrido en 20minutos? 32Km
tos? 48Km
tos? 64Km
B

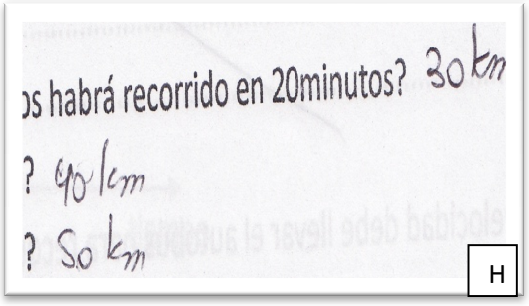

En 20 min → 32,6 Km
30 min → 49 Km
40 min → 73,5 Km
C


tros habrá recorrido en 20minutos? 32
os? 49
os? 65
D

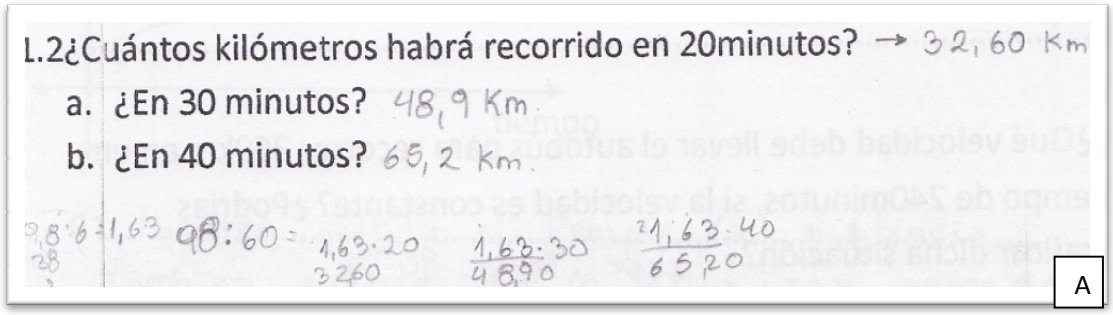

brá recorrido en 20minutos?
E

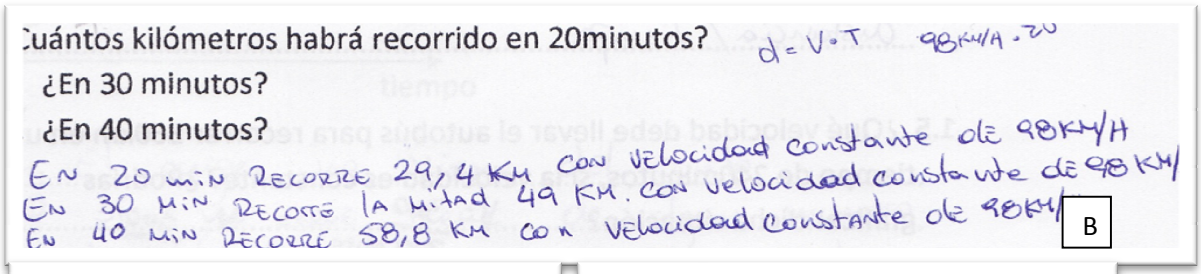

nabrá recorrido en 20minutos? 32,6 Km/h
49 Km
55,2 Km
F

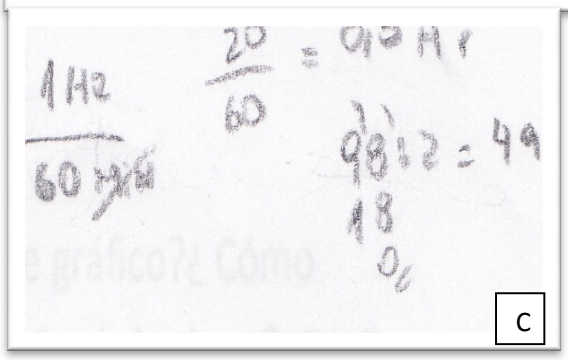

nabrá recorrido en 20minutos? 32,66 Km
49 Km.
55,33 Km.
G

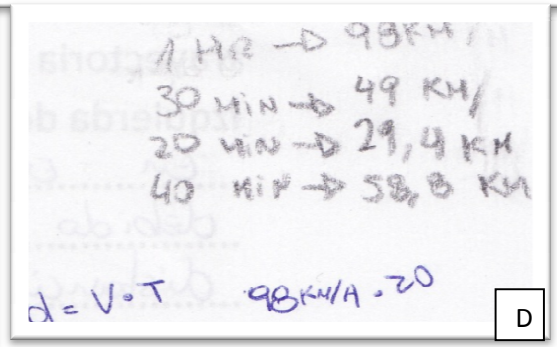

os habrá recorrido en 20minutos? 30 Km
? 40 Km
? 50 Km
H

Grupo IV.





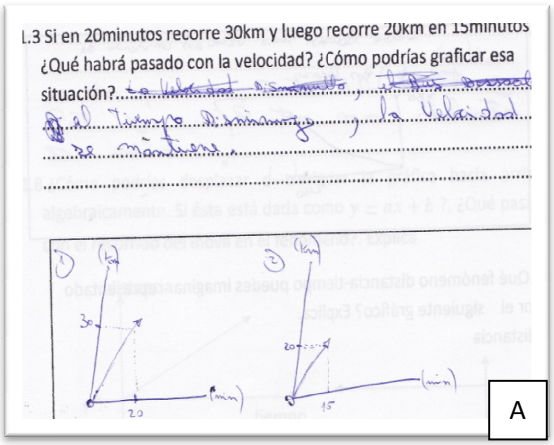


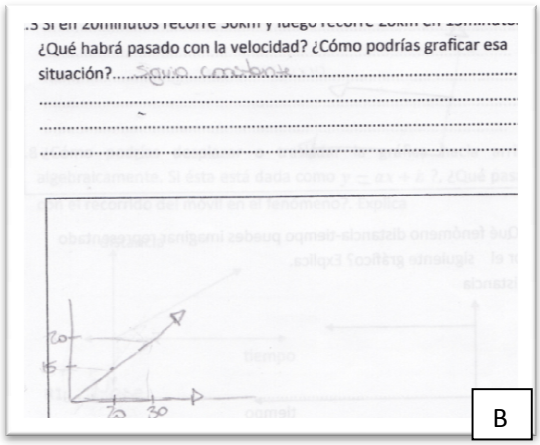


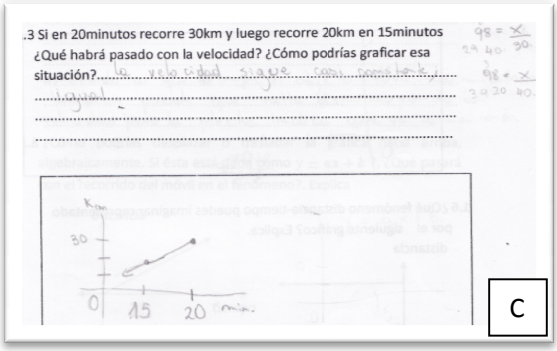
Pregunta 1.3.

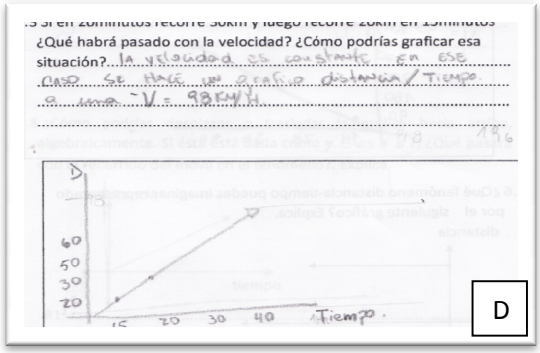
Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?

Grupo II.

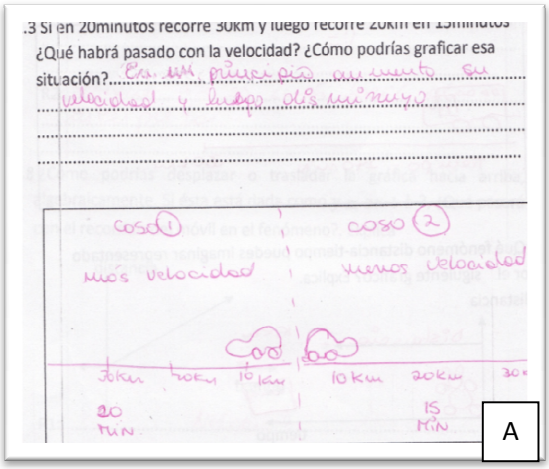

L.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa
situación?
A

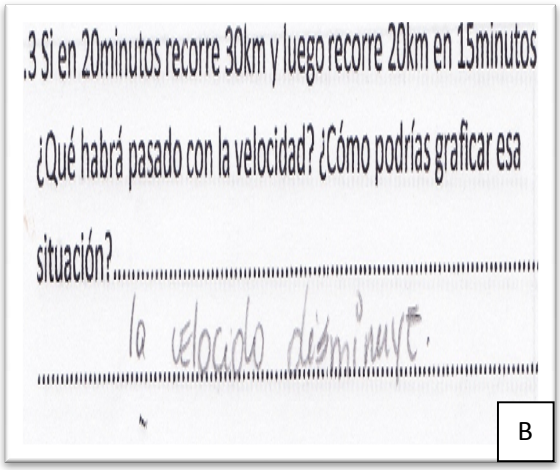

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa
situación?
B

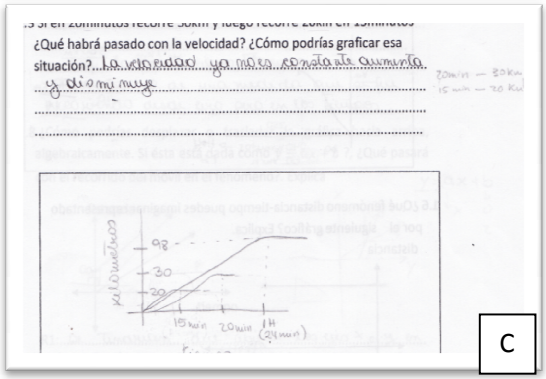

.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa
situación?
C

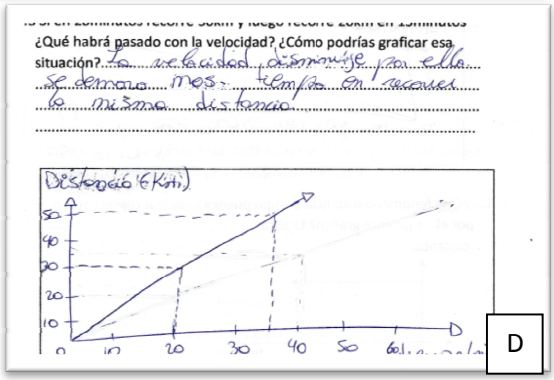

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa
situación?
D

Grupo III.

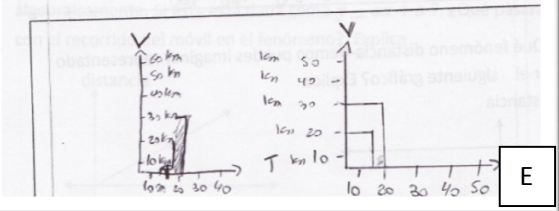

.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?
caso 1
caso 2
A


.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?
la velocidad disminuye.
B


¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?
la velocidad va poco constante aumenta y disminuye
C

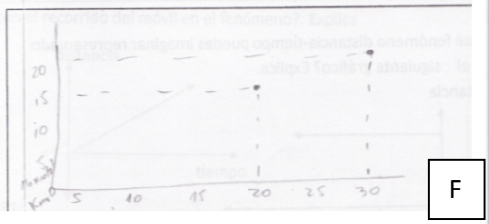

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?
la velocidad disminuye por ello se demora mas tiempo en recorrer la misma distancia
Distancia (Km)
D

L.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



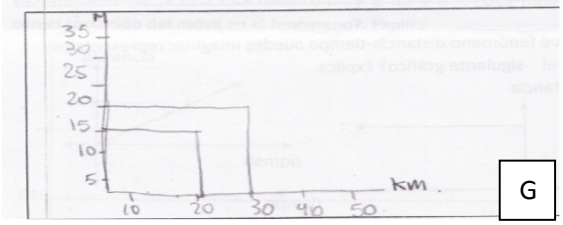
E

L.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



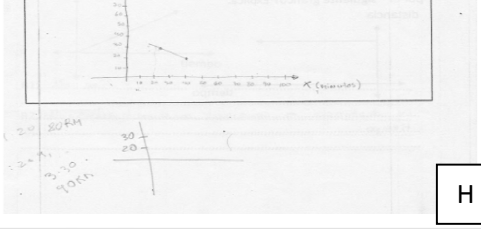
F

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



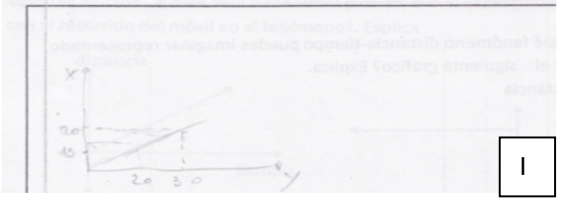
G

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



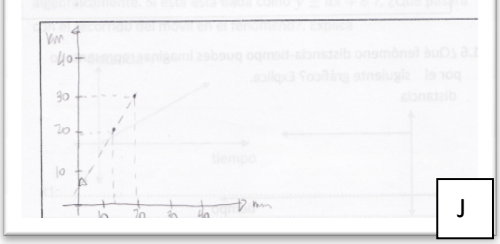
H

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



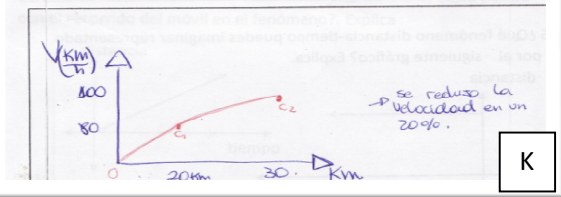
I

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



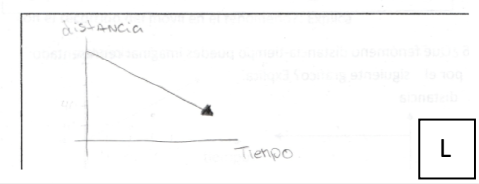
J

¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?

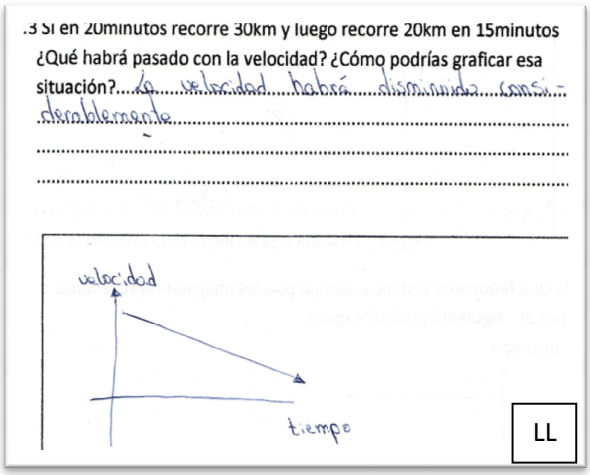


K

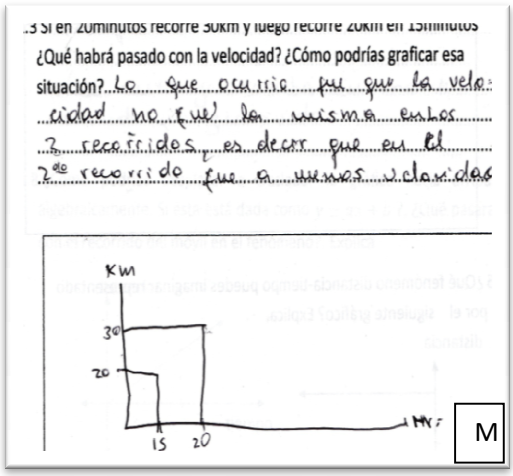
L.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos
¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?



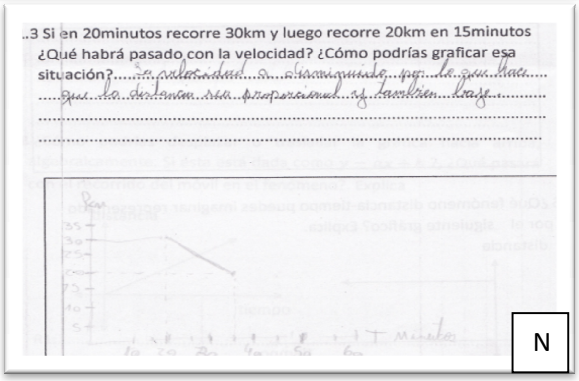
L


.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación? La velocidad habrá disminuido considerablemente

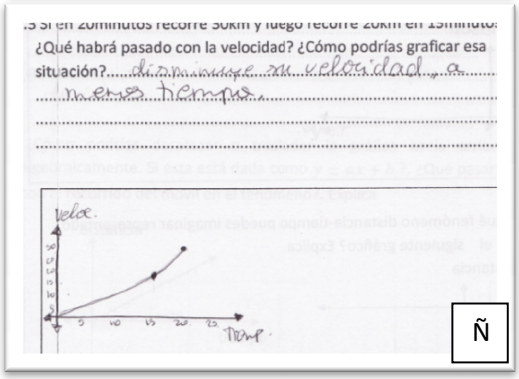
LL


.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación? Lo que ocurrio fue que la velocidad no fue la misma en los 3 recorridos, es decir que en el 2do recorrido fue a menos velocidad

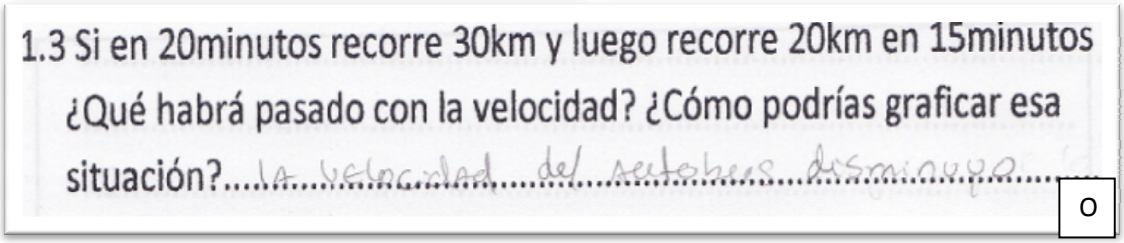
M


.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación? La velocidad a disminuido por lo que hace que la distancia sea proporcional y también baje.

N


.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación? disminuye su velocidad, a menos tiempo.

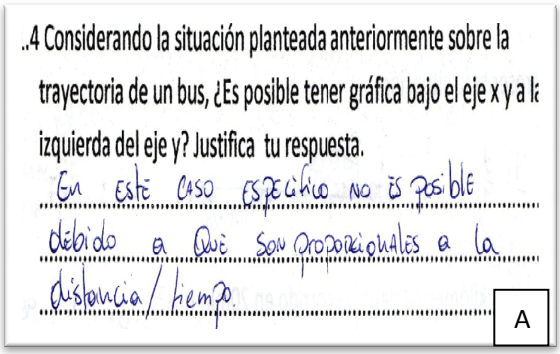
Ñ

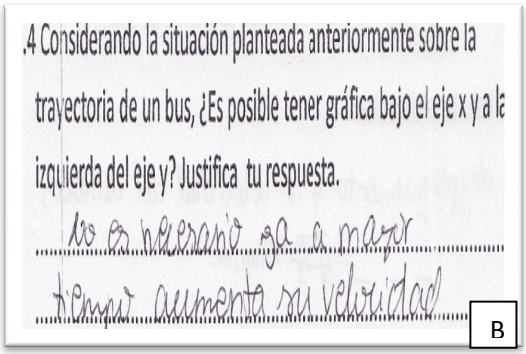

1.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación? la velocidad del autobus disminuyo

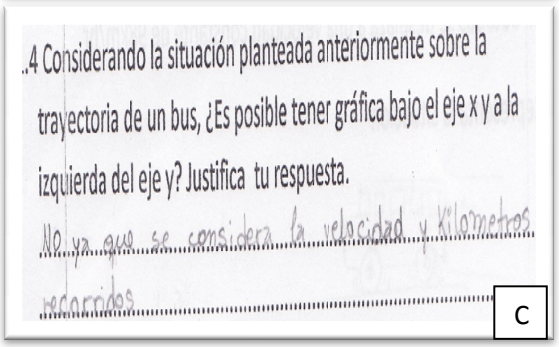
O

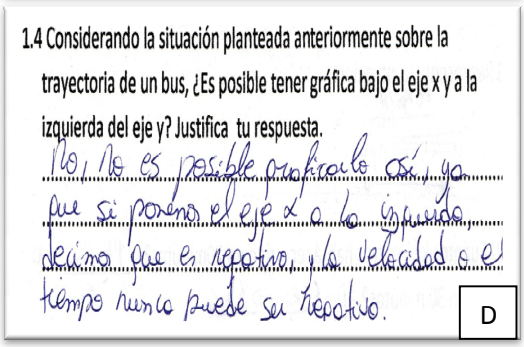
Grupo I

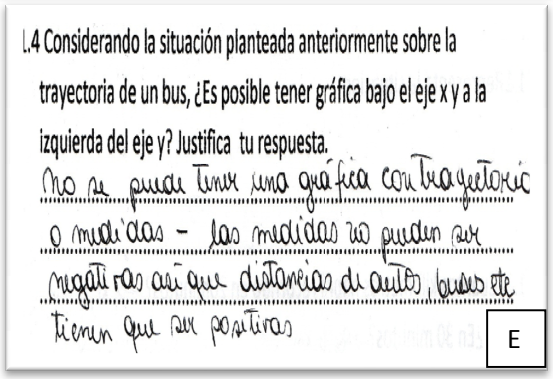
.

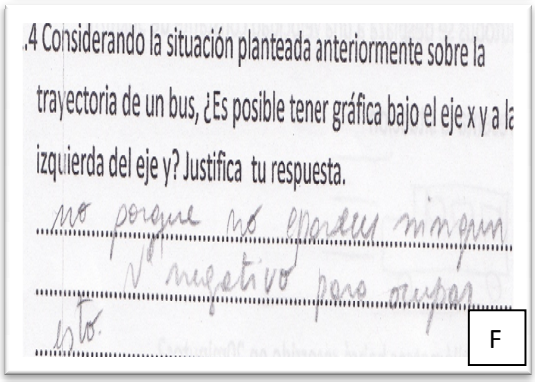

..4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
En este caso específico no es posible debido a que son proporcionales a la distancia / tiempo
A


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
no es necesario ya a mayor tiempo aumenta su velocidad
B


..4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
No ya que se considera la velocidad y kilometros recorridos
C


1.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
No, no es posible graficarlo así, ya que si ponemos el eje x a la izquierda decimos que es negativo, y la velocidad o el tiempo nunca puede ser negativo.
D


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
No se puede tener una gráfica con trayectoria o medidas - las medidas no pueden ser negativas así que distancias de autos, buses etc tienen que ser positivas
E


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.
no porque no existen ningun negativo para ningun esto.
F

.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

no porque no aparece ningun numero negativo

G

.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

por que no puede quedar en menos ya que una no avanza hacia atras.

H

.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

no por que el Bus no Puede bajar en un tiempo de -1 min.

I

.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a l izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

no porque las distancias no son negativas

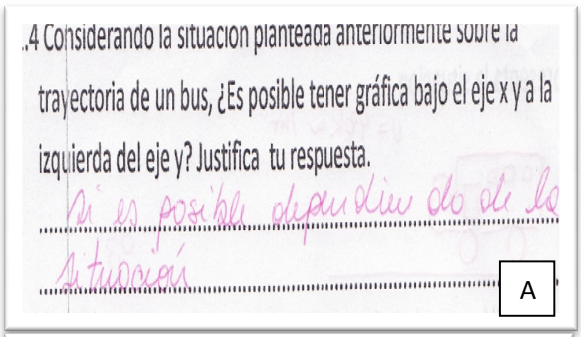
J

L.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

no porque a la izquierda del eje Y significa que estaría retrocediendo ; salvo que éste retrocedo

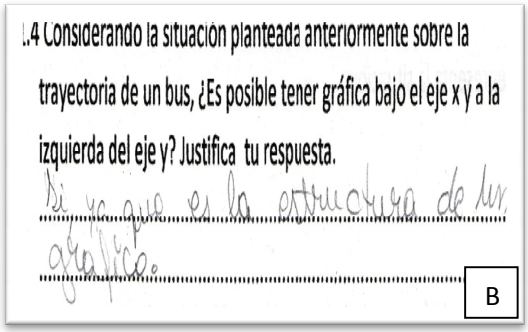
K

Grupo II.


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

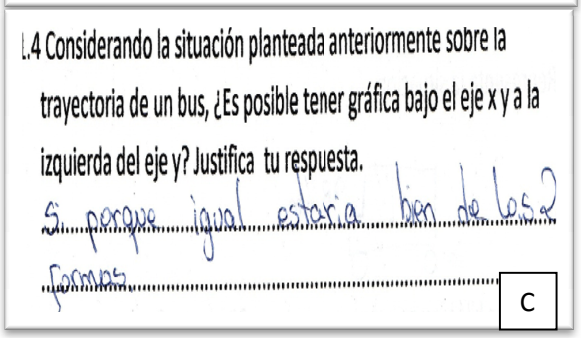
Si es posible dependiendo de la situación

A


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

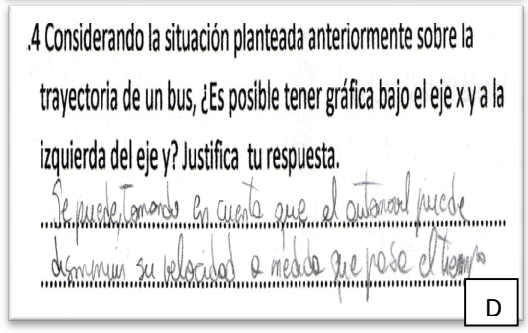
Si ya que es la estructura de un gráfico.

B


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

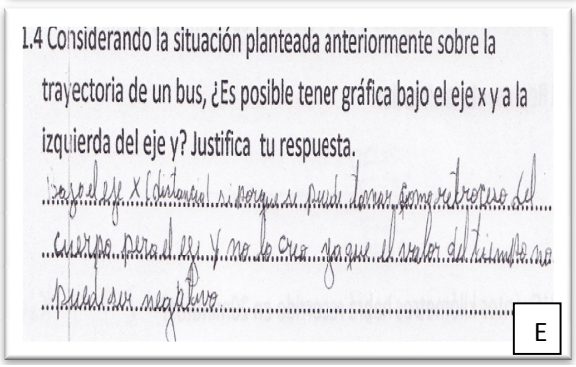
Si porque igual estaria bien de los 2 formas

C


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

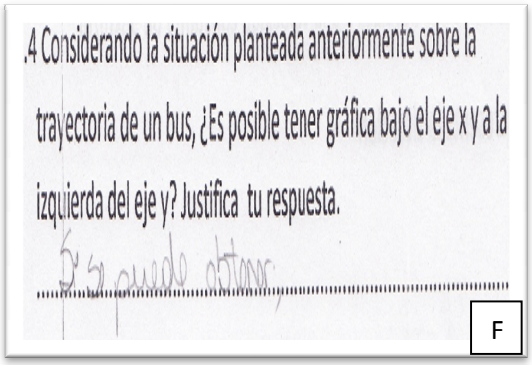
Se puede, tomando en cuenta que el automovil puede disminuir su velocidad a medida que pase el tiempo

D


.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

bajo el eje x (distancia) si porque se puede tomar como retroceso del cuerpo pero el eje y no lo creo ya que el valor del tiempo no puede ser negativo

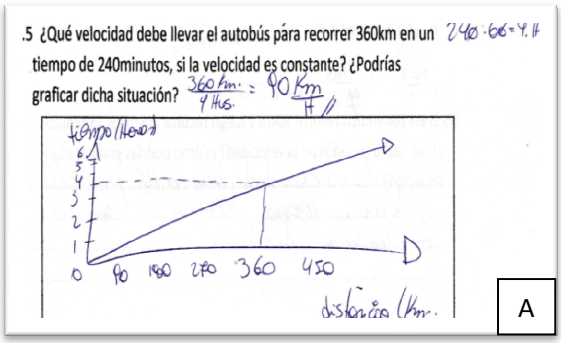
E

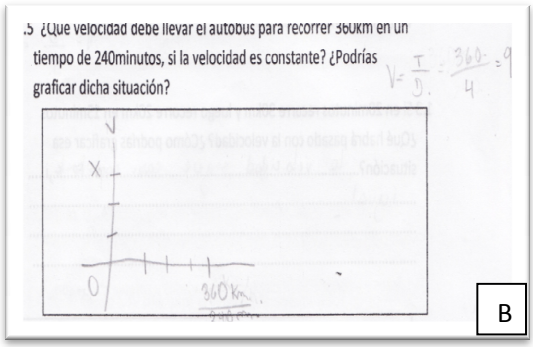

.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

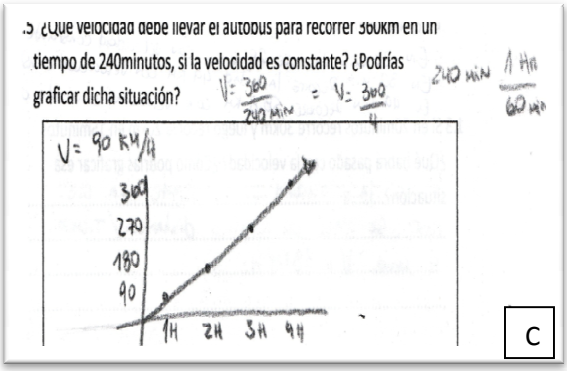
Si se puede obtener

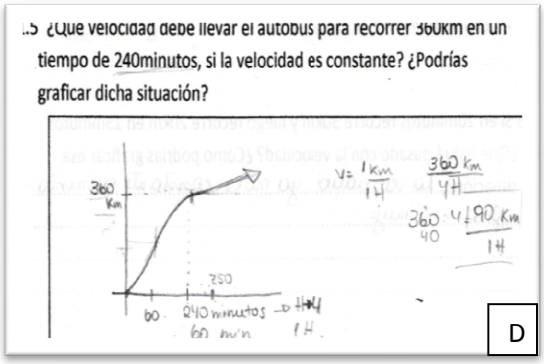
F

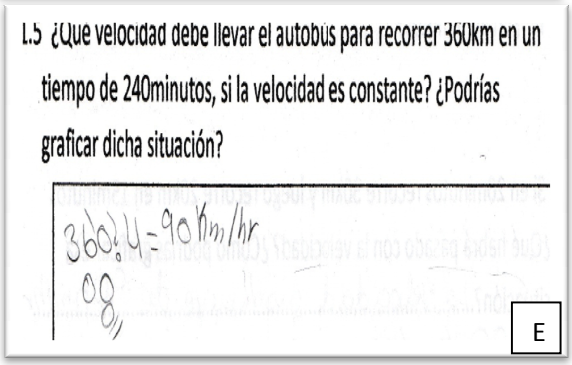
Grupo I.

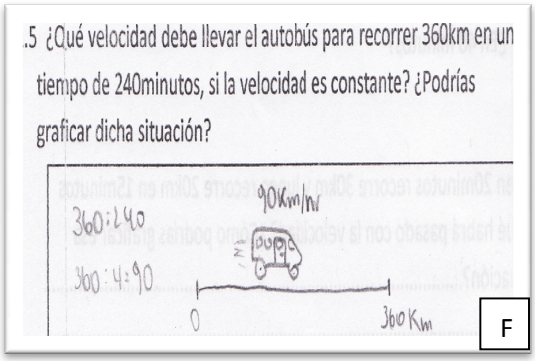

.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
tiempo (Horas)
distancia (Km.)
A


.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
B

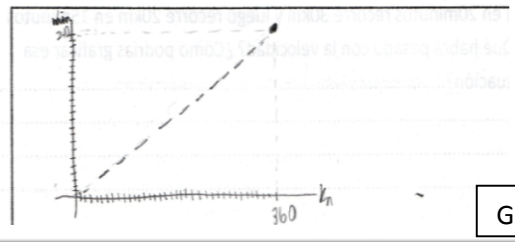

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
C


.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
D


I.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
E

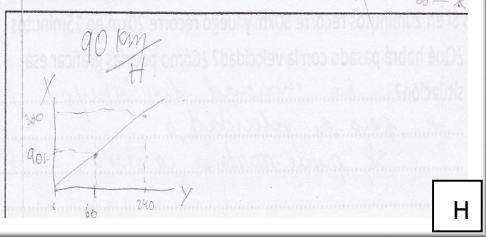

.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?
F

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en ur
tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías
graficar dicha situación? Debe ir a 90 km/h



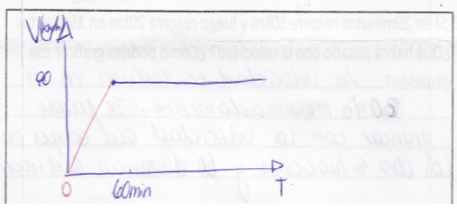
G

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un
tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías
graficar dicha situación? 360:60 = 6 240 : 60 = 4



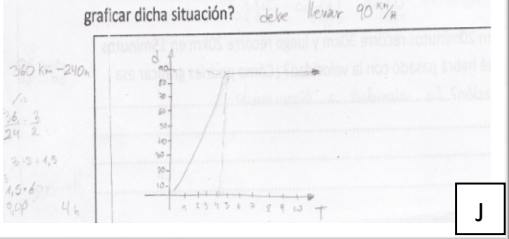
H

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un 90 km/h
tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías
graficar dicha situación?



I

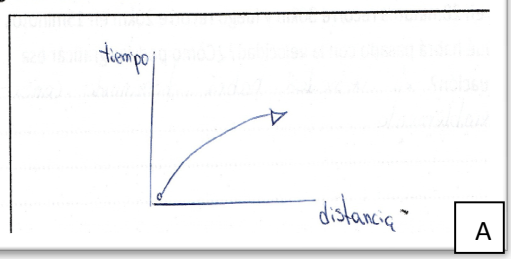
1.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en ur
tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías
graficar dicha situación? debe llevar 90 km/h



J

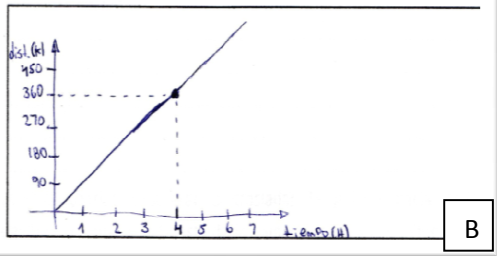
Grupo III.

.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en ur tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?



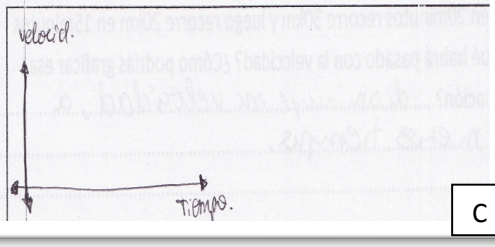
A

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?



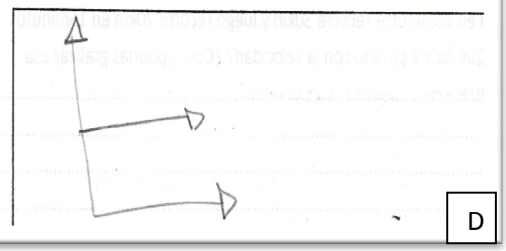
B

.5 ¿Que velocidad debe llevar el autobus para recorrer 360km en ur tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?



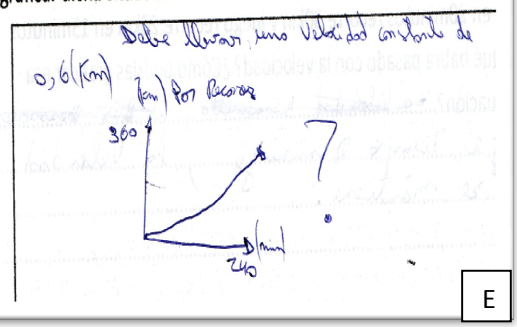
C

..5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en ur tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?



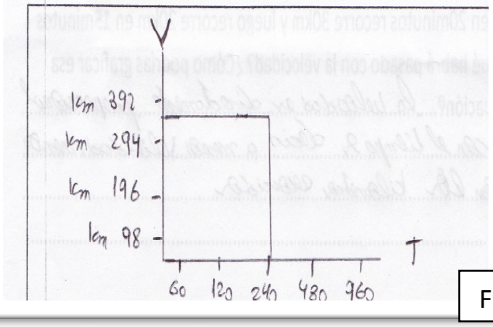
D

..5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en ur tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?



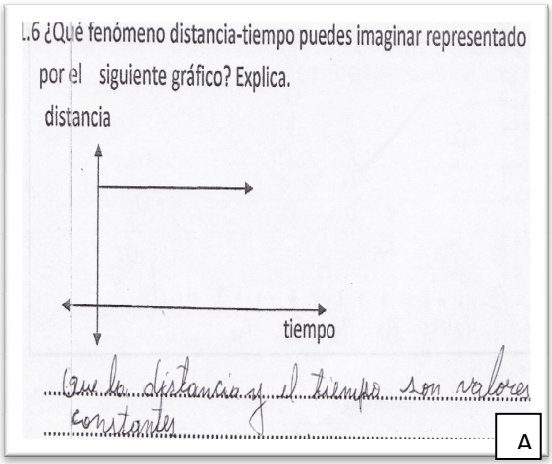
E

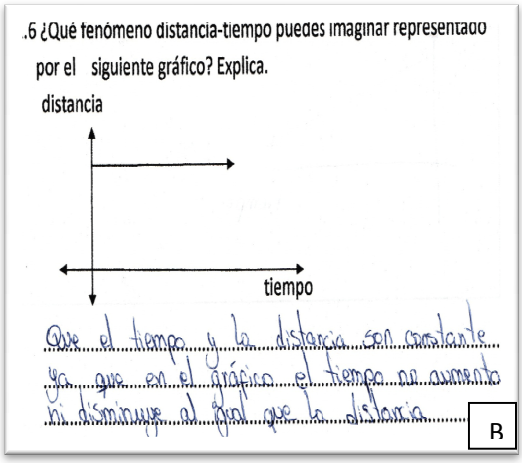
..5 ¿Que velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en ur tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?

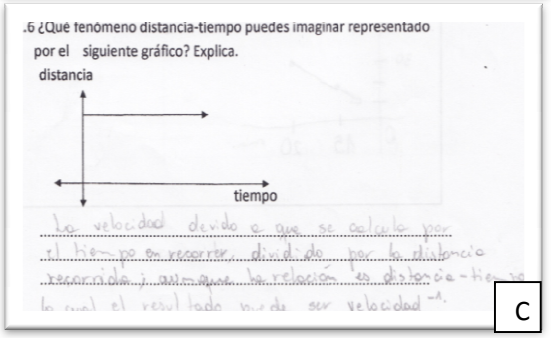


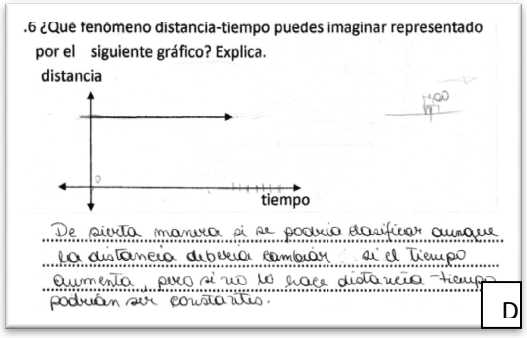
F

Grupo I.

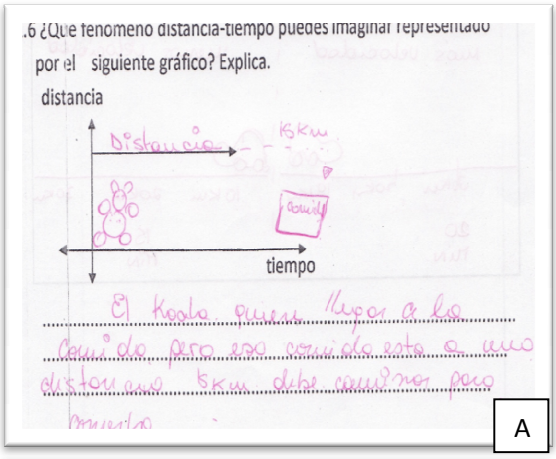

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Que la distancia y el tiempo son valores constantes
A

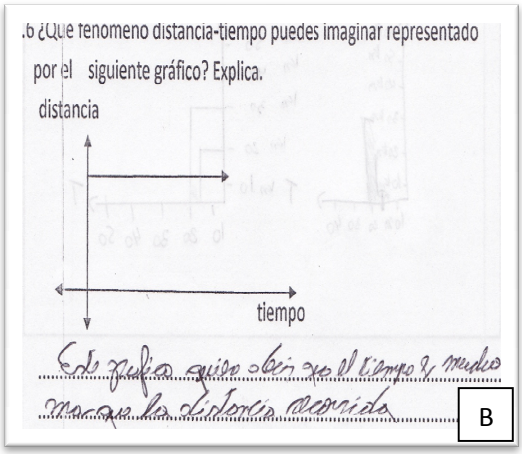

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Que el tiempo y la distancia son constante ya que en el gráfico el tiempo no aumenta ni disminuye al igual que la distancia
B

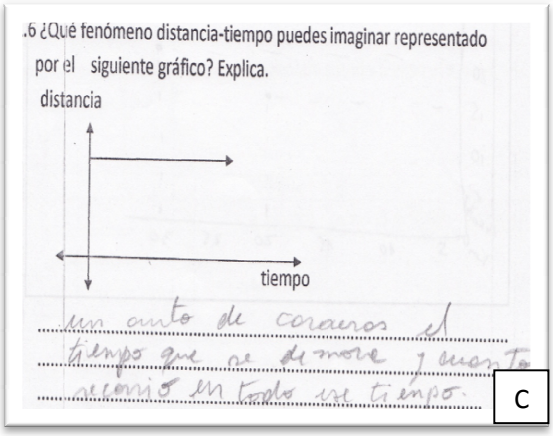

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
C

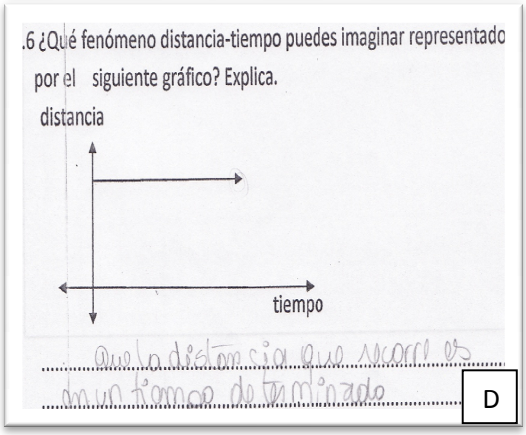

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
De esta manera si se podría clasificar aunque la distancia debería cambiar si el tiempo aumenta pero si no la cual distancia-tiempo podrían ser constantes.
D

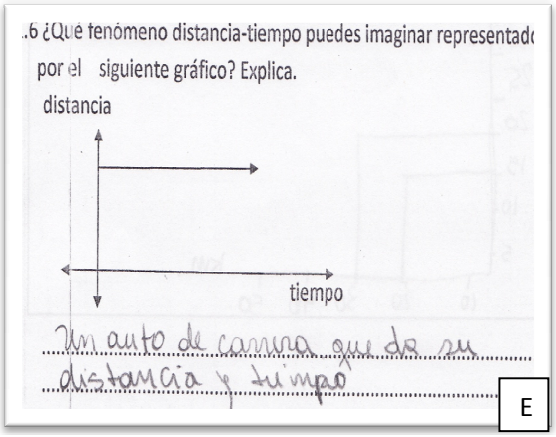
Grupo II.

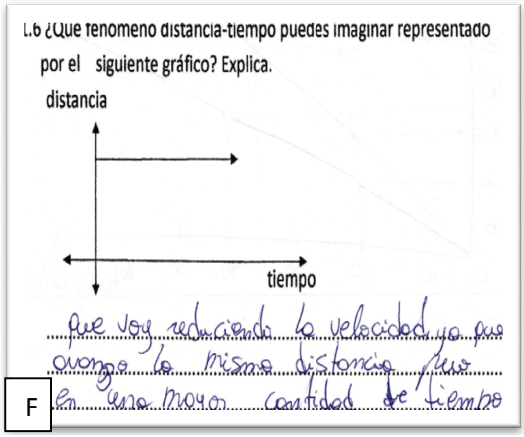

.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
Distancia
15km
comida
tiempo
El Kodo quiere llegar a la comida pero eso comida esta a una distancia 15km debe caminar para
A


.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Este grafico quiere decir que el tiempo es mucho mas que la distancia recorrida
B


.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
un auto de carreras el tiempo que se demora y cuanto recorrio en todo ese tiempo.
C

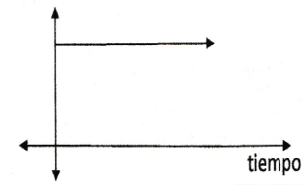

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Que la distancia que recorre es en un tiempo determinado
D


.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Un auto de carrera que da su distancia y tiempo
E


.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
que voy reduciendo la velocidad ya que avanzo la misma distancia pero en una mayor cantidad de tiempo
F

I.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.

distancia

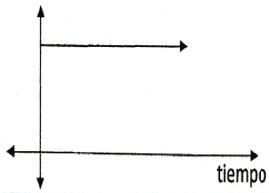


Este grafico explica cuanto distancia recorre un movil y en cuanto tiempo lo hace

G

..6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.

distancia

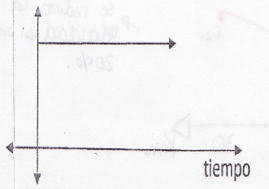


que la velocidad es constante y

H

.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.

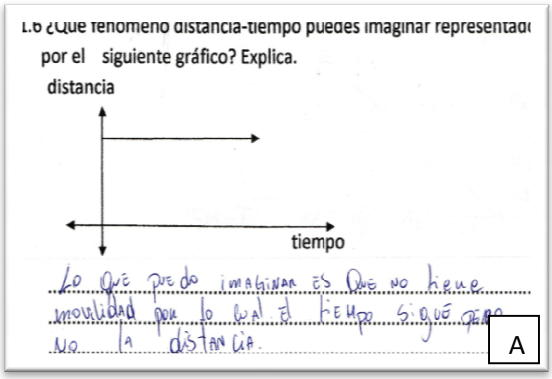
distancia

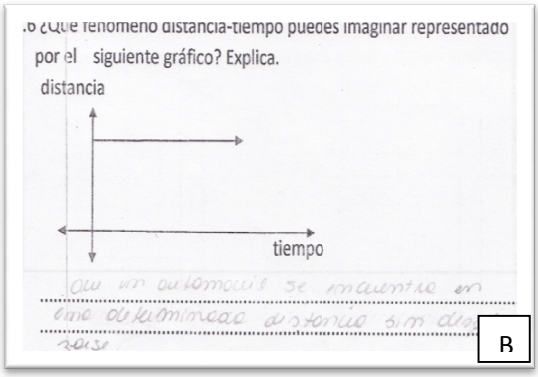


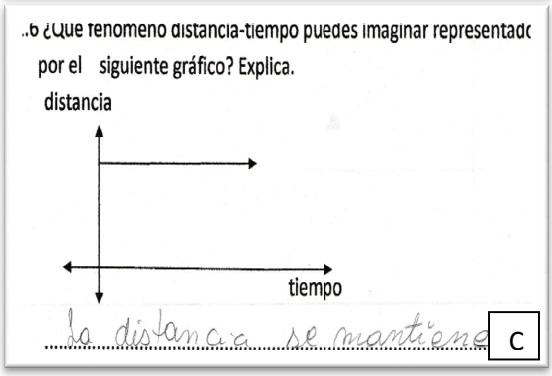
imagino datos con una velocidad constante, ya que el eje y contiene a la distancia, la cual se mantiene desde un punto a otro constante

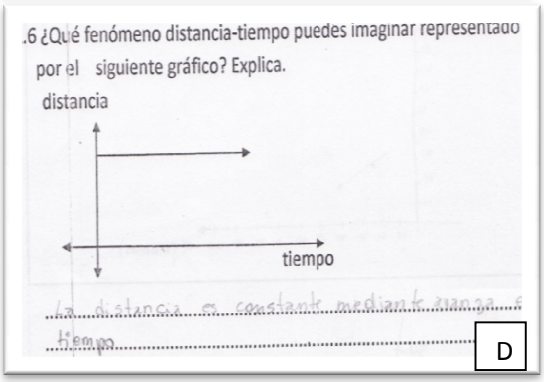
I

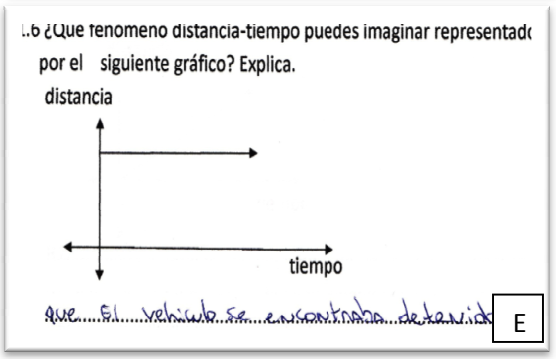
Grupo III.

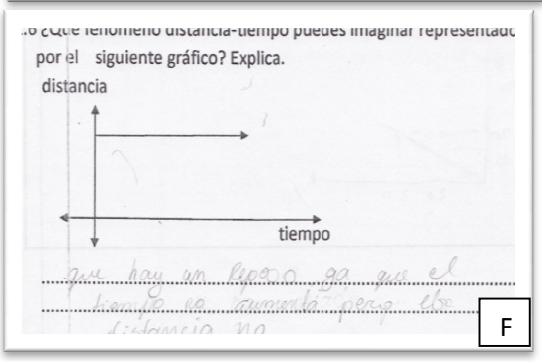

1.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
Lo que puedo imaginar es que no tiene movilidad por lo cual el tiempo sigue pero no la distancia.
A

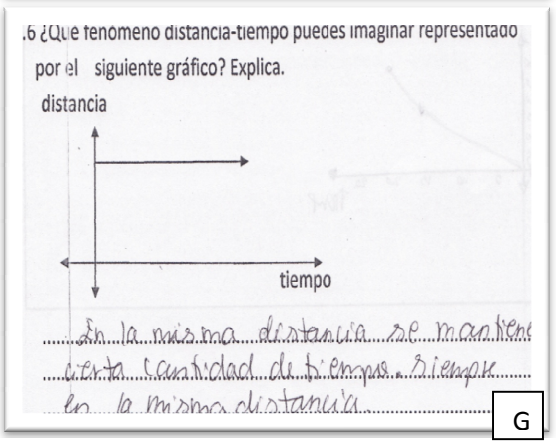

.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
que un automovil se encuentra en una determinada distancia sin desplazarse
B

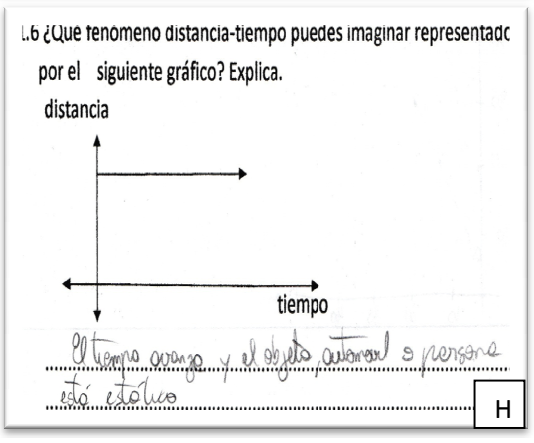

..6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
La distancia se mantiene
C


.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
La distancia es constante mediante avanza el tiempo
D


1.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
que el vehiculo se encontraba detenido
E

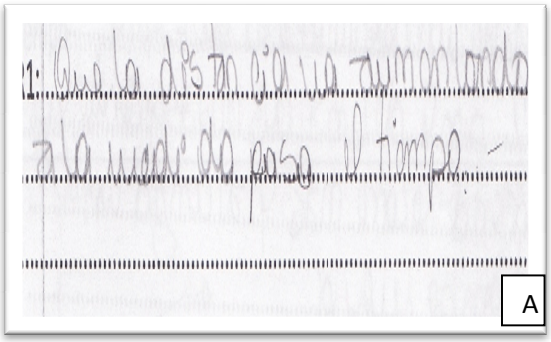

por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
que hay un reposo ya que el tiempo no aumenta pero ese distancia no
F

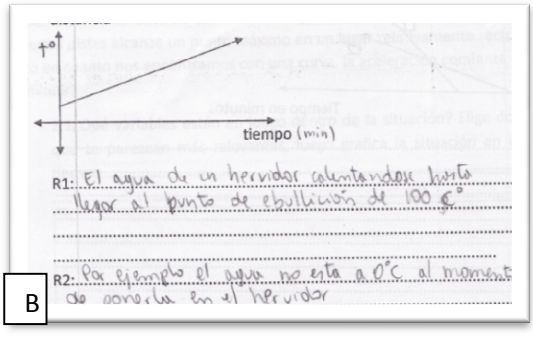

.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
En la misma distancia se mantiene cierta cantidad de tiempo. Siempre en la misma distancia
G

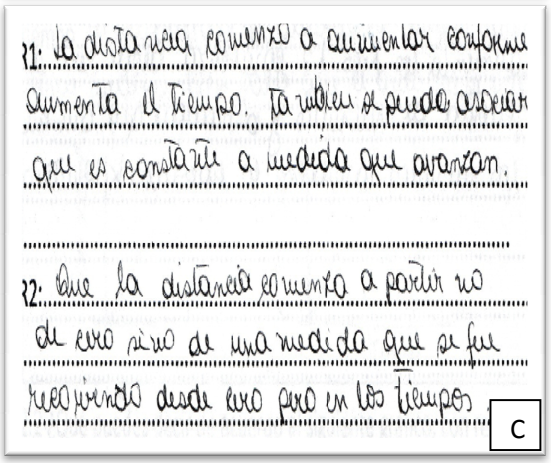

1.6 ¿Que fenomeno distancia-tiempo puedes imaginar representado
por el siguiente gráfico? Explica.
distancia
tiempo
El tiempo avanza y el objeto automovil o persona está estático
H

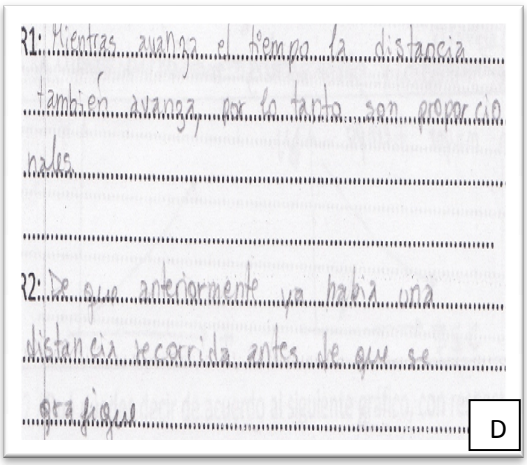
1.7 ¿Qué fenómeno podrías asociar al siguiente gráfico? ¿Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no está en el origen? Explica.

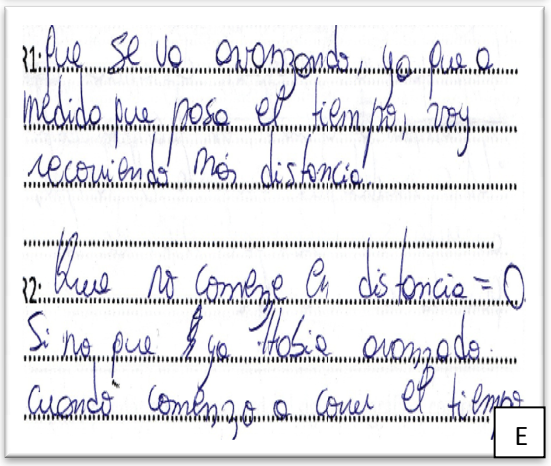
Grupo I.

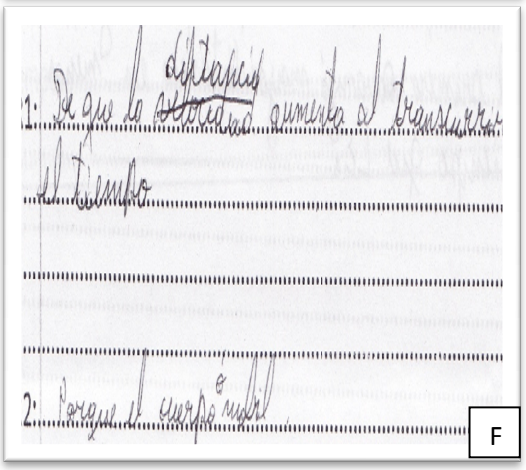


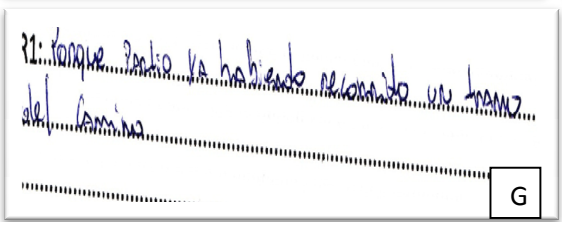


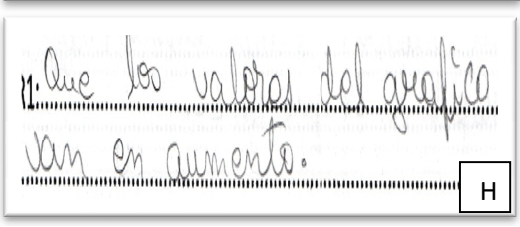


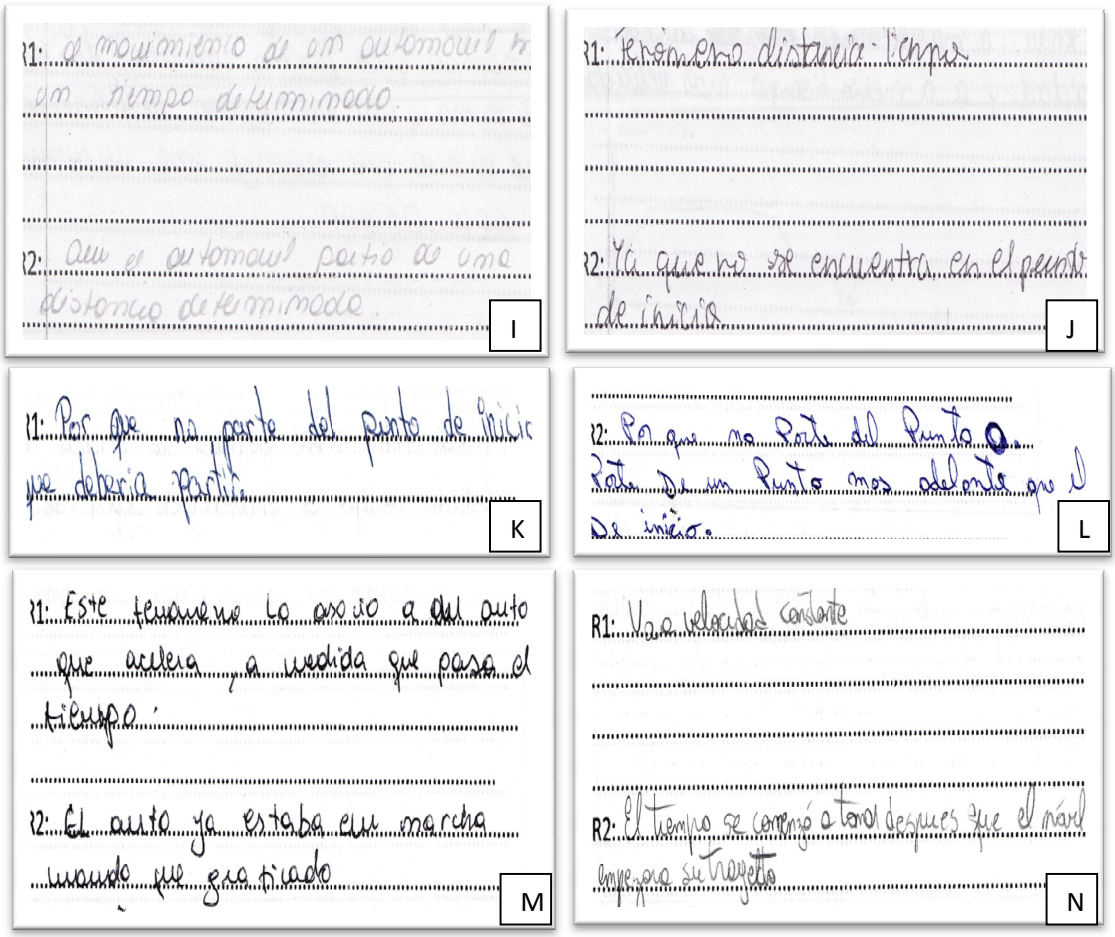




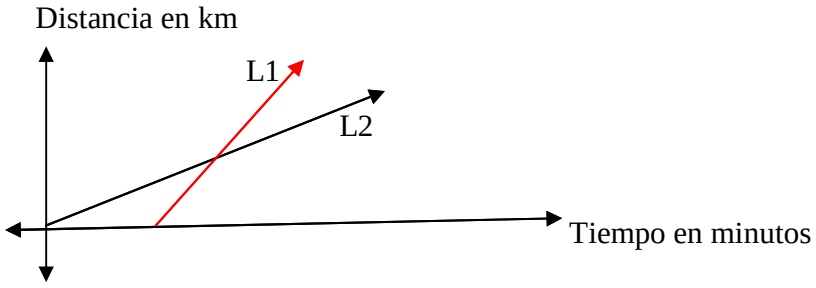




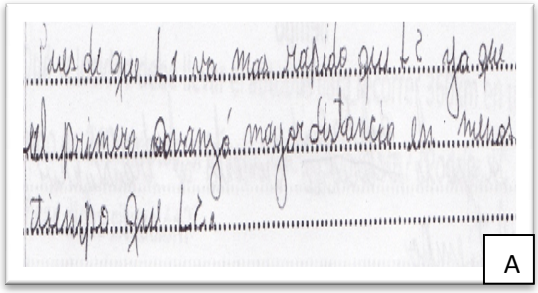




1.9 ¿Cómo varia la velocidad en el siguiente gráfico?



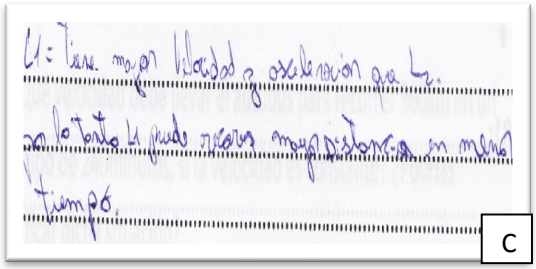
Grupo I.


Pues de que L1 va mas rapido que L2 ya que el primero avanzó mayor distancia en menos tiempo que L2.

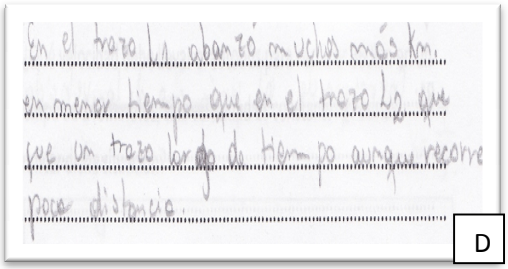
A


L1 durante un tiempo estubo en reposo y luego tomo más distancia que L2, que partió de inmediato pero alcanzo menos distancia en mayor tiempo

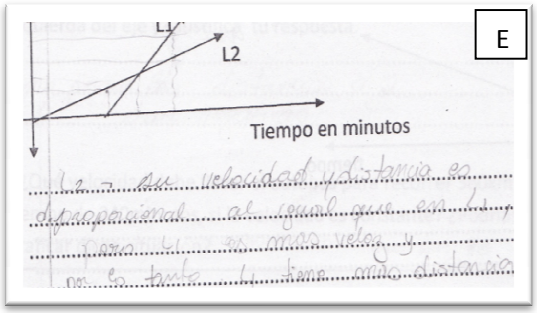
B


L1: Tiene mayor velocidad y aceleración que L2. por lo tanto L1 puede recorrer mayor distancia en menor tiempo.

C

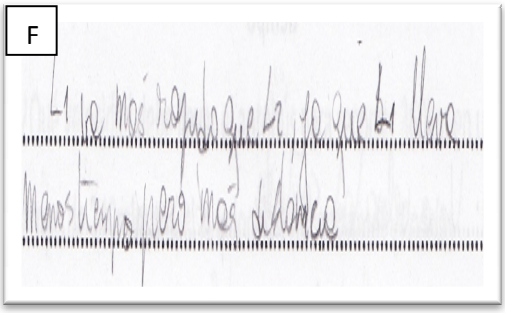

En el trazo L1 abanzó muchos más Km. en menor tiempo que en el trazo L2 que que un trazo largo de tiempo aunque recorre poca distancia.

D

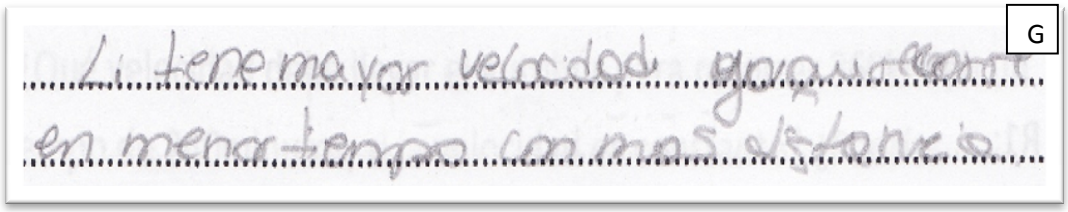


E

L2 → su velocidad y distancia es disproporcional al igual que en L1, pero L1 es mas veloz y por lo tanto L1 tiene más distancia

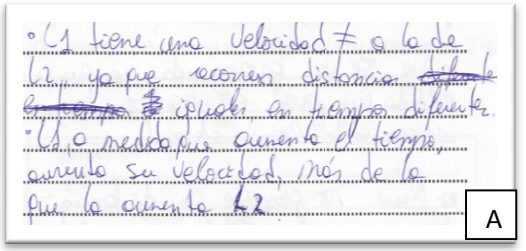

L1 va más rapido que L2 ya que L1 lleva menos tiempo pero más distancia

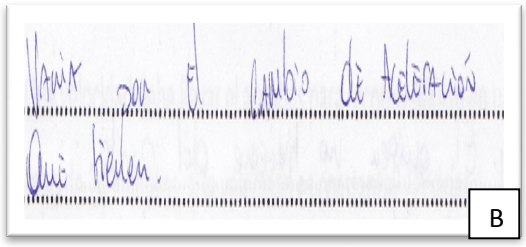
F

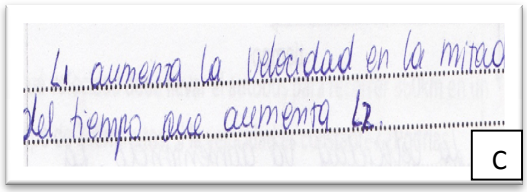

L1 tiene mayor velocidad ya que recorre en menor tiempo con mas distancia

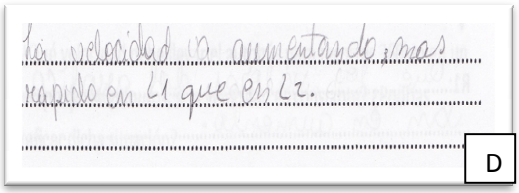
G

Grupo II.

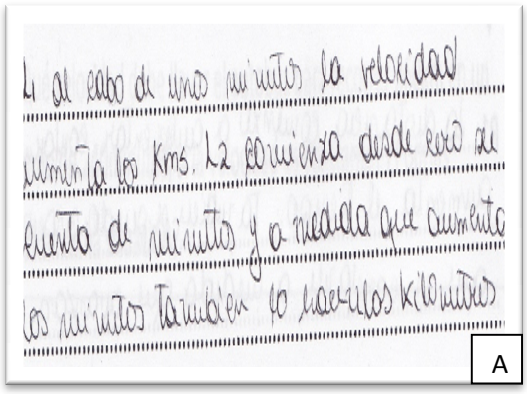


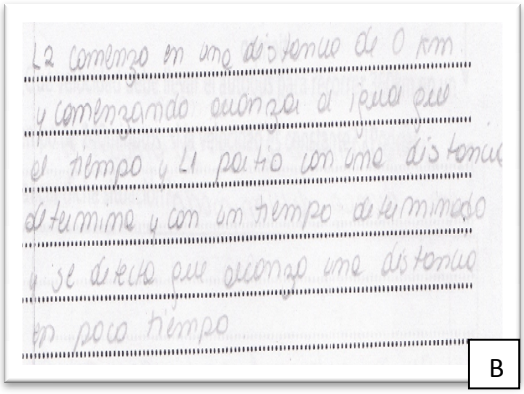


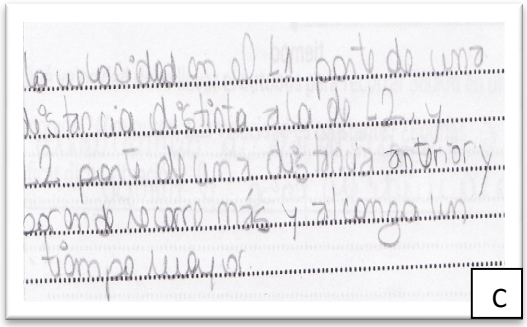


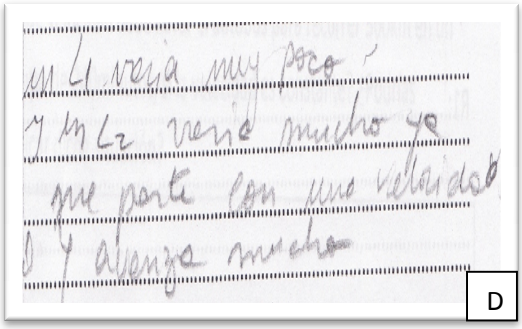


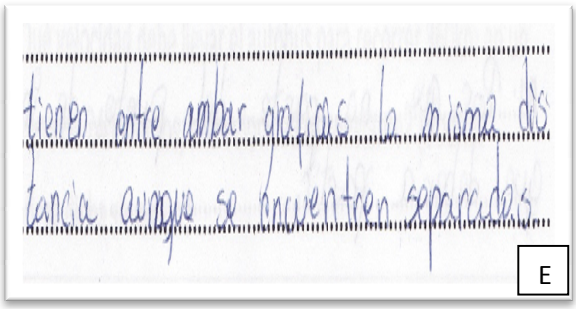
Grupo III.

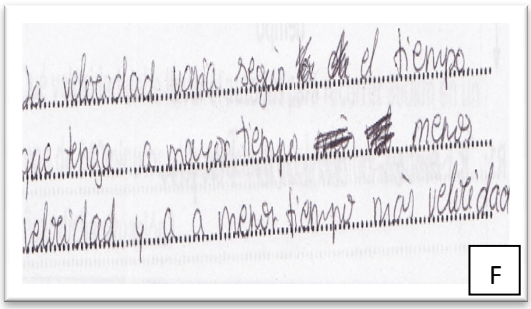


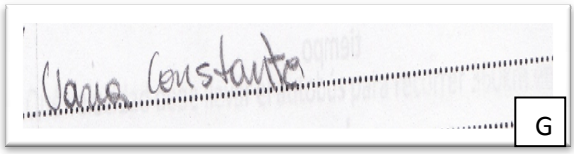










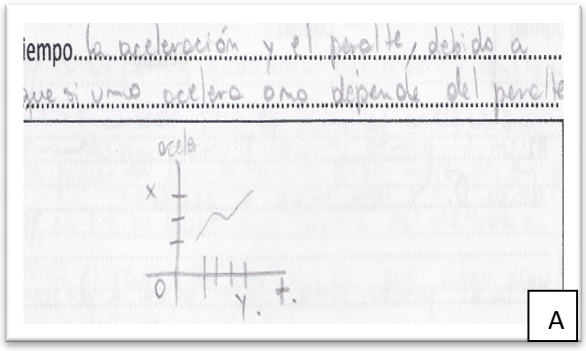


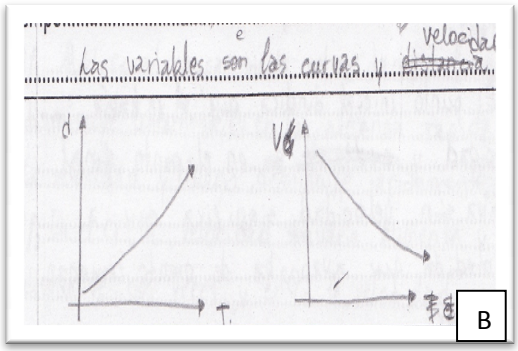
Segundo fenómeno:

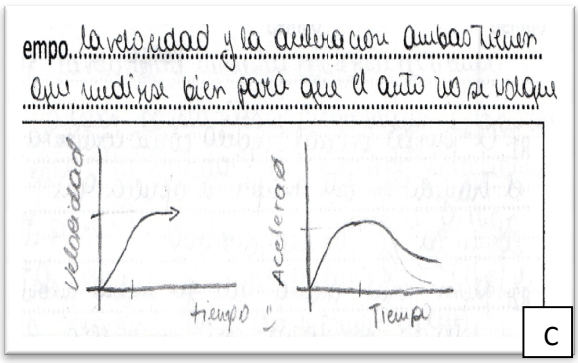
Aceleración de un auto de carrera en una pista con curvas. La aceleración en estas pistas alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, pero en cuanto nos encontramos con una curva, la aceleración comienza a disminuir (desaceleración).

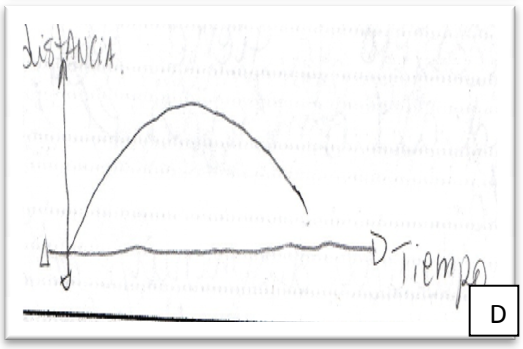
2.1 ¿Qué variables están en juego dentro de la situación? Elige dos que te parezcan más relevantes, luego grafica la situación en el tiempo.

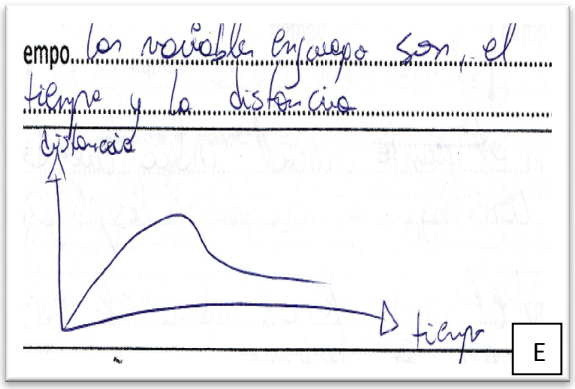
Grupo II.

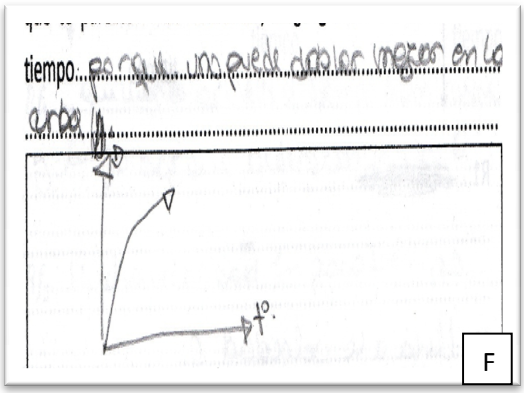


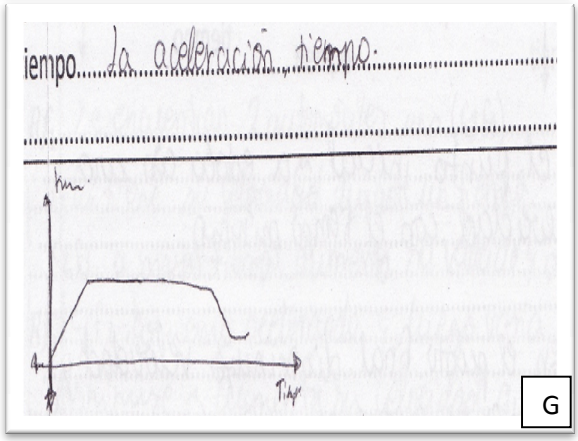


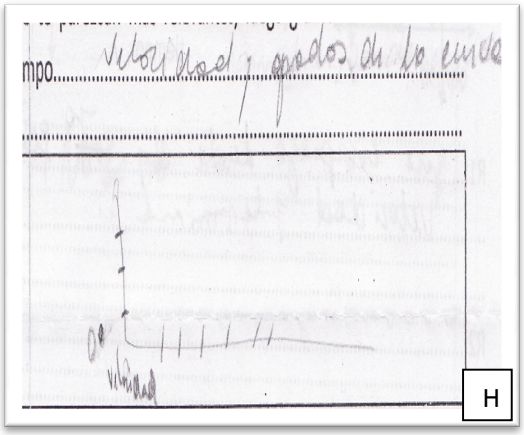


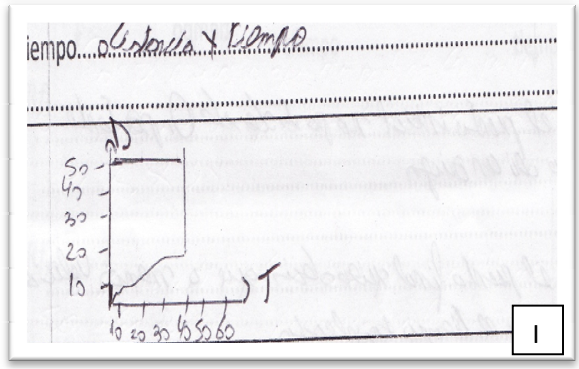


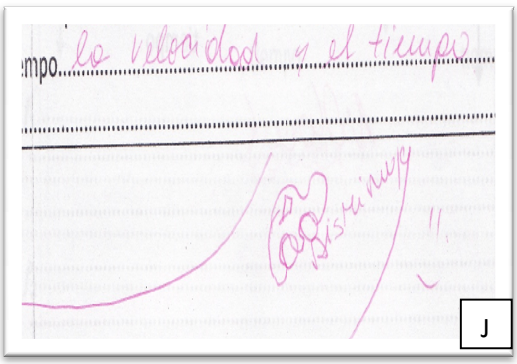

empo. las variables en juego son, el tiempo y la distancia
distancia
tiempo
E

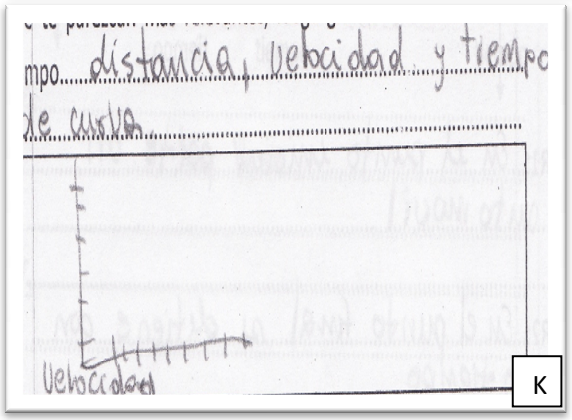

tiempo. porque uno puede doblar mejor en la curva
F


iempo. la aceleración, tiempo.
G

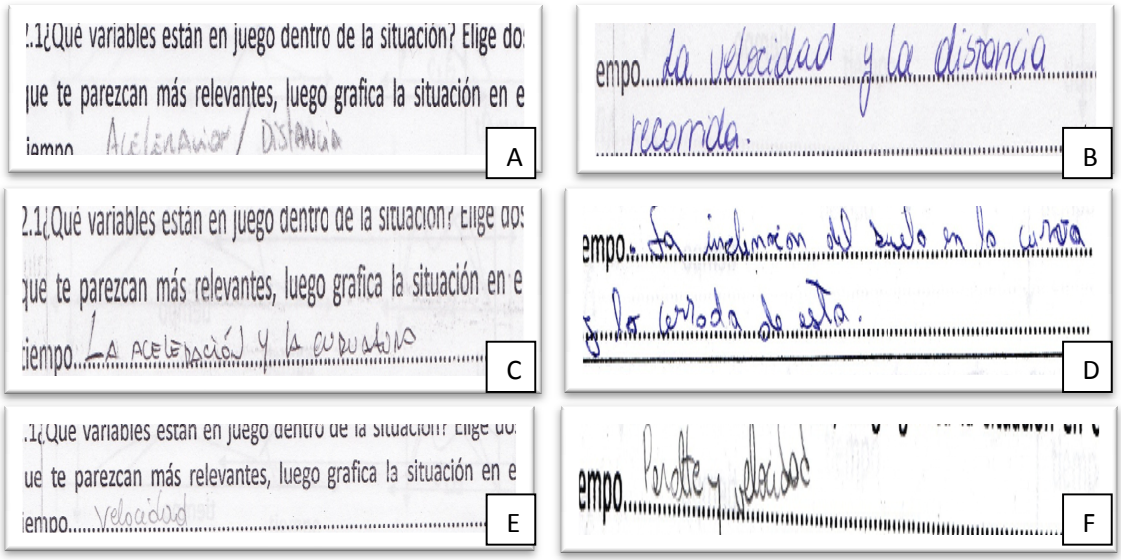

mpo. velocidad y grados de la curva
velocidad
H


iempo. distancia y tiempo
D
50
40
30
20
10
T
10 20 30 40 50 60
I

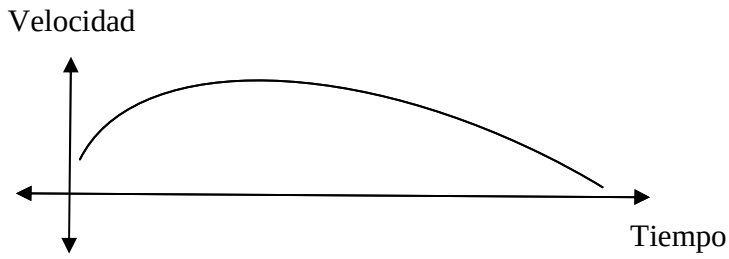

mpo. la velocidad y el tiempo
J


mpo. distancia, velocidad y tiempo de curva
velocidad
K

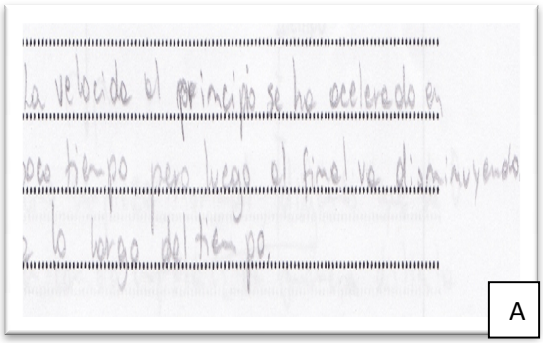
Grupo III.

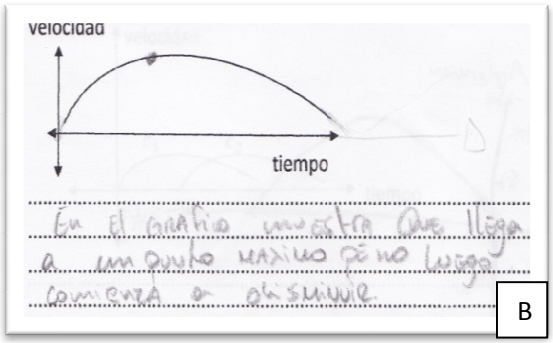


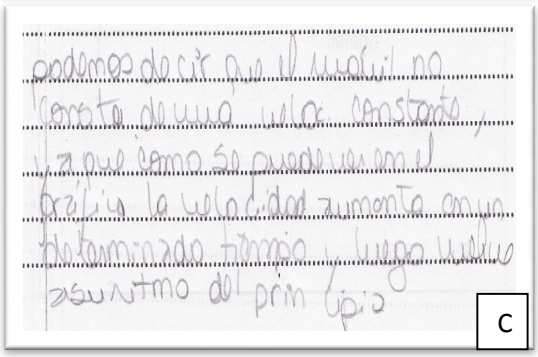
2.2 ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico, con respecto a la velocidad y el tiempo en el que se desplaza un automóvil?

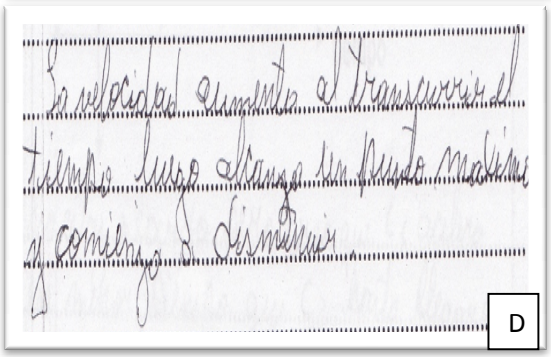


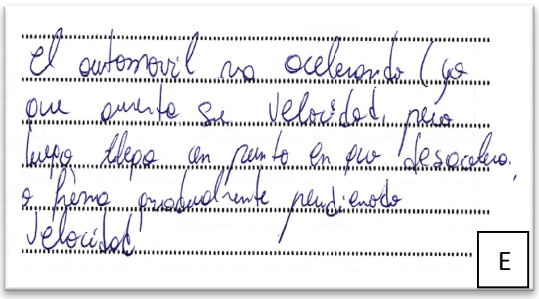
Grupo I.

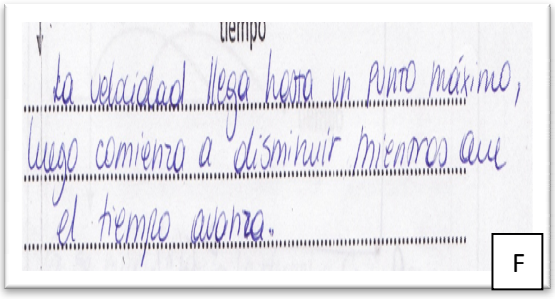

La velocidad al principio se ha acelerado en poco tiempo pero luego al final va disminuyendo a lo largo del tiempo.
A

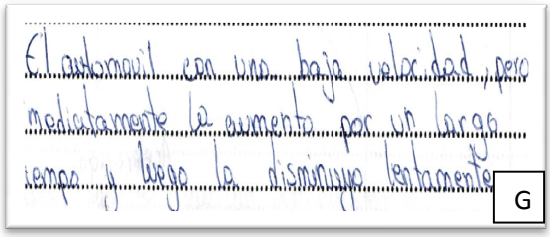

velocidad
tiempo
En el grafico muestra que llega a un punto maximo pero luego comienza a disminuir.
B

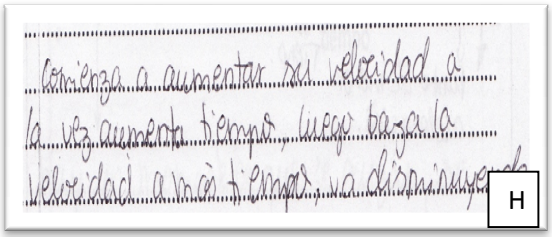

podemos decir que el movil no consta de una velocidad constante, ya que como se puede ver en el grafico la velocidad aumenta en un determinado tiempo, luego vuelve a aumentar del principio
C

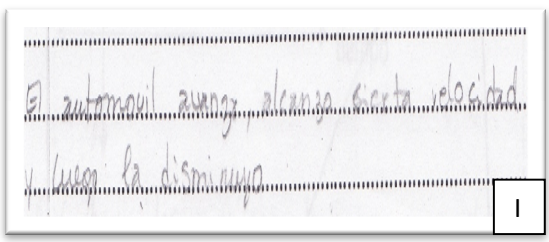

La velocidad aumenta al transcurrir el tiempo luego alcanza un punto maximo y comienza a disminuir.
D


El automovil va acelerando (va aumentando su velocidad) pero luego llega un punto en que desacelera, o sea va gradualmente perdiendo velocidad
E

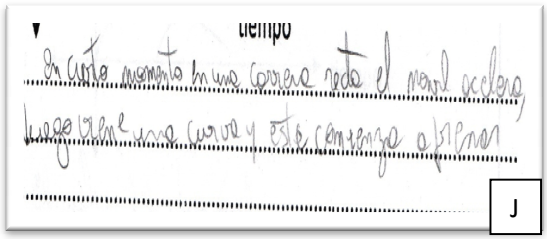

tiempo
La velocidad llega hasta un punto máximo, luego comienza a disminuir mientras que el tiempo avanza.
F


El automovil con una baja velocidad, pero moderadamente le aumenta por un largo tiempo y luego la disminuye lentamente
G

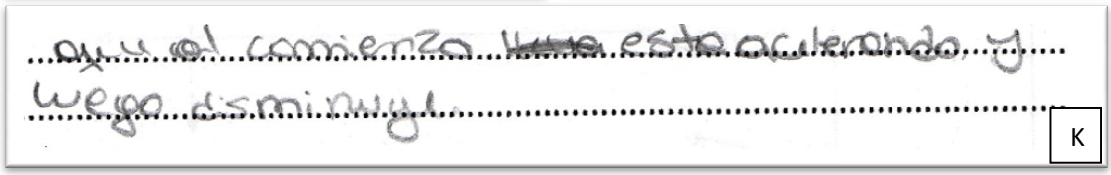

Comienza a aumentar su velocidad a la vez aumenta tiempo, luego baja la velocidad a un tiempo va disminuyendo
H



I



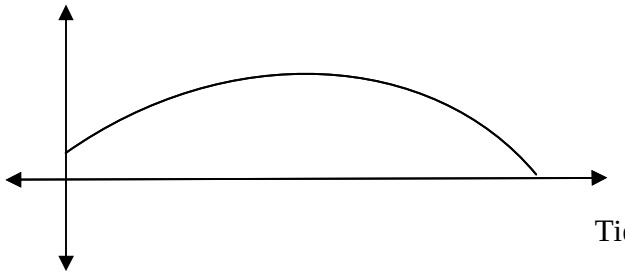
J



K

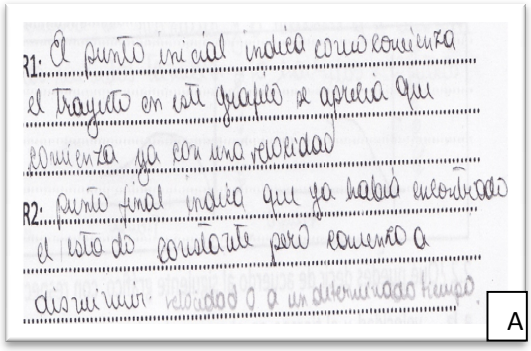
2.4 ¿Qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica?

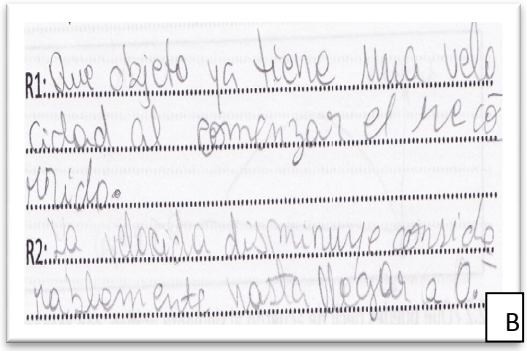
Velocidad

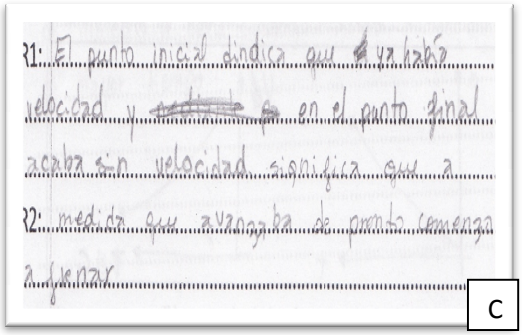


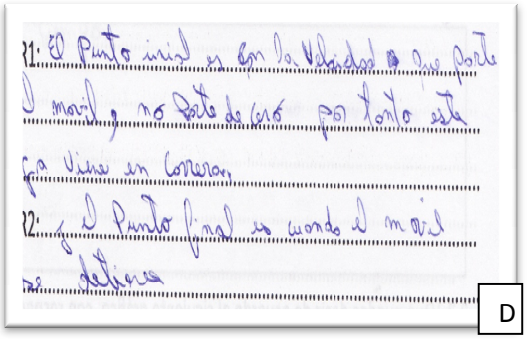
Tiempo

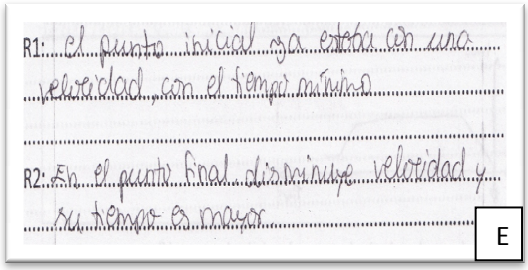
Grupo I.

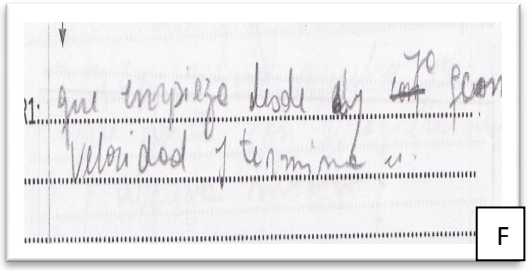

R1: El punto inicial indica como comienza el trayecto en este grafico se aprecia que comienza ya con una velocidad
R2: punto final indica que ya habia encontrado el reto de consiguiente para comenzar a disminuir velocidad o a un determinado tiempo.
A


R1: Que objeto ya tiene una velocidad al comenzar el recorrido.
R2: La velocidad disminuye considerablemente hasta llegar a 0.
B

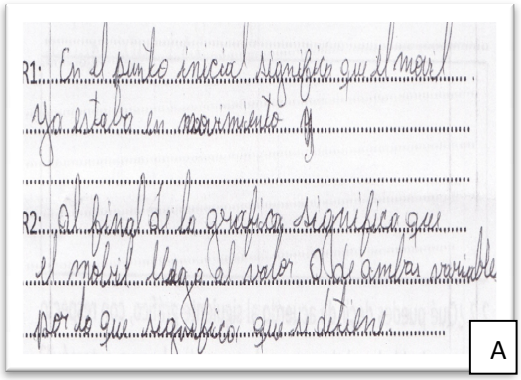

R1: El punto inicial indica que ya había velocidad y en el punto final acaba sin velocidad significa que a
R2: medida que avanzaba de punto comenzo a frenar
C

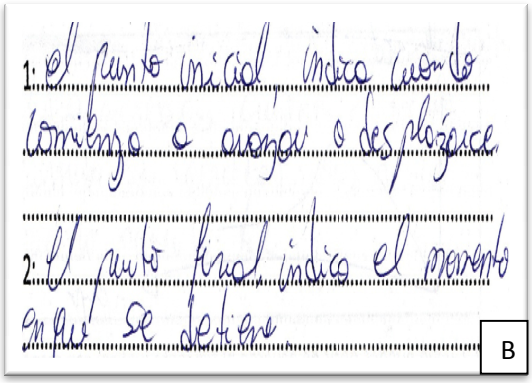

R1: El Punto inicial es en la velocidad a que parte el movil, no parte de cero es todo ese ya viene en carrera.
R2: El Punto final es donde el movil se detiene
D

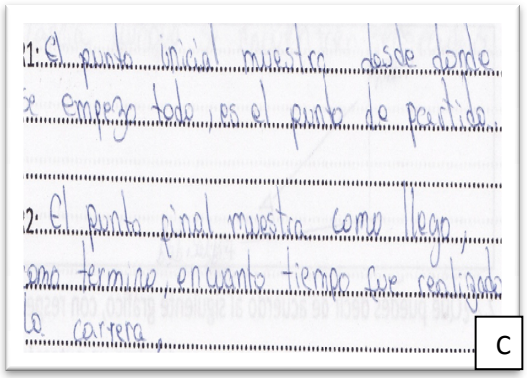

R1: El punto inicial ya estaba con una velocidad, con el tiempo mínimo
R2: En el punto final disminuye velocidad y su tiempo es mayor
E

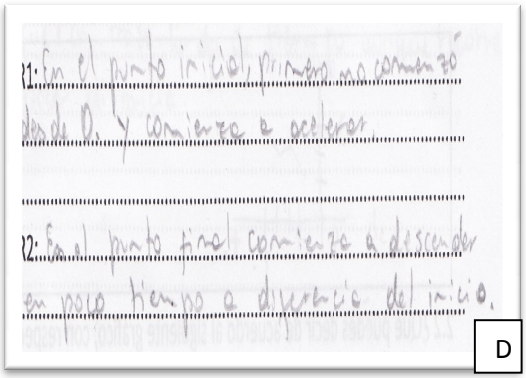

R1: que empieza desde 0 con velocidad y termina ei
F

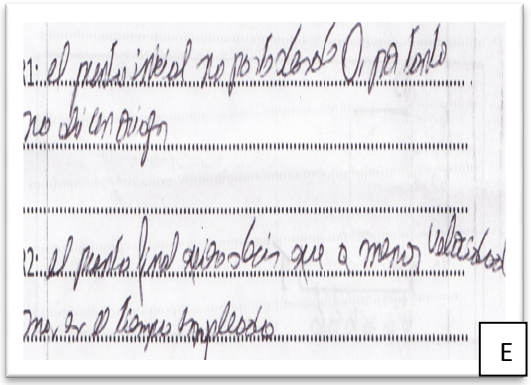
Grupo II.

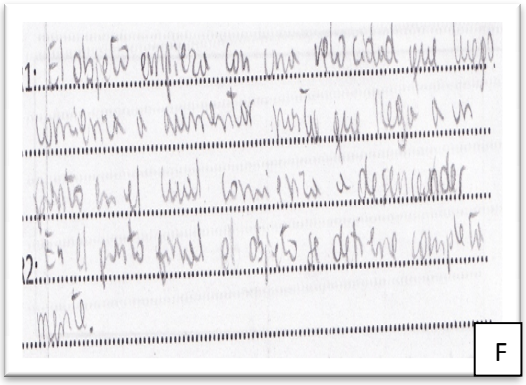

A

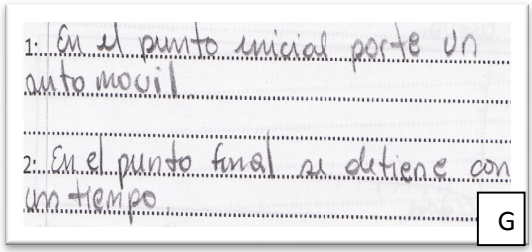

B

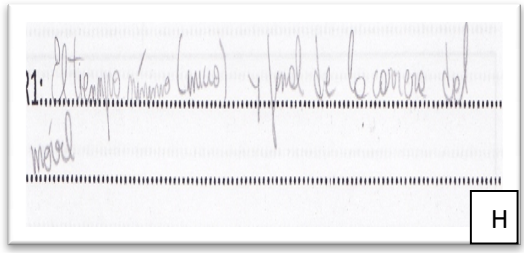

C


D


E

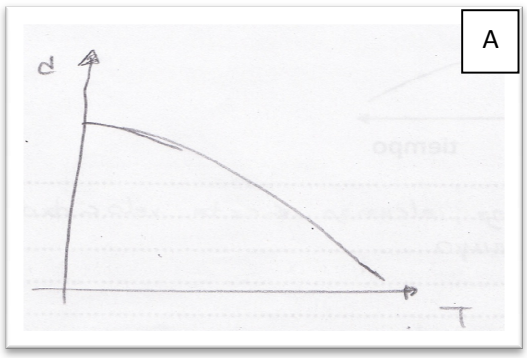

F

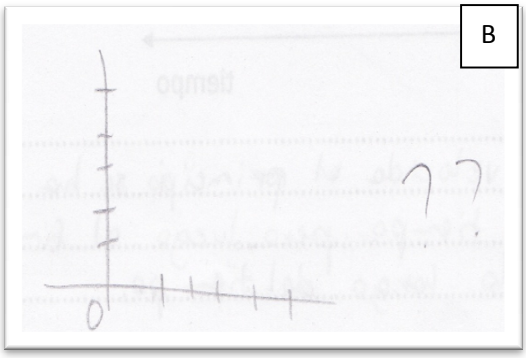

G

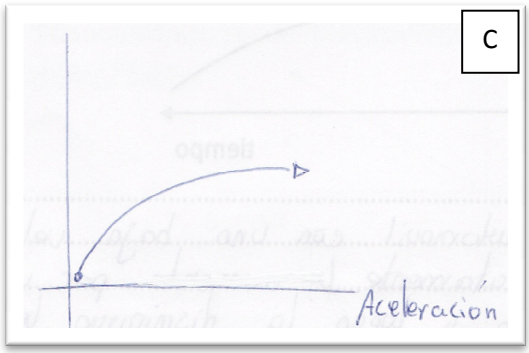

H

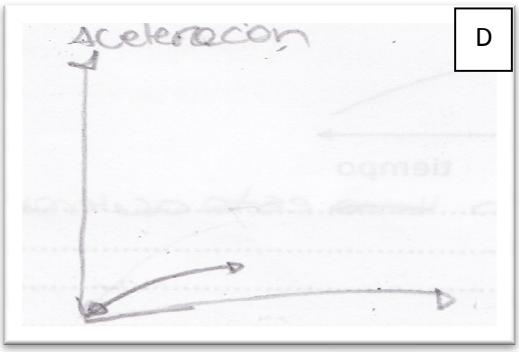
2.4 ¿Cómo interpretas gráficamente, el punto de menor aceleración? Grafica dicha situación.

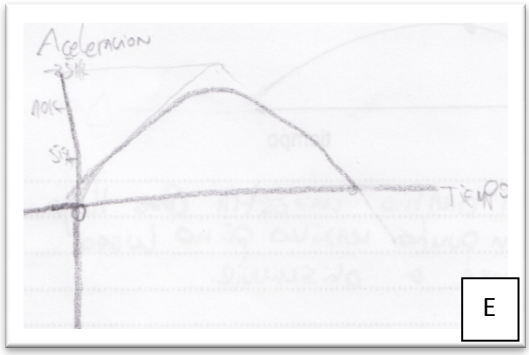
Grupo III.



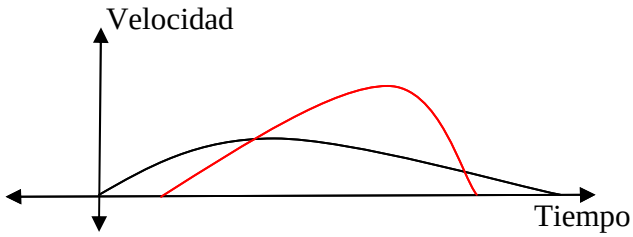


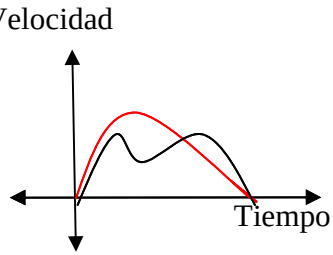




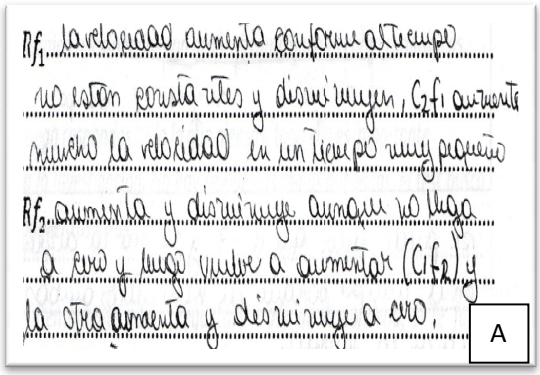


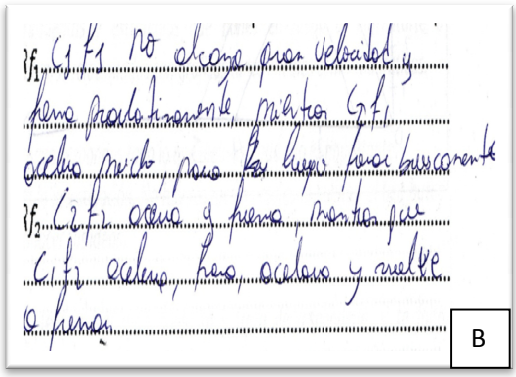
2.5 ¿Cómo interpretas estas gráficas, relacionadas con el fenómeno en cuestión (aceleración de un automóvil)? Explica.

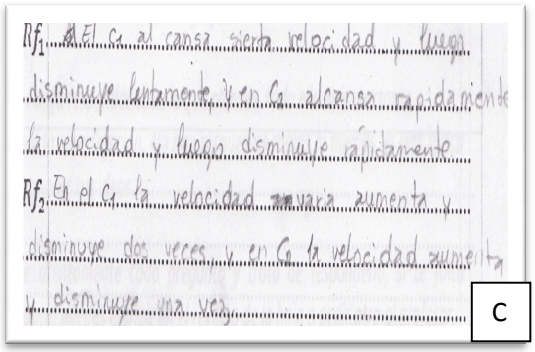


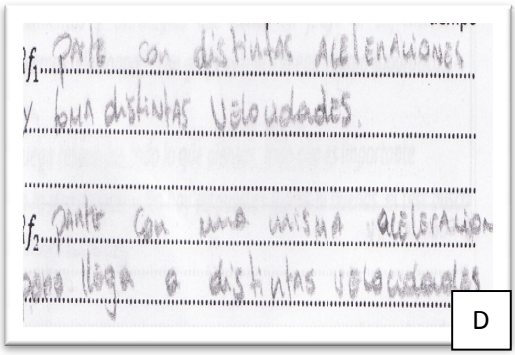


Grupo I.

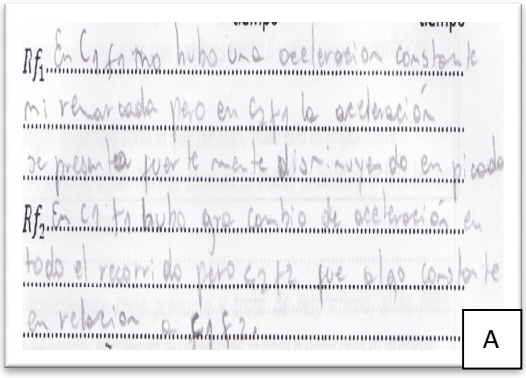


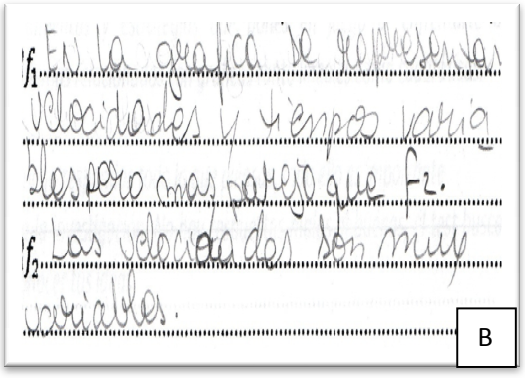


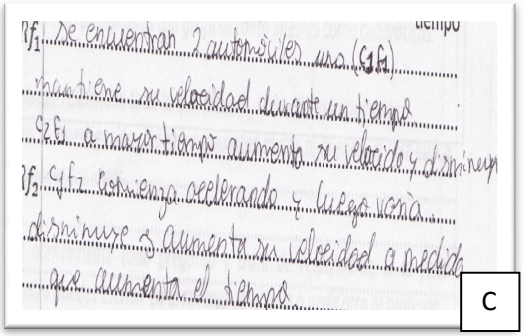


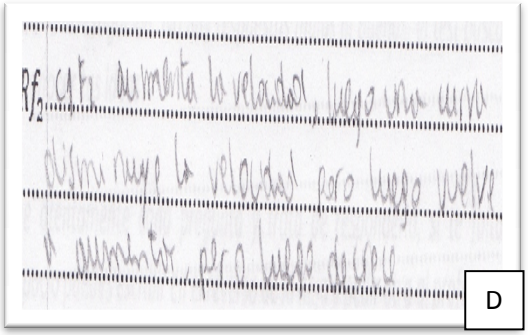


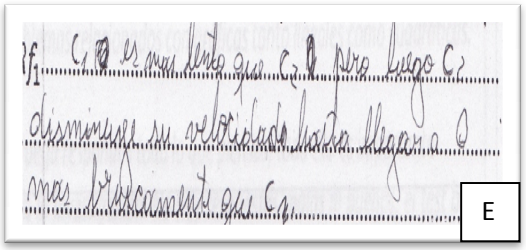
Grupo II.



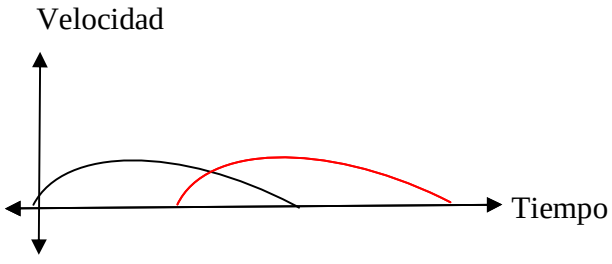




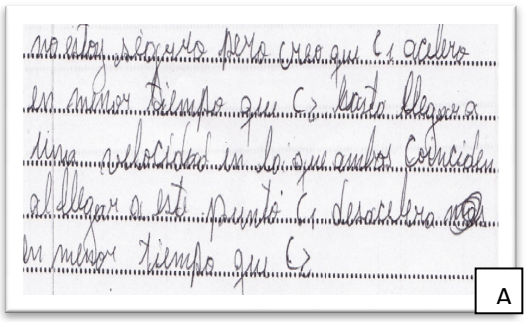


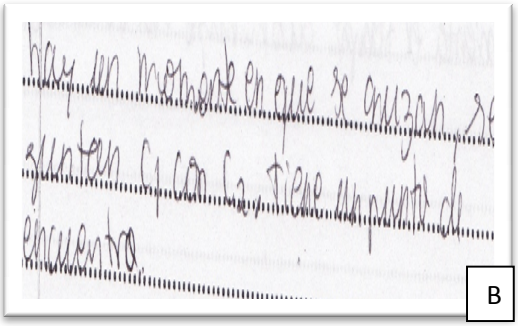


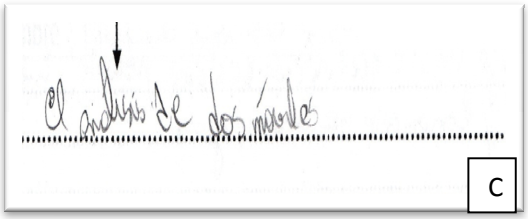
2.6 Si una de las gráficas la movemos hacia la derecha, como lo indica la siguiente figura ¿Qué significado tiene en el fenómeno ilustrado?

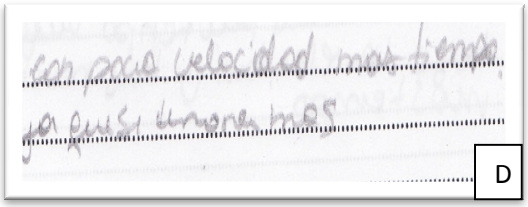


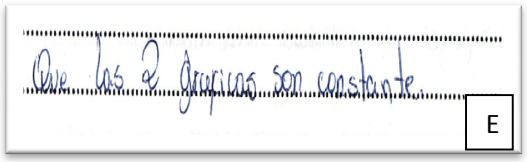
Grupo III.


A


B

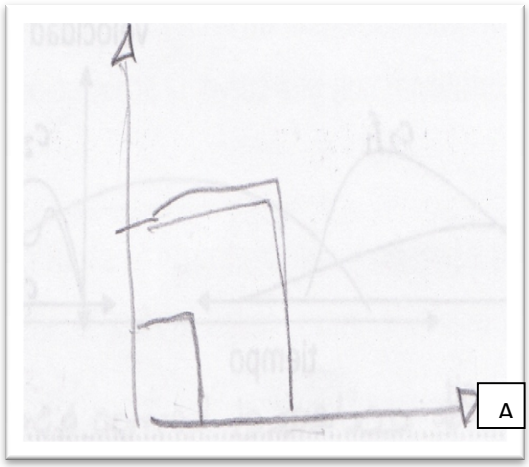

C

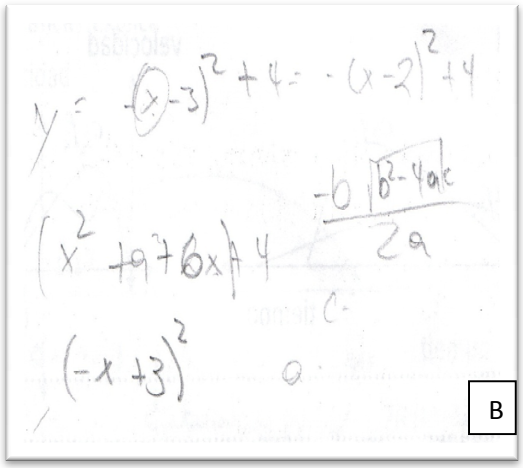

D

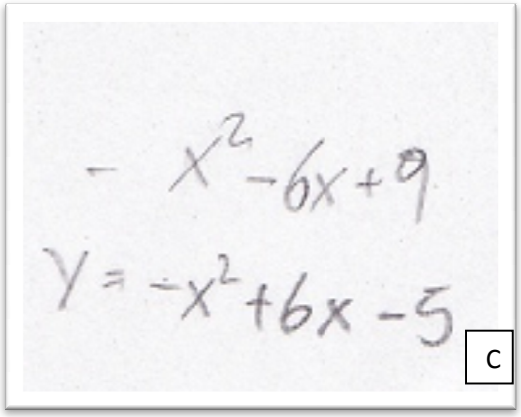

E

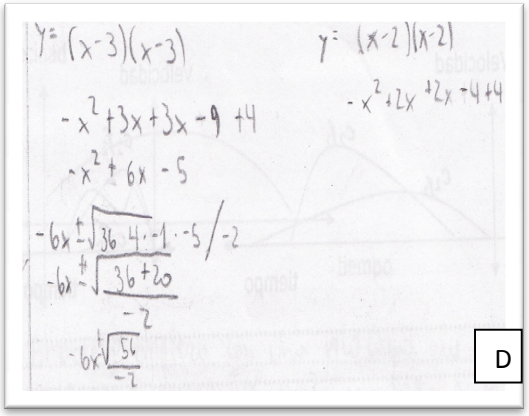
2.7 Relaciona las siguientes ecuaciones con el fenómeno antes ilustrado. $y = -(x-3)^2 + 4$ *e* $y = -(x-2)^2 + 4$**. Luego grafica la situación planteada.**

Grupo II.

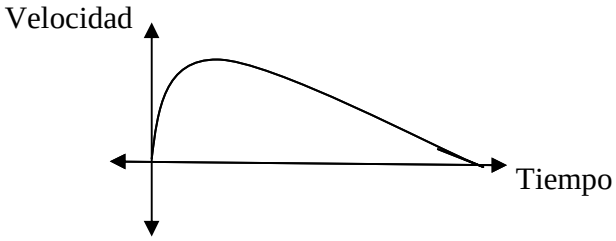




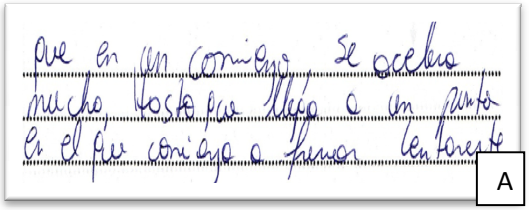


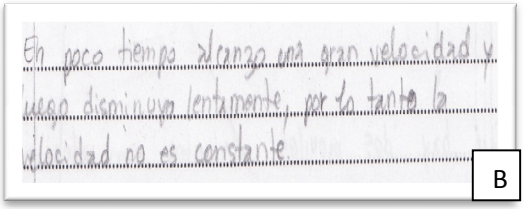


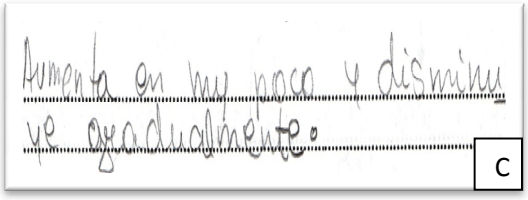
2.9 De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué puedes decir en torno a la aceleración en las variables velocidad-tiempo?

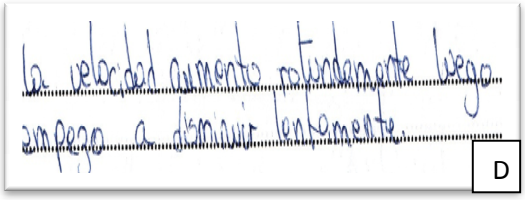


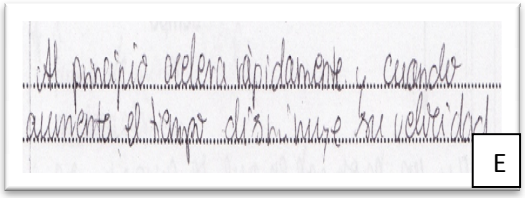
Grupo I.

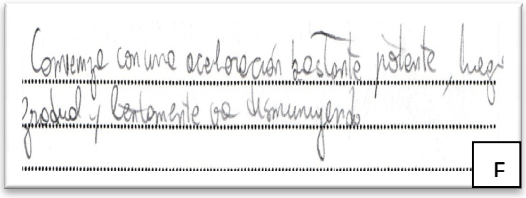




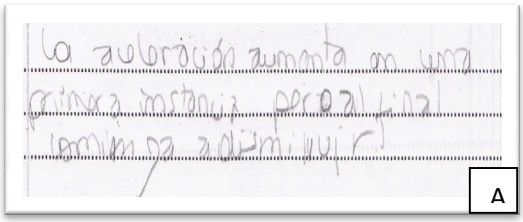


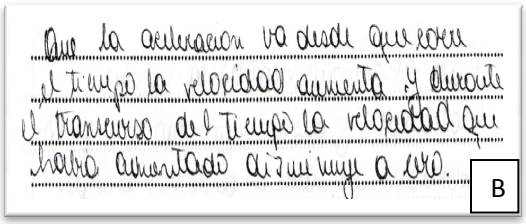


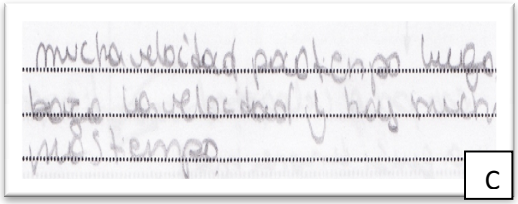


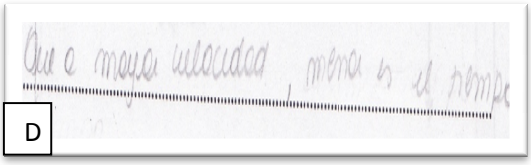


Grupo II.

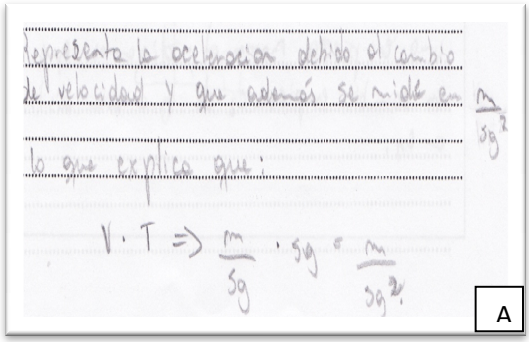


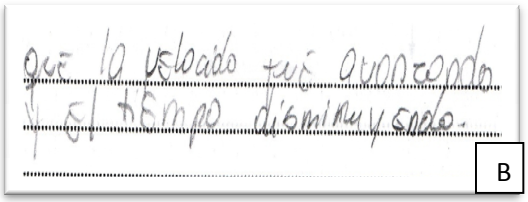


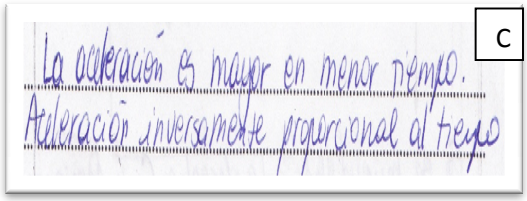


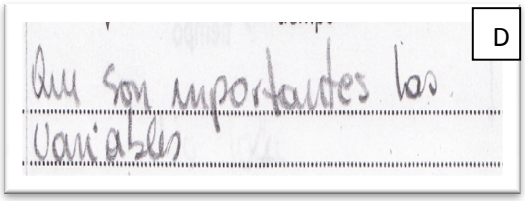


Grupo III.


representa la aceleración debido al cambio
de la velocidad y que además se mide en
lo que explica que:
V · T => m/sg · sg = m/sg²
A


que la velocidad fue avanzando
y el tiempo disminuyendo.
B


La aceleración es mayor en menor tiempo.
Aceleración inversamente proporcional al tiempo
C


Que son importantes las
variables
D

Anexo C.

Aplicación:

El test se aplica el día martes 17 de noviembre de 2009, en el horario de 8:20-9:30, comenzando la entrega de resultados por parte de los estudiantes a partir de las 8:45am.

Algunos incidentes relevantes:

- El retraso en la llegada de algunos estudiantes.
- Control de Química en la hora siguiente.
- El cambio o separación del curso luego de pasar la lista (humanistas y científicos).
- En general no hubo grandes ruidos.

Interrogantes surgidas por los estudiantes:

- En la pregunta 1.7 ¿A qué se refiere con origen?
- En la pregunta 1.2 ¿Tengo que poner en 30 minutos y los otros también, al ladito?
- En la pregunta 2.5 ¿Qué significa las dos curvas, puede ser un auto o dos autos?
- En la pregunta 1.8 ¿Qué significa desplazar la gráfica? ¿Cómo? ¿La puedo alargar?

Comentarios sobre la toma del test:

- Algunos contestan señalando que no se les ha enseñado lo que se pregunta.
- No entienden la pregunta, pocos (dos o tres alumnos).
- La mayoría de los que si respondió se acercaba a lo que esperabas, la mayoría interpreta adecuadamente los gráficos
- En la pregunta 2.7 son pocos los que la respondieron y los que la respondieron solo dos iniciaron algo para analizar.
- No logran recordar o hacer conversión de la función con la gráfica.
- Faltas de ortografía.
- Escasa relación grafica-algebra.

PRIMER FENÓMENO.

Un autobús se desplaza a una velocidad constante de 98km/hr

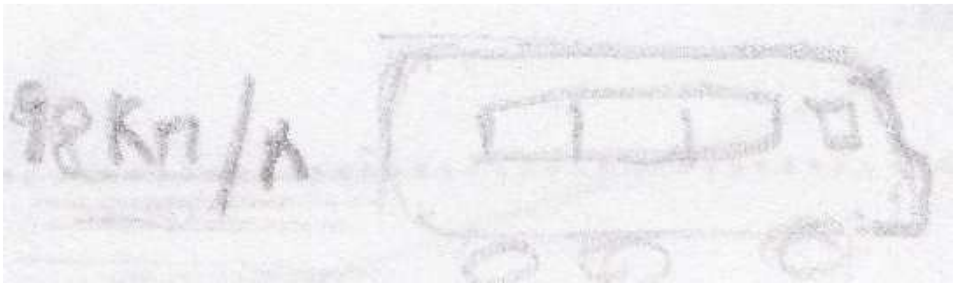
1.1 Representa la situación

Con esto se pretende que el alumno o alumna haga uso de un amplio abanico de posibilidades u opciones para elegir, ya que puede optar por hacer un gráfico en el plano cartesiano por ejemplo, expresarlo de forma escrita, o un dibujo cualquiera, etcétera.

Mide:

- Interpretación y análisis de información.
- Interpretación y uso de variables.

Alumno 1. Realiza un dibujo icónico mostrando un autobús y escribe su velocidad.



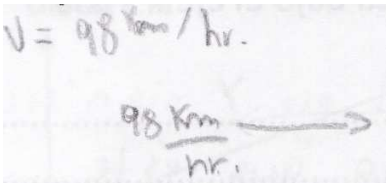
Interpretación y análisis de información:

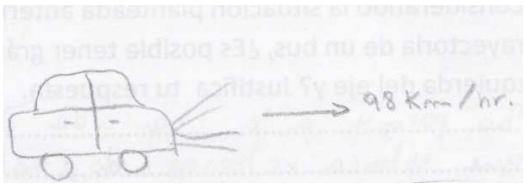
No significa en el dibujo la rapidez o no del móvil.

Interpretación y uso de variables:

Reconoce la velocidad como un sólo dato.

Alumno 2. Realiza un dibujo icónico mostrando un automóvil con su velocidad y agrega una flecha indicando el sentido del movimiento.





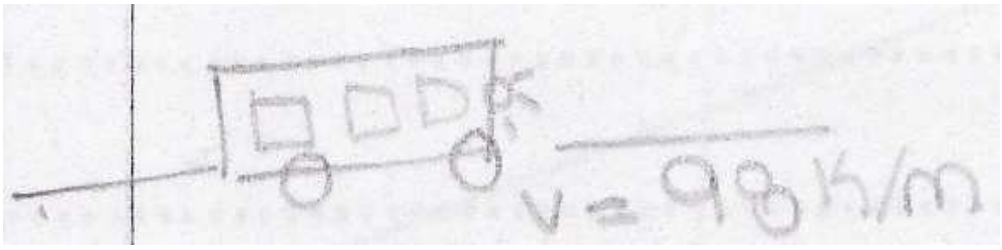
Interpretación y análisis de información:

Coloca sólo la velocidad como variable, le agrega una flecha para indicar sentido.

Interpretación y uso de variables:

Reconoce el sentido del movimiento con una flecha y la variable velocidad como un sólo dato.

Alumno 3. Realiza un dibujo icónico mostrando un carro y escribe la velocidad.



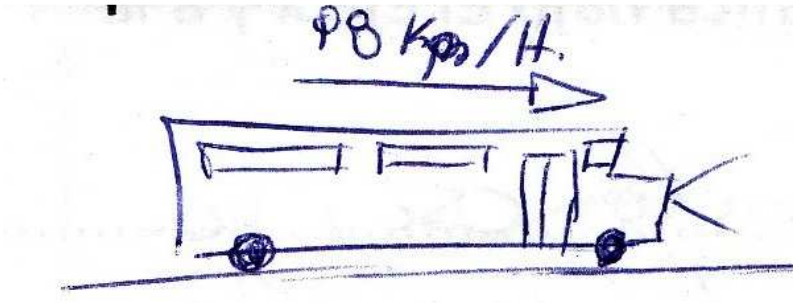
Interpretación y análisis de información:

No significa en el dibujo la rapidez o no del móvil.

Interpretación y uso de variables:

Escribe la velocidad como una única variable.

Alumno 4. Realiza un dibujo icónico para representar la situación, escribe su velocidad.



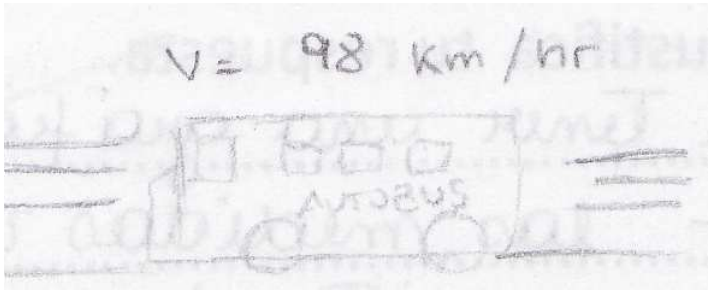
Interpretación y análisis de información:

La velocidad es un vector que señala la dirección y sentido en que se mueve el bus.

Interpretación y uso de variables:

Escribe velocidad como única variable.

Alumno 5. Realiza un dibujo icónico para ilustrar el movimiento del autobús.



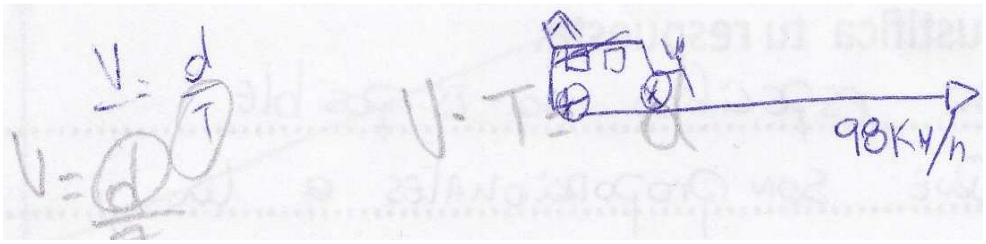
Interpretación y análisis de información:

Entiende que el autobús va rápido.

Interpretación y uso de variables:

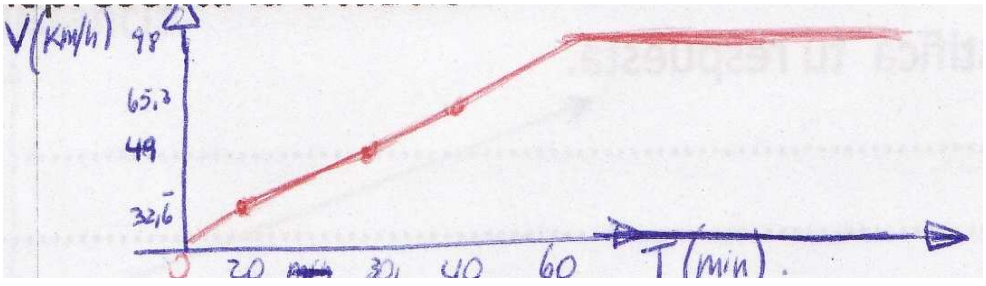
Reconoce sólo la velocidad como un dato, que interpreta al darle líneas de velocidad al dibujo del bus.

Alumno 6. Efectúa un dibujo icónico de la situación indicando el sentido del movimiento.



Interpretación y análisis de información:

Alumno 7. Este alumno realiza un gráfico en un plano cartesiano, pero agrega variables velocidad-tiempo.



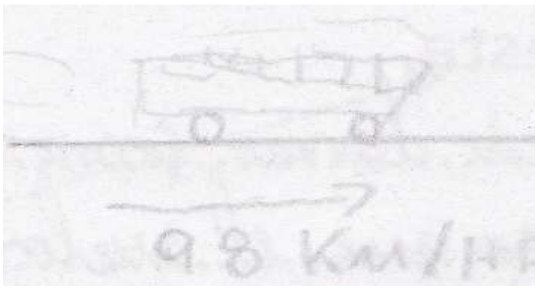
Al interpretar la situación, usa grafico velocidad-tiempo y considera un periodo de crecimiento de la velocidad. Hasta alcanzar la velocidad constante del problema.

Lo anterior muestra que el cero del gráfico es asociado con el origen del movimiento, el autobús partió de cero, hasta alcanzar su velocidad constante.

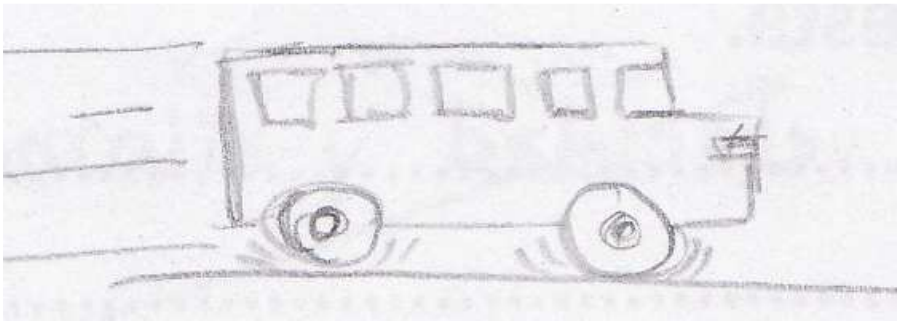
Significado del origen del gráfico: Origen del movimiento

Alumno 8. No responde.

Alumno 9. Dibuja un autobús y escribe su velocidad.

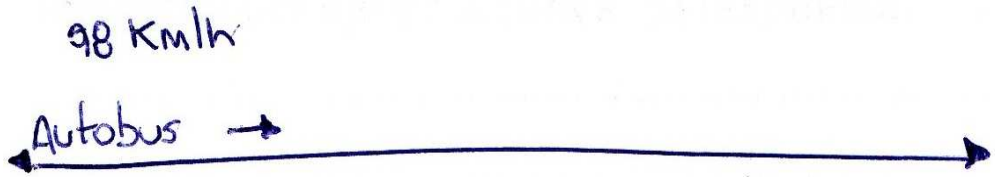


Alumno 10. Dibuja un autobús en movimiento.

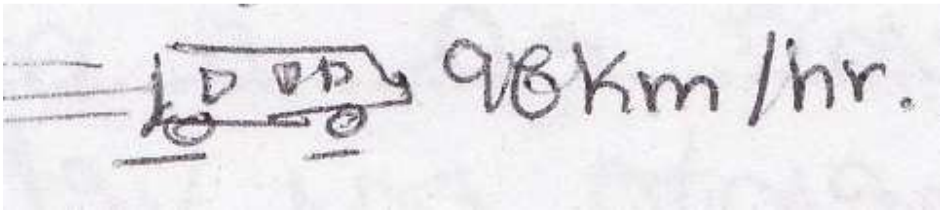


Alumno 11. No responde.

Alumno 12. Escribe “autobús” con una flecha e indica la velocidad.



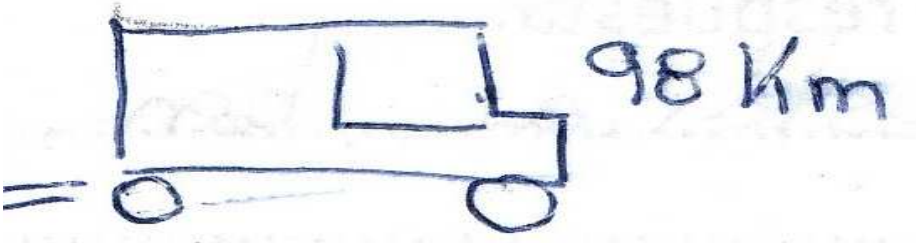
Alumno 13. Escribe “el desplazamiento y la velocidad del autobús” y realiza un dibujo con su velocidad.



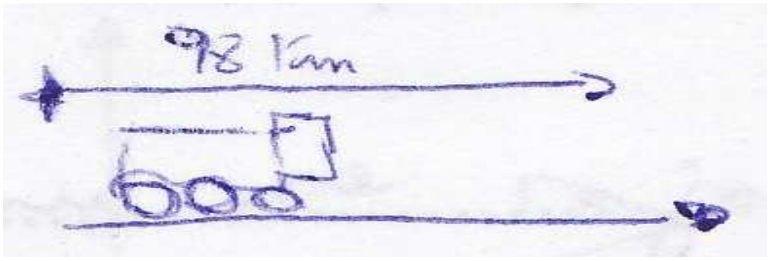
Alumno 14. Escribe “no lo se hacer”.



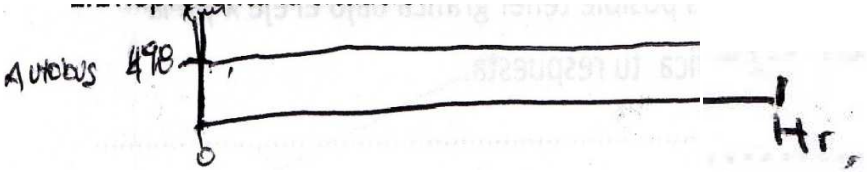
Alumno 15. Dibuja un autobús en movimiento y agrega 98 km.



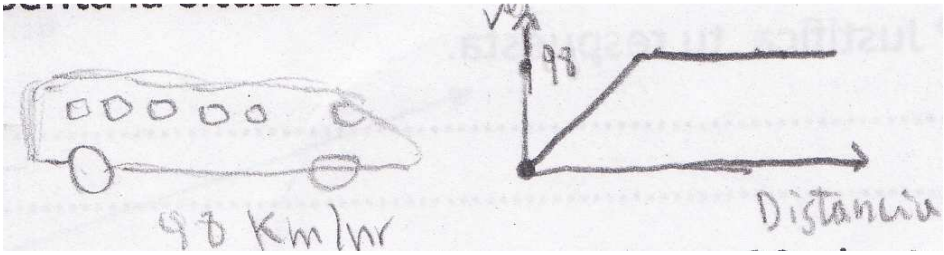
Alumno 16. Elabora un dibujo icónico de un móvil, agrega dirección con flecha horizontal, sentido y distancia.



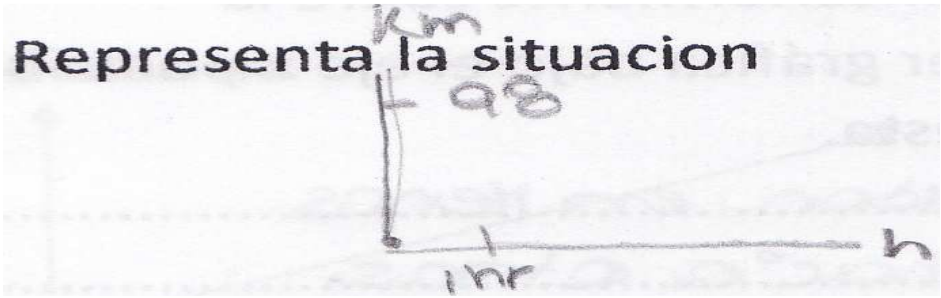
Alumno 17. Escribe “autobús” y agrega un eje vertical intersectado con uno horizontal con variables km y hr respectivamente.



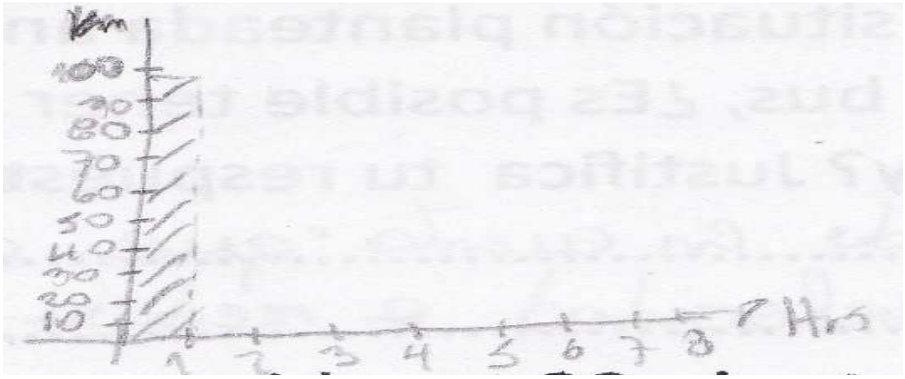
Alumno 18. Dibuja un autobús y agrega la velocidad, además de un gráfico distancia-velocidad.



Alumno 19. Dibuja dos ejes y agrega variables km-h.

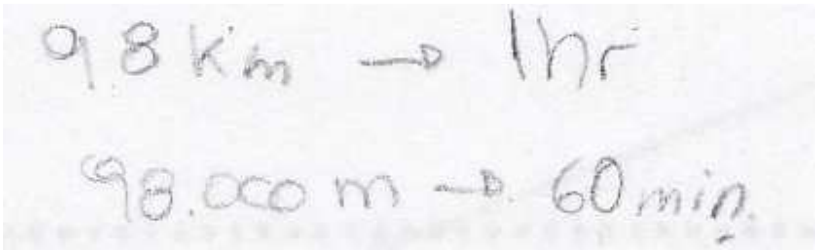


Alumno 20. Dibuja dos ejes con variables km-Hr y agrega numeración de los ejes.

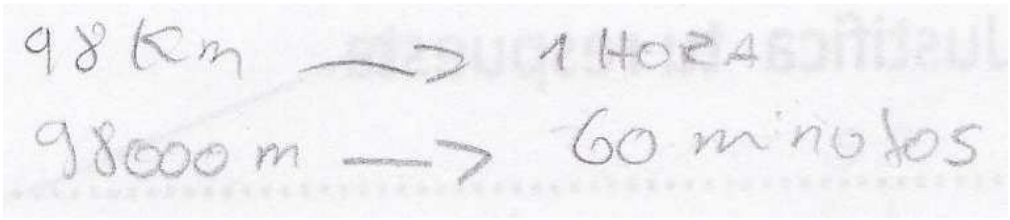


Alumno 21. No responde.

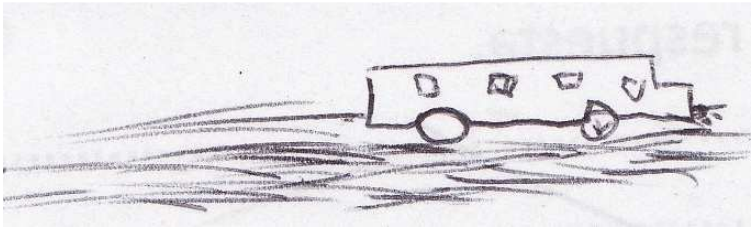
Alumno 22. Relaciona 98km con 1hr y 98.000m con 60min.



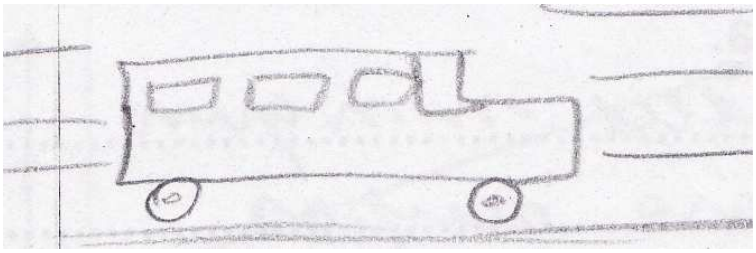
Alumno 23. Respuesta similar a la anterior.



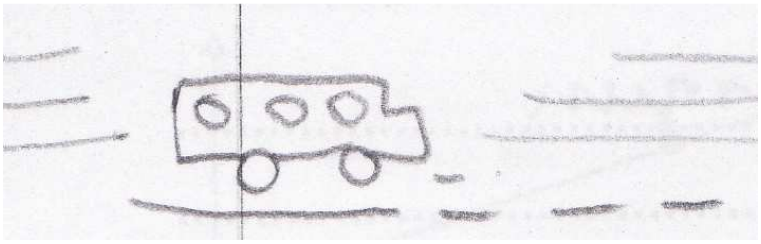
Alumno 24. Realiza un dibujo icónico de un autobús en movimiento.



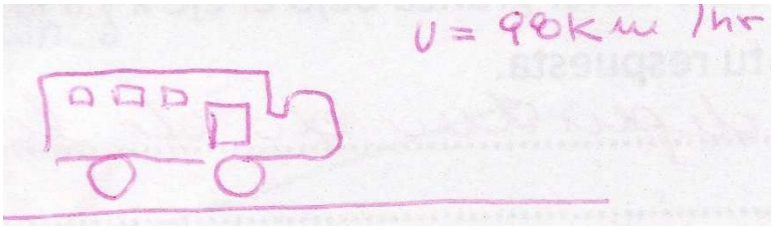
Alumno 25. Confecciona un dibujo icónico representando un autobús en movimiento.



Alumno 26. Elabora un dibujo icónico de un autobús en movimiento.



Alumno 27. Realiza un dibujo de un autobús en movimiento y su velocidad de 98km/h.



1.2¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 20minutos?

a. ¿En 30 minutos?

b. ¿En 40 minutos?

En esta pregunta se espera que los alumnos puedan concebir lo que representa km/hr como un dato, que puedan identificar las variables en juego, como lo es distancia y tiempo. Otra intensión es saber cómo calculan o qué método utilizan para calcular con otros valores, se espera que utilicen por ejemplo, proporcionalidad directa o regla de tres.

Mide:

- Cómo los alumnos y alumnas articulan el fenómenos con la parte algebraica.
- La capacidad de generalizar.
- Comprensión e interpretación de datos o variables.

Alumno 1. En 20 minutos 32km, en 30min. 49km y en 40min. 65km, utiliza regla de tres para calcular.

Reconoce las variables involucradas y usa regla de tres. No usa algebra solo aritmética
Comprende los valores

Alumno 2. Obtiene como resultado 2940 km en 30min. 3920 km en 40min. Y 1920 km en 20min. Escribe la fórmula de velocidad y multiplica 98 por 20, lo que le da como resultado 1960, luego multiplica 98 por 30 y le da 2940.

Utiliza la fórmula de V=d/t,
Luego reemplaza y despeja la ecuación.
No reconoce que la velocidad está dada en horas y ella lo mezcla con minutos
Hay un uso de la formula física.
Idea más funcional
Alumno 3. Escribe la velocidad de 98km/hr

Intenta una especie (ilustrarla) regla de tres
Una (hora????) es a 98 como veinte es a X

Hay una no significación de las unidades de medida.
No lo tiene claro porque no sigue el cálculo

Alumno 4. Utiliza regla de tres, relaciona 98km con 1hr y x km con 0,5 hr. Obteniendo como resultado 49km, luego multiplica 98 por 0,3 obteniendo como resultado 29,4km pues los 20min.lo escribe como 0,3hr.

Usa regla de tres, si cambia las unidades para que estén todas iguales
Calcula

Alumno 5. Escribe 93,6km en 30min.155km en 40 min. Y 81,6km en 20min. No hay cálculos.
Alumno 6. "En 20min recorre 29,4km con velocidad constante de 98km/hr, en 30min recorre la mitad 49km con velocidad constante de 98km/hr, en 40min recorre 58,8 km con velocidad constante de 98km/hr" no hay cálculos.
Alumno 7. En 20min recorre "32,6km/h" en 30min "49km/h" y en 40min "65,3km". No hay cálculos.
Alumno 8. En 20min "32km", en 30min "48km" y en 40min "64km".
No hay cálculos.
Alumno 9. En 20min "29,4km", en 30min "49,0km" y en 40min "68,8km".
No hay cálculos.
Alumno 10. En 20min "32,60km", en 30min "48,9km" y en 40min "65,2km". Utiliza regla de tres, dividiendo 98 en 60 y multiplicándolo por 20, por ejemplo, lo que da como resultado 32,6.
Alumno 11. No hay respuesta.
Alumno 12. En 20min "32,6km/h", en 30min "49km" y en 40min "65,2km".
No hay cálculos.
Alumno 13. En 20min "30km".
No hay cálculo.

Alumno 14. En 20min “32,6km”, en 30min “49km” y en 40min “65,3km”. Utiliza regla de tres. 98 es a 60 como x es a 20.

Alumno 15. “en 20min 32,6km, en 30min 49km y en 40min 73,5km”.

No hay cálculos.

Alumno 16. En 20min “32” en 30min “49” y en 40min “65”.

No hay cálculos.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. En 20min “32,66km” en 30min “49km” y en 40min “65,33km”.

No hay cálculos.

Alumno 20. En 20min “32km” en 30min “49km” y en 40min “65km”.

Utiliza regla de tres.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. En 20min “326m”, en 30min “490km” y en 40min “653m”.

Utiliza regla de tres, relacionando 98000m con 60min y x con 20min.

Alumno 23. No hay respuesta.

Alumno 24. En 20min “30km”, en 30min “40km” y en 40min “50km”.

No hay cálculos.

Alumno 25. No se entiende la respuesta.

Alumno 26. Propone regla de tres pero no calcula.

Alumno 27. No se entiende la respuesta.

1.3 Si en 20minutos recorre 30km y luego recorre 20km en 15minutos ¿Qué habrá pasado con la velocidad? ¿Cómo podrías graficar esa situación?

Alumno 1. La velocidad aumenta 10km por cada 5 minutos

Una pequeña variación en la distancia no cambia la aproximación de la velocidad.

El grafico: una línea recta,

Grafica solo dos puntos, que por errores de las escalas no evidencia cambio de pendiente

Alumno 2. La velocidad sigue casi constante, igual.

Pequeñas variaciones no hacen cambio en la distancia

Alumno 3. Lo que paso con la velocidad fue que aumentó y ya no fue constante.

Reconoce un cambio,

Ay una noción de constante= no cambia, luego la variable deja de ser constate

Alumno 4. La velocidad disminuye por ello se demora más tiempo en recorrer la misma distancia.

Tiene una buena idea de lo que sucede sabe que a pesar de que tanto distancia como tiempo disminuyen la velocidad a de haber bajado. No lo corrobora.

Alumno 5. La velocidad ya no es constante aumenta y disminuye.

Alumno 6. La velocidad es constante en ese caso se hace un gráfico distancia/tiempo a una v=98km/h

Alumno 7. La velocidad se redujo en un 20% aproximadamente. Se puede graficar con la velocidad que ocupa en las dos situaciones y la distancia que recorre.

Alumno 8. La velocidad disminuye de 90km/hr a 80km/hr.

Alumno 9. La velocidad a disminuido por lo que hace que la distancia sea proporcional y también baje.

Alumno 10. La velocidad a disminuido.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. Claramente aumentó la velocidad ya que disminuyó los minutos.

Alumno 13. Disminuye su velocidad a menos tiempo.

Alumno 14. La velocidad disminuye un poco su velocidad o se puede mantener constante.

Alumno 15. La velocidad habrá disminuido considerablemente.

Alumno 16. El tiempo disminuye, la velocidad se mantiene.

Alumno 17. Lo que ocurrió fue que la velocidad no fue la misma en los dos recorridos, es decir que en el 2º recorrido fue a menos velocidad.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. Siguió constante.

Alumno 20. La velocidad ha ido disminuyendo.

Alumno 21. La velocidad disminuye.

Alumno 22. La velocidad aumentó en 10km.

Alumno 23. La velocidad del autobús disminuyo.

Alumno 24. La velocidad es directamente proporcional con el tiempo es decir a menor velocidad menor son los kilómetros recorridos.

Alumno 25. La velocidad disminuye.

Alumno 26. La velocidad varía.

Alumno 27. En un principio aumentó su velocidad y luego disminuyó.

1.4 Considerando la situación planteada anteriormente sobre la trayectoria de un bus, ¿Es posible tener gráfica bajo el eje x y a la izquierda del eje y? Justifica tu respuesta.

Alumno 1. No responde.

Alumno 2. No porque a la izquierda del eje y significa que estaría retrocediendo; salvo que éste retroceda.

Alumno 3. Si se puede obtener.

Alumno 4. No, no es posible graficarlo así, ya que si ponemos el eje x a la izquierda decimos que es negativo, y la velocidad o el tiempo nunca pueden ser negativos.

Alumno 5. No se puede tener una gráfica con trayectoria o medidas – las medidas no pueden ser negativas así que distancias de autos, buses etc. tienen que ser positivas.

Alumno 6. En este caso específico no es posible debido a que son proporcionales a la distancia/tiempo.

Alumno 7. No responde.

Alumno 8. Si, ya que es la estructura de un gráfico.

Alumno 9. Bajo el eje x (distancia) si porque se puede tomar como retroceso del cuerpo pero el eje y no lo creo ya que el valor del tiempo no puede ser negativo.

Alumno 10. No ya que se considera la velocidad y kilómetros recorridos.

Alumno 11. No responde.

Alumno 12. No responde.

Alumno 13. No es necesario ya a mayor tiempo aumenta su velocidad.

Alumno 14. No porque las distancias no son negativas.

Alumno 15. Si porque igual estaría bien de las 2 formas.

Alumno 16. No por que un bus no puede viajar en un tiempo de -1 minuto.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. No responde.

Alumno 19. Por que no puede quedar en menos ya que uno no avanza hacia atrás.

Alumno 20. Se puede, tomando en cuenta que el automóvil puede disminuir su velocidad a medida que pasa el tiempo.

Alumno 21. No responde.

Alumno 22. "no logro entender la pregunta".

Alumno 23. "no logro entender la pregunta".

Alumno 24. No responde.

Alumno 25. No porque no aparece ningún numero negativo para ocupar esto.

Alumno 26. No porque no aparece ningún número negativo.

Alumno 27. Si es posible dependiendo de la situación.

1.5 ¿Qué velocidad debe llevar el autobús para recorrer 360km en un tiempo de 240minutos, si la velocidad es constante? ¿Podrías graficar dicha situación?

Alumno 1. No responde.

Alumno 2. 360:4=9km/h

Alumno 3. No responde.

Alumno 4. 240:60= 4hr, 90 km/hr

Alumno 5. Gráfica.

Alumno 6. V= 360: 240min=v= 360:4 v= 90km/h. Realiza un gráfico, tipo plano cartesiano, relacionando una hora con 90km, dos horas con 180km...

Alumno 7. Logra encontrar la velocidad de 90km/hrs y realiza un gráfico relacionando 60 minutos con 90 km pero luego continúa con una línea horizontal como constante.

Alumno 8. 360:4=90km/h

Alumno 9. No responde.

Alumno 10. Debe llevar 90km/h. Gráfico que relaciona 4 con 90, luego continúa con línea horizontal.

Alumno 11. V=D/T; v=360.000m/ 240min; v= 1500m.

Alumno 12. Gráfico distancia-tiempo, relacionando 1 con 90, 2 con 180...4 con 360.

Alumno 13. Dos ejes cortados de forma perpendicular tipo plano cartesiano con variables tiempo-distancia.

Alumno 14. 90km/h , gráfico que relaciona 60 con 90, 240 con 360.

Alumno 15. Relación de variables distancia en eje horizontal y tiempo en eje vertical, flecha de forma oblicua entre los dos ejes.

Alumno 16. Debe llevar una velocidad constante de 0,6(km), gráfico que relaciona las variables distancia-tiempo, con línea oblicua y un signo de interrogación.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. 90km/h, 360:240; 360:4=90; dibujo icónico de un auto en movimiento.

Alumno 19. Dos flechas cortadas de forma perpendicular y otra flecha de forma horizontal.

Alumno 20. Dos ejes cortados de forma perpendicular, relacionando 360km con 240minutos, línea segmentada de forma oblicua entre los dos ejes.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No hay respuesta.

Alumno 23. No hay respuesta.

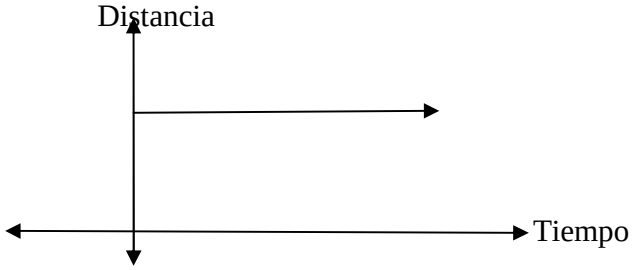
Alumno 24. Gráfico tipo plano cartesiano distancia-tiempo, relacionando 240 con 360km aproximadamente.

Alumno 25. No hay respuesta.

Alumno 26. No hay respuesta.

Alumno 27. Dibujo icónico de bus en movimiento sobre línea horizontal. Tiempo = 240min.....360km.

1.6 ¿Qué fenómeno distancia-tiempo puedes imaginar representado por el siguiente gráfico? Explica.



Alumno 1. No hay respuesta.

Alumno 2. La velocidad debido a que se calcula por el tiempo en recorrer, dividido por la distancia recorrida; aunque la relación es distancia tiempo lo cual el resultado puede ser $velocidad^{-1}$.

Alumno 3. Que la distancia que recorre es en un tiempo determinado.

Alumno 4. Que voy reduciendo la velocidad ya que avanzo la misma distancia pero en una mayor cantidad de tiempo.

Alumno 5. De cierta manera si se podría clasificar aunque la distancia debería cambiar si el tiempo aumenta, pero si no lo hace distancia-tiempo podrían ser constantes.

Alumno 6. Lo que puedo imaginar es que no tiene movilidad por lo cual el tiempo sigue pero no la distancia.

Alumno 7. Imagino datos con una velocidad constante, porque el eje y contiene a la distancia; lo cual se mantiene desde un punto a otro, constante.

Alumno 8. La distancia se mantiene.

Alumno 9. Que la distancia y el tiempo son valores constantes.

Alumno 10. La distancia es constante mediante avanza el tiempo.

Alumno 11. Que un automóvil se encuentra en una determinada distancia sin despasarse.

Alumno 12. Que el vehículo se encuentra detenido.

Alumno 13. En la misma distancia se mantiene cierta cantidad de tiempo. Siempre en la misma distancia.

Alumno 14. Que hay un reposo ya que el tiempo aumenta pero la distancia no.

Alumno 15. Que el tiempo y la distancia son constantes ya que en el gráfico el tiempo no aumenta ni disminuye al igual que la distancia.

Alumno 16. No hay respuesta.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. Que la velocidad es constante.

Alumno 20. El tiempo avanza y el objeto, automóvil o persona está estático.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. Este gráfico explica cuanta distancia recorre un móvil y en cuanto tiempo lo hace.

Alumno 23. No logro comprender la pregunta.

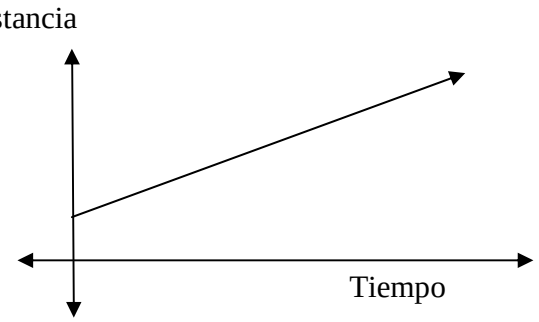
Alumno 24. Este gráfico quiere decir que el tiempo es mucho mayor que la distancia recorrida.

Alumno 25. Un auto de carreras el tiempo que se demora y cuanto recorrió en todo ese tiempo.

Alumno 26. Un auto de carrera que da su distancia y tiempo.

Alumno 27. Dibujo icónico. " el koala quiere llegar a la comida pero esa comida esta a una distancia 15km debe caminar para comerla.

1.7 ¿Qué fenómeno podrías asociar al siguiente gráfico?¿ Cómo interpretas el hecho de que la gráfica no está en el origen?. Explica



Alumno 1. No hay respuesta.

Alumno 2. Corresponde al fenómeno de la velocidad. Debido a que siempre el objeto tuvo movimiento a también puede que valla disminuyendo la velocidad pero la flecha indica que va aumentando.

Alumno 3. Que la distancia va aumentando a la medida que pasa el tiempo.

Alumno 4. Que se va avanzando, ya que a medida que pasa el tiempo, voy recorriendo más distancia. Que no comienza en distancia =0, si no que ya había avanzado cuando comienza a correr el tiempo.

Alumno 5. La distancia comienza a aumentar conforme aumenta el tiempo, también se puede asociar que es constante a medida que avanzan. Que la distancia comienza a partir no de cero sino de una medida que se fue recorriendo desde cero pero en los tiempos.

Alumno 6. El origen no viene del punto 0 sino que viene de algún numero negativo debido al tipo de grafico en que se encuentra.

Alumno 7. La velocidad va aumentando, la distancia es directamente proporcional al tiempo. No está en el origen porque se tomaron los datos desde cierta velocidad.

Alumno 8. Que los valores del grafico van en aumento.

Alumno 9. De que la distancia aumenta al transcurrir el tiempo. Porque el cuerpo o móvil

Alumno 10. Mientras avanza el tiempo la distancia también avanza, por lo tanto son proporcionales. De que anteriormente ya había una distancia recorrida antes de que se grafique.

Alumno 11. El movimiento de un automóvil en un tiempo determinado. Que el automóvil partió de una distancia determinada.

Alumno 12. Porque partió ya habiendo recorrido un tramo del camino.

Alumno 13. Fenómeno distancia-tiempo. Ya que no se encuentra en el punto de inicio.

Alumno 14. No hay respuesta.

Alumno 15. Porque no parte del punto de inicio que debería partir.

Alumno 16. Porque no parte del punto 0, parte de un punto mas adelante que el de inicio.

Alumno 17. Este fenómeno lo asocio a del auto que acelera, a medida que pasa el tiempo. El auto ya estaba en marcha cuando fue graficado.

Alumno 18. El agua de un hervidor calentándose hasta llegar al punto de ebullición de 100ºc. Por ejemplo el agua no esta a 0ºc al momento de ponerla en el hervidor.

Alumno 19. No hay respuesta.

Alumno 20. Va a velocidad constante. El tiempo se comenzó a tomar después que el móvil empezara su trayectoria.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. La gráfica no comienza del origen porque no empieza del punto 0 en la distancia.

Alumno 23. No se nada de gráficos.

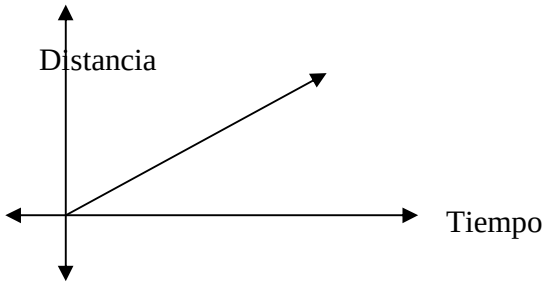
Alumno 24. Este se refiere a que no parte de un punto 0,0 es decir no se produce intersección de los ejes X e Y. El tiempo con la distancia según el grafico no son directamente proporcional.

Alumno 25. No hay respuesta.

Alumno 26. No lo se.

Alumno 27. Dibujo icónico. Argumento: porque el cohete necesita despegar en distancia hacia arriba. Porque así es más fácil de interpretar.

1.8 ¿Cómo podrías desplazar o trasladar la gráfica hacia arriba, algebraicamente. Si ésta está dada como $y = ax + b$?, ¿Qué pasará con el recorrido del móvil en el fenómeno?. Explica



Alumno 1. No hay respuesta.

Alumno 2. Aumentando un número a X sabiendo el valor de $a\ y\ b$.

Seguiría aumentando constantemente debido a que en esta ecuación el fenómeno reacciona igual con cualquier nº que sea X sin cambiar el valor de $a\ y\ b$.

Alumno 3. No hay respuesta.

Alumno 4. Habría que aumentar b.

Alumno 5. Se tendrían que ubicar los ejes X Y en la gráfica y ordenar los datos algebraicos en los ejes correspondientes.

Depende del resultado de los datos que salgan de la ubicación algebraica.

Alumno 6. No hay respuesta.

Alumno 7. No hay respuesta.

Alumno 8. No hay respuesta.

Alumno 9. No hay respuesta.

Alumno 10. No sé. No sé.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. No hay respuesta.

Alumno 14. No hay respuesta.

Alumno 15. No hay respuesta.

Alumno 16. No hay respuesta.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. No se. Recorrerá mas distancia en menos tiempo.

Alumno 20. No hay respuesta.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No nos han enseñado a graficar correctamente.

Alumno 23. No entiendo los gráficos.

Alumno 24. No hay respuesta.

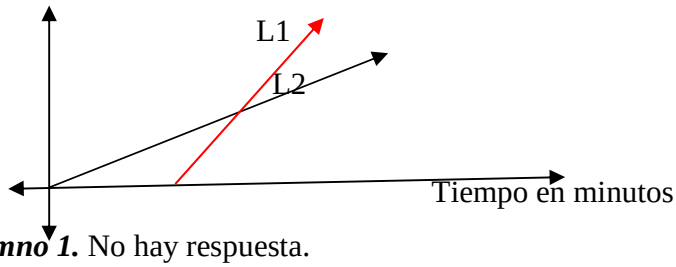
Alumno 25. No hay respuesta.

Alumno 26. No hay respuesta.

Alumno 27. No loce.

1.9 ¿Cómo varia la velocidad en el siguiente gráfico?. Explica

Distancia en km



Alumno 1. No hay respuesta.

Alumno 2. En el trazo L1 abanzó muchos más km en menor tiempo que en el trazo L2 que fue un trazo largo de tiempo aunque recorre poca distancia.

Alumno 3. La velocidad en el L1 parte de una distancia distinta a la de L2 y L2 parte de una distancia anterior y por ende recorre más y alcanza un tiempo mayor.

Alumno 4. L1 tiene una velocidad ≠ a la de L2, ya que recorren distancias iguales en tiempos diferentes, L1 a medida que aumenta el tiempo, aumenta su velocidad, más de la que lo aumenta L2.

Alumno 5. L1 al cabo de unos minutos la velocidad aumenta los kms. L2 comienza desde cero su cuenta de minutos y a medida que aumenta los minutos también lo hacen los kilómetros.

Alumno 6. Varia por el cambio de aceleración que tienen.

Alumno 7. L1 aumenta la velocidad en la mitad del tiempo que aumenta L2.

Alumno 8. La velocidad va aumentando, mas rápido en L1 que en L2.

Alumno 9. Pues de que L1 va más rápido que L2 ya que L1 primero avanzó mayor distancia en menos tiempo que L2.

Alumno 10. L1 durante un tiempo estuvo en reposo y luego tomo más distancia que L2, que partió de inmediato pero alcanzo menos distancia en mayor tiempo.

Alumno 11. L2 comenzó en una distancia de 0 km y comenzando avanzar de igual que el tiempo y L1 partió con una distancia determina y con un tiempo determinado y se detecta que alcanzo una distancia en poco tiempo.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. La velocidad varia según el tiempo que tenga a mayor tiempo menor velocidad y a menor tiempo más velocidad.

Alumno 14. L2 su velocidad y distancia es d. Proporcional al igual que en L1, pero L1 es mas veloz y por lo tanto L1 tiene mas distancia.

Alumno 15. Tienes entre ambas graficas la misma distancia aunque se encuentren separadas.

Alumno 16. L1 tiene mayor velocidad y aceleración que L2 por lo tanto L1 puede recorrer mayor distancia en menor tiempo.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. L1 tiene mayor velocidad ya que recorre en menor tiempo con mas distancia.

Alumno 20. L1 va más rapido que L2, ya que L1 lleva menos tiempo pero más distancia.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No hay respuesta.

Alumno 23. No hay respuesta.

Alumno 24. No hay respuesta.

Alumno 25. En L1 varia muy poco y en L2 varia mucho ya que parte con una velocidad 0 y avanza mucho.

Alumno 26. Varia constante.

Alumno 27. No lose.

SEGUNDO FENÓMENO.

Aceleración de un auto de carrera en una pista con curvas. La aceleración en estas pistas alcanza un punto máximo en un lugar relativamente recto, pero en cuanto nos encontramos con una curva, la aceleración comienza a disminuir.

2.1¿Qué variables están en juego dentro de la situación? Elige dos que te parezcan más relevantes, luego grafica la situación en el tiempo

alumno 1. La aceleración y la curvatura.

Alumno 2. La aceleración y el peralte, debido a que si uno acelera o no depende del peralte. Gráfico tipo plano cartesiano relacionando las variables aceleración con tiempo.

Alumno 3. Las variables serian la velocidad y el tiempo. Gráfico tipo plano cartesiano con variables velocidad-tiempo y dos curvas L1 y L2, en donde L1=pista sin curva y L2=pista con curva.

Alumno 4. Las variables en juego son el tiempo y la distancia. Gráfico tipo plano cartesiano con variables distancia-tiempo y una curva.

Alumno 5. La velocidad y la aceleración ambas tienen que medirse bien para que el auto no se volque. Dos gráficos tipo plano cartesiano, relacionando las variables velocidad-tiempo y aceleración-tiempo, ambas con sus curvas.

Alumno 6. Aceleración/distancia.

Alumno 7. La velocidad y la distancia recorrida.

Alumno 8. Distancia y tiempo. Gráfico tipo plano cartesiano relacionando las variables distancia-tiempo y una curva tipo cuadrática.

Alumno 9. No hay respuesta.

Alumno 10. Las variables son las curvas y velocidad. Dos gráficos tipo plano cartesiano relacionando variables distancia-timpo y velocidad-tiempo, la primera con una curva ascendente y otra descendente.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. La aceleración-tiempo. Gráfico tipo plano cartesiano relacionando las variables km con tiempo y una curva lineal de forma oblicua y horizontal.

Alumno 14. Velocidad.

Alumno 15. Velocidad, tiempo. Gráfico tipo plano cartesiano con variables tiempo y velocidad con una curva lineal descendente.

Alumno 16. La inclinación del suelo en la curva y lo cerrada de esta.

Alumno 17. No comprendo la pregunta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. Porque uno puede doblar mejor en la curba. Gráfico tipo plano cartesiano, relacionando las variables distancia-tiempo y curva inclinada de forma ascendente.

Alumno 20. Peralte y velocidad.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No hay respuesta.

Alumno 23. No hay respuesta.

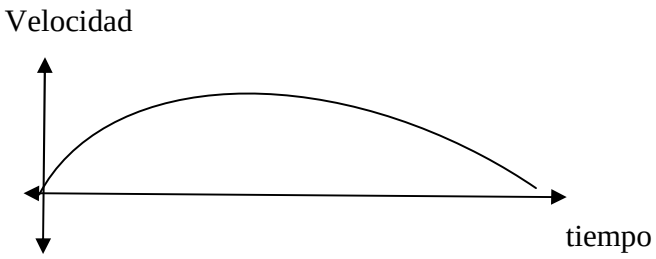
Alumno 24. Distancia y tiempo. Gráfico tipo plano cartesiano con las variables distancia-tiempo y una curva ascendente.

Alumno 25. Velocidad y grados de la curva. Gráfico tipo plano cartesiano relacionando las variables grados con velocidad.

Alumno 26. Distancia, velocidad y tiempo de curva. Gráfico tipo plano cartesiano con la variable velocidad.

Alumno 27. La velocidad y el tiempo. Dibujo icónico de un auto en una curva.

2.2 ¿Qué puedes decir de acuerdo al siguiente gráfico, con respecto a la velocidad y el tiempo en el que se desplaza un automóvil? Explica.



Alumno 1. No hay respuesta, solo una numeración de los ejes.

Alumno 2. La velocidad al principio se ha acelerado en poco tiempo pero luego al final va disminuyendo a lo largo del tiempo.

Alumno 3. Podemos decir que el móvil no consta de una veloc. Constante, ya que como se puede ver en el gráfico la velocidad aumenta en un determinado tiempo y luego vuelve a su ritmo del principio.

Alumno 4. El automóvil va acelerando ya que aumenta su velocidad, pero luego llega un punto en que desacelera o frena gradualmente perdiendo velocidad.

Alumno 5. Que iba con una velocidad constante pero comenzó a desacelerar, reduciendo haci la velocidad conforme iba pasando el tiempo.

Alumno 6. En el gráfico muestra que llega a un punto máximo pero luego comienza a disminuir.

Alumno 7. La velocidad llega hasta un punto máximo, luego comienza a disminuir mientras que el tiempo avanza.

Alumno 8. La velocidad va variando al igual que el tiempo.

Alumno 9. La velocidad aumenta al transcurrir el tiempo luego alcanza un punto máximo y comienza a disminuir.

Alumno 10. El automóvil avanza, alcanza cierta velocidad y luego la disminuyo.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. Comienza a aumentar su velocidad a la vez aumenta tiempo, luego baja la velocidad a más tiempo, va disminuyendo.

Alumno 14. No hay respuesta.

Alumno 15. El automóvil con una baja velocidad, pero inmediatamente la aumenta por un largo tiempo y luego la disminuye lentamente.

Alumno 16. No hay respuesta.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. No hay respuesta.

Alumno 19. Que al comienzo esta acelerando y luego disminuye.

Alumno 20. En cierto momento en una carrera recta el móvil acelera, luego viene una curva y este comienza a frenar.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No entiendo el fenómeno ni las preguntas perdón.

Alumno 23. No comprendo la pregunta.

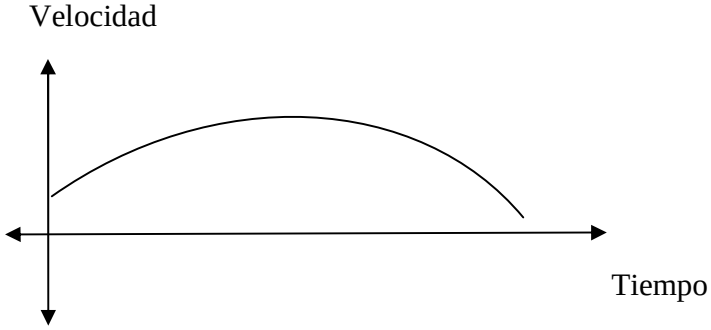
Alumno 24. A mayor tiempo mayor es la velocidad.

Alumno 25. La velocidad es la casi misma mientras avanza el tiempo, es como si ascendiera y se mantiene y luego volviera a disminuir.

Alumno 26. Tiene una velocidad rápido y llega en poco tiempo.

Alumno 27. No lo ce.

2.7 ¿Qué significado tiene el punto inicial y final de la gráfica? Explica



Alumno 1. No responde.

Alumno 2. En el punto inicial, primero no comenzó desde 0, y comienza a acelerar. En el punto final comienza a descender en poco tiempo a diferencia del comienzo.

Alumno 3. El punto inicial es donde comienza a transitar el automóvil y se puede distinguir de qué nivel parte y el punto final representa como va transitando el automóvil a medida que pasa el tiempo.

Alumno 4. El punto inicial indica cuando comienza a avanzar o desplazarse. El punto final indica el momento en que se detiene.

Alumno 5. El punto inicial indica como comienza el trayecto en este gráfico se aprecia que comienza ya con una velocidad. Punto final indica que ya había encontrado el estado constante pero comenzó a disminuir.

Alumno 6. Que debe partir de una velocidad muy baja debió a los puntos negativos llega a un punto máx y luego llega a un punto mínimo.

Alumno 7. No responde.

Alumno 8. Que objeto ya tiene una velocidad al comenzar el recorrido. La velocidad disminuye considerablemente hasta llegar a 0.

Alumno 9. En el punto inicial significa que el móvil ya estaba en movimiento y al final de la grafica significa que el móvil llega al valor 0 de ambas variables por lo que significa que se detiene.

Alumno 10. El punto inicial indica que ya había velocidad y en el punto final acaba sin velocidad significa que a medida que avanzaba de pronto comenzó a frenar.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. El punto inicial ya estaba con una velocidad con el tiempo mínimo. En el punto final disminuye velocidad y su tiempo es mayor.

Alumno 14. No hay respuesta.

Alumno 15. El punto inicial muestra desde donde se comienza todo, es el punto de partida. El punto final muestra como llego, como termino, en cuanto tiempo fue realizada la carrera.

Alumno 16. El punto inicial es con la velocidad que parte el móvil, no parte de cero por tanto este ya viene en carrera y el punto final es cuando el móvil se detiene.

Alumno 17. No hay respuesta.

Alumno 18. El objeto comienza con una velocidad que luego comienza a aumentar por lo que llega a un punto en el cual comienza a descender. En el punto final el objeto se detiene completamente.

Alumno 19. Llega a la velocidad 0.

Alumno 20. El tiempo mínimo (inicio) y final de la carrera del móvil.

Alumno 21. No hay respuesta.

Alumno 22. No hay respuesta.

Alumno 23. No entiendo los gráficos.

Alumno 24. El punto inicial no parte desde 0, por tanto dicen origen. El punto final quiere decir que a menor velocidad menor el tiempo empleado.

Alumno 25. Que empieza desde ay ya con velocidad y termina.

Alumno 26. En el punto inicial parte un automóvil. En el punto final se detiene con un tiempo.

Alumno 27. Noloce.

2.8 ¿Cómo interpretas gráficamente, el punto de menor aceleración? Grafica dicha situación.

Alumno 1. No hay respuesta.

Alumno 2. Dibuja dos rectas segmentadas que se cortan de forma perpendicular y con dos signos de interrogación.

Alumno 3. No hay respuesta.

Alumno 4. No hay respuesta.

Alumno 5. Dibuja dos rectas que se cortan de forma perpendicular con el comienzo y el final de una parábola. “es siempre al inicio, aunque hay veces que puede comenzar muy acelerado.

Alumno 6. Dibuja una parábola en el plano con variables aceleración-tiempo. En el eje vertical con la variable aceleración y graduada con datos como 5km 10km y 25km.

Alumno 7. Dibuja un ángulo recto y en sus extremos agrega variables v(km) y T(h).

Alumno 8. No hay respuesta.

Alumno 9. No hay respuesta.

Alumno 10. Dibuja dos ejes que se cortan de forma perpendicular con variables d-t y un gráfico que nace con una distancia mayor a cero y termina con una distancia casi 0.

Alumno 11. No hay respuesta.

Alumno 12. No hay respuesta.

Alumno 13. Dibuja una linea horizontal que luego cambia a una parábola concava hacia abajo y agrega “punto de menor aceleración” en la parte horizontal. Usa variables velocidad-tiempo.

Alumno 14. No hay respuesta.

Alumno 15. Dibuja dos lineas rectas que se intersectan de forma perpendicular tipo plano cartesiano y una gráfica que parte desde el origen (0,0) de forma de raíz cuadráda, utilizando en la recta horizontal la variable aceleración.

Alumno 16. No responde.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. No responde.

Alumno 19. Dibuja una gráfica tipo raíz cuadrada y en el eje vertical agrega la variable aceleración.

Alumno 20. No responde.

Alumno 21. No responde

Alumno 22. No responde

Alumno 23. No responde

Alumno 24. Dibuja un gráfico tipo plano cartesiano con variables V-T graduado de diez en diez, partiendo desde 0 hasta 60, luego traza una linea horizontal desde (0,5) aproximadamente hasta (30, 5) y escribe “a menor velocidad + tiempo”.

Alumno 25. No responde

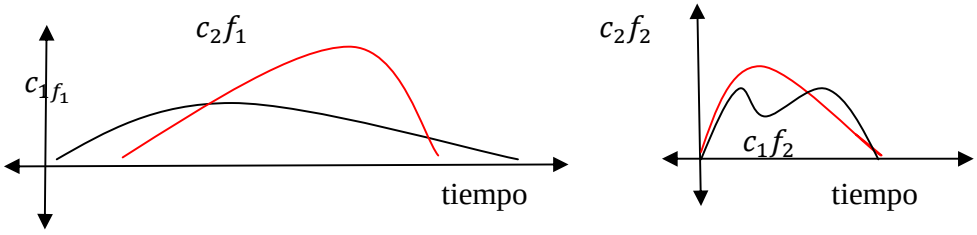
Alumno 26. No responde

Alumno 27. No lo ce.

2.9 ¿Cómo interpretas estas gráficas, relacionadas con el fenómeno en cuestión (aceleración de un automóvil)?. Explica

f_1 f_2

Velocidad velocidad



Alumno 1. No responde

Alumno 2. En c1f1 no hubo una aceleración constante ni remarcada pero en c2f1 la aceleración se presenta fuertemente disminuyendo en picada. En c1f2 hubo gran cambio de aceleración en todo el recorrido pero c2f2 fue algo constante en relación a c1f2.

Alumno 3. No responde

Alumno 4. C1f1 no alcanza gran velocidad y frena paulatinamente mientras c2f1, acelera mucho, para luego frenar bruscamente. C2f2 acelera y frena, mientras que c1f2 acelera, frena, acelera y vuelve a frenar.

Alumno 5. La velocidad aumenta conforme al tiempo no estan constantes y disminuyen, c2f1 aumenta mucho la velocidad en un tiempo muy pequeño. Rf2. Aumenta y disminuye

aunque no llega a cero y luego vuelve a aumentar (c1f2) y la otra aumenta y disminuye a cero.

Alumno 6. Parte con distintas aceleraciones y toma distintas velocidades. Rf2. Parte con una misma aceleración pero llega a distintas velocidades.

Alumno 7. No responde.

Alumno 8. En f1 la gráfica representan velocidades y tiempos variables pero mas parejo que f2. Rf2. Las velocidades son muy varialbes.

Alumno 9. Rf1. C1 es mas lento que c2 pero luego c2 disminuye su velocidad hasta llegar a 0 mas bruscamente que c1.

Alumno 10. Rf1. El c1 alcanza sierta velocidad y luego disminuye lentamente y en c2 alcanza rapidamente la velocidad y luego disminuye rápidamente. Rf2. En el c1 la velocidad varia aumenta y disminuye dos veces, y en c2 la velocidad aumenta y disminuye una vez.

Alumno 11. No responde.

Alumno 12. No responde.

Alumno 13. Rf1. Se encuentran 2 automóviles uno (c1f1) mantiene su velocidad durante un tiempo c2f1 a mayor tiempo aumenta su velocidad y disminuye rápido. Rf2. C1f2 comienza acelerando y luego varía disminuye y aumenta su velocidad a medida que aumenta el tiempo.

Alumno 14. No responde.

Alumno 15. Rf1. Su velocidad no fue constante tampoco lo fue su tiempo. Rf2. Su velocidad tampoco fue constante su tiempo tubo muchas variaciones.

Alumno 16. No responde.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. Rf1. No responde. Rf2. C1f2 aumenta la velocidad, luego una curva disminuye la velocidad pero luego vuelve a aumentar, pero luego decrece.

Alumno 19. Rf1. Que cuando acelera el tiempo disminuye y luego baja la aceleración hasta 0. Rf2. Mucha velocidad en poco tiempo.

Alumno 20. No responde.

Alumno 21. No responde.

Alumno 22. No responde.

Alumno 23. No se gráficas.

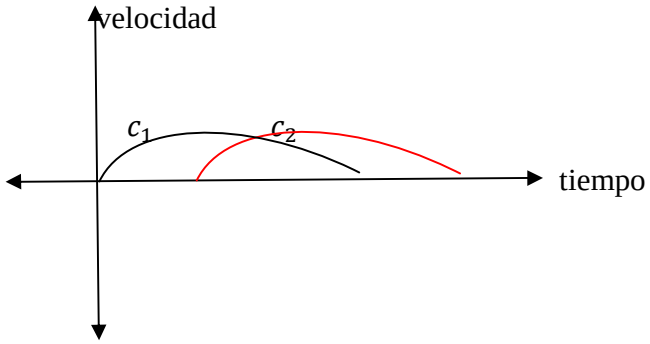
Alumno 24. No responde.

Alumno 25. No lo se.

Alumno 26. No lose.

Alumno 27. No loce.

2.9 Si una de las gráficas la movemos hacia la derecha, como lo indica la siguiente figura ¿Qué significado tiene en el fenómeno ilustrado?. Explica



Alumno 1. No responde.

Alumno 2. Uno empieza normal; digamos que de 0 en cambio empieza c2 de manera distinta a c1.

Alumno 3. No responde.

Alumno 4. No responde.

Alumno 5. Hace el mismo recorrido la misma velocidad y disminuye solo que ambos recorridos los hace en distintos tiempos.

Alumno 6. No responde.

Alumno 7. Si se mueve hacia la derecha c1 y comienza desde es mismo punto que c2 significaría que se demorarían el mismo tiempo en recorrer alguna disntancia con la misma velocidad. Aunque se muevan al lugar que sea siempre tendrán la misma velocidad.

Alumno 8. El tiempo ya comienza con un valor.

Alumno 9. No estoy seguro pero creo que c1 acelera en menor tiempo que c2 hasta llegar a una velocidad en la que ambos coinciden al llegar a este punto c1 desacelera en menor tiempo que c2.

Alumno 10. Que hay dos moviles distintos con velocidades y tiempos de desplazamiento.

Alumno 11. No responde.

Alumno 12. No responde.

Alumno 13. Hay un momento en que se cruzan y se juntan c1 con c2, tiene un punto de encuentro.

Alumno 14. No responde.

Alumno 15. Que las 2 graficas son constantes.

Alumno 16. El movil recorre la misma distancia a la misma velocidad y en el mismo tiempo.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. No responde.

Alumno 19. Con poca velocidad mas tiempo ya que se demoran mas.

Alumno 20. El análisis de dos moviles.

Alumno 21. No responde.

Alumno 22. No responde.

Alumno 23. No entiendo los gráficos.

Alumno 24. No responde.

Alumno 25. No lo se.

Alumno 26. No lose.

Alumno 27. No loce.

2.10 Relaciona las siguientes ecuaciones con el fenómeno antes ilustrado. $y = -(x-3)^2 + 4$ *e* $y = -(x-2)^2 + 4$ .Luego grafica la situación planteada y explica.

Alumno 1. No responde.

Alumno 2. No responde.

Alumno 3. No responde.

Alumno 4. Realiza un gráfico tipo plano cartesiano y ubica dos parábolas, una trasladada de forma horizonta, pero no lo relaciona con el fenómeno y tampoco explica.

Alumno 5. Contruye un gráfico con dos parábolas concavas hacia abajo y traslada una de forma horizontal. Explica: "Se puede decir que el -3 y -2 sea la diferencia en el tiempo porque de kilometros ambas tienen lo mismo".

Alumno 6. Iguala las ecuaciones, escribe la fórmula para encontrar las soluciones de la ecuación de segundo grado. No explica y no llega a algún resultado.

Alumno 7. No responde.

Alumno 8. No responde.

Alumno 9. No responde.

Alumno 10. Procede a resolver la ecuación cuadrática $y = -(x-3)^2 + 4$.

Alumno 11. No responde.

Alumno 12. No responde.

Alumno 13. No responde.

Alumno 14. No responde.

Alumno 15. No responde.

Alumno 16. No responde.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. Resuelve ambas ecuaciones e intenta encontrar las soluciones.

Alumno 19. Dibuja dos rectas que se cortan formando un ángulo de 90º y asocia un valor del eje horizontal con otro en el eje vertical. Luego asocia otro valor del eje horizontal con otro en el eje vertical.

Alumno 20. No responde.

Alumno 21. No responde.

Alumno 22. No responde.

Alumno 23. No me han enseñado mucha grafica por lo tanto no se nada lo siento.

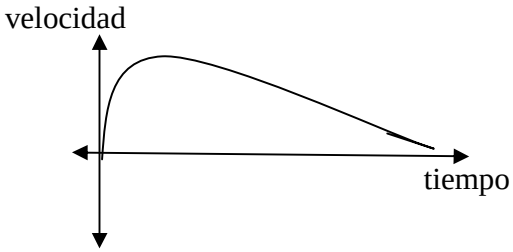
Alumno 24. No responde.

Alumno 25. No responde.

Alumno 26. No lose.

Alumno 27. No loce.

2.11 De acuerdo a la siguiente gráfica ¿Qué puedes decir en torno a la aceleración en las variables velocidad-tiempo?. Explica



Alumno 1. No responde.

Alumno 2. Representa la aceleración debido al cambio de velocidad y que además se mide en $\frac{m}{s^2}$ lo que explica que: $v * t => \frac{m}{sg} * sg = \frac{m}{sg^2}$.

Alumno 3. La aceleración aumenta en una primera instancia pero al final comienza a disminuir.

Alumno 4. Que en un comienzo, se acelera mucho, hasta que llega a un punto en el que comienza a frenar lentamente.

Alumno 5. Que la aceleración va desde que corre el tiempo la velocidad aumenta y durante el transcurso del tiempo la velocidad que habria aumentado disminuye a cero.

Alumno 6. No responde.

Alumno 7. La aceleración es mayor en menor tiempo. Aceleración inversamente proporcional al tiempo.

Alumno 8. Aumenta en muy poco y disminuye gradualmente.

Alumno 9. No responde.

Alumno 10. En poco tiempo alcanza una gran velocidad y luego disminuye lentamente, por lo tanto la velocidad no es constante.

Alumno 11. Que a mayor velocidad, menor es el tiempo.

Alumno 12. No responde.

Alumno 13. Al principio acelera rápidamente y cuando aumenta el tiempo disminuye su velocidad.

Alumno 14. No responde.

Alumno 15. La velocidad aumento rapidamente luego empezo a disminuir lentamente.

Alumno 16. No responde.

Alumno 17. No responde.

Alumno 18. No responde.

Alumno 19. Mucha velocidad poco tiempo luego baja la velocidad y hay mucho mas tiempo.

Alumno 20. Comienza con una aceleración bastante potente, luego gradual y lentamente va disminuyendo.

Alumno 21. Que la velocida fue avanzando y el tiempo disminuyendo.

Alumno 22. No responde.

Alumno 23. No se nada de graficos.

Alumno 24. No responde.

Alumno 25. No responde.

Alumno 26. Que son importantes las variables.

Alumno 27. No loce.