



UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL



Metodología Basada en la Teoría de Placas para  
Verificar el Pandeo Elástico de Muros de Hormigón  
Armado de Espesor Reducido.

Por

Paulina Pía Donna Ramírez Fernández

Trabajo de Título para optar al Grado de Licenciado en  
Ciencias de la Ingeniería y Título de Ingeniero Civil

Prof. Guía Wendy Wiegand Davies

Diciembre, 2013

T  
R173m  
2013

Nombre  
66602

- Muros  
- Hormigón Armado  
DISEÑO

R. 16855

*A mis padres y hermanos por entregarme su apoyo y las herramientas necesarias para cumplir con esta larga carrera. Sé que anhelaban y confiaban en que me convertiría en profesional. Este trabajo y las cosas que seguiré haciendo son para ellos.*

*A mi pololo Sergio Alvarez, por entregarme su apoyo incondicional, por motivarme cada vez que lo necesitaba y por estar presente en el ahora que vivimos. Juntos, sólo hemos sabido vivir bellos momentos de alegrías, y ahora que termina esta etapa solo queda seguir disfrutándonos.*

*A mis amigas Cony, Bea y Eva por haber construido una linda amistad por casi 11 años, por los miles de buenos momentos que hemos pasado, por su cariño y porque son únicas. A los amigos que conocí en los años de carrera y con quienes sé que la amistad perdurará muchos años más, Daniela, Daniel y Francisco, por su amistad, confianza y grandes momentos de alegría y felicidad.*

## **Agradecimientos**

*A mi profesora guía Wendy Wiegand, quien me dio la posibilidad de realizar este trabajo, muchas gracias por su disposición, paciencia y apoyo. También mi infinita gratitud por sus palabras de confianza e interés.*

# Índice General

Índice General .....	4
Índice de Figuras .....	6
Índice de Tablas .....	8
Lista de abreviaturas .....	9
Capítulo I – Generalidades .....	12
1.1. Introducción .....	12
1.2. Objetivos .....	13
1.2.1. Objetivo General .....	13
1.2.2. Objetivo Específico .....	13
1.3. Alcances .....	14
Capítulo II – Marco Teórico .....	15
2.1. Antecedentes .....	15
2.1.1. Estado de conocimiento actual .....	15
2.1.2. Teoría de placas .....	19
2.2. Metodología .....	22
Capítulo III – Análisis de la estructura .....	36
3.1. Descripción de la estructura .....	36
3.2. Materiales utilizados .....	38
3.3. Modelo de la Estructura .....	39
3.4. Análisis dinámico .....	40
3.4.1. Solicitaciones .....	40
3.4.2. Carga sísmica, espectro de pseudo aceleración ( $S_a$ ) .....	40
Capítulo IV – Aplicación de la metodología a un caso de estudio .....	45
4.1. Elección del muro a analizar .....	45
4.2. Diseño del muro según Código ACI 318-08 y Decreto Supremo N°60 .....	46
4.2.1. Resistencia de diseño .....	48

4.2.2.	Elementos sometidos a flexo-compresión. ....	49
4.3.	Estimación de la capacidad de desplazamiento en el techo $\delta_{CAP}$ . ....	53
4.4.	Estimación de la demanda de desplazamiento $\delta_u$ en el techo. ....	54
4.5.	Estimación de la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento $\delta_u$ . ....	56
4.6.	Estimar el perfil de deformación y esfuerzos asociados a $\delta_u$ . ....	57
4.7.	Cálculo de la carga crítica de pandeo elástico del muro, con la teoría de placas. ....	59
4.8.	Comparación de esfuerzos de compresión y carga crítica de pandeo elástico del muro. ....	61
Capítulo V – Conclusiones y comentarios .....		62
Referencias .....		63

## Índice de Figuras

Figura 2.1 - Edificios típicos con muros delgados en Perú .....	16
Figura 2.2 - Edificios con muros delgados en Colombia.....	17
Figura 2.3 - Edificios con muros delgados en Venezuela.....	17
Figura 2.4 - Edificios con muros delgados en México.....	18
Figura 2.5 - Placa rectangular sometida a cargas laterales.....	19
Figura 2.6 – Flujo del proceso metodológico.....	22
Figura 2.7 – Diagrama momento – curvatura, estimación de $\phi_y$ y $\phi_u$ .....	23
Figura 2.8 - Desplazamiento muros esbeltos [Wallace and Orakle, 2002].....	24
Figura 2.9 - Curva esfuerzo – deformación. Estimación $f_c$ .....	28
Figura 2.10 – Estimación de esfuerzos en el hormigón. a) Perfil de deformaciones. B) Distribución de esfuerzos .....	28
Figura 2.11 - Modelo del muro como placa delgada.....	31
Figura 2.12 - Coeficiente k, relación de aspecto a/b.....	34
Figura 3.1 - Planta tipo edificio analizado.....	37
Figura 3.2 – Modelo 3-D del edificio (ETABS versión 9.5 [CSI,2010]).....	39
Figura 3.3 - Espectro de diseño elástico. Zona III, suelo D.....	42
Figura 3.4 - Desplazamientos relativos.....	44
Figura 4.1 – Planta distribución, elemento a diseñar.....	45
Figura 4.2 - Curva esfuerzo – deformación hormigón H20.....	47
Figura 4.3 – Modelo bilineal esfuerzo deformación acero estructural A630-420H.....	47
Figura 4.4 - Variación de $\phi$ para elementos sometidos a carga axial y flexión.....	49
Figura 4.5 - Diagrama de interacción nominal de un elemento sometido a flexo-compresión.....	50
Figura 4.6 - Armadura flexo-compresión muro analizado.....	51
Figura 4.7 - Diagrama de Interacción muro en dirección Y.....	52
Figura 4.8 - Diagrama Momento – Curvatura, dirección Y.....	53

Figura 4.9 – Espectro elástico de desplazamiento Zona III, Suelo D.....	55
Figura 4.10 - Momento curvatura asociado a $\delta_u$ .....	57
Figura 4.11 - Esfuerzo en el hormigón.....	58
Figura 4.12 - Diagrama de deformaciones y esfuerzos para la sección analizada.....	59
Figura 4.13 - Valores coeficiente K.....	60

## Índice de Tablas

Tabla 2.1 - Valores del factor de amplificación de desplazamiento $C_d^*$ .....	26
Tabla 3.1 - Propiedades Físicas Hormigón H20.....	38
Tabla 3.2 - Propiedades físicas Acero Estructural A630-420H.....	38
Tabla 3.3 - Parámetros sísmicos.....	42
Tabla 3.4 - Detalle corte basal.....	42
Tabla 3.5 - Corte basal de diseño y factor $R^{**}$ en dirección X.....	43
Tabla 3.6 - Corte basal de diseño y factor $R^{**}$ en dirección Y.....	44
Tabla 4.1 - Factores de reducción.....	48
Tabla 4.2 – Desplazamiento lateral de diseño.....	54

## Lista de abreviaturas

$A_0$	Aceleración efectiva máxima del suelo
$a$	Altura del muro
$\alpha$	Factor de amplificación de la aceleración efectiva máxima
$b$	Ancho del muro
$C_d^*$	Factor de amplificación de desplazamiento elástico
$C$	Resultante de la compresión en el hormigón
$C_1$	Coefficientes constantes
$c$	Eje neutro (E.N.)
$D$	Rigidez de la placa
$\delta_{CAP}$	Capacidad de desplazamiento en el techo
$\delta_u$	Demanda de desplazamiento en el techo
$\delta_y$	Desplazamiento de fluencia
$E_c$	Módulo de elasticidad del hormigón
$E_s$	Módulo de elasticidad del acero
$\epsilon_y$	Deformación de fluencia del acero
$\epsilon_c$	Deformación del hormigón
$\epsilon_0$	Deformación unitaria del hormigón
$\epsilon_u$	Deformación última del hormigón
$f_c$	Esfuerzo del hormigón
$f_y$	Tensión de fluencia del acero

$f_u$	Tensión de rotura del acero
$\phi_y$	Curvatura de fluencia
$\phi_u$	Curvatura última
$\phi$	Factor de reducción de resistencia
$G$	Módulo de corte del hormigón
$h_w, H_T$	Altura del muro
$I$	Coefficiente relativo a la importancia, uso y riesgo de falla del edificio
$K$	Relación de aspecto $a/b$
$l_u$	Longitud sin soporte lateral de un elemento en compresión
$l_p$	Longitud rotura plástica $\approx 0,5 l_w$
$l_w$	Ancho del muro
$\lambda$	Números característicos
$\lambda_{cr}$	Valor crítico
$M_y$	Momento de fluencia
$M_u$	Momento ultimo
$M_n$	Momento nominal
$N_x, N_y, N_{xy}$	Tensiones resultantes
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$P_u$	Carga axial
$p$	Parámetro relativo al tipo de suelo
$P_p$	Peso propio
$P_n$	Carga axial nominal

$Q_{ef}$	Corte efectivo
$Q_{min}$	Corte mínimo
$Q_{máx}$	Corte máximo
$R, R_0$	Factor de reducción de respuesta
$R^*$	Factor de reducción de la aceleración espectral
$S_{de}(T_n)$	Espectro elástico de desplazamiento
$S_a$	Pseudo aceleración
$S$	Parámetro que depende del tipo de suelo
$SC$	Sobre carga de uso
$\sigma_{cr}$	Tensión crítica de pandeo
$t$	Espesor del muro o espesor de la placa
$T_{ag}$	Periodo de mayor masa translacional en la dirección de análisis
$T_n$	Periodo de vibración del modo n
$T$	Resultante de la tracción en el hormigón
$t$	Espesor de la placa
$T_0$	Parámetro relativo al tipo de suelo
$w$	Deflexión fuera del plano

# Capítulo I

## Generalidades.

### 1.1. Introducción.

Actualmente en el país se está generalizando la construcción de edificios sociales con muros de hormigón armado de 12 [cm] de espesor.

El Decreto Supremo N°60, indica en su apartado 21.9.1.1 que *"los muros especiales de hormigón armado de espesor inferior a  $\frac{lu}{16}$ "* (donde  $lu$  será la longitud sin soporte lateral de un elemento en compresión) *"deberán ser diseñados considerando los problemas de inestabilidad que pudiesen afectar su comportamiento"*.

El Decreto Supremo N°60, a su vez en el apartado 21.1.1.7 indica que *"se permite el uso de muros estructurales ordinarios en estructuras de hasta 5 pisos que hayan sido diseñadas utilizando un factor de reducción de respuesta  $R$  o  $R_0$  igual o menor que 4, de acuerdo a lo establecido en la tabla 5.1 de NCh433.Of.1996 Mod.2009"*. El uso de este factor de modificación de la respuesta ( $R = 4$ ) implica en el diseño el uso de fuerzas laterales mayores que las obtenidas para valores de  $R$  mayores. De este modo el diseño con muros con espesor reducido, es decir espesor menor a  $\frac{lu}{16}$ , no contradice lo propuesto por la norma, ya que al ser clasificados como muros ordinarios no es necesario verificar el pandeo fuera del plano.

En el presente trabajo se propone una metodología simplificada que se basa en la comparación de los esfuerzos en la cabeza de compresión del muro para la demanda de desplazamiento en el techo esperada en un sismo, con la carga crítica de pandeo elástico obtenida a partir de la teoría de placas.

Este trabajo se desarrolla en las siguientes etapas; en el primer capítulo se establecen los objetivos y alcances, en el capítulo II se presenta el marco teórico, el cual aborda el estado del arte y conocimiento actual del tema, referente al diseño y construcción de edificios con muros de hormigón armado de espesor reducido en otros países, bajo la normativa vigente en dichos lugares; también se presentan los fundamentos de la teoría de placas bajo la cual se realiza la verificación de pandeo elástico de la estructura. En el mismo capítulo además se presenta la metodología a seguir para este análisis, parte fundamental del desarrollo de este trabajo. En el capítulo III, se describen y muestran los resultados del análisis sísmico del edificio de estudio, para posteriormente en el capítulo IV aplicar la metodología descrita a esa estructura.

Finalmente es posible establecer las conclusiones y comentarios sobre la metodología utilizada y los resultados obtenidos para el caso estudiado.

## **1.2. Objetivos.**

### **1.2.1. Objetivo General**

- Establecer una metodología simplificada basada en la teoría de placas para verificar el pandeo elástico de muros de hormigón armado de espesor reducido.

### **1.2.2. Objetivo Específico**

- Utilizar la teoría de placas delgadas para estimar la carga crítica de pandeo elástico.
- Estimar las tensiones en el hormigón mediante un análisis seccional en la base del muro.
- Aplicar la metodología propuesta a un edificio de estudio que sea representativo de los edificios sociales construidos actualmente en el país.

### 1.3. Alcances.

La metodología propuesta constituye una herramienta para la verificación del pandeo elástico de un muro, previamente diseñado de la forma convencional de acuerdo a la normativa vigente en nuestro país y las nuevas disposiciones establecidas para el diseño de edificios. Las tensiones en el hormigón comprimido se obtienen de un análisis seccional del muro, tensiones asociadas a los desplazamientos de diseño. La carga crítica de pandeo elástico se obtiene de la teoría de placas.

La metodología se aplica a un muro de un edificio social de hormigón armado de 5 pisos, construido en zona sísmica III y suelo tipo D, con muros de 12 [cm] de espesor.

Para realizar el análisis estructural lineal (modal espectral) de la estructura se utiliza el programa ETABS 9.5 [CSI 2009].

Para el diseño de la estructura se considera la normativa que se nombra a continuación:

ACI-318-08:	Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary.
NCh433 Of.96 Mod.2009:	Diseño sísmico de edificios.
NCh3171 Of.2010:	Diseño estructural – Disposiciones generales y combinaciones de carga.
NCh1537 Of. 2009:	Diseño Estructural – Cargas permanentes y cargas de uso.
Decreto Supremo N°60:	Reglamento que fija los requisitos de diseño y cálculo para el hormigón armado y deroga decreto N°118 de 2010.
Decreto Supremo N°61:	Reglamento que fija el diseño sísmico de edificios y deroga decreto N° 117, de 2010.

## Capítulo II

### Marco Teórico.

#### 2.1. Antecedentes.

##### 2.1.1. Estado de conocimiento actual.

Según Helbert Gonzales [1], durante el último tiempo la construcción de edificios con muros de hormigón de espesor reducido, de mediana altura (hasta 5 plantas) y bajo costo ha sido una tendencia que se observa en varios países como Perú, Colombia, México, Venezuela, Turquía y Chile. Los muros de estos edificios constituyen los únicos elementos para resistir tanto cargas de gravedad como fuerzas laterales provenientes del sismo. Este tipo de construcción y diseño con muros de espesor reducido ha ganado rápidamente bastante aceptación en comparación con los sistemas tradicionales ya que ofrece dos ventajas principales, por una parte economía debido al bajo consumo de materiales y de mano de obra y por otra parte, rapidez en la construcción.

Gonzales además indica que durante los últimos años, un gran número de edificios de mediana altura (usualmente de 5 pisos) con muros de espesor reducido de hormigón armado se han construido en Perú, especialmente para viviendas de bajo costo. Los muros proporcionan resistencia lateral y gravitacional a la estructura. Normalmente son de 10 [cm] de espesor, no presentan elementos especiales de confinamiento en sus extremos y están armados con una sola capa de malla electrosoldada laminada en frío, a excepción de las plantas más bajas, donde se utilizan barras convencionales.

Es por lo tanto que existe cierto cuestionamiento acerca de su comportamiento sísmico, debido principalmente a factores como: alta rigidez lateral, aparente baja ductilidad, limitada base de datos experimental, falta de experiencias pasadas de terremotos fuertes en estos edificios y en algunos casos deficiencias constructivas.

Por otra parte Gonzales señala que desde el año 2002, se viene utilizando el sistema de muros delgados sobre losas de transferencia, el cual consiste en una losa maciza de hormigón armado y vigas de gran canto para transferir las fuerzas horizontales generales por el sismo a la cimentación. Se debe establecer un adecuado sistema estructural que logre transferir las fuerzas sísmicas y evitar el denominado piso blando. En la Figura 2.1, se muestran los edificios con y sin sistema de transferencia que se construyen en Perú respectivamente.



(a) Edificio con muros continuos en altura



(b) Edificio con losas de transferencia

Figura 2.1 - Edificios típicos con muros delgados en Perú [1]

En el año 2003 se hacen ajustes en la Norma Peruana de Diseño Sismorresistente E030, introduciendo el término de muros de ductilidad limitada. En esta modificación se indica que para obtener el valor de la fuerza cortante en este tipo de edificios no debe usarse un valor de  $R = 6$  (que es el usado para muros o placas con estribos en los extremos) sino de  $R = 4$ , reconociendo que los muros delgados no pueden confinarse con estribos en los núcleos reforzados y que se está usando mallas de acero electrosoldadas que no tienen las características de ductilidad del fierro de punto de fluencia  $4,200 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$ , que es el usado en el Perú. Así esta Norma señala que este valor  $R = 4$ , se usará para edificios de baja altura con alta densidad de muros de ductilidad limitada [2].

En Colombia, el proyecto sismorresistente de estas estructuras está basada en la normativa colombiana [NRS, 2010] donde, al igual que el código peruano, se permite el uso de mallas electrosoldadas. El trabajo de Mejía [3] expone de manera resumida esta tipología de construcción en Colombia donde se destaca las partes más relevantes de este sistema. En la Figura 2.2, se muestran edificios típicos con muros delgados construidos en Colombia.

En el caso de Venezuela, el diseño se realiza de acuerdo a la normativa Fondonorma 2007. En el trabajo de Yáñez [4] se presenta un estudio lineal elástico del comportamiento sísmico de estos edificios, los resultados indican que estos edificios tienen gran rigidez y resistencia y que sólo cuando se trata de edificios que tienen únicamente muros dispuestos en una dirección, o que guarden configuraciones asimétricas en la distribución de los mismos, es cuando se tienen resultados desfavorables. Es recomendable que la norma normalice las acciones de diseño para este tipo específico de diseño estructural. La Figura 2.3, muestra edificios con muros delgados en Venezuela.

En el caso de México, este tipo de construcciones están destinadas a viviendas de baja altura, uno o dos niveles, la normativa sísmica ha tenido un gran respaldo experimental y en la actualidad se continua trabajando sobre esta línea. Los trabajos de Alcocer, Uribe y Carrillo [5] permiten abordar de manera más amplia el comportamiento de estos muros. En sus estudios se comparó la respuesta experimental con los resultados calculados, y se observó que la respuesta sísmica es predicha con adecuada exactitud. En la Figura 2.4, se muestran edificios con muros delgados construidos en México.

En el caso de Turquía, se han construido muros delgados a los que denominan "tipo túnel", así es como se han realizado estudios acerca evaluar el factor R y el período fundamental de este tipo de estructuras [6], y el comportamiento de estas estructuras sometidas a fuerzas de un terremoto [7].



Figura 2.2 - Edificios con muros delgados en Colombia [3].



Figura 2.3 - Edificios con muros delgados en Venezuela [4].



Figura 2.4 - Edificios con muros delgados en México [5].

## 2.1.2. Teoría de placas.

### 2.1.2.1. Placas delgadas.

Se entiende por placa a un elemento estructural y sólido deformable, limitado por dos planos paralelos próximos entre sí, y una superficie rectangular cerrada. Las superficies formadas por los planos paralelos se llaman cara superior y cara inferior de la placa respectivamente, y la superficie rectangular se llama borde o límite. La distancia entre cara superior e inferior será llamada espesor de la placa, la cual denotaremos como " $t$ ". En la Figura 2.5, se observa una placa rectangular con la descripción señalada anteriormente y sometida a cargas laterales.

Se llamará superficie media de la placa a aquella que equidista de las caras superior e inferior en toda la extensión de la placa.

Se dirá que una placa es plana si en el estado no deformado su superficie media es plana.

En el análisis, se tratarán solamente placas planas con caras paralelas a su superficie media, es decir, de espesor constante " $t$ " y superficie lateral perpendicular a las caras de la placa [8].

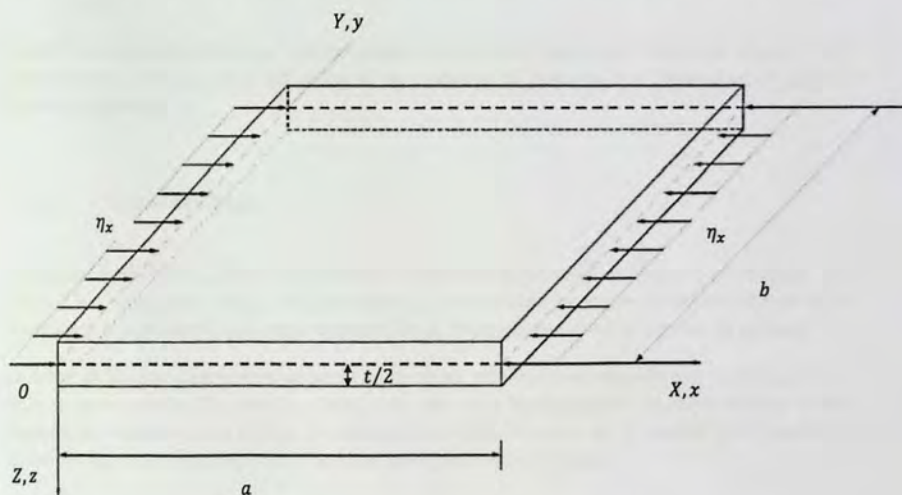


Figura 2.5 - Placa rectangular sometida a cargas laterales [8].

### 2.1.2.2. Comportamiento general de placas.

Se resumen las hipótesis hechas por Kirchhoff para la teoría de placas delgadas con pequeñas deformaciones:

- La placa es un cuerpo deformable cuya materia constituye un medio continuo y cuyo material es linealmente elástico, elásticamente isotrópico y homogéneo (las leyes de Hooke son válidas).
- Al ser la placa solicitada por agentes externos, las deformaciones consiguientes son pequeñas, y por ende se supone que la superficie media no se deforma después de la flexión.
- La placa es inicialmente plana.
- La placa es delgada y su espesor " $t$ " no sobrepasa la décima parte de la menor de las dimensiones planas.
- Las deflexiones son pequeñas, comparadas con el espesor de la placa. El máximo desplazamiento transversal es  $1/5$  del espesor. Este rango se considera como el límite para la teoría de las pequeñas deformaciones. Dicho de otro modo, el máximo desplazamiento transversal no debe sobrepasar  $1/50$  del correspondiente lado menor de la placa.

Muchas de estas suposiciones, son análogas a las de la teoría de flexión de vigas. Estos supuestos son resultado de la reducción de un problema de placa de tres dimensiones a uno de dos dimensiones [8].

### 2.1.2.3. Pandeo de placas.

Las placas delgadas se utilizan de diferentes formas en estructuras navales y aeronáuticas, y a menudo son sometidas a cargas de compresión y corte normal que actúan en el plano medio de la placa (cargas en el plano), bajo estas condiciones el resultado puede ser el pandeo de la placa.

La carga de pandeo depende del espesor de la placa, mientras más delgada sea la placa, menor es la carga de pandeo. En muchos casos, una falla en la placa delgada se puede atribuir a una inestabilidad elástica y no a la falta de resistencia de esta. Por lo tanto, el análisis por pandeo de las placas es un análisis íntegro en el análisis general de una estructura.

El análisis que se realiza busca obtener relaciones útiles entre las cargas críticas de pandeo y los parámetros de la placa [9].

### 2.1.2.4. Postulaciones generales de la teoría de estabilidad de placas.

Debe tenerse en cuenta que el análisis de la estabilidad de las placas es cualitativamente similar que el análisis de estabilidad de columnas de Euler.

## 2.2. Metodología.

Para alcanzar el objetivo general de este trabajo, la metodología a seguir será la indicada en la Figura 2.6:

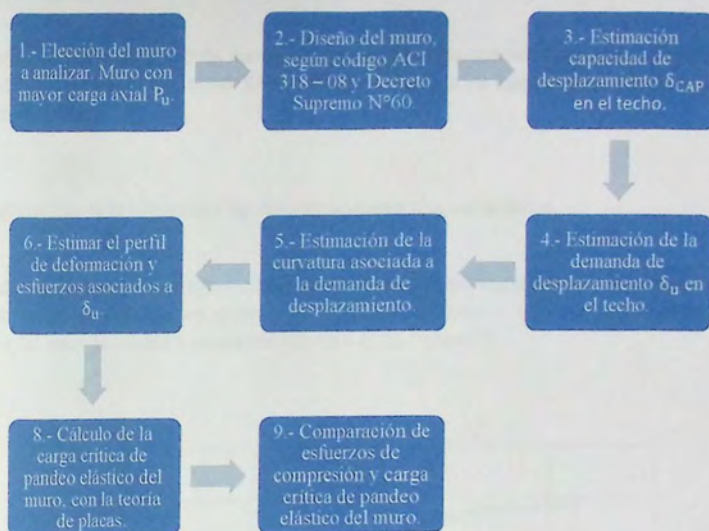


Figura 2.6 – Flujo del proceso metodológico.

### 1. Elección del de muro a analizar.

Una vez realizado el análisis lineal elástico del edificio, de acuerdo a la normativa vigente en nuestro país y las nuevas disposiciones establecidas para el diseño de edificios, se elige el muro con mayor carga axial  $P_u$ , para la evaluación del pandeo.

### 2. Diseño del muro.

Se realiza el diseño del muro de hormigón armado, bajo los criterios adoptados por el código ACI 318 – 08 y Decreto Supremo N°60. El diseño se realiza para las cargas obtenidas del análisis lineal elástico del edificio.

### 3. Estimación de la capacidad de desplazamiento $\delta_{CAP}$ en el techo.

Se grafica el diagrama momento – curvatura de la sección del muro para la carga axial máxima  $P_u$ . De esta forma se estiman los valores de la curvatura última y curvatura de fluencia de dicha sección, tal como se muestra esquemáticamente en la Figura 2.7.

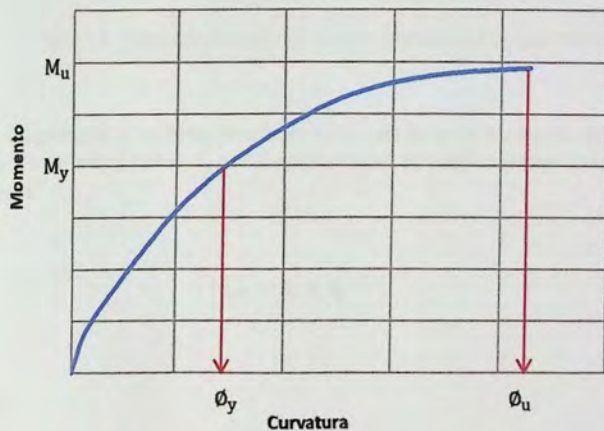


Figura 2.7 – Diagrama momento – curvatura, estimación  $\phi_y$  y  $\phi_u$ .

Para estimar la capacidad de desplazamiento del muro en el techo se considera el muro en voladizo con una carga triangular invertida distribuida en la altura consistente con el primer modo de vibrar [12]. Realizando un análisis límite y considerando un posible mecanismo de colapso al aplicar la carga lateral en el edificio, se estima la capacidad de desplazamiento como la suma de las componentes elástica e inelástica de acuerdo a la Ecuación 2.1, referida a la Figura 2.8.

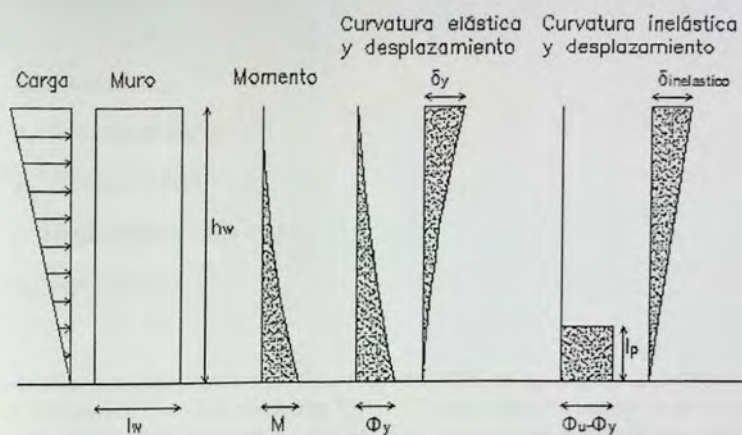


Figura 2.8 - Desplazamiento muros esbeltos [Wallace and Orakle, 2002].

La ecuación 2.1 presenta el método de cálculo para determinar la capacidad de desplazamiento máximo  $\delta_{CAP}$  de un muro, donde  $\delta_y$  y  $\delta_p$  corresponden al desplazamiento elástico e inelástico respectivamente.

$$\delta_{CAP} = \delta_y + \delta_p \quad (2.1)$$

$$\delta_y = \frac{11}{40} \phi_y h_w^2 \quad (2.1a)$$

$$\delta_p = (\phi_u - \phi_y) l_p \left( h_w - \frac{l_p}{2} \right) \quad (2.1b)$$

Por lo tanto:

$$\delta_{CAP} = \frac{11}{40} \phi_y h_w^2 + (\phi_u - \phi_y) l_p \left( h_w - \frac{l_p}{2} \right) \quad (2.2)$$

La Ecuación 2.2 se obtiene a partir de integrar dos veces en la altura a la distribución de curvaturas del muro asumiendo un módulo de rigidez a la flexión constante.

Dónde:

$h_w$  : Altura del muro

$\phi_y$  : Curvatura de fluencia

$\phi_u$  : Curvatura última

$l_p$  : Longitud rótula plástica  $\approx 0,5 l_w$

$l_w$  : Ancho del muro

Cabe mencionar que según indica el Decreto Supremo N°60, en su apartado 21.9.5.4 la sección crítica de todo el muro con razón de aspecto  $H_t/l_w \geq 3$  debe tener una capacidad de curvatura  $\phi$  mayor que la demanda de curvatura  $\phi_u$ . Sin embargo, para el caso estudiado esta relación de aspecto arroja un valor menor por lo que con el objeto de simplificar el análisis de igual forma se consideró la deformación típica para edificios con relación de aspecto  $H_t/l_w \geq 3$ .

#### 4. Estimación de la demanda de desplazamiento $\delta_u$ en el techo.

Según lo especificado en el Decreto Supremo N°61, "Para efectos de diseño de estructuras de hormigón armado, el desplazamiento lateral de diseño en el techo  $\delta_u$ , se debe considerar igual a la ordenada del espectro elástico de desplazamientos  $S_{de}$ , para un 5% de amortiguamiento respecto al crítico, correspondiente al periodo de mayor masa traslacional en la dirección del análisis, multiplicada por un factor igual a 1,3", como lo indica la Ecuación 2.3.

$$\delta_u = 1,3 S_{de} (T_{ag}) \quad (2.3)$$

Donde "T<sub>ag</sub> es el periodo de mayor masa traslacional en la dirección de análisis, considerando en su cálculo la influencia del acero y la pérdida de rigidez debido al agrietamiento del hormigón en la rigidez elástica inicial. Si el periodo ha sido calculado con las secciones brutas, es decir, sin considerar la influencia del acero y la pérdida de la rigidez debido al agrietamiento del hormigón, el

período de mayor masa traslacional en la dirección de análisis de la estructura se puede aproximar a 1,5 veces al calculado sin considerar estos efectos”.

El espectro elástico de desplazamientos  $S_{de}(T_n)$  requerido para el cálculo del desplazamiento lateral de diseño en el techo se calcula según la Ecuación 2.4.

$$S_{de}(T_n) = \frac{T_n^2}{4\pi^2} \alpha A_0 C_d^* \quad (2.4)$$

Dónde:

$T_n$ : Periodo de vibración del modo n.

$\alpha$ : Factor de amplificación de la aceleración efectiva máxima.

$A_0$ : Aceleración efectiva máxima del suelo.

$C_d^*$ : Factor de amplificación de desplazamiento elástico.

En esta ecuación  $S_{de}$  es el espectro elástico de desplazamientos [cm],  $A_0$  está expresada en [cm/seg<sup>2</sup>] y los valores de  $C_d^*$  son los que se indican en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 - Valores del factor de amplificación de desplazamiento  $C_d^*$ .

Tipo de suelo	$C_d^*$	Rango períodos
A	1,0	$T_n \leq 0,23$ seg
	$-0,055 T_n^2 + 0,36 T_n + 0,92$	$0,23 \text{ seg} < T_n \leq 2,52$ seg
	$0,08 T_n^2 - 0,9 T_n + 3,24$	$2,52 \text{ seg} < T_n \leq 5,00$ seg
B	1,0	$T_n \leq 0,47$ seg
	$0,95 T_n + 0,55$	$0,47 \text{ seg} < T_n \leq 2,02$ seg
	$0,065 T_n^2 - 0,75 T_n + 3,72$	$2,02 \text{ seg} < T_n \leq 5,00$ seg
C	1,0	$T_n \leq 0,65$ seg
	$0,57 T_n + 0,63$	$0,65 \text{ seg} < T_n \leq 2,02$ seg
	$0,055 T_n^2 - 0,63 T_n + 2,83$	$2,02 \text{ seg} < T_n \leq 5,00$ seg
D	1,0	$T_n \leq 0,90$ seg
	$1,1 T_n$	$0,90 \text{ seg} < T_n \leq 1,75$ seg
	1,93	$1,75 \text{ seg} < T_n \leq 5,00$ seg

Fuente: Decreto Supremo N°61.

## 5. Estimación de la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento $\delta_u$ .

Es necesario conocer la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento  $\delta_u$ . Para ello se verifica cuál de las siguientes tres condiciones se cumple:

- Si  $\delta_u < \delta_y$

La curvatura de la sección analizada asociada a la demanda de desplazamiento  $\delta_u$  es menor al desplazamiento de fluencia  $\delta_y$ . En este caso se utiliza la ecuación 2.1a para despejar dicha curvatura reemplazando  $\delta_y$  por la demanda de desplazamiento  $\delta_u$ .

- Si  $\delta_y < \delta_u < \delta_{CAP}$

La curvatura de la sección analizada asociada a la demanda de desplazamiento  $\delta_u$  es mayor que el desplazamiento de fluencia  $\delta_y$ , pero menor que la capacidad de curvatura de la sección  $\delta_{CAP}$ . Entonces, en la ecuación 2.2 se reemplaza  $\delta_{CAP}$  por  $\delta_u$ , y  $\phi_y$  por el valor de la curvatura de fluencia de la sección, para encontrar el valor de la curvatura asociada a  $\delta_u$ .

- Si  $\delta_u > \delta_{CAP}$

Si la demanda de desplazamiento en el techo es superior al valor de la máxima capacidad de desplazamiento, la estructura falla.

Luego, bajo alguna de estas condiciones, se obtendrá el valor de la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento máximo en el techo  $\delta_u$ .

## 6. Estimar el perfil de deformación y esfuerzos asociados a $\delta_u$ .

Con el valor de la curvatura asociada al desplazamiento  $\delta_u$ , utilizando el diagrama momento – curvatura graficado en el paso 3) es posible además conocer el valor del momento asociado a esta curvatura para la carga axial considerada. Entonces, mediante un análisis seccional se calcula la profundidad del eje neutro y el perfil de deformaciones asociado a la curvatura. Para encontrar dichos valores se realiza un proceso iterativo.

Con el valor de  $\epsilon_c$ , utilizando la curva de comportamiento del hormigón se estima la distribución de esfuerzos en la sección, tal como se muestra en forma esquemática en la Figura 2.9.

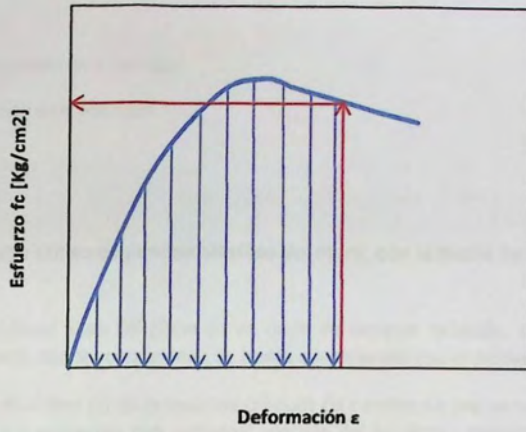


Figura 2.9 - Curva esfuerzo - deformación. Estimación  $f_c$ .

En la Figura 2.10, se muestran los diagramas de distribución de deformación y esfuerzos para una sección de muro.

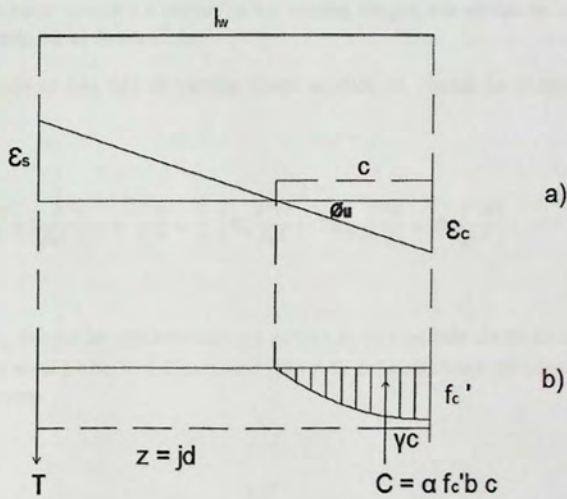


Figura 2.10 - Estimación de esfuerzos en el hormigón. a) Perfil de deformaciones. b) Distribución de esfuerzos.

Dónde:

C: Resultante de la compresión en el hormigón

T: Resultante de la tracción en el hormigón

c: Eje neutro

## 7. Cálculo de la carga crítica de pandeo elástico del muro, con la teoría de placas.

Para analizar la estabilidad fuera del plano de un muro de espesor reducido, se modeló el muro como una placa delgada, con las condiciones de borde consistentes con el problema.

Según Ventsel y Krauthammer [1] los problemas clásicos de pandeo de placas se pueden resolver utilizando alguno de los siguientes tres métodos; método del equilibrio, método de la energía o método dinámico.

En el caso de este trabajo se utiliza el método del equilibrio para resolver el problema de pandeo de placas.

### Método del equilibrio.

Se considera una placa sometida a cargas en los bordes, cargas que actúan en el plano medio de la placa en un estado inicial de equilibrio.

La ecuación diferencial que rige el pandeo lineal elástico de placas se obtiene a partir de la Ecuación 2.5.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left( N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

Donde  $N_x$ ,  $N_y$  y  $N_{xy}$  son las fuerzas internas que actúan en la superficie media de la placa debido a la fuerza aplicada en el plano.  $w$  y  $D$  corresponden a la deflexión fuera del plano y rigidez de la placa respectivamente.

$$D = \frac{E_c t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.6)$$

Dónde:

$E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón.

t: Espesor de la placa.

v: Coeficiente de Poisson = 0.25

La Ecuación 2.5 es una ecuación diferencial homogénea parcial. El problema matemático consiste en resolver esta ecuación con las condiciones de borde adecuadas. Una formulación más general del método de equilibrio, transforma el problema de estabilidad en un problema con valores propios. Para esto, se multiplica un valor de referencia de las tensiones resultantes por un parámetro  $\lambda$ , es decir:

$$N_x = -\lambda \bar{N}_x \quad N_y = -\lambda \bar{N}_y \quad N_{xy} = -\lambda \bar{N}_{xy} \quad (2.7)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.7 en la ecuación 2.5, se obtiene una ecuación diferencial alternativa que rige los problemas de pandeo de placas. (Ver ecuación 2.8)

$$\nabla^4 w + \frac{\lambda}{D} \left( \bar{N}_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2\bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.8)$$

La solución a la ecuación 2.8,  $w(x,y)$ , se obtiene mediante alguno de los métodos numéricos introducidos en los capítulos 3 y 6 de la bibliografía de los autores mencionados, pudiendo ser estos el método de Navier o método de Levy.

La solución a la ecuación implica coeficientes constantes  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) determinados a partir de las condiciones de borde. Por consiguiente la ecuación 2.11 se reduce a un sistema de ecuaciones algebraicas homogéneas lineales en  $C_i$ . Para la existencia de una solución no trivial del sistema, su determinante debe ser igual a cero. Esto da lugar a la denominada ecuación característica en  $\lambda$ . Resolviendo esta ecuación característica, se obtienen los valores específicos de  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  (números característicos o valores propios) y las correspondientes soluciones distintas de cero, llamadas funciones características o funciones propias. El valor característico o valor propio más pequeño distinto de cero será el valor crítico  $\lambda_{cr}$ , y las funciones propias correspondientes serán los modos de pandeo. Entonces, la carga crítica es calculada multiplicando  $\lambda_{cr}$  y el valor de referencia de la carga.

Se propone modelar la parte comprimida del muro como una placa delgada de longitud en planta igual a la distancia entre el borde comprimido y el eje neutro, una altura igual a la distancia entre la base y la losa del primer piso, y un espesor igual al espesor del muro.

La placa descrita se modela con las condiciones de borde referidas en la Figura 2.11.

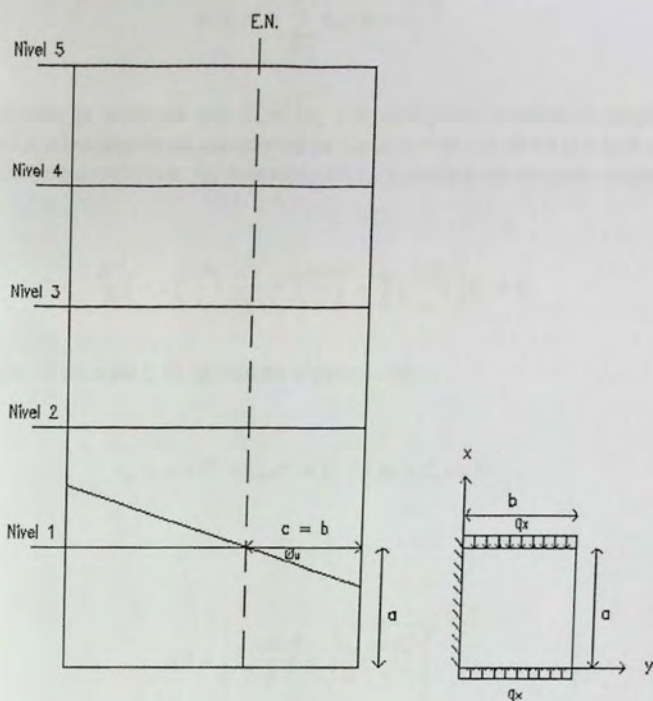


Figura 2.11 - Modelo del muro como placa delgada.

- $x = 0$  Apoyo simple
- $x = a$  Apoyo deslizando vertical
- $y = 0$  Empotrado
- $y = b$  Borde libre

La solución a este problema se encuentra en el método de Levy's, método empleado para resolver problemas de flexión de placas rectangulares simplemente apoyadas en dos bordes opuestos y con condiciones arbitrarias de apoyo en los dos bordes opuestos restantes, este método también es aplicable a placas con diversas condiciones de bordes.

Las condiciones de borde para  $x = 0$  y  $x = a$  serán satisfechas por:

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (2.9)$$

Para este caso se establece que  $N_x = -q_x$  y  $N_y = N_{xy} = 0$ , entonces sustituyendo esto en la ecuación 2.5, e imponiendo las condiciones de que al menos uno de los términos multiplicados por  $\sin(m\pi x/a)$  debe desaparecer, se determina para  $f_m(y)$  la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{d^4 f_m}{dy^4} - 2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \frac{d^2 f_m}{dy^2} + \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 - \frac{q_x}{D} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right] f_m = 0 \quad (2.10)$$

La solución a la ecuación 2.10, se muestra a continuación:

$$f_m = C_1 e^{-\alpha y} + C_2 e^{\alpha y} + C_3 \cos \beta y + C_4 \sin \beta y \quad (2.11)$$

Dónde:

$$\alpha, \beta = \left[ \pm \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \sqrt{\frac{q_x}{D} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

Las constantes  $C_i (i = 1, 2, 3, 4)$  se evalúan a partir de las condiciones de borde descritas  $y = 0$  e  $y = b$ , es decir:

$$w = 0 \Big|_{y=0} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \Big|_{y=0} \quad (2.13)$$

$$M_y = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \Big|_{y=b} \quad V_y = -D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (2.14)$$

Introduciendo la ecuación 2.9 con  $f_m(y)$  en las condiciones de borde (2.13), se obtienen dos ecuaciones algebraicas para las constantes desconocidas. Resolviendo estas ecuaciones se encuentra:

$$C_1 = -\frac{C_3}{2} + \frac{\beta C_4}{2\alpha} \qquad C_2 = -\frac{C_3}{2} - \frac{\beta C_4}{2\alpha} \qquad (2.15)$$

Sustituyendo lo anterior en la ecuación 2.14, se tiene que:

$$f_m(y) = C_3(\cos \beta y - \cosh \alpha y) + C_4 \left( \sin \beta y - \frac{\beta}{\alpha} \sinh \alpha y \right) \qquad (2.16)$$

Introduciendo  $w(x,y)$  con  $f_m(y)$  (forma de la ecuación 2.16) en las condiciones de borde 2.14, se tienen como resultado dos ecuaciones simultáneas algebraicas homogéneas. Para dar una solución no trivial, se iguala el determinante de estas ecuaciones a cero, obteniendo:

$$2gh(g^2 + \zeta^2) \cos \beta b \cosh \alpha b = \frac{1}{\alpha\beta} (\alpha^2 \zeta^2 + \beta^2 g^2) \sin \beta b \sinh \alpha b \qquad (2.17)$$

Dónde:

$$g = \alpha^2 - v \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \qquad \zeta = \beta^2 + v \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \qquad (2.18)$$

Para  $m = 1$ , el mínimo valor propio de la ecuación 2.17, es decir el valor crítico de la fuerza aplicada, lo indica la ecuación 2.19.

$$q_{x,cr} = K \frac{\pi^2 D}{b^2} \qquad (2.19)$$

Dónde:

$v$ : Coeficiente de Poisson = 0.25

$K$ : Parámetro dependiente de la relación aspecto  $a/b$  que se obtiene de los gráficos de la Figura 2.12.

$a$ : Altura del muro.

$b$ : Ancho del muro.

$D$ : Rigidez de la placa. Ver ecuación 2.6.

$E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón.

$t$ : Espesor de la placa.

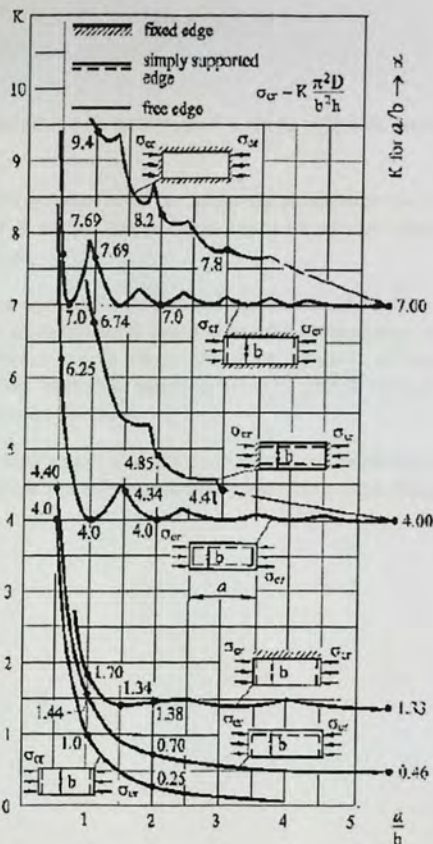


Figura 2.12 - Coeficiente K, relación de aspecto  $a/b$ .

Se observa que las condiciones de borde tienen un efecto en los valores de las fuerzas críticas y los modos de pandeo. Por ejemplo, si el borde está empotrado aumenta la estabilidad en comparación con la presencia de un apoyo deslizante, y un borde libre conduce a la disminución de las fuerzas críticas. En el caso de que las condiciones de borde sean distintas de un borde simplemente apoyado, la determinación de las fuerzas críticas incluso para casos simples de cargas representa un problema matemático muy complicado.

Para placas rectangulares sometidas a fuerzas de compresión uniforme en la dirección de uno de los ejes (x o y) con diferentes condiciones de borde, la tensión crítica se puede determinar a partir de la ecuación 2.20.

$$\sigma_{cr} = K \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \quad (2.20)$$

#### **8. Comparación de esfuerzos de compresión y carga crítica de pandeo elástico del muro.**

Finalmente se comparará el esfuerzo en la cabeza de compresión de la sección de muro para la demanda esperada por el sismo, con la carga crítica de pandeo elástico obtenida a partir del análisis de teoría de placas.

Sin embargo, dado que la distribución de esfuerzos en la cabeza de compresión del muro, obtenido para el desplazamiento esperado en el techo tiene una forma distinta a la distribución uniforme asumida para la estimación de la carga crítica de pandeo, es necesario realizar algunas aproximaciones para poder realizar la comparación entre ambos valores con el fin de verificar la posibilidad de pandeo elástico del muro.

Un criterio conservador sería asumir una distribución uniforme de esfuerzos en la sección del muro cuya resultante sea igual a la resultante de la distribución de la carga crítica.

## Capítulo III

### 3. Análisis de la estructura.

#### 3.1. Descripción de la estructura.

La estructura que se analiza corresponde a un edificio tipo de vivienda social, de hormigón armado y 5 niveles destinada a vivienda multifamiliar. La estructuración del edificio está basada en muros de hormigón armado de 12 [cm] de espesor, vigas de sección transversal de 12 x 40 [cm] y losas de 14 [cm] de espesor.

Referente a las dimensiones, la estructura tiene una altura de entrepiso de 2,42 [m] en los primeros 4 pisos, y el último toma una altura de 3,10 [m]; la altura total alcanzada por la estructura es de 12,78 [m]. En planta, el edificio tiene una extensión de 25,42 [m] de largo y 10,20 [m] de ancho.

Se elige para el diseño el muro con mayor carga axial obtenida del análisis. A este muro se le aplica la metodología expuesta previamente.

En la Figura 3.1, se presenta la planta de la estructura analizada.

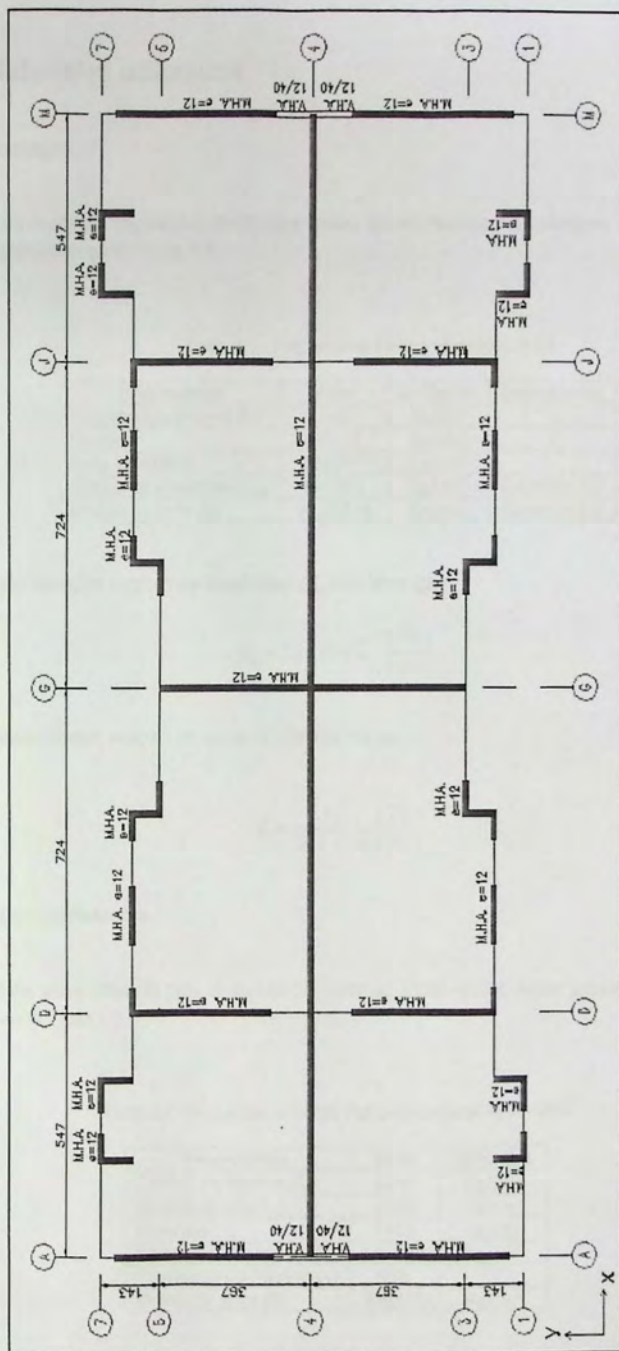


Figura 3.1 - Planta tipo edificio analizado.

## 3.2. Materiales utilizados

### a. Hormigón

Se utiliza un hormigón de calidad H-20 para todos los elementos estructurales, sus propiedades físicas se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 - Propiedades Físicas Hormigón H-20.

Propiedades	Valor	Unidades	Comentarios
Resistencia cilíndrica ( $f'_c$ )	160	Kg/cm <sup>2</sup>	-
Densidad	$2,548 \times 10^{-3}$	Kg/cm <sup>3</sup>	-
Peso específico	$2,5 \times 10^{-3}$	Kgf/cm <sup>3</sup>	-
Módulo de elasticidad ( $E_c$ )	191.002	Kg/cm <sup>2</sup>	Ecuación 3.2
Módulo de corte (G)	79.583,99	Kg/cm <sup>2</sup>	Ecuación 3.3

- Determinación módulo de elasticidad ( $E_c$ ) del hormigón:

$$E_c = 15.100 \sqrt{f'_c} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \quad (3.2)$$

- Determinación módulo de corte (G) del hormigón:

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \quad (3.3)$$

### b. Acero de Refuerzo.

La calidad del acero utilizado para el diseño del muro es A630-420H, cuyas propiedades físicas se muestran en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 - Propiedades físicas Acero Estructural A630-420H

Propiedades	Valor	Unidades
Tensión de fluencia ( $f_y$ )	4.200	Kg/cm <sup>2</sup>
Tensión de rotura ( $f_u$ )	6.300	Kg/cm <sup>2</sup>
Densidad	7.833	Kg/cm <sup>3</sup>
Módulo de Elasticidad ( $E_s$ )	$2,10 \times 10^6$	Kg/cm <sup>2</sup>
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,25	-
Módulo de corte (G)	800.000	Kg/cm <sup>2</sup>

### 3.3. Modelo de la Estructura.

Con la estructura descrita anteriormente, se realiza un modelo de elementos finitos con el programa ETABS versión 9.5 [CSI,2010].

Las losas se modelan como elementos tipo membrana y se asignan diafragmas rígidos en todos los niveles, para reducir un número considerable de variables de cálculo para el análisis sísmico, además son las responsables de traspasar las cargas sísmicas entre ejes resistentes. Los muros se modelaron como elementos tipo Shell.

Se asumió el edificio empotrado en la base a través de apoyos simples capaces de transmitir el momento basal como par tracción compresión.

El diseño de la estructura se realiza de acuerdo al código ACI 318-08 y Decreto Supremo N°60.

La Figura 3.2, muestra el modelo estructural del edificio en 3-D.

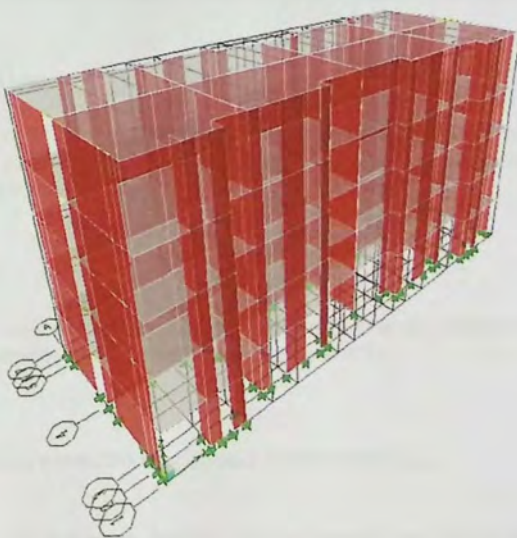


Figura 3.2 – Modelo 3-D del edificio (ETABS versión 9.5 [CSI, 2010])

### 3.4. Análisis dinámico.

El análisis se realiza de acuerdo a lo especificado en el Decreto Supremo N°61, sin contraponer lo establecido en la Norma Técnica NCh433 Of.96 Modificada en 2009.

Para el análisis sísmico de la estructura se considerara una zona sísmica III y un suelo tipo D.

#### 3.4.1. Solicitaciones.

Según lo indicado en la NCh1537 Of.2009 [INN, 2009], para la estructura se utilizan las siguientes cargas:

- Cargas Permanentes:

Se considera el peso propio de los elementos estructurales además de un peso de 50[kg/m<sup>2</sup>] adicional para considerar el peso de tabiques y elementos no estructurales.

- Sobrecargas de Uso:

Si bien la norma indica una sobrecarga de uso de 200 [kg/m<sup>2</sup>], se considerará una sobrecarga de 250 [kg/m<sup>2</sup>], como se menciona en el caso real que se ha usado como ejemplo para este trabajo.

- Carga Sísmica:

Consiste en la carga originada producto de la acción sísmica, representada por el espectro de pseudo aceleración definido en el Decreto Supremo N°61.

#### 3.4.2. Carga sísmica, espectro de pseudo aceleración ( $S_a$ ).

Según lo especificado en el Decreto Supremo N°61 el espectro de pseudo aceleración que determina la resistencia sísmica de la estructura está definido por la Ecuación 3.4.

$$S_a = \frac{S A_0 \alpha}{(R^*/I)} \quad (3.4)$$

Dónde:

S: Parámetro que depende del tipo de suelo.

$A_0$ : Aceleración efectiva máxima del suelo.

$\alpha$ : Factor de amplificación de la aceleración efectiva máxima, se determina para cada modo de vibrar n, está dado por la Ecuación 3.5.

$$\alpha = \frac{1 + 4,5 \left(\frac{T_n}{T_0}\right)^p}{1 + \left(\frac{T_n}{T_0}\right)^3} \quad (3.5)$$

$T_n$ : Periodo de vibración del modo n.

$T_0$  y p: Parámetros relativos al tipo de suelo.

$R^*$ : Factor de reducción de la aceleración espectral, calculado para el periodo del modo con mayor masa traslacional equivalente en la dirección de análisis, determinado mediante la Ecuación 3.6.

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0,10 T_0 + \frac{T^*}{R_0}} \quad (3.6)$$

I: Coeficiente relativo a la importancia, uso y riesgo de falla del edificio.

$T^*$ : Periodo del modo con mayor masa traslacional equivalente en la dirección del análisis.

$R_0$ : Valor que depende del tipo de estructura.

En la Tabla 3.3 se presentan los valores de los parámetros sísmicos correspondientes a la estructura analizada.

Tabla 3.3 - Parámetros sísmicos.

Zona sísmica	III
Tipo de suelo	D
Categoría del edificio	II
I	1,0
$R_0$	4
$A_0$	0,40g
$T_0$	0,75
p	1,0
S	1,2

Del análisis se obtiene el espectro de diseño elástico, correspondiente a la Figura 3.3, en la Tabla 3.4, se detalla el corte basal obtenido en el espectro de diseño elástico, la masa y los períodos fundamentales calculados para ambas direcciones del edificio.

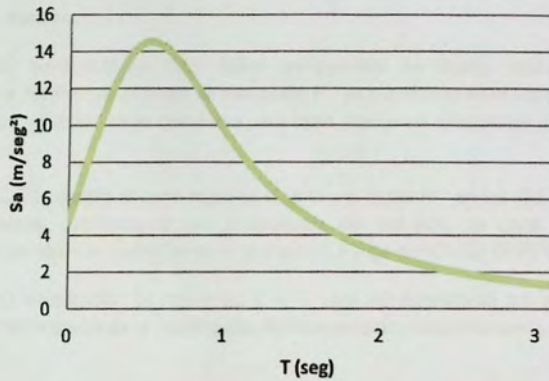


Figura 3.3 - Espectro de diseño elástico. Zona III, suelo D.

Tabla 3.4 - Detalle corte basal.

Dirección	Masa [Kg]	Q basal elástico [Kgf]	T [seg]	Modo
X	87.816	524.216	0,10	3
Y	87.816	606.046	0,20	1

### Combinaciones de carga.

Según indica el punto 5.2.1 de la NCh433 Of.1996 Modificada en 2009, la combinación de las solicitaciones sísmicas con las cargas permanentes y sobrecargas de uso se deben hacer usando las reglas de superposición indicadas en la NCh3171 Of.2010, donde se indica que la estructura debe ser diseñada de manera que su resistencia de diseño sea mayor o igual que el efecto de las cargas mayoradas en las combinaciones siguientes:

$U = 1,2$  Carga permanente +  $1,6$  Sobrecarga de uso

$U = 1,2$  Carga permanente +  $1,0$  Sobrecarga de uso  $\pm 1,4$  Sismo

$U = 0,9$  Carga permanente  $\pm 1,4$  Sismo

Es importante destacar que el estado de carga "sismo" (E) en las combinaciones de carga anteriores corresponde al espectro elástico de pseudo aceleración reducido.

### Resultado análisis sísmico.

La NCh433 Of.1996 modificada en 2009 define un espectro de diseño elástico de pseudo aceleración, el cual al dividirlo por el factor de reducción  $R^*$ , se transforma en el espectro de diseño inelástico. El factor de reducción debe calcularse para cada una de las direcciones de análisis de la estructura.

En las Tablas 3.5 y 3.6 se detalla el corte basal de diseño y el factor  $R^{**}$  en las dos direcciones de análisis respectivamente, satisfaciendo las limitaciones del esfuerzo de corte basal en las direcciones de la acción sísmica, definidas en el apartado 6.3.7 de la NCh433 Of.96 Mod.2009.

Se utiliza un factor de modificación de respuesta  $R = 4$ , para ser consistente con lo que indica el Decreto Supremo N°60 respecto de la clasificación de muros como muros ordinarios en estructuras de hasta 5 pisos.

Tabla 3.5 - Corte basal de diseño y factor  $R^{**}$  en dirección X.

SISMO X			
Diseño elástico $R^* = 1$	NCh433 $R^* = 1,97$	<b>Q min = 68,85</b>	<b>Q máx = 227,2</b>
Q elástico = 524,22	$Q_{ef} = Q \text{ elástico} / R^* = 266,53$	% peso = 8	% peso = 26,4
% peso = 60,91	% peso = 30,97	1/ $R^{**} = 0,43$	
	1/ $R^* = 0,51$	Q elástico/ $R^{**} = 227,2$	
		% peso = 26,4	
	$R^{**} = 2,31$	<b>Controla corte máximo</b>	

Tabla 3.6 - Corte basal de diseño y factor R\*\* en dirección Y.

SISMO Y			
Diseño elástico R* = 1	NCh433 R* = 2,60	Q min = 68,85	Q máx = 227,2
Q elástico = 606,06	Qef = Q elástico/R* = 233,43	% peso = 8	% peso = 26,4
% peso = 70,42	% peso = 27,12	1/R** = 0,37	
	1/R* = 0,39	Q elástico/R** = 227,2	
		% peso = 26,4	
	R** = 2,67	<u>Controla corte máximo</u>	

Del análisis se obtiene que tanto en el eje X como en el eje Y, controla el corte basal máximo  $Q_{máx} = 227,2 [T]$ , el que representa un 26.4% del peso de la estructura.

Esto sucede ya que el reducir el corte basal por el factor R\*, el valor obtenido no debe ser mayor que  $IC_{máx}P$ , donde  $C_{máx} = 0,55SA_o/9,8$ , por esto es necesario aplicar un factor R\*\* corregido y así obtener el corte máximo estipulado por la NCh433 Of.96 Mod.2009.

#### Desplazamiento lateral entrepiso.

Según indica la NCh433 Of.96 Mod.2009, el desplazamiento relativo máximo entre dos pisos consecutivos, medido en el centro de masas en cada una de las direcciones de análisis, no debe ser mayor que la altura de entrepiso multiplicada por 0,002.

La Figura 3.4 grafica los desplazamientos laterales calculados para los centros de masa de cada piso de la estructura, y con el ello además el máximo permitido por la NCh433 Of.96 Mod.2009.

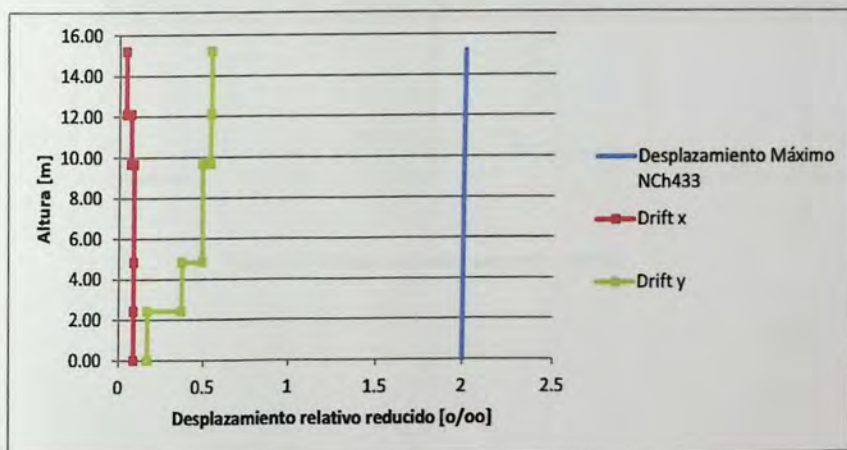


Figura 3.4 - Desplazamientos relativos.

En ninguno de los casos se supera el valor máximo establecido en la Nch433 Of.96 Mod.2009.

## Capítulo IV

### 4. Aplicación de la metodología a un caso de estudio.

#### 4.1. Elección del muro a analizar.

Se elige el muro con mayor carga axial  $P_u$  obtenido del análisis.

El mayor valor de la carga axial corresponde a  $P_u = 129,4[T]$ , valor que se obtiene de la combinación de cargas  $U = P_p + SC$ . El muro elegido corresponde al ubicado en el eje G como indica la Figura 4.1.

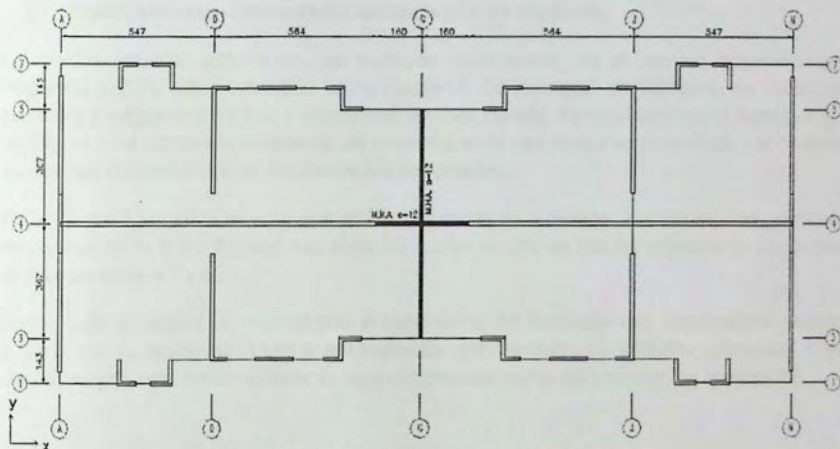


Figura 4.1 – Planta distribución, elemento a diseñar.

## 4.2. Diseño del muro según Código ACI 318-08 y Decreto Supremo N°60.

El Decreto Supremo N°60 en el punto 21.1.1.2, establece para el diseño de elementos sismo-resistentes de hormigón armado, que todas las regiones del territorio nacional deben ser consideradas de elevado riesgo sísmico. Por ende, deben cumplirse las disposiciones estipuladas en el capítulo 21 del código ACI 318-08 referidas a muros especiales resistentes a momentos.

En el análisis no se realiza el diseño y cálculo de fundaciones y losas, esto, debido a que el diseño de estos elementos no es relevante para el desarrollo de este trabajo.

La relación esfuerzo – deformación considerada en este estudio, tanto para el hormigón como para el acero, corresponde a modelos idealizados, propuestos por distintos investigadores, en donde se incluyen las principales características de comportamiento de estos materiales.

### i. Modelo esfuerzo – deformación del hormigón no confinado.

La relación esfuerzo deformación del hormigón considerada, es el modelo propuesto por Hognestad (1952), quien estudió el comportamiento del hormigón no confinado de muestras sometidas a cargas concéntricas y excéntricas. En este modelo, se considera que el hormigón en tracción no tiene aporte a la resistencia del elemento, pues asume que su resistencia a la tracción es muy baja comparada con su resistencia a la compresión.

En la Figura 4.2, se puede apreciar que existen dos zonas en el modelo: una ascendente, parábola de segundo grado y otra descendente lineal, las cuales se definen con las expresiones expuestas en las ecuaciones 4.1 y 4.2.

Donde  $f_c$  es la resistencia especificada a compresión del hormigón con deformación unitaria  $\varepsilon$ ,  $f'_c$  y  $\varepsilon_0$  son la resistencia máxima a compresión del hormigón en probetas cilíndricas y su correspondiente deformación unitaria;  $\varepsilon_u$  es la deformación última del hormigón en compresión.

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad 0 < \varepsilon < \varepsilon_0 \quad (4.1)$$

$$f_c = f'_c - 0,15f'_c \left[ \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_u - \varepsilon_0} \right] \quad \varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_u \quad (4.2)$$



Figura 4.2 - Curva esfuerzo – deformación hormigón H-20.

ii. Modelo esfuerzo – deformación del acero estructural.

Se considera la curva idealizada tensión – deformación del acero que se muestra en la Figura 4.3.

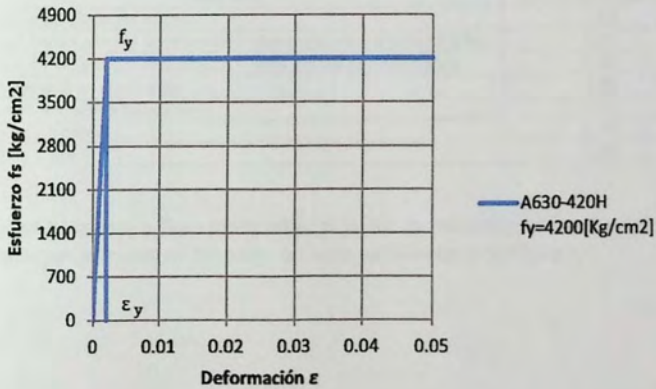


Figura 4.3 – Modelo bilineal esfuerzo deformación acero estructural A630-420H.

Dónde:

$f_y$ : Tensión de fluencia del acero

$\epsilon_y$ : Deformación de fluencia del acero

#### 4.2.1. Resistencia de diseño.

La resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, debe tomarse como la resistencia nominal calculada de acuerdo con los requisitos y suposiciones del código ACI 318-08 multiplicada por los factores de reducción de resistencia indicados en la Tabla 4.1.

Resistencia de diseño  $\geq$  Resistencia requerida

$\phi$  Resistencia nominal  $\geq$  Resistencia requerida

Tabla 4.1 - Factores de reducción.

Sección	Factor de reducción
Sección controlada por tracción.	0,90
Sección controlada por compresión – elementos con refuerzo espiral.	0,75
Sección controlada por compresión – otros elementos reforzados.	0,65
Aplastamiento en el concreto.	0,65
Zonas de anclaje de pos tensado.	0,85
Cortante y torsión.	0,75
Cortante sísmico.	0,60

Para elementos sometidos a flexo-compresión, el factor de reducción de resistencia  $\phi$  varía en función de la deformación unitaria del acero, tal como se muestra en la Figura 4.4.

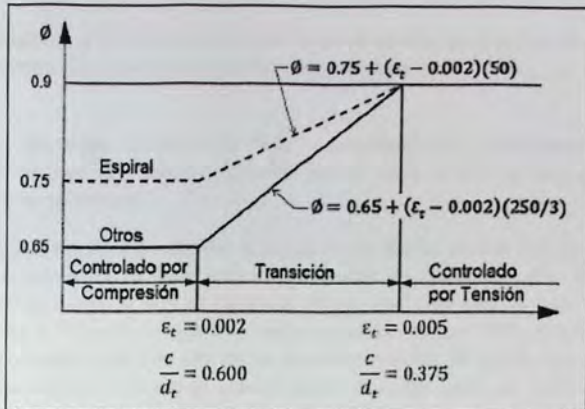


Figura 4.4 - Variación de  $\phi$  para elementos sometidos a carga axial y flexión [ACI318-08].

Se destaca que para las secciones controladas por compresión, se utiliza un valor más bajo de  $\phi$  que para las secciones controladas por tracción, ya que las secciones controladas por compresión tienen menor ductilidad, por lo que son más sensibles a las variaciones en la resistencia del hormigón y en general, se presentan en elementos que soportan mayores áreas cargadas que los elementos con secciones controladas por tracción.

#### 4.2.2. Elementos sometidos a flexo-compresión.

Estos elementos deben satisfacer las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, esto según las siguientes hipótesis:

- Las deformaciones unitarias en el refuerzo y en el concreto deben suponerse directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro.
- La máxima deformación unitaria permitida en la fibra extrema sometida a compresión del concreto se supone igual a 0,003.
- El esfuerzo en el refuerzo cuando sea menor que  $f_y$  debe tomarse como  $E_s$  veces la deformación unitaria del acero. Para deformaciones unitarias mayores que las correspondientes a  $f_y$ , el esfuerzo se considera independiente de la deformación unitaria e igual a  $f_y$ , no tomando en cuenta los efectos de endurecimiento por deformación del refuerzo.

- d) La resistencia a tracción del hormigón no debe considerarse en los cálculos de elementos de hormigón armado sometidos a flexión y a carga axial.

El diseño de elementos sometidos a flexo – compresión en zonas sísmicas, presenta la particularidad de que un mismo elemento puede estar sujeto a una gran cantidad de combinaciones de esfuerzos.

Una de las formas prácticas de abordar el problema del diseño de este tipo de elementos, es por medio de la construcción de diagramas de interacción de resistencia,  $M - P$ , que definen las combinaciones de carga axial y el momento flector que provoque la falla de los elementos prediseñados en el intervalo completo de excentricidades (relación  $M/P$ ), desde 0 a infinito. Para cualquier excentricidad, existe un sólo par de valores nominales de  $P_n$  y  $M_n$  que producirían la falla de la sección analizada. Este par de valores puede dibujarse como un punto en un gráfico que relacione  $P_n$  y  $M_n$  como el que se presenta en la Figura 4.5.

La resistencia de diseño considerada, es obtenida al multiplicar la resistencia a carga axial nominal  $P_n$ , y la resistencia nominal a flexión  $M_n$  por el factor  $\phi$  descrito en 4.1.

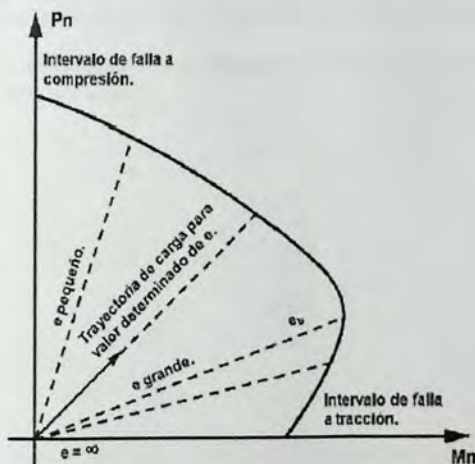


Figura 4.5 - Diagrama de interacción nominal de un elemento sometido a flexo-compresión [Llopitz, 2001].

Según indica el código ACI 318-08, la resistencia a flexión de un muro o de un segmento de un muro se determina de acuerdo con los procedimientos normalmente usados para las columnas. Se debe determinar la resistencia considerando las fuerzas axiales y laterales aplicadas. Se debe incluir en el cálculo de la resistencia el refuerzo concentrado en los elementos de borde y el distribuido en las alas y almas basándose en un análisis de compatibilidad de deformaciones.

Tal como se indica en el punto 4.1 de este documento el muro a diseñar corresponde al ubicado en el eje G, incluyendo el ancho efectivo del ala del muro que lo cruza ubicado en el eje 4.

Según indica el Decreto Supremo N°60 en el apartado 21.9.5.2, "Al verificar el diseño de las secciones transversales compuestas (L, T, C, u otras formas) se debe considerar la sección completa con todas las armaduras especificadas. Alternativamente, se puede verificar utilizando el ancho efectivo del ala. El ancho efectivo del ala en secciones con alas debe extenderse desde la cara del alma una distancia igual al menor valor entre la mitad de la distancia al alma de un muro adyacente y el 25% de la altura total  $H_T$  del muro".

Entonces, la mitad de la distancia al alma del muro adyacente corresponde a 3,62 [m] y el 25% de  $H_T$  a 3,2 [m]. El decreto indica que por lo tanto se debe elegir el menor valor que corresponde a 3,2 [m].

Para el diseño del muro, se realiza un proceso iterativo para la elección del refuerzo. De esta manera se construye el diagrama de interacción del muro para comprobar que todos los puntos de las combinaciones de cargas estipuladas en la NCh3171 Of.2010, queden dentro de las curvas de diseño.

En las Figuras 4.6 y 4.7, se muestra el detalle de armadura a flexo-compresión del muro y el diagrama de interacción en dirección Y. se considera un recubrimiento de 3 [cm].

En el diagrama de interacción se demuestra que todos los puntos de las combinaciones quedan dentro de las curvas de diseño.

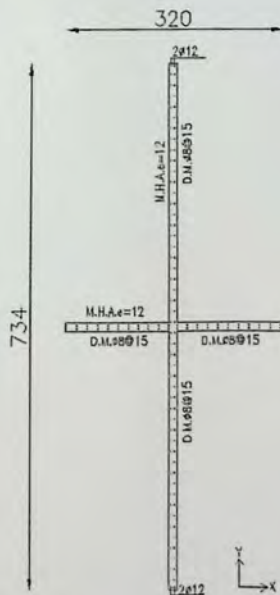


Figura 4.6 - Armadura flexo-compresión muro analizado.

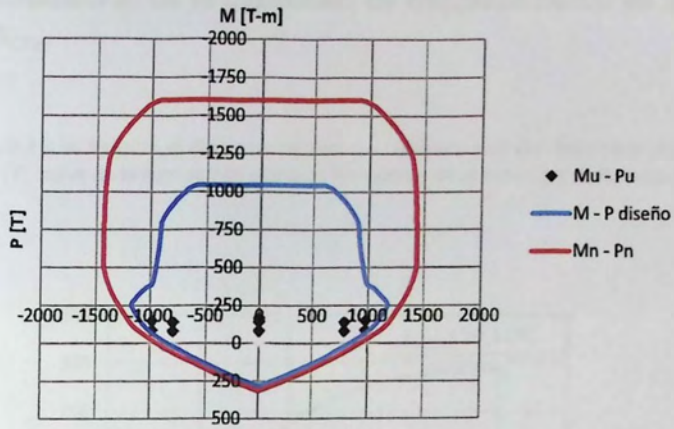


Figura 4.7 - Diagrama de Interacción muro en dirección Y.

### 4.3. Estimación de la capacidad de desplazamiento en el techo $\delta_{CAP}$ .

En la Figura 4.8 se muestra el diagrama momento – curvatura real del muro para la carga axial  $P_u = 129,4 [T]$ , curva de la cual se han estimado los valores de la curvatura de fluencia  $\phi_y$  y última  $\phi_u$ .

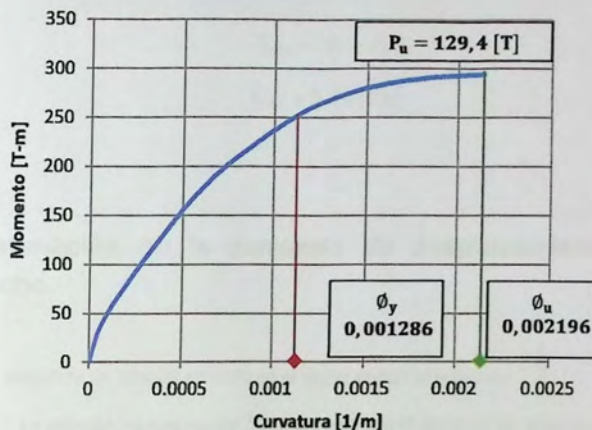


Figura 4.8 - Diagrama Momento – Curvatura, dirección Y.

Entonces, utilizando la ecuación 2.2, se estima la capacidad de deformación  $\delta_{CAP}$ .

$$\delta_{CAP} = \frac{11}{40} \phi_y h_w^2 + (\phi_u - \phi_y) l_p \left( h_w - \frac{l_p}{2} \right)$$

Dónde:

$$\phi_y = 0,001286 \left[ \frac{1}{m} \right]$$

$$\phi_u = 0,002196 \left[ \frac{1}{m} \right]$$

$$h_w = 12,78 \text{ [m]}$$

$$l_p = 0,5 l_w = 3,67 \text{ [m]}$$

$$l_w = 7,34 \text{ [m]}$$

$$\delta_y = 5,78 \text{ [cm]}$$

$$\delta_p = 3,66 \text{ [cm]}$$

$$\delta_{CAP} = \delta_y + \delta_p$$

$$\delta_{CAP} = 9,44 \text{ [cm]}$$

#### 4.4. Estimación de la demanda de desplazamiento $\delta_u$ en el techo.

Se estima la demanda de desplazamiento en el techo según la ecuación 2.3.

En la tabla 2.1 se detallan los valores de  $C_d^*$  para suelo tipo D utilizado en el análisis.

En la Tabla 4.2 se detalla el desplazamiento lateral de diseño para la estructura, y se grafica en la Figura 4.9.

Tabla 4.2 - Desplazamiento lateral de diseño.

Dirección	T* [seg]	Tag[seg]	$\delta_u$ [cm]
Y	0,20	0,30	3,06

No se hace referencia a la dirección X ya que el análisis en esa dirección no es relevante para los objetivos de este trabajo.

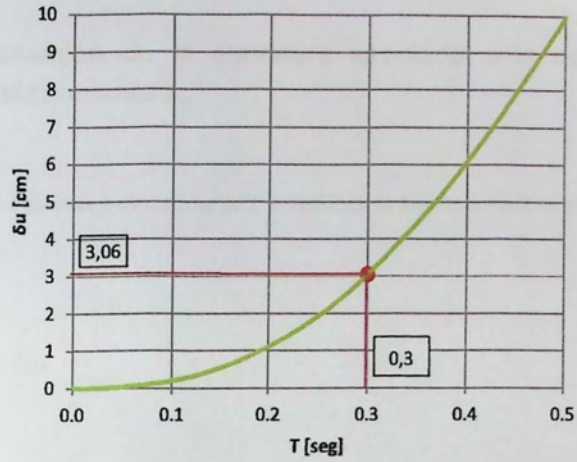


Figura 4.9 – Espectro elástico de desplazamiento Zona III, Suelo D.

Por lo tanto el valor de la demanda de desplazamiento  $\delta_u$  en dirección Y corresponde a 3,06 [cm].

#### 4.5. Estimación de la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento $\delta_u$ .

Se plantean las siguientes 3 condiciones para la demanda de desplazamiento en el techo  $\delta_u$ .

- a)  $\delta_u < \delta_y$
- b)  $\delta_y < \delta_u < \delta_{CAP}$
- c)  $\delta_u > \delta_{CAP}$

Para el caso de estudio  $\delta_u = 3,06$  [cm] y  $\delta_y = 5,78$  [cm] por lo tanto se cumple la condición a), es decir,  $\delta_u < \delta_y$ .

Para encontrar la curvatura asociada a la demanda de desplazamiento  $\delta_u$ , se reemplaza  $\delta_y$  por  $\delta_u$  en la ecuación 2.1a.

Con:

$$\delta_u = 0,0306 \text{ [m]}$$

$$h_w = 12,78 \text{ [m]}$$

Obteniendo:

$$\phi_u = 6,81 \times 10^{-4} \left[ \frac{1}{\text{m}} \right] \quad (\text{Demanda de curvatura})$$

Conociendo el valor de la curvatura, se puede estimar el momento asociado a dicha curvatura, a partir del diagrama momento – curvatura tal como se muestra en la Figura 4.10 el cual equivale a 185,36 [T – m].

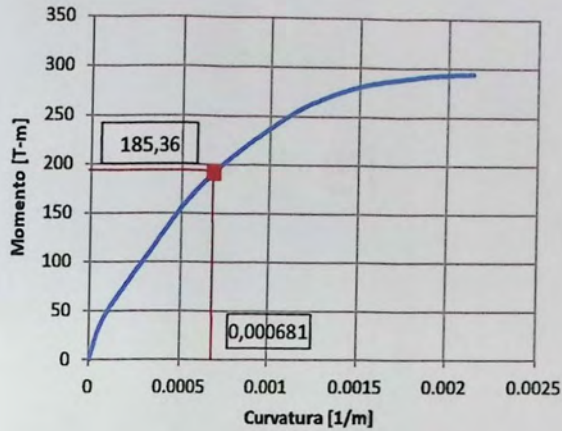


Figura 4.10 - Momento curvatura asociado a  $\delta_u$ .

#### 4.6. Estimar el perfil de deformación y esfuerzos asociados a $\delta_u$ .

- Eje neutro (c)

Se obtiene que el eje neutro (c) se encuentra a los 359,12 [cm] de distancia como indica la Figura 4.12.

- Diagrama de deformaciones.

La deformación del hormigón en la fibra extrema en compresión para las condiciones anteriores corresponde a:

$$\varepsilon_u = 1,037 \times 10^{-3}$$

- Diagrama de esfuerzos.

Conociendo el valor de la deformación de la sección, es posible entonces ingresar con este valor a la curva del hormigón para conocer su esfuerzo asociado.

Como:

$$0 < \varepsilon < \varepsilon_0$$

Entonces:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

Dónde:

$$\varepsilon_u = 0,001037$$

$$\varepsilon_0 = 0,00168$$

Evaluando la ecuación anterior se obtiene:

$$f_c = 136,56 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$$

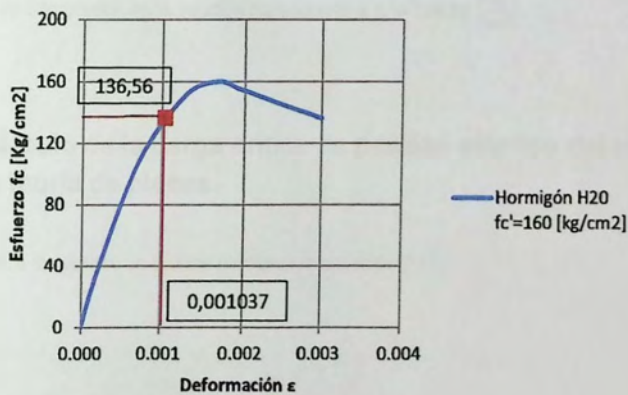


Figura 4.11 - Esfuerzo en el hormigón.

Luego, se obtienen los diagramas de deformación y esfuerzo para el muro analizado, como indica la Figura 4.12.

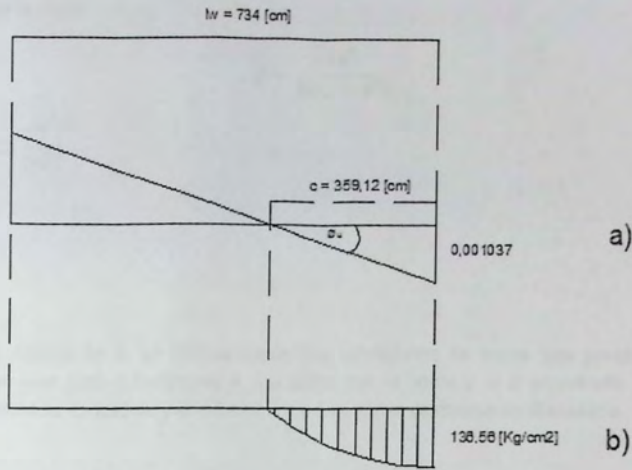


Figura 4.12 – Estimación de esfuerzos en el hormigón. a) Perfil de deformaciones. b) Distribución de esfuerzos.

El esfuerzo de compresión en la sección corresponde a  $f_c = 136,56 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$ .

#### 4.7. Cálculo de la carga crítica de pandeo elástico del muro, con la teoría de placas.

La carga crítica de pandeo se calcula mediante la ecuación 2.11.

$$q_{cr} = K \frac{\pi^2 D}{b^2}$$

Dónde:

$K = 1,7$  Valor que se obtiene de la relación de aspecto  $a/b$  (Ver Figura 4.14)

$a = 2,42 \text{ [m]}$

$b = 3,59 \text{ [m]}$

D: Rigidez de la placa

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$E = 1.910.020 \left[ \frac{T}{m^2} \right]$$

$$h = 0,12[m]$$

$$\nu = 0,25$$

El valor del coeficiente K, se obtiene según las condiciones de borde que presenta la placa analizada, en este caso corresponde a una placa con el borde  $y = 0$  empotrado,  $y = b$  libre,  $x = 0$  simplemente apoyados, y el extremo  $x = a$  con apoyo deslizante en dirección  $x$ .

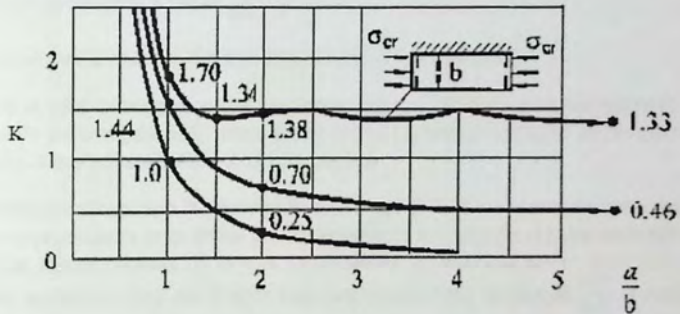


Figura 4.13 - Valores coeficiente K [1].

Por lo tanto reemplazando en la ecuación 2.11, se obtiene un valor para la carga crítica de pandeo elástico:

$$q_{cr} = 335,46 \left[ \frac{T}{m} \right]$$

#### 4.8. Comparación de esfuerzos de compresión y carga crítica de pandeo elástico del muro.

Para comparar el valor del esfuerzo de compresión en la sección con la carga crítica de pandeo elástico, es necesario que ambas cargas se encuentren en las mismas unidades y estén distribuidas de la misma forma, entonces se propone que ambas cargas serán distribuidas uniformemente.

Entonces, asumiendo un criterio excesivamente conservador, se puede aproximar la distribución parabólica de esfuerzos en el hormigón a una distribución rectangular uniforme, distribución con la que se calculó la carga crítica de pandeo.

El esfuerzo de compresión en la sección corresponde a  $f_c = 136,56 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right]$ , por lo cual se pasa a una carga rectangular distribuida, y se obtiene que la carga de compresión corresponde a  $163,87 \left[ \frac{\text{T}}{\text{lm}} \right]$ .

Por otra parte se tiene que la carga crítica de pandeo elástico obtenida mediante la teoría de placas que corresponde a  $335,46 \left[ \frac{\text{T}}{\text{lm}} \right]$ .

Por lo tanto para el caso estudiado no ocurre pandeo fuera del plano.

Como el valor de la carga crítica de pandeo elástico del muro está por sobre la resistencia a compresión del hormigón H-20, antes de que ocurra pandeo el hormigón se reventará por lo tanto es imposible que primero sufra una falla por pandeo.

Es posible además conocer la máxima altura de entre piso con la cual sí se produciría pandeo, ya que como se conoce la carga crítica de pandeo elástico que soporta el muro es posible despejar en este caso nuestra variable "a" la que se encuentra incorporada en el valor del coeficiente K (relación de aspecto a/b), por lo tanto para una carga crítica de  $335,46 \left[ \frac{\text{T}}{\text{lm}} \right]$ , la máxima altura de entre piso corresponde a  $6,1[\text{m}]$ .

Sin embargo, aunque se puede determinar el valor máximo de la altura de entrepiso para que se produzca pandeo, de ninguna forma éste lograra producirse ya que antes de ello será el hormigón quien falle debido a su baja resistencia.

## Capítulo V

### 5. Conclusiones y comentarios.

En este trabajo se ha desarrollado y propuesto una metodología simplificada como herramienta para el análisis de pandeo elástico de muros delgados. Se describe y analiza un edificio social con muros de espesor reducido, posteriormente se elige un muro del edificio y se aplica la metodología propuesta, con el objeto de verificar el pandeo del muro.

Al aplicar la metodología al caso de estudio se observa que el esfuerzo de compresión en la sección de muro es menor a la carga crítica de pandeo elástico obtenido mediante el análisis de teoría de placas, por lo cual no existirá inestabilidad elástica, al tratarse de un elemento sometido a la acción de fuerzas axiales.

La metodología planteada contribuye a ser una herramienta aplicable para la verificación del pandeo elástico en este tipo de estructuras con muros de espesor reducido. Como además puede ser una herramienta simplificada para utilizar en edificios más altos que el del caso estudiado.

Por otra parte, se debe mencionar que la relación que existe entre la carga de compresión y la carga crítica de pandeo es de 2 veces esta última por sobre la primera. Dado que se realiza una verificación y no un diseño, se puede aseverar que el muro no presentara falla por pandeo.

Es por lo tanto que se recomienda aplicar esta metodología a un mayor número de edificios, con distintas características que las del analizado en este trabajo, muros con distintas condiciones de borde y distintas distribuciones de cargas, para de esta manera contar con un análisis más representativo del universo de edificios con muros de poco espesor que se están construyendo en el país.

## Referencias

- [1] Tesis doctoral. Comportamiento sísmico de edificios con muros delgados de hormigón. Aplicación a zonas de alta sismicidad en Perú. Helbert Fredy Gonzales Fernández. Barcelona, Diciembre 2010.
- [2] Los edificios de muros delgados de concreto y las nuevas normas para su diseño. Ingeniero Antonio Blanco Blasco. Director Gerente de Antonio Blanco Blasco Ingenieros EIRL, ex decano del colegio de ingenieros de Perú e integrante del consejo directivo nacional del SENCICO en representación de las Universidades Peruanas.
- [3] Mejía, L., Ortiz, J.C. y Osorio, L.I. (2004). Concrete shear wall buildings. World Housing Encyclopedia ([www.worldhousing.net](http://www.worldhousing.net)). Earthquake Engineering Research Institute and International Association for Earthquake Engineering, Colombia/Report 109.
- [4] Yáñez, D.A. (2006). Análisis de respuesta sísmica en edificios tipo túnel, bajo régimen elástico. Bach. Tesis, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.
- [5] Carrillo, J., Alcocer, S. y Uribe, R. (2009). Predicción del desempeño a cortante de muros de concreto para vivienda. XVII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Puebla, México.
- [6] Balkaya, C. and Kalkan, E. "Relevance of R-factor and Fundamental Period for Seismic Design of Tunnel Form Building Structures", Proc. of the 13th World Conference on Earthquake Engineering: Vancouver, BC, Canada, Aug.1-6, 2004.
- [7] Balkaya, C. and Kalkan, E. "Behavior of Tunnel Form Building Structures Subjected to Earthquake Forces", Proc. of the International Earthquake and Structural Engineering Symposium: Middle East Technical University, Ankara, Turkey, Oct. 14, 2002.
- [8] David Mora (2010). Solución numérica de problemas de pandeo elástico de estructuras delgadas. Tesis, Universidad de Concepcion, Chile.
- [9] Thin Plates and Shells. Theory, analysis and applications. Eduard Ventsel, Theodor Krauthammer. The Pennsylvania State University. University Park, Pennsylvania.

- [10] Murray, D.W. and Wilson, E.L., Finite-element large-deflection analysis of plates, Proc. ASCE, J Engng Mech, Div EMI, p. 143 (1969).
- [11] Yang, T. J., Elastic postbuckling prediction of plates using discrete elements, AIAAJ, vol. 9, No. 9, pp. 1665–1666 (1971).
- [12] Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [13] Paulay, T. (2002) "The displacement capacity of reinforced concrete coupled walls". Engineering Structures 24. pp. 1165-1175.
- [14] NCh170 Of.1985 Hormigón – Requisitos Generales.
- [15] Ministerio de Vivienda y urbanismo. Decreto Supremo N°61, reglamento que fija el diseño sísmico de edificios y deroga decreto N° 117, de 2010.
- [16] Ministerio de Vivienda y urbanismo. Decreto Supremo N°60, reglamento que fija los requisitos de diseño y cálculo para el hormigón armado y deroga decreto N°118 de 2010.
- [17] ACI Committee 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318S-08)
- [18] Instituto Nacional de Normalización (INN). NCh433 Of.96 Mod.2009, diseño sísmico de edificios.
- [19] Instituto Nacional de Normalización (INN). NCh3171 Of.2010, diseño estructural, disposiciones generales y combinaciones de carga.
- [20] Instituto Nacional de Normalización (INN). NCh1537 Of. 2009, diseño Estructural – Cargas permanentes y cargas de uso

- [21] Estructuras de Concreto Reforzado. R. Park & T. Paulay.
- [22] Hormigón I, elementos de hormigón armado sometidos a flexo-compresión. Carlos Ricardo Llopitz, 2001. Mendoza Argentina.
- [23] Diseño en hormigón armado. Alejandro Morales. Universidad de Valparaíso, 2013.