



# UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

***ANÁLISIS DEL ERROR EN EL CÁLCULO DE ÁREA Y  
PERÍMETRO DE FIGURAS YUXTAPUESTAS Y  
RECOMENDACIÓN DE ESTRATEGIAS PARA SUS CAMBIOS DE  
REGISTRO.***

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención en  
Didáctica

Presentada por:

Mayra Daniela Muñoz Contreras

Priscilla Alejandra Olivares Pérez

Profesora guía: Jorge Ávila Contreras.

Valparaíso, 2011

# Resumen

En el presente estudio se han analizado representaciones de estudiantes de primer año medio y sus distintos procedimientos y errores, a modo de entender el complejo pensamiento matemático en la coordinación de los registros de representación algebraico y geométrico, en la unidad de factores y productos que se enmarca en los conceptos de área y perímetro.

La investigación se sitúa en el método cualitativo-exploratorio, por lo que se ha aplicado un cuestionario indagatorio, en el cual se han categorizado las respuestas de los estudiantes según las estrategias utilizadas para su resolución.

Se han realizado dos estudios en nuestra investigación, los cuales nos han permitido dar algunas sugerencias de cómo abordar este tipo de conocimientos durante el desarrollo escolar. El primer estudio se basa en un análisis didáctico de los planes y programas y textos de estudio que permite conocer cómo son abordados los conceptos de área y perímetro en el contexto de los ejes de álgebra y geometría. El segundo estudio se fundamenta en los análisis efectuados a las respuestas recabadas en un cuestionario exploratorio, para lo que se utilizó un sustento bibliográfico de las dificultades, obstáculos y errores de Socas (1997) y sobre la coordinación en los cambios de registro de representación de Duval (1999). Los que fueron de gran utilidad al tratar de comprender en parte los distintos pensamientos de los estudiantes.

De nuestras intervenciones para analizar este tipo de conocimientos en el aula, concluimos que los estudiantes presentan variadas dificultades en la realización de ejercicios de este tipo, ya que la complejidad de este pensamiento matemático obliga a los estudiantes a construir conocimientos en base a errores.

# Índice

<b><u>Introducción.....</u></b>	<b><u>13</u></b>
<b><u>Capítulo1.....</u></b>	<b><u>16</u></b>
<b><u>Planteamiento del problema.....</u></b>	<b><u>16</u></b>
<u>Descripción.....</u>	<u>16</u>
<u>Objetivo General.....</u>	<u>21</u>
<u>1.3. Objetivo Específico.....</u>	<u>22</u>
<u>1.4. Preguntas de Investigación.....</u>	<u>22</u>
<u>1.5. Justificación .....</u>	<u>23</u>
<b><u>Capítulo2.....</u></b>	<b><u>31</u></b>
<b><u>Antecedentes.....</u></b>	<b><u>31</u></b>
<u>2.1. Análisis didáctico de los planes y programas y algunos libros de texto.....</u>	<u>31</u>
<u>2.1.1. Análisis didáctico de los planes y programas del MINEDUC .....</u>	<u>32</u>
<u>El cálculo de área y perímetro en los planes y programas.....</u>	<u>32</u>
<u>El lenguaje algebraico en los planes y programas.....</u>	<u>40</u>
<u>2.1.2. Análisis de algunos textos de estudio.....</u>	<u>48</u>
<b><u>Capítulo3.....</u></b>	<b><u>71</u></b>
<b><u>Marco Teórico.....</u></b>	<b><u>71</u></b>
<u>3.1 Teoría de Registros de representación semiótica.....</u>	<u>72</u>
<u>Procesos cognitivos ligados a la actividad geométrica.....</u>	<u>78</u>
<u>Dificultades asociadas al aprendizaje de las matemáticas. ....</u>	<u>85</u>
<b><u>Capítulo4.....</u></b>	<b><u>94</u></b>
<b><u>Diseño Metodológico.....</u></b>	<b><u>94</u></b>
<u>Tipo de investigación.....</u>	<u>94</u>

<u>Elaboración y aplicación del Instrumento.....</u>	<u>95</u>
<u>Métodos de análisis de la información.....</u>	<u>98</u>
<b><u>Capítulo5.....</u></b>	<b><u>100</u></b>
<b><u>Análisisdelainformación.....</u></b>	<b><u>100</u></b>
<u>Análisis a Priori.....</u>	<u>100</u>
<u>5.1.1 Levantamiento de Conjetura para la Situación 1.....</u>	<u>101</u>
<u>5.1.2. Levantamiento de Conjetura para la Situación 2.....</u>	<u>104</u>
<u>5.1.3. Levantamiento de Conjetura para la Situación 3.....</u>	<u>106</u>
<u>5.1.4. Levantamiento de Conjetura para la Situación 4.....</u>	<u>108</u>
<u>Análisis a Posteriori.....</u>	<u>114</u>
<u>5.2.1. Análisis a posteriori Situación 1.....</u>	<u>114</u>
<u>5.2.2. Análisis a posteriori situación 2.....</u>	<u>120</u>
<u>5.2.3. Análisis a posteriori situación 3.....</u>	<u>123</u>
<u>5.2.4. Análisis a posteriori situación 4.....</u>	<u>124</u>
<u>Contraste análisis a priori y a posteriori.....</u>	<u>127</u>
<u>Contraste análisis a priori y a posteriori situación 1.....</u>	<u>127</u>
<u>5.3.2 Contraste análisis a priori y a posteriori situación 2.....</u>	<u>129</u>
<u>5.3.3 Contraste análisis a priori y a posteriori situación 3.....</u>	<u>130</u>
<u>5.3.4 Contraste análisis a priori y a posteriori situación 4.....</u>	<u>131</u>
<u>Análisis transversales por situación.....</u>	<u>133</u>
<u>5.4.1 Análisis transversales de las respuestas dadas a la situación 1.....</u>	<u>133</u>
<u>5.4.2 Análisis transversales de las respuestas dadas a la situación 2. ....</u>	<u>135</u>
<u>5.4.3 Análisis transversales de las respuestas dadas a la situación 3. ....</u>	<u>138</u>
<u>5.4.4. Análisis transversales de las respuestas a la situación 4.....</u>	<u>143</u>
<u>5.5. Entrevista realizada a un Estudiante para recoger más información acerca de sus errores.....</u>	<u>148</u>

<b><u>Capítulo6.....</u></b>	<b><u>155</u></b>
<u>Propuestas de mejoramiento para remediar errores.....</u>	<u>155</u>
<b><u>Capítulo7.....</u></b>	<b><u>163</u></b>
<b><u>Conclusiones.....</u></b>	<b><u>163</u></b>
<b><u>Bibliografía.....</u></b>	<b><u>167</u></b>
<b><u>Anexos.....</u></b>	<b><u>170</u></b>
<u>ANEXO 1: Guía Aplicada en Colegio Víctor Antonio de Playa Ancha.....</u>	<u>170</u>
<u>ANEXO 2: Guía de ejercicios aplicada en el Colegio Sagrada Familia, San Antonio..</u>	<u>172</u>
<u>ANEXO 3: Cuestionario Exploratorio aplicado en Colegio en San Antonio.....</u>	<u>174</u>
<u>ANEXO 4: Actividad realizada en Entrevista para profundizar en errores.....</u>	<u>182</u>
<u>ANEXO 5: Transcripciones del Cuestionario Exploratorio.....</u>	<u>183</u>

## Índice de Figuras

<b>Figura 1: Ilustración de respuesta guía aplicada en Colegio de Playa Ancha.....</b>	<b>18</b>
<b>Figura 2: Ilustración de respuesta guía aplicada Colegio de Playa Ancha.....</b>	<b>18</b>
<b>Figura 3: Ilustración de respuesta guía aplicada Colegio de Playa Ancha.....</b>	<b>19</b>

<b>Figura 4: Ilustración de respuesta guía aplicada Colegio de Playa Ancha.....</b>	<b>20</b>
<b>Figura 5: Primera estrategia dada por estudiante 1 a pregunta 1.....</b>	<b>24</b>
<b>Figura 6: Segunda estrategia dada por estudiante 2 a pregunta 1.....</b>	<b>25</b>
<b>Figura 7: respuesta dada por estudiante 1 a pregunta II, primera figura.....</b>	<b>26</b>
<b>Figura 8: Respuesta dada por estudiante 2 pregunta II, primera y segunda figura. .</b>	<b>27</b>
<b>Figura 9: Respuesta dada por estudiante 3 a pregunta III, dificultades de la pregunta .....</b>	<b>28</b>
<b>Figura 10: Respuesta dada por estudiante 2 a pregunta III, representación desafío 1 .....</b>	<b>28</b>
<b>Figura 11: Respuesta dada por estudiante 2 a pregunta III, representación desafío 2 .....</b>	<b>29</b>
<b>Figura 12: Situación de aprendizaje sugerida para NB3, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.79.....</b>	<b>34</b>
<b>Figura 13: Situación de aprendizaje para NB3, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.81.....</b>	<b>35</b>
<b>Figura 14: Situación de aprendizaje para NB5, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.72.....</b>	<b>37</b>
<b>Figura 15: Situación de aprendizaje propuesta para NB6, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.47.....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 16: Ejemplo de actividad propuesta para el nivel 4 en los Mapas de Progreso de Geometría, MINEDUC 2009, p.12.....</b>	<b>38</b>
<b>Figura 17: Actividad sugerida para NB6, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.78 .....</b>	<b>39</b>
<b>Figura 18: Ejemplo de trabajo en el nivel 1 del Mapa de Progreso de Álgebra, MINEDUC 2009, p.7.....</b>	<b>42</b>
<b>Figura 19: Ejemplo de trabajo en el nivel 3 del Mapa de Progreso de Álgebra, MINEDUC 2009, p.11.....</b>	<b>44</b>
<b>Figura 20: Situación de aprendizaje propuesta para NB4, MINEDUC 2004, Planes y Programas, p.26.....</b>	<b>45</b>
<b>Figura 21: Actividad para encontrar el perímetro de una figura(Arrayán 2005, p.147) .....</b>	<b>50</b>

<b>Figura 22: Ejemplo para desarrollar una sustracción de polinomios (Arrayán 2005, p.155).....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 23: Actividad para desarrollar una sustracción de polinomios (Arrayán 2005, p.155).....</b>	<b>51</b>
<b>Figura 24: Propiedad distributiva representada geoméricamente (Arrayán 2005, p.165).....</b>	<b>51</b>
<b>Figura 25: Representación geométrica para una multiplicación de polinomios (Arrayán 2005, p.170).....</b>	<b>52</b>
<b>Figura 26: Actividad exploratoria para una multiplicación de polinomios (Arrayán 2005, p.171).....</b>	<b>52</b>
<b>Figura 27: Actividad exploratoria para expresar algebraicamente el área de una figura (Arrayán 2005, p.173).....</b>	<b>53</b>
<b>Figura 28: Actividad exploratoria para un cuadrado de binomio de términos positivos (Arrayán 2005, p.174).....</b>	<b>54</b>
<b>Figura 29: Actividad exploratoria para un cuadrado de binomio con términos negativos (Arrayán 2005, p.174).....</b>	<b>55</b>
<b>Figura 30: Actividad exploratoria, representación algebraica del cuadrado de binomio (Arrayán 2005, p.174).....</b>	<b>56</b>
<b>Figura 31: Actividad exploratoria para suma por la diferencia (Arrayán 2005, p.174).....</b>	<b>57</b>
<b>Figura 32: Actividad exploratoria para el producto de dos binomios con un término en común (Arrayán 2005, p.178).....</b>	<b>58</b>
<b>Figura 33: Extracto esquema Unidad 2, Álgebra (Mcgraw-Hill 2009, p.56).....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 34: Actividad de cálculo de perímetro de figuras geométricas (Mcgraw-Hill 2009, p.65).....</b>	<b>60</b>
<b>Figura 35: Representación geométrica de la propiedad distributiva (Mcgraw-Hill 2009, p.92).....</b>	<b>61</b>
<b>Figura 36: Actividad de aplicación de la propiedad distributiva (Mcgraw-Hill 2009, p.92).....</b>	<b>62</b>
<b>Figura 37: Representación geométrica de la propiedad distributiva de más de dos términos (Mcgraw-Hill 2009, p.93).....</b>	<b>63</b>

<b>Figura 38: Generalización de la propiedad distributiva (Mcgraw-Hill 2009, p.93).....</b>	<b>63</b>
<b>Figura 39: Desafío de una representación geométrica (Mcgraw-Hill 2009, p.95).....</b>	<b>64</b>
<b>Figura 40: Reconstrucción área de un rectángulo en el proceso de factorización (Mcgraw-Hill 2009, p.96).....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 41: Respresentación geométrica, distribución para factores de binomios de términos positivos (Mcgraw-Hill 2009, p.97).....</b>	<b>65</b>
<b>Figura 42: Representación geométrica del cuadrado de binomio (Mcgraw-Hill 2009, p.99).....</b>	<b>66</b>
<b>Figura 43: Definición de la suma por su diferencia (Mcgraw-Hill 2009, p.100).....</b>	<b>67</b>
<b>Figura 44: Actividad exploratoria para la suma por su diferencia (Mcgraw-Hill 2009, p.100).....</b>	<b>68</b>
<b>Figura 45: Ejemplo de cambio de registro de representación.....</b>	<b>77</b>
<b>Figura 46: Cambio de anclaje visual al anclaje discursivo, extraído de Torregrasa y Quesada (2007), p.282.....</b>	<b>81</b>
<b>Figura 47: Cuestionario exploratorio, situación 1.....</b>	<b>101</b>
<b>Figura 48: Ilustración conjetura caso 4.....</b>	<b>103</b>
<b>Figura 49: Cuestionario exploratorio, situación 2.....</b>	<b>105</b>
<b>Figura 50: Cuestionario exploratorio, situación 3.....</b>	<b>106</b>
<b>Figura 51: Cuestionario exploratorio, situación 4.....</b>	<b>109</b>
<b>Figura 52: Representación conjetura desafío a.....</b>	<b>110</b>
<b>Figura 53: Representación conjetura desafío a.....</b>	<b>111</b>
<b>Figura 54: Representación conjetura desafío a.....</b>	<b>112</b>
<b>Figura 55: Representación conjetura desafío b.....</b>	<b>113</b>
<b>Figura 56: estudiante E30, figura de treinta lados.....</b>	<b>116</b>
<b>Figura 57: Representación geométrica dada por un estudiante para la expresión 30cm .....</b>	<b>117</b>
<b>Figura 58: representaciones geométricas para el término algebraico .....</b>	<b>118</b>
<b>Figura 59: Dos representaciones para la expresión algebraica(a+b)c.....</b>	<b>118</b>
<b>Figura 60: Representaciones geométricas para la expresión algebraica (a+b)c.....</b>	<b>119</b>
<b>Figura 61: Representaciones geométricas para la expresión algebraica (a+b+c).....</b>	<b>120</b>
<b>Figura 62: Resolución realizada por un estudiante para la situación 2.....</b>	<b>120</b>

<b>Figura 63: Generalización de procedimiento del cálculo de área y perímetro para figuras geométricas, situación 2.....</b>	<b>121</b>
<b>Figura 64: Error de procedimiento para calcular el área de una figura yuxtapuesta. ....</b>	<b>122</b>
<b>Figura 65: estrategia para el cálculo del área y perímetro de una figura yuxtapuesta .....</b>	<b>123</b>
<b>Figura 66: Generalización del procedimiento de cálculo de área de una figura geométrica.....</b>	<b>124</b>
<b>Figura 67: Ejemplo de conjetura sin demostración realizado por un estudiante.....</b>	<b>125</b>
<b>Figura 68: Truncamiento situación 4, ítem a.....</b>	<b>126</b>
<b>Figura 69: Asignación de valores negativos.....</b>	<b>132</b>
<b>Figura 70: Representaciones geométricas no tradicionales del área y perímetro de expresiones algebraicas.....</b>	<b>133</b>
<b>Figura 71: Errores en la representación geométrica de expresiones algebraicas.....</b>	<b>134</b>
<b>Figura 72: Error al obtener la longitud de los lados de la figura.....</b>	<b>134</b>
<b>Figura 73: Primer procedimiento de estrategia.....</b>	<b>135</b>
<b>Figura 74: Segunda procedimiento de la estrategia.....</b>	<b>136</b>
<b>Figura 75: Procedimientos para el cálculo de área y perímetro de una figura yuxtapuesta, visualizada como un todo.....</b>	<b>138</b>
<b>Figura 76: Estrategia de cálculo de área y perímetro de figuras yuxtapuestas.....</b>	<b>139</b>
<b>Figura 77: Estrategia de visualización de una figura yuxtapuesta como una única figura geométrica.....</b>	<b>141</b>
<b>Figura 78: Utilización de información proporcionada tal y como se presenta.....</b>	<b>142</b>
<b>Figura 79: Respuestas similares al ejemplo dado, desafío a.....</b>	<b>144</b>
<b>Figura 80: Respuestas similares al ejemplo dado, desafío b.....</b>	<b>144</b>
<b>Figura 81: Reconfiguración de figura inicial, desafío a.....</b>	<b>146</b>
<b>Figura 82: Reconfiguración de figura inicial, desafío b.....</b>	<b>146</b>
<b>Figura 83: Construcción mediante la visualización de figuras geométricas separadas, desafío a.....</b>	<b>147</b>
<b>Figura 84: Situación 2, cuestionario exploratorio.....</b>	<b>148</b>

<b>Figura 85: Cálculo de perímetro estudiante E16, situación 2.....</b>	<b>151</b>
<b>Figura 86: Cálculo de parea estudiante E16, situación 2.....</b>	<b>151</b>
<b>Figura 87: Cálculo de área y perímetro figura yuxtapuesta 1, estudiante E16.....</b>	<b>152</b>
<b>Figura 88: Cálculo de parea y perímetro figura yuxtapuesta 2, estudiante E16.....</b>	<b>153</b>
<b>Figura 89: Cálculo área y perímetro figura yuxtapuesta 3, estudiante E16.....</b>	<b>153</b>
<b>Figura 90: Respuesta estudiante E16 para el cálculo del perímetro, situación 2.....</b>	<b>154</b>
<b>Figura 91: ejemplo de un triángulo escaleno.....</b>	<b>157</b>
<b>Figura 92: Ejemplo de una figura yuxtapuesta.....</b>	<b>157</b>
<b>Figura 93: Actividad que favorece los cambios de registro de representación, situación 1.....</b>	<b>161</b>
<b>Figura 94: Actividad que favorece los cambios de registro de representación, situación 2.....</b>	<b>162</b>