FACULTAD DE CIENCIAS
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

UNA MIRADA ETNOGRÁFICA A LA RÁZON MATEMÁTICA EN COMUNIDADES DE PRÁCTICAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESOR EN MATEMÁTICA CON MENCÍON EN DIDÁCTICA Y AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

PRESENTADA POR: ARY ESCARLETH BRIONES RETAMAL
SEBASTIAN NICOLAS OLMEDO NOVA

PROFESORA GUÍA: Dra. LEONORA DÍAZ MORENO

VALPARAÍSO 2018

Agradecimientos

Quiero dar gracias a todas las personas que contribuyeron en este proceso de mi vida. Principalmente a mi familia, a mi padre Dago Briones y a mi madre Elena Retamal por estar presente durante todo este proceso y apoyarme, a mi hermana Alenik Briones por su apoyo en cada momento que lo necesite y a mi amiga hermana Karen Vásquez por cada palabra de ánimo que me entregaste.

A los amigos de universidad, especialmente a mi compañero Sebastian Olmedo por su compromiso y dedicación en este trabajo, el cual siempre con una sonrisa y ánimos positivos ayudaban a ser más agradable este proceso. A María Farías y Aldo Campusano que a pesar de no ser parte de nuestro equipo siempre estuvieron presentes en el desarrollo de este proceso, apoyándonos mutuamente.

A la Doctora Leonora Díaz, por guiar esta tesis y ayudarnos en cada momento, que sin su guía no hubiésemos logrado finalizar.

A Gerardo, por siempre ayudar y orientar en cada duda que surgiera, siempre con mucha amabilidad.

Sin ustedes esto no hubiera sido posible, muchas gracias.

Ary Escarleth Briones Retamal

Quiero agradecer a mi esposa, por el apoyo dado durante este proceso, es un pilar firme en mi vida, es quien me ha escuchado y me ha comprendido todo, frustraciones, nerviosismos, enojos, alegrías y muchas otras tantas emociones. Ha estado a mi lado, dándome palabras que me han fortalecido. De todas maneras gracias por tanto, quizás no sabes todo el bien que me has hecho pero sabes que formas parte de mis proyectos y eres junto a mi hijo a quienes dedico este trabajo de investigación.

Mis padres y mis hermanos que me han formado y fomentado el seguir adelante, a pesar, de la adversidad me han enseñado la perseverancia necesaria para llegar a esta etapa de mi vida, donde se cierra un ciclo que abre muchos caminos.

Mi compañera Ary, es una gran compañera de trabajo, gracias por tu entrega y tu disposición de trabajar junto a mí, aceptando cambios, lugares, colegios y todo lo que sufrimos en este largo proceso de investigación, gracias por tu entrega y disposición constante.

Mi profesora guía, que se mantuvo cerca de nosotros ayudándonos constantemente. Sin su guía no hubiésemos logrado finalizar de la manera en que lo hicimos. Terminamos esta investigación de la mejor manera en que pudimos y felices de los resultado.

Finamente, las gracias a Dios, que nos ha permitido finalizar nuestra parte, de manera muy humilde, se lo entrego, es quien nos ha acompañado durante todo el proceso, atento a nuestras necesidades, regalándonos fuerzas y dándonos favor en todo lo que nos propusimos de la manera en que nos lo ha dejado. Gracias por tu misericordia, amor y paciencia con este grupo de trabajo.

Sebastian Nicolas Olmedo Nova.

Resumen
El currículo y las prácticas socioescolares han invisibilizado a la razón matemática en el pensamiento proporcional del estudiantado. Se cuenta con una experimentación previa de modelación de la elasticidad de un resorte. Esta arroja evidencias de una débil presencia de la razón en las prácticas socioescolares del aula de matemáticas.

Esta investigación atiende a la necesidad de desplazar el pensamiento proporcional desde un plano ontológico a un plano epistemológico, esto es, que se traslade desde ideas abstractas a un plano de prácticas, las que, históricamente, recurren a la razón matemática.

Desde una perspectiva cualitativa y en el marco de una investigación-acción se hacen concurrir una mirada etnomatemática junto a una perspectiva de experimentación y modelación matemática de carácter socioepistemológica.

La etnomatemática busca entender el saber/hacer matemático, a lo largo de la historia de la humanidad contextualizado en distintos grupos de interés o comunidades de prácticas, pueblos y naciones, sus distintas maneras de hacer y de saber. Por su parte el acto de modelar se entenderá como la articulación de una entidad que actúa respecto de otra (el fenómeno u otra entidad), cada vez que el estudiantado predice valores, desde regularidades de la primera entidad respecto del fenómeno, crea un acto de modelar.

Se deconstruyen prácticas de comunidades de la construcción. Estas actividades se obtienen desde entrevistas a dos obreros, un técnico, dos ingenieros y un docente. Con base en la deconstrucción de prácticas, se configuran dipolos modélicos en que la razón matemática toma el carácter de herramienta de sus prácticas.

Se pone en escena una secuencia de enseñanza para los aprendizajes en que la razón matemática emerja como herramienta de un dipolo modélico escolar que análoga a dipolos de la comunidad de prácticas de construcción configurados en el curso del estudio.

Palabras Claves: *Modelación, razón, comunidades de prácticas.*

ABSTRACT

The study program and school-social practices have been marginalized the mathematical ratio in proportional thinking of the student body. There is a previous experimentation of an elasticity model of a spring. This resulted evidence of a weak presence of school and social practices of ratio in mathematic classrooms.

This investigation attends the need to move around proportional thinking from an ontological to an epistemological level, that is, translate from abstract ideas in a practice level which historically resort to mathematical ratio.

From a qualitative perspective and in an action-learning framework, an Ethno Mathematic viewpoint concurs along with a mathematical experimentation and modeling perspective of Social Epistemological character.

Ethno Mathematics seeks to understand the know-how mathematical through history of humankind contextualized in different groups of interest or communities of practice, people and nations, their different methods of doing and knowing. On the other hand, the act of molding will be understood as the articulation of an entity that acts in relation to (the phenomenon or another entity): each time the student body predicts values, from regularities of the first entity in regards to the phenomenon creates the act of molding

Practices of the construction community are broken-down. These activities are obtained through interviews of two construction workers, a technician and two engineers. Based on the breakdown of practices, modeled dipoles are configured in the mathematical ratio taking the role of a tool in their practice.

A sequence of teaching for learning is put in scene, in which the mathematical ratio emerges as a tool of school modeled dipoles that akin to construction community practices formed in the course of study.

Keywords: *Modeling, ratio, practice communities.*

Contenido

Introducción

Existe un interés por acercar la matemática a la vida cotidiana, en particular en estudiar cómo está presente en las comunidades de práctica, en específico la comunidad de la construcción. En los campos de la arquitectura e ingeniería, la construcción es el arte o técnica de fabricar edificios e infraestructuras.

Se denomina construcción a todo aquello que exige, antes de hacerse, disponer de un proyecto y una planificación determinada.

Los constructores, sus prácticas, su comunidad y la construcción de los taludes es aquello que se estudia. Tanto los actores involucrados en esta construcción, a saber, los ingenieros, técnicos y los obreros de esta comunidad de práctica, como también la razón matemática involucrada en calidad de herramienta de esta práctica de construcción, en particular, la construcción de taludes.

Consideramos que la matemática debe ser una herramienta para la vida de las personas, que les apoye en sus quehaceres cotidianos, ciudadanos y profesionales y no solamente satisfacer las necesidades del ámbito escolar, entendiendo que desde el currículum y las prácticas socioescolares han invisibilizado la razón matemática en el pensamiento proporcional del estudiante.

Desde una perspectiva cualitativa y en el marco de una investigación-acción se hacen concurrir una mirada etnomatemática junto a una perspectiva de experimentación y modelación matemática de carácter socioepistemológica.

La etnomatemática busca entender el saber/hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, definida por D'Ambrosio: *Etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otro que se identifican por objetivos o tradiciones comunes* (D'Ambrosio, 2013).

Si consideramos a la práctica de la construcción en el desarrollo de la realización de los taludes, la etnomatemática que involucra las prácticas socioescolares y las comunidades, con la invisibilizacion de la razón matemática en el aula de clases y las prácticas socioescolares, encontramos los motivos por los cuales esta investigación se realizó con el interés de determinar eslabones de continuidad, que pueden levantarse entre la razón matemática. Cómo esta emerge en algoritmos a los que se recurre de modo cotidiano en las aulas, y a la que recurren comunidades de prácticas.

En esta investigación se busca comprender usos de la razón matemática en el aula escolar y la comunidad de prácticas de la construcción. Se obtiene información mediante una primera experimentación “Elasticidad de un resorte” (Arrieta y Díaz, 2015), texto de estudios y bases curriculares.

Lo anterior con el fin de lograr tomar la mayor cantidad de elementos que permitan incorporar una segunda secuencia de experimentación y modelación, “Construcción de taludes” en el contexto escolar, la cual se obtuvo con información previa y entrevistas en profundidad a seis miembros de la comunidad de la construcción. Posteriormente una tercera intervención, “Construcción de taludes” y el rediseño de esta, con la cual se levantan dipolos modélicos en los análisis de las respuestas estudiantiles.

Se indagan entendimientos de la razón matemática provenientes de los estudiantes, en este caso de estudiantes de quince años que cursan la escolaridad obligatoria. Con los resultados de estos estudios describiremos las diferencias que se presentan en los usos de razón matemática en el aula respecto a las comunidades de práctica y se diseñará una secuencia de enseñanza de la razón matemática desde la epistemología correspondiente a la comunidad de prácticas de la construcción.

Las secuencias se basan en los estudios desarrollados por Arrieta y Díaz (2015), en su propuesta de modelación matemática. El diseño primordial consta de tres fases organizando las actividades de la secuencia para los estudiantes. El objetivo de la secuencia es que los estudiantes modelen linealmente tanto la “Elasticidad del resorte”, como la “Construcción de taludes”.

En el primer capítulo se plantea el problema de investigación, se muestran antecedentes que configuran una problemática, la pregunta orientadora que dirige este estudio y sus objetivos generales y objetivos específicos que se interesan abordar en la investigación. Se presentan las justificaciones y las limitaciones que se presentaron durante el proceso.

En el segundo capítulo se presenta el marco teórico que justifica y afirma la investigación, para el análisis de las producciones estudiantiles y en las entrevistas a la comunidad de práctica de la construcción, estudios sobre la etnomatemática, el acto de modelar, dipolos modélicos, la razón relaciona cantidad de magnitudes, comunidades de práctica, distancia entre prácticas profesionales y escolares y la razón matemática en planes y programas, en específico en un texto de estudio de sexto año básico.

En el tercer capítulo se describe la metodología de investigación, de carácter cualitativo y corresponde a un estudio etnográfico. Se reportan los instrumentos utilizados, a saber, un estudio previo “La elasticidad de un resorte”, (Arrieta y Díaz, 2015), seis entrevistas a miembros de la comunidad de la construcción en las que entra en escena la razón matemática en la fabricación de taludes, el diseño de la una secuencia experimental “Construcción de taludes” y el rediseño de esta. Los sujetos, estudiantes de la región de Valparaíso. Y el modo de análisis para los datos presentes en la investigación.

En el cuarto capítulo se describen los análisis de la información acopiada, a saber, el estudio previo en el cual se mostraran las trayectorias emergentes por los seis equipos de estudiantes, textualidades provenientes de entrevistas cuyo análisis está basado en los estudios de (Galicia, 2014), en cuanto a herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones y los respectivos dipolos modélicos que establecen cada constructor. Análisis de las textualidades estudiantiles en la secuencia experimental, y del rediseño sus respectivos dipolos modélicos. Para finalizar el estudio con el contraste de dipolos modélicos entre la comunidad de constructores y los estudiantes.

Se concluye que la razón matemática es usada tanto como en comunidades de práctica de la construcción como en las aulas chilenas. En las comunidades de práctica la razón matemática se aplica en la cotidianidad de las prácticas, a diferencia de la que se enseña en la escuela, que se presenta en heurísticas de cálculos, fórmulas y cocientes.

Capítulo I

El problema

1.1 Antecedentes

Desarrollar una educación matemática basada en el respeto por la diferencia y la multiplicidad sociocultural, que sea sensible a los factores sociales, culturales y políticos, ya sea en los sistemas educativos nacionales, de proyectos educacionales interculturales o de proyectos de educación propia, conlleva un desplazamiento desde el plano ontológico hacia un plano epistemológico en el estudio de los conceptos matemáticos (D´Ambrosio, 2013)

Como campo de investigación propiamente tal, la etnomatemática se formuló en 1984 desde los estudios de Ubiratán D´Ambrosio en una sesión plenaria del quinto congreso internacional de educación matemática, *International Congress On Mathematical Education.*

Dicho congreso llevó el título de *“Sociocultural Bases for Mathematical Education”.* En la ocasión se proyectó la necesidad de afrontar la educación matemática desde una perspectiva sociocultural. Además de este hecho en el año 1985, en la conferencia anual de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos, *National Council of Teachers of Mathematics,* el profesor D´Ambrosio participó en la constitución del grupo internacional de estudio en etnomatemáticas, *international study group on etnomathematics* (Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, Parra,2015).

Desde dichos eventos y a partir del año 1995, un gran número de tesis doctorales y de magister relacionadas a la etnomatemática, dan un impulso significativo a este campo de investigación. Con este impulso en el año 1998 la Universidad de Granada, España, realizó el primer *Congreso Internacional de Etnomatemática.*

Desde estos eventos en adelante se comenzaron a abordar algunos aspectos epistemológicos y políticos de la etnomatemática con la intención de contribuir a democratizar la enseñanza de las matemáticas (2013, op. cit., Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, Parra, 2015). Con ello, se empezó a visibilizar los conocimientos matemáticos originados por grupos no hegemónicos, y que de muchas formas, han sido silenciados y excluidos. Es así como se abre paso la comunidad etnomatemática a examinar el curriculum escolar.

Por su parte respecto a la razón matemática en Chile, el curriculum nacional comienza a hablar de razón matemática en el programa de matemática de sexto básico, donde el objetivo de aprendizaje es demostrar que se comprende el concepto de razón matemática en distintos soportes (concretos, pictórico y simbólico, en forma manual y/o usando software educativo). Para esto la página del curriculum nacional estipula los indicadores de evaluación que debe considerar el profesorado para valorar los aprendizajes de los estudiantes respecto de la razón matemática.[1]

Las reformas curriculares, *con la propuesta de centrarse en el desarrollo de competencias con base en las estrategias de resolución de problemas, de modelaciones como graficaciones y numerizaciones tabulares, formulas cambios en la epistemología de la didáctica de la proporcionalidad.*

Con las reformas curriculares ocurridas en Latino América a través de la corriente de la matemática moderna, se dirigen al desarrollo de recursos matemáticos que serían, a juicio de sus propulsores, más eficaces, como la función lineal y el formalismo algebraico.

Se asume a la matemática disciplinar como una práctica sociocultural que se constituye a partir de la herencia mediterránea y que fue trasladada a América a través de los procesos de conquista. Algunos investigadores como Lizcano, la denominan *la matemática de la tribu europea* (2002, op. cit., Peña-Rincón, 2015), y en adelante, se la impone como una única forma de ser y pensar frente al mundo (Castro, 2015).

Desde la etnomatemática, se han realizado críticas a la tendencia de imponer el mismo formato de escuela y de currículo disciplinar a nivel mundial, sin poner en evidencia, como que los conocimientos son constituidos, validados y legitimados por medio de las prácticas sociales en grupos socioculturales diferentes al mundo eurocéntrico. Todavía hay una resistencia en el reconocimiento de las relaciones intraculturales.

Se insiste en colocar niños en grados de acuerdo con la edad, ofrecer el mismo currículo en un mismo grado, llegando al absurdo mayor de evaluar grupos de individuos con test estandarizados. Se trata efectivamente, de una tentativa de pasteurizar las nuevas generaciones (D’Ambrosio, 2013, p. 208).

[1] Extraído de Curriculum en Línea, http://www.curriculumnacional.cl/inicio/1b-6b/sexto-basico/matematica/OA/?oa=OA_3

El profesorado poco se ha apropiado de los cambios curriculares, los cuales son confeccionados por especialistas convocados por el del Ministerio de Educación. Entonces, ¿Qué debe vivir el docente para que se apropie del saber matemático escolar y logre empoderarse de su propia habilidad? Desde la perspectiva socioepistemológica se atiende a esta problemática aseverando que es indispensable el empoderamiento docente para hacerse dueño de su propia práctica, a través de, la problematización del saber matemático escolar y, así, promover un cambio significativo en su práctica docente y una mejora en la educación y la didáctica de las matemáticas (Reyes-Gasperini, Cantoral, 2014).

Lo anterior ha implicado la realización de numerosos estudios, donde el énfasis de los trabajos de investigadores atiende a las comunidades (indígenas u otras) cuyas formas de vida se originan en cosmogonías y cosmovisiones radicalmente diferentes a las que sustentan a la sociedad occidental y a la academia científica, los que han visibilizado con fuerza algunas de las tensiones que actualmente cruzan a la etnomatemática (Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, Parra, 2015).

1.2 El Problema

Se instala una problemática al preguntarse por qué la razón matemática está invisibilizada en los textos estudiantiles entregados por el Ministerio de Educación (2017, 2011, entre otros) y en las aulas de matemática chilenas (Castro, 2015) tomando la proporcionalidad un mayor protagonismo, lo que concurre con la invisibilidad de la razón matemática. David Block (2001, op. cit., Castro, 2015) en su tesis doctoral afirma que la razón matemática desaparece progresivamente del discurso escolar y se relaciona entre otros aspectos, con la tendencia a partir del siglo XIX, de formalizar el álgebra y el análisis, ampliando las matemáticas sus dominios hacia nuevos objetos y trivializando los teoremas relativos a razones y proporciones. Tal estado de cosas lleva a preguntarse por la presencia de la razón matemática en los algoritmos a que se recurre en aulas de matemática.

Interesa evidenciar la presencia de la razón matemática en los algoritmos cuando se modela un fenómeno con variaciones de cantidades de magnitudes que ostentan ciertas regularidades.

Si estudiamos evaluaciones estandarizadas, tanto nacionales como internacionales (SIMCE, PSU, TIMS, PISA, entre otras) aplicadas en los últimos años, dan cuenta de que los estudiantes chilenos no logran superar un umbral promedio de los resultados, estando por debajo del promedio mundial por años.

En relación a la matemática escolar, es sabido que las sociedades nacionales actuales brindan una gran importancia a la matemática formativa, entendiéndola frecuentemente desde una perspectiva mono-cultural y euro-céntrica que impone una única forma de ser/hacer y no reconoce otras epistemologías (Santos, 2013, op. cit., Peña-Rincón, Tamayo-Osorio, Parra, 2015).

Con lo anterior se configura la problemática que aborda este estudio, a saber, que la razón matemática del aula de clases y la razón matemática de las comunidades de práctica son diferentes. Se sostiene que es necesario articular dichos escenarios, para que exista una enseñanza relacionada con las matemáticas que se precisan para el desarrollo profesional y cotidiano de cada cultura. En consecuencia con lo anterior, se aborda la problemática atendiendo por una parte, a las diferencias que se presentan en el uso de la razón matemática en aula de clases y el uso que se presenta en las comunidades de prácticas; más específicamente identificaremos la razón matemática a la que recurren las comunidades de práctica, desde las dimensiones de herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones.

1.3 Pregunta de investigación

¿Qué eslabones de continuidad pueden levantarse entre la razón matemática que emerge en algoritmos a los que se recurre de modo cotidiano en las aulas y aquella a la que recurren comunidades de prácticas?

1.4 Objetivos de la investigación

1.4.1 Objetivo General

Determinar eslabones de continuidad que pueden levantarse entre la razón matemática que emerge en algoritmos a los que se recurre de modo cotidiano en las aulas y aquella a la que recurren comunidades de prácticas en la construcción de taludes.

1.4.2 Objetivos Específicos

1. Deconstruir[2] prácticas de la comunidad de la construcción, determinando intenciones, herramientas, procedimientos y argumentos cuando construyen taludes.
2. Identificar procedimientos, argumentos e intenciones en trayectorias de algoritmos estudiantiles que recurren a la razón matemática en calidad de herramienta.
3. Determinar elementos precursores como eslabones de continuidad entre el dipolo modélico del aula y un dipolo modélico de construcción de taludes, distinguiendo entre los dipolos, elementos análogos respecto de los diferentes.

1.5 Justificación

Toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiere en la escuela sea funcional, es decir, que se integre y resignifique permanentemente en la vida (Aracena, Hernández, Miranda, 2015). La etnomatemática nos entrega mucha información respecto a este tema.

Cuando hablamos de etnomatemática tratamos de saber/hacer matemático en el sentido de búsqueda de esclarecimientos y métodos, los cuales nos ayuden a integrarnos en el ambiente y comunidad en la que estamos inmersos, hablamos de lo cotidiano que está empapado de los saberes y quehaceres propios de nuestra cultura.

Esta investigación se justifica en la medida de que existe la necesidad de establecer puentes entre el aula de matemáticas con el entorno, por ejemplo, Carraher, Carraher y Schielmann (1991, op. cit., Arrieta y Díaz, 2015) en su libro "En la escuela diez, en la vida cero", destacan que hay personas que, en la vida, vendiendo cocos, se desempeñan muy y en la escuela no, por otro lado Galicia (2014) menciona en su tesis doctoral la pregunta que hicieron estudiantes, ¿para qué me sirvieron las matemáticas? Comentando, que la cotidianeidad no las hace visibles. En esta misma óptica, la etnomatemática muestra, cómo, comunidades no escolares, usan diferentes procedimientos y herramientas matemáticas (D'Ambrosio, 1990, 2001; Teresi, 2013; citado en Arrieta y Díaz 2015).

Es indispensable entonces, formular nuevos diseños de aula, validar nuevas metodologías y diseños de enseñanza que aporten a dichos objetivos.

[2] Entendemos deconstruir como lo plantea Derrida. "Desestructurar para entender. Crear el caos, cambiar, auto-organizar la percepción de la realidad" (2008, op. cit. Galicia, 2014).

Consideremos que la matemática debe ser una herramienta para la vida de las personas, que les apoye en sus quehaceres cotidianos, ciudadanos y profesionales, presentes y futuros, y no solamente satisfacer las necesidades del ámbito escolar. Interesa profundizar la razón matemática en dos ámbitos, a saber, la comunidad escolar y la comunidad de práctica de los constructores, particularmente, la construcción de taludes.

Dados estos antecedentes justificativos y algunos antecedentes previos desde una secuencia experimental, esta investigación propone estudiar el desarrollo de la razón matemática, caracterizado tanto en la práctica socio escolar, como en comunidades de prácticas. En este contexto Díaz (2013) propone la noción de prácticas socioescolares como una herramienta para estudiar la actividad de las personas en el aula, en que concurren prácticas sociales que se expresan de alguna manera en este escenario, que se configura como un espacio de construcción y reconstrucción de significados, la razón matemática propiamente tal (Castro, 2015 pág. 29).

1.6 Limitaciones

El carácter de este estudio es etnográfico que abarca a una serie de estudiantes, los cuales nos entregan ciertos elementos para los análisis, pero no incluyendo un estudio con estudiantes universitarios en la comunidad de prácticas de los constructores. Asimismo encuestas realizadas a profesionales de la construcción por un corto período de tiempo, entendidos como comunidad de prácticas, lo que nos lleva a un estudio temporal. Siendo un estudio etnográfico, no se logró convivir con la comunidad de constructores, en los tres ámbitos estudiados.

Al lograr obtener el rediseño de la secuencia “Construcción de taludes”, se logró analizar en particular solo los casos obtenidos más relevantes, debido al breve tiempo en el que se pudo aplicar la secuencia, no se lograron análisis más profundos, dejándola para futuras investigaciones.

Capítulo II

Marco teórico

2.1 La etnomatemática

Entender el saber/hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad, contextualizado en distintos grupos de interés, comunidades, pueblos y naciones es a lo que D'Ambrosio llama en su programa de investigación como etnomatemática. Dado que se reconoce que no es posible llegar a una teoría final de la manera de saber/hacer matemático de una cultura, comunidad de práctica o nación, destacando el estar atento y abiertos a lo nuevo y a distintos enfoques, metodologías, visiones de que es ciencia, es decir, de su evolución.

Dentro de las distintas maneras de hacer y saber, hay algunas que se privilegian como comparar, clasificar, medir, explicar, generalizar, inferir y, de algún modo evaluar. Entonces, hablamos de saber/hacer matemático en el sentido de búsqueda en el ámbito de explicaciones y maneras las cuales nos ayuden a lidiar en el ambiente y comunidad en la que estamos inmersos, hablamos de lo cotidiano que está impregnado de los saberes y quehaceres propios de nuestra cultura.

La etnomatemática es una materia no aprendida en la escuela, sino, aprendida en el ambiente familiar, en el ambiente de juegos, del trabajo, aprendida con amigos y compañeros. Nos preguntamos entonces, ¿cómo se da ese aprendizaje? ¿Cómo surge la matemática?

La matemática, como conocimiento general, es una respuesta a los impulsos de supervivencia y de trascendencia que sintetizan la cuestión existencial de la especie humana. La especie crea teorías que resuelven en este caso la cuestión existencial, dichas teorías y las prácticas son las bases para la elaboración del conocimiento y las decisiones de compartimientos a partir de las representaciones de la realidad que tengan las distintas comunidades de prácticas, las culturas, comunidades o las naciones.

Así se desarrolla el comportamiento compatibilizado del grupo, ya sea en comunidades de prácticas, en culturas, en naciones. Cultura es el conjunto de conocimientos compartidos y comportamientos compatibilizados, incluyendo valores. La componente social integra las cuatro dimensiones, a entender, socioepistemológica, cognitiva, didáctica y epistemológica, de manera tal que logra una mirada sistémica de los fenómenos a abordar. Se ha puesto en evidencia que el discurso de matemática escolar está centrado en objetos matemáticos que se estudian a través de la incorporación de ciertos algoritmos, argumentaciones y procedimientos específicos, y sobre todo, que carece de un sentido humano, es decir, en este tipo de centración la matemática es preexistente a cualquier actividad humana y en base a esto nos cuestionamos ¿qué proceso debemos vivir en el saber/hacer matemático para que el aprendizaje esté centrado en las prácticas sociales y no en los objetos presentados en el discurso de matemática escolar? (Reyes-Gasperini, Cantoral, 2014, pág. 362).

Claro que estamos hablando de etnomatemática, en ambientes diferentes, en lugares distintos, con otras personas que modifican los conocimientos de distintas maneras. Así mismo los esquimales, las civilizaciones andinas, y aquellas chinas, de la india de áfrica, en fin, todo extrapolado al lenguaje matemático de los panaderos, de los ingenieros en construcción de los artesanos y de los vendedores ambulantes, todos estaban desarrollando al unísono sus maneras de conocer y sus modificaciones con presencia del otro en las distintas comunidades y culturas.

En este sentido se presenta un ciclo vital (Ver figura 1) en el texto Etnomatemática (D´Ambrosio, 2013), permanente que está dado por LA REALIDAD en donde todo ser humano puede integrarse con su medio ambiente y su realidad, hechos naturales y artificiales, EL INDIVIDUO y LA ACCIÓN que se da mediante el procesamiento de informaciones captadas de la realidad con una multiplicidad de sensores no dicotómicos.

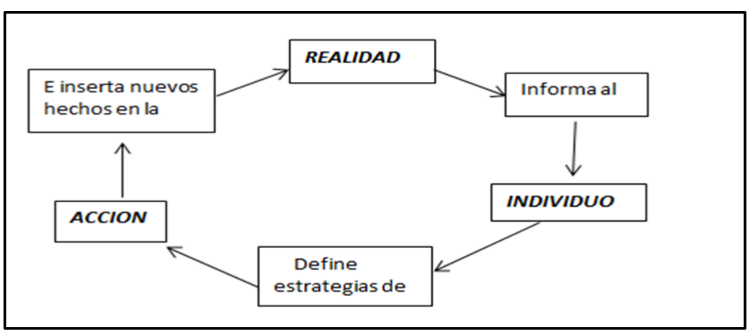


Figura 1. Esquema del Ciclo vital denominado por D'Ambrosio (2013) pág. 64.

En este sentido podemos ver que la acción, tiene la misma dinámica del comportamiento, vale decir, que se alimenta del pasado, que es el resultado de la historia del individuo de la colectividad que le rodea, de sus experiencias y, condicionados por la proyección en el futuro. Así el comportamiento es el vínculo entre la realidad, que informa y, la acción que modifica, que genera conocimiento, es la capacidad de explicar, de lidiar, de manejar, de entender la realidad.

La modelación matemática sin limitarla, considera la organización de prácticas que individuos utilizan para explicar fenómenos y los argumentos para apoyar las decisiones finales con las que explicaron los fenómenos. En este caso nos interesan los matices que toman los conceptos matemáticos cuando se usan en entornos sociales y culturales en los que está implícita una forma de conocimiento matemático.

Se han identificado diferencias de las magnitudes y sus medidas y, entre sus instrumentos, a los patrones de las unidades de medida. Al-Hassar, en el siglo XII. Se introduce la raya como separador entre el numerador y el denominador de una fracción. Leibniz en el siglo XVII buscó distinguir los símbolos a/b del a:b, este último representando una razón o un cociente. La algebrización de la matemática elemental impacta las nociones de razón y proporcionalidad que, en muchos casos, significó el inicio de su independencia de la geometría. Se puede decir que ahí empieza a morir Euclides. Este proceso de numerización y algebrización se consolida en el siglo XIX con el álgebra abstracta y el formalismo, que pasan a ser el foco principal de la matemática hasta inicios del siglo XX (Díaz, 2003, Días y Castro, 2011).

Los textos de la antigüedad de las civilizaciones babilónicas, egipcias, chinas e hindúes no tratan específicamente de razón y de proporción. Se hacen presentes y algunas veces visibles a través de un conjunto de problemas prácticos relacionados con sus vidas cotidianas, en general para calcular un valor desconocido o deseado. Por ejemplo, la regla de tres de naturaleza procedimental-algorítmica, y desarrollada formalmente probablemente por los mercaderes hindúes en el siglo VI, tenían como objetivo producir una manera práctica de solucionar problemas en los que la proporcionalidad se hacía presente.

2.2 Acto de modelar

Para la modelación existen diversos tipos y teorías. Se caracteriza como una práctica que articula dos entidades, a entender el modelo y lo modelado, el dipolo modélico presentado en la propuesta de Arrieta y Díaz (2015), para esta investigación se utilizara lo indagado y propuesto sobre el acto de modelar en la articulación de diferentes modelos con el fenómeno.

Las matemáticas de la vida diaria no son ajenas a las que se imparten constantemente en la escuela. Pero se reporta cierta separación entre la escuela y su entorno, la cual aborda una gran problemática. Debido a que se juzga lo cotidiano como algo de menor calidad y valor que aquellos desarrollados en el currículum tradicional. Carraher, Carraher y Shliemann (1991, op. cit., Arrieta y Díaz, 2015) en su libro "En La vida diez y en la escuela cero", destacan que hay personas que, en la vida, vendiendo cocos, se desempeñan muy bien y en la escuela no.

Freudenthal (1981, op. cit., Arrieta y Díaz, 2015), desde los inicios de los ochenta propone que "Las matemáticas deberían ser enseñadas dentro de contextos y a mí me gustaría que las matemáticas más abstractas fueran enseñadas dentro de los contextos más concretos", de donde se infiere su invitación a desplazarse desde unas matemáticas "modernas" por lo que más abstractas a unas matemáticas realistas, para ser enseñadas en la escuela. El autor distingue *phainomenon*[3] de *nóumeno*[4] y sugiere establecer familias de *phainomenon* para conducir a los estudiantes a la abstracción del nóumeno correspondiente. Su perspectiva se orienta a equipar a los ciudadanos con las matemáticas en calidad de herramientas para su gestión en la vida de todos los días. En esta preocupación se inscribe la perspectiva de modelación de Arrieta y Díaz (2015).

La relación entre el modelo y lo modelado se desplaza por diferentes esquemas. Una de estas relaciones es la realidad con la matemática. Desde el terreno representacionista, se ubica a la modelación como una tarea de representar, o más bien a la realidad, o bien a los objetos matemáticos. La intervención en el modelo es diversa, y por tanto, la predicción, el diagnostico o la evaluación.

En México, Cordero, entiende a la modelación como una actividad que construye conocimiento matemático: "Modelación no significa herramienta didáctica" que ayuda o facilita a construir el concepto de función, sino que es una actividad que trasciende y se

[3] Es aquello que se comprende a través de la experiencia, que queremos comprender y estructurar (Bernardis S., Nitti L., Scaglia S., 2017).

[4] Corresponde a las entidades del pensamiento, las ideas con las que organizamos tal phainoumeno. Es decir, lo que es capaz de concebirse con la mente. (Bernardis S., Nitti L., Scaglia S., 2017).

resinifica, que transforma al objeto en cuestión" (2006, op. cit. 2006, pág. 66. Arrieta y Díaz, 2015, pág. 15).

En Suarez y Cordero (2008, op. cit., Arrieta y Díaz, 2015) el papel de lo modelado es más explícito. En el texto refieren a situaciones o fenómenos a modelar. Los autores establecen la relación entre situaciones y modelación en los siguientes términos; se plantean situaciones, las que se describe a partir de la modelación con gráficas, se analiza a partir de simulaciones de diversas características de la situación y se regresa a la situación como punto de partida, constituyendo un ciclo: "al pasar por las etapas de modelación y simulación se propicia una perspectiva global y loca dela situación en movimiento: El regreso constituye una resignificación de la situación".

La modelación es, una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo.

2.2.1 Modelación tabular

Arrieta y Díaz (2015) proponen estrategias de enseñanza que vinculen los especio de formación con los espacios profesionales, de modo que se establezcan puentes que generen una continuidad entre la matemática del aula y la matemática de la vida profesional, inmersa en alguna comunidad de práctica.

Se señala a la modelación como una de las prácticas que reduce distancias como las que se ilustran en evidencias de Galicia (2014), estableciendo puentes entre las matemáticas cotidianas como del aula.

En la perspectiva de Blomhoj, la modelación es una práctica que coloca la relación entre el mundo real y las matemáticas en el centro de la enseñanza y el aprendizaje. Afirmando que las actividades de modelación pueden ayudar a los estudiantes a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir matemáticas (2004, op. cit. Mónica Soto, 2016).

La modelación que articula un fenómeno con una entidad tabular o con un arreglo de números que covarían, corresponde a una modelación tabular. Autores como Arrieta y Díaz (2015) definen a la modelación tabular como la relación entre dos entes, el fenómeno y el folio de datos o tabla de datos, en la cual se entienden como *(ma, mo), donde* el *mo* presenta valores establecido y a su vez nos permite predecir que puede ocurrir con *ma*.

En este estudio, se trata de la modelación del fenómeno de la elongación de un resorte con las magnitudes de peso y elongación. Por otra parte, como segundo estudio, tenemos la construcción de taludes como un proceso análogo a la elasticidad del resorte con variación de las magnitudes de base y altura. Tenemos entonces que los equipos de estudiantes que realizaron la secuencia tanto del resorte como la construcción de taludes, modelan tabularmente, en el momento en que utilizan la tabla de datos de la descripción con el fin de determinar valores que no se encuentran en la tabla.

2.2.2 Modelación algebraica

Se entiende como una representación de forma general, asociado a un fenómeno, a una expresión analítica algebraica, donde está en juego la valorización de esta expresión algebraica. Esta nos permite predecir cualquier valor que busquemos, de acuerdo con la información dada, logrando identificar una relación algebraica entre sus componentes.

Tenemos que en la experimentación del resorte se piden valores de predicción a los estudiantes luego de modelar algebraicamente, valores como 18,45 gramos. Estos valores son no triviales y difíciles de determinar con estrategias antes utilizadas por los equipos de estudiantes en la secuencia, a saber, puntos medios, cuartos decimos y regla de 3. El equipo de estudiantes logra modelar algebraicamente en el momento en que construye la expresión algebraica y luego de esto valorizar los datos solicitados por la secuencia con el fin de que a través de la expresión construida, logren identificar los valores solicitados.

Con esto, podemos decir que la modelación algebraica se entiende como la interacción entre el fenómeno y una expresión analítica algebraica. En el ejemplo de Arrieta y Díaz (2015), la expresión analítica algebraica *(ma, mo),* tenemos que *mo* es una expresión fija que nos permite predecir la elongación alcanzada por el resorte y la altura con la base en la construcción de los taludes.

2.3 Dipolos Modélicos

La articulación de un ente inicial, un modelo con otro ente, al modelo (mo), que resulta adherido a lo modelado (ma). Tal articulación constituye una nueva entidad para la vivencia de que modela y que podemos denotar (ma, mo) y que nominamos dipolo modélico (DM) (Arrieta y Díaz, 2015).

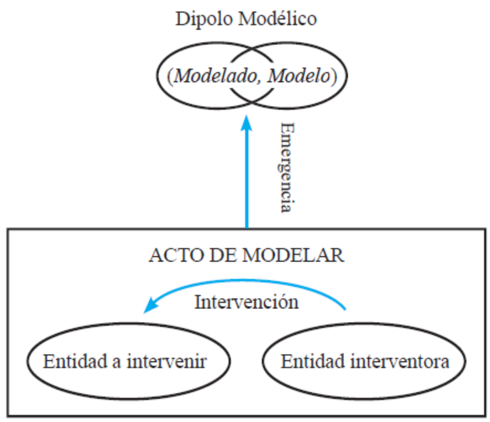


Figura 2. La modelación: El acto de modelar, el modelo, lo modelado y el dipolo modélico (Arrieta y Díaz 2015)

> *Ejemplo: Un electro para un niño de ocho años es un pedazo de papel con líneas. Para su padre es resultado de uno de los exámenes solicitados por el médico, pero que no le informa sobre la actividad de su corazón, pues no ha construido el DM (corazón, electro). El cardiólogo tiene un cierto nivel de acceso al corazón de su paciente, al leer una gráfica de su funcionamiento. El electro en la vivencia del niño cobra una naturaleza distinta que para el padre del niño y para el cardiólogo. Este último ha articulado la actividad del corazón con una gráfica: (corazón, electro). El DM es un ente que ni el niño, ni el padre han construido como el cardiólogo y, por tanto, son vivencias distintas. El cardiólogo modela, ellos no (*Arrieta y Díaz, 2015, pág. 35).

Intervienen los argumentos con los que se justifica, las herramientas con que operan, los procedimientos con que se hace y las intenciones del porqué se hacen. Es decir, de la práctica de modelación emergen dipolos modélicos conformados por dos polos (esferas) y corrientes de atracción: los argumentos, las intenciones, procedimientos y las intenciones. Estas fuerzas de atracción viven tensionando el modelo con lo modelado. Se distinguen la atracción entre los polos sobre la separación (Galicia, 2014).

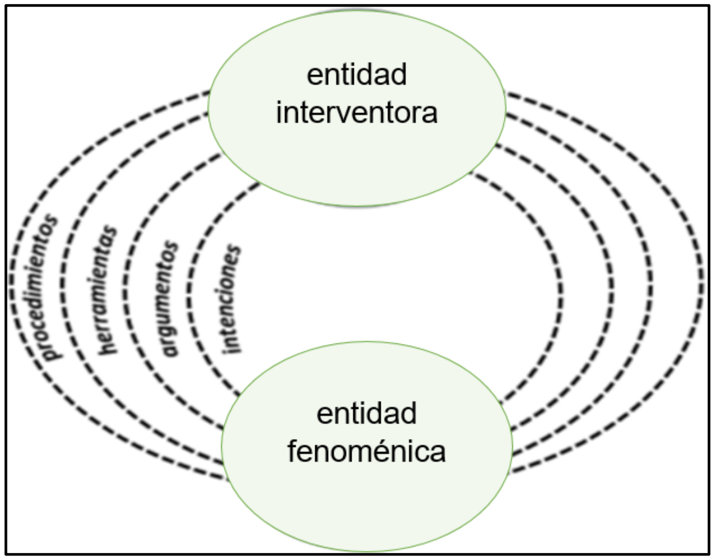


Figura 3. Diagrama dipolo modélico (Galicia 2014, pág. 27).

Es posible que en el ejercicio de una práctica con diferentes actores construyan diferentes dipolos, es decir, de quienes ejercen la misma práctica de acuerdo a su experiencia, las herramientas disponibles y de cómo viven esa práctica, a sus intencionalidades y argumentos. En el caso que los dipolos conformados sean diferentes, el diagrama de la desconstrucción de prácticas posibilita mirar esa diversidad de dipolos y posibilita mirarlas como prácticas distintivas de quien las ejerce. Pueden ser compartidas o únicas. A partir de un dipolo modélico, se puede interpretar lo que sucede en la experimentación con un gráfico o una fórmula que articula una red de modelos, el modelo con lo modelado. (Galicia, 2014).

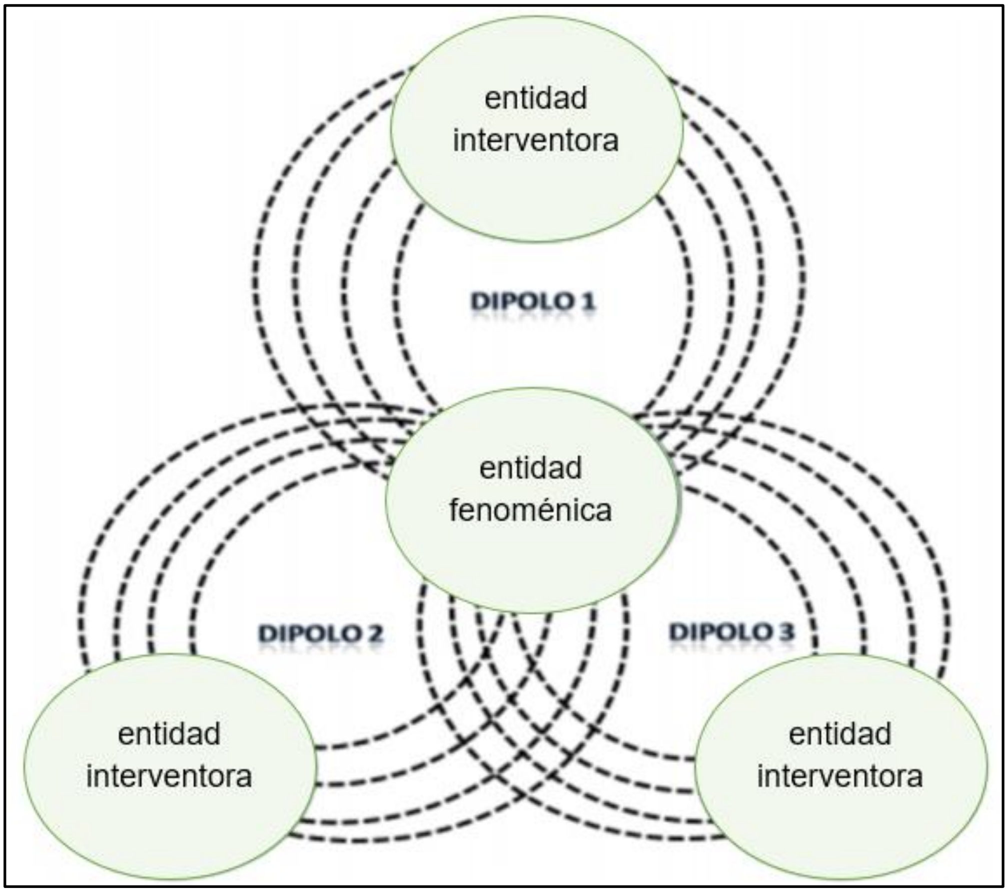


Figura 4. Diagrama red de dipolo modélico (Galicia 2014, pág. 29).

2.4 La razón relaciona cantidades de magnitudes

La razón matemática es una comparación entre dos cantidades de magnitudes, pueden ser internas o externas las cuales resultan de comparar cantidades de una misma magnitud, a saber, internas, y distintas magnitudes, a saber externas (Díaz y Castro, 2011).

Tenemos en consideración donde a pesar de la definición dada se debe aclarar que la razón matemática no corresponde a un sinónimo de fracción, Hoffer explica que las fracciones son cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero, como fracción, entendiéndola de esta manera, explica que una razón matemática corresponde a un par ordenado de cantidades de magnitudes (1988, op. cit., Godino y Batanero, 2002). Entonces, con la razón matemática tenemos que cada cantidad tiene que ser expresada mediante un número real y además debe tener una unidad de medida.

Estudios de Díaz (2003) y Díaz y Castro (2011), han identificado diferenciar los objetos matemáticos en juego: la razón matemática, la proporción, la fracción y la medida (Castro, 2015).

Cuando entendemos a la razón matemática como una fracción, ésta se hace presente para el estudiantado como un todo, lo que provoca en el estudiante es que se pierde la noción de “relación”. Esta idea de razón matemática como una división o fracción se ha desarrollado de diversas maneras a lo largo de la historia, en un esfuerzo de simplificar el discurso aunque distinguiéndolas de alguna manera (Castro, 2015).

Autores recomiendan que la problematización de la razón, antes y/o durante el estudio de las fracciones, favorecen su comprensión como una herramienta más amplia que identificación (Castro, 2015).

Un poco de historia de lo que ha sido la razón matemática en la antigüedad o en distintos textos, encontramos diferentes acepciones o distinciones de la razón matemática, como lo son, “Relación” como una conexión o correspondencia de algo con otra cosa, “Habitud” que corresponde a una relación o respecto que tiene una cosa a otra, “Conveniencia” que quiere decir correlación y conformidad entre dos cosas distintas, resultado de una correspondencia o relación recíproca entre dos o más cosas, “Respecto” en relación con aquello de que se trata y por ultimo “Comparación” como acción y efecto de comparar, es decir, fijar la atención en dos o más objetos para descubrir sus relaciones o estimar sus diferencias o semejanzas (Castro, 2015).

Las evidencias muestran que existe una separación importante entre la enseñanza y los aprendizajes de la razón matemática, se invisibiliza del discurso escolar y se trabaja con proporción favoreciendo practicas fundamentadas en procedimientos y en reglas. Es entonces fundamental que se aparte de estar centrado en las operaciones algebraicas que la fracción y la proporción propician, y es importante acercarse a los elementos sustantivos para comprender el rol que la razón matemática juega. Es decidir sobre cómo usarlas e incluso si efectivamente debe ser las herramientas adecuadas en situaciones específicas (Castro, 2015).

Visibilizar la razón, implica situarla como una práctica social que se esparce en distintos ámbitos de la vida cotidiana, profesional y escolar como una herramienta legítima para el acercamiento a distintos fenómenos y a la toma de decisiones (Castro, 2015). Una herramienta útil para este estudio, recurre visibilizar la razón matemática en donde la etnomatemática (D'Ambrosio, 2013), busca entender el saber/hacer matemático en distintas prácticas y comunidades, es decir como menciona Castro, situar a la razón matemática en ámbitos de la vida cotidiana para lograr esta visibilización que buscamos de la razón matemática en el discurso escolar.

2.5 Comunidades de Prácticas

Parafraseando a D'Ambrosio (2013, pág. 25) existen distintas maneras de hacer (prácticas) y de hacer (teorías), que caracterizan una cultura, las cuales son parte del conocimiento compartido dentro de la comunidad de práctica. La cultura se manifiesta en el conjunto de saberes/haceres, como lo son los conocimientos compartidos por individuos que viven o comparten un mismo entorno. El comportamiento de cada individuo se asocia a su conocimiento, son modificados por la presencia de otros. Cada momento vivido en la interacción de los individuos son enriquecidos gracias a la comunicación, que permite que potenciar sus informaciones a través de la información que comunica los otros miembros. Cada individuo tiene su identidad, ninguno es igual a otro en su capacidad de captar y procesar informaciones en un mismo instante, inmerso en una misma realidad.

El conocimiento de cada individuo y su comportamiento están en permanente transformación, y se enlazan en una relación que podríamos decir de verdadera simbiosis, en total interdependencia (D'Ambrosio, 2013).

El proceso de deconstrucción de la práctica nos permite revelar el ¿por qué hace lo que hace?, ¿con qué lo hace?, ¿cómo lo hace?, ¿cómo argumenta y justifica su actuar?

Las prácticas, evocan el hacer mismo, recurrente y compartido por miembros de una comunidad, con aquellos elementos que los distinguen de miembros de otras comunidades. Dan cuenta de la trama compleja y dinámica, de las concurrencias del ejercicio de la práctica en un lugar, en un tiempo y en una comunidad. Esta actividad obedece a intencionalidades explícitas o no, individuales o de comunidades. Al estar ubicadas en el tiempo y en un escenario se observan, nítidos o no, los procedimientos con los que realiza la práctica; las herramientas con las que opera; los argumentos con los que justifica cada una de sus acciones, los argumentos que esgrime para justificar el proceder; las intencionalidades que lo llevan a hacer lo que hace, entre otras (Galicia, 2014).

2.6 Distancia entre prácticas profesionales y escolares

El interés por la formación de los estudiantes, es aquello que produce a este trabajo de investigación, una educación que resguarde sus expectativas tanto en conocimientos como en las experiencias. Sabiendo que los estudiantes estarán en el aula solo un segmento de su vida y sus actividades profesionales para toda la vida inmersos en una comunidad de práctica.

Hoy en día, esos conocimientos y comportamientos, incorporados en la modernidad, son los que conducen nuestro día a día. Desde un punto de vista utilitario, que no puede ser ignorado como una meta muy importante en la escuela, es un inequívoco pensar que la Etnomatemática puede sustituir a la matemática disciplinar (D'Ambrosio, 2002).

En Díaz (1987, op. cit., Galicia, 2014) se estudió a partir de la década de los 80's la desvinculación entre la escuela y su entorno. A pesar de que a las matemáticas se les asignen rol formativo, informativo y práctica, en el campo laboral no se sabe el porqué de la disciplina.

Un gran número de estudiantes ya inmersos en distintas comunidades de prácticas se hacen la siguiente pregunta: ¿para qué me sirvieron las matemáticas? Y el diario vivir en las distintas comunidades en las que están inmersos no las hace visibles. Por lo tanto, se expresa que las prácticas han sido constituidas de tal forma que realizan procesos algorítmicos, lo vemos reflejado en la comunidad de los ingenieros, los técnicos y los obreros en el área de la construcción. Éstos desarrollan sus planos y sus directrices a seguir en las obras, dadas distintas tablas de datos y desarrollas del ministerio de obras civiles, son los procesos en los cuales están inmersos y a los cuales se adhieren en los trabajos que desempeñan (Galicia, 2014).

La gran desvinculación entre el ejercicio de prácticas de comunidades no escolares y las prácticas escolares es un tema no muy fácil de abordar o solucionar y es un tema que ha llamado la atención no solo de investigadores educativos sino también de científicos de otras áreas de interés.

Este interés por vincular la matemática del aula con la matemática de la vida cotidiana, lo cual ha llevado a plantear la contextualización de las matemáticas. Sin embargo, los esfuerzos en este sentido lo llevan a agravar más el problema al proponer situaciones artificiales donde la matemática es forzada a entrar. Estos procedimientos con que desarrollan individuos sus actividades, las herramientas que utilizan, las intencionalidades que los llevan a hacer lo que hacen y los argumentos que dan sustento a su proceder, al ejercicio de sus prácticas (Galicia, 2014).

Atender el problema de la desvinculación entre las prácticas de la clase de matemática y el entorno donde es apremiante el cambio del realismo temático al realismo de las prácticas que se viven en los escenarios de profesionales, se puede graficar como el siguiente esquema.

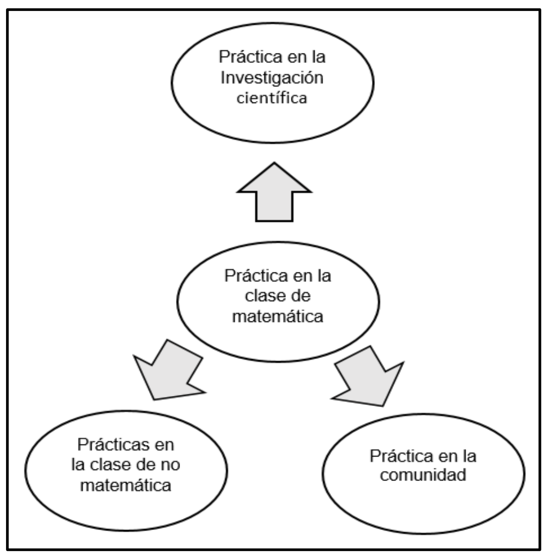


Figura 5. Desvinculación de prácticas (Galicia, 2014, pág. 10)

Se torna necesario atender a la comunidad de los profesionales, trabajadores, en fin de que las comunidades de prácticas y sus respectivas formas de realizar sus prácticas sean acarreadas desde el aula de matemática, formando enlaces de continuidad en las prácticas.

2.7 La razón matemática en el aula

2.7.1 La razón matemática en planes y programas

La razón matemática, se expone en los programas de estudio a partir de sexto año de enseñanza básica, la cual se presenta formalmente en los planes y programas del Ministerio de Educación de nuestro país. Se presenta a la razón matemática que propone el currículum para sexto año básico (recursos para el aprendizaje MINEDUC, 2013).

En el propósito de la unidad de dicho texto se argumenta que "*se inician en el trabajo con razones y porcentajes, conceptos que les permitirán comprender en forma más profunda las fracciones y los decimales, y que les proveerán herramientas para resolver problemas en contextos cotidianos, en particular del área económica"* (Programa de Estudio para Sexto Año Básico Unidad de Currículum y Evaluación, primera edición 2013, p.52). Lo cual deja en evidencia que el propósito del nuevo aprendizaje es que los escolares aprendan y comprendan de forma más profunda las fracciones y los decimales. Desplazando a la razón matemática y dando un mayor protagonismo en la unidad a las fracciones y decimales, no logrando la razón matemática destacarse en la unidad. En su inicio en la escolaridad de los estudiantes la razón matemática ya queda excluida de las aulas chilenas, perdiendo la noción de su significado.

Es en este nivel de enseñanza que los estudiantes inician en la noción de razón. En la unidad uno de matemáticas para sexto año, en el tercer objetivo de aprendizaje se les pide a los escolares *Demostrar que comprende el concepto de razón de manera concreta, pictórica, simbólica y/o usando software educativo.* (Programa de Estudio para Sexto Año Básico Unidad de Currículum y Evaluación, primera edición 2013, p.60).

A modo de ejemplo (Ver ilustración 1) se presenta un ejercicio propuesto por el MINEDUC. El objetivo es que el profesorado lo use en las aulas o se guía de la propuesta establecida en sus planes y programas. En este ejercicio se espera que el escolar encuentre las razones equivalentes de frutas que hay en una canasta.

En particular se plantean dos preguntas:

- La razón que hay entre 3 manzanas y 4 naranjas
- La razón entre las otras frutas que sea equivalente a la que hay entre manzanas y naranjas.

En la primera pregunta los autores aluden a respuestas como “3 manzanas es a 4 naranjas”, y en la segunda pregunta “9 peras es a 12 plátanos como 3 manzanas es a 4 naranjas”, pero si durante el proceso de estudio la razón fue enseñanza como fracciones o incluso decimales, esas respuestas no lograran ser obtenidas, debido a que los escolares entienden y comprenden de forma fraccionaria $\frac{3\,manzanas}{4\,naranjas} = 0{,}75$, cuya respuesta confunde a los estudiantes y profesores.

Ilustración 1. Ejercicio propuesto en el programa de sexto año (p.60)

> **5**
> Determinan razones equivalentes. Por ejemplo, en una canasta hay 3 manzanas, 4 naranjas, 9 peras y 12 plátanos. En este conjunto de frutas determinan:
> - la razón que hay entre manzanas y naranjas
> - una razón entre las otras frutas que sea equivalente a la que hay entre manzanas y naranjas

2.7.2 Razón matemática en textos de estudio

En el texto para estudiantes que corresponde a sexto año de educación básica de la editorial SANTILLANA, una edición especial para el Ministerio de Educación (2017) y que sigue en vigencias en las aulas de nuestro país, tiene en su primera unidad el tema 4 llamado Razones y Porcentajes.

Ilustración 2. Tema 4 de la Unidad de Números y operaciones (p. 68)

Al termino del tema 3 de la unidad de “Números y operaciones”, finaliza con la siguiente: “*En este tema estudiarás las razones y porcentajes en contextos de la vida diaria. Además, podrás complementar tu trabajo con las fracciones y los números decimales*” (Texto para el estudiante, editorial SANTILLANA, pág. 69). Si el mensaje introductorio al tema 4 se hace de esta manera, el estudiante puede asumir que tipo de trabajo realizara en este nuevo tema, por lo tanto se puede sospechar que el trabajo numérico (fracciones y numeros decimales), posera un mayor importancia.

Ilustración 3. Propósito del tema 4 “Razones y porcentajes” (p. 69)

En este tema estudiarás las razones y los porcentajes, los representarás y resolverás problemas en contextos de la vida diaria. Además, podrás complementar tu trabajo con las fracciones y los números decimales.

Como ejemplo, se analiza una actividad extraída del Texto del Estudiante de sexto básico, entregado por el Ministerio de Educación el año 2017 (MINEDUC, pág. 72).

A continuación, se muestra el tiempo que demora un ciclista en recorrer cierta cantidad de kilómetros. Considera que en recorrer 10 km tarda 30 min. Escribe la razón entre los kilómetros recorridos y los minutos y completa los valores que faltan.

Ilustración 4. Ejemplo tomado del texto del estudiante, sexto básico (2017), p.72

Distancia (km)	5	10		20	
Tiempo (min)		30	45		66

Los datos presentes en la tabla entregan algunas cantidades de distancias medidas en kilómetros y algunas cantidades de tiempos medidas en minutos. Se pide a los estudiantes completar con valores los datos faltantes en la tabla.

Los autores del texto esperan que los estudiantes encuentren la razón entre cantidades de minutos y cantidades de kilómetros recorridos. La tarea a realizar por los estudiantes planteada como, *Escribe la razón entre los kilómetros recorridos y los minutos,* se podría dar respuesta a la interrogante con algunas de las más de ocho notaciones para la *razón matemática entre los kilómetros recorridos y los minutos*, si el ciclista *en recorrer 10 km tarda 30 min.,* se podrían obtener algunas de las siguientes:

10 km. *es a* 30 min.

30 min. *es a* 10 km.

10km / 30min

30min / 10km

10:30

30:10

1/3

3/1

Se alude a cantidad de kilómetros y minutos ¿minutos de qué? ¿Cuántos minutos? ¿Qué cantidad de minutos? El lector, en este caso principalmente alumnos de sexto año básico, deben completar el sentido a lo que se pide. Se relaciona cantidad (de la magnitud distancia medida en km.) con una magnitud (medida en minutos) estableciendo una segunda fuente de confusión en la solicitud. Ya que no relaciona ambas las cantidades de kilómetros y las cantidades de minutos, solo menciona en el enunciado las cantidades de kilómetros, dejando de lado las cantidades de minutos, por lo tanto, se pierde asidero y contexto del fenómeno.

La actividad obstaculiza que la noción de razón matemática circule en las producciones estudiantiles. Asimismo, la frase *completa los valores que faltan* se deslizan a la acción de buscar el valor faltante que puede recurrir entre otros algoritmos numéricos a la regla de tres o a multiplicar cruzado, perdiendo la oportunidad de robustecer a la razón matemática en su calidad de herramienta de un pensamiento proporcional.

Capítulo III

Metodología

3.1 Enfoque metodológico

Esta investigación es de tipo cualitativa en la que se busca comprender usos de la razón matemática en el aula y en la comunidad de práctica de la construcción, cuya metodología del estudio toma, como una referencia a la investigación de diseño, que busca validar una secuencia de enseñanza orientada a la construcción de la razón matemática en comunidades de práctica.

Se obtiene información mediante una experimentación previa “Elasticidad de un resorte”, textos de estudios, bases curriculares, y, entrevistas en profundidad a seis miembros de la comunidad de la construcción, un profesor de la carrera de ingeniería, dos ingenieros, un técnico y dos obreros. Los cuales, a través de la conversación nos informaran sobre su trabajo diario en particular en la construcción de taludes.

Las cuáles serán analizadas mediante la propuesta de (Galicia, 2014), las que fueron utilizadas en su tesis doctoral.

Para investigar las comunidades de prácticas, es necesario salir en busca de los procedimientos, argumentos, herramientas e intenciones de cada uno de sus participantes y sus respectivos dipolos modélicos, en cada uno de los distintos escenarios que se desarrollen. Debido a que cada uno se desenvuelve de una forma particular. Con el fin de lograr tomar todos los elementos que permitan incorporar una secuencia de experimentación y modelación “Construcción de taludes” en el contexto escolar. La cual será la tercera intervención para posteriormente levantar los dipolos modélicos en los análisis de las respuestas de los estudiantes.

Y una vez obtenidos ambos dipolos modélicos ya sean en el segundo estudio etnográfico y en la tercera intervención la secuencia “Construcción de taludes”, podríamos conjeturar que los estudiantes lograron involucrarse en el medio de la construcción, y dejar una secuencia ambientada en este rubro, para futuras investigaciones.

3.2 Sujetos

El primer estudio es de carácter previo el cual es una experimentación didáctica que se realizó con estudiantes de primer año medio (20 estudiantes), de un establecimiento educacional subvencionado de la V región, los cuales trabajaron en equipos. El diseño es una propuesta de Arrieta y Díaz (2015), en la cual se trabaja con el fenómeno de la elasticidad del resorte.

Se considera la noción de deconstrucción de la comunidad de practica como su descripción según las dimensiones de herramientas que se usan, procedimientos a que se recurre, los argumentos que se utilizan para justificar las acciones y las intenciones que orientan al accionar (Arrieta y Díaz, 2015).

Se recurre un segundo estudio de exploración etnográfica que consiste en seis entrevistas, a saber, un obrero de la construcción con quince años de experiencia, trabajando en una empresa de carácter público, realiza sus funciones generalmente en la vía pública, un obrero jefe, el cual trabaja en una empresa pública, con una experiencia en el rubro de la construcción por veinticinco años, realizando sus funciones generalmente en la vía pública, un técnico en construcción de una empresa privada, con cinco años de experiencia, realizando sus funciones en construcción de casas y edificios, un ingeniero en construcción, el cual trabaja hace ocho años en una empresa privada, realizando sus funciones en oficinas y monitoreando en terreno, un ingeniero en construcción, el cual trabaja en una empresa pública con dos años de experiencia, realizando sus funciones generalmente en la vía pública (caminos, carreteras, entre otras), un docente universitario de la carrera de ingeniería en construcción de una universidad pública, con quince años de experiencia docente, realizando sus labores de manera presencial en la universidad.

Las entrevistas realizadas a entes de la comunidad a investigar tienen el fin de comprender cada una de estas, y lograr obtener la mayor cantidad de información posible, mediante una conversación con los miembros de la comunidad para así distinguir cada una de sus prácticas.

Un tercer estudio, una experimentación didáctica, la cual se realizó con estudiantes de primer año medio (12 estudiantes) de un establecimiento educacional subvencionado de la V región, los cuales trabajaron en equipos. Consiste en una secuencia didáctica, la “Construcción de taludes” y la razón matemática trabajada en esta actividad de la construcción. El diseño de la secuencia experimental “Construcción de taludes” atiende a los recursos de los dipolos modélicos, con el fin que emerja la razón matemática.

Finalmente, se cuenta con un rediseño de la secuencia experimental “Construcción de taludes”, la cual fue aplicada con estudiantes de segundo año medio (20 estudiantes) de un establecimiento educacional subvencionado de la V región, dichos estudiantes trabajaron en equipos.

3.3 Instrumento

3.3.1 Secuencia la elasticidad de un resorte

El estudio previo de experimentación de aula se utiliza como instrumento el propuesto por Arrieta y Díaz (2015) “La elasticidad de un resorte”. Es una experimentación tipo discursiva compuesta por tres elementos:

La experimentación previa es del tipo discursiva y está compuesta por tres elementos:

a) Descripción narrada del fenómeno.
b) Imagen de un portapesas universal del cual cuelga un resorte. Además seis pesas de 20 gramos cada una y una regla.
c) Un folio con cantidades de pesos en gramos y elongaciones en milímetros.

La experimentación cuenta con 17 actividades donde los estudiantes deben predecir, conjeturar, analizar, argumentar y generalizar.

3.3.2 Estudio etnográfico

Para el estudio etnográfico, entrevistas en profundidad realizadas a seis miembros de la comunidad de la construcción, en base al estudio desarrollado Galicia (2014), en su tesis doctoral.

En donde se identificaron procedimientos, argumentos, herramientas e intenciones de los entrevistados. Con el fin de lograr encontrar los dipolos modélicos presentes en cada una de sus prácticas en particular en la actividad de la construcción de taludes.

3.3.3 Secuencia la construcción de taludes

Tanto el primer diseño como el rediseño de esta secuencia de aprendizaje, están basados en la modelación cuya práctica parte de datos numéricos obtenidos de la interacción con el fenómeno para establecer redes de modelos. En este caso lo modelado es la construcción de taludes (fenómeno) y que mediante actividades los estudiantes articulan con el fenómeno, la tabla de datos y fórmulas que son los modelos. La experimentación consta de:

a) Breve enunciado en donde explica lo que es un talud o ladera.
b) Descripción narrada del fenómeno.
c) Imagen de cerros y seis puntos para la construcción de los taludes faltantes.
d) Una tabla que contiene la base en metros y la altura en metros que debe tener el talud.

La experimentación cuenta con 15 actividades donde los estudiantes deben predecir, conjeturar, analizar, argumentar y generalizar.

El rediseño de esta secuencia "Construcción de taludes", se creó pensando en mejorar las debilidades presentes en los análisis de la primera versión. Con el fin de unir el estudio etnográfico más allá del propósito de la actividad de construcción de taludes, para así lograr involucrar más aun a los estudiantes con los constructores, ya sea con el lenguaje que utilizan y características particulares de su trabajo. Esperando que la razón matemática logra estar presente en dicha actividad, participando como el factor de seguridad en la secuencia.

3.4 Modo de análisis de datos

Para los análisis de datos de la experimentación previa la "Elasticidad de un resorte", la tercera intervención "Construcción de taludes" y el rediseño de esta, se basaran en los estudios desarrollados Arrieta y Díaz (2015), en su propuesta de modelación matemática. Constan de tres fases, las cuales están presentes en las diecisiete actividades del estudio previo y quince actividades de la tercera intervención.

Se presenta un fenómeno, datos numéricos, un párrafo dónde se describe la secuencia en lenguaje natural y visual, de modo que los estudiantes logren establecer redes de modelos, cuyo objetivo es lograr que los estudiantes modelen linealmente la elasticidad del resorte y la construcción de taludes.

En su diseño amabas secuencias poseen tres fases (Arrieta y Díaz, 2015).

Fase I: "La interacción con el fenómeno, la experimentación".

En la secuencia la “Elasticidad de un resorte”, se planta en el ambiente de la experimentación discursiva, la cual recurre a la narración, se encuentran con una tabla inicial con datos y datos faltantes, y se proponen tres actividades, las cuales solo basta con leer el folio de datos para conectarlos con la situación.

a) Describir el fenómeno con sus propias palabras.
b) Preguntar acerca de la posición del resorte cuando se coloca un peso que se da en la tabla.
c) Preguntar sobre el peso del portapesas si la posición del indicador es 135.

Fase II: “El Acto de modelar, la predicción”.

La predicción del fenómeno a partir *de la tabla de datos es la actividad que articula las dos entidades.* Se utiliza la tabla de datos como un modelo del fenómeno, para responder a situaciones del fenómeno. Estable la articulación para intervenir en lo modelado. Un dipolo modélico (elasticidad de los resortes, tabla de datos) queda establecido por la articulación “predicción por puntos medios”. “DMI”. La tabla de datos y la elasticidad de los resortes conforman un nuevo dipolo modélico, “DM2”, (elasticidad, tabla de datos-razón de cambio). Dipolo modélico “DM3”, ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación).

Fase III: “La articulación de los modelos y el fenómeno en una red”:

Los estudiantes articulan los modelos entre sí y estos con el fenómeno, configurando una red, a la que se llama red de lo lineal.

Para el segundo estudio de “Exploración etnográfica”, los análisis de las entrevistas a los seis entres de la comunidad, la cual se basa en la propuesta de (Galicia, 2014), estas fueron utilizadas para dar cuenta de prácticas de ingenieros bioquímicos. Se trata de procedimientos, herramientas, argumentos e intención, los cuales desarrollan los sujetos del estudio. En donde se busca la razón matemática oculta en estas prácticas.

La tercera intervención cuenta con un rediseño, y los análisis en profundidad de las textualidades de los estudiantes se basan en la propuesta de (Galicia, 2014), en la cual se establecerán los dipolos modélicos de los escolares o indicios de estos en la secuencia de experimentación.

Se realiza un contraste en la base en la red de modelos de dipolos modélicos (Galicia, 2014), con los dipolos obtenidos de las entrevistas de los constructores y de los obtenidos en las textualidades estudiantiles o con los indicios de estos.

Capítulo IV

Resultados y Análisis

4.1 Razón matemática al modelar la elasticidad de un resorte

Como primer estudio, el diseño de la secuencia de experimentación, realizada por los grupos de estudiantes está basado en el marco de la modelación matemática propuesta por Arrieta y Díaz (2015), de esta manera el análisis de prácticas de comunidades se centra en la construcción de dipolos modélicos (Ver anexo N°1).

Se recogen los desarrollos de los estudiantes (Ver anexo N°2) para su análisis con el propósito de acopiar evidencias de desarrollos posibles bajo este diseño.

Cuyos análisis se desarrollaron bajo esta perspectiva de modelación, las respuestas de los estudiantes, se estudian en base a las trayectorias que utilizaron durante la secuencia. Se utilizaron la trayectoria de algoritmos de predicción que hipotetiza el diseño que proponen (Sepúlveda, Arrieta y Díaz, 2015).

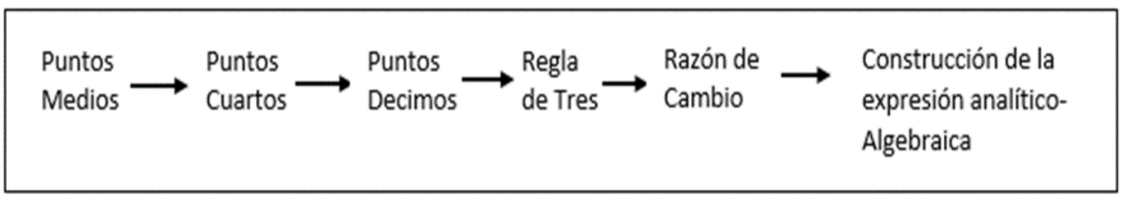


Figura 6: Trayectoria de algoritmos de predicción del diseño “La elasticidad del resorte” (Con base en Sepúlveda, Arrieta y Díaz, 2015)

4.1.1 Tablas de trayectorias de los grupos

Tabla 1. Trayectoria de algoritmos de predicción de los equipos 1, 2, 3, 4,5 y 6

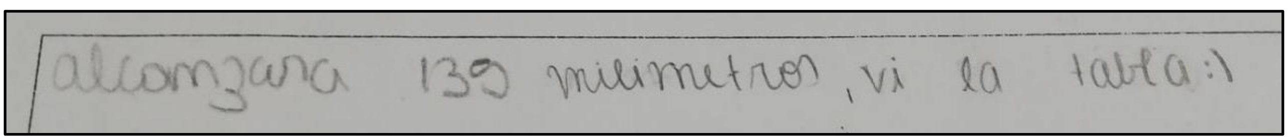
Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3
• Deltas de cambio • Puntos cuartos • Regla de tres • Construcción del modelo algebraico • Uso del modelo algebraico • Modelan algebraicamente	• Puntos medios • Puntos decimos • Puntos medios • Construcción del modelo algebraico • Uso del modelo algebraico • Modelan algebraicamente	• Puntos decimos • Puntos medios • Razón de cambio • Construcción del modelo algebraico • Uso del modelo algebraico • Modelan algebraicamente
Equipo 4	**Equipo 5**	**Equipo 6**
• Regla de tres • --------	• Puntos medios • Puntos cuartos	• Puntos medios • --------

• ------- • ------- • ------- • ------- • -------	• **Razón de cambio** • ---------- • **Modelan algebraicamente** • --------	• -------- • -------- • -------- • -------- • -------- • --------

4.1.2 Análisis y resultados sobre las evidencias previas trayectorias de grupos

En las tablas 1 y 2 se muestran las trayectorias de algoritmos de predicción de los equipos de estudiantes. Cada equipo toma distintas trayectorias con la cuales avanzan y resuelven la actividad de modelación. Al estudiar al primer equipo, se observa que este se involucra en la experimentación identificando los deltas de cambio (peso, elongación), y ocupando la tabla de datos para dar respuesta a las primeras actividades de la secuencia.

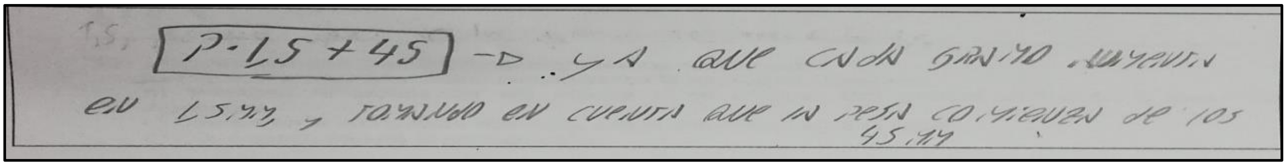
Ilustración 5. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia “Elasticidad de un resorte”



Posteriormente encuentran los puntos cuartos con la finalidad de completar la tabla con los datos solicitados en cada actividad, utilizan la regla de tres como herramienta matemática, con la cual encuentran la razón involucrada en la experimentación y construyen la expresión analítico-algebraica con la razón determinada. Al utilizar la expresión analítico-algebraica constituyen un modelo algebraico.

El equipo dos comienza construyendo los puntos medios, esto es, la división en partes iguales de los intervalos de la tabla de datos completándola. Luego de esto dividen los intervalos de la tabla de datos en diez partes iguales, esto es, la construcción de los puntos décimos y obtienen la razón que caracteriza a los modos de cambiar de la elasticidad, con dicha razón construyen una expresión analítico-algebraica la que usan en las actividades siguientes, constituyéndola en modelo algebraico.

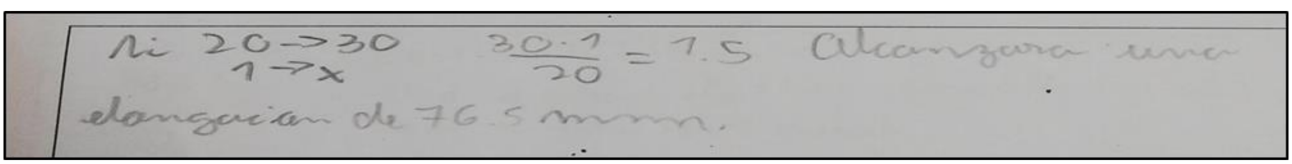
Ilustración 6. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia "Elasticidad de un resorte"


T.S. $\boxed{P \cdot L5 + 45}$ → ya que cada gramo aumenta en L5.77, teniendo en cuenta que la pesa comienza de los 45.77

El equipo tres divide los intervalos de la tabla en diez, es decir, construye los puntos décimos, dicha construcción los lleva a la razón de cambio relacionada al fenómeno. Utilizan la misma manera, dividiendo en partes iguales los intervalos (puntos medios), con la razón de cambio de la experimentación construyen la expresión analítica algebraica que utilizan, por lo que la constituyen en modelo algebraico. En la tercera fase los equipos constituirán a la razón en parámetro crucial de la modelación tabular y al coeficiente de la variable de la expresión analítico-algebraica en parámetro central al modelo algebraico.

Por otra, parte el equipo cuatro recurre a la regla de tres no logrando dar forma a la actividad de modelación planteada por el diseño.

Ilustración 7. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia "Elasticidad de un resorte"


Si 20 → 30
1 → x
$\frac{30 \cdot 1}{20} = 1.5$ Alcanzara una elongacion de 76.5 mm.

La estrategia que utiliza equipo cinco es partir por los puntos medios a saber dividir el intervalo de datos de la tabla en partes iguales, para luego encontrar los puntos cuartos y así encontrar la razón que caracteriza a los datos de la tabla. Luego de esto construyen una expresión analítico-algebraica que utilizan a pesar de no lograr constituirla en modelo.

El equipo seis encuentra los puntos medios no logrando dar forma a la actividad de modelación.

4.1.3 Opacidad[5] de la razón matemática al modelar la elasticidad del resorte

Los estudiantes desplegaron sus desarrollos con mediación descentrada. En la actividad de modelación, tres de los seis equipos determinaron la razón de cambios involucrada en la regularidad de los datos provenientes del fenómeno de elasticidad del resorte en estudio.

Las primeras estrategias utilizadas por los equipos de estudiantes correspondieron a puntos medios, puntos decimos, puntos cuartos, razón de cambio, regla de tres, construcción del modelo analítico-algebraico invisibilizando las magnitudes en juego, esto es, perdiendo la vista del fenómeno. Este es el que da origen a los cálculos de cantidades que no presenta la tabla de datos y que llevan a la necesidad de predecir con base en las regularidades de los datos tomados desde la experimentación. Dados cálculos y trayectorias utilizadas formadas por los equipos no reparan en la razón matemática.

4.2 Exploración etnográfica la razón matemática de la construcción del talud

Como segundo estudio, se considera importante indagar el uso de la razón matemática en la comunidad de prácticas de la construcción y el entorno a ella en sus distintas áreas, como lo son seis miembros de dicha comunidad, los cuales hacen uso de la razón matemática para llevar a cabo alguna labor dentro de su lugar de trabajo, en esta investigación la construcción de taludes. Se analizarán en profundidad las entrevistas realizadas a cada uno, deconstruida en las dimensiones de (Galicia, 2014). Los hallazgos encontrados responden a intenciones que lo movilizan, a las herramientas que utilizan, los procedimientos que se realizan y los argumentos con que justifican, la labor de la construcción de taludes.

4.2.1 Caso el obrero en construcción

En la comunidad de prácticas de los obreros en el área de la construcción encontramos a gente que trabaja en obras de construcción desarrollando tareas que solicitan trabajo físico. Pueden maniobrar herramientas manuales o de motor de todo tipo: martillos neumáticos, aplanadoras, mezcladoras de hormigón, pequeños aparatos mecánicos de

[5] Se utiliza en esta investigación la acepción de opacidad como falta de claridad o transparencia.

izamiento, equipos de agrimensura y medición y una variedad de otros equipos e instrumentos.

En la entrevista realizada, los obreros comentan sobre cómo son sus actividades cotidianas, dentro de ellas sus labores y obligaciones, las cuales deben cumplir dentro de la empresa.

La mayoría de sus tareas son supervisadas por los técnicos e ingenieros a medida que el tipo de actividad lo vaya requiriendo.

Existen obreros jefes o dirigentes del grupo de trabajo, los cuales se encargan de dirigir la tropa en tareas más sencillas como lo son, limpiar el lugar ocupada de trabajo, disponer terrenos para la construcción, cavar, colocar refuerzos en las paredes de las excavaciones, construir tablados y limpiar los materiales de desecho.

4.2.1.1 Caso obrero albañil en construcción (OAC)

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al obrero en construcción. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimientos

- No estuvieron presentes las normas o criterios de creación de los taludes.

Herramientas

- No se encontraron presentes en las textualidades de las entrevistas, herramientas que utilicen los obreros albañiles en sus actividades laborales.

Argumentos

- Los taludes son distintos, todo va depender del tipo del suelo que se va a construir, hay suelos arenosos o pesados, no sé si me entiende, roca, arena y ese tipo de diferencias. Por eso importante conocer el tipo de suelo para que el talud sea estable es algo principal.
- Nosotros lo construimos el ingenio nos supervisa el trabajo y nos da el visto bueno a la obra.

Intención

- Se construyen para disminuir los posibles deslizamientos de los vehículos en carretera, hay veces que nos piden que tenga un cierto ancho para aumentar los factores de seguridad
- Construcción de taludes.

Estas formas de cómo construyen los taludes, no logran dar lugar a un dipolo modélico. Debido que el obrero albañil, no recurre al uso de herramientas y procedimientos en la práctica de la construcción de taludes. Se observan que existen argumentos que utiliza para la construcción, particularmente conoce que dependerá del tipo de suelo la característica del talud, lo cual lo involucra en la práctica, pero no logrando conocer en profundidad que herramientas o procedimientos se realizan para dicha construcción.

4.2.1.2 Caso obrero jefe en construcción (OJC)

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al obrero jefe en construcción. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimiento

- El manejo de aguas de escorrentía y el control de erosión es de ancho 1 a 2 metros y se colocan a diferencias de alturas entre 5 y 7 metros, esto depende de la calidad del suelo y coincidiendo con los sitios de cambio de pendiente del talud, como ocurre en este caso.
- También los drenajes, dependiendo del cálculo de la cantidad de agua que recibirá. Una vez rebajado el cerro con las excavadoras se colocan unas mallas adheridas al cerro para asegurar y evitar futuros derrumbes, después de eso se coloca el hormigón encima de la malla y los anclajes.

Herramientas

- Se calcula la inclinación (Pendiente)

Argumentos

- Las distintas están determinados por una tabla que maneja el ingeniero en construcción.
- Fíjate que tenemos un talud arriba de la calle y otro aquí abajo, la inclinación de cada uno por separado es de 1 a 2 metros, por pendiente para el agua. Ahora cada uno de estos taludes debe estar a una distancia de 5 a 7 metros de distancia, por un tema de que va dependiendo de la calidad de los suelos y coincidiendo con sitios de cambio de pendiente del talud**.**
- Dependiendo de la densidad y la resistencia es la mezcla del hormigón que se debe usar.

Intención

- Construcción de taludes
- Son usados para contener quebradas que pueden erosionarse, contener un cerro y dejar también espacio para el tránsito de peatones. En ello se calcula la densidad con un aparato que se llama densitómetro.

Estas formas de cómo construyen los taludes, dan lugar a un dipolo modélico. La articulación de la calidad del suelo y los sitios de cambio de pendiente, para el diseño que tendrá el talud, conforman el polo como *modelo* que actúa sobre otro polo, lo *modelado,* construcción de taludes. A esta entidad le hemos llamado dipolo modélico en el obrero jefe en construcción, OJC, figura 8.

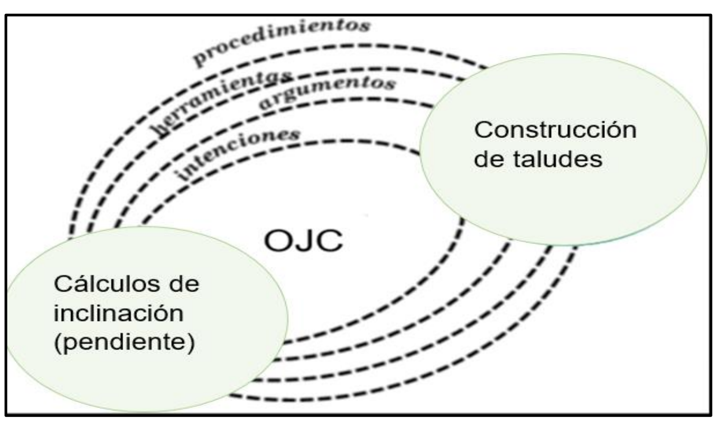


Figura 8. Dipolo modélico en el obrero jefe en construcción

4.2.2 Caso Técnico en construcción (TC)

En la comunidad de prácticas de los técnicos en construcción, son ellos quienes prestan apoyo directo a constructores civiles, arquitectos, ingenieros civiles, y otros profesionales del área.

El técnico en la entrevista, relata que es el quien supervisa el trabajo de los obreros “peones”, ya que una de sus obligaciones primordiales, es estar a cargo de controlar la faena de obra.

Dentro de sus labores también se pueden incluir los cálculos de rendimientos de mano de obra, materiales y maquinarias, la dosificación de morteros, desarrollar croquis asistidos por computado, y otras funciones relacionadas con el manejo de obra.

El técnico en construcción puede tener una formación universitaria de carácter técnico ya sea de centro de formación técnica o instituto profesional o una formación media técnico profesional.

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al obrero jefe en construcción. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimientos

- Es que te dicen que debes hacer un talud 3 a 1.Por cada tres metros de alto debes avanzar 1 metro horizontal. Tiene un talud de 6 de alto son 2 metros horizontal.
- Creo que es así, o es al revés. No me acuerdo bien. Primero tienes que identificar cuáles son los componentes que conforman un talud, tenemos la base, nivel original del suelo, altura del talud y el grado de inclinación del talud.

Herramientas

- Razón
- Pendiente
- Grado de inclinación

Argumentos

- Son superficie inclinada con respecto a la horizontal. Es como un triangulito que se ocupa. Y se usa de la misma forma de la razón.
- El técnico, topógrafo o el constructor civil deben sacar esos cálculos.
- Donde se ocupan las razones es en el grado de inclinación.
- Si la altura del talud es menor a 2 metros, eee por ejemplo la altura es de 1 metro y la altura base del talud es de 1 metros. El talud tiene una razón 1 es a 1.
- Ahh perooo en el caso que sea mayor a 2 metros la altura del talud tiene una razón de 1 es a 1. Por ejemplo si la altura es de 5 metros, la distancia del punto máximo de la altura al punto original del suelo también es de 5 metros pero cada 2.5 metros de altura se debe hacer un corte o escalón al talud para evitar posibles derrumbes.
- Y esa es la diferencia que se debe hacer el corte para mantener la estabilidad del talud, cuando mide más de 2 metros la altura.

Intención

- La razón matemática se ocupa para las pendientes y taludes.
- Construcción de taludes.

El técnico, comenta que la razón matemática se ocupa en las pendientes y en la construcción de taludes, tiene una noción de cómo se construían los taludes, ya que es una actividad que no realiza a diario, pero si fue enseñada durante su formación universitaria. El técnico configura el dipolo modélico TC, figura 9. Se caracteriza por configurar el polo *modelo*: presencia de la razón matemática, pendiente y grado de inclinación sobre el polo *modelado* construcción de taludes. En las textualidades de las entrevistas se ha mostrado en los argumentos y procedimientos lo que recuerda de dicha actividad.

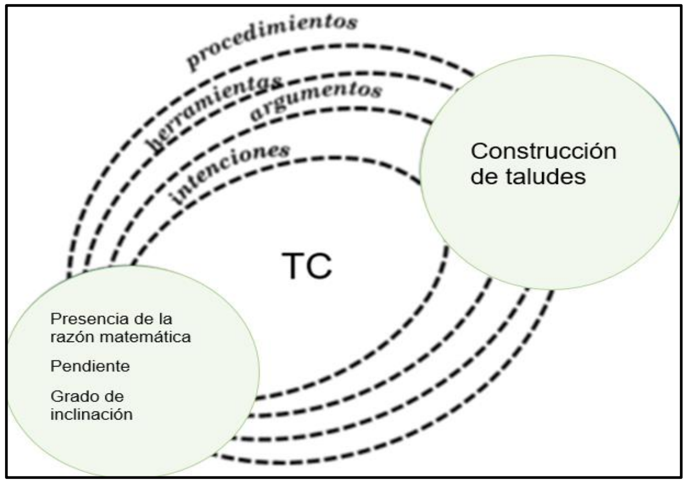


Figura 9. Dipolo modélico en el técnico en construcción

4.2.3 Caso ingeniero en construcción

En la comunidad de los ingenieros constructores, se debe cumplir con un conocimiento en las distintas áreas de la construcción. Como lo son las ciencias básicas, a saber, matemática, química y física también una formación en ciencias de la ingeniería, ingeniería aplicada y gestión empresarial, esto les ayuda a dar soluciones a los problemas propios de la acción profesional, uniendo desarrollo e innovación tecnológica.

Esta comunidad de práctica, da respuesta a las necesidades de la sociedad en forma eficiente y eficaz, teniendo en cuenta el estándar de calidad requerido, la seguridad de las personas y la protección al medio ambiente.

Los ingenieros en las entrevistas, comentan algunas de las tareas que deben realizar cotidianamente en su lugar de trabajo como lo son, la administración de proyectos de ingeniería de obras civiles, determinar la posibilidad técnica, normativa, económica y medio ambiental con orientación sustentable de proyectos de ingeniería de obras civiles, formalizar planes de calidad, prevención de riesgos y apreciación de impacto ambiental de proyectos de ingeniería de obras civiles.

El ingeniero en construcción debe tener una formación universitaria.

4.2.3.1 Caso ingeniero en construcción de empresa privada (ICPR)

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al ingeniero en construcción de empresa privada. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimientos

- La pendiente, bueno se debe medir la distancia a una altura determinada y la horizontal, entonces la pendiente es la altura dividido la horizontal, el resultado es analizando en las tablas.
- Naturaleza del talud
- Puede ser natural o artificial y puede tener una estructura de roca o tierra

Herramientas

- Pendiente
- Tablas de ángulos de inclinación y pendiente de los taludes

Argumentos

- Un talud es una superficie inclinada respecto a la horizontal.
- Esta superficie puede ser hecha de forma temporal o permanente.
- Fallas más comunes son por deslizamiento, depende del tiempo del talud y el clima, fallas por rotación, traslación por flujo, por erosión, por licuación, por capacidad de soporte, hay varias fallas

Intención

- Construcción de taludes

El ingeniero de empresa privada, utiliza métodos para la construcción de taludes. Conoce que debe trabajar con la pendiente y como es su procedimiento. Modela tubularmente con las tablas de resistencia para los taludes, en donde puede obtener los datos necesarios para la construcción y los tipos de suelo que puede intervenir. Configura el dipolo modélico ICPR, figura 10. Se caracteriza por configurar el polo *modelo*: Tablas de ángulos de inclinación y pendiente de los taludes sobre el polo *modelado* construcción de taludes.

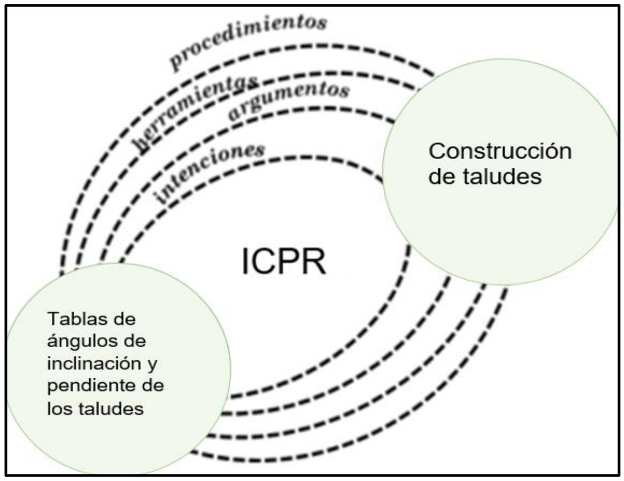


Figura 10. Dipolo modélico en el ingeniero en construcción de empresa privada

4.2.3.2 Caso ingeniero en construcción de empresa pública (ICPU)

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al ingeniero en construcción de empresa pública. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimientos

- Se necesita una memoria de cálculo o saber hacer los taludes
- Por lo general cuándo son cosas de vialidad me guio siempre por los manuales de carretera…me parece que el volumen 7… en ese hablan de los taludes
- Manual para el diseño de carreteras pavimentadas de bajo volumen de tránsito. (Ministerio de transporte y comunicaciones)

Herramientas

- No se encontraron presentes en las textualidades de las entrevistas, herramientas que utilicen los ingenieros en construcción de empresa pública, en sus actividades laborales.

Argumentos

- Esta todo normado según el tipo de suelo

Intención

- Construcción de taludes

El ingeniero de empresa pública, se rige por las normas de los manuales de construcciones de taludes, no menciona herramientas para realizar dicha actividad. Configura el dipolo modélico ICPU, figura 11. Se caracteriza por configurar el polo *modelo*: apoyo con el manual de construcción de taludes sobre el polo *modelado* construcción de taludes. En las textualidades de las entrevistas se ha mostrado procedimientos con que realiza dicha actividad.

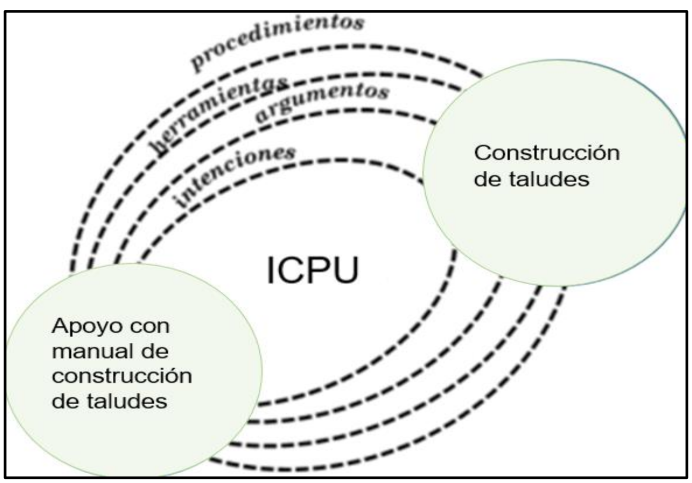


Figura 11. Dipolo modélico en el ingeniero en construcción de empresa pública

4.2.4 Caso docente de la carrera de ingeniería en construcción (DIC)

En la comunidad de práctica de los profesores que forman, tanto a los ingenieros como a los técnicos en construcción, deben cumplir con obligaciones diariamente como lo son instruir y establecer integralmente personas que se desempeñen como científicos aplicados, innovadores y emprendedores tecnológicos y sociales. Formar profesionales de excelencia en el extenso campo de la ingeniería en construcción. Compartir y formar espacios de conocimiento en ciencias aplicadas e ingeniería construcción en todas sus formas posibles.

El docente de la carrera de ingeniería en construcción debe tener una formación universitaria, estudios de magister y doctorados en el área de la construcción.

Hallazgos textuales encontrados en la entrevista personal al docente de la carrera de ingeniería en construcción. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimiento

- Hay terrenos poco consolidados la arena por ejemplo o el material ya intervenido que hace que no sea posible mantener la coacción en 80 grados y ya tengas que disminuir
- Entonces la razón de la pendiente está dada por la conformación del terreno porque existen categorías de terreno. Desde altamente compacto hasta terrenos que son disgregados.
- El criterio de edificación y fundación dice que tú tienes que afirmar el edificio en el perfil natural del terreno. O sea, hay un ángulo que es constante para la duna, entonces tú escavas de forma tal que el edificio llega al material que está en ese ángulo.
- El comportamiento, está establecido en una tabla, la duna yo tengo que entenderla como tal grado de resistencia y la roca como tal grado de resistencia, entonces yo en mi ecuación la variable, la roca tiene un dato y ese dato lo voy a buscar a una tabla.
- Entonces la razón está dada por la capacidad de mover el ángulo, el perfil natural del talud.
- El material que genera la variable y la razón está en función de una tabla que establece cual es la resistencia y la capacidad de reacción que tiene el terreno frente los esfuerzos
- Elementos, maicillo, roca, duna, carretera y camino.

Herramientas

- Razón geométrica
- Angulo
- Razón
- Tabla de resistencia

Argumentos

- Existen distintos tipos de taludes naturales y artificiales como, por ejemplo, cuando se voltea un camión de arena este va a quedar como en un cono por lo tanto el ángulo de ese talud es constante y tenemos taludes artificiales cuando tú rebajas un terreno a máquina y lo dejas inclinado.
- Existe desde la roca hasta la duna y este es más y este es menos y en el medio hay todas las variantes.
- Si yo sé que la duna tiene 1 y la roca tiene 10 cuando tenga que hacer mi ecuación el ángulo de esto va a estar dado por la capacidad de resistencia.
- Para poder asentar el camino tengo que considerar el ángulo, por lo tanto, entramos a otra variable que el camino tiene que estar a una distancia que va a estar dada por el ángulo.

Intención

- La razón geometría del ángulo, en el cual ese terreno queda.
- Construcción de casas, edificios.
- Construcción de taludes
- Todo esto tiene un comportamiento dinámico, entonces se podría ir en un terremoto o en aluvión en un tsunami pero lo que están bajo ese ángulo en este caso ahí, no se va a mover.
- Asentar el camino

Es evidente que el profesor comprende la importancia de la práctica de la construcción de taludes, sobre todo que es un trabajo que cuenta con herramientas con base matemática. Sin embargo, está conciente que los estudiantes de la carrera de ingeniería en construcción, solo se guían en este proceso de los manuales y tablas de resistencia, sin lograr comprender el procedimiento que se realiza. El profesor configura el dipolo modélico del profesionista DIC, figura 12. Se caracteriza por configurar el polo *modelo*: razón geométrica, ángulo de inclinación, razón y tabla de resistencia sobre el polo *modelado* construcción de taludes. En las textualidades de las entrevistas se ha mostrado en los argumentos y procedimientos que éste comprende porque utiliza la razón matemática al enseñar la práctica de los taludes.

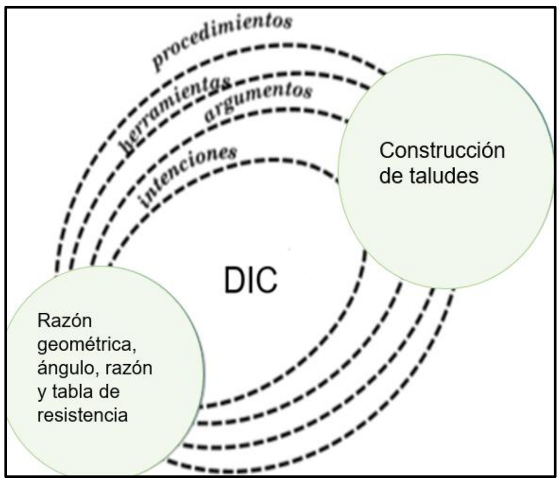


Figura 12. Dipolo modélico de un docente en ingeniería en construcción

4.2.5 La razón matemática en la construcción del talud

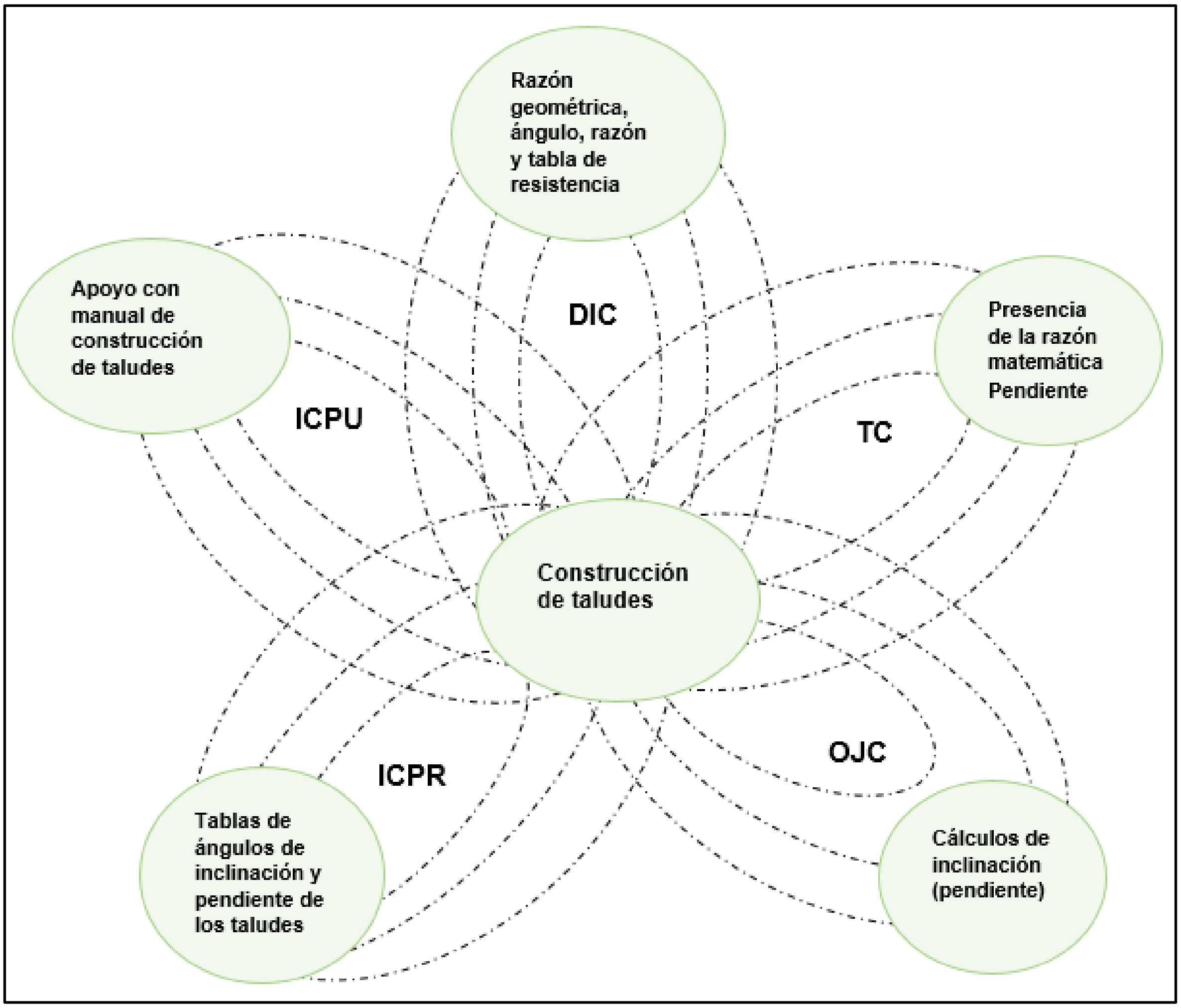


Figura 13.Red de dipolos modélicos de los entes de la construcción

La deconstrucción de la práctica de la construcción de taludes ejercida por la comunidad de los constructores, permite reconocer la diversidad de la práctica. Las configuraciones de los diferentes dipolos modélicos están en relación con sus diferentes intenciones que los movilizan, los procedimientos de como realizan, los argumentos con los que se justifican y las herramientas que utilizan. Sin embargo, es posible que algunos de ellos hagan uso de prácticas que utilizan otros.

En la práctica de la construcción de taludes se construye una red de dipolos modélicos (Figura 14). Es decir, quien ejerce la práctica de acuerdo a su experiencia, sus intenciones, argumentos, herramientas y procedimientos, construye un dipolo modélico diferente al que construyen otros actores. Cada práctica de construir taludes es relativa y distinguida según los dipolos o red de dipolos que la conforman.

Las entrevistas realizadas no identifican el pensamiento generalizado de todo aquel que forma parte de cada caso que se estudió, debido a que solo son algunas personas en particular que gentilmente ayudaron en este estudio. Logrando establecer una conversación, ya sea de entrevista personal o vía mensajería instantánea. Una vez obtenidas las entrevistas, se estudió en profundidad cada una de ellas, basados en los estudios de (Galicia, 2014), se lograron identificar sus procedimientos, herramientas, argumentos e intenciones en la construcción de taludes y los dipolos modélicos presentes en cada uno de ellos.

4.2.6 Vicisitudes de los entes de la comunidad de prácticas de la construcción

Se lograron evidenciar distintas formas de procedimientos, intenciones, argumentos y herramientas entre los entres de la comunidad de la construcción. Existen en las prácticas de la construcción de taludes algunas vicisitudes entre los entes de la comunidad, por ejemplo, el uso de la razón matemática utilizada como herramienta en dicha construcción, esta es utilizada por técnico y el docente en construcción de una manera muy similar, pero como procedimiento cada cual toma sus propias formas de hacer, debido a que el docente conoce el cálculo de ella y como está presente en la construcción, pero el técnico solo sabe que está presente pero no recuerda si sus procedimientos son los correctos.

Los dos ingenieros evidenciaron como herramienta que se apoyan de tablas de ángulos de inclinación de taludes y el manual de construcción de ellos, el ingeniero de empresa privada conoce y explica más sus formas de construcción de acuerdo a sus procedimientos, intenciones, herramientas y argumentos, en cambio el ingeniero de empresa pública solo se apoya para la construcción en el manual de construcción, no dejando claro todas sus propias intenciones, procedimientos, argumentos y herramientas, solo menciona algunas de ellas.

El obrero jefe en construcción, como herramienta conoce algunos de los cálculos que se realizan para obtener la pendiente del talud, pero no que la razón está presente en dicho calculo. Explica la construcción del talud, en base a sus propios argumentos, herramientas, procedimientos e intenciones.

Los algoritmos a los que recurren en la comunidad de prácticas de la construcción, son como herramienta la razón matemática, utilizada por el docente y conocedor de los procedimientos que se deben realizar, conocida por el técnico, pero no teniendo claro sus procedimientos, utilizada por los ingenieros en los manuales de construcción y en las tablas de resistencia de taludes y por último en los cálculos de pendiente que conoce el obrero jefe, que se deben efectuar para la fabricación de los taludes.

4.3 La razón matemática al modelar en la construcción de taludes

Como tercer estudio se crea una secuencia experimental “Construcción de taludes”

4.3.1 Conjeturas “Construcción de taludes”

El diseño cuenta de tres fases (Arrieta y Díaz, 2015) cuya experimentación consta con 15 actividades donde los estudiantes deben predecir, conjeturar, analizar, argumentar, generalizar y numerizar.

4.3.1.1 Fase I. La internación con el fenómeno, la experimentación.

Los estudiantes en las siguientes tres actividades deberán lograr interactuar con el fenómeno. La primera actividad en donde ellos deben describir el fenómeno, segunda actividad se pregunta acerca de un dato de altura que se encuentra en la tabla y la tercera actividad un dato de base que se encuentra en la tabla de datos.

Primera actividad: Describan el experimento con sus propias palabras.

Los estudiantes deberán mencionar las características y los elementos que forman parte del experimento. Como lo son, la tabla de datos y los elementos propios de ella (bases en metros y alturas en metros), imagen referencial de la carretera y seis taludes faltantes, imágenes referenciales de los taludes y sus elementos en longitudes (base y altura). Que comprendan que es un talud y el planteamiento del problema, que es la construcción de una nueva carretera y la construcción de seis taludes que se encuentran pendientes.

Segunda actividad: Si el talud tiene 20 metros de base ¿Cuál será la medida de la altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Como respuesta de los estudiantes deberán interactuar con la tabla de datos en donde la respuesta a la medida de la altura está implícita en la tabla de datos, solo basta con "leer". Los 20 metros de base tendrán una altura de 12 metros.

Tercera actividad: Si el talud tiene 18 metros de altura, ¿Cuántos metros tendrá la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Los estudiantes deberán nuevamente interactuar con la tabla de datos, en donde la respuesta a la pregunta está implícita en dicha tabla. Los 18 metros de altura tienen una base de 30 metros.

4.3.1.2 Fase II. El acto de modelar, "La predicción"

En las siguientes actividades cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nuevo y diez, los estudiantes predicen el fenómeno a partir de la tabla de datos en donde van articular con dos entidades.

En donde dan a lugar en los dipolos modélicos según etapas de preguntas.

El dipolo modélico (DM1) queda establecido por la articulación (tabla de datos) en la actividad cuarta.

El dipolo modélico (DM2) queda establecido por la articulación (longitud, tabla de datos, razón de cambio), en la actividad quinta, sexta, séptima, octava, novena y décima.

El dipolo modélico (DM3) queda establecido por la articulación ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación), en la actividad decima primera, decima segunda.

Cuarta actividad: Si en el talud A, se determina que debe tener 25 metros de base ¿Cuántos metros debe tener de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$20\ metros \rightarrow 12\ metros$$

$$25\ metros \rightarrow\ x\ metros$$

$$20 \cdot x = 25 \cdot 12$$

$$x = \frac{300}{20}$$

$$x = 15\ metros$$

2. Si consideramos los datos de la tabla 20 metros de base es a 12 metros de altura. 25 metros de base no sabemos la altura y por último 30 metros de base es a 18 metros de altura, podemos observar que la base crece de 5 metros en 5 metros y la altura crece de 3 metros en 3 metros. Por lo tanto 25 metros de base es a 15 metros de altura. Se obtendrá la respuesta mediante puntos medios.

3. Si volvemos a considerar la tabla de datos la mitad entre 20 y 30 metros de base que están dados en la tabla es 25 metros de base que no sabemos su altura y la mitad entre 12 y 18 metros de altura es 15 por lo tanto ese sería el valor faltante para la base. En este procedimiento el estudiante obtiene su respuesta mediante puntos medios.

Quinta actividad: Si el talud B, tiene una altura de 4,5 metros. ¿Cuál es la cantidad de metros que debe tener la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$x\ metros \rightarrow 4{,}5\ metros$$

$$5\ metros\ \rightarrow 3\ metros$$

$$3x = 4{,}5 \cdot 5$$

$$x = \frac{22{,}5}{3}$$

$$x = 7{,}5\, metros$$

2. Si cada 20 metros de base el talud tiene 12 metros de altura, entonces mediante puntos medios 10 metros de base tendrá 6 metros de altura. Posteriormente si utilizamos puntos cuartos a los 10 metros de base y 6 metros de altura obtendremos 2,5 metros de base es a 1,5 metros de altura. Ahora observando la tabla de datos 5 metros de base es a 3 metros de altura. Sumando los 3 metros de altura a los 1.5 metros de altura tenemos 4,5 metros de altura que es el dato que preguntan. Si sumamos los 5 metros de base y los 2,5 metros de base obtenemos la respuesta a la pregunta 7,5 metros de base.

Sexta actividad: ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C, si de base se determina que es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$1\, metros \rightarrow x\, metros$$

$$5\, metros \rightarrow 3\, metros$$

$$3 = 5x$$

$$\frac{3}{5} = x$$

$$0{,}6\, metros = x$$

Cuyo resultado $0{,}6$ es la razón matemática en juego en la construcción de taludes.

2. Utilizando puntos decimos para los datos obtenidos de 10 metros de base es a 6 metros de altura, $10{:}\,10 = 1\, metro\ de\ base$ y $6{:}\,10 = 0{,}6\, metros\ de\ altura$.Por lo tanto la respuesta para la pregunta 1 metro de base seria 0.6 metros de altura.

Séptima actividad: ¿Cuántos serán los metros de altura, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Por cada metro de base la altura puede aumentar $0{,}6\, metros$. Por lo tanto si son $p\ metros$ de base la altura será de $0{,}6p$.

2.

$$\frac{p\ metros}{5\ metros} \rightarrow \frac{x\ metros}{3\ metros}$$

$$3p = 5x$$

$$\frac{3p}{5} = x$$

$$0{,}6p\ metros = x$$

Utilizando los valores de la tabla de datos $5\, metros$ y $3\, metros$ de altura. Utilizamos el procedimiento de regla de tres, dando como resultado para $p\ metros\ de\ base\ 0{,}6\ p\ metros\ de\ altura$.

Octava actividad: Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, si de base son 50 metros.

a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.

b) Argumenten su respuesta.

En la actividad ocho existen tres tipos de procedimientos por parte de los estudiantes para dar respuesta a la pregunta.

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$\frac{50\ metros}{5\ metros} \rightarrow \frac{x\ metros}{3\ metros}$$

$$50 \cdot 3 = 5x$$

$$150 = 5x$$

$$\frac{150}{5} = x$$

$$30\ metros = x$$

a) Es el mismo valor de la tabla

b) El procedimiento utilizado es correcto para encontrar los valores de la tabla.

2. Si por cada $metros\ de\ base$ la altura aumentaba $0{,}6\ p$ entonces si multiplico $50 \cdot 0{,}6 = 30\ metros\ de\ altura$. El resultado daría la cantidad de metros de altura.

a) Es el mismo valor de la tabla

b) El procedimiento utilizado es correcto para encontrar los valores de la tabla.

Novena actividad: ¿Cuál es la cantidad de metros de altura del talud E si la base se determinaron 63,7 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$63{,}7\ metros \rightarrow x\ metros$$

$$50\ metros \rightarrow 30\ metros$$

$$50 \cdot x = 63{,}7 \cdot 30$$

$$50x = 1911$$

$$x = \frac{1911}{50}$$

$$x = 38{,}22\ metros$$

2. Si por cada $metros\ de\ base$ la altura aumentaba $0{,}6\,p$ entonces si multiplico $63{,}7 \cdot 0{,}6 = 38{,}22 metros\ de\ altura$. El resultado daría la cantidad de metros de altura.

Decima actividad: ¿Cuántos metros de base debe tener el talud F si de altura tiene 53,5 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan tres posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Los estudiantes utilizan la regla de tres para dar solución a la problemática de la siguiente manera:

$$x\ metros \rightarrow 53{,}5\ metros$$
$$5\ metros \rightarrow 3\ metros$$
$$3x = 53{,}5 \cdot 5$$
$$3x = 267{,}5$$
$$x = \frac{267{,}5}{3}$$
$$x = 89{,}1666..\ metros$$

2. Si por cada $metros\ de\ base$ la altura aumentaba $0{,}6\,p$ entonces si divido $53{,}5; 0{,}6 = 89{,}16\ metros\ de\ base$. El resultado daría la cantidad de metros de base.

Decima primera actividad: ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.

b) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 75 metros, utilizando la expresión algebraica.

c) Comparen los metros obtenidos, con el valor que indica la tabla.

d) ¿Qué concluyen de la comparación?

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. $base\ \cdot 0{,}6 = altura$

2. $base = altura: 0{,}6$

a) La expresión 1, se construye al conocer que por cada cantidad de metro de base la altura aumento $0{,}6\,metros$. Por lo tanto se deben multiplicar la cantidad de metros de base por $0{,}6\,metros$ para conocer los metros de altura del talud.

La expresión 2, se construye al conocer que la altura crece $0{,}6\,metros$ a diferencia de la base que crece $1\,metros$. Por lo tanto se debe dividir la cantidad de metros de altura por $0.6\,metros$ para conocer la cantidad de metros de base.

b) Expresión 1.

$$75\,metros \cdot 0.6\,metros = 45\,metros$$

Expresión 2.

$$75\,metros = x{:}\,0{,}6\,metros$$

$$75 \cdot 0.6 = x$$

$$45\,metros = x$$

c) Comparando los valores

d) Expresión 1.

Es el mismo valor, por lo tanto, la expresión es la correcta

Expresión 2.

Es el mismo valor, por lo tanto, la expresión es la correcta

Decima segunda actividad: ¿Cuántos metros de base tendrá algún talud de las mismas condiciones, que tenga 82,56 metros de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Se conjeturan dos posibles respuestas por parte de los estudiantes:

1. Expresión 1.

$$base\,metros \;\cdot 0{,}6\,metros = altura\,metros$$

$$base \cdot 0{,}6 = 82{,}56$$

$$base = \frac{82{,}56}{0{,}6}$$

$$base = 137{,}6\, metros$$

2. Expresión 2.

$$base\ metros = altura\ metros\colon 0{,}6\ metros$$

$$base = 82{,}56\colon 0{,}6$$

$$base = 137{,}6$$

4.3.1.3 Fase III. La articulación de los modelos y el fenómeno en una red.

Esta fase estará presenten en las actividades décima tercera, decima cuarta y decima quinta. En el diseño los estudiantes articularan los modelos entre si y estos con el fenómeno.

Décima tercera: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros altura? ¿Por qué?

Se conjetura una posible respuesta por parte de los estudiantes:

1. Si el coeficiente de la variable disminuye, los metros de altura disminuirán, porque serian menos los metros de base que se multiplican por la razón matemática 0.6.

Decima cuarta: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

Se conjetura una posible respuesta por parte de los estudiantes:

1. Si el coeficiente de la variable aumenta, los metros de altura aumentaran, porque serían más los metros de base que se multiplican por la razón matemática 0.6.

Decima quinta: Describan cómo se comportó la cantidad de metros de base en este experimento.

Se conjetura una posible respuesta por parte de los estudiantes:

1. La cantidad de metros de base en el experimento fue creciendo medida que va avanzando la tabla de datos con los valores faltantes.

4.3.2 Análisis y resultados por fases de la razón matemática al modelar en la construcción de taludes

4.3.2.1 Fase I. La internación con el fenómeno, la experimentación

Primera actividad: Describan el experimento con sus propias palabras.

Los equipos en su totalidad entregan distintas respuestas a la interrogante planteada, la cual pide que deben describir el experimento. Los equipos E1, E5 Y E6, en sus respuestas consideran relevante como parte del fenómeno, que deben construir taludes con una medida en particular para la base y la altura. Por lo tanto consideran parte del fenómeno dichos datos, que son elementos propios del talud y que aparecen en la secuencia experimental en la tabla de datos. E1 por su parte, considera relevante para la construcción de taludes necesitar los valores de las longitudes. Por lo tanto no comprenden que los metros son una unidad coherente de longitud ya sea para la base y la altura de la construcción de taludes. E5, solo lo consideran los metros y altura para buscar los datos de los taludes faltantes para la construcción, olvidando que dichos datos van acompañados de una cantidad de magnitud que son los metros, base en metros y altura en metros, por lo tanto esto deja en evidencia que el equipo no vincula los metros con los valores de base y altura, posiblemente olvidando y no conociendo la definición de razón matemática como la comparación entre dos cantidades de magnitudes. E6, para el equipo solo es relevante la base y la altura para la construcción de taludes, al igual que el E5 olvidando que dichos datos van acompañados de una cierta cantidad de magnitud.

Los equipos en general solo describen o mencionan algunos elementos propios del fenómeno, por lo tanto, los estudiantes interactuaran con el fenómeno pero no en su totalidad. En esta pregunta ellos se encuentran con los datos, y el planteamiento de una situación en lenguaje natural, imágenes referenciales y la tabla de datos.

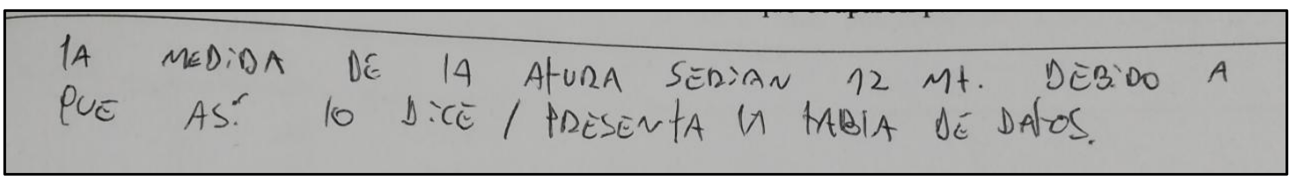
Segunda actividad: Si el talud tiene 20 metros de base ¿Cuál será la medida de la altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Tenemos en esta actividad que los equipos E2, E3, E4, E5 y E6 responden a la pregunta como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para responder, también vemos que estos equipos realizan un estudio y una lectura, tanto de la descripción como de la tabla de datos adjuntos en la experimentación, esto es, por que estos equipos responden que la medida de la longitud de la altura que se necesita para la construcción del talud la han visto en la tabla, estos equipos comprenden que la tabla de datos adjuntada en la descripción entrega información relevante para lograr responder esta actividad, por lo tanto, lo que están realizando estos equipos es modelación tabular utilizando los datos de la tabla para responder en las actividades.

Por su parte tenemos el grupo E1, que solo responde como es habitual en las prácticas socioescolares sin explicaciones de su método o forma de resolución de la actividad.

Vemos que en esta primera actividad que involucra las longitudes de base y altura del talud, la mayoría de los equipos se enfoca en los datos que entrega la secuencia, la tabla específicamente, lo que nos conlleva a que los estudiantes logran la modelación tabular. Esto nos habla de una inmersión en la experimentación de parte de los equipos.

Ilustración 8. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia "Construcción de taludes"


LA MEDIDA DE LA ALTURA SERIAN 12 MT. DEBIDO A QUE ASI LO DICE / PRESENTA LA TABLA DE DATOS.

Tercera actividad: Si el talud tiene 18 metros de altura, ¿Cuántos metros tendrá la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo

Los equipos tanto E1 como E6 responden a la actividad como es habitual en las prácticas socioescolares, esto es, utilizando las palabras de la pregunta para responder, luego de dar respuesta a la actividad no escriben ni comentan el cómo de su respuesta o resolución de la actividad.

Por su parte tenemos que los equipos tanto E2, E3, E4 como E5 responden a la actividad viendo los datos en la tabla, es decir, continúan con la modelación tabular en esta actividad de la secuencia al responder viendo la tabla los estudiantes comprenden que existe una relación entre los datos entregados por la tabla para la longitud de la base como para la longitud de la altura, esta relación que generan los estudiantes les ayuda a que, si el talud tiene 18 metros de altura puedan responder que los metros de base deben ser 30 metros de longitud. Esta es la primera inmersión que realizan los estudiantes, analizando los datos que entrega la secuencia y utilizándola para realizar la modelación tabular.

4.3.2.2 Fase II. El acto de modelar, "La predicción"

Cuarta actividad: Si en el talud A, se determina que debe tener 25 metros de base ¿Cuántos metros debe tener de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Los equipos E1 y E5 en esta primera actividad de predicción de la longitud de los metros de la altura del talud a construir, ellos utilizan la regla de tres para su resolución, la cual construyen a partir de los datos entregados por la tabla, estamos hablando de que los estudiantes de estos equipos están realizando una modelación algebraica, esta estrategia utilizada por los equipos les arroja una respuesta satisfactoria, luego responden como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, que utilizan las palabras de la pregunta para responder. Por su parte tenemos el equipo E6 que solo entrega una respuesta, no explica ni menciona su forma o su análisis en la actividad, solo responde, los metros son 15.

Tenemos también que los equipos tanto E3 como E2 que suman los puntos desde la longitud de la base de 5 metros hasta alcanzar los 25 metros solicitados, dado que ya han establecido la relación, entre la base y la altura del talud en la tabla, utilizan esta forma de resolución. Por su parte ocurre que, dado que en la tabla está establecida la longitud de la base del talud de 50 metros, los estudiantes dividen en dos el intervalo para entregar la respuesta de predicción de los 25 metros de base, esto es, puntos medios. Vemos que estos estudiantes luego de estudiar y analizar la tabla de datos la utilizan específicamente para resolver longitudes no establecidas por la misma.

El equipo E4, al realizar el estudio de la tabla de datos, se enfoca en que los valores más bajos de la construcción de los taludes, corresponde a 3 y 5 tanto en la base con la altura, dado que la relación entre base y altura ya la han establecido por la actividad anterior, los estudiantes ven el triángulo rectángulo de referencia para la construcción del talud, dado en la descripción de la experimentación y entienden que corresponde al teorema de Pitágoras y que los datos del triángulo corresponde al trio pitagórico 3, 4, 5 con lo cual amplifican el triángulo para encontrar una semejanza y amplifican por 5 tanto el 3 como el 5 encontrando la longitud de 25 metros con la altura correspondiente en este caso 15 metros de longitud.

En la actividad 4 vemos que los estudiantes como equipos, van modificando sus estrategias, han realizado la modelación tabular y algebraica, lo que los lleva a encontrar estrategias como los puntos medios y comprendemos que cada equipo busca su camino y modo de resolución de cada actividad a medida que los datos solicitados no se encuentran en la descripción, nos llama la atención la diversidad de respuestas y estrategias utilizadas en una sala de clases de un colegio en específico.

Quinta actividad: Si el talud B, tiene una altura de 4,5 metros. ¿Cuál es la cantidad de metros que debe tener la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Esta actividad de predicción es la primera en la que se les solicita determinar la longitud de la base a partir de una longitud con decimales y tenemos que los equipos E5 y E1 por ejemplo que solamente responden como es habitual en las prácticas socioescolares esta actividad, es decir, que utilizan las palabras de la pregunta para responder.

Tenemos a los equipos E3 y E4 que usan una estrategia denominada puntos cuartos de los intervalos dados en la tabla de datos adjunta en la descripción de la secuencia, al dividir los intervalos dos veces a la mitad han encontrado el cuarto de 18 metros, es decir, que los 18 metros de altura los dividen en dos y encuentran la longitud de 9 metros (puntos medios) luego los 9 metros los dividen en dos encontrando 4,5 metros (corresponden a los puntos cuartos), para luego hacer lo propio con la base del talud en cuestión y así confirman la relación establecida en las actividades anteriores entre la base y la altura del talud atreves de la tabla de datos.

Finalmente tenemos a los equipos E2 y E5 que la herramienta utilizada para esta actividad es la regla de 3, en la cual usan el mismo procedimiento que la actividad anterior para la resolución de esta, es decir, que estos dos equipos siguen en el proceso de modelación algebraica, extrayendo datos de la tabla con el fin de realizar algún algoritmo y lograr identificar nuevos datos solicitados para construcción del talud. Sin importar que en esta situación existan longitudes con decimales encuentran el sentido y realizan la operación necesaria y encuentran la longitud estimada para la construcción del talud.

Ya en la actividad 5 vemos como cada uno de los equipos utiliza un camino, una forma y un modo de pensar cada caso, es lo bueno de eso, estamos hablando de etnomatemática que corresponden a los diferentes modos de hacer y pensar, es decir, el saber/hacer matemático que hablamos en capítulos anteriores. Vemos que los equipos mejoran sus procedimientos, puntos medios, ahora puntos cuartos y por otra parte el equipo que utiliza la regla de 3 la usa mientras sea una herramienta eficaz en la secuencia.

Sexta actividad: ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C, si de base se determina que es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Los estudiantes que han utilizado los puntos medios para la obtención de 25 metros, luego han utilizado los puntos cuartos para la obtención de la longitud de 4,5 metros, ahora utilizan los puntos decimos para la obtención de 1 metro. Esto nos dice que la forma de proceder en sus actividades, dan cuenta de lo que ocurre en la tabla y a partir de esto realizan sus estudios de puntos medios, cuartos y decimos, estamos hablando que de los estudiantes realizan una modelación tabular donde logran captar que existe una relación entre la base y la altura del talud y usan eso con los datos entregados por la secuencia para resolver cada actividad. Estamos hablando de los equipos E4 y E3 respectivamente.

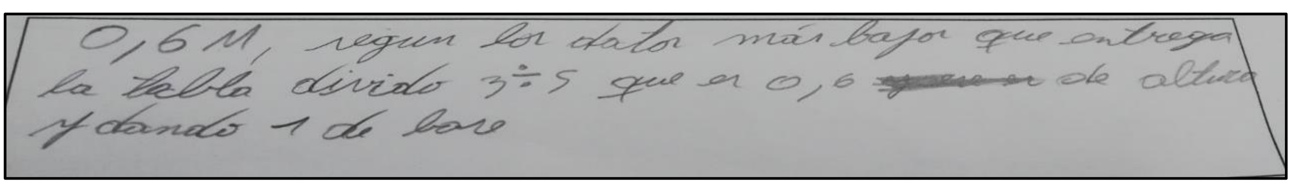
Por otro, lado tenemos a los equipos E1 y E6 que responden a la actividad como es propio de las prácticas socioescolares, es decir, que utilizan las palabras de la pregunta para dar respuesta a la pregunta. No nos explican ni comentan su forma de resolución a la actividad, solo entregan la respuesta final.

Finalmente tenemos a los equipos E2 y E5 que se mantienen en la regla de 3 para la resolución de la actividad, la regla de 3 les ayuda a encontrar tanto la longitud de la base o de la altura del talud, se han enfocado en los valores más bajos de la tabla de datos adjunta en la secuencia, a saber, 5 metros de base y 3 metros de altura, al dividir una y otra vez 3 y 5 han encontrado 0,6 metros que han multiplicado y dividido constantemente dependiendo de si en la actividad se requiere la base o la altura, antes de formalizar esto, los estudiantes prefieren la utilización de la regla de 3 una y otra vez, a saber, esta herramienta utilizada desde los datos de la tabla es la modelación tabular.

Podemos ver que cada equipo tiene ya una forma de resolución que es cómoda y eficaz independiente de la actividad, sea la altura o la base la solicitada, sean muchos metros o pocos los solicitados para la construcción del talud, tenemos equipos que responden sin explicaciones, equipos que utilizan la regla de tres rotando un valor y equipos que han utilizado los puntos medios, cuartos y decimos.

Al utilizar los datos de la tabla, tanto para el cálculo de los puntos medios, cuartos y decimos o para formar una regla de tres vemos que la gran parte de los equipos están la modelación tabular.

Ilustración 9. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia "Construcción de taludes"


0,6 M, segun los datos más bajos que entrega la tabla divido 3÷5 que es 0,6 de altura y dando 1 de base

Séptima actividad: ¿Cuántos serán los metros de altura, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

Los equipos E2, E4 y E5, se mantienen en esta fase de predicción utilizando la regla de 3 y ha sido efectiva, los valores que no se encuentran en la tabla de datos o no están específicamente en la secuencia, ha sido posible determinarlos a través de la regla de 3, en esta actividad también la utilizan, se encuentran con una doble variable, despejan la x, y construyen lo que llamamos la expresión algebraica. No exponen comentarios de a que se refiere, sí exponen que no pueden entregar una longitud en específico dado que se encontraron con una doble variable.

De un modo muy similar el equipo E3 sigue dividiendo, esta vez de una forma muy cercana a la regla de 3 dado que establece relaciones con 5 y 3 que son los valores menores de la tabla, de esta forma llega a 0,6 sin saber que es nuestro coeficiente, pero si entendiéndolo como una división de magnitudes. Con esto y dejando logran construir una expresión algebraica.

Así tenemos al grupo E6 que solamente plantea una expresión algebraica sin previa información. Por su parte E1 no comprende que ocurre y porqué tenemos 2 variables una p y una x en una sola actividad, el no comprender lo que sucede genera una confusión que los inhabilita a terminar de resolver o intentar plantear algo al equipo E1 que finalmente no responde.

Tenemos que la mayoría de los grupos construye una expresión algebraica, esto es logran despejar una variable y generan una expresión que contiene a un coeficiente de una variable, esto lo logran gracias a los datos de la tabla y las estrategias utilizadas en las actividades anteriores, es decir que los equipos han estado modelando tabularmente, hasta el hecho de construir una expresión algebraica, lo que los lleva a una modelación algebraica.

Octava actividad: Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, si de base son 50 metros.

a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
b) Argumenten su respuesta.

En esta actividad tenemos que el equipo E6 responde, sin dar cuenta de lo que han hecho. Solo responden como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder. Por su parte el equipo E3 responde que está en la tabla, es decir, que no comprenden los estudiantes que no era lo importante saber la longitud, si no saber que si su procedimiento se alineaba a los datos que han estado estudiando de la tabla. Para los estudiantes es significativo lo que está adjuntado en la tabla y por eso responden con seguridad sin tener que realizar lo que han hecho durante la predicción.

Por su parte el equipo E5 ha utilizado la expresión algebraica construida en la actividad anterior, es decir, que el equipo E5 venía trabajando de una forma con un procedimiento, que corresponde a la regla de 3 y una vez construida la expresión algebraica cambia su procedimiento y comienza a utilizar la expresión algebraica, al confirmar que corresponde al mismo valor de la tabla de datos, ratifica que la expresión algebraica esta en lo correcto y que es otra herramienta eficiente para la resolución de la actividad.

Tenemos que tanto el equipo E1 como E4 se dan cuenta que algo ocurre con los datos más bajos de la tabla, es decir, 3 y 5 respectivamente, estos equipos comprenden que la relación que existe entre estos valores va a determinar lo que ocurre tanto con la base como con la altura del talud y sus longitudes. Al dividir 3 en 5 se obtiene 0,6 que es a nuestro saber, la razón matemática involucrada en la experimentación, dicha razón si se multiplica por la base, se encuentra la altura del talud, y si se divide por la altura se encuentra la base del talud explican los estudiantes, sin saber que están hablando de la razón.

Para esta actividad los estudiantes toman sus formas de resolver sus procedimientos, los mejoran, los adaptan y captan nuevas cosas involucradas en la secuencia, como es el hecho de la utilización de una expresión algebraica, una confirmación con la regla de 3 y una relación con las longitudes 3 y 5 que corresponden a la altura y la base del talud respectivamente.

Tenemos equipos que se mantienen modelando tabularmente, es decir, utilizando la regla de tres con los datos de la tabla para encontrar longitudes del talud que no se presentan en la tabla y además tenemos equipos que una vez construida la expresión algebraica, comienzan a modelar algebraicamente, es decir, que valorizan los datos para encontrar las longitudes tanto de altura como de base del talud a través de la expresión algebraica.

Novena actividad: ¿Cuál es la cantidad de metros de altura del talud E si la base se determinaron 63,7 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

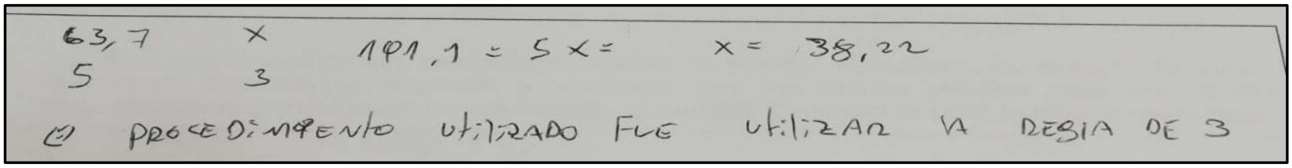
Tanto los equipos E2, realiza una regla de 3 para determinar la cantidad de metros que debe tener la altura del talud, esto es, modelando tabularmente, relacionan la base del talud que tiene 5 metros de longitud con la altura del mismo que tiene longitud igual a 3 metros, en ese sentido luego de plantear la ecuación y despejar su variable x que corresponde en este caso a los metros de altura, responden 38.22 metros correspondientes para aquel talud que tiene longitud 63.7 metros de base.

Por otra, parte tenemos que los equipos E1, E4 y E5 utilizan la expresión analítica algebraica para su resolución, reemplazan correctamente la variable *p* para luego desarrollar y encontrar la longitud del talud que en este caso corresponde a los metros que debe tener de altura. Estos equipos logran aplicar la modelación algebraica valorizando los datos para encontrar las longitudes utilizando la expresión algebraica.

E6 escribe la respuesta sin alguna explicación o forma de entender la actividad, por su parte E6 no responde.

Podemos entender que todos los equipos exceptuando E6 responden satisfactoriamente la actividad, si bien es cierto no hay una forma de responder claramente, existen equipos que han actualizado su forma de entender la experimentación. Así también como E1 responde con intención de ayudar con los datos de longitud para la construcción del talud, es decir, están involucrados e inmersos en la experimentación. En esta actividad, los estudiantes ya se encuentran modelando o tabularmente, continuando con los las herramientas anteriores y otros equipos que se encuentran modelando algebraicamente, utilizando la expresión algebraica para la resolución de la actividad.

Ilustración 10. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia “Construcción de taludes”



Decima actividad: ¿Cuántos metros de base debe tener el talud F si de altura tiene 53,5 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Los equipos E1, E4 y E5 en esta actividad utilizaron la expresión algebraica construida para la resolución, valorizando en este caso los 53,5 metros que corresponden a la longitud de la altura del talud en la variable x de la expresión algebraica, a saber, estos equipos se encuentran modelando algebraicamente. Por su parte el equipo E5, no comprende la expresión algebraica y reemplaza la longitud de la altura en su variable *p* que corresponde a la longitud de la base del talud, vale decir que solamente reemplaza indistintamente si hablamos de altura del talud o de la base del talud.

Tenemos que el equipo E2 continúa realizando una regla de 3 simple en todos los ejercicios, se mantiene constantemente en la modelación tabular, se aferran a aquellas herramientas conocidas y comprobadas con las situaciones anteriores, esto les motiva a seguir utilizando la regla de tres a pesar de haber construido una expresión algebraica para la resolución de la actividad.

El equipo E6 responde sin comentarios y por su parte el equipo E3 deja de responder.

Entendemos que los equipos que han utilizado la expresión algebraica, la vuelven a utilizar y ven la agilidad que entrega la expresión algebraica, modelan algebraicamente valorizando los datos y encontrando longitudes del talud a partir de la expresión algebraica, vemos también que existen grupos que no comprenden los significados de los coeficientes y variables, con lo que erran a la hora de resolver un problema cuando preguntan por la longitud de altura o la longitud de base. En este punto de la secuencia hay equipos que no responden dado que no alcanzaron a llegar a esta actividad de la experimentación.

Decima primera actividad: ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.
b) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 75 metros, utilizando la expresión algebraica.
c) Comparen los metros obtenidos, con el valor que indica la tabla.
d) ¿Qué concluyen de la comparación?

Vemos que los equipos tanto E6 como E3 no responden la actividad dejando en blanco, por otra parte, tenemos a los grupos E1, E4 y E5 que siguen desarrollando la expresión algebraica construida encontrando tanto las longitudes de altura como las longitudes de base según la actividad lo requiera para la construcción del talud, la modelación algebraica les brinda la oportunidad de encontrar las longitudes buscadas valorizando los datos.

El equipo E2 mantiene la herramienta de la regla de 3 para la resolución de los ejercicios, modelando tabularmente este equipo sigue utilizando como base de la regla de tres las longitudes 3 y 5 metros de longitud de altura y base respectivamente.

Podemos ver que las respuestas de los equipos son variadas con distintos enfoques y estrategias de desarrollo, distintas modelación en una misma actividad, esto ocurre dado a lo comentado en capítulos anteriores, existen distintas maneras de saber/hacer matemático, distintos enfoques y distintos modos de hacer, dependiendo de las estrategias y las comunidades en las que están inmersos los estudiantes divididos en equipos. Hablamos claro de la etnomatemática en el aula de clases que lleva a cada equipo de estudiantes a utilizar la estrategia y la modelación más propicia en cada caso.

Decima segunda actividad: ¿Cuántos metros de base tendrá algún talud de las mismas condiciones, que tenga 82,56 metros de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

En esta actividad tenemos que el equipo E1, tiene una estrategia que va a depender de lo que se solicita para la construcción del talud, me explico, si la actividad requiere la altura necesaria para la construcción del talud el equipo E1 multiplica el dato dado por 0,6 para la obtención de la longitud de la altura, por otra parte si lo que se requiere es la base del talud y sabemos la longitud de la altura, el quepo E1 divide la longitud de la altura por 0,6 para la obtención de la longitud de la base del talud, es decir, que utiliza al valor 0,6 como coeficiente de la variable, es decir, como la razón matemática de la secuencia sin reconocerlo. Esto lo llevan en función de que han modelado tabularmente, luego han modelado algebraicamente y han desarrollado una conclusión en equipo que corresponde a multiplicar y dividir 0,6 para resolver las actividades.

Por otra parte, tenemos que el equipo E2 mantiene su forma de proceder en las actividades anteriores, es decir, continúan realizando la regla de 3 para la resolución de la actividad, respondiendo sobre la longitud necesaria, ahora nos preguntamos ¿Por qué mantienen la herramienta de la regla de 3 en todas las actividades de la secuencia? Y bueno esto se debe a que la regla de 3 como herramienta matemática es eficaz para este tipo de secuencia y por lo tanto, tanto la longitud de la altura o de la base del talud es posible encontrarla utilizando la regla de 3. Es por esto que el equipo E2 mantiene la herramienta, respondiendo actividad tras actividad, es decir, la actividad nos los lleva a dejar de modelar tabularmente lo cual los mantiene en este tipo de modelación utilizando este tipo de herramienta constantemente.

Por otra parte, tenemos al equipo E4 que utiliza la expresión algebraica reemplazando el valor dado en la expresión modelando algebraicamente, valorizando y resolviendo, entendiendo la construcción de esta y la identificación de las longitudes tanto de la altura como de la base del talud propiamente tal. Por su parte el equipo E6 responde a la pregunta de la actividad como es habitual en las prácticas socioescolares, sin adjuntar desarrollo o explicación de su forma de proceder en la actividad. Equipos como E5 y E3 no responden la actividad.

En este actividad vemos que los equipos toman distintas estrategias de resolución, es decir, solo los equipos E3 y E5 son los que responden de la misma manera y corresponde porque no respondieron, hemos encontrado en esta actividad la diversidad de formas y métodos de estrategia, la etnomatemática se hace presente en esta sala de clases, en donde si bien es cierto todos pertenecen a la misma sala en el mismo colegio con estándares sociales parecido, las experiencias, los juegos, la vivencias crean en cada estudiantes metodologías, formas de pensar y saberes distintos a la hora de afrontar la actividad matemática.

Ahora bien, hemos encontrando los equipos de estudiantes, en los cuales han llegado a modelar tabularmente y se mantienen modelando de esa manera, como también hemos visto a equipos de estudiantes que han comenzado a modelar tabularmente y luego han modelado algebraicamente.

4.3.2.3 Fase III. La articulación de los modelos y el fenómeno en una red

Décima tercera: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros altura? ¿Por qué?

Tenemos que tanto el equipo E4 como el equipo E2, responden que en el caso de que la variable suba, los metros también subirán y que por su parte si esta variable disminuye, implica que también debe disminuir la altura.

Por su parte el equipo E6, explica que tanto las longitudes de la base como la altura de los taludes a construir se encuentran en una proporcionalidad directa, la cual influye permanentemente en lo que ocurre dependiendo lo que pase con la variable.

Tenemos también a los equipos E1, E3 y E5 que esta actividad no la responden, esto se debe a que la actividad no la alcanzaron a desarrollar por completo, por su parte tenemos que también aquellos equipos que solamente respondieron y analizaron las preguntas te tenían que ver con expresiones matemáticas y no explicaciones. Esto nos lleva a pensar que el razonamiento y la argumentación de los equipos formados es un área débil.

Comprendemos que la razón matemática no se encuentra presente en las explicaciones de los estudiantes, también conjeturaron una expresión algebraica la cual no es sinónimo de argumentación para esta respuesta. Su método de responder o argumentar lo que ocurriría es relativamente práctico, es decir, si sube entonces sube, si baja entonces baja, por su parte también está presente este tipo de razonamiento en el equipo que responde que esta actividad de secuencia corresponde a una proporción y proporcionalidad directa entre las longitudes de base y de altura de la construcción del talud.

Decima cuarta: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

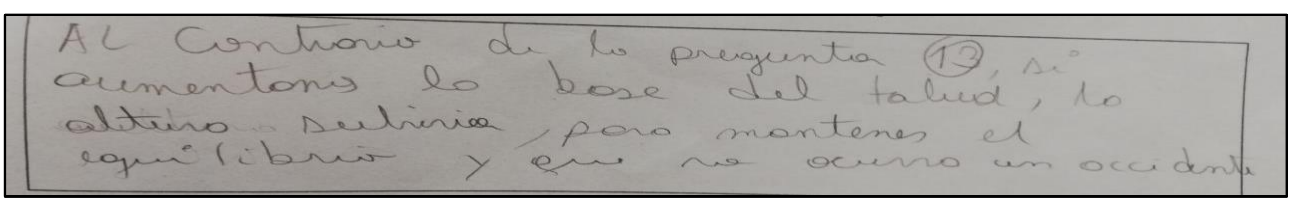
El equipo E6 mantiene sus explicaciones de que lo que ocurre con el coeficiente de la variable tiene que ver con proporcionalidad y proporcionalidad directa entre la altura y la base de los taludes.

Por su parte los equipos E1, E2 y E4 vuelven a responder como en la actividad anterior en donde comprenden que si el coeficiente baja entonces la altura debe bajar también la longitud para la construcción del talud. Mantienen la argumentación de la actividad anterior. El coeficiente de la variable suba o baja, ocurre lo mismo con la longitud de la altura del talud.

Tenemos a los equipos E3 y E5 que no responden la actividad, estos grupos no alcanzaron a finalizar la secuencia de experimentación.

Los grupos responden de manera muy similar a la actividad anterior número 13, dado que en la actividad anterior explicaron que lo que ocurra con el coeficiente de la variable ocurriría tanto con que baje o suba la longitud.

Ilustración 11. Evidencia textualidades de los estudiantes en la secuencia "Construcción de taludes"


AL Contrario de la pregunta 13, si aumentamos la base del talud, la altura subiria, para mantener el equilibrio y que no ocurra un accidente

Decima quinta: Describan cómo se comportó la cantidad de metros de base en este experimento.

Los equipos E1 y E5 no responden la actividad, estos equipos no terminaron la secuencia, por lo tanto no podemos conjeturar su respuesta o sus análisis en este parte de la experimentación. Por su parte, los equipos E2 y E6 responden cómo se comporta la longitud de base de la experimentación dependería de la altura, es decir lo que ocurra con la altura nos implicaría lo que ocurre con la base, para estos dos equipos solamente depende de la altura lo que ocurra con la base del talud.

Por otra parte, tenemos que el equipo E3 nos comenta que el comportamiento de la longitud que debe tener la altura o la base del talud a construir va a depender de la relación que tenga con las longitudes 3 y 5 en la tabla de datos, es decir, que estos estudiantes sin saberlo o hacer implícitamente están hablando de la razón matemática en la secuencia. Ellos saben que al dividir 3 y 5 obtendrán 0,6 metros, luego si en la actividad se pide la altura o la base, el equipo divide o multiplica según la actividad lo requiera.

Por su parte tenemos al equipo E4 el cual explica el comportamiento como si el talud a construir debe ser alto, entonces la base de este talud debe ser más, y viceversa, a su entender, existe una relación entre la base y la altura del talud a construir. Este relación entre base y altura la construyen como argumento dado que durante la secuencia de experimentación la han estado viendo y analizando a partir de la tabla de datos.

Vemos que de los equipos que lograron terminar la secuencia y lograron responder esta última actividad, que existe un análisis tanto de los datos como del comportamiento entre la base y la altura del talud.

4.3.3 Conclusiones la razón matemática al modelar en la construcción de taludes

4.3.3.1 Fase I. La internación con el fenómeno, la experimentación

Están los estudiantes en una primera fase de la secuencia, comprendiendo lo que han de realizar. En la primera actividad nos cuentan sus apreciaciones de lo que se trata la secuencia en sus propias palabras.

Luego cada equipo debe responder sobre metros de altura y de base correspondiente al talud a construir, dado que las longitudes están explícitamente en la tabla de datos adjunta en la descripción de la experimentación, los estudiantes comienzan a realizar una modelación tabular. Esta modelación comienza cuando los equipos utilizan los datos entregados por la tabla con el fin de dar cuenta a la actividad que están realizando.

4.3.3.2 Fase II. El acto de modelar, “La predicción”

La predicción del fenómeno a partir de la tabla de datos es la actividad que articulará dos entidades.

Vemos cómo los estudiantes desde la actividad 2 comienzan a interactuar con la tabla de datos, analizándola y considerándola. Este estudio los lleva a modelar tabularmente en casi todos los casos, exceptuando los casos que nos responden sus formas de proceder todos logran modelar tabularmente, es decir, utilizan la tabla de datos dado por la secuencia para encontrar valor que no están en ella.

Luego de comprender el comportamiento de la tabla de datos, los estudiantes buscan recurrencias y formas de comprender como afrontar la secuencia cuando los constructores necesitan las medidas tanto de la base como la altura en diferentes taludes que no tienen sus datos en la tabla.

Cuando llegan a la actividad en la que no les preguntan por una cantidad de metros de longitud, sino que, se les pregunta por una variable p, los estudiantes deben re modificar el modo de realizar la actividad, en esta situación construyen una expresión algebraica. Al encontrarse con dos incógnitas, es su modo de resolución, cabe resaltar que existen los estudiantes que construyen la expresión algebraica y los equipos que no logran construirla ni dar respuesta a la actividad. Una vez construida la expresión algebraica en las siguientes actividades los estudiantes comienzan a modelar algebraicamente, utilizan la expresión algebraica para valorizar los datos y encontrar a través de la expresión algebraica los datos solicitados. Existen equipos que conforman la expresión algebraica más no se ven en la necesidad de utilizarla y no comienzan a modelar algebraicamente sino más bien, siguen modelando tabularmente, utilizando regla de tres como lo hacían en las actividades anteriores.

4.3.3.3 Fase III. La articulación de los modelos y el fenómeno en una red

Una vez respondidos y confrontada la tabla, los estudiantes deben responder el cómo se comporta la expresión algebraica si cambiamos al coeficiente de la variable. Estos equipos determinan que si sube el coeficiente deben subir las cantidades de la longitud tanto de la altura como de la base. Otros equipos responden por proporcionalidad directa involucrada en la actividad, en donde si aumentan las longitudes, todas deben aumentar y viceversa.

Análisis rediseño de la secuencia experimental construcción de taludes

4.3.4 Resultados y análisis del rediseño la razón matemática al modelar en la construcción de taludes

Hallazgos textuales encontrados en las textualidades de los estudiantes equipos 7 y 8 en el rediseño de la secuencia de experimentación. Configuración de los dipolos modélicos, basados en los estudios de (Galicia, 2014).

Procedimientos

- Será de 36 metros la altura. Lo sacamos viendo la tabla de la hoja principal.
- La base será de 30 metros. Cumplimos esta respuesta gracias a la tabla de datos.
- El talud necesita 12,5 metros de base para soportar 31,5 metros de altura, sacamos esto porque los datos los dividimos en 2.

  Ej. $10 \div 2 = 5 \text{ base} \quad 5 \div 2 = 2{,}5$

  $6 \div 2 = 3 \quad \text{altura} \quad 3 \div 2 = 1{,}5$
- $\text{base} \quad \text{altura} \qquad 2{,}5\text{ x} \rightarrow 1{,}5\text{ y} = \text{ y } = \frac{1{,}5\text{ y} \cdot 1\text{x}}{2{,}5\text{ x}} = \frac{1{,}5\text{ y}}{2{,}5} = 0{,}6$

  $1 \qquad 0{,}6 \qquad\qquad 1\text{x} \rightarrow \text{y}$

  Según regla de tres se resuelve y te da el resultado
- $\text{p} \cdot 0{,}6 = 24$
- $50 \cdot 0{,}6 + 24 = \text{h}$

  $54 = \text{h}$
- $63{,}7 \cdot 0{,}6 + 24 =$

  $38{,}22 + 24$

  $62{,}22$
- Se divido por 10 para que me diera la base, la altura se divide por 10 y después se suma 3.
- $\text{altura} = 0{,}6 \cdot \text{base} + 24$

$$\text{altura} - 24 = 0{,}6 \cdot \text{base}$$

$$\text{altura} \ - \frac{24}{0{,}6} = \text{base}$$

Herramienta

- El factor de seguridad es 0,6

Argumentos

- Cada 10 metros aumenta la altura 6 metros, pero lo peculiar es que teniendo base 0 den altura 24.
- Tuvimos que sacar la fórmula para llegar al resultado no obstante tuvimos que multiplicar por 50 para que de igual a la altura.
- El coeficiente de la variable va a aumentar lo que ocurriría que el talud es que va a aumentar su cantidad de metros.

Intenciones

- En este experimento vamos a calcular las medias (base, altura) del cerro para hacer un talud.
- Simplemente el experimento trata de ayudar a los trabajadores con las construcciones de taludes ya que si están mal estructurados podría salir gente herida gravemente por culpa de un número, para ayudar nos piden algunas preguntas y ejercicios junto a una tabla.

Los estudiantes comprenden la importancia de la práctica de la construcción de taludes y que se debe cumplir con un factor de seguridad para la construcción de estos. Sin embargo, existen elementos precursores en las textualidades de la secuencia realizada por los estudiantes, que nos evidencian que la utilizan como herramienta de un modo implícito y que no la visibilizan. Los estudiantes recurren a ocupar el factor de seguridad en las respuestas de las actividades planteadas, pero no mencionan que dicho factor presente en la secuencia es la razón matemática entre los metros de base y los metros de altura.

Los estudiantes configuran como indicios de dipolo modélico figura 13. Se caracteriza por configurar el polo *modelo*: Factor de seguridad sobre el polo *modelado* secuencia de experimentación y modelación "Construcción de taludes".

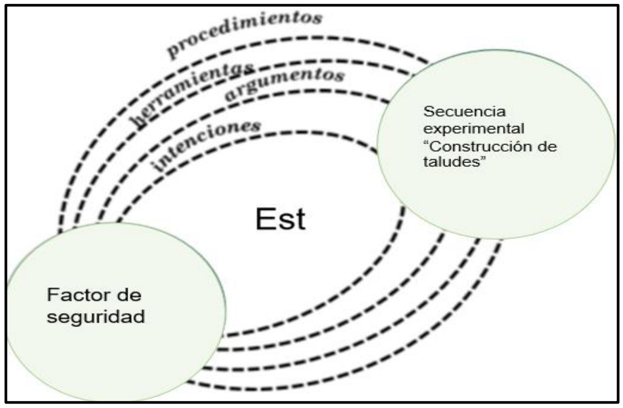


Figura 14.Indicios de dipolo modélico de estudiantes

4.4 Configuración de red de dipolos modélicos en las prácticas de la construcción y aulas de matemática

La deconstrucción de las prácticas de la construcción, permite reconocer la diversidad de las prácticas. Al incorporar el estudiante a la red de dipolos modélicos, se busca visualizar los diferentes elementos precursores como los eslabones de continuidad entre cada dipolo modélico del aula y los dipolos modélicos de los entes de la construcción de las prácticas de los taludes. Logrando así, poder distinguir cada uno de ellos, en sus diferentes argumentos con los que se justifican, los procedimientos de como realizan, las intenciones que los movilizan y las herramientas que utilizan. Es posible que algunos de ellos hagan uso de las prácticas que utilizan otros entes.

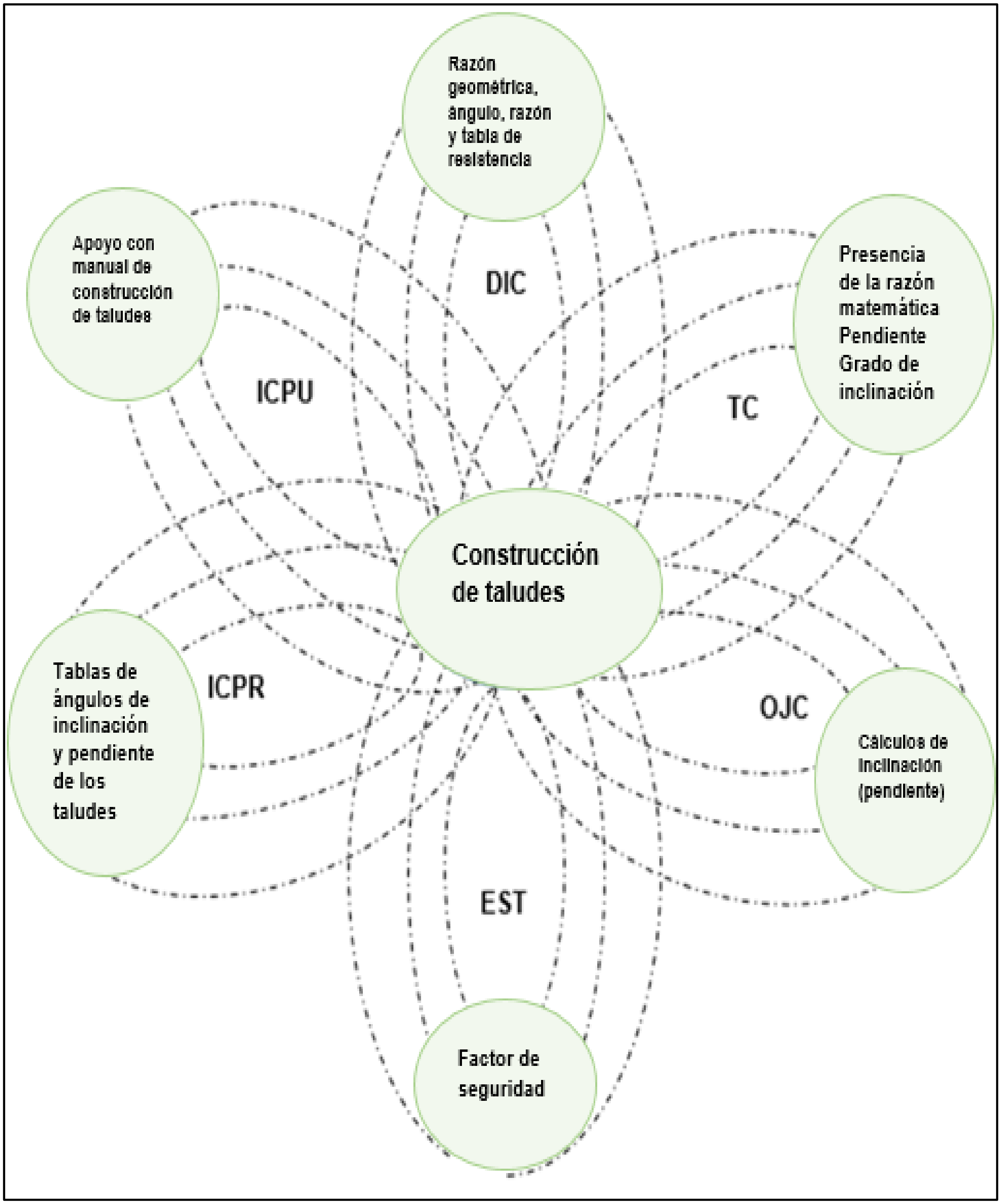


Figura 15. Red de dipolos modélicos de las prácticas de la construcción de taludes

Como caso en particular, los procedimientos, herramientas, argumentos e intenciones, del docente en ingeniería en construcción, extraída de la entrevista y los del estudiante, extraída del rediseño de la secuencia de modelación y experimentación “Construcción de taludes”, presente en la tabla 2.

El estudiante al utilizar un procedimiento opta por la crear una expresión algebraica, en cambio el docente usa un criterio de edificación para afirmar el edificio, los cuales para ambos casos son procedimientos que establecen, cada uno con sus propios motivos de acuerdo a como deben realizar una labor, en este caso para la creación de una expresión algebraica o un criterio de edificación.

Los argumentos con los cuales justifican sus procedimientos, ya sean los estudiantes en la secuencia, al argumentar sobre el coeficiente de la variable de la fabricación de taludes, o el docente al decir que el ángulo estará dado por la capacidad de resistencia del talud, ambos entregan argumentos respecto a la actividad que están desarrollando, en particular la construcción de taludes, ya sea en la secuencia o en la actividad de la construcción.

Las intenciones, del por qué realizan la actividad, los estudiantes mencionan que su intención es la construcción y el docente la construcción de casas e edificios, cada uno con sus propios propósitos.

La herramienta utilizada por el docente, es la razón matemática y para el estudiante el factor de seguridad, en dicho factor está presente la razón matemática, con lo cual es posible establecer un eslabón de continuidad entre la comunidad de prácticas de la construcción y el aula de matemática, debido a que los estudiantes utilizan el factor de seguridad como una herramienta en la secuencia de experimentación.

La secuencia de la construcción de taludes aporta con elementos iniciales para establecer eslabones de continuidad entre el aula y las comunidades de prácticas de la construcción.

Tabla 2. Textualidades de procedimientos, herramientas, argumentos e intenciones del estudiante y el docente

	Estudiante	**Docente**
Procedimientos	*Expresión algebraica*	*El criterio de edificación para afirmar el edificio*
Herramientas	*El Factor de Seguridad*	*La razón matemática*
Argumentos	*El coeficiente de la variable aumenta, lo hace que aumente su cantidad de metros*	*El ángulo está dado por la capacidad de resistencia*
Intenciones	*la construcción del talud*	*Construcción de casas y edificios*

Capítulo V

Conclusiones y proyecciones

La matemática debe ser una herramienta para la vida de las personas, un apoyo constante, útil para los quehaceres cotidianos, profesionales y en diferentes comunidades de prácticas, y participar como herramienta tanto de comunidades de prácticas como de las actividades del aula.

Se abordó la problemática atendiendo, por una parte, a las diferencias que se presenta en las comunidades de práctica; más específicamente la razón matemática a la que recurren las comunidades de práctica, desde las dimensiones de herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones.

Mediante la investigación se esperaba visibilizar la razón matemática en el aula, la cual ha sido desplazada y confundida como fracción. Esa razón confundida o invisibilizada fueron los resultados del primer estudio didáctico, en donde los estudiantes respondían bien sin percibir la presencia de la razón matemática en la secuencia didáctica de la "Elasticidad del resorte".

La razón matemática es usada por la comunidad de prácticas de la construcción. El técnico en construcción la utiliza para la construcción de los taludes, mediante la razón 1: 2 o 1:1 la cual depende de la altura de los taludes.

En las comunidades de practicas la razón matemática se aplica, pero a diferencia de la que se enseñan en la escuela, no se utiliza a modo de cálculos, formulas y cocientes, la razón se vive en la cotidianidad de las prácticas.

La propuesta por Arrieta y Díaz (2015), se caracteriza como una práctica que articula dos entidades, el modelo y lo modelado, el dipolo modélico. En base a esta propuesta se obtuvo la información a través de la secuencia previa "Elasticidad de un resorte", en la cual los estudiantes desplegaron sus desarrollos con mediación descentrada. Cabe resaltar que tres de los seis equipos determinaron la razón de cambio involucrada en la regularidad de los datos provenientes del fenómeno, dejando pendiente el mantener la relación de dicho fenómeno de los inicios de la actividad en el transcurrir de los cálculos.

Conjuntamente se entrevistaron en profundidad a seis miembros de la comunidad de los constructores (Ingenieros, técnicos, obreros, profesores de la carrera), estas entrevistas no identificaron el pensamiento generalizado de todo aquel que forma parte de cada caso que se estudió, debido a que solo son algunas personas en particular que gentilmente ayudaron en el estudio. Se logró establecer una conversación con cada uno de los entes involucrados, identificando sus procedimientos, herramientas, argumentos e intenciones en la construcción de taludes y los dipolos modélicos presentes en cada uno de ellos. Mediante la información que entregaron sobre la construcción de taludes, se generó la segunda secuencia llamada “construcción de taludes”.

Al realizar la secuencia a los estudiantes, dan cuenta de que en la primera fase han comprendido y se han involucrado en la secuencia, expresan sus apreciaciones y dan cuenta con sus propias palabras el significado personal de la secuencia, responden las primeras actividades con la modelación tabular usando los datos entregados.

En la siguiente fase, cuando se articulan dos entidades, existen los equipos de estudiantes que comienzan a interactuar con la tabla de datos, analizándola y considerándola, el estudio los lleva a modelar tabularmente en casi todos los casos, buscan recurrencias y formas de comprender los datos entregados por la secuencia. En la fase dos comienzan a construir expresiones algebraicas y logran modelar algebraicamente durante los siguientes ejercicios, para llegar a la fase tres donde expresan que la secuencia corresponde a proporcionalidad directa y otras explicaciones del mismo tipo, dando pie a que la proporción ha obtenido mayor protagonismo que la razón matemática.

Desde el estudio etnográfico que realizamos a través de entrevistas, en la práctica de la construcción de taludes, se evidenciaron los distintos procedimientos, herramientas, intenciones y argumentos utilizados por los personajes de la comunidad de la construcción. Los entes involucrados, mantienen distancia unos de otros en responsabilidades, ejecuciones y requerimientos para llevar a cabo la construcción de los taludes, por esta razón es que tanto en los procedimientos, herramientas, intenciones y argumentos, muestran sus diferencias y sus semejanzas, de manera tal que se estudió a cada miembro de la comunidad obteniendo un dipolo en su propio mérito. Cabe señalar que con estos seis entes involucrados, no se logra hacer un juicio general, dado que se cuenta con una muestra no demostrativa.

En esta práctica de la construcción de taludes emerge la razón matemática en distintos aspectos, en el ingeniero como las tablas de resistencia, en el técnico como la pendiente y el grado de inclinación, además comprende que existe la presencia de la razón sin saber el cómo, el docente por su parte, comprende la razón como una tabla de resistencia, como una razón geométrica y como razón matemática propiamente tal.

En las textualidades de los estudiantes, en el estudio previo, la secuencia "Elasticidad de un resorte" se pudieron evidenciar, que la razón matemática se encuentra invisibilizada en el discurso escolar, lo que llevó a los equipos de estudiantes a privilegiar otros procedimientos en la resolución de la secuencia, no reparando hacia la razón matemática.

Con el rediseño de la secuencia "Construcción de taludes", se vincula en mayor profundidad la razón matemática en los aspectos mencionados por cada miembro de la comunidad, lo que generó en el estudiante el estar inmerso en esta práctica de la construcción, con su lenguaje, su actividad y con los requisitos para la construcción del talud, el estudiante vinculó la razón matemática como el factor de seguridad mencionado por el docente de ingenieros en construcción.

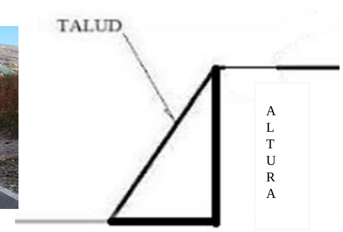
Las limitaciones encontradas durante la investigación comienzan por el tiempo acotado de esta, el cual no permitió desarrollar un amplio estudio etnográfico a la comunidad de la construcción y observaciones de las prácticas de la construcción de taludes. Poder mantener un mismo grupo de estudiantes, para la aplicación de las secuencias, con el fin de lograr supervisar la trayectoria de los equipos de estudiantes en los distintos diseños propuestos.

A modo de proyección se propone un nuevo diseño de la secuencia "Construcción de taludes" con el fin de continuar la investigación, atendiendo a las limitaciones expuestas y al estudio realizado.

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

Nombre: ____ Curso: ________ Fecha: ______________

Un ***talud*** o ladera es una masa de tierra que presenta cambios significativos de altura. Tienen la inclinación máxima de un terreno para que sus tierras se sostengan unas a otras sin producirse deslizamientos. Los taludes que se construyen en las carreteras entre cerros previenen deslizamientos, mejorando la estabilidad en esa ruta.



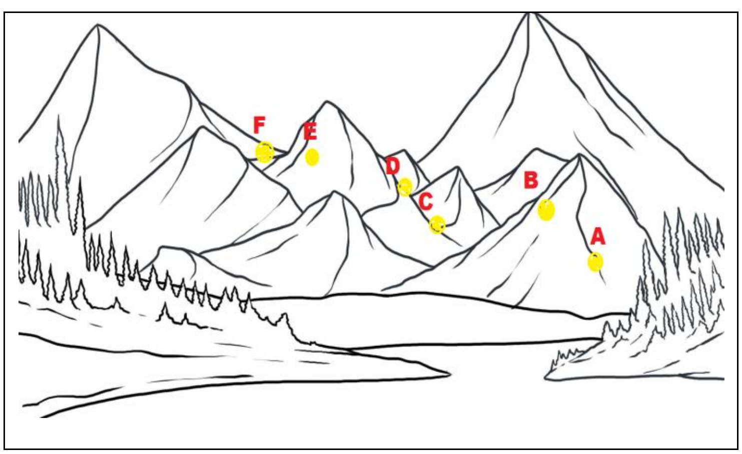
Base

I. Planteamiento del experimento

Vamos a investigar cómo se construyen los taludes

Para construir una nueva carretera en el camino de Valparaíso a Santiago, necesitamos hacer taludes en cerros de la nueva ruta. Ayúdenos a identificar las medidas y mantener la norma de seguridad.

Los trabajadores ya han construido algunos taludes. Pero necesitan saber las longitudes de la base y de la altura de los taludes restantes. Deben construir cada talud sobre un muro de 24 metros de altura.



TABLA

Base (metros)	Altura (metros)
0	24
10	30
20	36
30	42
40	48
50	54

Observación: Los datos de la tabla se van ingresando a medida que avances en las

1. Describan la secuencia con sus propias palabras.

2. El talud con 20 metros de base cumple con la condición de seguridad ¿Cuál será la medida de la altura para que mantenga la seguridad? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Los constructores determinar que el siguiente talud debe tener 42 metros de altura, entonces, ¿Cuántos metros debe tener de base? Escriban su respuesta y expliquen en sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Para que el talud A mantenga la condición de seguridad, saben que la base el talud debe tener 25 metros ¿Cuántos metros debe tener el talud para mantener la condición de seguridad? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

5. Observando las actividades anteriores, comente a qué puede corresponder la condición de seguridad.

6. El talud B, tiene una altura de 31,5 metros. ¿Cuál es la cantidad de metros de base que debe tener el talud, para que mantenga la condición de seguridad? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

7. ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C que es un talud natural. Si se determinó que de base es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura.

8. ¿Cuántos serán los metros de altura de un talud, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, el cual está dado por la condición de seguridad que debe tener 50 metros de base.

c) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
d) Argumenten su respuesta.

10. ¿Se necesitan saber los metros de altura del talud E, dado que por la condición de seguridad el talud en esta zona debe tener 63,7 metros de base para mantenerse? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

11. El talud F se encuentra a los pies de un cerro, por esto, debe tener de altura tiene 53,5 metros, ¿Cuántos metros debe tener de base dicho talud? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?
    a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión general.
    b) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 40 metros, utilizando la expresión general.
    c) Comparen los metros obtenidos, con la cantidad que indica la tabla.
    d) ¿Qué concluyen de la comparación?

13. Ahora que tenemos la expresión general ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con él talud y la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

14. Con la expresión general, comente a qué puede corresponder el factor de seguridad.

Dado los hallazgos textuales encontrados en las secuencias, se reformula y se plantea este nuevo diseño para futuras investigaciones etnográficas, esperando lograr abarcar más estudiantes, un mayor universo de ejemplares para el análisis, aplicaciones profundas, con grabaciones de conversaciones con los estudiantes, incluyendo estudiantes de otras instituciones, a saber, estudiantes de liceos técnicos, carreras universitarias de construcción, institutos de formación profesional con estudiantes del área técnica y profesorados de estas áreas. Entrevistándolos, con la posibilidad de generar convivencia e involucramiento como la etnomatemática lo amerita para su estudio y análisis de situaciones.

Asimismo, incorporar los dipolos de otras comunidades de prácticas. Vía analogías los estudiantes podrán apropiarse de una razón matemática como herramienta versátil y pertinente para familias de prácticas. Aportando al exhaustivo campo de investigación que realiza la etnomatemática.

Referencias

Aracena, C., Hernández, J., Miranda, B., (2015) Enseñanza y Evaluación que propicia modelar figurando. Tesis de Profesorado. Universidad de Valparaíso. Chile.

Arrieta, J., Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 19-48*. Doi: 10.12802/relime.13.1811

Bernardis, S., Nitti, L., Scaglia, S., (2017) Algunos Fenómenos Matemáticos que organiza el concepto de desigualdad.

Cantoral R., Moreno A., Caballero M. Investigación socioepistemológica sobre modelación matemática: un enfoque empírico para la enseñanza y el aprendizaje.

Castro (2015). Razón matemática y configuración de lo proporcional desde prácticas socio escolares de estudiantes de profesorado. Tesis doctoral. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile.

D'Ambrosio, U. (2013). Etnomatemáticas, entre las tradiciones y la modernidad.

Díaz L., Castro I., (2011). Articulando prácticas para las fracciones con redes conceptuales.

Díaz L., Núñez M., Zambrano S. (2018). Inmersión estudiantil en experimentos discursivos.

Galicia, A. (2014). Desplazamiento de la práctica de diluciones entre la comunidad de ingenieros bioquímicos y la escuela. Tesis inédita de doctorado en Matemática Educativa. Universidad de Guerrero.

Galicia A., Díaz L., Arrieta J. (2001). Práctica social de modelación del ingeniero bioquímico: Análisis microbiológico. En *Resúmenes de la XII conferencia Interamericana de Educación Matemática.*

Godino, J., Batanero, C. (2002). Probabilidad recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf

Informe de Resultados PISA 20015, Competencia científica, lectora y matemática en estudiantes de quince años en Chile http://archivos.agenciaeducacion.cl/INFORME_DE_RESULTADOS_PISA_2015.pdf

Maldonado R. L., Castro M. C., Ministerio de Educación de Chile (2017). Matemática sexto básico, Chile.

MINEDUC (2018). Programa de estudio sexto año básico: Matemática. Unidad de curriculum y Evaluación. Ministerio de Educación, República de Chile. Primera edición: 2013.

Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C., Parra, A., (2015). Una visión Latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos.

Reyes-Gasperini D., Cantoral R., (2014). Socioepistemología y empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático.

Sepúlveda, C., Arrieta, J., Díaz, L. (2015). Trayectorias constituidas y emergentes en prácticas de modelación desde una mirada socioepistemológica. En Actas con Comité Científico de las XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática. Sociedad Chilena de Educación Matemática.

Soto, M. Díaz, L. (2016). Dipolos modélicos en prácticas de administradores públicos.

Anexos

Anexo 1. Estudio previo secuencia de experimentación y modelación "La elasticidad de un resorte"

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

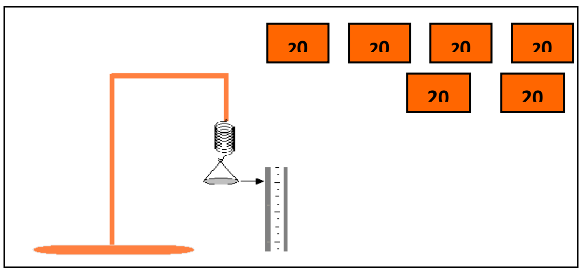
NOMBRE: ______________________________ Curso: ________ Fecha: _______________

II. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta **la elasticidad de un resorte**.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las ubicaciones de la flechita, obteniendo los siguientes datos presentados en él folio.



1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

TABLA

Peso (gramos)	Elongación del resorte (milímetros)
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

7. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramo. Ingrésenlo en la tabla.

8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el portapesas.
   c) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
   d) Argumenten* su respuesta.

10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrésenlo en la tabla 1.

11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

    a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.

    b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica.

    c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla.

    d) ¿Qué concluyen de la comparación?

Para sorprenderse:

¡Con la expresión algebraica podemos obtener las mismas parejas de valores que presenta el folio!

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrésenlo en la tabla.

15. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

16. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?

17. Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte en este experimento.

Sintetizando:

Hemos construido valores que no registraba el folio.
Usamos métodos numéricos para predecirlos.
Construimos una expresión algebraica con base en nuestros métodos.
También usamos la expresión algebraica para predecir valores.

Anexo 2. Desarrollo y análisis se la secuencia de experimentación y modelación (La elasticidad de un resorte)

Los siguientes desarrollos y análisis se obtuvieron a partir de una actividad realizada a estudiantes de primero medio de un colegio particular subvencionado de la V Región de Valparaíso, Chile.

1. Describan el experimento con sus propias palabras.	Análisis
G1: El experimento consiste en aplicar un peso al resorte y ver cuánto se estira el resorte midiendo con una regla.	El grupo de estudiantes da respuesta a la pregunta y hacen referencia solo a la toma de datos menciona que debido el peso el resorte se estira (dando a conocer que notan que existe un delta de cambio, peso vs elongación). Y que esto puede verificarse con la ayuda de la regla que aparece en el diseño del experimento. Por lo tanto comprenden la toma de datos pero no detallan más características del experimento.
G2: Cada vez que le añadan más peso el resorte se estirará más.	El grupo de estudiantes explica el fenómeno que ocurre en el experimento ya que solo hacen referencia al peso y la elongación del resorte. Se refieren a el experimento como peso vs estirarse (dando a conocer que notan que existe un delta de cambio, en el cual el peso tiene que ver con la elongación). No se refieren a otra cualidad del experimento.
G3: Es una balanza la cual se baja o sube según el peso que le coloques encima	Balanza: Hacen referencia a que existe una balanza en el experimento. (En la descripción del experimento se menciona que existe un soporte universal y un portapesas y el grupo de estudiantes se refiere como balanza). El cual sube o baja dependiendo del peso que tenga encima, por lo tanto suponen que el resorte se estirara y volverá a su posición original. No mencionan otra característica del experimento.
G4: Van poniendo un portapesas distintas cantidades de pesas y eso hace que el resorte se estire una cierta cantidad de cm.	El grupo de estudiantes describe un suceso que ocurre en el experimento del cual explican que en un portapesas se van colocando distintas cantidad de pesas y debido a esto el resorte se estira una cierta cantidad. Solo se refieren al fenómeno que ocurre en el experimento (distintas cantidades de peso en el resorte ocurriendo un estiramiento)
G5: El experimento trata de investigar la elasticidad de un resorte según la cantidad de peso que le coloquen.	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta y hacen referencia al fenómeno que ocurre en el experimento sobre la elasticidad del resorte según la cantidad de peso que le incorporen al portapesas. No se refieren a otra característica del experimento.
G6: Contamos con un soporte con un resorte, 6 pesas de 20 gramos y una regla entonces si ponemos 1 pesa va a bajar y si ponemos 2 pesas va a bajar más que tener 1 pesa mientras más bajo más alto es el numero en la regla	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta en la cual detallan los instrumentos que se tienen para realizar el experimento en dicha respuesta mencionan un cuentan con soporte con un resorte, 6 pesas de 20 gramos y una regla. Los estudiantes también mencionan el fenómeno que ocurre en su respuesta mencionan que mientras más peso se agrega bajara siempre más y más obteniendo un número más alto en la regla. Su respuesta es cualitativa debido a que detallaron las circunstancias y características del experimento. No mencionan nada sobre el folio que aparece en el detalle del experimento.

2. Si colocamos 60 gramos ¿Qué elongación alcanza el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.	Análisis
G1: Alcanza una elongación de 135 mm. Porque *P*1,5+45=135*	Se conjetura que el grupo rehízo camino al llegar a la expresión válida en reactivos posteriores. No es evidente sin volver sobre sus producciones.
G2: Si colocamos 60 gramos el resorte se estirará 135 mm.	Al usar alcanzar el estudiante estaría usando el protocolo habitual en prácticas socioescolares, a saber, dar respuesta en los términos usados por la pregunta. Por su parte al referirse a estiramiento alude al fenómeno que se estudia, a saber, la elongación del resorte. En este caso los estudiantes hacen énfasis en el fenómeno de la experimentación, el resorte se estira cierta cantidad. No comenta el grupo si el resultado 135 milímetros fue encontrado en el folio o tabla de datos. Como es un dato explícito no agregan mayor información.
G3: Su elongación es de 135 llegamos a la respuesta ya que la tabla lo indica	Los estudiantes responden sobre lo que la pregunta indica, esto es, su elongación. Responden 135, los estudiantes comentan que llegan a la respuesta, esto alude a que buscan ya sea a través del enunciado, la imagen o lo gráfico su respuesta, finalmente los estudiantes los estudiantes conectan con un "ya que" que quiere decir que recurren a un condicional representado por un "implica que", esto es, dado que la tabla lo indica implica que la elongación es 135 mm. Los estudiantes hacen uso de la tabulación de datos y llegan a la respuesta satisfactoriamente.
G4: El resorte alcanza 135 cm, porque en el folio sale el peso que se coloca y los cm que se estira y los 60 da 135.	Los estudiantes responden a la pregunta realizada sobre "cuanto alcanza el resorte", vemos que este grupo de estudiantes utiliza los hábitos de las prácticas socioescolares recurrentes. Además comentan los estudiantes a modo de justificación "porque" en el folio está el peso y sus milímetros correspondientes, es decir, los estudiantes inmersos en la experimentación utilizan el folio, lo estudian y conjeturan que la respuesta está explícitamente en el folio entregado por la experimentación para finalmente responder que "los 60 (gramos) da 135 (milímetros)".
G5: Alcanzara 135 milímetros, vi la tabla	Responden lo preguntado "alcanzará" una elongación de 135 milímetros en resorte, esto quiere decir que los estudiantes responden como es recurrente en las prácticas socioescolares, también comentan el cómo llegan a ese resultado, "vi la tabla" es su comentario, esto nos dice que lo estudiantes observan la información entregada por la experimentación, el observar los lleva a comprender la información entrega y concluyen que dados 60 gramos en el porta pesas, la elongación alcanzada por el resorte es de 135 milímetros.
G6: La elongación que alcanzara el resorte es de 135 milímetros porque esta explícito en la tabla de la 2° hoja.	Responden sobre la elongación que alcanzará el resorte una vez puestos los 60 gramos en el porta pesas, esto nos habla de que el grupo responder como es habitual en las prácticas socioescolares. Explican que su resultado se encuentra de manera explícita en la segunda hoja del cuestionario en una tabla, hay una observación, una recolección de datos entregados por la experimentación y un estudio para determinar cuál es la información que nos ayuda a resolver este ejercicio. Luego de ese estudio los estudiantes responder 135 milímetros corresponden a la elongación del resorte dados 60 gramos en el porta pesas.

3. Si el resorte alcanza una elongación de 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.	Análisis
Pesa 20 gramos ya que esto corresponde a 30 mm, esto sumado a 45 de como resultado 75 mm.	El grupo de estudiantes responde “pesa 20 gramos” esto nos muestra que el grupo está inmerso en el fenómeno del experimento, la pregunta alude a la cantidad de peso que debe tener el porta pesas y a esto se enfocan los estudiantes. Responden 20 gramos que es una respuesta correcta al trabajo de la experimentación. Además agregan una correspondencia 20 gramos “es a” 30 milímetros, vemos que hay una razón implícita en su forma de resolver el ejercicio, a continuación adicionan 45 (milímetros), estos corresponden a la cantidad inicial de la experimentación, es decir, donde se inicia la medición con peso igual a cero. Al resolver la suma 30 milímetros (correspondientes a los 20 gamos) y 45 milímetros (correspondientes a la cantidad inicial de la experimentación) obtienen como resultado los 75 milímetros de la pregunta.
20 gramos, lo vimos en la tabla.	Al referirse los estudiantes a “20 gramos” denota que están estudiando el fenómeno del experimento en cuestión, es decir, responden a la pregunta cómo se les ha planteado y conocen las unidades de medida que se están experimentando. El grupo estudia la parte tabular del experimento con el cuál responde “lo vimos en” esto alude a que hay un estudio y un comprender de las partes del experimento (a saber, enunciado, imagen y tabular), entender que representan los datos expuestos en la tabla y así llegar a una respuesta correcta a la pregunta realizada en la experimentación, es decir, 20 gramos.
El porta pesas tiene 20 gramos encima, ya que lo indica la tabla.	Existe una inmersión en el experimento de parte de este grupo dado que responden que el porta pesas tiene 20 gramos, en la pregunta se alude al peso que debe tener el porta pesas y así es como responden. Comprenden la existencia de las unidades de medida y de los elementos que el experimento describe. Los estudiantes usan un condicional como herramienta de ayuda para su respuesta, “ya que” lo indica la tabla, su correspondencia es como lo indica la tabla el resultado correcto es 20 gramos.
El peso del portapesas es de 20 ya que en el folio 75 cm, en peso es 20. (o eso creo yo)	El grupo luego de analizar el folio determinan que 20 son los gramos necesarios para que el resorte alcance una elongación de 75 milímetros, entre paréntesis responden “o eso creo”, esto nos entrega una duda de parte del estudiantado, en este ámbito se entiende que no comprenden del todo el folio, es confuso para ellos y no les da la seguridad necesaria para afirmar su respuesta, con lo cual responden sobre un supuesto, en este caso correcto. Los estudiantes responden como es habitual en las prácticas socioescolares con el enunciado “el peso del porta pesas”.
20 gramos, vi la tabla.	Comprendiendo la información entrega en la tabla de la experimentación, luego de leer la información, comprenderla y sintetizar lo entregado responden 20 gramos, comentan “vi la tabla”, confirman un observar que los lleva a estudiar, comprender y sintetizar la información para afirmar que son 20 los gramos necesarios para alcanzar una elongación de 75 milímetros.
El peso que tiene es 20 lo que use fue la tabla que esta abajo.	Responde este grupo como es habitual en las prácticas socioescolares, “el peso que tiene es”. Comentan los estudiantes “lo que use” hay una utilización de las herramientas informativas de la experimentación, el usar las herramientas como la tabla, nos lleva a que las observa, las entiende y comprende en dónde y cómo utilizarlas, esto es lo que el grupo de estudiantes hace y responde satisfactoriamente 20 gramos son los necesarios para obtener una elongación dya dee 75 milímetros en el porta pesas

4. Si colocamos 50 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 50 gramos. Ingrésenlo en la tabla	Análisis
Alcanza una elongación de 120 mm, ya que, si 20 -> 30 entonces 10 ->15 y después 40+10 y 15+105=50gr y 120 mm.	Responden el valor consultado según el protocolo de la pregunta ¿Qué elongación alcanzará…? Siguen identificando los deltas de cambio y su relación Aplican puntos medios con los que forman el valor de 50 g que no aparece en la tabla, y por la relación entre deltas, forman su correspondiente elongación, 120 mm. Recurren a un condicional del tipo Si A entonces B. Su notación puede ser interpretada desde el ámbito de las razones: Si 20 es a 30 entonces 10 es a 15, es decir, trabajan cuidando una razón constante. Esto corresponde a un pensamiento proporcional para los deltas de peso y elongación. Les permite construir variaciones más pequeñas que las consignadas en la tabla. Cierran sumando los deltas correspondientes a cada valor. En este ejercicio realizan una especie de regla de 3 para encontrar el desplazamiento en milímetros dados 10 gramos, encuentran como resultado 15 milímetros. Con esto y entendiendo cuánto es el desplazamiento de 40 gramos (105 milímetros) le suman a dicha cantidad 15 milímetros para encontrar el resultado 120 milímetros
120, lo hicimos completando la tabla descubriendo la diferencia que era de 15 en 15.	El grupo de estudiantes responde 120, en este caso son milímetros de elongación, los estudiantes completaron la tabla "descubriendo" una diferencia, esta diferencia corresponde a los puntos medios. Ellos descubren (y así lo explican) los puntos medios y su diferencia de 15 milímetros. Como los estudiantes descubren los puntos medios luego completan la tabla adicionando por cada 10 gramos 15 milímetros aumenta la elongación, con esto, llegan a su respuesta.
La elongación que alcanza es 120.	Los estudiantes responden como es habitual en las prácticas escolares, a saber dar una respuesta en los términos usados en la pregunta de la experimentación, "la elongación que alcanza es". Responden 120 (milímetros) que corresponde a una respuesta satisfactoria para la pregunta.
El resorte alcanzara la elongación de 145 cm.	Responden como es habitual en las prácticas socioescolares, y recurren a la pregunta para sintetizar su respuesta, "el resorte alcanzará la elongación de", luego responden 145 sin alguna explicación de cómo llegan a dicho valor, vemos que no buscan los puntos medios, tampoco realizan una regla de tres. (NO COMPRENDO COMO LLEGAN A 145 MILÍMETROS)
120 milímetros, completamos la tabla, vimos la secuencia, que era que iba de 15 en 15.	1120 milímetros responden con seguridad los estudiantes de este grupo, luego agregan "completamos la tabla", es decir, los estudiantes encontraron un patrón y con dicho patrón llenaron todos los espacios que tenia la tabla de datos del experimento. Luego agregan "vimos la secuencia", estos estudiantes buscaron un patrón, una secuencia, una regularidad a medida que se agregan pesos en el porta pesas, se ánimo de buscar una secuencia sobre la experimentación los llevó a encontrar y trabajar con los puntos medios, "era de 15 en 15" comentan los estudiantes su descubrimiento a esta altura del cuestionario, junto con descubrir y utilizar los puntos medios, estos estudiantes llenaron la tabla de datos adjunta en la experimentación y responden correctamente la pregunta planteada por el reactivo.

El soporte alcanzara una elongación de 120 mm, porque los milímetros siguen un patrón.	Recurren a su respuesta como es habitual a las prácticas socioescolares, “el resorte alcanzará una elongación de”, luego responden 120 milímetros, una respuesta acertada para este reactivo. Comentan a continuación a modo de argumentación y justificación de su respuesta “porque” los milímetros siguen un patrón, en este caso los estudiantes no comentan cual es dicho patrón, mas si concuerdan que ese patrón existe y es calculable, este grupo nos habla de os puntos medios, comprendiendo el patrón de 30 milímetros, llegan a las conclusiones de patrones como 15 milímetros, y asi sucesivamente encontrando patrones a conveniencia del reactivo.

5. Si colocamos 85 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 85 gramos. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
gr=7,5mm. entonces 80+5 y 165+7,5m=85 gr y 172,5.	Utilizando los puntos cuartos, responden que cada 5 gramos colocado en el porta pesas equivale a una elongación de 7,5 milímetros, luego usando como herramienta un condicional “entonces” desarrollan el siguiente cálculo; 80+5 =85 -> 165+7,5=172,5 Esto quiere decir que 80 gramos, conocido por la tabla (corresponde a una elongación de 165 milímetros) se le agregan 5 gramos (que corresponde a los puntos cuartos y tiene una elongación de 7,5 milímetros) nos permite encontrar el gramaje solicitado por el enunciado (85 gramos) y la suma de los milímetros nos entrega su elongación que para los estudiantes satisfactoriamente es 172,5 milímetros de elongación.
15/10= 1,5 75+1,5=76,5 El resorte alcanzará la elongación de 76,5 mm.	Dividiendo 15 en 10 obtienen como resultado 1,5. Luego desarrollan una suma para obtener como resultado de la elongación 76,5. Los estudiantes dividen 15 en 10 y obtienen 1,5 (que corresponden a los puntos décimos y además de los puntos decimos también corresponde a la razón que está en juego en este experimento)
Alcanza la elongación de 7,5	El grupo de estudiantes responde como es propio de las prácticas socioescolares, “alcanza la elongación”. Luego mencionan 7,5 pero 7,5 es la elongación que corresponde a colocar 5 gramo en el porta pesas. Dada la respuesta del grupo de estudiantes asumimos que no comprendieron la pregunta y respondieron solo lo calculado que resultó ser la elongación del resorte de 5 gramo, no explican sus procedimientos ni el porqué de su respuesta.
175, ya que de 80 – 165 a 100 – 195 el 85 equivaldría a 175 cm.	ANÁLISIS Responden 175 y luego explican “ya que” y hacen una razón en donde 80 No se de donde sale 175 :O
Lo hicimos viendo, primero, que los datos que ya están ingresados en la tabla era de 30 en 30, luego que era de 15 en 15 cada 10 g que se le agregaban y vimos que cada 5 g que se agregan son 7,5 más de elongación.	El grupo de estudiantes comienza explicando su observación en la tabla de datos, esta observación corresponde a que hay una recurrencia de la elongación, que corresponde de “30 en 30” (milímetros), además luego de ocupar de los puntos medios encuentran que los intervalos también pueden ser “de 15 en 15” cada 10 gramos y en este ejercicio descubren los puntos cuartos, en donde “vieron” dicen los estudiantes que cada 5 gramos que se agreguen en el porta pesas, son 7,5 los milímetros de más en la elongación del resorte. Los estudiantes no solo utilizan los puntos medios que descubrieron en las preguntas anteriores si no que ocupan esa herramienta descubierta para resolver un nuevo descubrimiento que corresponde a los puntos cuartos, es decir, cada 5 gramos agregados en el porta pesas. Estos estudiantes explican el cómo resuelven el ejercicios mas no responden el resultado de los 85 gramos puestos en el porta pesas.

La elongación que tendrá el resorte será de 185 mm, calculamos el peso y los mm.	Responden como es propio de las prácticas socioescolares, y comentan 185 milímetros, luego explican que calcularon tanto el peso como los milímetros, es decir, los estudiantes comprendieron que el resultado no estaba explícito en la tabla de datos ni en el folio descrito en la experimentación, esto los llevó a calcular sus resultados y conlusiones sobre cuántos milímetros son los correspondientes a 85 gramos. El resultado en este caso no corresponde y no podemos explicar su planteamiento dado que escriben solamente el resultado de sus cálculos.

6. Si colocamos 21 gramos ¿Qué elongación alcanzará el resorte? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los 21 gramos. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
Si 20 $\longrightarrow$ 30 1 $\longrightarrow$ x 30*1/20=1,5 Alcanzará una elongación de 76,5 mm.	Realizan una regla de 3, en donde especifican los gramos colocados en el porta pesas en un lugar de la regla y los milímetros de elongación que tendrá el resorte después de dicho peso. 20 es a 30 como 1 es a x, serian sus cálculos, llegan a que si multiplicamos 30 poe 1 y luego dividimos en 20, obtenemos como resultado 1,5 milímetros. Sus cálculos no son más que los puntos decimos de la experimentación, con estos cálculos, el grupo encuentra quizás sin comprenderlo aun, la razón que está implícita en la experimentación. Concluyen respondiendo como es habitual en las prácticas socioescolares, "alcanzará una elongación de" 76,5 milímetros. Dado que el ejercicio solicita los milímetros de elongación con un peso de 21 gramos en el porta pesas, los estudiantes llegan a la respuesta sumando 1,5 a los 75 que corresponden a los 20 gramos que es un dato descrito en la experimentación.
15/10= 1,5 75+1,5=76,5 El resorte alcanzará la elongación de 76,5 mm.	Al dividir 15 en 10 llegan al resultado de 1,5. Los estudiantes no explican que el 1,5 corresponde a 1 gramo puesto en el porta pesas o que corresponde a la razón de la experimentación, si comprenden que 15 milímetros de elongación del resorte se obtienen en 10 gramos y que al dividirlos se obtiene la elongación de 1 gramos. Ellos utilizan los puntos decimos en este ejercicio y luego de encontrar los puntos decimos comprenden que deben adicionar a 20 gramos que esta establecido en la experimentación 1 gramos para llegar a los gramos solicitados y como 20 gramos tienen una elongación de 75 milímetros, 21 gramos tienen una elongación de 75+1,5 milímetros y es su respuesta final.
Alcanza una elongación de 75,6.	El grupo de estudiantes responde a la pregunta sobre los 21 gramos puestos en el porta pesas, además responden como es habitual en las prácticas socioescolares. Ellos no explican el cómo resuelven y llegan a la conclusión de que 75,6 son los milímetros de elongación. Con esto no podemos deducir cual fue su herramienta o su descubrir los puntos decimos.
26 cm.	26 centímetros responden sin explicación de resolución del problema.

75 + 1,5 = 76,5	Escriben la forma en que llegan al resultado, esto es una suma 75 correspondientes a los 20 gramos puestos en el porta pesas y 1,5 que corresponde a 1 gramo puesto en el porta pesas. Los estudiantes no escriben ni describen como llegan al resultado 1,5 milímetros que corresponde a 1 gramo. Pero lo calculan y llegan a este resultado para luego ser utilizado de manera correcta en la experimentación. Luego de realizar la adición ya descrita obtienen 76,5 que es el resultado que corresponde a colocar 21 gramos en el porta pesas.
La elongación que alcanzara el resorte será de 76,5, le sumamos 1,5 a los 75 mm.	Responden como es habitual en las prácticas socioescolares, "la elongación que alcanzara el resorte será" 76,5 milímetros responden correctamente. Adjuntan que su forma de resolución corresponde a una suma, en donde, agregan 1,5 a los 75 milimetros correspondientes a 20 gramos puestos en el porta pesas, luego de esta aseveración de los estudiantes nos preguntamos ¿Cómo encuentran el valor de 1,5 milímetros? Pudiendo ser de una regla de 3 o buscando los puntos decimos o quizás un descubrimientos del grupo.

7. Qué elongación alcanzará el resorte si se coloca 1 gramo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 1 gramo. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
Alcanzará una elongación de 46,5 mm por que 1 gramo corresponde a 1,5 mm. 45+1,5=46,5	Este grupo responde como es habitual en las prácticas socioescolares al escribir " alcanzará una elongación de" 46,5 milímetros. Luego explican que 1 gramo corresponde a 1,5 milímetros, el grupo ya había llegado a esa conclusión en ejercicios anteriores, pero explican que el 1,5 debe ser adicionado a 45 milímetros, esto quiere decir que el grupo está inmerso en la experimentación y la comprende, porque adiciona los 45 milímetros iniciales. El grupo resuelve con 45 milímetros iniciales de la experimentación mas 1,5 milímetros que corresponde a 1 gramo puesto en el porta pesas.
45+1,5=46,5 .El resorte se extiende 46,5 mm, dividimos 10 que era el total en 15 que era la secuencia y lo sumamos.	El grupo plantea una suma 45+1,5 que corresponde a los 45 milímetros iniciales, es importante que los estudiantes comprenden que existe una elongación inicial, esto nos habla de que comprenden la descripción del experimento y desarrollan de manera correcta. Luego de plantear la suma explican que realizaron una división correspondiente a 10/15 comentado que 10 era el total en este caso del peso colocado en el porta pesas (correspondientes a los puntos medios encontrados en ejercicios anteriores) y 15 es la secuencia de los milímetros (que corresponden a los puntos medios) con esta división el grupo de estudiantes descubre que en un gramo puesto en el porta pesas la elongación del resorte es de 1,5 milímetros.
alcanzará una elongación de 45,6	El grupo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares, "alcanzará una elongación de" 45,6 milímetros, en este caso los estudiantes no comentan ni explican el proceso para llegar a dicho resultado, el cual es incorrecto, suman a la cantidad inicial de 45 milímetros 0,6. Esto nos dice que los estudiantes de este grupo encontraron que 1 gramo colocado en el porta pesas corresponde a 0,6 milímetros de elongación del resorte.
6 cm	Los estudiantes anteriormente calcularon la cantidad de elongación del resorte cuando este tiene un peso de 1 gramo en el porta pesas, 1,5 milímetros comentan que fue el resultado obtenido. Ahora bien como el ejercicio plantea colocar un 1 gramo en el porta pesas, los estudiantes responden la elongación que agrega el gramo puesto en el porta pesas no entendiendo que existe una medida inicial en la experimentación de 45 milímetros. El hecho de no comprender la descripción ni los

	datos completamente de la experimentación los lleva a este error y responden la cantidad de elongación que adiciona un gramo mas no la cantidad de elongación al colocar un gramo en el porta pesas.
1,5 milímetros, ya que lo sacamos anteriormente.	El grupo de estudiantes responde que 1,5 milímetros sería la elongación del resorte para 1 gramo en el porta pesas, explican además con el condicional “ya que” por cada 10 gramos 15 son los milímetros de elongación, utilizan como herramienta la regla de 3 simple y llegan al resultado 1,5 milímetros, esto es, 1 gramo en el porta pesas. Ahora el hecho de no comprender la descripción ni los datos completamente de la experimentación los lleva a este error y responden la cantidad de elongación que adiciona un gramo mas no la cantidad de elongación al colocar un gramo en el porta pesas.
La elongación que alcanzara será de 46,5 se encuentra ya que tienen un patrón	

8. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan P gramos? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación a los P gramos.	Análisis
Alcanzará una elongación dependiendo de los p gramos 20 ⟶ 30 P ⟶ X p*30/20=x+45=elongación del resorte p*1,5+45	Realizando una tabla de 3 con los gramos y los milímetros, los estudiantes llegan una expresión con una fracción, al simplificarla, llegan a una expresión p*1,5=x. Además los estudiantes expresan que 45 es igual a la elongación del resorte, la cual es adicionada a expresión encontrada.
15/10=1,5 *p =15+45=elongación	El grupo conjetura una ecuación en la cual determinan que 1,5 que es el resultado de 15 dividido en 10 se debe multiplicar con p y aumentar 45 que corresponde a la elongación. No hay una explicación ni una forma en que llegan a dichas conclusiones.
Vi de cuanto iba subiendo y llegue al resultado de 1,5	El grupo en este caso responde algo que no es preguntado, no comentan que iba subiendo y a qué tipo de resultado concluyen.
	No responden.
P= 135 + 7,5 + 1,5 = 144 60 gramos son 135 milímetros ahora le agregamos 7,5 que son 5 milímetros mas y 1,5 que son mm. Como resultado nos da 144	No comprenden la pregunta, por lo tanto no conjeturan una fórmula en función de p, si no que calculan 60 gramos con 5 gramos con un gramo, es decir, 66 gramos lo que les da como resultado 144 milímetros.
P: Variable, si colocamos P gramos dará X mm, le asignamos un valor a cada uno.	Comentan cual es la variable, y que esa variable nos arroja un resultado en milímetros

9. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen la elongación del resorte cuando se colocan 60 gramos en el portapesas.	Análisis

a) Confronten su resultado con el valor de la tabla. b) Argumenten* su respuesta	
20 gr $\longrightarrow$ 30 mm =90+45=135 mm uso el valor de 20 gramos=30 mm para determinar 60 y se le suman los 45 iniciales.	Los estudiantes utilizan el procedimiento anterior ya que han dado lugar dipolo modélico DM3 ([Fenómeno- tabla de datos]- ecuación). Resuelven la pregunta mediante dicho fenómeno modélico. Argumentan su procedimiento y explican cada paso realizo. Mencionan que usan el valor de 20 gramos= 30 mm (Se refieren a que existe una igualdad entre gramos y milímetros para poder determinar los 60 gramos, quizás aún no descubren que no es una igual y es una razón de cambio).
15/10 =1,5 1,5*60=90 +45 =135. 60gr->135mm	Los estudiantes utilizan el procedimiento anterior en donde 15/10=1,5 (En donde utilizan pequeñas cantidades para encontrar la razón de cambio 1,5), Utilizan esta razón y la multiplican por 60 gramos dando como resultado 90 y le suman 45, no explican de dónde sacan los 45 que sumaron. Se refieren a 60 gramos implica 135 milímetros.
61,5 ya que se le agrega 1,5	Los estudiantes mencionan que se agrega 1,5 al peso 60 gramos (Confunden la razón de cambio que existe por cada peso y milímetro, y la suman a los gramos que eran 60 obteniendo 61,5. No mencionan si son gramos o milímetros las cantidades que responde. Ante esta situación los estudiantes construyen su respuesta en base a la tabla de datos como un modelo (Dipolo modélico, elasticidad de los resortes –tabla de datos), pero no de la manera correcta.
A) Utilizando dicha fórmula es posible resolverla con cualquier variable.	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta por medio del dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación), debido a que resuelven la pregunta por medio de la ecuación que obtuvieron y mencionan que dicha fórmula es posible para cualquier variable.
	No responden
60 gramos tiene de elongación 135 mm. A) Si, está bien	El grupo de estudiantes dan respuesta a la pregunta pero no mencionan como la obtuvieron responden que 60 gramos tiene elongación de 135 mm, confortan su respuesta con el valor de la tabla por medio de la la tabla de datos como un modelo (Dipolo modélico, elasticidad de los resortes –tabla de datos), y responden que está bien su respuesta.
B) Está bien por lo que sale en la tabla concuerda con lo nuestro. 144-6 = 135	Los estudiantes argumentan su respuesta mediante el modelo (Dipolo modélico, elasticidad de los resortes –tabla de datos), mencionan que su resultado está bien ya que concuerda con la tabla. Se puede observar que su desarrollo fue una suma en donde a 144 le resta 6 dando como resultado 135 (procedimiento por el cual obtienen un resultado correcto, no mencionan porque restan 6 a los 144 obtenidos pero su resultado es correcto.
60 = 135 La elongación de 60 gramos sera 135	Los estudiantes responden a la pregunta, no mencionan el procedimiento utilizado para obtener la respuesta. Se refieren a la elongación que se obtiene en 60 gramos que son 135. Su respuesta se obtiene en base al dipolo modélico (elasticidad de los resortes, tabla de datos) DM1.

10. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 38.3 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 38.3 gramos. Ingrésenlo en la tabla 1.	Análisis

38.3*1.5 +45=102,45 mm Uso el valor de 20/30 para determinar 38.3 y se le suman los 45 iniciales.	Responden en base al dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). Debido a que se refiere a la relación que existe entre 20/30 (confundiéndose la relación peso con milímetros), pero sí dan como resultado 1,5 como la razón de cambio y lo utiliza para determinar los 38,5 gramos solicitados y luego aclaran que son 45 iniciales los que deben agregar a la ecuación para obtener el resultado de la elongación del resorte.
38.3*1,5 =57,45 57.45 +45 =102,45.	Escriben su respuesta de manera algebraica pero no en lenguaje natural. Utilizan el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación).De manera correcta pero no especifica detalladamente como obtuvo su respuesta. (La cual es correcta porque obtiene la razón de cambio y la multiplica por los gramos pedidos y luego suma la posición inicial del resorte que son 45 mm, obteniendo como resultado 102,45 milímetros, que sería la elongación del resorte.
101,85 ya que sacamos el resultado por la regla de 3.	Los estudiantes mencionan que trabajaron con regla de 3 para entregar su respuesta. Mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos). Dan como resultado 101,85 de elongación del resorte. (Su resultado es erróneo debido a que no notaron la posición inicial del resorte que era 45 milímetros por lo tanto la regla de tres no funciona ya que faltaría sumar dicha cantidad inicial.
	No responden
102 → 38	El grupo de estudiantes responden señalando 102 como 38. No mencionan alguna otra característica o fenómeno en su respuesta.
La elongación que alcanzara sera de 102,45	El grupo de estudiantes responden a la pregunta mencionan que la elongación que alcanzara será de 102,45 (la respuesta es correcta pero no mencionan el procedimiento para obtenerla, hacen referencia a que existe una elongación que es parte de la pregunta.

11. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 62.6 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la elongación con 62.6 gramos. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
E1. 20/30 = 1,5 62,6*1,5=93,9+45=138.9 Al usar regla de 3 y después le sumo los 45 inicial.	Los estudiantes hacen referencia a que usaron la regla de tres para desarrollar su respuesta. Posteriormente suman la posición inicial del resorte que eran 45 milímetros, mencionan como razón de cambio a la relación de 20/30 (confundiéndose la relación peso con milímetros), pero sí dan como resultado 1,5 como la razón de cambio. Utilizan el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). El resultado entregado es correcto, no mencionan que el resorte tuvo una elongación solo entregan el resultado de la nueva posición.

62,6 1,5*62,6 93,9+45=138,9	El grupo de estudiantes utiliza el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación), para entregar su respuesta. No explican con sus palabras el procedimiento realizado solo efectúan la formula ya obtenida en la respuestas anteriores. Su resultado es correcto.
Es 135,6 por que se le debe agregar 1,5	Los estudiantes entregan una respuesta mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos). En el cual conocen que la razón de cambio es 1,5 (no explican de donde la obtuvieron, se intuye que esta información se obtuvo mediante la tabla de datos. En la tabla de datos con el peso 60 gramos se representan como 135 milímetros y los estudiantes suman a esta información de milímetros los 1,5 de la razón de cambio para encontrar la elongación del resorte, el procedimiento es erróneo ya que no se dan cuenta que deben multiplicar la razón de cambio por el peso preguntado y sumar la posición inicial)
	No responden
62,6 *1,5 = 93.9 + 45 = 138,9	El grupo de estudiantes utiliza el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación), para entregar su respuesta. No menciona con sus propias palabras el procedimiento utilizado.
La elongación será 138,9	El grupo de estudiantes dan respuesta a la pregunta mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos). (Responden que la elongación será 138,9. No desarrollan ningún procedimiento y tampoco explican con sus palabras alguno. Solo hacen referencia al resultado de la elongación obtenida)

12. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto? a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica. b) Predigan la elongación del resorte si se colocan 100 gramos utilizando la expresión algebraica. c) Comparen la elongación obtenida, con el valor que indica la tabla. d) ¿Qué concluyen de la comparación?	Análisis
A) Se saca el valor de 20 gramos sin los 45 mm iniciales que da 30 y después se usa regla de 3 y al resultado se le suman 45.	Los estudiantes explican cómo construyeron la expresión algebraica la cual fue creada mediante el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación), en donde miran la tabla y observan que (en 20 gramos sin los 45 iniciales la elongación del resorte serian 30 milímetros, lo cual es correcto ya que en 20 gramos el resorte tiene una elongación de 75 milímetros y si restamos los 45 milímetros de la posición inicial nos da como resultado 30 milímetros, la modelación que se obtuvo con la tabla de datos fue la que facilito la creación de la formula

	general que obtuvieron como grupo, posteriormente se refieren a la regla de tres que cumple si al resultado obtenido se le suman los 45 iniciales, de lo contrario la regla de tres no entregaría el resultado correcto.
B) 20/30 =1,5 1,5*100 =150 +45 = 195mm	El grupo de estudiantes predicen la elongación del resorte con un peso de 100 gramos, utilizan la formula obtenida mediante el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos-ecuación.(En la cual vuelven a mencionar la razón de cambio 1,5 obtenida mediante 20/30 "peso v/s elongación", en donde la relacionan al revés pero de todas maneras obtiene la razón de cambio correcta.
C) Al comparar el resultado con la tabla, da el mismo resultado.	Los estudiantes comparan los resultados obtenidos con los de la tabla y concluyen que les da el mismo resultado. (No mencionan nada sobre la elongación del resorte que era parte de la pregunta). Esta respuesta fue dada mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos).
D) Al ser el mismo resultado el procedimiento está correcto.	Los estudiantes concluyeron que el resultado obtenido era el mismo que estaba en el tabla, por lo tanto al ser el mismo resultado el procedimiento estaba correcto, se utilizó el dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos) , para dar respuesta a esta pregunta.
15/10=1,5*x=15+45=elongación	Los estudiantes no responden las cuatro preguntas solicitadas, solo entregan una respuesta en la cual podemos comprender que, (existe una razón de cambio que es 1,5 y que es una contraste que deben multiplicar por el peso preguntado que lo representan como "X", igualando dicho resultado a 15+45 que sería la elongación que obtendrá el resorte.
A) vimos de cuanto iba subiendo y le fuimos sumando 1,5	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta a), explicando que vieron de cuanto iba subiendo y van sumando 1,5(no se refieren a que va subiendo si es peso o milímetros, ambos u otra cosa), dan su respuesta mediante el dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos).
B) 101,5	Entregan su resultado que es 101,5 (No mencionan nada mas)
C)	No responde.
D) No da lo mismo ya que nosotros agregamos 1,5 y en la tabla va de 20 y 30	Concluyen que no da el mismo resultado que en la tabla mediante el dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos). Debido a que ,(ellos le fueron agregando a por cada milímetro 1,5, en la tabla de datos se puede observar que en 100 gramos la elongación que el resorte obtiene es de 195 milímetros)
A) 100*1,5+45=> 195 mm	Los estudiantes responden mediante el modelo dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos-ecuación. (Utilizan la formula ya explicada en la pregunta anterior. Multiplican los gramos pedidos por 1,5 y luego suman 45 dando como resultado 195 mm)
B) Es el mismo resultado, por ende la tabla esta correcta.	El grupo de estudiantes comparan mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos) sus resultados con los de la tabla y concluyen que les da el mismo resultado. (No mencionan nada sobre la elongación del resorte que era parte de la pregunta).
C) Que gracias a la expresión algebraica se puede determinar cualquier valor en base a los gramos.	Los estudiantes concluyeron que gracias a la expresión algebraica obtenida se puede determinar cualquier valor en base a los gramos, se utilizó el dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos) para dar respuesta a esta pregunta.
A)	No responden
B)	No responden
C)	No responden
D)	No responden
A) Con lógica	Responden que con lógica construyeron la expresión general pero no mencionan o representan ninguna en esta pregunta.

B)	No responden
C)	No responden
D)	No responden
A) 100*1,5 + 45= 195	El grupo de estudiantes predicen la elongación del resorte con un peso de 100 gramos, utilizan la formula obtenida mediante el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación. (Su procedimiento consiste en Multiplican los 100 por 1,5 luego al resultado le suman 45 dando 195.
B) Listo	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta mediante dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos) comparan sus resultados con los de la tabla y responden como listo dando a entender que compraron el resultado obtenido con la tabla que les da el mismo resultado. (No mencionan nada sobre la elongación del resorte que era parte de la pregunta).
C) Que está bueno el resultado utilizando la expresión algebraica.	El grupo de estudiantes concluyen que el resultado estaría correcto utilizando la expresión algebraica, se utilizó el dipolo modélico (elasticidad de los resortes- tabla de datos) para dar respuesta a esta pregunta.
A)	No responden
B)	No responden
C)	No responden
D)	No responden
A)	No responden

13. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 18.45 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 18.45 gramos. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
20/30 =1,5 18,45*1,5 =27,675+45=72,675	El grupo de estudiantes dan respuesta a la pregunta mediante el modelo dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). (Representan que la expresión 20 divido 30 es igual a 1,5 lo cual es erróneo, pero al razón de cambio es correcta 1,5.Los gramos 18,45 lo multiplican por 1,5 dando como resultado 27,675 posteriormente suman 45 resultando 72,675. No hay explicación con sus propias palabras del procedimiento utilizado).
18,45*1,5=27.675+45=72,675	Los estudiantes responden a la pregunta mediante el modelo dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). (Multiplican 18,45 por 1,5 resultando 26,674 sumando 45 obteniendo 72,675. No hay explicación con sus propias palabras del procedimiento utilizado).

830,25 regla de 3	El grupo de estudiantes responde a la pregunta y dan como respuesta 830,25 obtenido mediante la regla de 3 (no mencionan el procedimiento que utilizaron para obtener su respuesta).
	No responden
	No responden
	No responden

14. ¿Qué elongación alcanzará el resorte si se colocan 125.9 gramos? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la elongación con 125.9 gramos. Ingrésenlo en la tabla.	Análisis
20/30 =1,5 125,9*1,5 =188,85+45=233,45	Los estudiantes mencionan como razón de cambio a la relación de 20/30 (confundiéndose la relación peso con milímetros), pero sí dan como resultado 1,5 como la razón de cambio. Utilizan el dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). (Multiplican la razón por los gramos para luego adicionar el valor inicial de 45 milímetros).
125,9*1,5=188,85+45=233,85	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta por medio del dipolo modélico DM3 ([fenómeno-tabla de datos]-ecuación). (Utilizan el método encontrado, luego escriben el desarrollo y el valor encontrado 233,85 milímetros).
28327,5 regla de 3	El grupo de estudiantes dan respuesta a la pregunta y mencionan que utilizaron regla de 3 para resolverlo y obtienen como resultado 28327,5. No explican el cómo llegan a este tipo de resultados ya que no hacen ninguna explicación con sus propias palabras.
	No responden
	No responden
	No responden

15. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?	Análisis
Disminuye, porque, es un número menor.	El grupo de estudiantes responden a la pregunta y mencionan que disminuye más, esto lo atribuyen solamente a por que el número ingresado en su fórmula es menor. Los estudiantes articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal.
Disminuye, porque son directamente proporcionales.	Los estudiantes responden a la pregunta y mencionan que disminuye (Explican que hay una proporción que es directa y por lo tanto si el peso disminuye los milímetros también deben disminuir). Los estudiantes articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal.
Disminuye más ya que mientras menos peso hay menos elongación.	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta. (Comprenden que en el experimento mientras menos peso menos será el indicador de milímetros. Mencionan que existe una elongación que depende del peso
	No responden
	No responden

	No responden

16. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la elongación del resorte? ¿Por qué?	Análisis
Aumenta, porque, es un número mayor (?)	Los estudiantes articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal y dan respuesta a la pregunta. (Comprenden que aumenta (la elongación), atribuyen este fenómeno porque el número es mayor).
Aumenta, porque son directamente proporcionales.	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal. (Mencionan que aumenta, suponemos que se refieren a la elongación debido a que es lo que se pregunta, ya que son directamente proporcionales).
Aumenta ya que mientras más peso más elongación.	Los estudiantes articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal y dan respuesta a la pregunta. (Mencionan que si se le coloca más peso al portapesas más será la elongación del resorte, responden sobre qué ocurre con la elongación del resorte y el fenómeno existente con el coeficiente de variable aumentada).
	No responden
	No responden
	No responden

17. Describan cómo se comportó la elasticidad del resorte en este experimento	Análisis
Se comportó dependiendo del peso.	El grupo de estudiantes responde a la pregunta mencionando que se comportó dependiendo del peso. (No describen el comportamiento, solo comentan que depende del peso el fenómeno que ocurra en el experimento).
Mientras más peso tenga el resorte, más se estirará, mientras menos pesa menos se estira.	Los estudiantes dan respuesta a la pregunta y articulan los modelos y el fenómeno en una red de lo lineal. (Mencionan que depende netamente del peso y su cantidad en el experimento. Más peso más milímetros, menos peso menos milímetros.)
Se elongó mucho y a la vez poco.	El grupo de estudiantes responde a la pregunta y mencionan que la elasticidad del resorte fue poca y a veces mucha.(Se puede concluir que esa respuesta hace referencia a las distintas cantidades que fueron utilizadas en el experimento para determinar la elongación del resorte en cada caso)
	No responde
	No responde
	No responde

Anexo 3. Segundo estudio exploración etnográfica

Entrevistas a los miembros de la comunidad

Entrevista realizada al ingeniero en construcción de empresa privada vía entrevista personal

Grabación de audio N°1: (00:04– 08:23)

Investigador: Hola Rodrigo, ¿Cómo estás?

Ingeniero en construcción: Hola Seba, bien ¿y tú?

Investigador: Bien, mira quería hablar contigo respecto a tu trabajo, no sé si tienes tiempo para responderme unas preguntas ahora.

Ingeniero en construcción: Si Seba dime, mientras pueda ayudarte, no hay problema.

Investigador: Ya, entonces mira, pasa que estoy estudiando los taludes, que tiene que ver con el suelo, según entiendo, y muy utilizado en la construcción.

Ingeniero en construcción: Ahhh, si de todas maneras, algo conozco de los taludes. Jajaja

Investigador: Súper, entonces me podrías contar de que se trata y contarme… ¿qué es un talud?

Ingeniero en construcción: Si mira, bien a groso modo un talud es una superficie inclinada con respecto a la horizontal, ¿se entiende?

Investigador: Si, si, de todas maneras.

Ingeniero en construcción: Bueno esta superficie puede ser hecha de forma temporal o permanente, puede ser natural o artificial y puede tener una estructura de roca o de suelo.

Investigador: Ahh mira, puede ser puede ser natural o artificial. Supongo, que natural es que esté formado por la naturaleza sin intervención del hombre o maquinas y ese tipo de cosas y artificial todo lo contrario. Cuéntame sobre el diseño de los taludes, dado que puede ser artificial y natural deben existir tipos de taludes, ¿o no?

Ingeniero en construcción: Siiiii por supuesto, el nombre lo dice todo jaja. Mira existen tipos de taludes y maneras de hacer taludes. Respecto al diseño, se deben analizar los límites de los taludes...

Investigador: ¿Limites? ¿Estamos hablando de cálculo matemático?

Ingeniero en construcción: Jaja para ti todo es matemática.

Investigador: Jajaja si, un poco.

Ingeniero en construcción: Me refiero a suponer una falla del talud y aplicar los criterios de resistencia de material del que está hecho el talud.

Investigador: Ahh ok, entonces ¿cuales vendrían siendo las fallas más comunes? y ¿cómo medimos si es apropiado o no hacer el talud de tal manera?

Ingeniero en construcción: Las fallas más comunes son por deslizamiento, depende del tiempo del talud y el clima, fallas por rotación, traslación, por flujo, por erosión, por licuación, por capacidad de soporte, jaja hay hartas fallas.

Investigador: No no, está bien, súper bien.

Ingeniero en construcción: Ya cuéntame, que más quieres saber respecto a los taludes.

Investigador: Si mira, estábamos hablando de las fallas, ¿hay alguna manera, algunos valores que nos indiquen que no fallara el talud?

Ingeniero en construcción: Existe un factor de seguridad, es la suma de resistencias dividido la suma de esfuerzos, bueno este factor se asume igual para todos los puntos a lo largo de la superficie de falla, podemos decir que representa un promedio del valor total de toda la superficie de falla.

Investigador: Ya creo que la pregunta que sigue es para que me expliques tu respuesta anterior jajaj ¿qué es una superficie de falla?

Ingeniero en cosntruccion: Jajaja, se le dice así a toda la superficie a lo largo del talud donde puede ocurrir desplazamiento o quizás una rotura. Recuerda que te dije que tenemos que asumir que esto fallará para analizar el factor seguridad.

Investigador: Ya voy entendiendo lento, pero seguro. Jajaja, dime entonces ¿Cuál es el método para determinar este factor seguridad?

Ingeniero en construcción: Existen varios y dependen del talud, el suelo, la longitud….

Investigador: Cuéntame de alguno, el primero que recuerdes.

Ingeniero en construcción: Bueno hay uno bien utilizado que son las tablas de Janbú, hay una tabla de números de estabilidad y existen los métodos de Fellenius, Bishop, Janbú entre otros pero me recuerdo que depende de uno parámetros, pero tendría que buscarlo, no lo recuerdo bien.

Investigador: Ya lo tengo, no te preocupes me estas ayudando muchísimo. Ahora lo último que ya te voy preguntando para no quitarte tanto tiempo. ¿Cómo podemos saber cuál debe ser la longitud de la diagonal o la pendiente del talud?

Ingeniero en construcción: La pendiente, bueno se debe medir la distancia a una altura determinada y la horizontal, entonces la pendiente es la altura dividido la horizontal, el resultado es analizando en las tablas que te comente, se mide el factor de seguridad y en el fondo se hace un estudio y un análisis de cómo debe ser hasta donde y qué condiciones debe cumplir el talud.

Investigador: Y ¿tiene algo que ver el ángulo de inclinación desde la base, hasta la parte más alta del talud?

Ingeniero en construcción: De todas maneras, como te comente, lo práctico lo ven los ingenieros de suelo, si quieres saber el ángulo respecto de la vertical del talud creo que es arco tangente de la distancia dividido por la altura.

Investigador: Ya, ya. Lo último, hablamos pero no me lo mencionaste los tipos de diseño y tipos de taludes, ¿Cuáles eran?

Ingeniero en construcción: Jaja, cierto, mira existe el método de Culmana, estos son los taludes naturales, también el circulo de fricción, se usa para rellenos de gran altura en carreteras, Fellinius, creo que te lo mencioné, para presas de tierra, el método de Spencer es cuando el Factor seguridad es menor y el método general es de Morgestern and Price.

Investigador: Uff, me ayudaste demasiado, voy a indagar un poco de cada método, sobre todo el general y cualquier duda que tenga, te la hago saber para que me expliques un poco mas de esto nuevo para mí pero muy interesante.

Ingeniero en construcción: De nada Seba que estés bien, voy a estar atento y me avisas por Whatsapp cualquier cosa.

Investigador: Súper, nos vemos un abrazo y saludos.

Ingeniero en construcción: Gracias para ti igual, y tu familia.

Entrevista realizada al ingeniero en construcción de empresa pública vía mensajería instantánea

Investigadora: Hola ¿Cómo estás?, soy la ary no sé si tenías mi número

Ingeniero en construcción: Si lo tenía

Investigadora: ¡Qué bueno! , ¿Cómo estás?

Ingeniero en construcción: Bien, y tú y ese milagro que te acordaste de mi

Investigadora: Lo siento por lo perdida, bueno la verdad me acordé para preguntarte algo

Ingeniero en construcción: Que cosa amiga

Investigadora: Ya te cuento amigo. Es para mi tesis, estoy investigando la construcción por eso te tenía que preguntar a ti sobre esto. Lo que quería saber era si tú sabes ¿Cómo se construyen los taludes? Ya sean de berma o de esos que hacen en carretera en los cerros

Ingeniero en construcción: Pero que necesitas una memoria cálculo o saber cómo hacer los taludes.

Investigadora: Lo que pasa es que estoy investigado en específico la razón matemática en la construcción, no sé si te acuerdas esa que dice por ejemplo 2 palas de cemento por 1 de arena, esa que juegas con las medidas. Y por lo que investigue me contaron por ahí otros ingenieros que la utilizaban para construir taludes. Pero nadie me cuenta en específico como se utiliza, si hay una fórmula no se o algo más que calcular

Ingeniero en construcción: No sé por qué lado quieres investigar tú pero para el cálculo de la cantidad de materiales para el hormigón está todo normado según dosificaciones dependiendo de lo que se quiere construir por ejemplo h5 h10 h15 acá en chile ocupamos hasta el h35

Investigadora: Como saber la longitud de la diagonal que debe tener el talud o la pendiente.

Como hacen ese trabajo en terreno, Porque por lo que a utilizan algunas métodos ejemplo felleniun

Ingeniero en construcción: Por lo general cuándo son cosas de vialidad me guio siempre por los manuales de carretera me parece que el volumen 7 en ese hablan de los taludes o por la tabla de resistencia.

Investigadora: Si porque tienen un reglamento de seguridad, para no tener fallas

Ingeniero en construcción: Eso lo ve un geomensor

Investigadora: Ahora tendré que buscar a uno

Ingeniero en construcción: Eso sale en el manual de carreteras volumen 7. Imagen

34% 15:34
articles-5986...

7.301.3c Reemplazo de Alambre de Púas

OPERACIÓN 7.301.4 REMOCION DE OBRAS Y ESTRUCTURAS

7.301.4a Remoción de Estructuras
7.301.4b Remoción de Alcantarillas de Tubos Metálicos
7.301.4c Remoción de Alcantarillas de Tubos de Hormigón

OPERACION 7.301.5 ATRAVIESOS EN RUTAS VIALES

7.301.5 Atravieso en Ruta Vial

SECCION 7.302 MOVIMIENTO DE TIERRAS Y CONTROL DE TALUDES

OPERACION 7.302.1 REMOCION DE SUELOS QUE OBSTRUYEN LA CALZADA

7.302.1a Remoción de Derrumbes
7.302.1b Remoción de Arena

OPERACION 7.302.2 TROZADURA DE ROCAS

7.302.2 Trozadura de Rocas

OPERACION 7.302.3 MALLAS PARA CONTROL DE TALUDES

7.302.3a Pernos de Anclaje de Mallas
7.302.3b Mallas de Sostenimiento de Taludes
7.302.3c Mallas para el Control de Desprendimiento de Taludes

OPERACION 7.302.4 REJAS PARA CONTENCION DE DERRUMBES

7.302.4 Rejas para Contención de Derrumbes

OPERACION 7.302.5 RECONSTRUCCION DE LA PLATAFORMA

7.302.5a Reconstrucción de la Plataforma
7.302.5b Reconstrucción de Terraplenes de Acceso
7.302.5c Relleno de Erosiones
7.302.5d Terraplenes

OPERACION 7.302.6 REPERFILADO DE TALUDES

7.302.6 Reperfilado de Taludes

OPERACION 7.302.7 EXCAVACION DE CORTES

7.302.7a Excavación en Terreno de Cualquier Naturaleza
7.302.7b Excavación en Roca

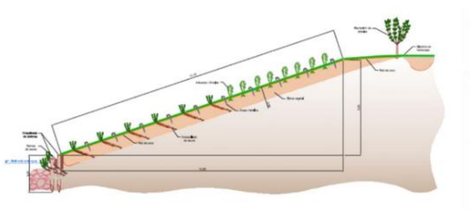
OPERACION 7.302.8 DESCARGA DE MURO

7.302.8 Descarga de Muro

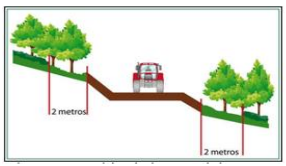
Investigadora: Y se guían por el manual

Ingeniero en construcción: En vialidad si

Investigadora: Imagen



Me habían contado algo así, y que la construcción de los taludes iba en una razón que estaba como establecida. Esto era lo que sabía sobre el tema. O de las bermas, Imagen



Esos cálculos ancho 1 a 2 metros y las diferencias de altura de 5 a 7 metros como sacan esos cálculos o ya están dados

Ingeniero en construcción: Esta todo normado según el tipo de suelo. A lo que este en la oficina te mando lo que sale en el manual de carretera sobre los taludes que ando en terreno

Investigadora: Ya gracias por la ayuda. Disculpa las molestias

Ingeniero en construcción: No te preocupes amiga

Investigadora: Gracias por la ayuda

Ingeniero en construcción: En la página 98 empieza a hablar de los Taludes

Archivo: PDF 172- páginas- 5 MB

Investigadora: Genial

Ingeniero en construcción: Disculpa no la pude enviar antes

Investigadora: No te preocupes toda la ayuda sirve, muchas gracias

Ingeniero en construcción: De nada amiga

Investigadora: Gracias amigo

Entrevista realizada al técnico en construcción por medio de mensajería instantánea

Investigadora: Hola nano

Técnico en construcción: Ary

Investigadora: Como estas??

Técnico en construcción: Chatito, y tu como estas??

Investigadora: Por la pega…yo bien trabajando en la tesis

Técnico en construcción: Si por pega, ah buena!!

Investigadora: Pero ya no vas a clases??

Técnico en construcción: Falta mucho para terminarla??..Ya termine las clases, espero la hora para defender la tesis.

Investigadora: Ahh, no queda nada

Técnico en construcción: No :)

Investigadora: En noviembre tengo que entregar la mia, defender en diciembre o enero.

Técnico en construcción: Ahh falta poco…ah buena

Investigadora: Sip..Estoy investigando algo que tiene que ver contigo

Técnico en construcción: Que cosa?... Yo no se nada**.**

Investigadora: La construcción

Técnico en construcción: :)

Investigadora: jajajajja

Técnico en construcción: Ahh ya

Investigadora: Te suena la razón…que se ocupe en la construcción??

Técnico en construcción: Noo.. Primera vez que lo escucho ósea leo

Investigadora: Pero cuando hacen mezclas…no se 1 es a 2 palas de cemento por arena

Técnico en construcción: Ahh ya siii..ahora si, si me explicas asi si la cacho.Se ocupa para las pendientes y taludes.

Investigadora: Que son las pendientes y taludes??

Técnico en construcción: Son superficie inclinada con respecto a la horizontal. Es **como** un triangulito que se ocupa. Y se una de la misma forma de la razón. Llegando a la casa te busco y te explico bien.

Investigadora: Yaa !! bcn…Tienes fotos de eso??

Técnico en construcción: Busca fotos de taludes deberían salir…Pero te busco y te las mando. Voy en el bus para la casa

Investigadora: No encontré fotos en google. Y como usan los taludes.

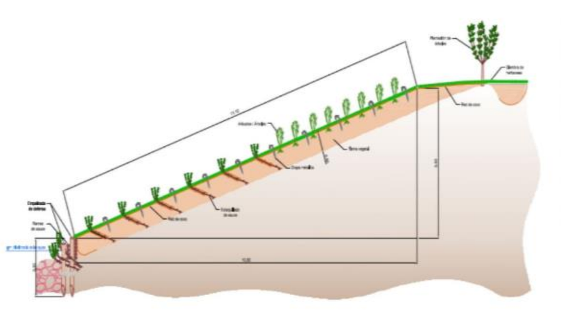
Técnico en construcción: Es que te dicen que debes hacer un talud 3 a 1.Por cada tres metros de alto debes avanzar 1 metro horizontal. Tiene un talud de 6 de alto son 2 metros horizontal. Creo que es así, o es al revés :) . No me acuerdo bien.

Investigadora: Y eso quien lo hace. Los maestros obreros.

Técnico en construcción: No se hacen camino. El técnico, el topógrafo o el constructor civil deben sacar ese cálculo. Dependiendo del espesor del talud

Investigadora: Talud, que es eso??

Técnico en construcción: Eso mira. Imagen



Investigadora: Y como lo utilizan??

Técnico en construcción: Es la hipotenusa de la imagen

Investigadora: Ya

Técnico en construcción: Es para que los terrenos no se desmoren. Se ocupan en caminos y canales.

Investigadora: Y de que material es??

Técnico en construcción: De tierra. Después te busco info y te mando de todo lo que necesitas.

Investigadora: Ya muchas gracias.

Técnico en construcción: Ya ahora te dejo se me va la señal voy en el bus. Que estés bien

Investigadora: chaito, que te vaya bien

Continuación entrevista realizada al técnico en construcción por medio de mensajería instantánea

Investigadora: Hola, como estas??

Técnico en construcción: Hola bien gracias y tú?

Investigadora: Bien igual gracias por preguntar, Nano recuerdas que te pregunte sobre la razón matemática y tú me estabas contando que la usaban para la construcción de los taludes?

Técnico en construcción: Sii, lo recuerdo. Como vas con tu tesis?

Investigadora: En eso estoy jajaj, te quería hacer más preguntas sobre los taludes.

Técnico en construcción: Pregúntame nomas

Investigadora: Ya, tú me estabas contando sobre los taludes

Técnico en construcción: Bueno, quien se maneja más en el tema son los ingenieros de suelo los topógrafos. Pero te contare lo que me enseñaron a mí en la u y uso en la contru .

Investigadora: ya!

Técnico en construcción: Primero tienes que identificar cuáles son los componentes que conforman un talud, tenemos la base, nivel original del suelo, altura del talud y el grado de inclinación del talud. Que son los elementos de la foto del triángulo que te envié la otra vez.

Investigadora: Yaa, si recuerdo!

Técnico en construcción: Donde se ocupan las razones es en el grado de inclinación

Investigadora: Entonces cuéntame sobre el grado de inclinación

Técnico en construcción: En el grado de inclinación del talud ahí se trabaja con las razones, si la altura del talud es menor a 2 metros, eee por ejemplo la altura es de 1 metro y la altura base del talud es de 1 metros. El talud tiene una razón 1 es a 1.

Ahh perooo en el caso que sea mayor a 2 metros la altura del talud tiene una razón de 1 es a 1. Por ejemplo si la altura es de 5 metros, la distancia del punto máximo de la altura al punto original del suelo también es de 5 metros pero cada 2.5 metros de altura se debe hacer un corte o escalón al talud para evitar posibles derrumbes.

Y esa es la diferencia que se debe hacer el corte para mantener la estabilidad del talud, cuando mide más de 2 metros la altura.

Igual yo no construyo taludes jajajaja, es lo que te puedo contar que aprendí en la u

Investigadora: jajaja si que tu trabajas en la construcción de casas, entiendo igual gracias por tu ayuda. Pero sobre tu trabajo lo que realizas diariamente que me puedes contar

Técnico en construcción: En mi pega lo que hacemos es supervisar el trabajo de los peones, porque si sale algo mal el ingeniero me va a retar a mi jaja bueno llamar la atención.

Les tengo que revisar todo por ejemplo el procedimiento de la dosificación de los morteros de pega y estucos, y ahí se ocupa arto la razón para que las mezclas no nos queden mal hechas y las casas nos queden bien hechas y no tengamos problemas después jajaj

Igual todo ese procedimiento es normal la cantidad de arena, ripió y cemento va dependiendo de la cantidad que vas a ocupar, igual los peores eso lo manejan super bien no hay problemas en las mezclas porque van probando la mezcla con la pala y si ven que esta mala se dan cuenta altiro al ojo. Para eso son super buenos ellos la experiencia

Investigadora: Si, es verdad ellos tienen experiencia de los años de oficio.

Técnico en construcción: Yo creo que ahí debes preguntarle a un obrero

Investigadora: Siii, es mi futura entrevista jajajja

Técnico en construcción: ah no soy solo yo jajaja

Investigadora: Noooo, tengo que hacer tres entrevistas a un técnico, ingeniero y obrero en construcción .Para poder conocer bien tu mundo jajaja

Técnico en construcción: jajaj muy bien. Ya prima te dejo me tengo que ir. Que estés muy bien un abrazo

Investigadora: Gracias por tu ayuda primo, un abrazo nos vemos.

Entrevista realizada a un obrero en construcción vía entrevista personal

Grabación de audio N°2: (00:03-15:37)

Investigador: Hola buenas tardes.

Obrero: Hola.

Investigador: Mire, disculpe, queríamos hacerle unas pregunta sobre su trabajo, nada que involucre o lo responsabilice de algo jejeje.

Obrero: Ehhm cuénteme, ¿en qué puedo ayudarlo?

Investigador: Ya mire, estamos estudiando algo que se llama talud, es específicamente lo que usted está construyendo aquí en esta calle.

Obrero: Si, sí.

Investigador: Entonces queríamos saber, ¿para qué están construyendo un talud específicamente aquí?

Obrero: Bueno, se construyen para disminuir los posibles deslizamientos de los vehículos en carretera**,** hay veces que nos piden que tenga un cierto ancho para aumentar los factores de seguridad

Investigador: ¿Y quién le pide eso?

Obrero: El ingeniero es quien nos pide y nos da las medias del talud de berma

Investigador: Y usted ¿tiene algún conocimiento o conoce algo sobre cómo se construyen?

Obrero: Bueno, nosotros lo construimos el ingenio nos supervisa el trabajo y nos da el visto bueno a la obra jajaja

Investigador: Y cuando lo construyen ¿Cuáles son las diferencias que notan ustedes entre los taludes de berma que pueden existir?

Obrero: Los taludes son distintos, todo va depender del tipo del suelo que se va a construir, hay suelos arenosos o pesados, no sé si me entiende, roca, arena y ese tipo de diferencias**.** Por eso importante conocer el tipo de suelo para que el talud sea estable es algo principal**.**

Investigador: Supongo, que la longitud del talud que se construye depende del algún factor. ¿Puede hablarnos de esos factores?

Obrero: ¿Te refieres al lugar y el ancho de las bermas?

Investigador: Claro!

Obrero: Entonces, eso depende para qué estamos haciendo el talud. Por ejemplo el manejo de agua, como le decimos, y el control de la erosión el jefe te lo puede explicar bien.

(Llama a la persona que está a cargo de los obreros, da las indicaciones y guía dependiendo de unos planos que maneja)

Entrevista realzada a un obrero jefe en construcción vía entrevista personal

Investigador: Hola, mire, pasa que estábamos hablando sobre los taludes y la pregunta es respecto al manejo de agua y el control de erosión, ¿nos podría explicar que ocurre con eso en este caso en particular que estamos bien ahora?

Obrero Jefe: Si mira, el manejo de aguas de escorrentía y el control de erosión es de ancho 1 a 2 metros y se colocan a diferencias de alturas entre 5 y 7 metros, esto depende de la calidad del suelo y coincidiendo con los sitios de cambio de pendiente del talud, como ocurre en este caso.

Investigador: Espéreme, muy rápido, pasa que no entendimos lo que es 1 y 2 metros a diferencia de 7 a 5 metros, ¿podría explicarnos un poco más sobre esas longitudes de las que nos habla?

Obrero Jefe: Claro, fíjate que tenemos un talud arriba de la calle y otro aquí abajo, la inclinación de cada uno por separado es de 1 a 2 metros, por pendiente para el agua. Ahora cada uno de estos taludes debe estar a una distancia de 5 a 7 metros de distancia, por un tema de que va dependiendo de la calidad de los suelos y coincidiendo con sitios de cambio de pendiente del talud**.**

Investigador: Ahhhh!! Ahora comprendo, pensé que se refería al mismo talud con medidas distintas dependiendo de la altura vertical y la horizontal.

Obrero Jefe: No, esas distancias están determinados por una tabla que maneja el ingeniero que está a cargo de la obra. Nosotros solo implementamos el trabajo que ellos realizan.

Investigador: Entiendo, mire, aquel señor ya nos lo explicó pero ¿para qué sirven los taludes para bermas?

Obrero Jefe: Bueno, son usados para contener quebradas que pueden erosionarse, contener un cerro y dejar también espacio para el tránsito de peatones. En ello se calcula la densidad con un aparato que se llama densitómetro.

Investigador: Entiendo, ahora, ¿Cómo saben que no se derrumbará o colapsará con el agua en días de lluvia?

Obrero Jefe: Se calcula la inclinación, también los drenajes, dependiendo del cálculo de la cantidad de agua que recibirá. Una vez rebajado el cerro con las excavadoras se colocan unas mallas adheridas al cerro para asegurar y evitar futuros derrumbes, después de eso se coloca el hormigón encima de la malla y los anclajes.

Dependiendo de la densidad y la resistencia es la mezcla del hormigón que se debe usar.

Investigador: Súper, han sido muy amables, muchas gracias por toda esta información, será muy útil para nosotros. Muchas gracias.

Obrero Jefe: De nada y existo en lo que están estudiando.

Entrevista realizada a un docente de la carrera de ingeniería en construcción vía entrevista personal

Grabación de audio N°1: (00:02– 20:30)

Investigadores: Hola buenos días

Docente: Hola chicos, ¿Cómo están?

Investigadores: Bien gracias... ¿Y usted?

Docente: Bien igual, díganme que necesitan saber

Investigador: Nosotros somos estudiantes de pedagogía en matemática de aquí de la Universidad de Valparaíso y estamos en nuestro proceso de tesis, en el cual estamos estudiando cómo están vinculada la construcción con la razón matemática, ya sabemos que en la construcción de taludes aparece pero queríamos saber que nos podía contar usted sobre esto.

Docente: Buenos, vamos a mi oficina a conversar

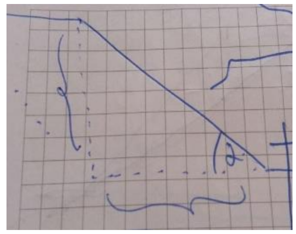
Investigadores: Bueno

Docente: Existen distintos tipos de taludes naturales y artificiales como por ejemplo, cuando se voltea un camión de arena este va a quedar como en un cono por lo tanto el ángulo de ese talud es constante y tenemos taludes artificiales cuando tu rebajas un terreno a máquina y lo dejas inclinado ¿Eso es?

Investigador: ¡Sí!, nosotros queríamos saber, como estamos estudiando esto y estamos viendo la razón

Docente: ¡Claro! La razón geometría del ángulo, que es el ángulo en el cual ese terreno queda.

Investigador: ¡Claro! , por ejemplo, si nosotros cortamos el terreno así y para allá sigue el cerro, nos explicaron que acá se forma un triangulito y dada la longitud que debe tener el talud algo iba a pasar con estas dos longitudes entonces supongo que acá estará el ángulo que usted nos habla o acá arriba.



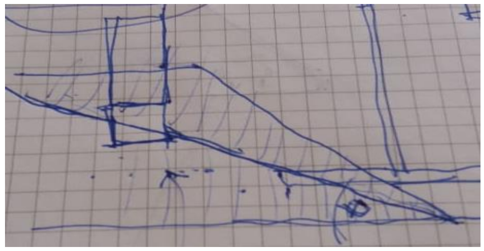
Docente: Si..si

Investigador: Entonces lo que a nosotros nos complica, es que la razón se ve en sexto básico o séptimo. Entonces nosotros tenemos que diseñar una actividad para que los niños puedan ver en el talud donde está la razón matemática explícitamente que ellos lo puedan ver. Entonces queríamos saber específicamente en donde va a estar y en que depender que cambien estas dos magnitudes.

Docente: Esas dos magnitudes cambian de acuerdo a la conformación del terreno. Hay terrenos que son altamente compactos de roca o de maicillo compactado naturalmente en los cuales tu puedes hacer un ángulo ya no sea de 90 grados pero si de 80 grados y tú ya sabes que no se van a desmoronar. Pero hay terrenos poco consolidados la arena por ejemplo o el material ya intervenido que hace que no sea posible mantener la coacción en 80 grados y ya tengas que disminuir entonces la razón de la pendiente está dada por la conformación del terreno porque existen categorías de terreno. Desde altamente compacto hasta terrenos que son disgregados. La arena se comporta como fluido, por ejemplo cuando uno está en la playa y tira la arena, así con las manos se va a formar un cono y ese cono el ángulo de ese cono es constante si lo así de poquitito o de un camión para el mismo material el ángulo va hacer constante y eso es lo que llamamos perfil natural de un terreno.

Instigador: Ahh interesante

Docente: Entonces porque no se caen, si yo tengo aquí el agua el camino costero, porque no se caen los edificios que están puesto aquí arriba. Porque el criterio de edificación y fundación dice que tú tienes que afirmar el edificio en el perfil natural del terreno. O sea hay un ángulo que es constante para la duna, entonces tú escavas de forma tal que el edificio llega al material que está en ese ángulo. Todo esto tiene un comportamiento dinámico, entonces se podría ir en un terremoto o en aluvión en un tsunami pero lo que están bajo ese ángulo en este caso ahí, no se va a mover.



Investigador: No se van a mover

Docente: Esa es la hipótesis, no se cayeron para el terremoto jaja, porque tu ubicas donde estoy hablando.

Investigador: Si claro.

Docente: Ahí en el camino a Concón, unos edificios que están en la punta.

Investigador: Sii siii

Docente: Entonces este ángulo, dice que este terreno es un terreno que no ha sido removido y por lo tal es apto para fumigar entonces tu llegas a ese terreno y ese ángulo está dando por la conformación del terreno. Si ese no es Duna si no que es un terreno de roca por ejemplo en la Salinas acá arriba el ángulo es distinto y cuál es la variable la capacidad de compactación que tiene entonces tú vas hacer la casa acá arriba porque el material lo permite si este material fuera duna no importa pero este ángulo que dice que yo tengo que hacer un oyó en la tierra para apoyarme de ese. Entonces la hipótesis dice que aunque esto se vaya la casa o el edificio queda apoyado en una cuestión que no se va a mover porque ese es el ángulo natural del talud.

Investigador: Lo entiendo, entonces va a depender necesariamente del ángulo y no por ejemplo del peso del edificio

Docente: No porque se hace al revés, que divertido porque estaba conversando exactamente lo mismo con otros alumnos que son de título. Existe desde la roca hasta la duna y este es más y este es menos y en el medio hay todas las variantes. La más conflictiva no es la duna la más conflictiva es cuando tienes terrenos pocos homogéneos. Cuando tienes duna con maicillo con roca, en que el conductamiento de abajo es irregular. Cuando tienes duna tú sabes que es malo, pero cuando tú tienes un terreno que tiene una lonja de duna sobre todo en el borde que tiene una cuña de maicillo, que esta sobre una estructura de roca, cuando timbre este va a tener un comportamiento y este otro comportamiento y este otro comportamiento por lo tanto si yo tengo un edificio acá arriba corro el riesgo de que se producto un asentamiento diferencial producto de las diferencias del terreno, puede que este baje más que el otro. Por lo tanto yo que espero de hipótesis la mezcla baje pareja entonces si tiene que hundirse 10 centímetros que se hunda 10 centímetros pero todo. Por eso que superman cuando salva un edificio completo con la capa volando lleno de pobres víctimas de algunas cosas eso es falso no porque superman no tenga la fuerza si no porque el edificio se le va a partir aquí, porque el edifico esta echo para estar apoyado completamente no para estar apoyado en las dos manos, ósea se lo puede pero se le va a partir aquí.

Pero volviendo a esto el comportamiento, está establecido en una tabla, la duna yo tengo que entenderla como tal grado de resistencia y la roca como tal grado de resistencia, entonces yo en mi ecuación la variable, la roca tiene un dato y ese dato lo voy a buscar a una tabla.

Entonces la relación de peso, por ejemplo si yo tengo un clavo y le aplico la fuerza toda esa fuerza se concentra en ese punto por eso entra en la madera. Pero si yo doy vuelta el clavo y lo martillo en la punta con la misma fuerza no va a entrar porque la fuerza se reparte en una superficie que es mucho más dura. Entonces si yo sé que la duna tiene 1 y la roca tiene 10 cuando tenga que hacer mi ecuación el ángulo de esto va a estar dado por la capacidad de resistencia porque yo con la duna tengo un ángulo por bajo y con la roca un ángulo muy alto ósea de echo no sé si ustedes han visto los caminos más peligrosos del mundo en que de repente uno tiene taludes negativos y va el camión aquí y yo tengo una especie de caverna y esa cuestión. Es porque la capacidad de compactación en el fondo hay que entenderlo como una roca que va puesta así, entonces para una roca puedo tener taludes negativos. Entonces desde el punto vista de la estática y de la dinámica ese es el compartimento de los taludes.

Investigador: Yaa entonces lo que a mí me va a variar será la capacidad de resistencia del material, y si yo por ejemplo tuviera que hacer una tabla por ejemplo para que lo entiendan la tabla va a variar el ángulo por el comportamiento del suelo no va a variar por ejemplo por los pisos de un edificio.

Docente: noo noo solo por el comportamiento del suelo

Investigador: Si yo lo quiero ver en esta carretera ya claro la roca en súper resistente y se puede hacer, pero si corto un cerro que sea común y va air el camino acá abajo y acá arriba otro camino. El hecho que aquí pasen camiones y acá arriba pasen otros no me va a producir un deslizamiento.

Docente: Si puede producir un deslizamiento, pero yo para poder asentar el camino tengo que considerar el ángulo, por lo tanto entramos a otra variable que el camino tiene que estar a una distancia que va a estar dada por el ángulo. Si yo tengo duna el camino no puede estar de la misma manera, como no puedo apoyar la carretera allá lo que tengo que hacer es correr la carretera.

Investigador: Un espacio de berma.

Docente: Claro tengo que retirarme, no la puedo hacer. En Chiloé estaba ocurriendo, con unos deslizamientos.

Investigador: Ahh si lo vi

Docente: Y eso tiene que ver. Si yo tengo que hacer un camino y la duna es y la duna es natural aquí, yo el camino donde lo pongo, de nuevo en el ángulo natural donde corte y porque, porque todo eso se puede ir y yo no pongo el riesgo el camino. Porque si lo pongo acá van a ver asentamientos.

Pero eso es, lo que está dando. La razón está dada geométricamente, y acá no vas a encontrar mucha gente que lo entienda.

Investigador: Pero se entiende de donde está.

Docente: Entonces la razón está dada por la capacidad de mover el ángulo, el perfil natural del talud.

Investigador: Entiendo

Docente: Entonces es el material que genera la variable y la razón está en función de una tabla que establece cual es la resistencia y la capacidad de reacción que tiene el terreno frente los esfuerzos. Si el edificio es grande tengo que hacer una placa como el clavo, con la cabeza para abajo. Los edifico no se entierran se entierran los postes entonces se hace una basa más grande como un claro y así se construyen.

Investigador: Esa tabla de datos donde la podemos encontrar.

Docente: A un ingeniero se la tengo que pedir, anota mi correo y yo te la envió

Investigador: Ya

Docente: Pero la pueden buscar en google y sale

Investigador: Yaa gracias

Docente: Alguna pregunta más

Investigador: No, gracias con esto estamos bien, gracias por su tiempo

Docente: No se preocupen si para eso estamos

Investigador: Gracias, hasta luego

Docente: Hasta luego que les vaya bien.

Anexo 4. Tercer estudio experimentación didáctica
Secuencia de experimentación y modelación "Construcción de taludes"

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

Nombre:___________________________________Curso:________Fecha:__________

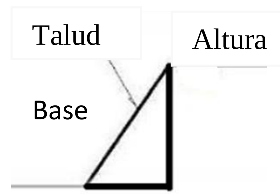
Un ***talud*** o ladera es una masa de tierra que presenta una pendiente o cambios significativos de altura. La ladera se forma de procesos naturales y el talud resulta de una construcción. Tienen la inclinación máxima de un terreno para que sus tierras se sostengan unas a otras sin producirse deslizamientos. Los taludes que se construyen en las carreteras entre cerros previenen deslizamientos, mejorando la estabilidad en esa ruta.

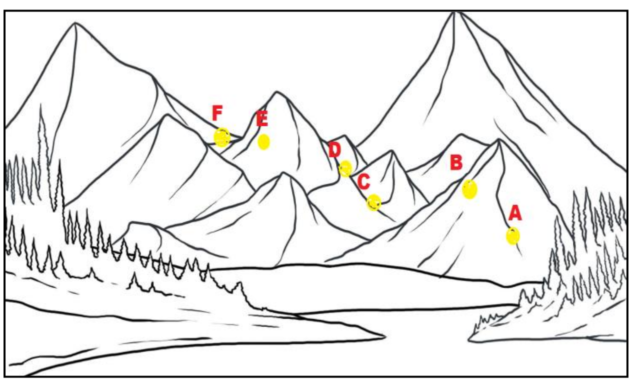
Planteamiento del experimento

Vamos a investigar cómo se construyen los taludes

Para construir una nueva carretera en el camino de Valparaíso a Santiago, necesitamos intervenir varios cerros que se encuentran presentes en la nueva ruta.

Los trabajadores de la construcción ya empezaron con el trabajo y han construido algunos taludes. Para continuar necesitan las longitudes de la base y de la altura de los taludes restantes.





TABLA

Base (metros)	Altura (metros)
5	3
20	12
25	
30	18
35	21
50	30
75	45
	53,5
	82,56

OJO: Los datos de la tabla se van ingresando a medida que avances en

1. Describan el experimento con sus propias palabras.

2. Si el talud tiene 20 metros de base ¿Cuál será la medida de la altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

3. Si el talud tiene 18 metros de altura, ¿Cuántos metros tendrá la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

4. Si en el talud A, se determina que debe tener 25 metros de base ¿Cuántos metros debe tener de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

5. Si el talud B, tiene una altura de 4,5 metros. ¿Cuál es la cantidad de metros que debe tener la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

6. ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C, si de base se determina que es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

7. ¿Cuántos serán los metros de altura, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

8. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, si de base son 50 metros.
   a) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
   b) Argumenten su respuesta.

9. ¿Cuál es la cantidad de metros de altura del talud E si la base se determinaron 63,7 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

10. ¿Cuántos metros de base debe tener el talud F si de altura tiene 53,5 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

11. ¿Podrían daruna expresión general para comunicar esto?
    a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.
    b) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 75 metros, utilizando la expresión algebraica.
    c) Comparen los metros obtenidos, con el valor que indica la tabla.
    d) ¿Qué concluyen de la comparación?

Para sorprenderse:

¡Con la expresión algebraica podemos obtener las mismas parejas de valores que presenta la tabla!

12. ¿Cuántos metros de base tendrá algún talud de las mismas condiciones, que tenga 82,56 metros de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

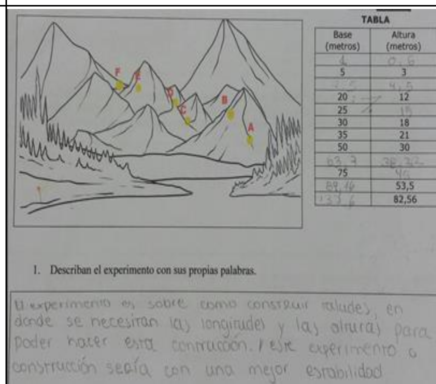
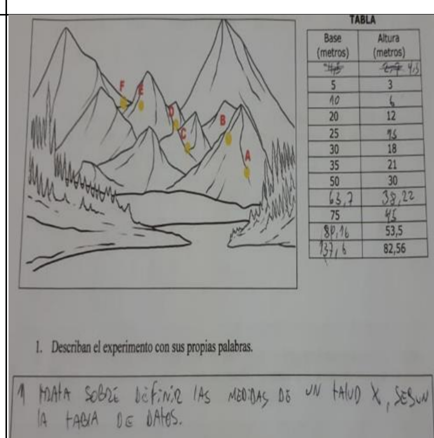
13. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros altura? ¿Por qué?

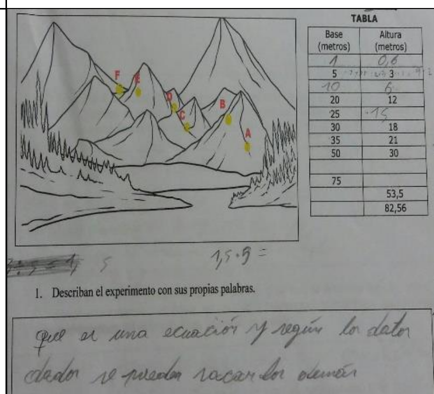
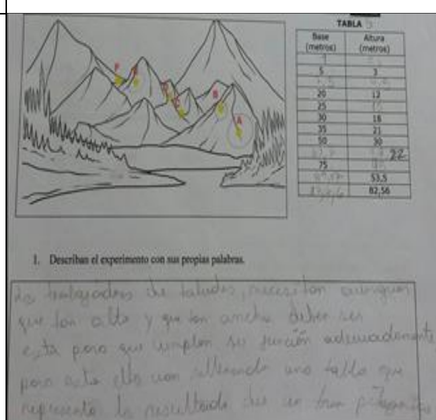
13. Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

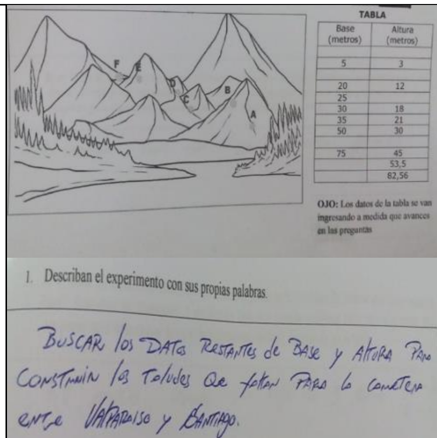
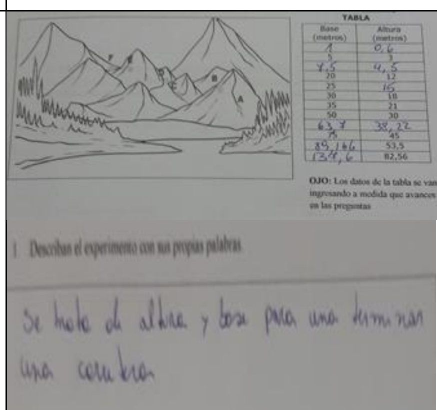
15. Describan cómo se comportó la cantidad de metros de base en este experimento.

Anexo 5. Desarrollo y análisis en equipo de la secuencia de aprendizaje "Construcción de taludes"

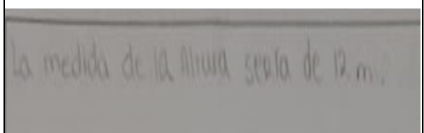
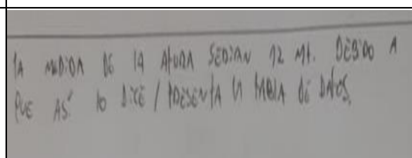
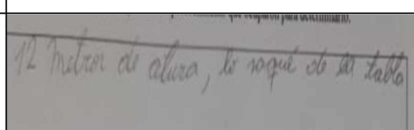
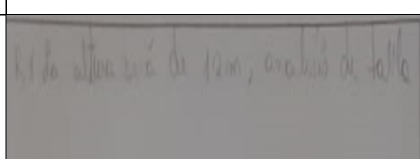
Primera Actividad: Describan el experimento con sus propias palabras.

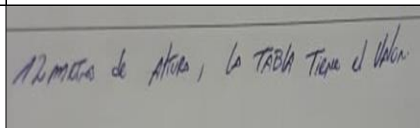
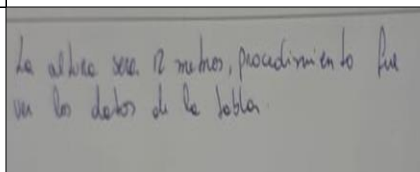
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. El experimento es sobre cómo construir taludes, en donde se necesitan las longitudes y las alturas para poder hacer esta construcción. Este experimento o construcción seria con una mejor estabilidad.		**Describen el experimento como que es una construcción de taludes, en la cual van a necesitar las medias de longitudes y las alturas. Con el fin de lograr una mejorar estabilidad a la construcción.**	**El equipo explica que el experimento es sobre la construcción de taludes, lo cual es cierto, ya que en el planteamiento se menciona que v*amos a estudiar cómo se construyen los taludes, podemos concluir que toma en cuenta la narración en el planteamiento del experimento.* Posteriormente se refiere a uno de los elementos que forman parte del experimento como lo es la narración, de lo cual rescatan que *se necesitan las longitudes y las altura,* por lo tanto no comprenden que los metros son una unidad coherente de longitud ya sea para la base y la altura de la construcción de los taludes. No mencionan en su respuestas elementos propios de la investigación como lo son la tabla de datos con elementos propios de base en metros y altura en metros, imagen con los taludes faltantes (6 taludes), imagen referencial (esquema) de un talud con sus propios elementos (base y altura), imágenes referenciales (cotidianas) de taludes y el enunciado explicando que es un talud.**
E2. Trata sobre definir las medidas de un talud X, según la tabla de datos.		**Describen el experimento como que se deben tomar las medias de ciertos taludes, según lo que indica la tabla de datos.**	**Los estudiantes definen que el experimento *trata sobre las medidas de un talud X,* es decir que es *"un talud", deja* en evidencia que creen que solo se buscara la medida de la base y la altura de un solo talud, pero la designó con una incógnita *"X",* por lo tanto se estima que comprende que se buscaran las medidas de varios taludes, y solo es un error de escritura cuando se refieren como "definir las medidas de un talud". Mencionan que la tabla de datos definirá las medias del talud, debido a que responden que las medidas se tomaran según la tabla de datos, por lo tanto notan que dicha tabla posee un carácter importante en la experimentación, pero no identifican que contiene datos de base en metros**

			y altura en metros. No se refieren a otro tipo de elementos propios de la experimentación como lo son, imagen con los taludes faltantes (6 taludes), imagen referencial (esquema) de un talud con sus propios elementos (base y altura), imágenes referenciales (cotidianas) de taludes y el enunciado explicando que es un talud.
E3. **Que es una ecuación y según los datos dados se pueden sacar los demás.**		**Describen el experimento como que es una ecuación, la cual se utiliza con los datos entregados para poder obtener más.**	**El equipo da respuesta a la interrogante como *que es una ecuación y según los datos dados se pueden sacar los demás.* Podemos concluir que los estudiantes resolvieron la secuencia y posteriormente respondieron a la pregunta, debido a que con los datos entregados en el planteamiento no se menciona que se tratara de una ecuación. No mencionan en su respuestas elementos propios de la investigación como lo son la tabla de datos con datos de base en metros y altura en metros, imagen con los taludes faltantes (6 taludes), imagen referencial (esquema) de un talud con sus propios elementos (base y altura), imágenes referenciales (cotidianas) de taludes y el enunciado explicando que es un talud.**
E4. **Los trabajadores de taludes, necesitan averiguar qué tan alto y que tan ancho deben ser estos para que cumplan su función adecuadamente, para esto ellos van rellenando una tabla que representa los resultados de un trio pitagórico.**		**Describen el experimento como que los trabajadores de taludes necesitan averiguar qué tan alto y que tan ancho deben ser estos, para poder cumplir su función lo mejor posible. Que deben utilizar una tabla de datos y que representan los resultados de un trio pitagórico.**	**El equipo alude que son trabajadores de taludes y no de la construcción, consideran que el talud debe tener un ancho y un largo (No mencionando que deben ser en metros), por lo tanto no comprenden la definición de razón matemática como una comparación de dos cantidades de magnitudes. Consideran que el talud cumple una función y para obtener los datos de sus medidas se van obteniendo una vez rellenada la tabla, uno de sus casos para el equipo es un trio pitagórico, por lo tanto cuando la base mide 5 metros y la altura mide 3 metros, el grupo estima que la hipotenusa del talud vale 4 metros. Considerando que los datos de la tabla cumplirán esta norma durante la experimentación. No mencionan elementos como lo son el breve enunciado explicando que es un talud, imágenes referenciales (cotidianas) de un talud.**

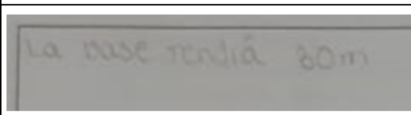
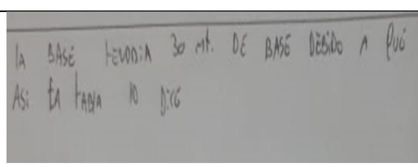
E5. Buscar los datos restantes de base y altura para construir los taludes que faltan para la carretera entre Valparaíso y Santiago		**Describen que se deben buscar los datos de base y altura para construir los taludes que faltan en la nueva carretera.**	**Los estudiantes del equipo responden a la pregunta planteada como que se deben buscar los datos restantes de base y altura, no mencionan que esos datos van en una cierta cantidad de magnitud que son los metros, por lo tanto esto deja en evidencia que no comprenden que la definición de razón matemática que es la comparación entre dos cantidades de magnitudes. Comprende el planteamiento de la experimentación, el cual menciona que se deben construir taludes faltantes en la carretera entre Valparaíso y Santiago. No menciona elementos propios de la experimentación, como lo son la tabla de datos con sus elementos propios de base en metros y altura en metros, imágenes referenciales (cotidianas), breve enunciado explicando que es un talud y la imagen de la carretera con seis taludes faltantes.**
E6. Se trata de altura y base para terminar una carretera		**Describen que la experimentación se trata de altura y base para terminar una carretera.**	**El equipo responde a la interrogante como que el experimento "*trata de altura y base para terminar una carretera",* se puede concluir que leer el planteamiento de la experimentación en el cual se menciona que es un trabaja de carretera. Por lo tanto se involucran con un elemento de la secuencia. Pero no comprenden que la altura y la base con los elementos que conforman un talud, dejando de lado el esquema de los elementos de un talud, y que se miden en cierta cantidad de magnitud que son metros, base en metros y altura en metros. Por lo tanto el equipo no comprende la definición de razón matemática que es la comparación entre dos cantidades de magnitudes. No mencionan nada sobre la tabla de datos con elementos propios de base en metros y altura en metros, imágenes referenciales (cotidianas) de taludes, breve enunciado explicando que es un talud y la imagen de la carretera con los seis taludes faltantes.**

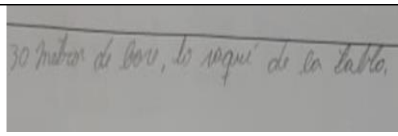
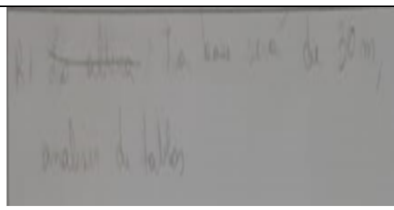
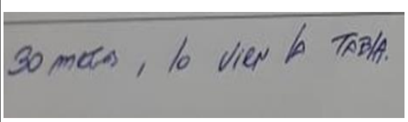
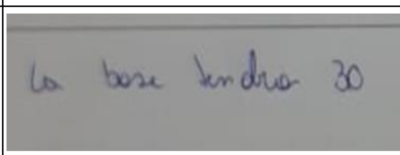
Segunda Actividad: Si el talud tiene 20 metros de base ¿Cuál será la medida de la altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. La medida de la altura seria de 12 m		Los estudiantes responden la medida que tendría la altura, 12 metros. No mencionan ni comentan el cómo o porqué son 12 metros.	Los estudiantes responden como es propio de las practicas socioescolares, expresan que la medida de la tura sería de 12 metros, es decir, que los estudiantes comprenden que a partir de la base le correspondería una medida para la altura propiamente tal.
E2. La medida de la altura seria 12 mt. Debido a que así lo dice / Presenta una tabla de datos.		Responden 12 metros, comentan que esto se debe a que la tabla de datos "lo dice" o "lo presenta" de esta manera.	Este equipo de estudiantes responde como es propio de las prácticas socioescolares, es decir, que escriben las palabras de las preguntas para responder. 12 metros debe ser, expresan, esto nos dice que los estudiantes comprenden que existe una relación entre la base y la altura. Además agregan que así lo presenta la tabla, es decir que los estudiantes utilizan las herramientas dadas por la experimentación y existe un estudio previo a dichos elementos.
E3. 12 metros por la razón de la medida sería mayor y por como aparece en la tabla.		Responde este equipo de estudiantes 12 metros. Explican que por la razón sería mayor, no se explica de qué razón es la que se habla pero si agregan que el resultado aparece en la tabla.	Este equipo de estudiantes responde que son 12 metros, luego de esto expresan que esto es por la razón de la medida debe ser mayor y por como aparece en la tabla, es decir, que los estudiantes comprendieron que si la base del talud crece, también lo debe hacer la altura, expresan que también es porqué así aparece en la tabla de datos adjunta en la descripción de la experimentación.
E4. La altura será de 12 m, análisis de la tabla.		Este equipo de estudiantes, además de comentar que la altura será de 12 metros. Nos explican que analizaron la tabla para encontrar el valor.	Los estudiantes de este equipo responde como es propio de las practicas socioescolares, es decir utilizando las palabras de la pregunta para dar una respuesta, luego de esto comentan que son 12 metros los cuales debe tener el talud. Expresan que hay un análisis de la tabla de datos adjunta en la descripción de la experimentación, es decir que los estudiantes, vieron la tabla, estudiaron los valores entregados y captaron la utilización de

			la tabla adjunta.
E5. **12 metros de altura, la tabla tiene el valor**		**Los estudiantes responden que son 12 metros y comentan que el valor está en la tabla.**	**12 metros responden este equipo de estudiantes, luego de esto expresan que la tabla tiene el valor, es decir, realizan un estudio de los datos de la tabla, comprenden que existe una relación entre los datos y logran responder la actividad a partir de los elementos dados por la experimentación.**
E6. **La altura será 12 metros, procedimient o fue ver los datos de la tabla**		**Responde respecto a la altura, 12 metros debe ser, comentan su procedimiento, en este caso, ver los datos de la tabla.**	**Los estudiantes responden como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, utilizando el lenguaje de la pregunta para responderla.** **Comentan que la altura "será" de 12 metros, explican los estudiantes que el talud no está diseñado y ellos responden rediciendo de cuantos son los metros que debe llevar ese talud que aún no construyen, esto quiere decir que, los estudiantes están inmersos en la experimentación.**

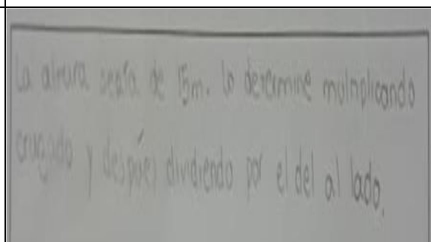
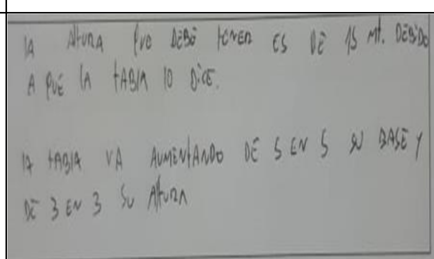
Tercera Actividad: Si el talud tiene 18 metros de altura, ¿Cuántos metros tendrá la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

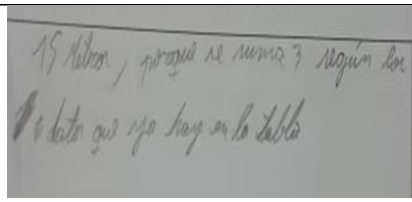
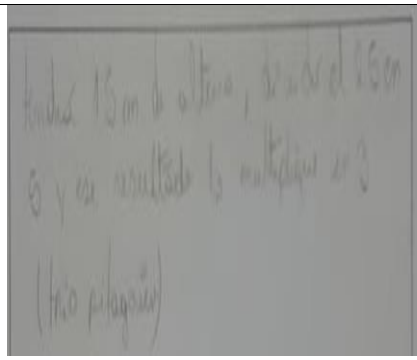
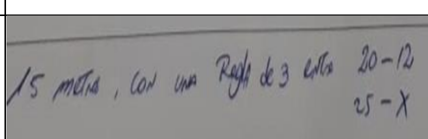
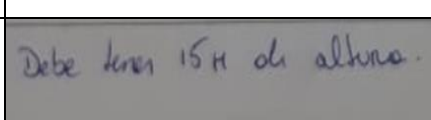
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1 **La base tendrá 30 m**		**El equipo de estudiantes comenta que la base tendrá 30 metros, sin comentarnos el cómo de este resultado.**	**Los estudiantes responden como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta.** **Agregan que son 30 metros de base los necesarios para 18 metros de altura.**
E2 **La base tendrá 30 mt de base debido a que así la tabla lo dice.**		**El equipo de estudiantes comenta que la base tendrá 30 metros, nos comentan que el resultado lo dice la tabla**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta.** **Luego comentan que la base "tendrá", al usar esta palara los estudiantes nos comunican que están inmersos en la experimentación dado que comprenden que se buscan las medidas para los taludes no construidos, concluyen diciendo que estas medidas se deben a que la tabla de datos adjunta en la experimentación "lo dice", vale decir que para estos estudiantes la tabla habla, comenta, agrega información**

			pertinente y la utilizan para la resolución de cada actividad.
E3 **30 metros de base, lo saque de la tabla.**		**El equipo de estudiantes comenta que la base tendrá 30 metros, nos comentan que el resultado está dado por la tabla**	**30 metros de base responden los estudiantes que son los necesarios para la construcción del talud, agregan que esta información fue extraída de la tabla de datos adjunta en la experimentación, al “sacar” información de la tabla, los estudiantes nos comentan que hubo un estudio de los datos dados en la descripción de la experimentación y que analizaron la tabla y comprendieron la relación que existe entre la base y la altura en la tabla, luego de este análisis los estudiantes concluyen que los 30 metros de base corresponden los 18 metros de altura.**
E4 **La base será de 30 m, análisis de la tabla.**		**El equipo de estudiantes comenta que la base será de 30 metros, nos comentan que el resultado está dado por un análisis de la tabla**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta. La base “será” 30 metros, agregan los estudiantes, al utilizar esta palabra este equipo comprende que se buscan las medidas de los taludes a construir, eso nos aclara que entienden y están inmersos en la experimentación. Luego agregan “análisis de la tabla”, el equipo de estudiantes analizó la tabla, comprendió los datos entregados, realizan una relación entre la base y la altura, luego responden sobre la información que la tabla adjunta les entregó.**
E5 **30 metros, lo vi en la tabla**		**El equipo de estudiantes comenta que tendrá 30, nos explican que el resultado lo vieron en la tabla**	**30 metros responde este equipo de estudiantes, luego agregan que lo “vieron” en la tabla, es decir, que leyeron la tabla, miraron la tabla, comprendieron que información entregan los datos adjuntos en la tabla para luego responder, sobre cuantos metros de base necesita el talud con 18 de altura.**
E6 **La base tendrá 30.**		**Comenta este equipo de estudiantes que la base tendrá 30.**	**Responden que la base “tendrá” 30, al hablar en tiempo futuro los estudiantes expresan que comprenden que se busca la información respectiva para la construcción de los taludes faltantes, ahora bien en su respuesta anotan “30”, ósea que para estos estudiantes no existen las unidades de medida en la experimentación, vale decir, no es un dato significativo dar cuenta de la**

			unidad de medida que se necesita para el talud.

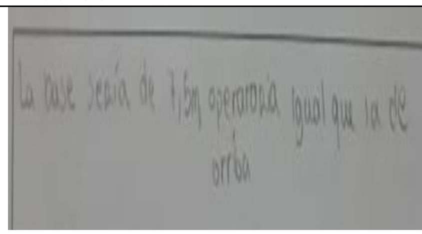
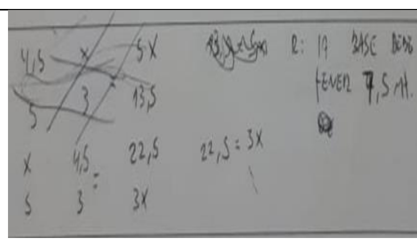
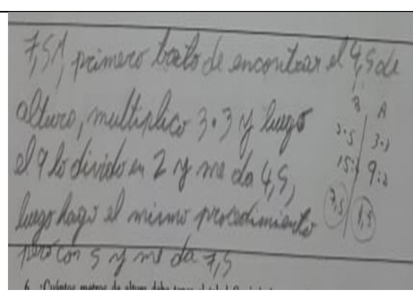
Cuarta Actividad: Si en el talud A, se determina que debe tener 25 metros de base ¿Cuántos metros debe tener de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla

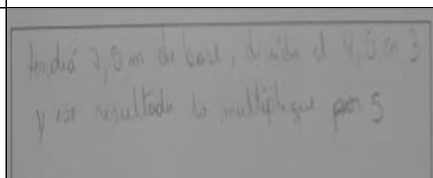
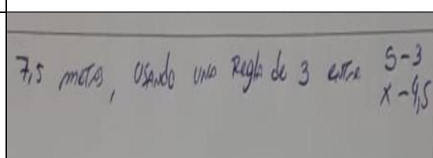
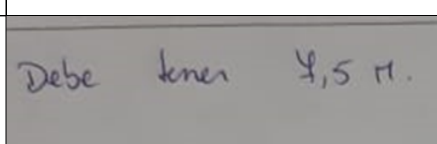
Transcripción	**Evidencia**	**Descripción**	**Análisis**
E1. La altura sería de 15 m. Lo determine multiplicando cruzado y después dividiendo por el del al lado.		**El equipo de estudiantes responde que la altura sería 15 metros, luego su descripción es que “determinan” el resultado multiplicando cruzando, finalmente despejan dividiendo el otro valor.**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta. Luego agregan que la altura “sería” de 15 metros, es decir, que los estudiantes comprenden que los datos buscando son para la futura construcción de los taludes restantes. Ahora bien este equipo comenta su método de resolución, expresan que determinaron la altura multiplicando cruzado y después dividiendo por el de al lado, es decir que estos estudiantes lo que realizaron fue una regla de 3 simple, no escribieron los números que tenía dicha regla, más si comentaron su método de proceder para encontrar la respuesta**
E2. La altura que debe tener es de 15 mt. Debido a que la tabla lo dice. La tabla va aumentando de 5 en 5 su base y 3 en 3 su altura.		**Estos estudiantes la altura que debe tener el talud, en este caso es de 15 metros, luego explican que se debe a que la tabla de datos lo dice. Agregan que la tabla va aumentado y su crecimiento es de 5 en 5 por un lado y por el otro de 3 en 3**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta, la altura es de 15 metros. Luego estos estudiantes agregan que esto se debe a que la tabla “lo dice”, estos estudiantes comentan que la tabla habla, agrega, comparte información que debe ser útil y utilizada para la resolución de esta actividad. En este caso particular cabe mencionar que el dato buscando no se encuentra en la tabla y que los estudiantes utilizaron los datos que la tabla entrega con el fin de realizar un análisis, luego de este análisis, este equipo menciona que la tabla va en aumento de 5 en 5 los metros de la base y de 3 en 3 los metros su altura. Este análisis los ayuda a resolver de manera satisfactoria la actividad en la que se involucraron esta vez.**

E3. 15 metros, porque se suma 3 según los datos que hay en la tabla.		15 metros responde este equipo de estudiantes, explican que se suma 3 (Metros) esto según los datos que están dados en la tabla	15 metros responde este equipo de estudiantes, agregan su justificación a la respuesta, esto es, porque se suman 3 en los metros de altura (según los datos que hay en la tabla agregan), esto les ayuda a comprender que agregando 3 metros en la altura y 3 metros en la base lograrían llegar con satisfacción a la respuesta deseada de la actividad a resolver.
E4. Tendrá 15 m de altura, dividí el 25 en 5 y ese resultado lo multiplique por 3 (Trio pitagórico)		15 metros de altura. Comentan que el resultado se obtiene de dividir 25 en 5 y además este resultado fue multiplicado por 3, agregan que los datos están en las tabla	Responde este equipo que el talud “tendrá” 15 metros de altura, el responder en tiempo futuro nos dice que los estudiantes están inmersos en la experimentación dado que comprenden que los datos que se buscan son los necesarios para la construcción de los taludes restantes. Luego justifican su respuesta comentando que dividieron el 25 en 5, es decir que comprenden una relación en los datos que están adjuntados en la tabla, luego de esta división, multiplican aquel resultado por 3, luego de esto encuentran el valor que se buscaba en la actividad. Realizan un comentario luego de su justificación y este comentario es “trio pitagórico”, el equipo de estudiantes explica que la respuesta a los taludes es formar tríos pitagóricos, esto se debe a que para la construcción de un talud se forma un triángulo con un ángulo recto y para los estudiantes las resolución de triángulos rectos son a través de los teoremas de Pitágoras y sus tríos pitagóricos.
E5. 15 metros, con una regla de 3 entre $\mathbf{20-12}$ $\mathbf{25-x}$		Su respuesta es 15 metros. Nos comentan que realizaron una regla de 3 para su resolución con las correspondencias 20-12 y 25-x.	15 metros responde este equipo de estudiantes, luego de esto nos agregan su justificación, esto es que realizaron la actividad con una regla de 3 simple en la cual hacen una relación entre 20 metros de base con 12 metros de altura, además de 25 metros de base con x metros de altura. Luego de formar la ecuación y despejando la variable x, llegan al valor de los 15 metros de alta para la construcción de dicho talud.
E6. Debe tener 15m de altura		Responden como es habitual en las practicas socioescolares, no nos mencionan el	Este equipo responde debe tener 15 metros de altura, es una relación que se establece a partir de los datos entregados en la tabla, además este equipo responde como es habitual en

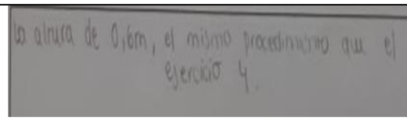
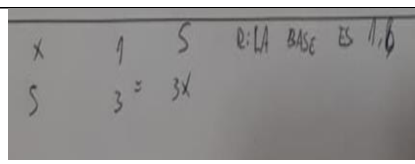
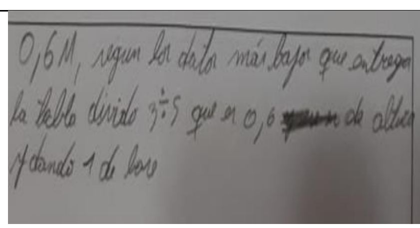
		cómo llegan a esa respuesta pero sí que debe tener 15 metros de altura.	las practicas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta.

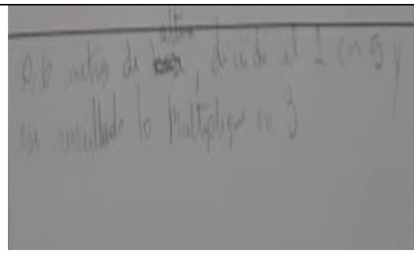
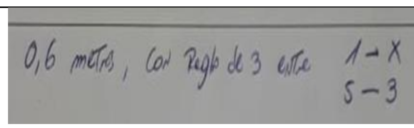
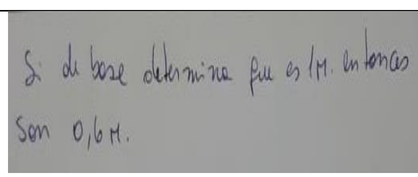
Quinta Actividad: Si el talud B, tiene una altura de 4,5 metros. ¿Cuál es la cantidad de metros que debe tener la base? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Transcripción	**Evidencia**	**Descripción**	**Análisis**
E1. **La base seria de 7,5 m operatoria igual que la de arriba**		**El equipo de estudiantes nos expresa que la respuesta en este caso 7,5 es encontrada basándose en la operatoria anterior, es decir, regla de 3.**	**El equipo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, responden utilizando las palabras de la pregunta. Luego comentan que 7,5 metros deben ser los necesarios para construir el talud. Agregan que la operatoria realizada para la obtención de la respuesta es como en el ejercicio anterior, regla de 3 es la operación anteriormente realizada, lamentablemente no sabemos los datos utilizados en la regla de tres en este ejercicio.**
E2 **La base debe tener 7,5 mt.** $x \quad 4,5 \quad = 22,5$ $22,5 = 3x$ $5 \quad 3$ **La base debe tener 7,5 mt**		**La base es 7,5 metros, responden los estudiantes. Luego establecen una regla de 3, donde al despejarla, expresan que la base debe tener 7,5 metros**	**Este equipo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares. Respondiendo con las palabras de la pregunta. Agregan los estudiantes una tabla de 3 simple donde x lo relacionan con 4,5, 5 lo relacionan a 3. Luego plantean una ecuación 22,5=3x, al resolver y despejar su variable x obtienen como resultado 7,5 metros. Este grupo de estudiantes utiliza la unidad de medida en cuestión de la experimentación.**
E3 **7,5 primero trato de encontrar el 4,5 de altura, multiplicando 3·3 y luego el 9 lo divido en 2 y me da 4,5 luego hago el mismo procedimiento pero con 5 y**		**7,5 responden, luego explican un paso a paso, deben encontrar el 4,5 de altura, este lo multiplicarían por 3*3 luego este resultado lo dividen en 2, el resultado obtenido de este operatoria es 4,5. Ahora**	**Este equipo responde 7,5, es decir, no utilizan la unidad de medida de la experimentación como un factor influyente en el ejercicio, luego explican su método de resolución al problema, lo primero fue tratar de buscar 4,5 de altura, y este lo consiguen multiplicando 3 por 3 para luego dividirlo por 2 y obtienen el valor buscado que en este caso es 4,5, al realizar estas operación de multiplicar y dividir podemos considerar que lo que busca este equipo son los puntos**

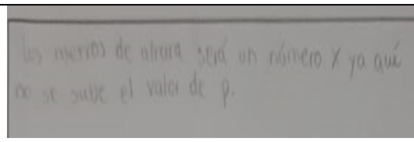
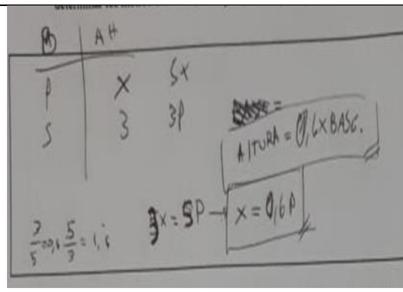
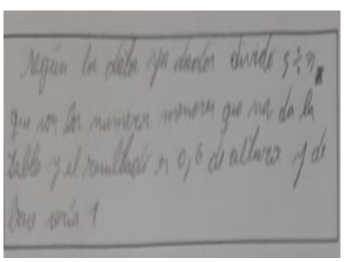
me da 7,5		realizan el mismo modo de operar con 5, el resultado obtenido por los estudiantes corresponde a s respuesta 7,5.	medios, amplifican los datos conocidos por la tabla, luego dividen para buscar así los puntos medios. Una vez que realizan los puntos medios encontrado el 4,5 explican que utilizan el mismo procedimiento pero ahora con el 5, es decir, realizan los puntos medios con la altura y comprenden que deben hacer puntos medios con la base, ósea que comprenden que existe una relación entre la altura y la base de cada talud.
E4 Tendría 7,5 m de base, dividí el 4,4 en 3 y ese resultado lo multiplique por 5		Responden que 7,5 deben ser los metros de base. Nos explican el cómo llegaron a ese resultado, dividen 4,4 en 3, luego dicho resultado es multiplicado por 5.	Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para responder, 7,5 metros de base responden. Comentan que dividieron el 4,5 en 3 para luego ese resultado multiplicarlo por 5, al comentar su procedimiento podemos entender que tanto la división como la multiplicación se deben a una regla de tres donde relacionan 4,5 con x y además 3 con 5 y estos estudiantes nos comentan lo que corresponde al despeje de su ecuación propiamente tal.
E5 7,5 metros, usando una regla de 3 entre $\frac{5-3}{x-4,5}$		Usando una regla de 3 simple los estudiantes llegan a 7,5 como resultado. Los números que utilizan como correspondencia son 5-3 y x-4,5 luego del despeje encuentran como solución los 7,5 metros.	Responden 7,5 metros, esto deben ser los necesarios para la construcción del talud. Además este equipo de estudiantes comenta que usaron una regla de 3, en ese sentido nos dicen que tenían una herramienta matemática, la cual "usaron" como método de resolución de esta actividad, en dicha regla utilizaron el 5 relacionado con el 3 y la variable como x relacionada con 4,5. Una vez que tienen la regla completa, se debe plantear una ecuación y un despeje de la variable, dicho despeje nos entrega como resultado final x=7,5 metros.
E6 Debe tener 7,5 m.		Responden que el talud debe tener 7,5 metros. No comentan porqué ni cómo llegan a dicho resultado	Este equipo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta para responder, Luego de eso su respuesta es 7,5 metros.

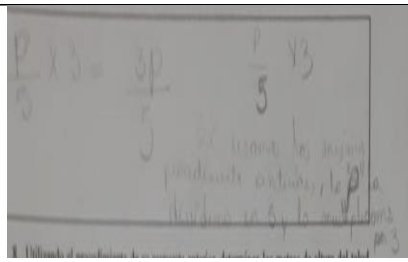
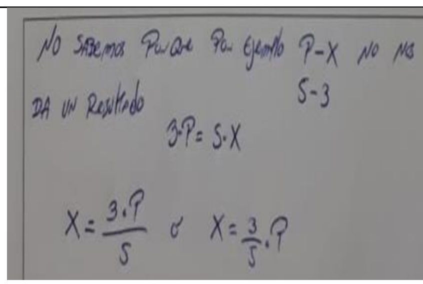
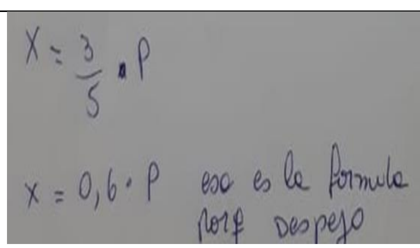
Secta actividad: ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C, si de base se determina que es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. **La altura de 0,6 m, el mismo procedimiento que el ejercicios 4**		**El equipo de estudiantes responde a partir de ejercicios anteriores, esto es, utilizando regla de 3.** **Confirma su resultado escribiendo la altura es 0.6 metros.**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder, luego de eso nos comentan que 0,6 metros es la altura correspondiente al talud cuando este tiene de base 1 metro.** **Utilizan el mismo procedimiento que en la pregunta anterior, es decir plantean una regla de 3 simple como base la relación 5-3 y luego plantean una nueva relación que en este caso es 1-x para luego desarrollar la regla de tres planteado una ecuación y despejando la incógnita. Llegan a este resultado en que la altura debe tener 0,6 metros para dicha base.**
E2. $X \quad 1 = \quad 5$ $5 \quad 3 \quad 3X$ **La base es 0,6**		**Este equipo de estudiantes plantea una regla de 3, luego de resolverla y despejar su incógnita, responden.** **La base es 0.6**	**Este equipo de estudiantes utiliza una regla de 3 simple para el desarrollo de esta actividad donde x-1 y 5-3, luego plantean una ecuación al multiplicar 3 por 1, finalmente dividen 3 en 5 y obtienen como resultado el 0,6, que en este caso son metros, no utilizan las unidades de medidas que están involucradas en la experimentación, pero si responden como es propio de las prácticas socioescolares utilizando las palabras de la pregunta. “la base es” identifican que se están comparando las magnitudes de altura y base del talud y por esto es que responden como las prácticas socioescolares habituales.**
E3. **0,6, según los datos más bajos que entrega la tabla divido 3 ÷5 que es 0,6 de altura y dando 1 de base.**		**0.6 responden, explican que los datos mas bajos que entrega la tabla de datos, los dividen (en este caso dividen 3:5) y el resultado obtenido es 0.6, comentan que ese resultado es de base igual a 1**	**0,6 responden en este equipo, vemos que no utilizan las unidades de medida que esta experimentación son metros, no es un factor influyente o que deba prestarle mucha atención para este equipo.** **Luego agregan que “según los datos que entrega la tabla”, explican que no son cálculos de ellos, ni razonamiento en el cual ello deduzcan algún resultado, ellos comentan luego de un estudio y un análisis de la tabla de datos que las magnitudes entregadas por la tabla son significativas, explican que dividen los datos que están más “abajo” en la tabla esto es 5divido 3 que les arroja como resultado 0,6 de altura**

			entonces como la base es 1 lo multiplican y conservan el 0,6 de altura que es su respuesta final. Este equipo de estudiantes lo que realiza en el fondo en una tabla de tres simple con 5-3 y x-1 para encontrar la respuesta final.
E4. **0,6 metros de altura, dividí el 1 en 5 y ese resultado lo multiplique por 3**		**0.6 metros de altura responden los estudiantes, luego comentan que realizaron una división, el 1 en 5, luego de esto explican que dicho resultado lo multiplicaron por 3 obteniendo el 0.6 que dan como respuesta.**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir utilizando las palabras de la pregunta para responder, luego de eso vemos que la altura del talud debe medir 0,6 metros para cuando la base mida 1 metro, esto lo explican cuando comentan que 1 lo dividieron en 5 y dicho resultado lo multiplicaron por 3, es decir, que este grupo de estudiantes nos explica el cómo resolvieron la regla de 3 simple relacionando 5-3 y x-1, multiplicando y dividiendo a la hora de despejar su incógnita.**
E5. **0,6 metros, con regla de 3 entre** $\mathbf{1 \rightarrow x}$ $\mathbf{5 \rightarrow 3}$		**0.6 metros comenta este grupo de estudiantes. Luego explican que realizaron una regla de 3 con 1-x y 5-3 para la obtención de este resultado.**	**Responden como es propio de las prácticas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder, 0,6 metros de altura debe tener el talud, nos explican que utilizan una regla de 3 para la resolución de esta actividad, dnde 1-x y 5-3, luego de tener planteada la regla de 3 los estudiantes deben plantear una ecuación para luego despejar su incógnita y llegar a l magnitud de 0,6 metros correspondientes a 1 metro de base para la construcción del talud en cuestión.**
E6. **Si de base determina que es 1m. entonces son 0,6m.**		**Responden los estudiantes como es recurrente en las practicas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder, explican que si la base es de 1 metros entonces la altura debe ser 0.6 metros.**	**Explican que si de base tiene metro entonces 0,6 metros deben ser de altura, ahora bien comentan que existe una relación entre las magnitudes de los taludes en base y altura, dado que comparan que si la base tiene 1 metros "entonces" ocurre algo con la altura, existe para este equipo una relación entre base y altura.** **No nos adjuntan una explicación o un método con el cual desarrollaron la actividad.**

Séptima Actividad: ¿Cuántos serán los metros de altura, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

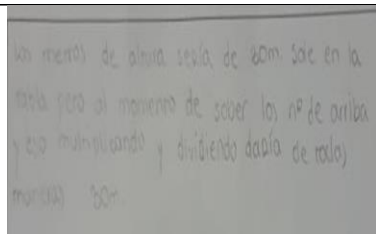
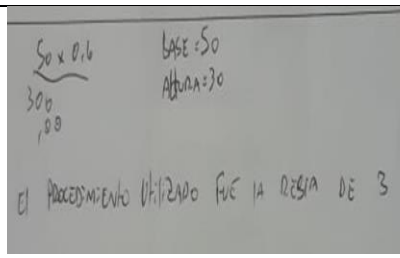
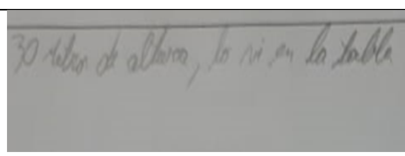
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1 **Los metros de altura será un números X ya que no se sabe el valor de p**		**Este equipo de estudiantes determina que los metros de altura serán x dado que no se conoce el valor de p por lo tanto no lo pueden resolver al tener dos variables.**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta, comentan que si de base tenemos *p* metros, entonces la altura no estará definida por lo tanto será otra variable x, este grupo de estudiantes necesita de los valores para poder mantener su método anterior y lograr llegar a un resultado numérico. Al queda con dos variables dejan el ejercicio y responder justificando que no se puede hacer más en la actividad.**
E2 **B | ALT 5X** **P | X 3P** **5 | 3** $\boldsymbol{3x = 5p} \rightarrow$ $\boxed{altura}$ $\boxed{x = 0{,}6p}$		**Realizan una tabla de 3 entre p-x y 5-3, al igual que el ejercicio anterior. Luego de plantear la ecuación, despejan la variable x en este caso resultado una expresión a la que llaman altura x=0.6p**	**Este equipo realiza el mismo procedimiento de los ejercicios anteriores, esto es, la regla de 3 simple, ahora bien, mantiene la dificultad de no tener solamente números en la regla de 3, pero aún así este equipo de estudiantes plantea la ecuación h una vez planteada despeja la variable x dejando todo en función de la variable p, realizan una división y responden que x=0,6p.**
E3 **Según los datos ya dados divido 5÷3 que son los números menores que nos da la tabla y el resultado es 0,6 de altura y de base seria 1.**		**Este equipo de estudiantes responde según datos ya obtenidos en ejercicios anteriores, esto es, 3:5. Comentan que los utilizan porqué son los números menores que entrega la tabla de datos. Luego explican que el resultado es 0.6 metros y de base sería 1.**	**Este equipo de estudiantes al ver la actividad, vuelven a la tabla de datos y mantienen el estudio desde allí, dividen 5 y 3 que los números menores (es la práctica que realizan en los ejercicios anteriores) , luego de esto obtienen como resultado 0,6 metros, responden que eso sería la altura y que de base el talud tendría 1 metro, esta respuesta final conjeturamos que representa un estudio de la tabla, es decir, como llegaron al valor de 0,6 metros de altura, van a la tabla y al igual que en el ejercicio anterior la base necesariamente debe ser 1 metro.**

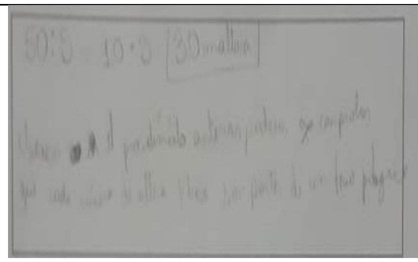
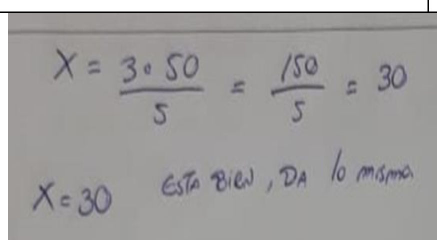
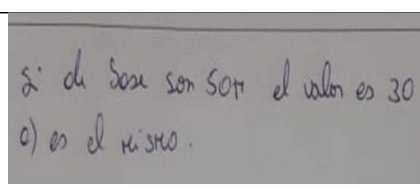
E4. $\frac{p}{x}\ x\ 3 = \frac{3p}{5}$ Si usamos los mismos procedimientos anteriores, la “P” la dividimos en 5 y la multiplicamos por 3.		Plantean una ecuación en la que involucran una variable x y el valor p metros. Comentan que usaron los mismos procedimientos anteriores, es decir, la regla de 3 para resolverlo. Explican que la p la dividieron en 5 y la multiplicaron por 3. No se alcanza a percibir si plantearon una expresión algebraica o dejan incompleto su desarrollo.	Este equipo de estudiantes plantea una especie de ecuación la cual no es muy clara, siguiendo con los métodos anteriores, este equipo propuso una regla de 3, y despejando llegan a x=3p/5. Luego de la resolución de la regla de 3 simple, los estudiantes explican que usaron los procedimientos anteriores a este ejercicio, es decir la regla de 3 simple, luego comentan que la p la dividen en para luego multiplicarla por 3, en este caso dejan las operación planteadas.
E5. No sabemos porque por ejemplo $\frac{p-x}{5-3}$ no nos da un resultado. $3 \cdot p = 5 \cdot x$ $x = \frac{3 \cdot p}{5}$ o $x = \frac{3}{5} \cdot p$		Los estudiantes, no comprenden el que se les solicite por p metros, a pesar de eso plantean una regla de 3, con p-x y 5-3, plantean la ecuación y despejan la variable x. Concluyen que no saben cuál es la medida en metros de p.	Este equipo no se logra explicar por qué no llegan a un resultado, han hecho en toda la actividad el mismo método y en este caso no logran llegar a ningún resultado esperado, plantean la regla de tres simple relacionando p-x y 5-3 (como lo han hecho de costumbre durante a experimentación), luego al plantear la ecuación despejan la x obteniendo un resultado que luego descomponen y dejan expresado sin comentario de lo que han construido.
E6. $x = \frac{3}{5} \cdot p$ $x = 0,6 \cdot p$ Eso es la fórmula porque despejo		Escriben una expresión algebraica, luego dividen y llegan a qué x=0,6p, explican que eso es la fórmula por que la han despejado.	Construyen una expresión algebraica, luego la simplifican y comentan que es una formula porque hubo un despeje de una ecuación. Este grupo de estudiantes no comenta el método que aplicaron para llegar a la expresión algebraica, podemos suponer que se mantienen en la misma estrategia utilizada en las actividades anteriores. Ahora bien, los estudiantes al despejar la ecuación y obtener una expresión algebraica, la llaman formula solamente por tener doble incógnita y por fue despejada desde una ecuación planteada.

Octava Actividad: Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, si de base son 50 metros.

A) Confronten su resultado con el valor de la tabla.

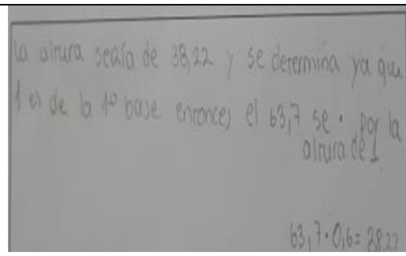
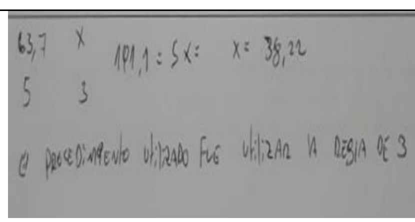
B) Argumenten su respuesta.

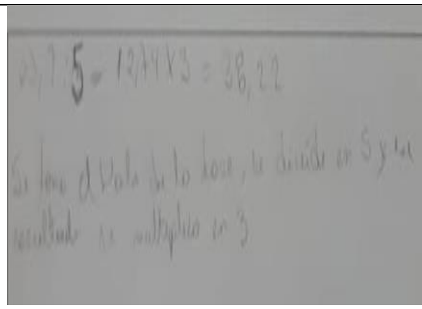
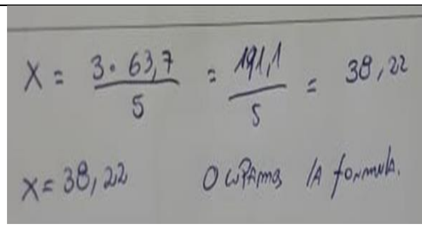
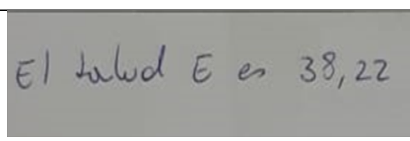
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. **Los metros de altura seria de 30 m sale en la tabla pero al momento de saber los n° de arriba y eso multiplicando y dividiendo daría de todas maneras 30 m.**		**Los estudiantes confrontan el resultado de la tabla, que es 30 metros, luego explican que al saber los números, basta multiplicar y luego dividir. Ésta expresión comentan que daría de todas maneras los mismo 30 metros.**	**Este equipo que ya ha estudiado la tabla de datos adjunta en la descripción de la experimentación, comenta que la altura es de 30 metros, comprenden que hay una relación entre las longitudes de la base y la altura del talud.** **Luego para confrontar el resultado que está dado en la tabla y su forma de realizar la actividad comentan que al saber el número de arriba, es decir, los 50 metros de base, deben multiplicarlo y dividirlo como en las actividades anteriores y su resultado fue 30 metros de altura. Al igual que en la tabla de datos.**
E2. **Base: 50** **Altura=30** **El procedimiento utilizado fue la regla de 3.**		**Escriben las respuestas, el procedimiento que en este caso fue una regla de tres. No hacen comentario respecto a confrontar sus resultados con la información de la tabla.**	**Este equipo de estudiantes nos enumera los datos si de base son 50 metros de longitud entonces de altura son 30 metros de longitud, ahora bien, este equipo no considera en sus respuesta la unidad de medida como un factor influyente a la hora dar cuenta a su procedimiento.** **Nos explican que su procedimiento a seguir fue al igual que los anteriores la regla de 3 simple.**
E3. **30 metros de altura, lo vi en la tabla**		**Responde que los 30 metros de altura los vio en la tabla. Por lo tanto no resolvió el ejercicio para compararlos.**	**Este equipo responde que 30 metros es la longitud que debería tener la altura del talud, además agregan que esta respuesta "vieron" en la tabla, es decir, que los estudiantes estudiaron los datos entregados por la descricion de la experimentación, existe un análisis de la tabla de datos, en la cual este equipo logra captar que se entrega información relevante para resolver la actividad, ellos entienden que existe una relación en el talud entre la base y la altura de este, luego correlacionan los 50 metros de base del talud con los 30 metros de altura que es respuesta al final.**

E4. $\mathbf{50:5 = 10 \cdot 3 =}$ $\boxed{30\ m.altura}$ **Usando el procedimiento anterior podemos comprobar que cada número de altura y base son partes de un trio pitagórico.**		**Dividen 50 en 5, les da como resultado 10, este lo multiplican por 3 y obtienen 30 metros de altura. El comentario es que utilizaron el procedimiento anterior y que con dicho procedimiento logran comprobar que cada número de altura y base son partes de un trío pitagórico.**	**Este equipo utiliza el método anterior para su resolución, es decir, primero buscan los puntos medios de la tabla, la quinta parte en este caso, ellos dividen los 50 metros por 5 con esto llegan a 10 metros para luego amplificar por 3, una vez que se amplifica por 3 llegan a 30 metros de altura, ahora realizan una descripción, explican que se puede "comprobar" que independiente el número (es decir la longitud del talud) de la altura y la base, estas son parte de un trío pitagórico, el cuál en este caso correspondería a 3,4,5, estos estudiantes se toman de los valores más pequeños entregados en la tabla que corresponden a 3-5, dado que en la imagen del talud se presenta un triángulo rectángulo, el equipo concluye que se trata de nada más y nada menos que tríos pitagóricos y por esta razón amplifican y simplifican todos los lados con el fin de hallar el resultado esperado. En este caso multiplica por 3 y divide por 5**
E5. $\boldsymbol{x = \frac{3 \cdot 50}{5} = \frac{150}{5} = 30}$ **A)** $\boldsymbol{x = 30}$ **Esta bien, da lo mismo**		**Luego de realizar la tabla de 3, plantean la ecuación a despejar, una vez resuelto obtienen 30, que en este caso corresponden a los metros. Responde que x=30 y comentan que está bien, que da el mismo resultado que en la tabla.**	**Este equipo para realizar la actividad utiliza la expresión algebraica construida en los ejercicios anteriores, luego de resolver dada la expresión algebraica responden que x=30.** **Al encontrar el resultado logran identifica que la longitud encontrada, correspondiente a 30 metros de alto ésta relacionada con los 50 metros que tiene el talud a construir en la base, es decir, que además de construir la expresión algebraica, la utilizan de una manera clara y precisa.**
E6. **Si de base son 50m el valor es 30** **Es el mismo.**		**Escribe que si de base son 50, el valor de altura debe ser 30, no escriben ni explican su procedimiento, más si expresan que es el mismo valor.**	**Este equipo, responde como es habitual en las prácticas socioescolares, a saber, utilizando las palabras de la pregunta para responder.** **Luego responden que si de base el talud tiene 50 metros, el "valor" es de 30, estos estudiantes están calculando resultados numéricos. Este equipo no está involucrado o inmerso en la experimentación dado que para estos estudiantes solo se trata de resolver ejercicios matemáticos y encontrar la variable x, con el fin de responder satisfactoriamente.** **Confrontan el resultado con la tabla de**

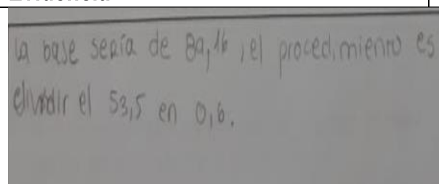
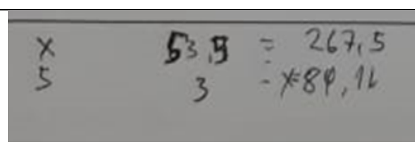
			datos adjunta en la descripción y concluyen "es el mismo", vale decir que el procedimiento que ellos han estado realizando concuerda con los datos que entrega la tabla adjunta.

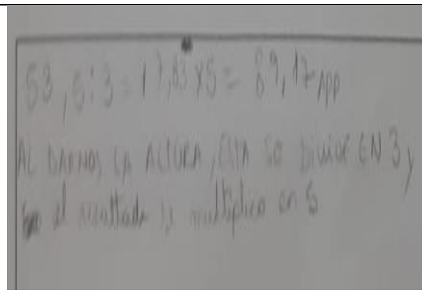
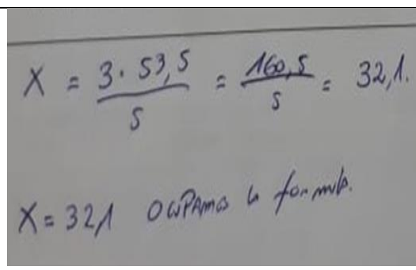
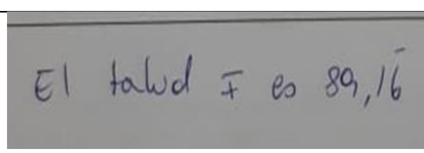
Novena Actividad: ¿Cuál es la cantidad de metros de altura del talud E si la base se determinaron 63,7 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. **La altura seria de 38,22 y se determina ya que 1 es de la 1°base entonces el 63,7 se · por la altura 1** $\mathbf{63,7 \ \cdot 0,6 = 38,22}$		**Responden que la altura sería de 38,22 y explican que se determina ya que 1 es la primera base y que entonces 63,7 se debe multiplicar por la primera altura que es 0,6.** **El resultado de su operación es 38,22**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para su respuesta, luego agregan 38,22 es su respuesta, determinan que el valor encontrado corresponde a la altura del talud, no agregando la unidad de medida de este, vale decir que para estos estudiantes las unidades de medida no son un dato significativo a la hora de responder.** **El estar inmersos en la actividad los lleva a comprender que todos los datos son necesarios para construcción efectiva de estos taludes.** **Explican el procedimiento que utilizaron para encontrar el resultado, dado que se ha encontrado 1 metro y está adjunto en la tabla, para este equipo le resulta fácil multiplicar 63,7 por 0,6 y encontrar el valor solicitado que en este caso corresponde a 38,22.**
E2. $\mathbf{63,7 \quad X}$ $\mathbf{191,1 = 5X}$ $\boldsymbol{x = 38,22}$ $\mathbf{5 \quad 3}$ **El procedimiento utilizado fue utilizar regla de 3.**		**Al realizar una tabla de 3 con los datos 63,7-x y 5-3, los estudiantes responden que el x=38,22.** **Explican que el procedimiento utilizado fue una regla de 3.**	**Este equipo realiza una tabla de 3 simple los datos adjuntos en ella son 63,7 – x y 5 – 3, estos estudiantes luego de realizar el despeje de de su ecuación, responden que x=38,22, no explican si corresponde a la altura del talud, a la base, y tampoco expresan la unidad de medida en la que están trabajando para la resolución de la actividad, es decir, las unidades de medida no son datos significativos para la respuesta de este tipo de actividad para el equipo de estudiantes. Lo fundamental es espejar la x y expresar su resultado.**
E3.		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**

E4. $63,7:5 =$ $127\ x\ 3 =$ $38,22$ **Se toma el valor de la base, se divide en 5 y su resultado se multiplica por 3**		**Los 63,7 metros los dividen en 5 metros, esto da como resultado 127 el cual lo multiplican por 3 para obtener como resultado 38,22, que finalmente es su respuesta.** **Explican que se toma el valor base, se divide en 5 y dicho resultado se debe multiplicar por 3 para la obtención del resultado.**	**Este equipo de estudiantes, responde como en los ejercicios anteriores, su forma de proceder es dividiendo el valor en 5 para luego multiplicarlo por 3, este método de resolución lo simplificaron en hacer la tabla de 3 en los ejercicios anteriores.** **Expresan que 63,7 al dividirlo en 5 partes, obtienen como resultado 127, a su vez los 127 metros obtenidos lo multiplican por 3 y tienen como resultado final 38,22. Que en este caso son metros, no expresan ni los metros de altura del talud ni los metros de base del talud.**
E5. $x = \frac{3 \cdot 63,7}{5}$ $= \frac{191,1}{5}$ $= 38,22$ $x = 38,22$ **Ocupamos la formula**		**Este equipo de estudiante utiliza la fórmula para determinar la cantidad de metros, luego de resolver la ecuación responde x=38,22**	**Para la resolución de la medida del talud E, los estudiantes utilizan la expresión algebraica construida en los ejercicios anteriores, dado que ya se han comparado los resultados de la tabla con los obtenidos bajo esta expresión algebraica, los estudiantes continúan utilizándola, en este caso reemplazan el valor que contiene números decimales, lo multiplican por 3 para poder dividirlo en 5 obteniendo como resultado 38,22 (metros del talud) , el equipo coloca una breve descripción de cuál fue su procedimiento, "ocupamos la formula" expresan, es decir que pasó de ser una expresión algebraica a ser algo más formalizado como una fórmula, en la cual podemos encontrar todos los datos solicitados en la experimentación.**
E6. **El talud E es 38,22**		**Responden como es propio de las practicas socioescolares, el talud E, y luego escriben cuanto mide 38,22.** **No comentan el procedimiento utilizado, ni la estrategia de cómo llegaron a dicha respuesta.**	**Este equipo responde como es habitual en las practicas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para responder, El talud E es 38,22, no responden con unidades de medida que en este caso son metros, no es significativo considerar la unidades de medida en la que estamos trabajando, además no responden sobre el valor determinado, es la base o la altura del talud. Podemos pensar que los estudiantes no adjuntar su hoja de cálculo en la cual resolvieron esta actividad y en el lugar donde se expresaba su procedimiento.**

Decima Actividad: ¿Cuántos metros de base debe tener el talud F si de altura tiene 53,5 metros? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. **La base sería de 89,16, el procedimiento es dividir el 53,5 en 0,6.**		**El equipo de estudiantes comenta que el procedimiento fue dividir 53,6 en 0,6, lo que les entrega como resultado 89,16.**	**Este equipo de estudiantes responde que como habitual en las prácticas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder. Luego que responden que la base debería tener la longitud de 89,16 metros, explican el procedimiento que han utilizado para llegar a dicho resultado, a saber, dividieron 53,5 en 0,6, es decir que los estudiantes comprendieron que la tabla de 3 que utilizaban, repetía constante la división 3:5, que da como resultado 0,6. Ahora como se solicita la base y no altura este equipo no multiplica por 0,6 sino que lo divide para encontrar directamente la longitud de la base del talud.** **Expresan su división y no la utilización de la expresión algebraica, esto puede ser dado que han realizado una forma de proceder constante en la secuencia de experimentación que les ha dado resultados positivos y no cambian u forma de proceder dada la confianza que le tienen a la regla de 3 utilizada en las actividades.**
E2. x $\quad$ $\mathbf{53,5}$ $= \mathbf{267,5}$ $\mathbf{5}$ $\quad$ $\mathbf{3}$ $\quad$ $\mathbf{89,16}$		**Realizan una tabla de 3 y despejan la variable, el resultado obtenido en este caso es 89,16**	**Este equipo realiza una tabla 3 simple relacionando x – 53,5 y 5 – 3 como lo han hecho en los ejercicios anteriores, al despejar la variable x, ellos multiplican por 5 y dividen por 3, esto les entrega como resultado 89,16 metros, en este caso no responden a la pregunta ni utilizan las unidades de medidas inmersas en la experimentación.** **Realizan lo que les ha resultado durante toda la secuencia y se aferran a su herramienta más eficiente para una satisfactoria resolución de la actividad, a saber, la regla de 3 simple.**
E3		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**

E4. $53,5:3=$ $17,83\ x\ 5=$ $89,17\ APP$ **Al darnos la altura, esta se divide en 3 y el resultado se multiplico en 5**		**Los estudiantes comentan que al darle la altura, esta se debe dividir por 3, y luego ser multiplicado por 5, este procedimiento es que han utilizado en los últimos ejercicios.**	**Dividen y multiplican, estos estudiantes han establecido realizar todas las actividades de la secuencia utilizando la regla de 3 simple, es una herramienta que ha cumplido su propósito durante la secuencia, al dividir y multiplicar obtienen como resultado 89,666 el cual lo aproximan a 89,17, que correspondería a la base del talud.** **Su explicación es que al estar establecida la altura del talud, se debe dividir por 3 y multiplicar por 5.** **Estos estudiantes tienen una forma muy eficaz de resolver cualquier ejercicio de la secuencia, dado que si el dato entregado es la altura, ellos dividen por 3 y multiplican por 5, si el dato en la actividad es la base ellos dividen por 5 y multiplican por 3, es decir realizan una tabla de 3 para cada caso, su conclusión es que solamente tenemos 2 posibles casos, dado que estamos comparando las longitudes de la base y la altura, son los únicos datos que están variando.** **No logran captar que se trata de una razón matemática, pero sí que no deben hacer una y otra vez la regla de 3 simple.**
E5. $x=\frac{3\cdot 53,5}{5}=$ $\frac{160,5}{5}=32,1$ $x=32,1$ **Ocupamos la formula**		**Utilizan la fórmula que han conjeturado, el resultado luego de reemplazar obtienen 32,1 metros.** **Los estudiantes comparten que la forma de proceder fue ocupar justamente la fórmula construida.**	**Este equipo realiza la expresión algebraica construida anteriormente para la resolución de la actividad, reemplazando los datos como en las actividades anteriores, ahora bien, estos estudiantes no logran identificar a qué corresponde la variable p y a qué corresponde la variable x, en todos los casos reemplazan el p y luego encuentran el valor de x no identificando que para una variable son los metros de la base y para la otra variable son los metros de la altura.**
E6. **El talud F es 89,16**		**El equipo de estudiantes responde como es propio de las prácticas socioescolares, utilizando las palabras que están en la pregunta, luego de su respuesta no hay comentarios sobre métodos y procedimientos realizados.**	**Este equipo responde como es habitual en las practicas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para responder, El talud F es 98,16, no responden con unidades de medida que en este caso son metros, no es significativo considerar la unidades de medida en la que estamos trabajando, además no responden sobre el valor determinado, es la base o la altura del talud. Podemos pensar que los estudiantes no adjuntar su hoja de cálculo en la cual resolvieron esta actividad y en el lugar donde se expresaba su procedimiento.**

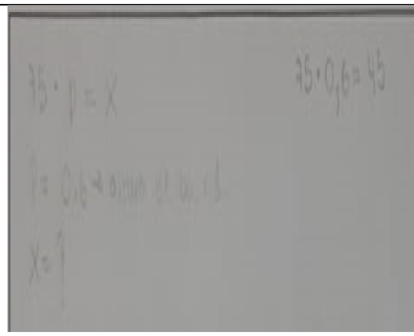
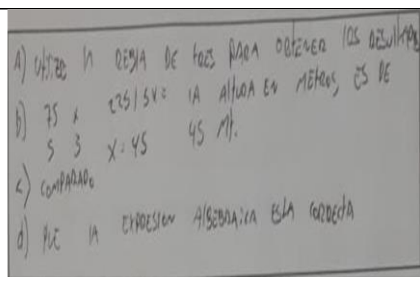
Decima primera Actividad: ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?

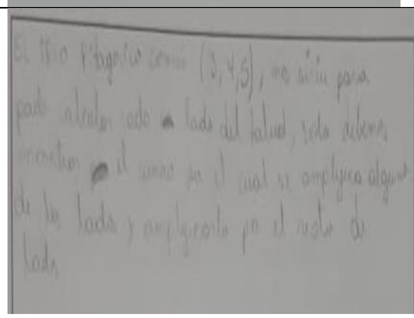
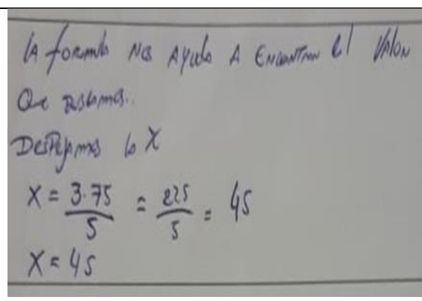
A) Expliquen muy bien como construyeron la expresión algebraica.

B) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 75 metros, utilizando la expresión algebraica.

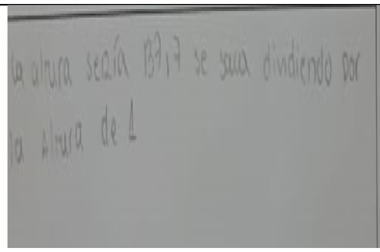
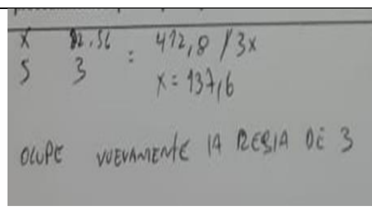
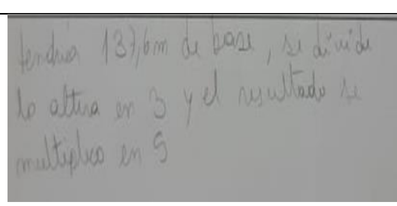
C) Comparen los metros obtenidos, con el valor que indica la tabla.

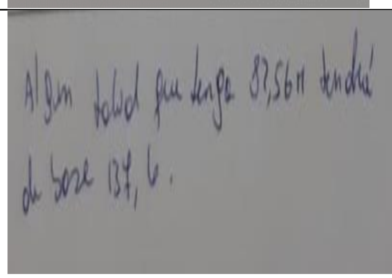
D) ¿Qué concluyen de la comparación?

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1. $\boldsymbol{75 \cdot p = x}$ $\boldsymbol{75 \cdot 0{,}6 = 45}$ $\boldsymbol{p = 0{,}6} \rightarrow$ $\boldsymbol{altura\ de\ bas}$ $\boldsymbol{x} = ?$		**En este caso los estudiantes responden a la pregunta b, utilizando la expresión algebraica. Utilizan procedimientos anteriores para dicha resolución.**	**Al preguntarles por dar una expresión general, los estudiantes se dedican a responder las preguntas que involucran las longitudes en metros, es decir, la pregunta con inciso b, realizan el reemplazo de la variable por el dato 75 metros de base del talud, una vez que realizan la operación llegan a que son 45 metros, que correspondería de altura. Reemplaza el p de su expresión algebraica por 0,6 volviendo a identificar que eso ocurre cuando la base del talud es 1 metro. Terminan dejando con un signo de interrogación el valor de su variable x, es decir que no comprenden como utilizar su expresión algebraica construida en los ejercicios anteriores.**
E2. **A) Utilice la regla de tres para obtener los resultados.** **B)** $\boldsymbol{75 \quad X}$ $\boldsymbol{225/5X}$ $\boldsymbol{=}$ $\boldsymbol{5 \quad 3}$ $\boldsymbol{X = 45}$ **La alura en metros, es de 45 mt.** **C) Comparado** **D) Que la expresión algebraica es la correcta**		**Este equipo de estudiantes, comenta que la forma de construir la expresión algebraica fue utilizando la regla de 3, no expresan los valores utilizados.** **Luego en la respuesta de la pregunta b realizan una tabla de 3 con los valores 75-x y 5-3, con lo cual obtienen como resultado 45 metros.** **En la respuesta c los estudiantes comentan que lo han comparado.** **Finalmente explican que la**	**Este equipo de estudiantes, responde que a) utilizando la regla de 3 fue la herramienta necesaria para obtener la expresión algebraica, luego en la siguiente pregunta realizan otra vez una regla de 3 con los valores dados por la actividad, esto es, 75 metros de base relacionado con la variable a encontrar x (la longitud de metros de altura que debe tener el talud), también los 5 metros de base relacionados con los 3 metros de altura y concluyen que el talud debería tener 45 metros de altura. En la siguiente actividad responden que han comparado el resultado con la tabla de datos de la experimentación sin escribir algún comentario aparente. Este grupo de estudiantes por lo demás concluye que la expresión algebraica es correcta dado que los valores cálculos con la expresión algebraica concuerdan con los valores dados por la tabla de datos adjunta en la descripción de la experimentación.**

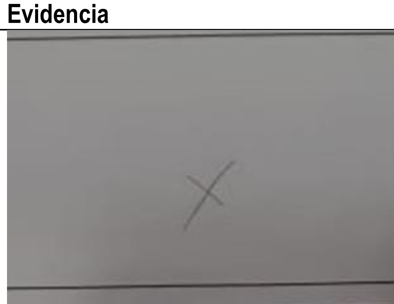
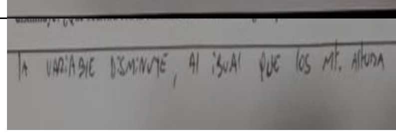
		expresión algebraica es correcta a modo de conclusión.	
E3.		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**
E4. **El trio pitagórico común (3, 4, 5) nos sirve para poder calcular cada lado del talud, solo debemos encontrar el numero por cual se amplifica alguno de los lados y amplificarlo por el resto de lados.**		**Este grupo de estudiantes, responde que un trio pitagórico 3, 4, 5 ayuda para poder calcular cada lado del talud.** **Expresan que solo se debe encontrar el número por que se amplifica alguno de los lados y se amplificarían los restantes para encontrar las soluciones.**	**El grupo de estudiantes, entendiendo el gráfico del talud como un triángulo rectángulo, trabaja en base a tríos pitagóricos, esto es 3, 4 y 5, comentan los estudiantes que esto les sirve, les ayuda, les facilita para calcular el lado del talud restante. Agregan que solo deben encontrar el número por el cual se amplifica alguno de los lados y con ese valor se deben multiplicar todos los lados y se encuentran los resultados. Encontraron y construyeron esa forma. Explican su método de resolución y no la expresión algebraica construida en el ejercicio anterior.** **Dejan de responder las siguientes preguntas.**
E5. **La formula nos ayuda a encontrar el valor que buscamos. Despejamos la** x $x = \frac{3 \cdot 75}{5} = \frac{225}{5} = 45$ $x = 45$ **A)**		**Este equipo comenta que nos ayuda a encontrar el valor que se busca, agregan que despejan la variable x y que obtienen como resultado 45.**	**El equipo de estudiantes comenta que la “formula”, (que corresponde a la expresión algebraica construida) les ayuda, es una herramienta para este equipo, es un facilitador, para encontrar el “valor” que buscan, es importante que para este equipo, son soluciones numéricas las que tratan de dilucidar, no son metros para la construcción del talud, ni altura ni base correspondiente. Explican que en su modo de resolución, está el reemplazo de los datos y la aplicación de las propiedades, llegan al resultado de 45, no escriben que son metros, o altura o base del talud, solo está el afán de encontrar el valor de x y responder.**
E6.		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**

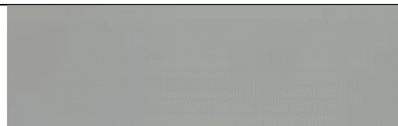
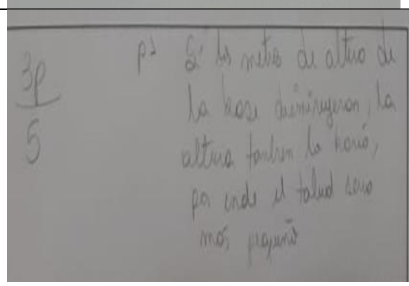
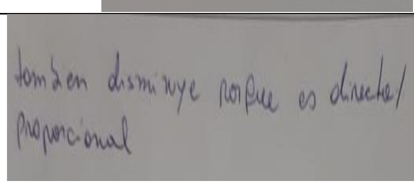
Décima Segunda Actividad: ¿Cuántos metros de base tendrá algún talud de las mismas condiciones, que tenga 82,56 metros de altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada uno de los procedimientos que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1 **La altura seria 137,7 se saca dividiendo por la altura de 1**		**Los estudiantes responden que la base sería 137,7 explicando que se saca, el resultado, dividiendo por la altura de 1, es decir, que utilizan la altura dada para encontrar el resultado de la base.**	**En este momento lo que se necesita para la construcción del talud son las longitudes de metros de la base, Este equipo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares, utilizando las palabras de la pregunta para responder, el equipo divide por la altura de 1 metro, es decir, que lo hacen por 0,6 metros para encontrar la longitud de la altura del talud a construir.**
E2. $x \quad \mathbf{82,56} =$ $\mathbf{412,8}\ /\mathbf{3}x$ $\mathbf{5} \qquad \mathbf{3}$ $x = \mathbf{137,6}$ **Ocupe nuevamente la regla de 3**		**Realizan una regla de 3 simple entre los metros de la base con los de la altura del talud, luego plantean una ecuación con la variable a encontrar (los metros de base que corresponde a 82,56 metros de altura), luego despejan la variable y encuentran el resultado que en este caso es 137,6 metros.**	**L realizar una regla de 3 simple, los estudiantes relacionan la variable a encontrar x con 82.56 además relacionan 5 con 3 metros, una vez que plantean la ecuación y despejan la variable buscada x que corresponde a la altura del talud llegan a qué x=137,6 esto es metros de longitud para construcción satisfactoria del talud y está en la unidad de medida metros, confirman luego como justificación que han utilizado la regla de 3 a modo de procedimiento a resolver la actividad.**
E3.		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**
E4. **Tendría 137,6 m de base, se divide la altura en 3 y el resultado se multiplica en 5.**		**El equipo de estudiantes explica que dividen la altura en 3 y el resultado lo multiplican por 5**	**Este equipo de estudiantes responde como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, que utilizan las palabras de la pregunta para responder. 137,6 metros de base tendría que tener el talud para su construcción, este equipo de**

			estudiantes divide la altura por 3 y luego multiplica por 5, en sí, lo que realizan es una multiplicación por 0,6 metros de longitud, a saber, multiplican por la razón matemática involucrada en la experimentación. Para los estudiantes es recurrencia de regla de 3 simple entre 5 y 3 actividad tras actividad.
E5.		Los estudiantes no responden esta pregunta.	Los estudiantes no responden esta pregunta.
E6. Algún talud que tenga 82,56m tendrá de base 137,6		Este grupo responde sobre la cantidad de metros que tendrá dicho talud y una correspondencia a la base del mismo dado el valor anterior.	Este equipo de estudiantes responde que para el talud que tenga una longitud de 82,56 metros de altura, necesariamente debe tener 137,6 de longitud en la base de este. Esto quiere decir que el equipo de estudiantes establece una relación entre la base y la altura del talud, reconocen que está establecido para el área de la construcción, dado que expresan “algún talud” vale decir donde quiera que esté, debe cumplir estas condiciones, es interesante la forma de responder por que los estudiantes realizan una implicancia en la construcción de los taludes.

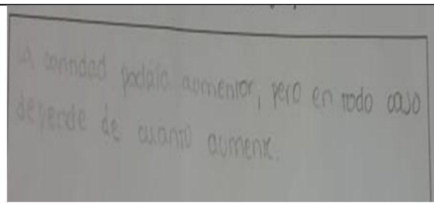
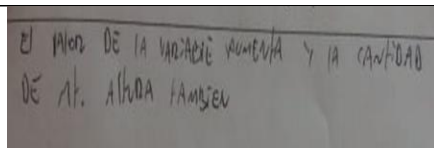
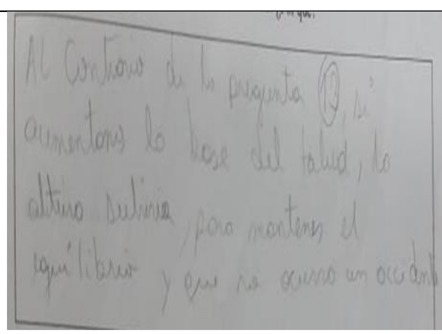
Décima Tercera Actividad: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable disminuye? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros altura? ¿Por qué?

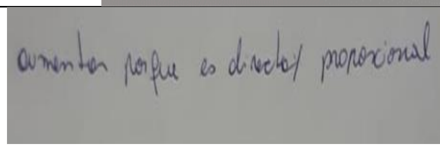
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis
E1		Los estudiantes no responden esta pregunta.	Los estudiantes no responden esta pregunta.
E2 La variable disminuye, al igual que los mt altura		Este grupo de estudiantes establece que la variable disminuirá, y dado que la variable	Si el coeficiente disminuye, dicen los estudiantes que la variable también disminuiría los metros, además agregan que esto ocurriría “al igual que” los metros de altura, es decir que existe una relación entre los metros de altura y los metros de base. Donde

		disminuye, también lo harán los metros de altura.	como están expresados en una expresión algebraica si la variable disminuye, se ven afectados los valores por dicha relación establecida.
E3		Los estudiantes no responden esta pregunta.	Los estudiantes no responden esta pregunta.
E4 $\frac{3p}{5}$ Si los metros de altura de la base disminuyen, la altura también lo haría por ende el talud seria más pequeño.		Plantean la fórmula construida por ellos, luego comentan que si la base disminuye, también lo haría la altura. Finalmente concluyen que el talud sería más pequeño.	Plantean la expresión sobre la cual deben responder y agregan que si lo metros de la base disminuyen, también lo hace la longitud de la base, sacan su conclusión como equipo de trabajo que si el coeficiente disminuye, el talud a construir sería de un tamaño más pequeño, dada la relación base x altura, ambos disminuye y esto implica que el talud es más pequeño.
E5		Los estudiantes no responden esta pregunta.	Los estudiantes no responden esta pregunta.
E6 También disminuye porque es directamente proporcional		También disminuye comenta este equipo, explican que la experimentación es directamente proporcional, y si la variable disminuye también lo hará la altura o la base.	Este equipo responde que si la variable involucrada en la expresión algebraica disminuye, entonces la altura también disminuirá, explican que esto se debe a que las longitudes de la construcción de un talud, es decir, tanto la base como la altura están relacionadas, y que además están directamente proporcional, es decir que para estos estudiantes la razón matemática está ausente de sus argumentaciones o discusiones grupales.

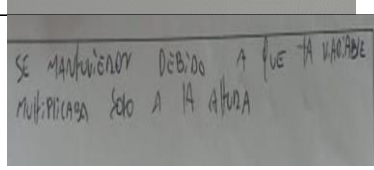
Decima Cuarta Actividad: Ahora que tenemos la expresión algebraica, ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

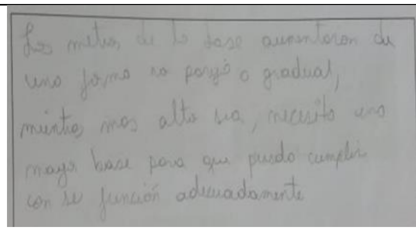
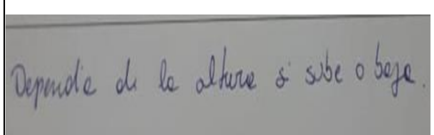
Transcripción	Evidencia	Descripción	Análisis

E1 **La cantidad podría aumentar, pero en todo caso depende del cuanto aumente.**	 La cantidad podría aumentar, pero en todo caso depende de cuanto aumente.	**Los estudiantes un tanto inseguros responden que "podría" aumentar, ahora su explicación es que depende de cuanto aumente.**	**Este equipo de estudiantes comenta que la cantidad de metros de altura "podría" aumentar, es decir, que los estudiantes no están del todo convencido, podría existir un caso en el que en la construcción del talud, se requiera aumentar la altura y disminuir la base. Luego agregan que va a depender del caso en el que nos encontremos en la construcción del talud y va a depender de cuanto aumente o no la cantidad de metros que se necesita para la construcción del talud.**
E2 **El valor de la variable aumenta y la cantidad de mt altura tambien**	 EL VALOR DE LA VARIABLE AUMENTA Y LA CANTIDAD DE AL. AHORA TAMBIEN	**Explican los estudiantes que como el valor de la variable aumenta, la cantidad de metros de altura aumentará también.**	**Este equipo de estudiante explica que si el valor de la variable aumenta, es decir la cantidad de metros de longitud de la base, la cantidad de metros de longitud de la altura también va a aumentar en metros, este equipo de estudiantes, comprobó que a medida que la longitud de metros aumentaba en la base, también tendría que hacerlo la altura, es decir, que existe una relación entre las magnitudes de base y altura, los estudiantes logran comparar los resultado y realizar un estudio al respecto de su comportamiento, con lo cual determinan que si uno aumenta en su longitud el otro también debería hacerlo.**
E3		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**
E4 **Al contrario de la pregunta 13 , si aumentamos la base del talud, la altura subiría para mantener el equilibrio y que no ocurra un accidente**	 Al Contrario de la pregunta 13, si aumentamos la base del talud, la altura subiría para mantener el equilibrio y que no ocurra un accidente	**Responden utilizando las preguntaras anteriores como referencia, explican que existe un equilibrio entre la base y la altura del talud, este equilibrio los lleva a la conclusión de que si uno sube ambos lo hacer y viceversa.**	**Este equipo responde como es habitual en las prácticas socioescolares, es decir, utilizando las palabras de la pregunta para responder, comentan que si la base del talud aumenta, la altura subiría también en la cantidad de metros, explican que esto ocurre para mantener el equilibrio y para que no ocurra un accidente. Este equipo de estudiantes está completamente sumergido e involucrado con la experimentación, piensan en los posibles accidentes si no se cumplen los requisitos que siguen el conducto de la tabla de datos adjunta en la descripción.**

E5		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**
E6 **Aumenta porque es directamente proporcional**		**Aumenta, mencionan el grupo de estudiantes, luego justifican su respuesta diciendo que esto ocurre porque es directamente proporcional.**	**Aumenta, el equipo de estudiantes comprende que si una longitud aumenta, la otra longitud también debería aumentas, estamos hablando de la base y la altura.** **Luego agregan que esto ocurre porque la base y la altura están en una proporción y que son directamente proporcionales, vemos en este equipo y en esta argumentación, que la razón matemática está invisibilizada de las respuestas de los estudiantes y que la proporción toma su lugar cuando de argumentar una respuesta se trata.**

Decima Quinta Actividad: Describan cómo se comportó la cantidad de metros de base en este experimento.

Transcripción	**Evidencia**	**Descripción**	**Análisis**
E1		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**
E2 **Se mantuvieron debido a que la variable multiplicaba solo a la altura.**		**El equipo de estudiantes comenta que los metros de base se mantienen, explican que esto se debe a que la variable que ellos tienen solo multiplica a la altura.**	**Este equipo comenta que la cantidad de metros de base se mantuvo dado que la variable multiplicaba a la altura, es decir, que para este equipo de estudiantes, como la variable multiplicaba a la altura, la base no tendría ninguna modificación, se mantendría sin importar la longitud tuviere la base en distintos taludes.** **Este equipo de estudiantes relaciona la altura como variable independiente y la base como variable dependiente.**
E3		**Los estudiantes no responden esta pregunta.**	**Los estudiantes no responden esta pregunta.**

E4 Los metros de la base aumentaron de una forma no pareja o gradual, mientras más alto sea, necesito una mayor base para que pueda cumplir con su función adecuadamente.	 Los metros de la base aumentaron de una forma no parejo o gradual, mientras mas alto sea, necesito una mayor base para que pueda cumplir con su función adecuadamente	Comentan que aumentaron dado que mientras más alto sea (el talud) se necesita, los estudiantes ven una necesidad en la experimentación, que sea mayor la base, dado mayor altura y así lograr cumplir con adecuadamente mencionan.	Este equipo, se enfocó en la tabla de datos, la miraron, la estudiaron y la analizaron, luego concluyen que tanto estudiarla se dan cuenta que los metros de base si bien es cierto aumentaba, no lo hacen de forma gradual, constante o pareja. Si comprenden que los datos entregados en la tabla corresponden y mantienen ciertos parámetros, esto es, la altura mientras as alto sea, mayor debe ser la base necesitada para la construcción del talud.
E5		Los estudiantes no responden esta pregunta.	Los estudiantes no responden esta pregunta.
E6 Dependía de la altura si sube o baja	 Dependía de la altura si sube o baja.	El equipo de estudiantes comentan que el comportamiento de metros de base del experimento depende de la altura, explican que si la altura sube o baja, el comportamiento de la base cambiaría	Este equipo de estudiantes comentan que el comportamiento que tiene la base, dependía de la altura, hay que estar atento de la altura para hacerse una idea de cómo estaría la base, agregan que como depende de la altura, si la altura subía en su cantidad de metros, la base también aumentaría los metros para su construcción y si la altura tuviese menor cantidad de metros en la construcción la base necesariamente debería tener una longitud menor en su cantidad de metraje para la construcción del talud.

Anexo 6: Rediseño secuencia de experimentación y modelación "Construcción de taludes"

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

Nombre: ____ Curso: ________ Fecha: ______________

Un *talud* o ladera es una masa de tierra que presenta una pendiente o cambios significativos de altura. La ladera se forma de procesos naturales y el talud resulta de una construcción. Tienen la inclinación máxima de un terreno para que sus tierras se sostengan unas a otras sin producirse deslizamientos. Los taludes que se construyen en las carreteras entre cerros previenen deslizamientos, mejorando la estabilidad en esa ruta.

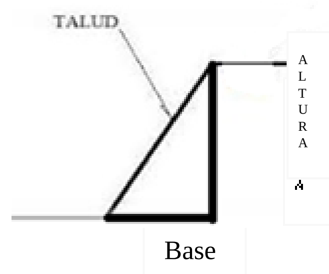
I. Planteamiento del experimento

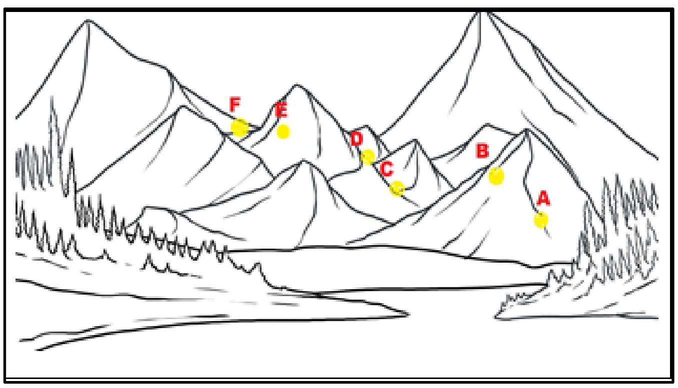
Vamos a investigar cómo se construyen los taludes

Para construir una nueva carretera en el camino de Valparaíso a Santiago, necesitamos intervenir varios cerros la nueva ruta. Ayúdenos a identificar las medidas para que atiendan a factores de seguridad.

Los trabajadores han construido algunos taludes.

Para continuar necesitan las longitudes de la base y de la altura de los taludes restantes. Deben construir sobre un muro de contención de 24 metros cada talud.





TABLA

Base (metros)	Altura (metros)
0	24
10	30
20	36
30	42
40	48
50	54

15. Describan el experimento con sus propias palabras.

16. Si el talud con 20 metros de base estará estabilizado en la tierra en relación con el muro de contención ¿Cuál será la medida de la altura para que mantenga la estabilidad con el suelo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

17. Si el talud con 42 metros de altura estará estabilizado en la tierra en relación con el muro de contención ¿Cuántos metros tendrá la base, para que mantenga la estabilidad con el suelo? Escriban su respuesta y expliquen en sus palabras el procedimiento que ocuparon para determinarlo.

18. Para que el talud A mantenga el factor de seguridad, que caracteriza a la tabla se establece que debe tener 25 metros de base ¿Cuántos metros debe tener de altura para no sobrepasar el factor de seguridad establecido? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

19. Observando regularidades de la tabla argumenten a qué puede corresponder el factor de seguridad.

20. El talud B, tiene una altura de 31,5 metros para que no sobrepase la superficie de falla establecida. ¿Cuál es la cantidad de metros que debe tener la base, para que el talud se mantenga estable? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar la cantidad de metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

21. ¿Cuántos metros de altura debe tener el talud C que es un talud natural. Si al calcular con el método de Culmana se determinó que de base es 1 metro? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura.

22. ¿Cuántos serán los metros de altura, si de base tenemos *p* metros? ¿Por qué? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura dados *p* metros de base.

23. Utilizando el procedimiento de su respuesta anterior, determinen los metros de altura del talud D, el cual está definido por la calidad de suelo en esa zona que debe tener 50 metros de base.
    e) Confronten su resultado con el valor de la tabla.
    f) Argumenten su respuesta.

24. ¿Se necesitan saber los metros de altura del talud E, dado que por el factor de falla que tiene el talud en esta zona la base debe tener 63,7 metros para mantener la estabilidad del suelo? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de altura. Ingrésenlo en la tabla.

25. El talud F se encuentra en una zona baja por esto debe tener de altura tiene 53,5 metros, ¿Cuántos metros debe tener de base si se sabe la altura? Escriban su respuesta y expliquen con sus propias palabras cada procedimiento que ocuparon para determinar los metros de base. Ingrésenlo en la tabla.

26. ¿Podrían dar una expresión general para comunicar esto?
    a) Expliquen muy bien como construyeron la expresión general.

b) Predigan los metros de altura del talud si de base tiene 40 metros, utilizando la expresión general.

c) Comparen los metros obtenidos, con la cantidad que indica la tabla.

d) ¿Qué concluyen de la comparación?

27. Ahora que tenemos la expresión general ¿Qué pasará si el coeficiente de la variable aumenta? ¿Qué ocurrirá con él talud y la cantidad de metros de altura? ¿Por qué?

28. En la expresión general argumenten a qué puede corresponder el factor de seguridad.