

Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática



Identificación de estilos de pensamiento matemático en estudiantes de segundo medio, utilizando entornos de aprendizaje basados en el Teorema de Pitágoras.

Seminario de Título para optar al Título de Profesor de Educación Media en Matemática con mención Didáctica de la Matemática y el grado de Licenciado en Educación.

María Araya Pérez

Makarena Moraga Inostroza

Profesor Guía: Dr. Pamela Reyes Santander

Valparaíso, Chile 2013

ÍNDICE

Introducción	4
Problemática	5
Objetivos	8
Capítulo 1: Marco Teórico	9
1.1 Pensamiento Matemático	10
1.2 Estilos de Pensamiento	13
1.2.1 Estilos de Pensamiento según Sternberg	13
1.2.1.1 Estilos de Pensamiento según su función	15
1.2.1.2 Estilos de Pensamiento según su forma	15
1.2.1.3 Estilos de Pensamiento según su nivel	16
1.2.1.4 Estilos de Pensamiento según el sector	16
1.2.1.5 Estilos de Pensamiento según las preferencias	17
1.3 Estilos de Pensamiento Matemático	22
1.3. Estilos de Pensamiento Matemático según Borromeo-Ferri	22
1.4 Entornos de Aprendizaje	28
1.5 Teorema de Pitágoras	32
1.5.1 Demostraciones del Teorema de Pitágoras	33
Capítulo 2: Metodología	41
2.1 Tipo de Investigación	42
2.2 Población y Muestra	42
2.3 Contexto	42
2.4 Instrumentos de la investigación	44
2.4.1 Diseño de las clases	45
2.4.2 Diseño de la encuesta	51

Capítulo 3: Análisis	57
3.1 Análisis de la encuesta por estudiante	61
Capítulo 4: Resultados	82
Capítulo 5: Conclusiones	88
5.1 Conclusión	89
5.2 Sugerencias para las clases de matemática	91
Referencias bibliográficas	92
Anexos	96
Anexo 1: Ejemplo de entornos de aprendizaje	97
Anexo 2: Actividad Puzzles Pitagóricos II	98
Anexo 3: Actividad Puzzles Pitagóricos III	99
Anexo 4: Piezas puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos II	100
Anexo 5: Piezas puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos II	101
Anexo 6: Piezas puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos III	102
Anexo 7: Piezas puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos III	103
Anexo 8: Encuesta	104
Anexo 9: Análisis de la encuesta	109

Introducción

El presente trabajo de investigación, tiene como objetivo principal identificar los estilos de pensamiento matemático en estudiantes de segundo medio, utilizando entornos de aprendizaje para el trabajo con el Teorema de Pitágoras, para lo cual se ha estructurado en cuatro capítulos, con el fin de impulsar el desarrollo de los estilos de pensamientos propios de los estudiantes, en especial los estilos de pensamiento matemático en los estudiantes, ya que este desarrollo permitirá el desarrollo personal, la creatividad y la flexibilización en los procesos de aprendizaje.

En el primer capítulo hemos abordado de manera general los antecedentes que nos permiten fundamentar y justificar nuestra problemática a abordar. También describiremos el marco teórico con los diversos estilos de pensamiento y estilos de pensamiento matemático, ya que estos nos permitirán centrarnos en la personalidad, en los procesos cognitivos y en las actividades que los estudiantes prefieren para desarrollar sus estilos de pensamiento matemático.

Posteriormente, en el segundo capítulo se realiza una completa descripción de la metodología utilizada, el contexto de la investigación y el diseño de los instrumentos utilizados, tales como encuestas y hojas de trabajo en donde se trabaja con el Teorema de Pitágoras. Luego en el tercer capítulo se muestra el análisis por estudiante de las respuestas obtenidas en las encuestas realizadas.

Para finalizar el presente trabajo en el capítulo cuatro se analizarán los resultados obtenidos en la encuesta previamente diseñada, para identificar los estilos de pensamiento matemático de los estudiantes, y en el capítulo cinco se mencionarán las conclusiones con respecto en este trabajo de investigación.

Luego de las conclusiones obtenidas en este trabajo, cabe destacar, que uno de los logros es la identificación de los estilos de pensamiento matemáticos de una parte de estudiantes encuestados que se puede ver en la sección 3.1 del capítulo 3.

Problemática

Las investigaciones realizadas últimos años en los (Sternberg, R., 1999, Sternberg y Grigorenko 1997), van dejando en evidencia que los estilos de pensamiento de cada alumno están relacionados con sus propias experiencias, la manera de comunicarse, con la forma en que ellos aprenden y la forma en que los profesores enseñan. En general, al ser el estudiante evaluado por el profesor, se espera que el estilo de pensamiento del estudiante sea “similar” al del profesor, es por esto que muchas veces el proceso enseñanza- aprendizaje se centra en el estilo de pensamiento del profesor y no en el del alumno.

Basándose en Sternberg (1999) *“Un estilo de pensamiento es una manera característica de pensar. No se refiere a una aptitud, sino a como utilizamos las aptitudes que tenemos”*. Entendemos que los estilos de pensamiento se refiere a como les gusta a los estudiantes hacer algo, y la aptitud a lo bien que un estudiante puede hacer algo, por eso creemos que es importante que cada alumno conozca y desarrolle su estilo de pensamiento, ya que dos alumnos pueden ser iguales en actitudes pero no tener los mismos estilos de pensamiento. Un ejemplo de esto es cuando los estudiantes están en cuarto medio y deciden qué carrera quieren estudiar (ya que deciden, con respecto a lo que les gusta hacer), es por eso que el conocer o comprender su estilo de pensamiento puede ayudar a entender porque comprenden mejor algunas actividades y no otras o incluso porque se relacionan mejor con unas personas y no con otras.

Una de las dificultades que se presentan en este trabajo, y que podemos observar en las salas de clases, es que los alumnos no desarrollan su propio estilo de pensamiento, sino que reproducen el estilo de pensamiento impulsado por el profesor. Esto puede significar que algunos estudiantes estén indecisos sobre su propio estilo de pensamiento.

Otra de las dificultades que se han observado en las salas de clase es la falta de diversidad que presentan los alumnos. Esto no es tan solo culpa de los estudiantes, sino también de los profesores que no se preocupan de desarrollar el estilo de pensamiento de los estudiantes y que aceptan la repetición de procesos iguales a los de los profesores.

Sabemos que la creatividad no es innata y que requiere ser desarrollada Howard Gardner (1983), es por eso que los profesores son los actores principales de la estimulación creativa en la forma de trabajar de los estudiantes, en particular estimular utilizando entornos de aprendizaje para poder desarrollar los estilos de pensamiento propios de cada uno. Muchas veces los profesores se enfocan en desarrollar un determinado estilo de pensamiento, que para ellos puede ser el que más eficacia le proporciona o con el que se sienten más cómodo, permitiendo así una repetición por parte del alumno sobre el estilo de pensamiento propio del profesor.

Según Robert Sternberg y Tood Lubart (1995), uno de los recursos para trabajar la creatividad son: la inteligencia, el conocimiento, los estilos de pensamiento, la personalidad, la motivación y el contexto medioambiental. Esto nos indica nuevamente que el desarrollo de los estilos de pensamiento debe ser trabajado y desarrollado utilizando entornos de aprendizaje.

Dentro de las observaciones personales que se han ido adquiriendo en el transcurso de nuestras experiencias, se puede decir que hay dos situaciones recientes vividas por las autoras de este trabajo. Una de ellas como estudiantes del liceo, donde la profesora de la clase, impulsaba sus propias ideas y su propio estilo de pensamiento en el caso de las ecuaciones, utilizando la existencia de un cavernícola, situado en el signo igual, el cual tenía la misión de golpear y cambiar el signo de los números cuando cruzaban de un lado al otro. Esta experiencia, promueve el estilo de pensamiento de la profesora en los estudiantes de esa clase, produciendo imágenes mentales (probablemente erróneas) y limitando al estudiante a desarrollar su propio estilo de pensamiento y sus propias ideas.

Otra de ellas, esta vez como profesoras de la clase nos dimos cuenta que los estudiantes se mecanizan en seguir un orden en la resolución de un problema (Resolver gráficamente una ecuación) tal como se lo explica un determinado profesor, ya que el profesor impone su propio estilo de pensamiento y no le deja opción al alumno para que explore las diversas formas de resolver dicho problema. Esto nos hace pensar que tal vez el problema de fondo; es la enseñanza de la formación docente, ya que existe una escasa información pública sobre el material de apoyo que se les entrega a los profesores y no dominan los contenidos curriculares. La mayoría de los docentes creen que la mejor manera de realizar sus clases es de forma expositiva, ya que la calidad de las prácticas docentes no entrega las herramientas necesarias para desarrollar actividades con entornos de aprendizaje.

A partir de las informaciones recopiladas y las experiencias evidenciadas, podemos concluir que las clases de matemáticas realizadas por los profesores, en donde ellos imponen sus propios estilos de pensamiento evidencian que los alumnos cuando son evaluados copian y repiten los estilos de pensamiento de los profesores y por ende las clases se centran en el estilo de pensamiento del profesor y no en el del alumno.

Creemos que es importante desarrollar e impulsar los estilos de pensamientos propios de los estudiantes, en especial los estilos de pensamiento matemático en los estudiantes, este permitiría tanto el desarrollo personal de ellos como el fortalecimiento de su propia creatividad y la flexibilización en los procesos de aprendizaje. Como primera etapa de este trabajo se deberían identificar los estilos de pensamiento matemático y profundizar sobre estos.

Objetivos

El objetivo fundamental de este trabajo es:

Establecer la identificación de los estilos de pensamiento matemático en estudiantes de segundo año de enseñanza media, utilizando entornos de aprendizaje basados en el Teorema de Pitágoras.

Los objetivos específicos de este trabajo son:

- Utilizar una parte de una encuesta previamente diseñada.
- Diseñar tres clases sobre el Teorema de Pitágoras.
- Analizar las respuestas de la encuesta.
- Concluir con respecto a los análisis de la encuesta.

Capítulo 1: Marco Teórico

1.1 Pensamiento Matemático

El desarrollo del pensamiento matemático es vital e importante en nuestras salas de clases, ya que es un elemento esencial para fomentar la imaginación, la creatividad y como tal el razonamiento de los alumnos, pero ¿qué se entiende por pensamiento matemático? Hemos encontrado una aproximación que describe el pensamiento matemático.

Según Reyes-Santander (2012) el pensamiento matemático, es un producto final de variados procesos neuropsicológicos, los cuales provienen de diferentes áreas de la cognición, de la inteligencia, modalidades sensoriales y que requieren de diferentes habilidades del individuo. Más específicamente la autora escribe textual *“El pensamiento matemático es un proceso cognitivo, que incluye a la percepción, a pensamientos relacionados con el contenido matemático, a los procedimientos y a las estrategias, como también, a los procesos y capacidades no racionales”* (Reyes-Santander 2012, pág. 419)

Sobre la forma de expresar el pensamiento matemático, se puede incluir la noción de vehículos de comunicación (Reyes-Santander y Soto-Andrade, 2011; Reyes-Santander, 2012), los cuales se pueden clasificar en internos y externos. Entendiendo que los vehículos de comunicación internos, son representaciones mentales (internas, en general no expresables) que actúan en conjunto con las representaciones externas (externas, expresables), y que a su vez son la forma con la cual los individuos visualizan situaciones concretas que se traducen en representaciones pictóricas y simbólicas.

En este trabajo se adopta lo propuesto por Reyes-Santander (2012, pág. 419) con respecto al pensamiento matemático: *“... es un proceso cognitivo activo, por lo tanto, involucra actividades neurológicas, que comprometen un diálogo interno, que relacionan y utilizan representaciones de todo tipo, capacidades racionales y no racionales, capacidades desarrolladas o por desarrollar y conocimientos almacenados en la memoria e información por almacenar. Este proceso está relacionado con la vivencia de situaciones novedosas e*

interesantes para el individuo y con la búsqueda de respuestas a problemas, que determina el individuo de forma personal, con el objetivo de crear conocimiento sobre el medio que lo rodea y de esta forma construir un mundo matemático individual, con conexiones propias y con sistemas propios de llamados del conocimiento”

De lo anterior y basándonos en la misma autora, se puede decir que el pensamiento matemático tiene cuatro dimensiones, las cuales están agrupadas con respecto a los procesos cognitivos de los individuos:

1. *La percepción*: Es un conjunto de procesos cognitivos, relacionados con la estimulación de los sentidos, mediante los cuales las personas son capaces de comprender su entorno.

2. *Los pensamientos relacionados con los contenidos matemáticos*: Estos tienen una relación estrecha con las áreas de la matemática, como por ejemplo, el pensamiento numérico, el pensamiento aritmético, pensamiento geométrico, pensamiento algebraico, pensamiento estocástico, pensamiento funcional, pensamiento formal. En particular el pensamiento numérico, se refiere a lo que comprenden las personas sobre los números y sus operaciones, junto con la habilidad para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

3. *Las estrategias y los procedimientos*: Tienen que ver con el desarrollo del individuo, Coll (1987) define los procedimientos como un conjunto de acciones ordenadas y orientadas a llevar a cabo una meta o tarea. Las estrategias son secuencias de procedimientos o actividades mentales que se activan con el propósito de facilitar la adquisición de la información, es decir se refiere a los procedimientos como “... conjunto de acciones ordenadas y finalizadas, es decir, dirigidas a las consecución de una meta” (Coll 1987, pág. 89).

4. *Las capacidades no racionales*: Estas se refieren a las capacidades que posee un individuo que se procesan cognitivamente pero no de manera explícita, esto quiere decir que el individuo no puede describir el origen de estos

procesos. Algunas de ellas son la intuición, la creatividad, sensibilidad, flexibilidad, fantasía. En particular la intuición (Fischbein, 1987) es considerada como un equivalente del conocimiento intuitivo, es decir no como fuente ni como método, sino como un tipo de conocimiento que posee el individuo.

En la figura 1, se observa que están las cuatro dimensiones entrelazadas de manera equitativa, lo cual da un indicio para la clase de matemáticas ya que las cuatro dimensiones deberían ser promovidas de manera igualitaria.

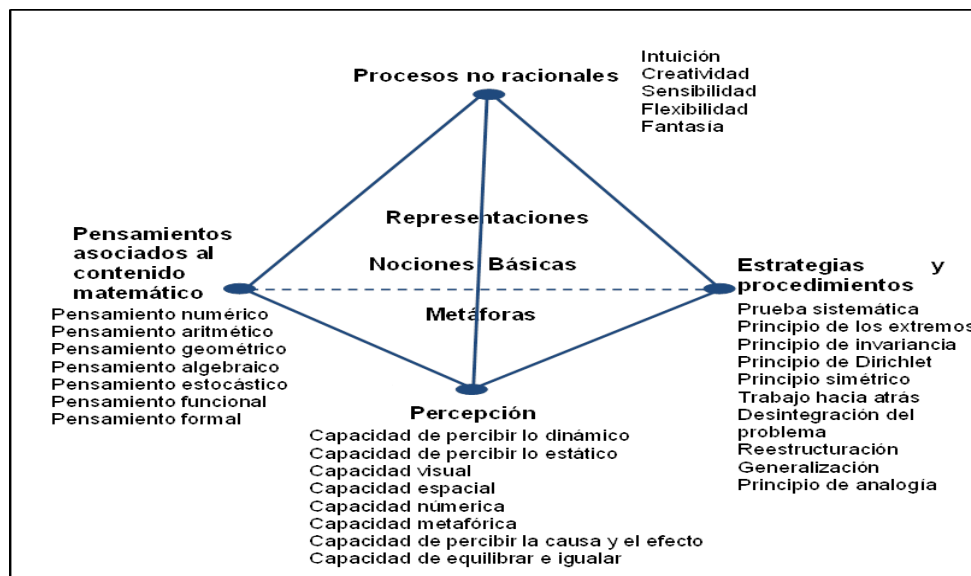


Figura 1: Modelo Tetraédrico del Pensamiento Matemático (Reyes-Santander, 2012).

Este es el cuadro que promueve la motivación para este trabajo y para el desarrollo de una clase de matemáticas, podemos darnos cuenta que el pensamiento matemático se entiende como la capacidad que tiene un individuo para analizar y comprender determinadas situaciones relacionadas con la matemáticas. Estructurado en cuatro dimensiones que nos permiten, por un lado, "...incluir a la percepción, como una componente importante, a considerar en el desarrollo del Pensamiento Matemático y de los estilos de pensamiento matemático. Por otro lado, da una respuesta a la pregunta: ¿Qué es el pensamiento matemático?, a saber: Entendemos por pensamiento matemático

como un proceso cognitivo (neurobiológico), que vincula percepciones, contenidos, capacidades y estrategias, este se produce cuando el individuo se encuentra en situaciones o problemas relacionados con contenidos matemáticos, que son para el individuo, interesantes o que presentan un desafío a su estructura cognitiva personal”. (Reyes-Santander, 2012, pág. 13)

Esta caracterización del pensamiento matemático es una de nuestras bases del marco teórico, con esta se procede a enmarcar lo que se entenderá por estilo de pensamiento matemático.

1.2 Estilos de Pensamiento.

En esta sección se tratara el estilo de pensamiento desde la forma general a la particular del estilo de pensamiento matemático.

Todo ser humano tiene su propia forma de expresarse, esto se debe a que hay estilos diferentes en cada uno de nosotros, a continuación se presentan los estilos de pensamiento humano presentados por Sternberg (1988; 1994; 1996; 1997; 1999).

1.2.1 Estilos de Pensamiento según Sternberg.

Los estilos de pensamiento son la forma en que las personas prefieren utilizar sus capacidades intelectuales, estos son importantes para los individuos en la medida que ellos puedan reconocer, cuáles de estos estilos les aportan más elementos para desarrollar sus capacidades. La concepción de Sternberg (1999) para los estilos de pensamiento es:

“A style is a preferred way of using one's abilities. It is not in itself an ability but rather a preference” (1994, p. 36).

[Un estilo es una forma preferida de la utilización de las capacidades de cada uno. No es en sí mismo una capacidad sino una preferencia]¹

Este autor ha propuesto un modelo de estilos de pensamiento llamado autogobierno mental, *“La idea básica de la teoría del autogobierno mental es que las formas de gobierno que tenemos en el mundo no son fortuitas, sino que son reflejos externos de lo que piensan las personas. Representan sistemas alternativos de organizar nuestro pensamiento. Por tanto, las formas de gobierno que vemos son reflejos de nuestra mente”* (Sternberg, 1999, pág. 39)

Sternberg (1999) sostiene que tenemos diferentes estilos para pensar y para controlarnos a nosotros mismos. Propone una clasificación de tres estilos de pensamiento: el ejecutivo, el legislativo y el judicial. También existen otros estilos de pensamiento analizados por Sternberg y Lubart (1995) que tienen que ver con la forma en que los individuos organizan sus ideas; estos son el estilo monárquico, el jerárquico, el oligárquico y el anárquico.

Los Estilos de Pensamiento pueden tener diferentes orígenes, pueden ser productos del desarrollo de la personalidad o de procesos cognitivos, por esto se han agrupado en diferentes áreas. La primera agrupación corresponde a cinco áreas: relativas a la función, a la forma, al nivel, al sector y a las preferencias. La otra agrupación se centra tres áreas diferentes que son: personalidad, cognición y actividad.

A continuación, se describen brevemente los estilos de pensamiento agrupados en las cinco áreas mencionadas anteriormente.

¹Traducido Reyes-Santander (2012).

1.2.1.1 Estilos de Pensamientos según su función

Hay tres tipos de estilos de pensamiento según la función que les gusta desempeñar a los individuos o a su pensamiento. Estas tres formas diferentes pueden aparecer en diferentes momentos y se nota una tendencia marcada de los individuos hacia una de estas tres formas.

Los estilos de pensamiento (Sternberg, 1999, pág. 40-41) según su función son:

- **Legislativo:** Individuos a los cuales les gusta hacer las cosas a su manera y prefieren decidir por sí mismas que harán y como lo harán. Les gusta establecer sus propias reglas y prefieren los problemas que no estén estructurados o planteados de antemano.
- **Ejecutivo:** Individuos que prefieren seguir reglas y problemas estructurados de antemano. Les gusta seguir reglas, y aplicar lo que saben para resolver problemas.
- **Judicial:** Individuos que les gusta evaluar, juzgar y analizar reglas y procedimientos, y prefieren problemas donde se analicen y evalúen cosas e ideas ya existentes.

1.2.1.2 Estilos de Pensamiento según su forma

Hay tres tipos de estilos de pensamiento según la forma en que los individuos se gobiernan a sí mismos (Sternberg, 1999). Estos se refieren a las diferentes maneras en que los individuos abordan el mundo y sus problemas.

Los estilos de pensamiento (Sternberg, 1999, pág. 43-44) según su forma son:

- **Monárquico:** Son las personas que tienden a no dejar que nada se interponga en la resolución de un problema y dirigen todos sus esfuerzos al cumplimiento de la misma. Son decididas y resueltas.
- **Jerárquico:** Personas que tienen varias metas y reconocen la necesidad de establecer prioridades. Tienden a aceptar la complejidad y son consistentes

en sus acciones, tolerantes y medianamente flexibles, se encuentran cómodos haciendo las cosas de manera sistemática.

- **Oligárquico:** Personas que tienen varias metas y que desean hacer más de una cosa al mismo tiempo, tienden a estar motivados por varias metas que consideran de igual importancia y que, con frecuencia, son contradictorias entre sí.
- **Anárquico:** Personas que parecen estar motivadas por metas que pueden ser difíciles de clasificar, tanto por ellas mismas, como por otras personas. Abordan los problemas de una manera aparentemente aleatoria, tienden a rechazar los sistemas rígidos y se revuelven contra cualquier sistema que consideren que las limita.

1.2.1.3 Estilos de Pensamiento según su nivel

Hay dos tipos de estilos de pensamiento según su nivel, entendiendo aquí el nivel como la forma en que los individuos se plantean un problema para obtener una solución, ya sea de manera general o particular.

Los estilos de pensamiento (Sternberg, 1999, pág. 45) según su nivel son:

- **Global:** Personas que gustan conceptualizar y trabajar con ideas, prefieren abordar cuestiones relativamente amplias y abstractas. Ignoran o rechazan los detalles.
- **Local:** Personas que prefieren problemas concretos y que exigen trabajar con detalles. Tienden a orientarse hacia los aspectos pragmáticos de una situación y son realistas.

1.2.1.4 Estilos de Pensamiento según el sector

Hay dos tipos de estilos de pensamiento según el sector, que se refieren a la forma en que interactúan los individuos, ya sea consigo mismos o con sus pares y su entorno.

Los estilos de pensamiento (Sternberg, 1999, pág.46) según su sector son:

- **Externo:** Individuo extrovertido socialmente sensible que le gusta trabajar con la gente en grupo. Suelen tener conciencia social y ser conscientes de los que sucede a otra persona. Les gusta trabajar con otros siempre que es posible.
- **Interno:** Individuo introvertido, que tiende a centrarse en las tareas, a ser distante y en ocasiones a tener poca conciencia social. Les gusta trabajar en soledad. Fundamentalmente prefieren aplicar su inteligencia a cosas o ideas prescindiendo de otras personas.

1.2.1.5 Estilos de Pensamiento según las preferencias

Hay dos tipos de estilos de pensamiento según las preferencias, estos se refieren a las tendencias que adoptan los individuos, para buscar o evitar un cambio al momento de abordar los diferentes problemas que se les presentan.

Los estilos de pensamiento (Sternberg, 1999, pág.7) según su preferencia son:

- **Liberal:** Personas que les gusta ir más allá de las reglas y procedimientos, maximizar el cambio y buscar situaciones que sean algo ambiguas.
- **Conservador:** Personas que prefieren seguir las reglas y procedimientos establecidos y las situaciones familiares, minimizan el cambio y evitan situaciones ambiguas siempre que sea posible.

A continuación en la Tabla 1, se observa un resumen de los estilos de pensamiento según la teoría de Sternberg (1999).

Tabla 1: Resumen de los Estilos de Pensamiento agrupados en cinco áreas.

Función	Forma	Nivel	Sector	Preferencia
<ul style="list-style-type: none"> • Legislativo • Adjudicativo • Ejecutivo 	<ul style="list-style-type: none"> • Monárquico • Jerárquico • Oligárquico • Anárquico 	<ul style="list-style-type: none"> • Global • Local 	<ul style="list-style-type: none"> • Interno • Externo 	<ul style="list-style-type: none"> • Liberal • Conservador

Además de las cinco áreas mencionadas anteriormente, los estilos de pensamiento se centran en tres áreas diferentes, como lo son: la cognición, la personalidad y la actividad. A continuación las trataremos brevemente.

Estilos Centrados en la Cognición

Los estilos centrados en la cognición se relacionan con los estilos cognitivos de los individuos y consisten en conocer como los individuos perciben y realizan sus actividades intelectuales Sternberg (1995). Los tres estilos centrados en la cognición que describiremos en este trabajo son: La dependencia e independencia del campo, la identificación de coincidencias o diferencias e impulsivo o reflexivo.

- **Dependencia e independencia del campo:** según Witkin (1973), debido a que algunas personas dependen más que otras de la estructura predominante en su campo visual, pueden sugerirse dos tipos de ellas: dependiente de campo e independiente de campo.
Las personas independientes del campo tienden a percibir la información de manera analítica y sin dejarse influir por el contexto, mientras que las personas dependientes del campo perciben de manera general y son influidos por su entorno y contexto.
- **Identificación de coincidencias o diferencias:** Kagan, Joss, Sigel (1963) refleja las diferencias en percepción, codificación y almacenamiento de información que son consistentes con ciertas propiedades generales de organización y funcionamiento intelectual.
- **Impulsivo o reflexivo:** Las personas impulsivas son aquellas que realizan la mayor parte de la tarea, pero se permiten cometer errores y las personas reflexivas son las que realizan la menor parte de la tarea, pero no se permite cometer errores (Sternberg, 1999, pág. 199).

Estos estilos de pensamiento se pueden observar en todas las clases de matemática. Por ejemplo un estudiante independiente del campo tiene una mayor predisposición al realizar actividades matemáticas, mientras que los estudiantes dependientes del campo se pueden identificar ya que prefieren las relaciones personales o sociales.

Otro ejemplo de estos estilos de pensamiento se puede ver cuando un estudiante impulsivo realiza rápidamente una actividad en clases, sin embargo el estudiante reflexivo primero piensa y se toma su tiempo en realizar la actividad.

Estilos Centrados en la Personalidad

Dentro de los estilos centrados en la personalidad, en este trabajo examinaremos dos de las teorías principales. La primera teoría extraída de la interpretación del trabajo de C. G. Jung (1923) realizado por Myers y Myers (1980), la cual tiene cuatro distinciones básicas, las que se refieren a:

- Las Actitudes de los individuos y en este caso se tiene a los **Introvertidos**, que son personas cuyos intereses se dirigen más hacia el interior y los **Extrovertidos**, que son personas sociables, interesadas en la gente y en el entorno. Esto es visible tanto en clases de matemática como en el campo laboral y el ambiente familiar.
- Las funciones perceptivas de los individuos y en este caso se tiene a los **Intuitivos**, que son personas que tienden a percibir los estímulos de una manera holística y a concentrarse más en el significado que en los detalles y los **Sensitivos**, que son personas que perciben la información de manera realista y precisa. Un ejemplo de esto se ve reflejado en los jóvenes, ya que son más intuitivos porque realizan actos sin pensar en las consecuencias y toman decisiones fácilmente, mientras que los adultos prefieren los hechos o las actividades concretas.
- Basados en el Juicio, en este caso se tiene a los **Pensadores**, que son personas que tienden a ser lógicos, analíticos e impersonales y a los

Emotivos, que son personas que tienden a estar más orientadas hacia los valores y emociones.

En una clase de matemática, se tiene una gran diversidad de estilos de pensamiento, estos influyen en el éxito o en el fracaso de una clase, ya que si se planifica considerando sólo un tipo de estilo, puede ser que el resto de los participantes quede aislado y no se sienta integrado. El conocer los estilos de pensamiento y considerarlos en la planificación de una clase, nos hace atender a la diversidad de nuestros estudiantes e integrarlos en clases de matemática.

- Con respecto a la interpretación de la información, en este caso se tiene a los **Observadores**, que son personas que tienden a ser dependientes de la información del entorno y a los **Juzgadores**, que son personas que tienden a ir más allá de la información para realizar interpretaciones. Ambos estilos deben ser desarrollados en clases de matemática, ya que nos permiten desarrollar la clase atendiendo a las diversidades de los estilos de pensamiento matemático y así poder integrarlos en el proceso de aprendizaje.

La segunda teoría que presentamos en este trabajo es la propuesta por Gregorc (1982), la cual está basada en la forma que tienen las personas para organizar el espacio y el tiempo.

- Con relación al espacio, en este caso se tiene a los **Concretos**, que son personas que se inclinan mayormente por experimentar las sensaciones producidas por los objetos materiales y que prefieren tratar con la expresión física de la información y a los **Abstractos**, que son personas que prefieren tratar con expresiones más metafóricas y que consideran por separado las cualidades de los objetos.
- Con relación al tiempo, en este caso se tiene a los **Secuenciales**, que son personas a las cuales les gusta que las cosas se les presenten paso a paso, de una manera ordenada y a los **Aleatorios**, que son personas que prefieren que las cosas se les presenten más al azar.

Estilos Centrados en la Actividad

Este enfoque centrado en la actividad se relaciona con los estilos de enseñanza y aprendizaje, según Sternberg *“Las teorías de estilos centradas en la actividad están más orientadas a la acción que las teorías centradas en la cognición o en la personalidad. Tienden a centrarse más en los tipos de actividades que llevan a cabo las personas en diversos aspectos de su vida, como los estudios y el trabajo”* (1999, pág. 210)

Aunque este estilo de pensamiento se centra en la actividad, es interesante mencionar los estilos de aprendizaje, ya que se centran en cómo les gusta aprender a las personas.

Kolb (1978) ha propuesto una teoría destinada a ser aplicada en contextos educativos. En esta teoría hay cuatro tipos básicos de estilos de aprendizaje: convergente, divergente, asimilador y acomodador.

- **Convergente:** Personas que se interesan en la experimentación activa y tiende a ser un conceptualizador abstracto. Al convergente le gusta emplear el razonamiento deductivo y centrarlo en problemas específicos.
- **Divergente:** Personas que se sitúan entre la experiencia concreta y la observación reflexiva, se interesan en las personas y tienden a ser imaginativas y emotivas en el trato con las personas, les gusta generar ideas puesto que tienden mucho a la creatividad.
- **Asimilador:** Personas que son muy hábiles para entender mucha información, tienden a ser conceptualizadores abstractos y observadores reflexivos. Les gusta emplear el razonamiento inductivo para asimilar observaciones dispares en una explicación integrada.
- **Acomodador:** Personas que tienden a la acción, más que a la reflexión y planificación. Les gusta la experiencia concreta y la experimentación activa y también les gusta correr riesgos.

A continuación en la Tabla 2, se observa un resumen de los estilos de pensamiento agrupados en tres áreas, según la teoría de Sternberg (1999).

Tabla 2: Resumen de los Estilos de Pensamiento agrupados en tres áreas.

Personalidad	Cognición	Actividad
<ul style="list-style-type: none"> • Introverso • Extroverso • Concreto • Abstracto 	<ul style="list-style-type: none"> • Dependencia e independencia del campo • Identificación de coincidencias o diferencias • Impulsivo o reflexivo 	<ul style="list-style-type: none"> • Divergente • Convergente • Asimilador • Acomodador

De lo anterior se tiene una visión general de lo que son los Estilos de Pensamiento, en este trabajo en particular interesa la relación entre lo propuesto por Sternberg y lo propuesto en especial sobre Estilos de Pensamiento Matemático.

Para precisar más aún sobre los Estilos de Pensamiento consideramos a continuación la noción de estilos de pensamiento matemático basándonos en lo propuesto por Borromeo-Ferri (2002; 2003a; 2003b; 2004a; 2004b; 2010; 2011; 2012).

1.3 Estilos de Pensamiento Matemático.

1.3.1 Estilos de Pensamiento Matemático según Borromeo-Ferri.

Los estilos de pensamiento matemático según (Borromeo-Ferri, 2012) no son habilidades, sino que estos se potencian a través de los conocimientos, habilidades y capacidades, que según Sternberg se puede entender por estilos de pensamiento, la forma en que las personas prefieren utilizar sus capacidades intelectuales. Los Estilos de pensamiento matemático sirven para

enfrentar y resolver problemas relacionados con la matemática y se pueden entender como atributos de la personalidad, ya que sus preferencias están conectadas con afectos positivos.

En las investigaciones realizadas por Borromeo-Ferri (2002; 2003a; 2003b; 2004a; 2004b; 2010; 2011; 2012), sobre el estudio de los estilos de pensamiento matemático podemos observar tres estilos: analítico, visual e integrado.

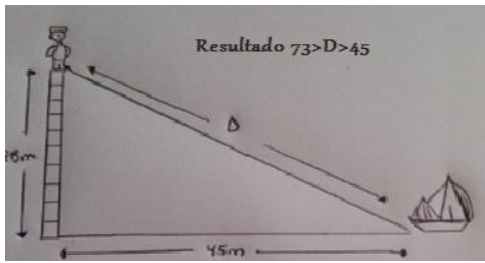
- **Estilo Analítico:** Individuos analíticos muestran preferencias por imaginaciones formales internas y por representaciones formales externas; ellos son capaces de comprender y expresar hechos matemáticos preferentemente a través de representaciones simbólicas o verbales, y muestran preferencias por un procedimiento paso a paso para resolver un problema dado. En problemas relacionados con la vida cotidiana, tienden a centrarse más en la parte matemática del proceso (Borromeo-Ferri, 2012).
- **Estilo Visual:** Individuos de estilo de pensamiento visual (pictórico-integral), son pensadores visuales y son personas que prefieren una imaginación pictórica interna y representaciones pictóricas externalizadas, para la comprensión de hechos matemáticos. También prefieren representaciones ilustrativas existentes para realizar conexiones matemáticas, además de tener una visión más holística, es decir, consideran las situaciones problemáticas y las posibilidades de solución. En problemas relacionados con la vida cotidiana, tienden a centrarse en la parte del mundo real del problema (Borromeo-Ferri, 2012).
- **Estilo Integrado:** Individuos de estilo integrado, son personas capaces de combinar formas visuales y analíticas del pensamiento en la misma medida, es decir, son personas flexibles entre la preferencia del estilo de pensamiento analítico y del estilo de pensamiento visual (Borromeo-Ferri, 2012).

Un problema matemático que puede ser desarrollado según estos 3 estilos de pensamiento matemático es el que se muestra en la tabla 3:

Tabla 3: Problema matemático sobre el Teorema de Pitágoras

Problema Un guarda costas observa un barco desde una altura de 28 metros. El barco está a una distancia horizontal del punto de observación de 45 metros. ¿Cuál es la longitud, en metros, de la visual del guarda costas al barco?

Visual



Analítico

Teorema de Pitágoras

$$D^2 = 28^2 + 45^2$$

$$D^2 = 784 + 2025$$

$$D^2 = 2809 \quad \sqrt{\quad}$$

$$D = \sqrt{2809}$$

$D = 53$ $D = \text{distancia}$

Integrado

TEOREMA DE PITAGORAS

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$28^2 + 45^2 = D^2$$

$$784 + 2025 = D^2$$

$$2809 = D^2$$

$$\sqrt{2809} = D$$

$$D = 53$$

$D = \text{distancia}$

Los estilos de pensamiento matemático no muestran las habilidades matemáticas, pero sí muestran las preferencias de cómo las habilidades matemáticas son utilizadas. Esto se puede entender de dos formas, la primera es que no importa la resolución correcta del problema y la segunda forma es

que el desarrollo del estilo no implica un desarrollo de habilidades matemáticas de manera directa.

Los estilos de pensamiento están constituidos por dos componentes, por un lado un componente interno (forma de pensar), de imaginaciones internas y de representaciones que pueden ser externalizadas y una segunda componente (forma de interpretar), caracterizada por lo holístico (completo) y lo separado (diseminado) en la forma de resolver problemas y de acercarse a ellos.

Estilos de pensamiento matemático según la forma de interpretar: basándonos en Ridings (2001) entendemos por:

- **Completo:** Forma de interpretar un problema, donde el problema y la solución son tratados como un todo, es decir, desde el todo a las partes.
- **Parcializado:** Forma de interpretar un problema, donde la solución de este se realiza paso a paso, es decir, de las partes al todo.
- **Combinado:** Proceso donde se interpreta un problema con elementos de las dos posibilidades anteriores.

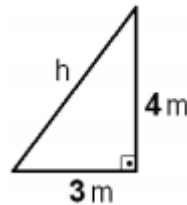
Los estilos de pensamiento matemático se puede clasificar de la misma forma que lo hace Sternberg (1997), esto es según la forma de pensar, la cual puede ser interna o externa. Según Borromeo-Ferri (2004a), estas se definen en el caso del estilo de pensamiento matemático como sigue:

- **Interno:** El pensamiento interno surge cada vez que el individuo realiza una representación mental o alguna imagen está en su cabeza, pero no lo comunica. En general el estilo de pensamiento interno no se comunica. Los individuos que prefieren este estilo de pensamiento matemático les gusta trabajar en soledad y prefieren aplicar su inteligencia a cosas o ideas prescindiendo de las personas, esto es, no ven las matemáticas desde un punto de vista práctico.

- **Externo:** El pensamiento externo surge cuando el individuo realiza alguna representación y la comunica, por medio de palabras, gestos, dibujos o sonidos. Los individuos orientados en la forma de pensar externa precisan de representaciones externas de sus ideas o imágenes mentales. Por lo general son individuos a los cuales les agrada trabajar en equipo, en actividades en las que pueden interactuar con otros, ven el lado práctico de la matemática y prefieren intercambiar sus ideas con amigos o compañeros.

Un ejemplo donde no se ven las matemáticas desde un punto de vista práctico (Pensamiento Interno), es el siguiente ejercicio 1, el cual se usa en las clases donde se trabaja con el Teorema de Pitágoras.

Ejercicio 1 Hallar la medida, en metros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 metros.



Por otro lado un ejemplo en donde se ven las matemáticas desde un punto de vista más práctico (Pensamiento Externo) es en el siguiente ejercicio 2:

Ejercicio 2 En una rampa inclinada, un ciclista avanza una distancia real de 85 metros, mientras que avanza una distancia horizontal de tan solo 77 metros. ¿Cuál es la altura en metros, de esa rampa?

A continuación en la Tabla 4, podemos observar un modelo propuesto por Borromeo-Ferri (2004a) que describe la teoría de los constructos de los estilos de pensamiento matemático, sobre la forma de interpretar un problema matemático (completo, parcializado y combinado) y la forma de pensar (interna ó externa).

Tabla 4: Modelo para la descripción teórica de los constructos de los estilos de pensamiento matemático y los estilos de pensamiento (Borromeo-Ferri, 2004a, pág. 52).

Orientados en la forma de pensar interna			Orientados en la forma de pensar externa				
			<i>Congruente</i>			<i>Incongruente</i>	
visual	Formal	Integrado	Visual-visual	Integrado	Simbólico-Simbólico	Visual-simbólico	Simbólico-visual
<i>Completo</i>							
<i>Parcializado</i>							
<i>Combinado</i>							

Este modelo propuesto por Borromeo-Ferri (2004a) nos permite observar los estilos de pensamiento para poder hacer un traspaso de análisis cualitativo a cuantitativo sobre la información que obtenemos en la resolución de un determinado problema.

Podemos darnos cuenta que existe una relación entre los estilos de pensamiento propuestos por Sternberg (1999) y los estilos de pensamiento matemático propuesto por Borromeo-Ferri (2012), esto es los estilos de pensamiento matemático no muestran las habilidades matemáticas, pero si muestran las preferencias de como las habilidades matemáticas son utilizadas, es decir, se puede entender como lo la forma en que las personas prefieren utilizar sus capacidades intelectuales. El objetivo de este trabajo es identificar los estilos de pensamiento y por lo tanto se considerar una parte del modelo

para la descripción teórica de los constructos de los estilos de pensamiento matemático y los estilos de pensamiento que son el estilo visual, analítico e integrado.

1.4 Entornos de Aprendizaje

Los entornos de aprendizajes son un tipo de metodología de clases de matemáticas, en el cual se crean las condiciones para que un alumno interactúe con el profesor y con sus pares, adquiera nuevos conocimientos, nuevas experiencias y elementos de estudio que le generen analizar y reflexionar sobre su propio conocimiento.

Entendemos, entornos de aprendizaje como una *“conjunción de las tareas diseñadas y la concepción de una determinada manera de usarlas, incluyendo el papel del formador de profesores y los documentos adicionales”* (Llinares, 2004) que ayuden a los estudiantes a construir su conocimiento y de la misma forma a desarrollarlo.

La creación de un entorno ó ambientes de aprendizaje tiene que ver con el impulso a competencias y capacidades, relaciones participativas y democráticas al interior de la comunidad educativa y la creación de ambientes lúdicos que promuevan y faciliten el gusto por el aprendizaje (Duarte, 2003). Es por esto que podemos encontrar diferentes tipos de entornos de aprendizaje: Entornos Físicos, Entornos Virtuales, Entornos Formales y Entornos Informales.

Cada tipo de entorno de aprendizaje tiene características particulares, según Guerrero (2009):

- **Entornos Físicos:** Fortalecen las actividades de sensibilización de tal forma que la práctica docente conduce a espacios de interacción, donde el estudiante entra en contacto con el docente, con los contenidos de aprendizaje, con el aula y de forma general con el contexto educativo.

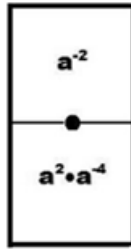
- **Entornos Virtuales:** Espacio físico donde las nuevas tecnologías como los sistemas satelitales, el internet, los materiales multimedia y la computadora entre otros fortalecen el conocimiento, la apropiación de contenidos, experiencias y los procesos pedagógicos-comunicacionales.
- **Entornos Formales:** Son aquellos que se ofrecen en los centros educativos y tienen una estructura, de acuerdo con el diseño curricular han sido ideados con un propósito definido previamente, tienen una duración y soporte, concluyen con una evaluación.
- **Entornos Informales:** Son aquellos que no están definidos de acuerdo con un centro educativo o formativo, por lo que el aprendizaje en éstos no conducen a una certificación. Se da de forma no intencional y no planificada en la interacción cotidiana.

Un ejemplo que hemos considerado para este trabajo es un juego de domino que corresponde a un entornos de aprendizaje físico, en el cual los estudiantes trabajan directamente las propiedades de potencias. Hemos considerado este ejemplo de entornos de aprendizaje ya que este domino de potencias le permite al estudiante interactuar en diferentes contextos con sus pares y docentes, propiciando el aprendizaje colaborativo a través del propio aprendizaje.

En esta sección describiremos en detalle el entorno de aprendizaje utilizado en la experiencia de esta investigación.

Este juego de dominó de potencias tienen como objetivo colocar todas las fichas en la mesa antes que los demás jugadores y así sumar puntos para ganar el juego, contiene 28 fichas similares a las de un juego de domino normal, estas fichas están formadas con expresiones de base a y exponentes enteros.

Por ejemplo, una de las fichas de este domino de potencias es:



Esta ficha se puede unir con cualquier ficha que tenga el mismo exponente, -2, formando así una cadena similar a los dominós tradicionales como lo muestra la siguiente figura 2.

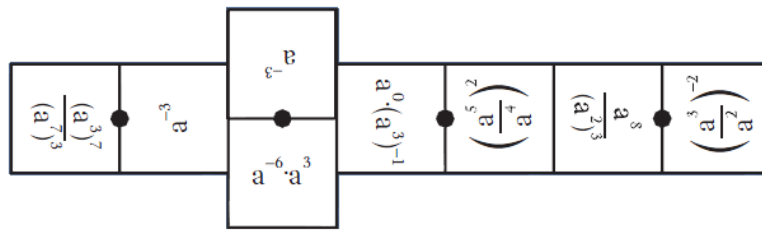
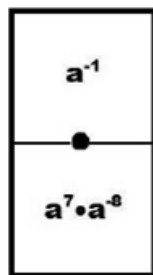


Figura 2: Ejemplo de Entorno de Aprendizaje

García (s. a) *Mueve fichas Juegos, matemáticas y estrategias.*

Este juego de domino se juega en grupos de 4 estudiantes, en el cual se reparten 7 fichas a cada uno. Comienza el jugador que tenga la ficha doble con el mayor exponente, en este caso es:



Luego el siguiente jugador debe colocar una ficha en el extremo haciendo coincidir las expresiones. Si un jugador no tiene la ficha que coincida con la expresión debe pasar su turno. Finalmente gana el jugador que coloque todas las fichas en la mesa, pero si ningún jugador puede poner las fichas acaba la partida y gana el jugador que tenga menos puntos.

El formato de entornos de aprendizaje que se usa para recortar en la sala de clases se encuentra en el anexo 1.

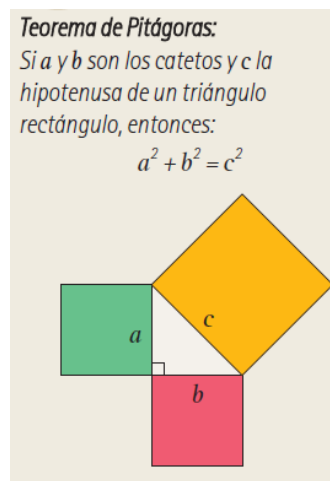
En este trabajo se considera un entorno de aprendizaje como una metodología que propicia la instancia para que los estudiantes adquieran conocimientos y experiencias, que contribuye a lograr construir y desarrollar un aprendizaje más significativo.

1.5 Teorema de Pitágoras

Uno de los contenidos a tratar en la educación matemática chilena (Mineduc, 2011) es el Teorema de Pitágoras. En particular en segundo medio de formación general (Mineduc, 2011, pág. 50) se tiene como objetivo “relacionar el Teorema de Pitágoras con el Teorema recíproco de Pitágoras y determinar los pasos involucrados en la demostración del Teorema recíproco de Pitágoras”. Este Teorema se trabaja después de los Teoremas de Euclides, relativos a proporcionalidad de trazos y antes de ángulos inscritos en la circunferencia.

El Teorema de Pitágoras es importante para la resolución de problemas en el contexto de la construcción y las situaciones de la vida diaria pero también es importante para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Se revisaron los textos escolares de segundo año de enseñanza media. Y la forma de enunciar el Teorema de Pitágoras que encontramos es:

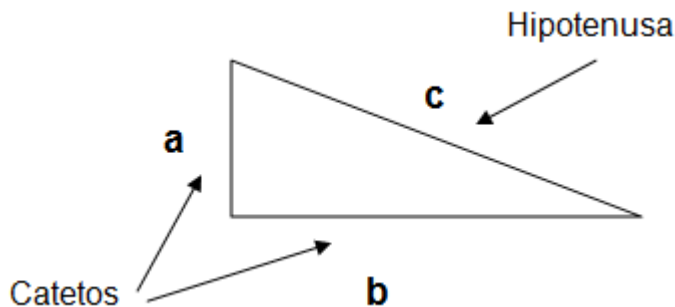


(Texto Matemática para el estudiante 2º año de enseñanza media, pág. 29)

Además revisando hacia atrás, en un texto de séptimo básico donde los estudiantes tratan por primera vez el Teorema de Pitágoras se encuentra la siguiente definición:

En todo triángulo rectángulo, “La suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa” (Texto Matemática para el estudiante 7º básico, pág. 82)

Si un triángulo rectángulo tiene catetos de longitudes a y b , y la medida de la hipotenusa es c , se tiene que:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

El Teorema de Pitágoras tiene una variedad de demostraciones distintas, donde se utilizan diversos métodos, a continuación veremos algunas demostraciones del Teorema de Pitágoras.

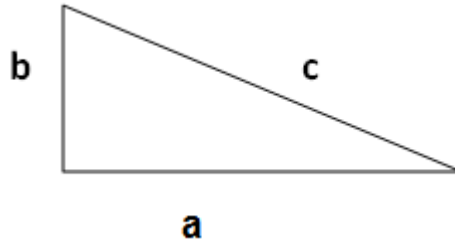
1.5.1 Demostraciones del Teorema de Pitágoras

En este trabajo se consideran algunas demostraciones del Teorema de Pitágoras, en las cuales se usa algebra, semejanza de triángulos y la comparación de área.

http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2000_03_2_04.pdf

1.5.1.1 Demostración del Teorema de Pitágoras usando algebra

La siguiente demostración es atribuida a Garfield. J. A. Donde dado un triángulo rectángulo de catetos a y b e hipotenusa c .



Giramos el triángulo 90° , de forma que el cateto a del triángulo sea la prolongación del cateto b del otro triángulo, formándose los vértices M y N señalados en la figura 3.

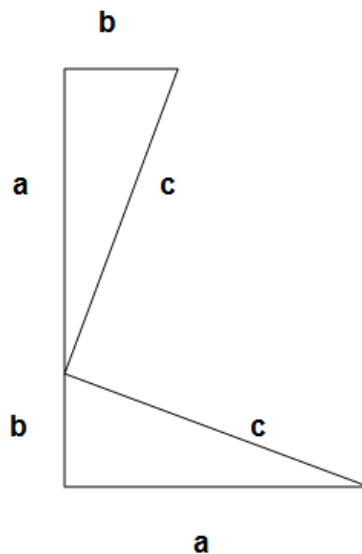


Figura 3: Triángulos de catetos a y b e hipotenusa c .

Luego, unimos los puntos N y M, obteniendo un trapecio de altura $a+b$ y bases a y b , como lo muestra la figura 4.

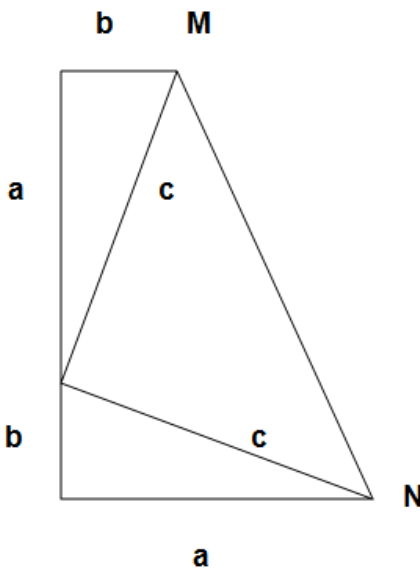


Figura 4: Trapecio

Luego el área del trapecio es:

$$\frac{(Base Mayor + Base Menor)}{2} \times Altura$$

$$\text{Reemplazando tenemos: } \left(\frac{a+b}{2}\right) \times (a+b) = \frac{1}{2} \times (a+b)^2 = \frac{a^2+2ab+b^2}{2}$$

Por otra parte el trapecio de altura $a+b$ y bases a y b , es la unión de tres triángulos: dos de estos triángulos de área $\frac{ab}{2}$ y otro de área $\frac{c^2}{2}$.

Si sumamos el área de los tres triángulos que forman el trapecio obtenemos:

$$\frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} = \frac{2ab+c^2}{2}$$

Finalmente si igualamos el área del trapecio y la suma de las áreas de los tres triángulos obtenemos:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{2} = \frac{2ab + c^2}{2} \quad / \cdot 2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

1.5.1.2 Demostración del Teorema de Pitágoras resultante de relaciones de semejanza entre triángulos rectángulos

En esta demostración atribuida a LaGrange. Dado el triángulo rectángulo ABC, trazamos la perpendicular CD desde C que corta a la prolongación de AB en D, como lo muestra la figura 5.

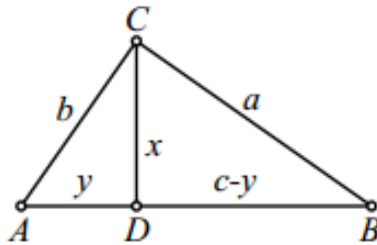


Figura 5: Triángulo ABC.

Obtenemos tres triángulos semejantes, donde:

Semejanza corresponde a figuras de igual forma, pero no necesariamente de igual tamaño. Dos triángulos serán semejantes, si sus ángulos son iguales y sus lados homólogos proporcionales; donde los lados homólogos son los opuestos a los ángulos iguales, indicándose la semejanza por el símbolo \sim .

Entonces los triángulos semejantes son $\triangle ADC \sim \triangle DBC \sim \triangle ABC$

Luego el triángulo $\triangle ADC \sim \triangle ABC$ donde tenemos que sus lados proporcionales

son $\frac{y}{b} = \frac{b}{c}$. Y el triángulo $\triangle ABC \sim \triangle DBC$ donde tenemos que sus lados

proporcionales son $\frac{c-y}{a} = \frac{a}{c}$. Finalmente tenemos

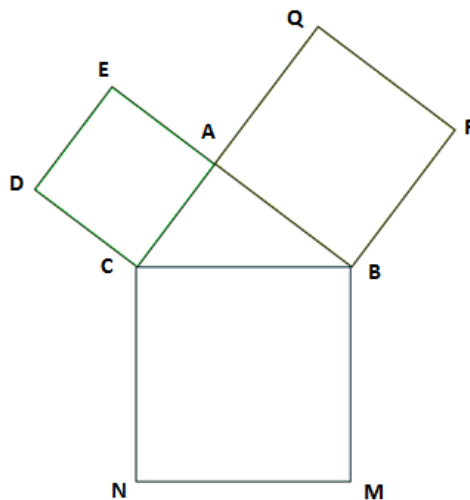
$$\frac{y}{b} = \frac{b}{c} \quad \text{De aquí obtenemos} \quad (1) \quad yc = b^2$$

$$\frac{c-y}{a} = \frac{a}{c} \quad \text{De aquí obtenemos} \quad (2) \quad c(c-y) = a^2$$

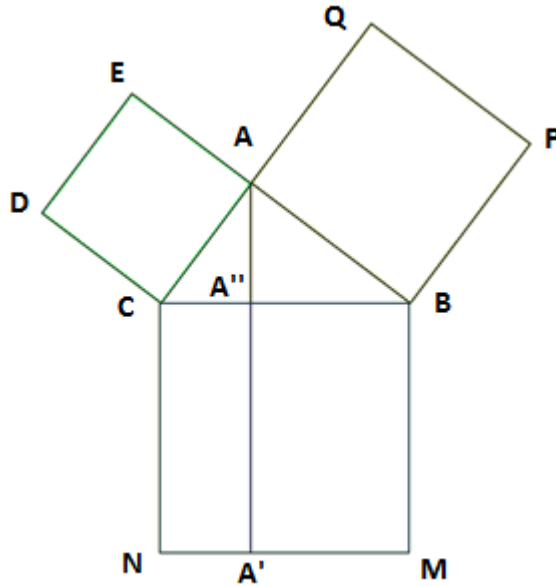
Luego sumando (1) y (2) tenemos $c^2 = a^2 + b^2$

1.5.1.3 Demostraciones del Teorema de Pitágoras basada en la comparación de áreas

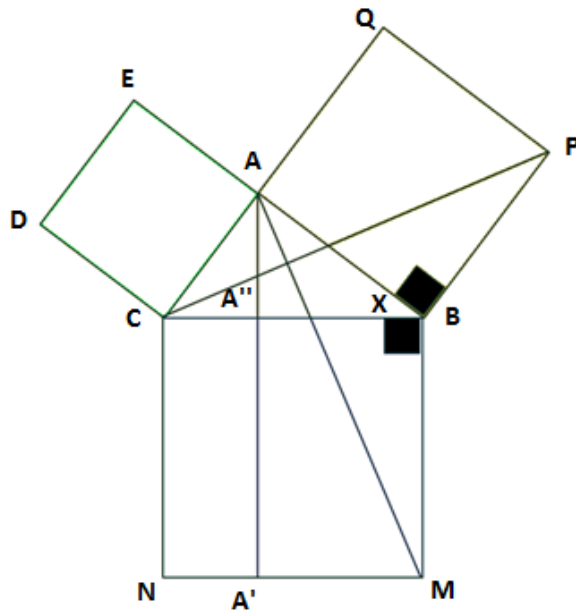
1. Esta demostración que hemos encontrado de los seis primeros libros de la Geometría de Euclides realizada por (Camorano, R., 1576, pág. 33–34), consiste en probar que el área del cuadrado NMBC es igual a la suma de las áreas de los cuadrados ABPQ y ACDE.



Para ello trazamos por A una perpendicular al trazo CB que corta a NM en A' y CB en A'', dividiendo al cuadrado inferior en dos rectángulos A'MBA'' y NA'A''C.



Unimos A con M y C con P, luego los triángulos MBA y CBP son iguales pues tienen un ángulo común ($90^\circ + X$) e iguales lados que lo determinan $BP = AB$ y $BM = BC$



Considerando el triángulo MBA de base MB y altura MA', de área $\frac{MB \times MA'}{2}$ la cual coincide con la mitad del área del rectángulo A'A''BM. Y el triángulo CBP de base BP y altura PQ, de área $\frac{BP \times PQ}{2}$ igual a la mitad del área del cuadrado BPQA. Como los triángulos son iguales $\text{Área}(BPQA) = \text{Área}(A'A''BM)$, finalmente uniendo los puntos AN y BD podemos seguir un proceso similar al anterior para terminar probando que $\text{Área}(ACDE) = \text{Área}(A'A''CN)$.

2. Otra demostración del Teorema de Pitágoras realizada por (García, E., 1848, pág. 27) usando la comparación de áreas es:

Dada la siguiente figura 6 tenemos que:

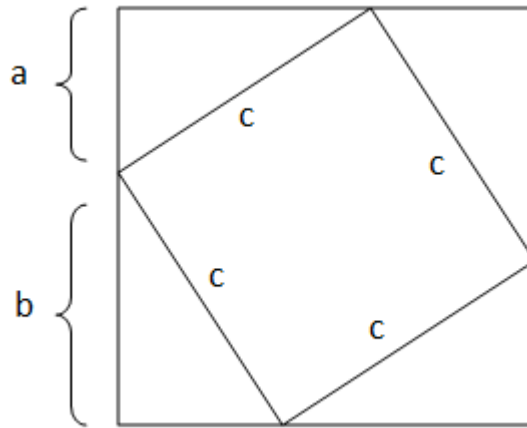


Figura 6: Demostración del Teorema de Pitágoras.

El área del cuadrado de lado c , es c^2 y el área del cuadrado de lado $a+b$ es $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Luego el área de cada triángulo de la figura 2 es $\frac{ab}{2}$, entonces la suma las áreas de los cuatro triángulo es $2ab$.

Finalmente el área del cuadrado de lado $a+b$ es igual a la sumas de las áreas del cuadrado de lado c y los cuatro triángulos, es decir,

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

De las demostraciones antes vistas sobre el Teorema de Pitágoras, una de las más utilizada en las clases de matemática en el nivel de segundo medio es la que se basa en la comparación de áreas, más específicamente en la segunda demostración de comparación de áreas que mostramos anteriormente atribuida a García Quijano, E. (1848).

Es por esto que las hojas de trabajo, entornos de aprendizaje que se diseñaron están basadas en la segunda demostración del Teorema de Pitágoras basada en la comparación de áreas.

Capítulo 2: Metodología

2.1 Tipo de Investigación

La metodología utilizada en este trabajo de investigación es de carácter cuantitativo y se basa principalmente en el diseño de una encuesta referente a la forma que tienen los estudiantes para aprender y comprender las matemáticas, utilizando una secuencia de actividades sobre el Teorema de Pitágoras.

Una investigación cuantitativa es aquella que permite examinar los datos según la correlación entre variables, la generalización y la objetivación de los resultados a través de una muestra (Pita & Pértegas, 2002).

2.2 Población y Muestra

Para llevar a cabo esta investigación se consideraron como población los estudiantes de segundo medio, ya que en este nivel es donde se trabaja el contenido de Teorema de Pitágoras, la muestra son 20 estudiantes que cursan segundo medio en el Liceo Técnico María Luisa Bombal.

Este trabajo fue aplicado durante tres días, al grupo de curso segundo año “D” que tiene 30 alumnos, en el cual hay 13 hombres y 17 mujeres. La encuesta aplicada a este grupo curso se analizó solo con 20 de los estudiantes, ya que solo esta cantidad respondió los cuestionarios que se aplicaron.

2.3 Contexto

El presente trabajo de investigación se ha desarrollado con alumnos de segundo medio del Liceo Técnico María Luisa Bombal (Educación Pre Básica - Básica y Media), liceo que pertenece a la corporación municipal de Valparaíso, ubicado en Avenida Gran Bretaña N° 851 Cerro Playa Ancha, que cuenta con la unidad de formación profesional, donde se concentra la preparación profesional vinculando a lo técnico pedagógico con las prácticas profesionales. Técnico pedagógico, ya que tiene carácter profesional de nivel superior, que se

ocupa respectivamente de la orientación educacional y vocacional, supervisión pedagógica, planificación curricular, evaluación del aprendizaje, investigación pedagógica, vinculación con empresa y el mundo laboral a través de la unidad de producción.

La visión del establecimiento es tener a futuro un liceo sólido en formación general y técnico profesional en un ambiente de trabajo y estudio en sana convivencia que genere una cultura de perfeccionamiento permanente, que promueva en los alumnos la capacidad de emprendimiento orientada hacia el desarrollo turístico de la región. Con una comunidad educativa responsable y comprometida con el aprendizaje de los alumnos y alumnas.

Este establecimiento es clasificado dentro de un grupo socioeconómico bajo, ya que entre el 69,01% y 100% de los estudiantes se encuentran en condición de vulnerabilidad social, donde la mayoría de los apoderados ha declarado tener hasta 9 años de escolaridad, y un ingreso del hogar de hasta \$ 230.000.

El perfil de los alumnos del segundo año "D" del liceo Técnico María Luisa Bombal, son jóvenes con una edad promedio de 16 años, con un alto nivel de vulnerabilidad socioeconómica y con resultados SIMCE significativamente bajos en comparación con los promedio nacional alcanzados por los estudiantes de segundo medio como lo muestra la siguiente tabla 5.

Tabla 5: Puntajes SIMCE segundo medio año 2012.

Puntajes promedio nacionales en SIMCE segundo año de enseñanza media 2012 y variaciones respecto de evaluaciones anteriores.

Prueba	Puntaje promedio 2012	Variación 2010-2012	Variación 2008-2010
Matemática	265	+9	+6

Puntajes promedio Liceo María Luisa Bombal en SIMCE segundo medio 2012 y variaciones respecto de evaluaciones anteriores.

Prueba	Puntaje promedio 2012	Variación 2010-2012	Variación 2008-2010
Matemática	207	-6	+21

Simce-Mineduc. (s. a.). Resumen de Resultados Simce 2012.

2.4 Instrumentos de la Investigación

En esta sección se analizaron los documentos oficiales es decir, marco curricular, programa de estudio de segundo año medio, *Matemática 2011*.

Se recopiló información de los textos de estudios de matemática de segundo medio y séptimo básico sobre el Teorema de Pitágoras, con el fin de conocer las situaciones de aprendizaje que llevan a cabo los estudiantes.

Los textos seleccionados fueron los siguientes:

- Urzúa, P., Benavides, M., Gederlini, A., González, M., Sepúlveda, G., y Vergara, C., Textos "*Matemática 7*". Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones, Santiago, Chile, 2007.

- García, M., Baeza, A., Villena, M., Guerra, M., Urzúa, P., y Hernández, R., Textos “Matemática 2”. Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones, Santiago, Chile, 2005.

2.4.1 Diseño de las clases

La secuencia de clase fue diseñada teniendo como propósito el desarrollo o fomento de los estilos de pensamiento, esto es una clase que contemplara tanto lo visual como lo simbólico. Además se incluyó algunos aspectos lúdicos como lo son los puzles y la construcción de ellos.

Esta clase la hemos diseñado para el nivel de 2° Medio, del plan común. Y La implementación de esta secuencia de clases fue dividida en tres partes: cada una de 90 minutos.

A continuación se detalla cada una de las partes de las secuencias de las clases como se ven en las siguientes tablas 6, 7 y 8.

- El objetivo específico de la clase 1: Observar la forma en que los alumnos trabajan durante una clase de matemáticas.

Tabla 6: Secuencia de clase 1.

Momento	Secuencia de la Clase
Inicio	Observar a los estudiantes durante una clase normal de matemática.
Desarrollo	Aplicar la primera parte de la encuesta, que consta de dos ítems referente a la forma de aprender y comprender las matemáticas.
Cierre	Realizar actividad Puzzles Pitagóricos I, que consiste en recortar las piezas entregadas en la hoja de trabajo.

- El objetivo específico de la clase 2: Comprender el Teorema de Pitágoras, basándose en la comparación de áreas.

Tabla 7: Secuencia de la clase 2.

Momento	Secuencia de la Clase
Inicio	Se aplica la segunda parte de la encuesta que consiste en un ítem.
Desarrollo	<p>Se entrega a los estudiantes materiales tales como puzzles, lápices y tijeras para resolver la segunda hoja de trabajo Puzzles Pitagóricos II. Para llevar a cabo esta clase les entregamos las siguientes instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Deben formar grupos de dos personas. - Cada grupo deberá recibir una hoja de trabajo y dos puzzles, uno con cinco piezas y otro con cuatro piezas como lo muestra la figura 7 y la figura 8. - Debe formar un cuadrado, con las primeras cuatro piezas del primer puzzle “cuadrado 1”, un segundo cuadrado con las cinco piezas del otro puzzle “cuadrado 2” y un último cuadrado con todas las piezas de los dos puzzles anteriores - Calcular el área de cada cuadrado y anotar en la tabla de la hoja de trabajo (figura 9), la medida del lado y la medida del área del cuadrado.
Cierre	<p>Finalmente y una vez completa la tabla de la hoja de trabajo deben responder las dos siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué es lo que observas respecto a los valores de la tabla? 2. ¿Qué relación encuentras en las áreas de los cuadrados? Argumente de forma verbal con tu compañero.

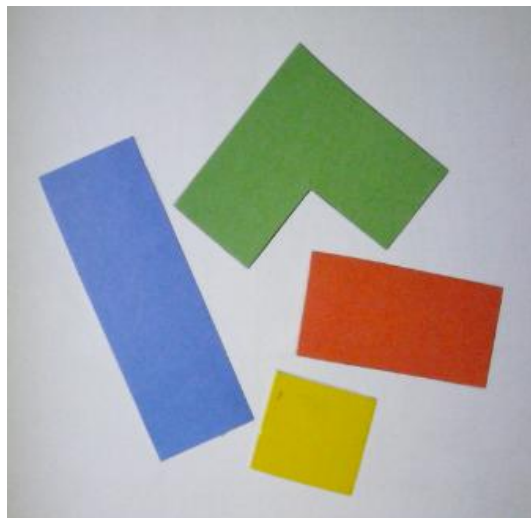


Figura 7: Piezas del puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos II.



Figura 8: Piezas del puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos II.

	Medida lado			Area Cuadrado			observaciones
	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	
Puzzle 2							

Figura 9: Tabla de Puzzles Pitagóricos II.

- El objetivo específico de la clase 3: Comprender el Teorema de Pitágoras, usando la comparación de áreas.

Tabla 8: Secuencia de la clase 3.

Momento	Secuencia de la Actividad
Inicio	Se explica a los estudiantes que esta clase consiste en una tercera hoja de trabajo Puzzles Pitagóricos III.
Desarrollo	<p>Se entrega a los estudiantes materiales tales como puzzles, lápices y tijeras para resolver la segunda hoja de trabajo Puzzles Pitagóricos II. Para llevar a cabo esta clase les entregamos las siguientes instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Deben formar grupos de dos personas. - Cada grupo deberá recibir una hoja de trabajo y dos puzzles, uno con seis piezas y otro con cinco piezas como lo muestra la figura 10 y la figura 11. - Cada grupo debe formar un cuadrado con las cinco primeras piezas del puzzle “cuadrado 1” y un segundo cuadrado con las otras cinco piezas del puzzle “cuadrado 2”, para posteriormente completar la siguiente tabla que aparece en la hoja de trabajo como lo muestra la figura 12. - Una vez completada la tabla los estudiantes deben responder la siguiente pregunta: <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Qué es lo que observa con respecto a los dos cuadrados? Argumente de forma verbal y matemático con sus compañeros.
Cierre	Se aplica la tercera y última parte de la encuesta.

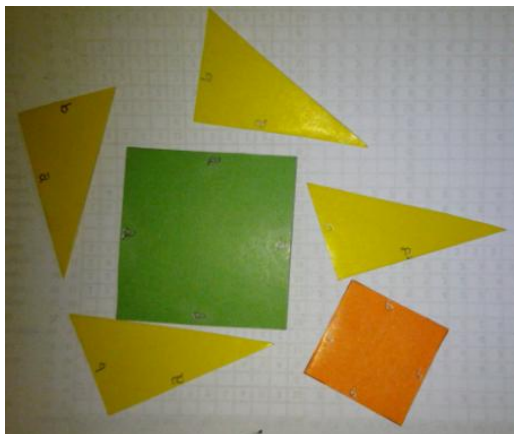


Figura 10: Piezas del puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos III.



Figura 11: Piezas del puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos III.

	Medida del lado		Area de cuadrado		Observaciones
	Cuadrado 1	Cuadrado 2	Cuadrado 1	Cuadrado 2	
Puzzle					

Figura 12: Tabla de Puzzles Pitagóricos III.

Luego, podemos darnos cuenta que en las hojas de trabajo, Puzzles Pitagóricos II y Puzzles Pitagóricos III se ven reflejadas las siguientes habilidades matemáticas:

Puzzles Pitagóricos II

- Representación simbólica (en el traspaso de información a la tabla, las medidas de los lados y el área de cada cuadrado”).

	Medida lado			Área Cuadrado			observaciones
	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	
Puzzle 2							

- La argumentación aparece donde los alumnos deben responder las preguntas con respecto a lo observado en la tabla de valores.

1. ¿Qué es lo que observas respecto a los valores de la tabla?

2. ¿Qué relación encuentras en las áreas de los cuadrados? Argumente de forma verbal con tu compañero.

Puzzles pitagóricos III

- Modelar aparece en la pregunta que se le hace a los alumnos sobre lo observado respecto a los cuadrados realizados.

¿Qué es lo que observa con respecto a los dos cuadrados?

Argumente de forma verbal y matemáticamente con su compañero.

Finalmente lo que se espera de esta clase es que los alumnos a través de la realización de los puzzles, realicen la medición de los lados, las áreas de los cuadrados, y logren comprender del Teorema de Pitágoras usando la comparación de área. A su vez con las respuestas de la encuesta referente a la forma de pensar de los estudiantes, podamos identificar la tendencia de los estilos de pensamiento cada uno de ellos.

A continuación presentaremos el diseño de la encuesta diseñada por la investigadora Borromeo-Ferri (2012) sobre, la cual fue traducida por la docente Pamela Reyes dentro de un proyecto relacionado con los estilos de pensamiento.

2.4.2 Diseño de la encuesta

La encuesta está conformada de un grupo de preguntas que se encuentran dirigidas a un grupo de alumnos que nos permitirán conocer cómo piensan al momento de resolver problemas en matemáticas. Esta encuesta se encuentra conformada por preguntas cerradas, con respuestas de opción múltiple (muy de acuerdo (1); de acuerdo (2); no concuerdo (3); no concuerdo para nada (4)), que nos permitirán contabilizar los resultados de manera más acertada.

Esta encuesta consta de tres partes. La primera parte de la encuesta tiene que ver con la intervención (observación) al grupo que fue aplicada, una segunda parte relacionada con la actividad sobre el Teorema de Pitágoras y la tercera relacionadas con la impresión de los estudiantes con respecto a las clases.

Para este trabajo hemos elegido dos ítems de la primera parte de la encuesta diseñada por Borromeo- Ferri (2012), los cuales están relacionados directamente con el objetivo de este trabajo y con las necesidades de realizar un trabajo final para optar al título de profesora de matemáticas.

Los dos ítems de la primera parte de la encuesta son:

- **Ítem 1:** Este ítem lleva por nombre “Cada uno aprende y entiende matemática a su manera: Algunos prefieren esquemas y dibujos, otros fórmulas matemáticas y variables. ¿Cuál es la forma que a ti más te gusta?”.

El ítem contiene 11 preguntas, en las cuales las primeras cinco nos permiten identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual del estudiante, una pregunta como indicador o distractor y las cinco últimas

preguntas que nos permite identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Analítico del estudiante.

A continuación mostraremos las tres partes de este ítem, la parte visual, el indicador y la parte analítica.

Las cinco preguntas donde identificamos que el estudiante tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Visual (V) son:

V1: A mí me gusta, cuando en clases se explica con dibujos, gráficos o bien con esquemas en la pizarra.

V2: Cuando yo trabajo en una tarea, me imagino todo con dibujos y casi siempre hago un “mono”, dibujo o esquema relacionado con la tarea.

V3: Me gusta la geometría, porque un dibujo es una posible solución.

V4: Un dibujo apropiado me ayudaría a entender más que una fórmula.

V5: Las imágenes mentales son importantes para mí comprensión en matemática.

El indicador o distractor (I) de este ítem es:

I1: En clases de matemática yo necesito muchos ejemplos, así puedo entender el tema mucho mejor.

Las cinco preguntas donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Analítico (A) son:

A1: Me resulta más fácil trabajar con variables y fórmulas, porque así, para mí es la matemática más comprensible.

A2: Yo utilizo con mucho gusto variables y las fórmulas para resolver un problema.

A3: La mayoría de las veces yo busco una fórmula conocida para resolver un problema.

A4: Las explicaciones de mi profesor con variables y fórmulas están mas de acuerdo a mi forma de pensar y entender.

A5: Yo me aprendo las fórmulas con gusto y las recuerdo fácilmente.

- **Ítem 2:** Este ítem lleva por nombre “¿Cómo piensas tú sobre la matemática? Por favor, marca que tan de acuerdo estas con las siguientes frases:”.

El ítem está conformado por 11 preguntas, en las cuales las cinco primeras preguntas nos permiten identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual del estudiante, una pregunta como indicador o distractor y las cinco últimas preguntas que nos permite identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Analítico del estudiante.

Las cinco preguntas donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Visual (V) son:

V6: Matemática nos ayuda a resolver problemas de la vida diaria.

V7: Matemática es la base para el desarrollo tecnológico.

V8: Matemática es importante para el progreso de comunidades y sociedades.

V9: Matemática es una actividad sobre pensar problemas, encontrar y entender ideas y respuestas.

V10: En la matemática yo puedo encontrar muchas cosas y probar muchas de estas.

El indicador o distractor (I) de este ítem es:

I2: En los ejercicios de matemática existe la mayoría de las veces solo una solución correcta y posible, que se pueda encontrar.

Las cinco preguntas donde identificamos que el alumno tenga un estilo de Pensamiento Matemático Analítico (A) son:

A6: En la matemática existe siempre solo una solución correcta.

A7: Matemática es una colección de cálculos y de reglas de cálculos, las cuales dicen cómo resolver un problema.

A8: Matemática es la conservación y la aplicación de definiciones y fórmulas, de hechos matemáticos y de procedimientos.

A9: Me gusta mucho estar en clases de matemática.

A10: Yo me esfuerzo en clases de matemática porque quiero tener mejores notas que los otros.

La segunda parte de esta encuesta que consta de un ítem está conformada por tres preguntas.

- **Ítem 3:** Este ítem lleva por nombre “Al leer el ejercicio...”.

El ítem contiene 3 preguntas, en las cuales la primera nos permite identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual (V) del estudiante, la segunda nos permite identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Analítico (A) del mismo y la última cumple el rol de indicador ó distractor.

La pregunta donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de pensamiento Matemático Visual (V) es:

A11: Me imagino inmediatamente un cuadrado y dibujos geométricos relacionados.

La pregunta donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Analítico es:

A12: Busco fórmulas relacionadas con el Teorema de Pitágoras para poder resolver el Puzzle.

El indicador o distractor (I) de este ítem es:

I3: El Puzzle no es tan interesante y trato de resolverlo midiendo los lados, pensé en los números antes que en la situación.

La tercera parte de esta encuesta consta de un ítem, y está formada por cinco preguntas.

- **Ítem 4:** Este ítem lleva por nombre “Finalmente, hemos terminado y queremos saber tus impresiones de estas clases y que es lo que más te ayudo en estas tareas.”.

El ítem contiene 5 preguntas, en las cuales las primeras dos nos permiten identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual (V) por parte del alumno, dos preguntas que nos permite identificar la tendencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Analítico (A) y una última pregunta que cumple la función de distractor.

Las dos preguntas donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Visual (V) son:

V12: Con ayuda de dibujos o de material se hace todo más fácil, para responder a los problemas.

V13: Mis pensamientos tuvieron una libertad para expresarse, utilizando diferentes imágenes.

Las dos preguntas donde identificamos que el alumno tenga algún estilo de Pensamiento Matemático Analítico (A) son:

A12: Los símbolos me ayudaron a entender el problema y para explicar mejor la situación.

A13: La tabla con valores me ayudo en la dirección en la que se podía responder a las preguntas planteadas y como guía para las respuestas.

El indicador o distractor (I) de este ítem es:

I4: Me entretuve mucho con las tareas.

A continuación y luego de haber realizado una descripción de la metodología implementada en este trabajo de investigación analizaremos las respuestas obtenidas en la encuesta, en donde se espera identificar los estilos de pensamiento de los estudiantes.

Capítulo 3: Análisis

En este capítulo, se muestra el análisis de las encuestas, para determinar los estilos de pensamiento de cada estudiante, para esto se ha utilizado el “Modelo para la descripción teórica de los constructos de los Estilos de Pensamiento Matemático (EPM) y los Estilos de Pensamiento (EP)”, presentados en la sección 1.3 del capítulo 1.

A través de una tabla, sobre el resultado de las respuestas del curso, podemos observar los EPM predominantes de cada estudiante. En el anexo 9, se muestra esta tabla completa sobre las respuestas obtenidas de toda la clase.

Para desarrollar este estudio se observó cada respuesta por estudiante (E), que denotaremos E1, E2, E3,..., E20, las cuales se separaron en preguntas del tipo visual (V), que denotadas por V1, V2, V3,..., V13 y del tipo analítico (A), denotadas por A1, A2, A3,..., A13, las cuales se encuentran descritas en el capítulo 3. Por otra parte tenemos los indicadores o distractores denotados por I1, I2, I3, I4.

Luego se muestra el análisis de la encuesta por estudiante, donde se ha trabajado con las medidas de centralización tales como frecuencia absoluta, media y desviación estándar, para identificar la tendencia que tiene cada estudiante hacia un estilo de pensamiento matemático específico, ya sea visual, integrado ó analítico.

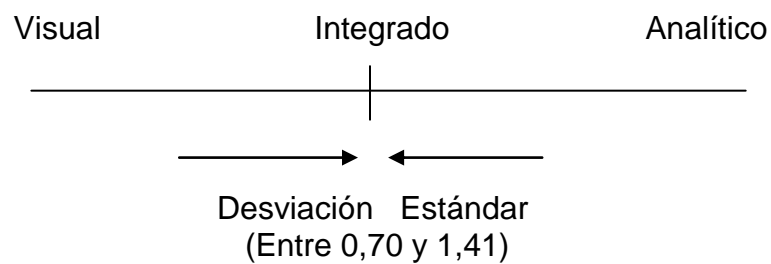
Una medida de centralización es aquella que nos facilita la información sobre una serie de datos analizados. Estas medidas permiten conocer diversas características de esta serie de datos (Haber, 1973).

A continuación las medidas de centralización utilizadas para el análisis de las respuestas son:

- **Frecuencia Absoluta:** Es el número de veces que aparece un determinado valor en un estudio estadístico.
- **Media Aritmética:** La media (también llamada promedio) es la cantidad total de la variable distribuida a partes iguales entre cada observación.

Luego se puede decir que, la desviación estándar en las filas de las tablas del análisis por estudiante, nos indica la relación entre lo visual y lo analítico. Si la desviación estándar es pequeña da indicios de que el estudiante podría tender a un estilo de pensamiento matemático integrado, como se puede observar en la figura 14.

Figura 14: Esquema 2 con respecto a los análisis por estudiante.



En general, y con respecto a las columnas y filas de las tablas del análisis por estudiante, podemos decir que las desviaciones estándar son un conjunto para identificar la tendencia del estilo de pensamiento matemático del estudiante.

3.1 Análisis de la encuesta por estudiante.

- Estudiante E1.

Tabla 9: Análisis de la encuesta E1

Edad: 15 Sexo: Femenino				
	Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)		
Muy de acuerdo	2/2	1/1	(2,1)	la media es 1,5 la desviación estándar es 0,7
De acuerdo	14/7	2/1	(7,1)	la media es 4 la desviación estándar es 4,24
No concuerdo	6/2	18/6	(2,6)	la media es 4 la desviación estándar es 2,82
No concuerdo para nada	8/2	20/5	(2,5)	la media es 3,5 la desviación estándar es 2,12
	Para (2,7,2,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,5	Para (1,1,6,5) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,62		

Se tiene que la desviación estándar 2,5 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “está de acuerdo” en un 69% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 2,62 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar 4,24 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E1 tiene una preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E2.

Tabla 10: Análisis de la encuesta E2

Edad: 17 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		5/5	1/1	(5,1) la media es 3 la desviación estándar es 2,82
De acuerdo		4/2	8/4	(2,4) la media es 3 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		15/5	12/4	(5,4) la media es 4,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		4/1	16/4	(1,4) la media es 2,5 la desviación estándar es 2,12
		Para (5,2,5,1) la media es 6 y la desviación estándar es 2,06	Para (1,4,4,4) la media es 3,25 la desviación estándar es 1,5	

Según la tabla 10, se tiene que la desviación estándar 2,06 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo” en un 53,8% en respuestas relacionadas con lo visual. Mientras que en la desviación estándar 1,5 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 61,5% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar de 2,82 en la fila de la opción “muy de acuerdo” que el E2 tiene una preferencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E3.

Tabla 11: Análisis de la encuesta E3

Edad: 15 Sexo: Masculino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		9/9	1/0	(9,0) la media es 4,5 la desviación estándar es 6,36
De acuerdo		4/2	12/6	(2,6) la media es 4 la desviación estándar es 2,82
No concuerto		3/1	18/6	(1,6) la media es 3,5 la desviación estándar es 3,53
No concuerto para nada		4/1	4/1	(1,1) la media es 1 la desviación estándar es 0
		Para (9,2,1,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,86	Para (0,6,6,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,20	

Dada la tabla 11, se tiene que la desviación estándar 3,20 en la columna de la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo” en un 53,8% en respuestas relacionadas con lo analítico. En la desviación estándar 3,86 de la columna relacionada con lo visual, se tiene que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas al estilo de pensamiento matemático visual. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar de 6,36 en la fila de la opción “muy de acuerdo” que el E3 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E4.

Tabla 12: Análisis de la encuesta E4

Edad: 16 Sexo: Masculino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		2/2	4/4	(2,4) la media es 3 la desviación estándar es 1,41
De acuerdo		18/9	8/4	(9,4) la media es 6,5 la desviación estándar es 3,53
No concuerdo		0/0	3/1	(0,1) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		8/2	12/3	(2,3) la media es 2,5 la desviación estándar es 0,70
		Para (2,9,0,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,94	Para (4,4,1,3) la media es 3 y la desviación estándar es 1,41	

En este caso se tiene que la desviación estándar 3,94 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo” en un 84,6% en respuestas relacionadas con lo visual. En la desviación estándar 1,41 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, se tiene que la tendencia está marcada a “estar acuerdo”, con un 61,5% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar de 1,41 en la fila de la opción “muy de acuerdo” que el E4 tiene una tendencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E5.

Tabla 13: Análisis de la encuesta E5

Edad: 15 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		2/2	1/1	(2,1) la media es 1,5 la desviación estándar es 0,70
De acuerdo		12/6	10/5	(6,5) la media es 5,5 la desviación estándar es 0,70
No concuero		12/4	12/4	(4,4) la media es 4 la desviación estándar es 0
No concuero para nada		4/1	12/3	(1,3) la media es 2 la desviación estándar es 1,41
		Para (2,6,4,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,21	Para (1,5,4,3) la media es 3,25 y la desviación estándar es 1,70	

Observando la tabla 13, de los resultados del E5, la desviación estándar 1,70 en la columna de los valores relacionados con la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 53,8% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Mientras que la desviación estándar 2,21 en la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “está de acuerdo” en un 61,5% en respuestas relacionadas con la parte visual. Por tanto con la desviación estándar 0,70 en la fila de la opción “de acuerdo” se puede decir que el E5 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E6.

Tabla 14: Análisis de la encuesta E6

Edad: 15 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		5/5	0/0	(5,0) la media es 2,5 la desviación estándar es 3,53
De acuerdo		10/5	14/7	(5,7) la media es 6 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		6/2	15/5	(2,5) la media es 3,5 la desviación estándar es 2,12
No concuerdo para nada		4/1	4/1	(1,1) la media es 1 la desviación estándar es 0
		Para (5,5,2,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,06	Para (0,7,5,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,30	

Al observar la tabla 14, tenemos que la desviación estándar 2,06 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “está de acuerdo” en un 76,9% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 3,30 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 46,1% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado se tiene que la desviación estándar 2,12 en la fila de la opción “no concuerda”, nos indica que el E6 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E7.

Tabla 15: Análisis de la encuesta E7

Edad: 16 Sexo: Masculino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		3/3	1/1	(3,1) la media es 2 la desviación estándar es 1,41
De acuerdo		14/7	12/6	(7,6) la media es 6,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerto		6/2	12/4	(2,4) la media es 3 la desviación estándar es 1,41
No concuerto para nada		4/1	12/3	(1,3) la media es 2 la desviación estándar es 1,41
		Para (3,7,2,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,62	Para (1,6,4,3) la media es 3,5 y la desviación estándar es 2,08	

Dada la tabla 15, se tiene que la desviación estándar 2,08 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 53,8% de respuestas con situaciones asociadas a la analítica. La desviación estándar 2,62 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “está de acuerdo”, en un 76,9% en respuestas relacionadas con lo visual. Por otra parte la desviación estándar 0,70 en la fila de la opción “de acuerdo” nos confirma que el E7 tiene una Preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E8.

Tabla 16: Análisis de la encuesta E8

Edad: 17 Sexo: Femenino		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo	5/5	0/0	(5,0) la media es 2,5 la desviación estándar es 3,53	
De acuerdo	2/1	8/4	(1,4) la media es 2,5 la desviación estándar es 2,12	
No concuerdo	12/4	9/3	(4,3) la media es 3,5 la desviación estándar es 0,70	
No concuerdo para nada	12/3	24/6	(3,6) la media es 4,5 la desviación estándar es 2,12	
	Para (5,1,4,3) la media es 3,25 y la desviación estándar es 1,70	Para (0,4,3,6) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,5		

En este caso, se tiene que la desviación estándar 1,70 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 46,1% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 2,5 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, en un 69,2% de respuestas de con situaciones asociadas a la parte analítica. Esto confirma con la desviación estándar 3,53 en la fila de la opción “muy de acuerdo” que el E8 tiene una preferencia hacia un estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E9.

Tabla 17: Análisis de la encuesta E9

Edad: 16 Sexo: Masculino		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		12/12	13/13	(12,13) la media es 12,5 la desviación estándar es 0,70
De acuerdo		2/1	0/0	(1,0) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
No concuerdo para nada		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
		Para (12,1,0,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 5,85	Para (13,0,0,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 6,5	

Observando la tabla 17, la desviación estándar 5,85 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar acuerdo” en un 100% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 6,5 en la columna de los valores relacionados con la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 100% de respuestas de con situaciones asociadas a la analítica. Por otro lado la desviación estándar 0,70 en la fila de la opción “muy de acuerdo” nos confirma que el E9 tiene una preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E10.

Tabla 18: Análisis de la encuesta E10

Edad: 16 Sexo: Masculino					
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)		
Muy de acuerdo		4/4	1/1	(4,1)	la media es 2,5 la desviación estándar es 2,12
De acuerdo		0/0	6/3	(0,3)	la media es 1,5 la desviación estándar es 2,12
No concuerdo		9/3	12/4	(3,4)	la media es 3,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		24/6	24/6	(6,6)	la media es 6 la desviación estándar es 0
		Para (4,0,3,6) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,5	Para (1,3,4,6) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,08		

Dada la tabla 18, podemos observar que la desviación estándar 2,08 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 76,9% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Mientras que la desviación estándar 2,5 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, en un 69,2% en respuestas relacionadas con lo visual. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar 0 en la fila de la opción “no concuerdo para nada” que el E10 no tiene una preferencia definida por alguno de los estilos de Pensamiento Matemático.

- Estudiante E11.

Tabla 19: Análisis de la encuesta E11

Edad: 16 Sexo: Femenino				
	Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)		
Muy de acuerdo	2/2	1/1	(2,1) la media es 1,5 la desviación estándar es 0,70	
De acuerdo	14/7	8/4	(7,4) la media es 5,5 la desviación estándar es 2,12	
No concuerdo	3/1	15/5	(1,5) la media es 3 la desviación estándar es 2,82	
No concuerdo para nada	12/3	12/3	(3,3) la media es 3 la desviación estándar es 0	
	Para (2,7,1,3) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,62	Para (1,4,5,3) la media es 3,25 y la desviación estándar es 1,70		

Observando la desviación estándar 2,62 en la columna de la parte visual, se tiene que la tendencia está marcada a “está de acuerdo”, en un 69,2% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 1,70 en la columna de los valores relacionados con la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 61,5% de respuestas con situaciones asociadas a lo analítico. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar 2,12 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E11 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E12.

Tabla 20: Análisis de la encuesta E12

Edad: 15 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		4/4	6/6	(4,6) la media es 5 la desviación estándar es 1,41
De acuerdo		10/5	6/3	(5,3) la media es 4 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		9/3	6/2	(3,2) la media es 2,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		4/1	8/2	(1,2) la media es 1,5 la desviación estándar es 1,41
		Para (4,5,3,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 1,70	Para (6,3,2,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 1,89	

Según la tabla 20, la desviación estándar 1,89 en la columna de la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 69,2% en respuestas relacionadas con lo analítico. La desviación estándar 1,70 en la columna de los valores relacionados con la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 69,2% de respuestas con situaciones asociadas a la parte visual. Por otro la desviación estándar 1,41 en la fila de la opción “de acuerdo”, nos indica que el E12 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E13.

Tabla 21: Análisis de la encuesta E13

Edad: 16 Sexo: Masculino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
De acuerdo		8/4	10/5	(4,5) la media es 4,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo		24/8	24/8	(8,8) la media es 8 la desviación estándar es 0
No concuerdo para nada		4/1	0/0	(1,0) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
		Para (0,4,8,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,59	Para (0,5,8,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,94	

Dada la tabla 21, se tiene que la desviación estándar 3,59 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, en un 69,2% en respuestas relacionadas con lo visual. Mientras que la desviación estándar 3,94 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 61,5% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado la desviación estándar 0 en la fila de la opción “no concuerdo” confirma que el E13 no tiene una preferencia definida por alguno de los estilos de Pensamiento Matemático.

- Estudiante E14.

Tabla 22: Análisis de la encuesta E14

Edad: 17 Sexo: Masculino					
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)		
Muy de acuerdo		3/3	0/0	(3,0)	la media es 1,5 la desviación estándar es 2,12
De acuerdo		12/6	20/10	(6,10)	la media es 8 la desviación estándar es 2,82
No concuerdo		9/3	3/2	(3,2)	la media es 2,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		4/1	4/1	(1,1)	la media es 1 la desviación estándar es 0
		Para (3,6,3,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,06	Para (0,10,2,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 4,57		

Según la tabla 22, la desviación estándar 4,57 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 76,9% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítico. La desviación estándar 2,06 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 69,2% en respuestas relacionadas con lo visual. Esto confirma con la desviación estándar 2,82 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E14 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E15.

Tabla 23: Análisis de la encuesta E15

Edad: 15 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		7/7	3/3	(7,3) la media es 5 la desviación estándar es 2,82
De acuerdo		12/6	16/8	(6,8) la media es 7 la desviación estándar es 1,41
No conuerdo		0/0	9/2	(0,2) la media es 1 la desviación estándar es 1,41
No conuerdo para nada		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
		Para (7,6,0,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,77	Para (3,8,2,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,40	

Según la tabla 23, la desviación estándar 3,77 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo” en un 100% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 3,40 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Pero por otro lado la desviación estándar 2,82 en la fila de la opción “muy de acuerdo”, nos confirma el E15 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E16

Tabla 24: Análisis de la encuesta E16

Edad: 16 Sexo: Masculino		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		7/7	3/3	(7,3) la media es 5 la desviación estándar es 2,82
De acuerdo		12/6	16/8	(6,8) la media es 7 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		0/0	9/2	(0,2) la media es 1 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo para nada		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
		Para (7,6,0,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,77	Para (3,8,2,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,40	

Dada la tabla 24, la desviación estándar 3,40 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Mientras que la desviación estándar 3,77 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo” en un 100% en respuestas relacionadas con lo visual. Por tanto esto confirma con la desviación estándar 1,41 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E16 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E17.

Tabla 25: Análisis de la encuesta E17

Edad: 18 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		1/1	0/0	(1,0) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
De acuerdo		12/7	16/8	(7,8) la media es 7,5 la desviación estándar es 0,70
No concuero		15/5	12/4	(5,4) la media es 4,5 la desviación estándar es 0,70
No concuero para nada		0/0	4/1	(0,1) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
		Para (1,7,5,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,30	Para (0,8,4,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,59	

Observando la tabla 25, la desviación 3,59 en la columna de la parte analítica, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo” en un 61,5% en respuestas relacionadas con lo analítico. La desviación estándar 3,30 en la columna de los valores relacionados con la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 61,5% de respuestas de con situaciones asociadas a la parte visual. Por ende esto confirma con la desviación estándar 0,70 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E17 tiene una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E18.

Tabla 26: Análisis de la encuesta E18

Edad: 16 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		0/0	1/1	(0,1) la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
De acuerdo		14/7	8/4	(7,4) la media es 5,5 la desviación estándar es 2,12
No concuerdo		12/4	18/6	(4,6) la media es 5 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo para nada		8/2	8/2	(2,2) la media es 2 la desviación estándar es 0
		Para (9,7,4,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,10	Para (1,4,6,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,21	

Según la tabla 26, la desviación estándar 3,10 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 53,8% en respuestas relacionadas con lo visual. La desviación estándar 2,21 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “no estar de acuerdo”, con un 61,5% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar 2,12 en la fila de la opción “de acuerdo” que el E18 tienen una preferencia hacia el estilo de Pensamiento Matemático Visual.

- Estudiante E19.

Tabla 27: Análisis de la encuesta E19

Edad: 15 Sexo: Masculino					
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)		
Muy de acuerdo		8/8	10/10	(8,10)	la media es 9 la desviación estándar es 1,41
De acuerdo		6/3	2/1	(3,1)	la media es 2 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		6/2	3/1	(2,1)	la media es 1,5 la desviación estándar es 0,70
No concuerdo para nada		0/0	4/1	(0,1)	la media es 0,5 la desviación estándar es 0,70
		Para (8,3,2,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,40	Para (10,1,1,1) la media es 3,25 y la desviación estándar es 4,5		

Observando la tabla 27, la desviación estándar 3,40 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, en un 84,6% con respuestas asociadas a la parte visual. La desviación estándar 4,5 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Esto confirma con la desviación estándar 1,41 en la fila de la opción “muy de acuerdo” que el E19 tiene una preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

- Estudiante E20.

Tabla 28: Análisis de la encuesta E20

Edad: 17 Sexo: Femenino				
		Frecuencia Absoluta de Visual (V)	Frecuencia Absoluta de Analítico (A)	
Muy de acuerdo		0/0	0/0	(0,0) la media es 0 la desviación estándar es 0
De acuerdo		16/8	12/6	(8,6) la media es 7 la desviación estándar es 1,41
No concuerdo		15/5	15/5	(5,5) la media es 5 la desviación estándar es 0
No concuerdo para nada		0/0	8/2	(0,2) la media es 1 la desviación estándar es 1,41
		Para (0,8,5,0) la media es 3,25 y la desviación estándar es 3,94	Para (0,6,5,2) la media es 3,25 y la desviación estándar es 2,75	

Dada la tabla 28, la desviación estándar 2,75 en la columna de los valores relacionados con lo analítico, nos indica que la tendencia está marcada a “estar de acuerdo”, con un 84,6% de respuestas con situaciones asociadas a la parte analítica. Mientras que la desviación estándar 3,94 en la columna de la parte visual, nos indica que la tendencia está marcada a “está de acuerdo” en un 84,6% en respuestas relacionadas con lo visual. Por otro lado esto confirma con la desviación estándar 1,41 en la opción “de acuerdo” que el estudiante E20 tiene una preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

Luego de haber analizado las respuestas de la encuesta por estudiante, presentaremos el siguiente gráfico 1, el cual nos permitirá observar cual es el porcentaje de que estudiantes tienen una preferencia por un EPM Visual, un EPM Analítico, un EPM Integrado y aquellos casos donde no se pudo identificar un estilo específico.

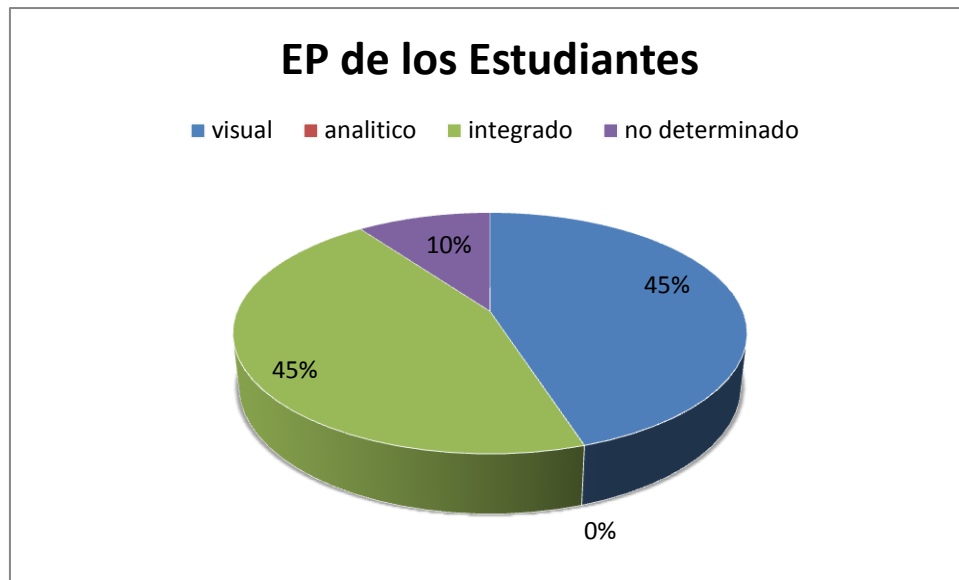


Gráfico 1: Análisis del curso con respecto a los EPM de los estudiantes.

En el gráfico1 se muestra la distribución de los datos (en porcentajes) recopilados en la encuesta previamente aplicada, donde se muestra que del total del curso encuestado, un 45% de los estudiantes tiende a EPM Visual, el 0% tiende a un EPM Analítico, un 45% tiende a un EPM Integrado y un 10% de estudiantes que no tienden hacia algún estilo de Pensamiento Matemático.

A partir de los datos observados en el análisis por estudiante, describiremos los resultados obtenidos, de manera que se identifiquen los estilos de pensamiento matemático predominantes en los estudiantes.

Capítulo 4: Resultados

En base a las respuestas recopiladas a través de las encuestas y por medio de este presente trabajo nos podemos dar cuenta que los estudiantes del curso en un 45% tienen una preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Integrado. Este porcentaje predomina sobre la mayor cantidad de los estudiantes.

A continuación en la tabla 29 se muestra un resumen de los resultados, donde se ha considerado los estilos de pensamiento matemático propuestos por Borromeo-Ferri (2004a).

Tabla 29: Resumen de resultados

Visual (V)	Analítico (A)	Integrado (I)	No determinado
9	0	9	2

A continuación se muestran los 4 resultados más relevantes de este trabajo, según el objetivo: Identificación de estilos de pensamiento matemático en estudiantes de segundo medio, utilizando entornos de aprendizaje basados en el Teorema de Pitágoras.

Con la tabla 28, se observa que la mayoría de los estudiantes tienen preferencia por un EPM Integrado, mientras que ninguno de los encuestados muestra una preferencia por el EPM analítico.

Podemos decir, que los estudiantes Integrados, son personas que prefieren entornos con representaciones tanto pictóricas como verbales, que les permiten comprender situaciones problemáticas. Esto nos indica como primer resultado la necesidad de incluir en las clases elementos pictóricos, representaciones visuales y elementos verbales para que los estudiantes con estilo de Pensamiento Matemático Integrado, se sientan incluidos dentro del grupo curso y formen parte del proceso de enseñanza aprendizaje.

Un estudiante típico del estilo de pensamiento Matemático Integrado es el estudiante E9, ya que tal como lo muestra la figura 15, sobre su trabajo en las actividades, se ve reflejada su preferencia por el estilo de Pensamiento Matemático Integrado.

**1. ¿Qué es lo que observa con respecto a los dos cuadrados?
Argumente de forma verbal y matemáticamente con su compañero.**

R= los 2 cuadrados son del mismo tamaño y longitud del otro.

$$R = c^2 + 4 \frac{ab}{2} = a^2 + b^2 + 4 \frac{ab}{2}$$

$$c^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

R= medi los 2 cuadrados con una regla y tienen los mismo centímetros de lado y de largo.

Figura 15: Respuesta de la actividad Puzzles Pitagóricos III del E9.

Por otro lado, como podemos observar en la figura 15, el estudiante E9 responde de forma verbal (utiliza imaginaciones pictóricas al mencionar los cuadrados) y analítica por ende tiene una preferencia por el EPM integrado.

Luego con respecto a los estudiantes que tienen una preferencia el EPM visual. Podemos observar un caso típico de este estilo de pensamiento matemático, el estudiante E3, tal como lo muestra la figura 16, sobre su trabajo en las actividades.

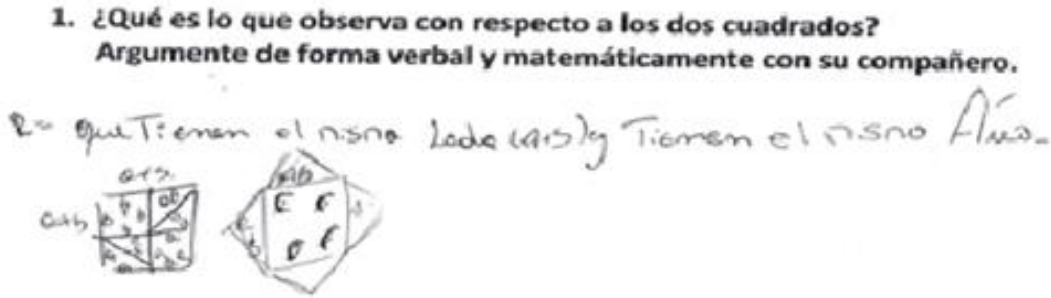


Figura 16: Respuesta de la actividad Puzzles Pitagóricos III del E3.

Por otro lado podemos observar claramente la tendencia del estudiante E3 hacia el EPM visual, ya que para realizar esta actividad utiliza imágenes en su respuesta.

Otro caso particular en donde hay una variación, es el estudiante E11, como lo muestra la siguiente figura 17, al principio de la encuesta no estaba de acuerdo con el EPM visual ni con el EPM analítico y a medida que se realizaron las actividades con entornos de aprendizaje, se fue identificando al E11 con un EPM visual.

			Resultados antes de la actividad														Resultados después de la actividad											
			Item 1					Item 2									Item 3		Item 4									
Nombre	Edad	Sexo	V1	V2	V3	V4	V5	A1	A2	A3	A4	A5	V6	V7	V8	V9	V10	A6	A7	A8	A9	A10	V11	A11	V12	A12	A13	V13
E11	16	M	3	4	4	2	4	3	3	3	4	3	2	1	2	2	2	3	2	2	4	4	2	1	1	2	2	2

V: Pregunta EP Visual
 A: Pregunta EP Analítico

Figura 17: Análisis sobre EPM del E11.

Para precisar más sobre el estilo de pensamiento matemático del estudiante E11, podemos observar en la figura 17, en la parte de los resultados antes de la actividad, que los valores del ítem 1 y el ítem 2 nos confirman que el estudiante tiende a “no estar de acuerdo” con algún estilo de pensamiento matemático visual y analítico, ya que su puntaje está entre los valores 3 y 4. Mientras que en la parte de los resultados después de la actividad, se ve una tendencia a la

opción “estar de acuerdo” con el estilo de pensamiento Visual, ya que sus puntajes están entre los valores 1 y 2.

Finalmente con respecto al 10% restante de los alumnos encuestados, en donde no se pudo identificar su EPM, ya sea debido a la metodología utilizada en este trabajo o bien a problemas con su entorno social, e inconformidad con su establecimiento educacional, no es posible saber algo más sobre su EPM. Este porcentaje de estudiantes, si bien no es la mayoría del curso, representa una parte importante de este.

A continuación como un caso particular tenemos al E13, que tal como se ve en la figura 18, antes de la actividad se mantuvo en desacuerdo tanto en la parte visual como en la analítica, y posterior a la actividad no se vio ninguna tendencia hacia algún EPM. Por esto podemos decir que el estudiante nunca estuvo de acuerdo con ningún EPM.

			Resultados antes de la actividad															Resultados despues de la actividad											
			Item 1					Item 2										Item 3		Item 4									
Nombre	Edad	Sexo	V1	V2	V3	V4	V5	A1	A2	A3	A4	A5	V6	V7	V8	V9	V10	A6	A7	A8	A9	A10	V11	A11	V12	A12	A13	V13	
E13	16	H	3	3	4	3	2	2	3	3	2	3	2	2	3	2	3	3	2	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3

V: Pregunta EP Visual
 A: Pregunta EP Analítico

Figura 18: Análisis sobre EPM del E13.

Para precisar más aun sobre el estilo de pensamiento matemático del E13, observamos el ítem 1 y el ítem 2 que nos muestra una tendencia a la opción “no estar de acuerdo” con un estilo de pensamiento matemático visual y un estilo de pensamiento matemático analítico, ya que los valores se encuentran el 3 y 4. Por otra parte observando el ítem 3 y el ítem 4 podemos confirmar que el estudiante E13 tiende a “no estar de acuerdo” con alguno de los estilos de Pensamiento Matemático, ya que sus valores se mantienen en 3.

Resumiendo este capítulo y realizando un completo análisis de las respuestas obtenidas en las encuestas, donde identificamos los distintos tipos de EPM de los estudiantes; en las cuales obtuvimos distintas respuestas sobre los EPM, podemos dar una conclusión en el siguiente capítulo de este trabajo de investigación.

Capítulo 5: Conclusiones

5.1 Conclusión.

De acuerdo a nuestro objetivo general identificar los estilos de pensamiento matemático en alumnos de segundo medio utilizando entornos de aprendizaje para el trabajo con el Teorema de Pitágoras, se tiene que, según el modelo para la descripción teórica de los constructos de los estilos de pensamiento matemático, y los estilos de pensamiento presentados en el capítulo 1 logramos identificar los estilos de pensamiento matemático de la gran mayoría de los estudiantes de un curso de segundo medio del Liceo Técnico María Luisa Bombal.

Al analizar una parte de la encuesta, se identificó el camino que eligen los estudiantes para pensar e interpretar matemática. Esta encuesta fue aplicada junto a tres clases en las cuales se trabajó con entornos de aprendizaje sobre el Teorema de Pitágoras que a su vez nos permitió observar la tendencia de los estudiantes hacia los diferentes estilos de pensamiento matemático (visual, analítico e integrado).

En particular los estudiantes visuales trabajan preferentemente con dibujos, como fue caso del E3 que se muestra detalladamente en la sección resultados y los estudiantes integrados, como es el caso del E9 que prefieren trabajar tanto lo pictórico como lo simbólico.

También se pudo apreciar que el trabajo con entornos de aprendizaje promueve o realza el estilo de pensamiento matemático propio del estudiante, lo cual muestra una necesidad de incluir en las clases de matemática elementos pictóricos (visuales) como verbales (analítico), ya que permiten un mayor desarrollo de los estilos de pensamiento matemático.

De los estudiantes observados y a partir de los resultados obtenidos en el análisis de la encuesta, se puede decir que la mayor cantidad de ellos prefiere el estilo de pensamiento matemático integrado y un estilo de pensamiento matemático visual, mientras que en un menor porcentaje de los encuestados y

analizados predomina los estudiantes que no tienen una preferencia definida hacia un estilo de pensamiento matemático, por otra parte observamos que por parte de los estudiantes no hay una preferencia por el estilo de pensamiento matemático analítico .

Por otro lado, hubo un porcentaje menor de estudiantes en los cuales no se logró determinar una tendencia hacia algún estilo en específico, ya sea por la metodología empleada en este trabajo, por factores sociales externos o por falta de información de las encuestas. Se cree que en estos casos es necesario proceder de otra forma con ellos, para determinar su tendencia a un estilo de pensamiento matemático, como por ejemplo complementar la encuesta con una entrevista personal.

Cabe destacar que la implementación de la encuesta y de la actividad con entornos de aprendizaje en el trabajo con el Teorema de Pitágoras, logramos entender la importancia que tiene el identificar los estilos de pensamiento de los estudiantes, ya que esto permite a los estudiantes trabajar con sus propias formas de pensar en la sala de clases, esto a su vez promueve en ellos tanto la flexibilidad como la creatividad para que los estudiantes sean capaces de generar sus propias ideas y caminos para pensar e interpretar matemática.

Para finalizar, con todo lo expuesto anteriormente podemos concluir que este trabajo de investigación fue de mucha utilidad, ya que nos permitió conocer los distintos estilos de pensamiento matemático de los estudiantes, para que en nuestras futuras prácticas profesionales seamos capaces de crear diversos entornos de aprendizaje, que nos permitan desarrollar el estilo de pensamiento matemático propio del estudiante no guiándolo a una copia de nuestro estilo de pensamiento.

5.2 Sugerencia para las clases de matemática.

Para poder trabajar y desarrollar los estilos de pensamiento, de manera que no se limite al estudiante a reproducción el estilo pensamiento del docente, sugerimos trabajar con entornos de aprendizaje, ya que nos permiten incluir distintas representaciones en nuestras clases de matemática y por otra parte incentivar a los estudiantes en el desarrollo de su propio estilo de pensamiento.

De lo anterior podemos decir que:

- Un entorno de aprendizaje debe incluir representaciones visuales como simbólicas
- El trabajo del profesor debe incluir elementos visuales y simbólicos
- Las tareas, actividades y problemas matemáticos deben incluir lo visual y los simbólico
- Las actividades realizadas por el profesor deben estar diseñadas de manera que se puedan desarrollar los diversos estilos de pensamiento matemático.

Referencias Bibliográficas

Borromeo-Ferri, Rita. (2002). Erste Ergebnisse einer empirischen Studie zu mathematischen Denkstilen von Schülerinnen und Schülern der 9. und 10. Klasse. En *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, S. 123-126.

Borromeo-Ferri, Rita. (2003a). Mathematische Denkstile - visuell, analytisch, konzeptuell und ihre Präferenzen bei Jugendlichen am Ende der Sekundarstufe. En *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, S. 123-126.

Borromeo-Ferri, Rita. (2003b). Mathematical Thinking Styles - an Empirical Study. CERME 3 - Proceedings of the Third Congress of the European Society for Research in Mathematics, Bellaria, Italien.

Borromeo-Ferri, Rita. (2004a). *Mathematische Denkstile. Ergebnisse einer empirischen Studie*. Hildesheim: Franzbecker.

Borromeo-Ferri, Rita. (2004b). Mathematical Thinking Styles and Word Problems. En H.-W. Henn, y W. Blum (Eds.), Pre-Conference Proceedings of the ICMI Study 14, Applications and Modelling in Mathematics Education, Dortmund, S. 47-52.

Borromeo-Ferri, Rita. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behaviour. En *Journal für Mathematikdidaktik*, 31 (1), 99-118.

Borromeo-Ferri, Rita und Blum, Werner. (2011). Are integrated thinkers better able to intervene adaptively? - A case study in a mathematical modelling environment. Proceedings of CERME 7 (Eds: M. Pytlak, T. Rowlands u. E. Swoboda), S. 927-936

Borromeo-Ferri, Rita. (2012). *Mathematical Thinking Styles and their influence on the Teaching and Learning Mathematics*. En actas de 12th International Congress on Mathematical Education 2012, COEX, Seoul, Korea.

Camorano, R. (1576). *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*, Sevilla.

Coll, C. (1987): *Psicología y currículum*. Barcelona. Laia

Duarte, J. (2003). "*Ambientes de aprendizaje: una aproximación conceptual*". Revista Iberoamericana de Educación. Publicado 25-11-03

Euclides (1576). *Los seis libros primeros de la Geometría de Euclides*, traducción de Rodrigo Camorano, Casa de Alonso de Robies, Sevilla.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Gardner, Howard. (1983) *Multiple Intelligences*, [ISBN 0-465-04768-8](#), Basic Books. Castellano "Inteligencias múltiples" ISBN: 84-493-1806-8 Paidós.

García, M., Baeza, A., Villena, M., Guerra, M., Urzúa, P., y Hernández, R., *Textos "Matemática 2"*. Santillana Del Pacífico S.A. de Ediciones, Santiago, Chile, 2005.

García Quijano, E. (1848). "Demostración de un teorema de Geometría elemental". Periódico mensual de Ciencias Matemáticas y Físicas, (Cádiz, imprenta, librería y litografía de la revista médica) t. 1, no 1, p. 26–28.

Gregorc, A. (1982). "*Gregorc style delineator*", Maynard, MA, Gabriel Systems, 1982.

Haber, A. (1973). *Estadística General*, Fondo Educativo Interamericano.

Jung, C. G., *Psychological types*, Nueva York, Harcourt Brace, 1923.

Kolb, D. A. (1978) *Learning Style Inventory technical manual*, Boston, McBer & Co.

Kagan, J., Joss, H. y Sigel, I., G. (1963). "Psychological Significance of Styles of Conceptualization", *Monographs of the Society for Research in Child Development*, Chicago, University of Chicago Press.

Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática.

Mineduc. (2011). Bases curriculares 2011 Matemática. Extraído de la página web:

http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=17116&id_seccion=3264&c=346

Myers, L. B. y Myers, P. B., *Manual: a Guide to use of the Myers-Briggs Type Indicator*, Palo Alto, CA, Consulting Psychologists Press, 1980.

Pita Fernández, S. & Pértegas Díaz, S. (2002). Investigación Cuantitativa y Cualitativa. Extraído de la página web:

http://www.fisterra.com/material/investiga/cuanti_cuali/cuanti_cuali.htm

Reyes-Santander, (2012). *Charakterisierung des mathematischen Denkens – Szenarien mit Gymnasiasten und Studenten unter Verwendung von Themen der Gruppentheorie*. Tesis de Doctorado, facultad de ciencias y matemática, Universidad de Augsburgo, Alemania.

Reyes-Santander, Pamela. y Soto-Andrade, Jorge. (2011). Mathematisches Denken. Grundvorstellungen und Metaphern. En R. Haug y L Holzäpfel, Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Münster: WTM. (2), 683-686.

Riding, Richard. (2001). The Nature and Effects of Cognitive Style. En Sternberg, R. y Zhang L.-F. (eds.), *Perspectives on Thinking, Learning, and cognitive Styles*. Londres: Erlbaum. 47-72.

Sternberg, Robert. (1988). Mental self-government: A theory of intellectual styles and their development. *Human Development*, 31, 197-224.

Sternberg, Robert. (1994). Allowing for thinking styles. *Educational Leadership*, 52(3), 36-40.

Sternberg, Robert J., and Lubart, Todd I. (1995). *Defying the Crowd: Cultivating Creativity in a Culture of Conformity*. New York: Free Press

Sternberg, Robert. (1996). What is Mathematical Thinking? En R.J. Sternberg y T. Ben-Zeev, *The Nature of Mathematical Thinking*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. 303-318.

Sternberg, Robert. (1997). *Thinking Styles*. New York: Cambridge University Press.

Sternberg, R. & Grigorenko, E. (1997). Are cognitive styles still in style? *American Psychologist*, 52, 700-712.

Sternberg, Robert. (1999). "*Estilos de Pensamiento*". Barcelona: Paidós.

Simce-Mineduc. (s. a.). Resumen de Resultados Simce 2012, Resumen. Chile. Extraído de la página web: <http://www.simce.cl/?lista=1&establecimiento=1518>

Urzúa, P., Benavides, M., Gederlini, A., González, M., Sepúlveda, G., y Vergara, C., *Textos "Matemática 7"*. Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones, Santiago, Chile, 2007.

Witkin, H. A., *The Role of Cognitive Style in Academic Performance and in Teacher-student Relations*, informe inédito, Educational Testing Service, Princeton, NJ, 1973.

Anexos

Anexo 1: Ejemplo de Entornos de Aprendizaje

a^{-1} ●	$\frac{a^3}{a^4}$ ●	$\left(\frac{a^3}{a^2}\right)^{-1}$ ●	$\left(\frac{a^2}{a}\right)^{-1}$ ●	$(a^2)^4(a^3)^{-3}$ ●	$\frac{(a^2)^3}{a^7}$ ●	a^{-1} ●
$a^7 \cdot a^{-8}$	$\left(\frac{a^8}{a^6}\right)^{-1}$	$(a^{-1})^3$	$\frac{(a^2)^3}{a^5}$	$\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}$	$\frac{a^7}{a^4}$	$\frac{a^{10}}{(a^2)^5}$
a^{-2} ●	$\frac{a^4}{a^6}$ ●	$\left(\frac{a^4}{a^2}\right)^{-1}$ ●	$\left(\frac{a^3}{a^2}\right)^{-2}$ ●	$a^8(a^{-5})^2$ ●	a^{-2} ●	
$a^2 \cdot a^{-4}$	$a^{-12}(a^3)^3$	$\frac{(a^5)^3}{(a^7)^2}$	$\frac{a^8}{(a^2)^3}$	$\left(\frac{a^3}{a^2}\right)^3$	$\frac{(a^3)^3}{a^9}$	
a^{-3} ●	$\frac{a^2}{a^5}$ ●	$a^0(a^3)^{-1}$ ●	$\frac{a^3}{(a^2)^3}$ ●	a^{-3} ●		
$a^{-6} \cdot a^3$	$a^4(a^3)^{-1}$	$\left(\frac{a^5}{a^4}\right)^2$	$\frac{a^{12}}{(a^3)^3}$	$\frac{(a^3)^7}{(a^7)^3}$		

Anexo 2: Actividad Puzzles Pitagóricos II.

Puzzles Pitagóricos II

Curso: 2º Medio

Nombre:

Cuadrado 1

Con las piezas Azul, Verde, Amarillo y Rojo, que están dentro del sobre,
¡Trata de formar un cuadrado!
Mide los lados, anótalos en la tabla y calcula el área.

Cuadrado 2

Con las piezas Azul, Café, Rojo, Morado y Rosado, que están dentro del sobre,
¡Trata de formar un cuadrado!
Mide los lados, anótalos en la tabla y calcula el área.

Cuadrado 3

¡Trata de formar un cuadrado con todas las piezas de los dos sobres!
Mide los lados, anótalos en la tabla y calcula el área.

	Medida lado			Área Cuadrado			observaciones
	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	Cuadrado1	Cuadrado2	Cuadrado3	
Puzzle 2							

1. ¿Qué es lo que observas respecto a los valores de la tabla?

2. ¿Qué relación encuentras en las áreas de los cuadrados? Argumente de forma verbal con tu compañero.

Anexo 3: Actividad Puzzles Pitagóricos III.

Puzzles Pitagóricos III

Curso: 2º Medio

Nombre:

Cuadrado1

¡Trata de formar un cuadrado con las primeras 6 piezas del sobre!
Mide los lados, anótalos en la tabla y calcula el área.

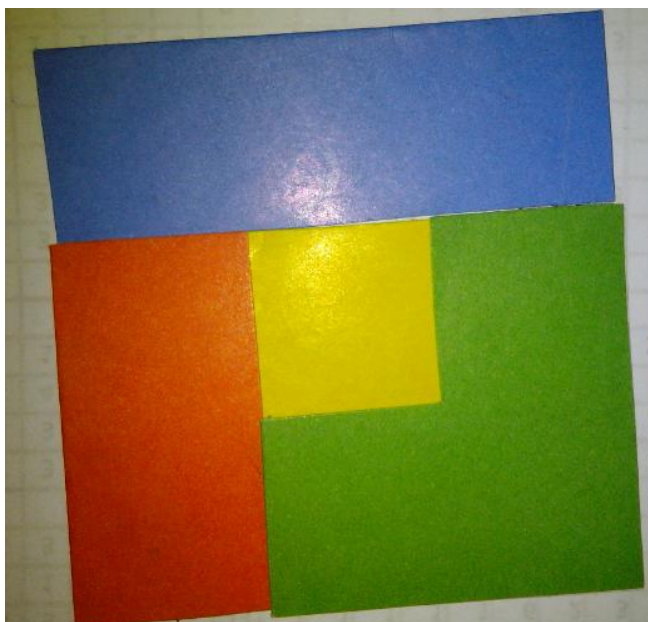
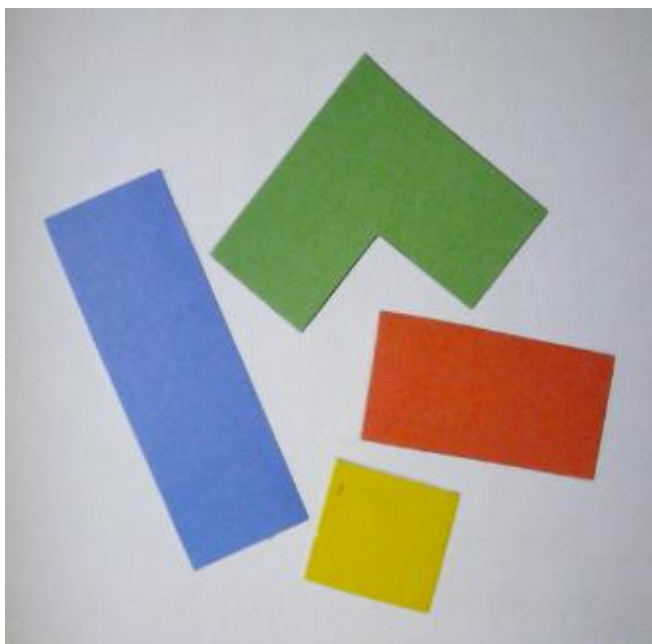
Cuadrado2

¡Trata de formar un cuadrado con las 5 piezas del sobre!
Mide los lados, anótalos en la tabla y calcula el área.

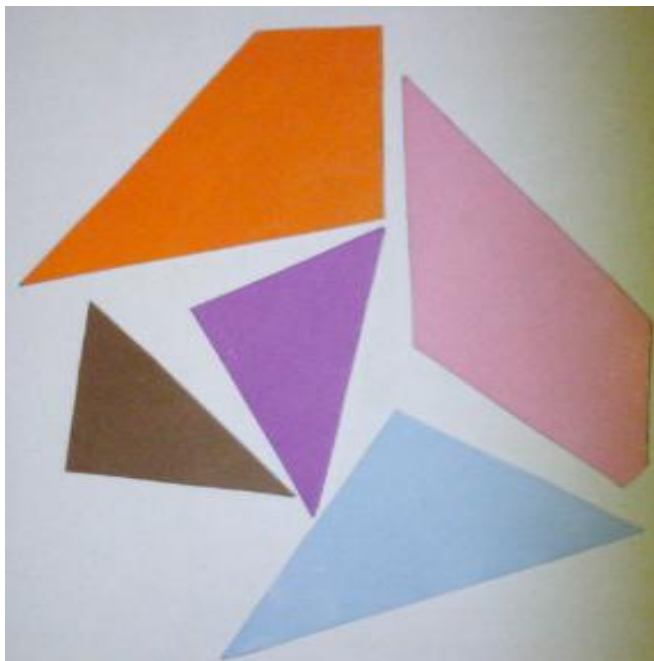
	Medida del lado		Área de cuadrado		Observaciones
	Cuadrado 1	Cuadrado 2	Cuadrado 1	Cuadrado 2	
Puzzle 2					

1. ¿Qué es lo que observa con respecto a los dos cuadrados?
Argumente de forma verbal y matemáticamente con su compañero.

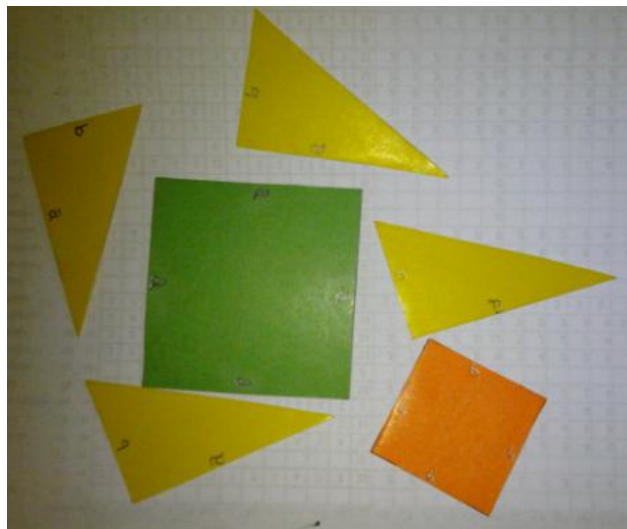
Anexo 4: Piezas puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos II.



Anexo 5: Piezas puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos II.



Anexo 6: Piezas puzzle “Cuadrado 1” de Puzzles Pitagóricos III.



Anexo 7: Piezas puzzle “Cuadrado 2” de Puzzles Pitagóricos III.



Anexo 8: Encuesta

Cuestionario sobre tu forma de pensar preferida y tu forma de entender matemática

Estimada alumna, estimado alumno,

Nosotros queremos saber más sobre como entienden la matemática las alumnas y los alumnos y que es lo que piensan mientras resuelven un problema. Especialmente nos interesa Tu forma y Tu camino para resolver problemas en matemática y como Tu comprenderías mejor matemática en clases. Tú eres la experta o el experto para contarnos la manera en que tú procedes, esto quiere decir, que tú eres el único que sabe lo que pasa en tu cabeza cuando estas trabajando en matemática.

Por lo anterior, te queremos pedir que completes este cuestionario concienzudamente y que trabajes en clases como te dicta tu propia forma de pensar. Sería una pena si tus pensamientos se pierden.

Este cuestionario no es una prueba evaluativa, que tu profesora o profesor pueda tener, este cuestionario se queda con nosotros y todas las datos serán tratados de forma anónima.

¡Muchas gracias por tu ayuda!

¿Como se llena el cuestionario?

En la mayoría de los casos te damos una categoría a la que tú puedes optar, si estas muy de acuerdo, solo de acuerdo, no concuerdas y no concuerdas para nada. Marca con una cruz la alternativa que más se acomode a tu forma de ver las cosas.

Aquí, te mostramos un ejemplo:

	Muy de acuerdo	De acuerdo	No concuerdo	No concuerdo para nada
	(1)	(2)	(3)	(4)
En clases de matemática nos reímos mucho.	X	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Algunas instrucciones y consejos para seguir:

- Responde con confianza y de manera correlativa.
- *Marca solo una cruz por afirmación.*
- Algunas afirmaciones te parecerán muy parecidas, pero no lo son, por eso, lee cada una de ellas exactamente.

Por favor, marca lo que corresponda y completa esta sección:

Yo soy un joven. Yo soy una chica.

Edad: _____ Curso: _____ Última nota en matemática: _____

¡Ahora puedes empezar!

1) Cada uno aprende y entiende matemática a su manera: Algunos prefieren esquemas y dibujos, otros fórmulas matemáticas y variables. ¿Cuál es la forma que a ti más te gusta?

	Muy de acuerdo	De acuerdo	No concuerdo	No concuerdo para nada
	(1)	(2)	(3)	(4)
A mi me gusta, cuando en clases se explica con dibujos, gráficos o bien con esquemas en la pizarra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Cuando yo trabajo en una tarea, me imagino todo con dibujos y casi siempre hago un "mono", dibujo o esquema relacionado con la tarea.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Me gusta la geometría, porque un dibujo es una posible solución.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Un dibujo apropiado me ayudaría a entender más que una fórmula.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Las imágenes mentales son importantes para mi comprensión en matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En clases de matemática yo necesito muchos ejemplos, así puedo entender el tema mucho mejor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Me resulta más fácil trabajar con variables y formulas, porque así, para mi es la matemática más comprensible.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yo utilizo con mucho gusto variables y las formulas para resolver un problema.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La mayoría de las veces yo busco una fórmula conocida para resolver un problema.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Las explicaciones de mi profesor con variables y formulas están mas de acuerdo a mi forma de pensar y entender.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yo me aprendo las formulas con gusto y las recuerdo fácilmente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

2) ¿Cómo piensas tú sobre la matemática? Por favor, marca que tan de acuerdo estas con las siguientes frases:

	Muy de acuerdo	De acuerdo	No concuerdo	No concuerdo para nada
	(1)	(2)	(3)	(4)
Matemática nos ayuda a resolver problemas de la vida diaria.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Matemática es la base para el desarrollo tecnológico.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Matemática es importante para el progreso de comunidades y sociedades.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Matemática es una actividad sobre pensar problemas, encontrar y entender ideas y respuestas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En la matemática yo puedo encontrar muchas cosas y probar muchas de estas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En los ejercicios de matemática existe la mayoría de las veces solo una solución correcta y posible, que se pueda encontrar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En la matemática existe siempre solo una solución correcta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Matemática es una colección de cálculos y de reglas de cálculos, las cuales dicen como resolver un problema.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Matemática es la conservación y la aplicación de definiciones y formulas, de hechos matemáticos y de procedimientos.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Me gusta mucho estar en clases de matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yo me esfuerzo en clases de matemática porque quiero tener mejores notas que los otros.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

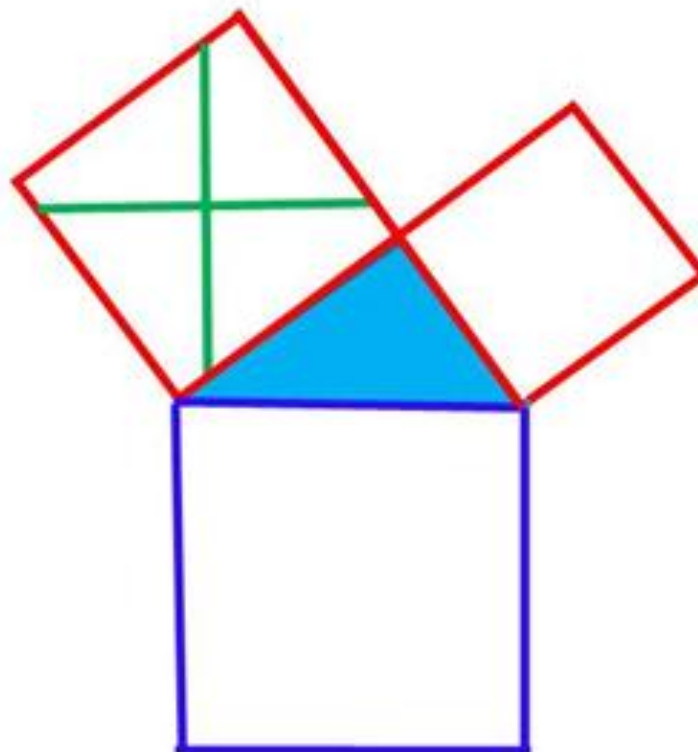
Por favor trabaja estos problemas como mejor te dicte tu forma de pensar

Considera:

- Leer atentamente la tarea y las instrucciones.
- Trabaja la tarea hasta el final y solo cuando hayas terminado pasa al siguiente ejercicio.
- Consulta si no entiendes algo de las instrucciones
- Todo lo que quieras comentar lo puedes escribir en las hojas que se te han entregado.

Tarea 1: Puzles Pitagóricos I

Recorta los cuadrados superiores que aparecen en la figura



Hazlo coincidir en el cuadrado de color blanco, como si fuera un puzle.

Al leer el ejercicio...

	Muy de acuerdo	De acuerdo	No concuerdo	No concuerdo para nada
	(1)	(2)	(3)	(4)
...me imagino inmediatamente un cuadrado y dibujos geométricos relacionados.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
...busco formulas relacionadas con el teorema de Pitágoras para poder resolver el Puzzle.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
...el Puzzle no es tan interesante y trato de resolverlo midiendo los lados, pensé en los números antes que en la situación.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Finalmente, hemos terminado y queremos saber tus impresiones de estas clases y que es lo que mas te ayudo en estas tareas.

	Muy de acuerdo	De acuerdo	No concuerdo	No concuerdo para nada
	(1)	(2)	(3)	(4)
Con ayuda de dibujos o de material se hace todo más fácil, para responder a los problemas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Los símbolos me ayudaron a entender el problema y para explicar mejor la situación.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La tabla con valores me ayudo en la dirección en la que se podía responder a las preguntas planteadas y como guía para las respuestas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Me entretuve mucho con las tareas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mis pensamientos tuvieron una libertad para expresarse, utilizando diferentes imágenes.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

