



Facultad de Ciencias
Instituto de Matemática

*Propuesta didáctica basada en modelación matemática en la
enseñanza de la estadística descriptiva*

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención Didáctica

Mauricio Emerson Castillo Castro
Luis Andrés Ulloa Rojas

Profesor Guía: Dr. Carlos Silva Córdova

Valparaíso 2014

AGRADECIMIENTOS.

En primer lugar mi mayor agradecimiento a mis padres Luis Ulloa y María Rojas por los valores que me inculcaron, los esfuerzos y sacrificios que asumieron en vías de mi formación y bienestar, me han acompañado y apoyado permanentemente, y no olvidar que para ellos soy su fruto.

A mi señora Irma Piñones quien me brindo su amor, su cariño, su estímulo y su apoyo constante e incondicional para seguir adelante y cumplir esta etapa de mi vida, por su paciencia y sus desvelos que son evidencia de su gran amor ¡Gracias!

A Emerson Castillo, compañero y amigo de todos estos años, sin tu apoyo y comprensión nada de esto hubiera sido posible.

Esta tesis, ha sido posible gracias al esfuerzo compartido, de todos los que me acompañaron durante estos años.

A los que nunca dudaron que lograría este triunfo...

A todos ellos GRACIAS

MIS MÁS SINCEROS AGRADECIMIENTOS

Luis....

AGRADECIMIENTOS.

Dedico este trabajo y lo que él significa en esta etapa de mi carrera profesional, a mi madre María del Pilar Castro Gapuz, a mis abuelos María del Pilar Gapuz Morales, Lorenzo Castro Torrejón, a mi hermano Manuel Alejandro Castillo Castro. Les agradezco enormemente el cariño incondicional y la comprensión durante este periodo de mi vida, principalmente por creer y confiar en mis proyectos y sueños.

A mi compañero y amigo de Universidad desde el primer día de clases, te agradezco por toda la comprensión, apoyo y motivación durante todos estos años.

Sin la confianza y buenas vibras que ustedes depositaron en mí, creo que nada de esto hubiese sido posible.

MIS MÁS SINCEROS AGRADECIMIENTOS

Emerson....

Resumen

A continuación en este trabajo se presentan los resultados de una investigación sobre la aplicación de un método de enseñanza, método basado en el modelaje matemático, en el contenido de datos y su evolución en los estudiantes de Octavo año de Enseñanza Básica.

El objetivo del estudio, fue que los estudiantes desarrollaran una guía intervenida y estructurada basada en los pasos de la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje.

Así el estudio se enfocó en comparar el logro académico de la metodología propuesta por nosotros con el material didáctico facilitado por el ministerio de educación.

En la experiencia, inicialmente los estudiantes trabajaron en grupos donde investigaron acerca del tema propuesto, interactuaron con el problema (obesidad en Chile), conjeturaron y dieron respuestas a las preguntas de la guía basada en modelación, debatieron en pleno los resultados obtenidos en cada grupo, y finalmente, expusieron los resultados al curso.

Se realizó un diseño cuasi-experimental con Pre-Test y Post-Test utilizando grupo de control, y un grupo experimental en el Liceo Menesiano Sagrado Corazón de Llay Llay en la Región de Valparaíso, provincia del Aconcagua. Con los aportes de la guía basada en la modelación matemática, los estudiantes lograron analizar, construir e interpretar y producir información a partir de tablas de datos agrupados en intervalos, alcanzando los indicadores de logros de cada aprendizaje esperado propuesto por el ministerio.

Los resultados revelaron que al comparar las calificaciones finales del grupo experimental con el grupo control, estas mostraron que el grupo experimental tuvo mejor calificación que el grupo control, lo que implica que las herramientas utilizadas y propuesta por nosotros mejoraron el rendimiento académico de los estudiantes.

ÍNDICE GENERAL

Capítulo 1.....	11
Introducción.....	11
Capítulo 2.....	13
Planteamiento del Problema	13
2.1 Antecedentes.....	13
2.2 Problema de Investigación.....	15
2.3 Objetivos	16
2.3.1 Objetivo General.....	16
2.3.2 Objetivos Específicos	16
2.4 Preguntas de Investigación	17
2.5 Hipótesis	17
2.6 Justificación	18
Capítulo 3.....	20
Marco Teórico.....	20
3.1 La modelación y su importancia en la enseñanza de las matemáticas.....	20
3.2 La modelación en la educación matemática.	26
3.2.1 Diferentes perspectivas sobre la modelación en la educación matemática.	26
3.2.2 Síntesis de las diferentes perspectivas sobre modelación.....	32
3.3 Modelaje Matemático.	36
3.3.1 Modelización matemática. Herramienta de enseñanza-aprendizaje.	40
3.4 Competencia.	41
3.4.1 Identificación de competencias a desarrollar.....	43

Capítulo 4.....	49
Metodología de Investigación.....	49
4.1 Diseño	49
4.2 Sujetos.....	50
4.3 Instrumentos de Evaluación.....	52
4.4 Procedimiento	54
4.5 Contenidos	55
4.5.1 Conocimientos previos.	55
4.5.2 Contenidos a enseñar	57
Capítulo 5.....	60
Secuencia Didáctica y Actividades.....	60
5.1 Justificaciones previas	60
5.2 Secuencia didáctica.....	62
5.3 Actividades Realizadas en la Intervención	64
5.4 Ilustración de las Actividades Realizadas.....	65
Capítulo 6.....	82
Análisis de Datos	82
6.1 Plan de análisis de datos	82
6.2 Pruebas de Normalidad.....	84
6.3 Prueba t student para 2 muestras relacionadas.....	88
Capítulo 7.....	91
Conclusiones.....	91
Bibliografía.....	93
Anexos A	101

Actividades	101
A.1 Guía de la Actividad n°1.....	101
A.2 Guía de la Actividad n°2.....	104
Anexos B.....	109
Tablas índice masa corporal	109
Anexos C.....	110
Pruebas de contenidos.....	110
C.1 Pre-Test.	110
C.2 Post-Test.....	113
Anexos D	116
Planificaciones.	116
D.1 Planificación Grupo Experimental.....	116
D.2 Planificación Grupo Control.....	119

ÍNDICE DE TABLAS Y CUADROS

<i>Tabla 3. 1. Clasificación de las perspectivas sobre modelación Kaiser y Schwarz, 2010...</i>	28
<i>Cuadro 3. 2. Proceso didáctico de modelación (Kaiser y Schwarz, 2006 p 197).</i>	30
<i>Tabla 3. 3. Síntesis de diferentes perspectivas en la modelación.....</i>	36
<i>Cuadro 3. 4.Esquema Del Proceso.....</i>	37
<i>Cuadro 3.5 Competencias de Carácter Transversal.....</i>	44
<i>Cuadro 3.6 Competencias Específicas del Área.....</i>	44
<i>Tabla 3. 5. Algunos componentes globales de las competencias.</i>	46
<i>Tabla 3. 6.Ejemplos de estándares curriculares por competencia.....</i>	47
<i>Cuadro 4. 1.Comparación de las calificaciones obtenidas por el GE Y GC.</i>	50
<i>Tabla 4. 2. Especificaciones de Pre-Test y Post Test.</i>	53

<i>Tabla 6. 1. Comparación de las calificaciones por competencia estadística obtenidas por el GE y GC.</i>	83
<i>Tabla 6. 2. Pruebas de Normalidad para O1 y O3.</i>	85
<i>Tabla 6. 3. Pruebas de Normalidad para O2 y O4.</i>	87
<i>Tabla 6. 4. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3(GE), O2 (GC) con O4 (GC).</i>	89
<i>Tabla 6. 5. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3 (GE), O2 (GC) con O4 (GC).</i>	90
<i>Tabla 6. 6. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3 (GE), O2 (GC) con O4 (GC).</i>	90

ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 6. 1. Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo Control.</i>	83
<i>Gráfico 6. 2. Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo Experimental</i>	84
<i>Gráfico 6. 3. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.</i>	85
<i>Gráfico 6. 4. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.</i>	86
<i>Grafico 6. 5. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.</i>	87
<i>Grafico 6. 6. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Control.</i>	88

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES Y FIGURAS.

<i>Figura 3. 1. Proceso de modelaje matemático.</i>	38
<i>Ilustración 5. 1. Respuestas de un estudiante en actividad 1.</i>	66
<i>Ilustración 5. 2. Integrantes y materiales.</i>	67
<i>Ilustración 5. 3. Introducción al problema.</i>	68
<i>Ilustración 5. 4. Interacción con el asunto a estudiar.</i>	68
<i>Ilustración 5. 5. Respuesta de un grupo de investigación.</i>	69
<i>Ilustración 5. 6. Respuesta de un grupo de investigación.</i>	69
<i>Ilustración 5. 7. Respuesta de un grupo de investigación (en busca de un modelo).</i>	69

<i>Ilustración 5. 8. Respuesta de un grupo de investigación (variables para el modelo).</i>	70
<i>Ilustración 5. 9. Ítems 9 y 10.</i>	70
<i>Ilustración 5. 10. Recolección de datos.</i>	71
<i>Ilustración 5. 11. Tabla de datos (peso).</i>	71
<i>Ilustración 5. 12. Tabla de datos (Talla).</i>	72
<i>Ilustración 5. 13. Tabla de datos (Índice de Masa Corporal).</i>	72
<i>Ilustración 5. 14. Tabla de frecuencia para talla (estatura, altura).</i>	73
<i>Ilustración 5. 15. Tabla de frecuencia para peso.</i>	73
<i>Ilustración 5. 16. Interrogantes en relación a tabla de frecuencias.</i>	74
<i>Ilustración 5. 17. Respuestas en relación a tabla de frecuencias.</i>	74
<i>Ilustración 5. 18. Respuestas en relación a tabla de frecuencias.</i>	74
<i>Ilustración 5. 19. Respuestas en relación a variación de intervalos.</i>	75
<i>Ilustración 5. 20. Tabla de frecuencia para IMC (Índice de masa corporal).</i>	75
<i>Ilustración 5. 21. Clasificación de IMC y preguntas (Índice de masa corporal).</i>	76
<i>Ilustración 5. 22. Respuestas de clasificación.</i>	76
<i>Ilustración 5. 23. Pregunta18 actividad 2.</i>	76
<i>Ilustración 5. 24. Respuesta18 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 25. Pregunta19 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 26. Respuesta19 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 27. Pregunta 20 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 28. Respuesta20 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 29. Pregunta 21 actividad 2.</i>	77
<i>Ilustración 5. 30. Respuesta21 actividad 2.</i>	78
<i>Ilustración 5. 31. Pregunta 22 actividad 2.</i>	78
<i>Ilustración 5. 32. Respuesta 22 actividad 2.</i>	78
<i>Ilustración 5. 33. Pregunta 23 actividad 2.</i>	78
<i>Ilustración 5. 34. Respuestas 23 actividad 2.</i>	78
<i>Ilustración 5. 35. Indicación 24 actividad 2.</i>	79
<i>Ilustración 5. 36. Gráfico circular clasificación IMC - 24 actividad 2.</i>	79
<i>Ilustración 5. 37. Gráfico de barras clasificación IMC- 24 actividad 2.</i>	80

<i>Ilustración 5. 38. Gráfico circular clasificación IMC - 24 actividad 2.....</i>	<i>80</i>
<i>Ilustración 5. 39. Pregunta 25 actividad 2.</i>	<i>81</i>
<i>Ilustración 5. 40. Conclusión del problema de investigación-25 actividad 2.</i>	<i>81</i>

Capítulo 1

Introducción.

Los cambios que ocurren en diversos sectores de la sociedad muestran que dependemos, cada vez más, del conocimiento y de la creatividad. Esto tiene implicaciones y ejerce efectos sobre nuestra tarea como educadores, pues, en los cambios cada vez más rápidos y de mayor intensidad, lo que permanece es el conocimiento.

Ese crecimiento en la importancia relativa del conocimiento como factor de producción, esa creciente identificación del mundo del conocimiento con el mundo del trabajo ha conducido a transformaciones en el significado del trabajo para las cuales los educadores, en los diversos niveles de escolarización y en los diversos espacios del conocimiento, todavía no parecen haber dedicado suficiente atención. (Machado, 1997).

En medio de las continuas transformaciones, no basta tener conocimiento específico sobre un asunto y ejercer su mera transmisión. Es fundamental, cada día, obtener nuevos conocimientos y habilidades en la aplicación y socialización de ellos. Y, con ese pretexto, la modelación matemática viene siendo muy defendida como método de enseñanza.

La modelación matemática es un proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático. Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión.

El modelo permite no sólo obtener una solución particular, sino también servir de soporte para otras aplicaciones o teorías. En la práctica, ese conjunto de símbolos y relaciones puede estar vinculado a cualquier rama de las matemáticas, en particular, a los instrumentos fundamentales de las aplicaciones matemáticas (Biembengut, 1999).

Un aspecto de la actividad científica, en particular de la actividad matemática, consiste en crear modelos. En la literatura se encuentran definiciones específicas de la noción de modelo para cada especialidad.

El proceso de modelación involucra una serie de procedimientos, a saber, elección del tema; reconocimiento de la situación/problema, delimitación del problema;

familiarización con el tema que va a ser modelado - referencial teórico; formulación del problema - hipótesis; formulación de un modelo matemático - desarrollo; resolución del problema a partir del modelo -aplicación; interpretación de la solución y validación del modelo -evaluación.

La elaboración de un modelo matemático requiere, por parte del modelador, conocimientos tanto matemáticos como no matemáticos, además de una buena dosis de intuición y creatividad para interpretar el contexto y discernir cuáles son las variables involucradas (Biembengut y Hein, 1999).

Como la matemática no solo contribuyen extraordinariamente al ejercicio intelectual, sino que también son el lenguaje de la ciencia, en las dos últimas décadas, en diversos países, vienen creciendo un movimiento en pro de esta metodología en el proceso de enseñanza de la matemática. Preocupaciones sobre qué, cómo, cuándo y para qué enseñar matemáticas han contribuido al fortalecimiento de esas investigaciones en el área de la educación matemática.

Capítulo 2

Planteamiento del Problema

Hoy en día, la educación está viviendo tiempos de cambios, es así que como grupo nos hemos dado cuenta que la enseñanza en la educación básica en particular de Octavo año de Enseñanza Básica necesita una innovación de la enseñanza de sus contenidos. Es por esto que nosotros proponemos la modelación como metodología de enseñanza, metodología innovadora, práctica, participativa en la cual los alumnos son inmersos en un contexto determinado el cual es de gran interés común.

2.1 Antecedentes

Hoy en día, la sociedad tiene nuevas expectativas sobre las habilidades a ser desarrolladas en los jóvenes estudiantes. En particular algunos de los estudios internacionales establecen la importancia del desarrollo de habilidades individuales para modelar y solucionar problemas en contexto de la vida real (organización para la cooperación y el desarrollo 2007).

Por un lado se cuenta con la existencia de un programa internacional que desde el año 2000 evalúa (cada 3 años) el desempeño en matemáticas de los estudiantes de 15 años de edad en diversos países (PISA en sus siglas en ingles). Este estudio enfatiza determinadas habilidades que debieran ser adquiridas por los jóvenes durante su instrucción. En particular, “PISA usa (y evalúa) el concepto de cultura matemática para referirse a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar efectivamente la formulación, solución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones que involucran conceptos cuantitativos, espaciales, probabilísticos o matemáticos” (OCDE, 2007)”.

La modelación matemática viene desarrollándose como un campo de investigación con alto grado de consolidación al interior de la Educación Matemática; como prueba de ello, podemos encontrar a nivel internacional, gran cantidad de artículos, eventos académicos, revistas con números dedicados al tema de la modelación, libros, redes y asociaciones dedicados a discutir el tema de la modelación y las aplicaciones en la Educación Matemática. En Colombia, se sugiere oficialmente la implementación de la modelación como proceso en el aula de matemáticas a partir de la publicación de los Lineamientos Curriculares-Área de Matemáticas (MEN, 1998) y se ratifica dicha propuesta con los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006). Sin embargo, algunas investigaciones muestran que dichos elementos no han sido lo suficientemente discutidos e incorporados en la cotidianidad de las aulas de matemáticas (Agudelo-Valderrama, 2006; Villa-Ochoa, Berrio, Bustamante, Osorio, & Ocampo, 2009).

En la actualidad existen diferentes comunidades y se celebran diversos eventos cuyo objetivo central es promover y difundir la modelación como una práctica habitual en la enseñanza de la matemática. Para el caso de mencionan por ejemplo:

- ICTMA (International Community on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications).
- CIAEM (Conferencia Interamericana de Educación Matemática), la cual está asociada a la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction)
- RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa), en la que en sus diferentes versiones uno de los temas más tratados ha sido la Modelación Matemática. Para el caso específico, al seno de RELME 23, se creó el Grupo de Modelación y Tecnología (M y T), que tiene como propósito investigar y difundir aspectos relacionados con la modelación matemática en la enseñanza de la matemática.

En Chile actualmente diversas instituciones trabajan en la instrucción y aplicación del término Modelación Matemática, como por ejemplo el Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad De Chile, cuya labor anualmente dentro de otras es la realización de Seminarios, Talleres y Congresos, workshop, conferencias, aportes en

educación (como convenios con Reuna para poner en operación la red de Ciencia y Educación más veloz de Chile, participación en la “Semana de la Ciencia y Tecnología”, organizada por Explora Conicyt, proyectos Fondef del CMM que tienen propósito de mejorar la enseñanza de las matemáticas en los colegios, entre otros) y visita de autoridades y delegaciones al CMM, por nombrar algunas. Además existen trabajos en la Universidad Católica del Maule en la que trabajaron la Modelación Matemática con estudiantes de secundaria en la comuna de Talca, Chile.

2.2 Problema de Investigación

Una de las características de los cursos de matemáticas en general en los diferentes niveles educativos es la escasa o insuficiente vinculación con actividades experimentales, como fase de la modelación, que logren articular los contenidos matemáticos con situaciones o fenómenos reales y cercanos a la cotidianidad y vivencias de los estudiantes de tal forma que el conocimiento matemático escolar sea puesto en un plano diferente al teórico y conceptual, y emerja como herramienta importante y de apoyo en otras áreas del conocimiento. Que los fenómenos sean cercanos a la realidad de los estudiantes permite que haya una motivación e interés y a su vez le dará un carácter funcional al conocimiento matemático escolar pues ya no será visto como algo exclusivo del salón de clases y cuyos límites no puede traspasar.

La modelación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática se asumirá como una práctica (concepto que será utilizado más adelante) que de alguna manera hace que los estudiantes se conviertan en participantes activos en el proceso de resignificación del conocimiento matemático escolar. Arrieta (2003) lo plantea en los siguientes términos: “La modelación, como actividad humana, es una forma particular de participar en el mundo, es una forma de interacción entre otros y con los acontecimientos”

El interés de esta investigación es mostrar que se considera la modelación como un método y como un hacer del individuo en un contexto, entonces estaríamos en posición de dar cuenta que la modelación si genera (en términos de construir significados, enriquecer

significados) un cierto conocimiento matemático. La generación de este conocimiento matemático en función de un método y no en función de la adquisición de objetos o definiciones, es a lo que se va a denominar construcción de conocimientos a través de la modelación.

Por lo tanto en esta investigación se pretende evidenciar la construcción de conocimientos matemáticos a través de la modelación en estadística descriptiva con el objetivos de aplicar la modelación como método de enseñanza aprendizaje en la clase de matemática mediante el uso de actividades modeladoras, además analizar si las actividades modeladoras favorecen el desarrollo de competencias matemáticas en la organización e interpretación de datos estadísticos a desarrollarse con estudiantes Octavo Año de Enseñanza Básica. Se privilegia el ejercicio situado e intencional de prácticas más que el objeto mismo o la actividad sobre ese objeto.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo General

- Comprobar si la actividad diseñada en base a la modelación como método de enseñanza aprendizaje, favorece el desarrollo de competencias estadísticas en organización e interpretación de datos en el curso de Octavo año de Enseñanza Básica.

2.3.2 Objetivos Específicos

- Diseñar actividad estructurada en base a la modelación como método de enseñanza-aprendizaje para fomentar el desarrollo de competencias estadísticas de la organización e interpretación de datos.

- Aplicar la modelación como método de enseñanza aprendizaje en la clase de matemática mediante una secuencia didáctica.
- Evaluar el desarrollo de competencias estadísticas en dos grupos (experimental y control) para luego compararlas y verificar que grupo intervenido obtuvo un mayor desarrollo de competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos.

2.4 Preguntas de Investigación

- ¿Se produce un incremento en las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos al utilizar la actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje?
- ¿Es favorable y factible utilizar la actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje en la clase de matemática en un curso de Octavo año de Enseñanza Básica?

2.5 Hipótesis

- El emplear la actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje fomenta el desarrollo de competencias estadísticas de los estudiantes en el contenido de organización e interpretación de datos.
- El emplear la actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza-aprendizaje produce mejores resultados académicos.

2.6 Justificación

Es necesario que se investigue acerca de las distintas metodologías que se deben utilizar para mejorar los procesos de aprendizaje de la matemática en los estudiantes. Si se toman en cuenta los registros que existen, con los instrumentos didácticos, los estudiantes tienen más posibilidades de participar en la propia construcción del conocimiento y competencias matemáticas.

Al mismo tiempo, los diagnósticos efectuados en Chile, dan cuenta que la formación educativa es poco coherente con las necesidades locales y globales, no se entrega una formación con visión de futuro, no se promueve la cultura, la ciencia y las materias y temas escolares no satisfacen las demandas del entorno, ni se responde a los requerimientos actuales y futuros para enfrentar desafíos del desarrollo sustentable. Esta consideración está claramente planteada en la actual Reforma Educativa, donde se coloca en evidencia que el objetivo de esta área debe ser que los alumnos adquieran los conocimientos considerados imprescindibles para satisfacer las necesidades matemáticas habituales de un ciudadano adulto en la sociedad actual y futura. Se debe reconocer, al mismo tiempo, que la cultura científica es un logro humano y que forma parte de la herencia cultural, con lo cual debe estar al alcance de todos, en particular de los estudiantes más desfavorecidos socioculturalmente (D' Ambrosio 1998; Aravena 2001).

En los últimos años, las investigaciones en Didáctica de la Matemática dan cuenta que uno de los temas que ha concitado la atención es el diseño de actividades basado en la modelización de situaciones reales y de las ciencias, "transformándose en una vía prometedora tanto para enfrentar las dificultades y deficiencias como para elevar la calidad de los aprendizajes matemáticos" (Aravena 2002). En diferentes países y condiciones, su inclusión en el currículo ha permitido desarrollar capacidades de tipo cognitivas, metacognitivas y de formación transversal que ayudan a comprender el rol de la matemática en una sociedad moderna (Niss 1993; Keitel 1993; Abrantes 1994; William & Ahmed 1997; Alsina 1998; Blomhoj 2000; Aravena 2001; Gómez 2002). Entre las que concitan nuestro interés se destaca: organizar e interpretar información, la matematización de situaciones (Niss 1989; De Lange 1998, Aravena 2001), la creatividad, el interés por el

descubrimiento, la capacidad de analizar e interpretar ejemplos actuales a través de la matemática (Alsina 1998). Ayuda además a desarrollar habilidades comunicativas, mediante la explicitación de ideas, la comunicación de métodos y justificación de procesos (Alsina 1998; Aravena 2001). Se coloca en evidencia que "en una sociedad en la que los ciudadanos van a ser enfrentados a resolver problemas, hacer estimaciones, tomar decisiones, el modelaje favorece la comprensión de los conceptos y métodos matemáticos y permite una visión global de la matemática" (Aravena 2002).

A partir de la situación descrita y de los resultados en las pruebas nacionales (SIMCE), que dan cuenta de los bajos logros en el trabajo matemático, en particular en algunas Regiones del país, donde se muestra la existencia de numerosas dificultades en la interpretación de datos.

Para finalizar podríamos referirnos que la didáctica es la disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza en cuanto propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos; con singular incidencia en la mejora de los sistemas educativos reglados y las comunidades implicadas, ya sea escolar, familiar, multicultural e intercultural, como también los espacios no formales. Silva, C. (2013).

Capítulo 3.

Marco Teórico.

En la siguiente sección se exponen diferentes argumentos a favor de la modelación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles educativos y desde el punto de vista de varios autores. Este recuento se justifica ya que permite reconocer la modelación como un elemento importante de estudio y análisis en la matemática escolar que han motivado investigaciones en diferentes niveles educativos en múltiples contextos. Las ideas que se presentan son de carácter general para ir gradualmente enfocando la modelación en la perspectiva Modelización realista o aplicada.

3.1 La modelación y su importancia en la enseñanza de las matemáticas.

La modelación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un tema que en las últimas décadas ha cobrado mayor relevancia y sobre el cual se han realizado no solo eventos internacionales sino que además se ha incorporado el tema de la modelación en diferentes currículos escolares en los diferentes niveles educativos. Tal como lo exponen Biembengut y Hein (2004), la modelación matemática está siendo fuertemente defendida, en diversos países, como método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problemas.

Existe una demanda creciente de la sociedad hacia una utilidad y si se quiere practicidad, de aquello que se enseña en la escuela para que el conocimiento, en este caso matemático, construido en las aulas no se encuentre alejado de la realidad y no sea obsoleto en términos de que sirva efectivamente para resolver o plantear alternativas de solución a problemas reales y actuales. Esta situación se hace más evidente según lo planteado por Kaiser (2010) en el libro *Modeling Students Mathematical Modeling Competencies*.

Las aplicaciones y la modelación, su aprendizaje y enseñanza en la escuela se han convertido en temas importantes en las últimas décadas en vista del crecimiento mundial de la importancia en el uso de las ciencias matemáticas, la tecnología y la vida diaria. Dada la inminente reducción a nivel mundial de jóvenes interesados en las matemáticas y las ciencias, es altamente necesario discutir las posibilidades de cambiar la educación en matemáticas, tanto en los niveles básicos y medios hacia la inclusión de ejemplos del mundo real y las habilidades para usar las matemáticas en la solución de problemas del mundo real.

A continuación se exponen diferentes argumentos que sirven para justificar la integración y articulación de la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ámbito escolar.

La modelación permite enriquecer la comprensión de fenómenos extra matemáticos ya que proporciona diversas representaciones de dichos fenómenos y dota el sentido de las diferentes actividades matemáticas (Suarez 2008).

Para Bassanezi (1994) el uso de la modelación en la enseñanza conduce al aprendizaje de contenidos matemáticos que están conectados a otras formas de conocimiento. El trabajo con la modelación matemática no intenta simplemente ampliar el conocimiento si no desarrollar una forma práctica de pensar y actuar: Produciendo conocimientos, aunando abstracciones y formalizaciones, interconectadas a fenómenos y procesos empíricos considerados como situaciones problemáticas.

Según Blomhoj (2004) las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar (al aprendiz) a establecer raíces cognitivas sobre las cuales construir conceptos matemáticos. Así mismo, la modelación tiene como finalidad describir y analizar algún fenómeno de la vida diaria con el fin de motivar el trabajo con las matemáticas y experimentar la matemática como medio para describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria.

Para este autor y partiendo de su experiencia, son 3 argumentos importantes a favor de la modelación matemática, como elemento central en la enseñanza general de la matemática, aun desde edades tempranas:

1. La modelación matemática tiene puentes entre la experiencia de la vida diaria de los alumnos y la matemática. Esto motiva al aprendizaje de la matemática, provee de apoyo directo de tipo cognitivo a las conceptualizaciones de los alumnos y ubica a la matemática en la cultura, como medio de describir y entender situaciones de la vida diaria.
2. En el desarrollo de las sociedades altamente tecnológicas, las estrategias para establecer, analizar y criticar modelos matemáticos son de crucial importancia. Este es el caso tanto desde una perspectiva individual en relación a las oportunidades y desafíos educativos en el mundo laboral, como desde una perspectiva social en relación a las necesidades de una fuerza laboral adecuadamente educada.
3. Los modelos matemáticos de distinto tipo y complejidad están jugando roles en el funcionamiento de sociedades basadas en alta tecnología. Por tanto el desarrollo de competencias expertas para criticar modelos matemáticos y la forma en que son usados para la toma de decisiones se está convirtiendo en un imperativo para el mantenimiento y futuro desarrollo democrático.

Según lo anterior la modelación puede servir a otros fines, tales como la culturización matemática y la formación de una actitud crítica frente a modelos pre establecido. Otros factores que apoyan la práctica de modelación de aspecto importante en la enseñanza de las matemáticas, según el mismo autor son:

- Los alumnos generalmente encuentran motivador y relevante trabajar con problemas reales.
- Situaciones cuasi – auténticas, es decir contextos contruidos para la enseñanza, también pueden dar su aporte para la construcción de significados para los estudiantes, si son lo suficientemente ricos y son considerados seriamente en la enseñanza.
- El conocimiento matemático escolar, conceptual o procedimental, no es un pre requisito para las actividades de modelación. La experiencia demuestra que las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje, crear raíces

cognitivas sólidas para la construcción de conceptos matemáticos de parte del alumno y ser un modo de desafiar sus conceptualizaciones al ampliar el dominio para las actividades de modelación.

Citando a Biembengunt y Hein (2003), en el ámbito de la educación matemática como método de enseñanza, la modelación está siendo empleada en varios niveles educativos porque promueve la adquisición de conocimientos matemáticos y la habilidad de utilizar esos conocimientos para la resolución de problemas formulados a partir de una realidad en la cual se insertan profesores, alumnos y los demás individuos con los cuales estos conviven.

Por su parte Bloom (1991, en Martínez y Ortiz, 2005) sostiene que hay consenso para que la modelación matemática sea incorporada en los currículos de todos los niveles escolares además plantea que con la modelación se logra comprender mejor el mundo a nuestro alrededor, comprender con más profundidad los conceptos matemáticos y mejorar las actividades hacia las matemáticas.

La corriente de la educación matemática realista le confiere una alta importancia a la modelación ya, que en términos más precisos, no son los modelos en si los que hacen posible el crecimiento de la comprensión matemática, si no las actividades de modelación de los estudiantes (Van den Heuvel, 2003). De esta forma las actividades iniciales de modelación, ejecutadas sobre problemas en contextos vinculados con la realidad de los estudiantes, permiten que estos últimos lleguen a realidades nuevas, las que a su vez vuelven a ser objetos de nuevas actividades de modelación, es decir, la modelación se convierte de alguna forma en una espiral de comprensión de conceptos matemáticos ya que estimula la reflexión y la interacción en el aula al aparecer nuevas manifestaciones del modelo inicial que dan acceso a nuevas perspectivas, a nuevas posibilidades de resolución de problemas y a niveles más alto de comprensión.

Por su parte Sadovsky (2005) propone que desde un punto de vista didáctico se debe pensar que el trabajo de modelación en la clase como guía para que los alumnos tengan una experiencia de producción de conocimientos en el marco de cierto dominio matemático, experiencia que permita además enriquecer la conceptualización teórica de dicho dominio.

Chevallard (citado por Sadovsky, 2005) plantea que la noción de la modelación permite “mirar” globalmente la actividad matemática desde la escuela hasta la universidad y suministra un marco de referencia a partir de cual es posible reconocer diferencias significativas entre diferentes dominios de la matemática al considerar el tipo de problemas que pueden modelarse en cada uno de ellos, los modelos que toleran, las herramientas que se usan, etc.

La modelación permite al profesor considerar el entorno físico y social para abordar situaciones problema dentro del contexto vinculados a los estudiantes, es decir, el profesor tendrá en esta actividad muchas opciones que le puedan ayudar a relacionar los conceptos matemáticos con el mundo real, de tal manera que los alumnos puedan vislumbrar y otorgar una mayor importancia a las matemáticas escolares. La modelación también contribuye a que los alumnos perciban las matemáticas como una disciplina que puede utilizarse para comprender y modificar la realidad, mediante el planteamiento de situaciones problemas del mundo real (Castro y Castro 2000; Romero y Castro 2008).

Para Arrieta (2003) enumera algunos beneficios de la modelación en el ámbito escolar que le permite al estudiante:

- Emplear herramientas específicas (gráficas, tablas numéricas) y formas particulares de describir los hechos construyendo diversas versiones de estos.
- Construir argumentos a través de conjeturas y confirmaciones, basadas en la inducción como práctica.
- Argumentar y validar versiones utilizando una coordinación de múltiples herramientas.
- Desarrollar formas de predicción.
- Elaborar descripciones y explicaciones de nuevas experiencias utilizando conocimientos que tienen, derivados de otros contextos y frente a otras experiencias.

Otros argumentos a favor de la práctica de modelación, propuesto por Castro y Castro (2000) son:

- Ofrece alternativas de solución a problemas de la vida real brindando al estudiante sentido de participación y control en los procesos de solución.
- Permite la comunicación de ideas matemáticas e intervención en la actividad de construcción de nuevos conceptos.
- Permite transferir de manera dinámica el conocimiento desde situaciones físicas y geométricas hasta la estructuración mental en el proceso de aprendizaje.

Además para Biembengut y Hein (2006) la modelación como método de enseñanza y de investigación proporciona en el alumno:

- La integración de la matemática con otras áreas del conocimiento.
- El interés de la matemática frente a su aplicabilidad
- La mejora de la comprensión de los conceptos matemáticos.
- La estimulación a la creatividad en la formulación y resolución de problemas.
- La capacidad para actuar en grupo
- La orientación para la investigación.

En los trabajos de D'Ambrosio (2009), se puede observar la importancia conferida a la modelación como una estrategia que permite la creación de conocimiento y más concretamente se refiere a la modelación como la estrategia por esencia de los seres humanos para generar conocimiento. Otro aspecto que resalta este autor es que permite validar y hacer predicciones sobre el comportamiento del sistema que se modela y la posibilidad de controlarlos.

3.2 La modelación en la educación matemática.

3.2.1 Diferentes perspectivas sobre la modelación en la educación matemática.

Varios han sido los trabajos hechos para intentar clasificar las diferentes aproximaciones teóricas a la modelación. Los trabajos de Kaiser y Sriraman (2006) y Kaiser y Schwarz (2010) muestran como han ido evolucionando los diferentes enfoques sobre la modelación en la educación matemática. En estos trabajos se recogen diferentes perspectivas en el ámbito internacional, sin embargo hay otras perspectivas que han ido apareciendo y que no han sido considerados en estas clasificaciones.

En el trabajo de Kaiser (1986, citado en Kaiser y Sriraman, 2006) se identifican 2 perspectivas predominantes:

- Una perspectiva pragmática, centrada en fines utilitarios o pragmáticos, en la habilidad de los estudiantes para aplicar matemáticas en la solución de problemas prácticos
- Una perspectiva científico – humanista más hacia la matemática como una ciencia y con ideales humanistas de la educación con énfasis de la habilidad de los estudiantes para establecer relaciones entre las matemáticas y la realidad.

Tiempo después Kaiser y Schwarz (2010), y tomando como base la clasificación propuesta por Kaiser Sriraman (2006), propone una nueva clasificación en la que enfatizan no solo los fines principales si no también los antecedentes de cada perspectiva.

Diferentes perspectivas.

Nombre de la perspectiva	Idea central	Proceso de segundo plano
Modelización realista o aplicada	Objetivos pragmático-utilitarios, es decir, la solución de problemas del mundo real, comprensión del mundo real, la promoción de las competencias de modelización.	Pragmatismo anglosajón y matemáticas aplicadas.
Modelización contextual	Objetivos de las materias relacionadas y psicológico, es decir resolver problemas de palabras.	Problema de la solución de debate americano, así como las prácticas escolares cotidianas y experimentos de laboratorio psicológicos.
modelo de enfoque de la obtención de	Objetivos psicológicos, la transferencia de modelos provocaron a nuevo problema.	Problema americano resolver debate.
modelos educativos; diferenciada en a) Modelización didáctica b) modelado conceptual	a) Estructuración de los procesos de aprendizaje y su promoción. b) Introducción conceptual y desarrollo.	Teorías didácticas y teorías de aprendizaje.
Modelización socio-crítico	Objetivos pedagógicos, tales como la comprensión crítica del mundo que nos rodea.	Enfoques socio-críticos de sociología política.
Modelización epistemológico o teórico	Metas orientadas a la teoría, es decir, la promoción del desarrollo de la teoría.	Epistemología románica.
Los siguientes puntos de vista se pueden describir como una especie de meta-perspectiva centrándose en objetivos de investigación en contraste con los enfoques anteriores:		

Modelización cognitiva	<p>Tiene como objetivo la investigación;</p> <p>Análisis de los procesos cognitivos que tienen lugar durante los procesos de modelización y la comprensión de estos procesos cognitivos.</p> <p>Objetivos psicológicos:</p> <p>La promoción de los procesos de pensamiento matemático mediante el uso de modelos como imágenes mentales o imágenes, incluso físicas o haciendo hincapié en el modelado como procesos mentales como la abstracción o la generalización.</p>	Psicología cognoscitiva.
------------------------	--	--------------------------

Tabla 3. 1. Clasificación de las perspectivas sobre modelación Kaiser y Schwarz, 2010.

De la clasificación anterior se pueden identificar 2 tendencias básicas. Por un lado está la tendencia pragmático- utilitaria en la cual lo importante es la solución de problemas del mundo real, la comprensión de ese mundo y la promoción de competencias de modelación. En esta tendencia se define el uso de problemas auténticos, es decir, problemas que provienen de campos específicos y que son reconocidos como tal por las personas que trabajan en estos campos (Kaiser y Schwarz, 2010).

La segunda tendencia más centrada en la matemática escolar, se puede distinguir 2 enfoques. El primero que considera la modelación como un medio para motivar a los estudiantes y brindar bases para el desarrollo de un contenido matemático particular. El segundo que considera la modelación como un contenido a enseñar para desarrollar en los estudiantes la capacidad de trabajar problemas del mundo real (Kaiser y Schwarz, 2010).

Para la perspectiva realista o aplicada los ejemplos auténticos traídos de la industria o de la ciencia juegan un papel importante. El proceso de la modelación es llevado a cabo como un todo y no como un proceso parcial. Una característica central de esta perspectiva es que la modelación es entendida como una actividad para resolver problemas auténticos y no para desarrollar teorías matemáticas (Kaiser y Sriraman, 2006). En este sentido Kaiser y Schwarz, (2010) afirman que los ejemplos tomados como base para trabajar en la escuela deberían permitir a los estudiantes:

- Comprender la importancia de las matemáticas en la vida diaria, en el entorno y la ciencia
- Adquirir competencias que les permitan resolver problemas matemáticos reales incluyendo problemas cotidianos, del entorno y de las ciencias.

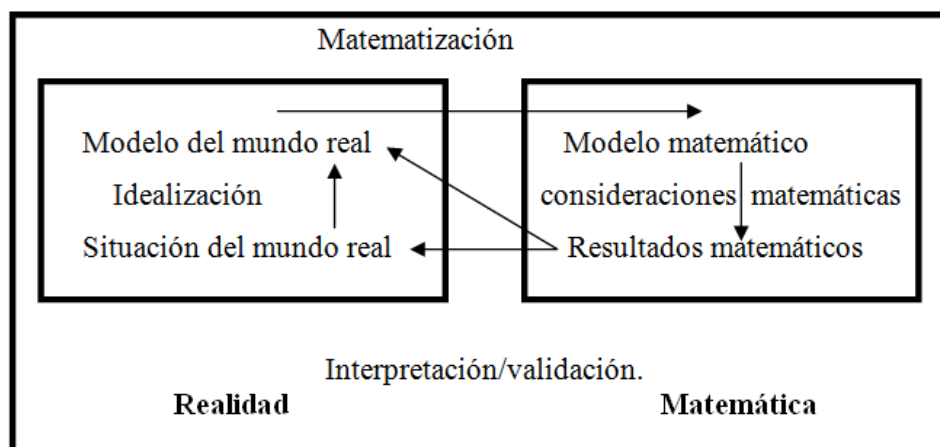
En este sentido el principal criterio en la selección de los problemas tiene que ver con la accesibilidad para los estudiantes, es decir, en el contexto del mundo real debería ser comprensible para los estudiantes sin demasiado trabajo adicional y la modelación como tal debería estar en el horizonte matemático de ellos.

Esta situación demanda nuevas formas de estructurar la enseñanza de las matemáticas de tal forma que sean orientadas hacia la realidad lo cual no significa que sean reducida solo a ejemplos basados en la realidad pero sí que estos jueguen un papel central (Kaiser y Schwarz, 2010).

Se puede agregar que una situación de enseñanza puede ser observada a través de las relaciones que se "juegan" entre estos tres polos: docente o profesor; estudiante o alumno y el saber sabido (como conocimiento), analizando:

- La distribución de los roles de cada uno.
- El proyecto de cada uno.
- Las reglas de juego: ¿qué está permitido?, qué es lo que realmente se demanda, qué se espera, qué hay que hacer o decir para demostrar que se sabe. Silva, C (2013)

A continuación se presenta un esquema de modelación que describe los aspectos centrales de esta perspectiva.



Cuadro 3. 2. Proceso didáctico de modelación (Kaiser y Schwarz, 2006).

Para esta perspectiva la modelación es el proceso de transformar una situación real mediante abstracciones y simplificaciones, en un modelo matemático que luego será válido y reinterpretado en la situación real original.

Otra de las perspectivas, la modelación en contexto se refiere básicamente a la importancia del contexto no solo en la formulación sino también en la solución de un problema de modelación. Algunas de las premisas de las perspectivas son:

- Los sistemas conceptuales son constructos humanos y son fundamentalmente de naturaleza social.
- Los significados de estos constructos se distribuyen en una variedad de medios y representaciones que van desde el lenguaje hablado, escrito hasta diagramas y gráficos, modelos concretos basados en la experiencia.
- El conocimiento es organizado alrededor de la experiencia y las abstracciones.

Los mundos de experiencias que los seres humanos necesitan comprender y explicar no son estáticos, estos son en gran medida productos de la creatividad humana que cambian continuamente (Kaiser y Schwarz, 2010).

En la aproximación que considera modelos elicitados, la modelación es definida como una actividad de solución de problemas usando principios específicos de diseños, los

cuales los estudiantes le dan sentido a situaciones e inventan, extienden y refinan sus propios constructos matemáticos. El propósito de este proceso es que los estudiantes tomen modelos ya elaborados en la solución de un problema original y los apliquen a nuevos problemas (Kaiser y Sriraman, 2006).

En la perspectiva educativa, que se puede ubicar entre la realística y la epistemológica, el centro está puesto en los procesos de aprendizaje y en la promoción de la comprensión de conceptos. En esta perspectiva los ejemplos del mundo real y sus interrelaciones con las matemáticas llegan a ser un elemento central en la estructuración de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Kaiser y Sriraman, 2006).

La perspectiva socio – crítica referida a las dimensiones socio culturales de las matemáticas tiene su énfasis en el papel de las matemáticas en la sociedad y reclama la necesidad de apoyar el pensamiento crítico alrededor del rol de las matemáticas (en la sociedad), el rol y naturaleza de los modelos matemáticos y la función de la modelación matemática (en la sociedad). En esta línea se puede ubicar los trabajos de D´ambrosio (1999), Barbosa (2006) y Araujo (2010). En esta perspectiva, se hace la distinción entre la modelación matemática hecha por modeladores profesionales y las actividades de modelación realizadas en la escuela. Así, la promoción del pensamiento crítico del estudiante es un objetivo central de la enseñanza en esta perspectiva. Las discusiones reflexivas de los estudiantes en los procesos de modelación son consideradas parte indispensable de este proceso. El análisis del discurso es considerado fundamentalmente en esta perspectiva ya que a través del discurso los estudiantes desarrollarían discusiones de tipo matemático, tecnológico y reflexivo, indispensables para el desarrollo del pensamiento crítico (Kaiser y Sriraman, 2006).

En la perspectiva epistemológica se puede ubicar el enfoque de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) y la aproximación a las praxeologías matemáticas de Chevallard y contrato didáctico de Brousseau. A diferencia de la perspectiva realista, se le da menos importancia al aspecto real de los ejemplos con que se trabaja. En este sentido, si el enfoque predominante es el de la TAD, cualquier actividad matemática es susceptible de modelarse, así la modelación no está limitada a la matematización de cuestiones extra matemáticas (Kaiser y Sriraman, 2006).

Finalmente, la perspectiva cognitiva en la modelación tiene como finalidad analizar diferentes procesos de modelación con diferentes situaciones, variando en su grado autenticidad o complejidad matemática. Uno de los fines de esta perspectiva es la reconstrucción de las rutas de modelación individuales y la identificación de las barreras y dificultades de los estudiantes durante sus actividades de modelación (Kaiser Schwarz, 2006)

De otra parte, y en este mismo sentido, Biembengut y Hein (2004) identificaron en la literatura dos posturas con respecto a la modelación: La que considera que a través de la modelación no se puede enseñar nuevos conceptos matemáticos y los que defienden que la modelación es un proceso ideal para enseñar matemáticas. Por su parte Coulang (1998) (citado por Gallegos, 2007) distingue dos tendencias importantes que existen alrededor de la enseñanza y aprendizaje de la modelación: Una afirma que se puede enseñar a través de la modelación y otra que sostiene que es la modelación la que se debe enseñar. En otras palabras la modelación puede ser estudiada como herramienta pero también como objeto de enseñanza según estas otras posturas.

La revisión anterior tuvo como finalidad exponer las perspectivas más comunes en el ámbito internacional sobre la modelación para ir delimitando de manera gradual la perspectiva que sirve de base a esta investigación: Modelización realista o aplicada.

3.2.2 Síntesis de las diferentes perspectivas sobre modelación.

A partir de los diferentes trabajos consultados y de investigaciones anteriores sobre la modelación en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se pueden identificar diferentes acepciones del término que si bien en algunos casos tiene elementos en común, en otros muestran diferencias significativas. Esto muestra, de alguna manera, la dificultad no solo conceptual sino también de aplicación de la modelación en la enseñanza de las matemáticas.

Se pueden identificar dos tendencias básicas:

1. La modelación entendida como proceso o actividad en la que un problema o situación o fenómeno por fuera de la matemática es traído al dominio matemático para ser resuelto o explicado.
2. La modelación como un método de enseñanza y aprendizaje que puede ser objeto de enseñanza o un medio para enseñar matemáticas.

En la siguiente tabla se muestran diferentes concepciones en torno a la modelación, las cuales han sido dispuestas en columnas para facilitar su lectura.

Como proceso	Como método de enseñanza y aprendizaje
Supone recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimiento nuevos sobre la problemática que se estudia (Sadovsky, 2005)	La modelación matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no solo se tiene en cuenta la solución del mismo sino que exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas y no llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y da al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución. Esto hace que la modelación matemática sea un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula. (Castro y Castro, 2000).
La modelación es un proceso en el cual un problema no matemático es resultado a través de la aplicación de las matemáticas.	La modelación matemática como método de enseñanza y de investigación el cual se vale de la esencia de la modelación que consiste en el arte de traducir un

(Káiser, y MaaB, 2007)	fenómeno determinado o problemas de la realidad en un lenguaje matemático: el modelo matemático (Biembengut y Hein, s.f.)
Actividad que se realiza en la clase de matemáticas, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un “micromundo” (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real (Villa, 2007)	La modelación matemática es el método de enseñanza-aprendizaje que utiliza el proceso de modelación en cursos regulares. (Bassanezi y Biembengut, 1997).
Es el proceso de traslación entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones (Blum y Borromeo, 2009)	
La modelación matemática es un proceso que tiene su esencia en la construcción de modelos matemáticos abstractos. En este eslabón del proceso de solución de problemas el sujeto expresa en un lenguaje matemático los elementos e interrelaciones del problema dado, aplicando los conocimientos adquiridos. (Diéguez y otros, 2003).	

<p>Aprender a modelar es saber estructura el contexto, matematizar y reinterpretar los resultados de esta matematización, revisar el modelo, modificarlo, etc.</p> <p>Una completa e interesante descripción de la modelación matemática ha sido dada por Henry O.Pollak:</p> <p>Cada aplicación de la matemática usa la matemática para evaluar o entender o predecir algo que pertenece al mundo no matemático. Lo que caracteriza a la modelación es la atención explícita al principio del proceso, al ir desde el problema fuera del mundo matemático a su formulación matemática, y una reconciliación explícita entre las matemáticas y la situación del mundo real al final. (Alsina, 2007)</p>	
<p>Consiste en el arte de traducir un fenómeno determinado o problemas de la realidad de un lenguaje matemático: el modelo matemático (Biembengut y Hein, 2006)</p>	
<p>Puede ser entendida como el uso de modelos matemáticos para resolver problemas reales. Esto significa encontrar una representación matemática para una situación real, buscar comprenderla e</p>	

<p>intentar resolver algún problema relacionado a esta situación. (Araujo, 2010).</p>	
---	--

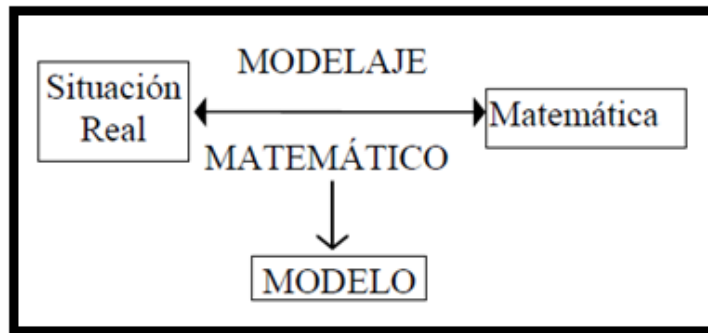
Tabla 3. 3. Síntesis de diferentes perspectivas en la modelación, Córdoba F. (2011).

Como grupo de investigación tomaremos la modelación como método, basándonos en los siguientes autores Biembengut, Hein y Bassanezi, para crear una secuencia didáctica en la cual se muestra su estructura en el siguiente punto.

3.3 Modelaje Matemático.

Modelaje Matemático es el proceso involucrado en la obtención de un modelo. Este proceso, desde cierto punto de vista, puede ser considerado artístico, ya que para elaborar un modelo, además del conocimiento matemático, el modelador debe tener una dosis significativa de intuición-creatividad para interpretar el contexto, discernir qué contenido matemático se adapta mejor y tener sentido lúdico para jugar con las variables involucradas. El modelador debe ser un artista al formular, resolver y elaborar expresiones que sirvan no sólo para una solución particular, sino también, posteriormente, como soporte para otras aplicaciones y teorías.

A grosso modo, podríamos decir que **matemáticas y realidad** son dos conjuntos disjuntos y el modelaje es un medio de conjugarlos. El siguiente esquema representa esta propuesta:



Cuadro 3. 4. Esquema Del Proceso.

Actualmente, este proceso se utiliza en toda ciencia, de modo que contribuye en forma especial en la evolución del conocimiento humano. Sabemos que la matemática se está usando en los fenómenos microscópicos en tecno biología, y también en los macroscópicos cuando se pretende conquistar el universo. El modelaje matemático, ciertamente, no es una idea nueva. Su esencia siempre estuvo presente en la creación de las teorías científicas y, en especial, en la creación de las teorías matemáticas. A inicios del siglo XX fue muy utilizada en la solución de problemas de biología y economía. Durante la Segunda Guerra Mundial, intentos de resolver cuestiones de defensa y ataque, propiciaron el desarrollo de otra rama de la matemática: la investigación operativa, que posee, hoy en día, extensa aplicación en la industria.

Representar una situación “real” con “instrumental” matemático - modelo matemático - involucra una serie de procedimientos. Identificamos el proceso en tres etapas, divididas en cinco sub etapas, a saber:

1) Interacción con el asunto

- (i) Reconocimiento de la situación problema;
- (ii) Familiarización con el asunto que va a ser modelo-investigación.

2) Construcción matemática

- (i) Formulación del problema-hipótesis;
- (ii) Resolución del problema en términos del modelo.

3) Modelo matemático

- (i) interpretación de la solución-convalidación.

El siguiente diagrama, representa el proceso:

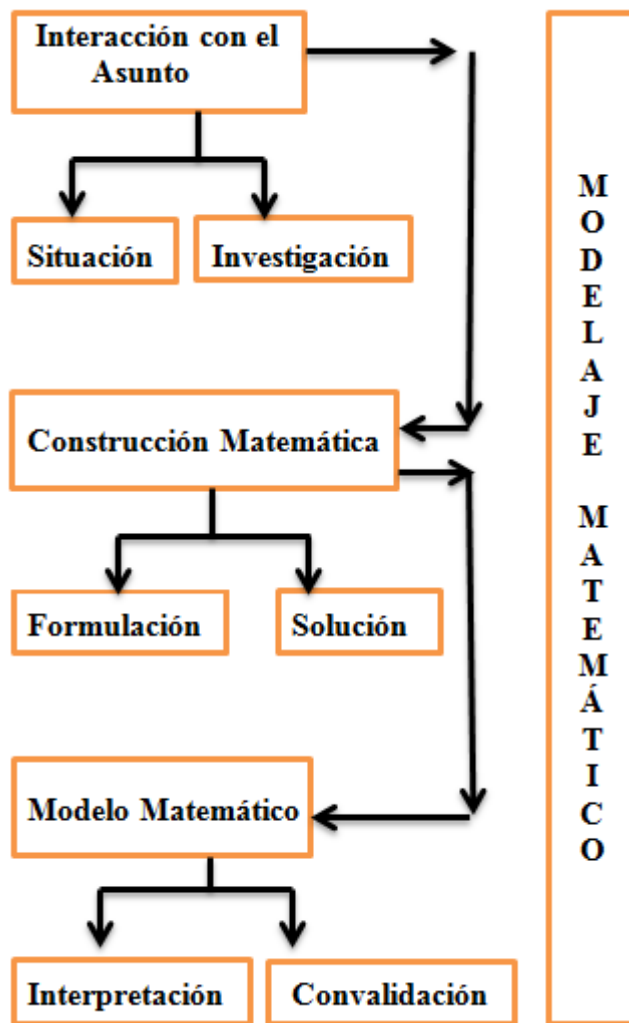


Figura 3. 1. Proceso de modelaje matemático.

1) Interacción con el asunto

Una vez delineada la **situación** que se pretende estudiar, debe hacerse una **investigación** sobre el asunto.

Tanto indirectamente (a través de libros y revistas especializadas) como directamente *in situ* (a través de datos experimentales obtenidos con especialistas del área). Aunque hayamos dividido esta etapa en dos sub etapas, los límites entre ambas no son tajantes: el reconocimiento de la situación-problema se torna cada vez más claro, a medida que se van conociendo los datos.

2) Construcción Matemática

Ésta es la etapa más compleja y desafiante. Está subdividida en formulación del problema y solución. Es aquí que se da la “traducción” de la situación-problema al lenguaje matemático. Intuición y creatividad son elementos indispensables en esta etapa.

En la formulación del problema-hipótesis, es necesario:

- Clasificar las informaciones (relevantes y no relevantes) identificando los hechos involucrados.
- Decidir cuáles son los factores a ser perseguidos, planteando la hipótesis.
- Generalizar y seleccionar variables relevantes.
- Seleccionar símbolos apropiados para dichas variables.
- Describir las relaciones que se establezcan, en términos matemáticos.

Se debe concluir esta sub etapa con un conjunto de expresiones aritméticas y fórmulas, o ecuaciones algebraicas, o gráfico, o representaciones, o programa computacional que nos lleven a la solución o nos permitan deducir una.

En la solución del problema en términos del modelo la situación pasa a ser resuelta o analizada con el “instrumental” matemático de que se dispone. Esto requiere un aguzado conocimiento sobre las entidades matemáticas usadas en la formulación.

La computadora puede ser un instrumento imprescindible: especialmente en las situaciones donde no fuese posible resolver por procesos continuos, se obtienen resultados

por procesos discretos. Cabe aquí destacar que muchos modelos matemáticos no resueltos el siglo pasado condujeron al desarrollo de otras ramificaciones de la matemática.

3) **Modelo Matemático**

Para poder concluir el modelo, se torna necesario un chequeo para así comprobar en qué nivel éste se aproxima a la situación-problema traducida y a partir de ahí, poder utilizarlo. De esta forma, se hace primero la interpretación del modelo y posteriormente, se comprueba la adecuación-convalidación.

Para interpretar el modelo se analizan las implicaciones de la solución, derivada del modelo que está siendo investigado. Entonces, se comprueba la adecuación del mismo, volviendo a la situación-problema investigada, evaluando cuán significativa y relevante es la solución. Si el modelo no atiende a las necesidades que lo generó, el proceso debe ser retomado en la segunda etapa cambiando hipótesis, variables, etc. Es importante al concluir el modelo, elaborar un informe en el que se comuniquen todas las facetas del desarrollo, con el fin de propiciar su uso.

3.3.1 Modelización matemática. Herramienta de enseñanza-aprendizaje.

A través de la modelización se puede “hacer matemática para todos”. Esta frase de M. Niss (1992), la podemos trasladar a la enseñanza actual, puesto que la modelización puede utilizarse como una herramienta didáctica para atender a la diversidad en el aula. Como hemos comentado, las prácticas de modelización se realizan en grupos, esta forma de trabajo, ayuda a la integración social y a que cada uno pueda aportar su granito de arena en función de sus capacidades. Por tanto, podemos considerar la modelización matemática, como una herramienta de aprendizaje. Esto no significa, que la enseñanza de las matemáticas se tenga que reducir a esto (Kaiser y Schwarz, 2006), simplemente, es otra forma de mostrar y enseñar las matemáticas a tener en cuenta. Como dice Joan Gómez: "La modelización matemática tiene que ser una metodología que es necesario incluir en la enseñanza de las matemáticas".

La enseñanza de las matemáticas tiene que ser abierta, buscar qué metodología se adapta mejor a cada tipo de estudiante y a los conceptos y objetivos que queremos que adquieran.

3.4 Competencia.

El concepto de competencias es propuesto originalmente por Noam Chomsky en el marco de su teoría de la Gramática Generativa Transformacional, donde aportó el concepto de competencia lingüística y en donde señala que una persona es competente en el uso del lenguaje cuando lo emplea para interactuar en la comunidad.

Otra de las fuentes en la construcción del concepto surgió en el mundo laboral, en donde David McClelland afirmó que los test y cuestionarios tradicionales utilizados para predecir el rendimiento laboral, que están basados en la medición de conocimientos y aptitudes, así como las notas escolares, no predecían el éxito en el desempeño en situaciones concretas de la vida y en ejercicio ocupacional y, por lo tanto, buscó y estableció unas nuevas variables que denominó como *competencias*. Estas variables se medían dentro del contexto de tareas laborales, teniendo como referencia a aquellos empleados que son particularmente exitosos en sus labores, frente a quienes tienen un rendimiento promedio.

Sin embargo, el proceso para dilucidar el estatus del concepto de competencias se llevó a cabo en esta investigación a través de la revisión, análisis, reflexión y síntesis de la información documental que se ha considerado como significativa en un lapso aproximado que comprende el periodo entre 1973 y 2007, en donde se incluyen las definiciones urgidas a raíz de las investigaciones de McClelland (1973) hasta las más recientes, incluidas desde luego las de autores como Spencer & Spencer (1993), Levy-Leboyer (1997), Morin E. (1995 y 2000) Tejada (1998), Tobón (2004), y Villa (2007) entre otros muchos, resulta a todas luces insuficiente para precisar operativamente la vaga idea de competencias, sobre bases consistentes.

Se puede percibir al observar la gran cantidad de aportes, que la conceptualización del término de competencias resulta difícil, al igual que su acotación en los diferentes ámbitos en donde se le menciona recientemente, incluyéndose desde luego el sistema de educación superior, debido a su no univocidad, diversidad de acepciones en los diferentes ámbitos, su referencia a distintos criterios y la misma complejidad del término. No obstante, como se puede observar, son muchos los autores e investigaciones que, desde diferentes ópticas, han intentado su conceptualización. En ese mismo tenor y desde un enfoque socio formativo, las competencias se conceptualizan para este estudio como:

“Procesos dados por el entretreído de múltiples relaciones entre conocimientos, habilidades y actitudes puestos en escena en el abordaje de tareas y resolución de problemas pertinentes, de manera efectiva y eficiente, con conciencia, autonomía y creatividad, aprovechando de manera adecuada los recursos disponibles y aportando tanto al bienestar propio como al de las organizaciones donde se desenvuelve la persona.”

Villa A. y Poblete M. (2007).

Utilizando el concepto de competencias, es preciso mencionar que las matemáticas en sus conceptos, habilidades y procesos son fundamentales para el desenvolvimiento en la vida cotidiana y que es innegable el impulso que las matemáticas le han dado al progreso de la cultura, tanto en el aspecto científico como en el tecnológico. Esta utilidad es tan antigua como la historia del hombre. Es por tanto indispensable insistir en la operatoria y en el cálculo mental.

La orientación de las matemáticas por competencias, tomando como referencia el Enfoque ocio-formativo, pretende *formar personas competentes para desempeñarse en la realización de tareas y resolución de problemas mediante algoritmos, procesos lógicos, estimación aproximada de resultados, construcción de modelos algebraicos, medición y procedimientos de cálculo numérico.* Villa A. y Poblete M. (2007).

En esta perspectiva, se enfatiza en la comprensión de los conceptos antes que en la acumulación de datos inconexos como se ha dado con tanta frecuencia en el currículo tradicional.

Es indispensable para lograr un mejor vivir de las generaciones actuales y venideras, en un mundo cada vez más globalizado, afianzar la identidad con base en los procesos de construcción matemática, ya que ésta constituye un medio de comunicación que sirve para representar, interpretar, explicar y predecir; la matemática es más que destrezas y conceptos, ella conlleva investigación, razonamiento, comunicación, conocimiento del contexto y desarrollo de la confianza en sí mismo.

Se puede afirmar, sin temor a equivocarse, que la enseñanza de las matemáticas por competencias es el instrumento para el desarrollo de las habilidades básicas y las destrezas de pensamiento que todo ser humano necesita ejercitar. Toda persona requiere desarrollar destrezas básicas como la expresión oral y escrita del lenguaje matemático y, la vez, realizar cálculos y razonamientos lógicos. Es por ello que la enseñanza por competencias involucra el desarrollo de habilidades básicas y de destrezas de pensamiento como planear, formular, resolver y analizar, entre otras.

La educación debe ser ordenada de tal forma que sea fácilmente aprovechada por el estudiante de acuerdo con sus experiencias y contextos.

La educación tiene que ser planificada para facilitar la extrapolación y/o completar vacíos.

3.4.1 Identificación de competencias a desarrollar.

La selección de las principales competencias que son desarrolladas directamente por la matemática se realizó a través de la aplicación de la entrevista por cuestionario, en donde entre otras cosas los expertos en matemáticas y competencias valoraban el grado de incidencia del área dentro de un inventario de competencias, llegándose al planteamiento de 2 grupos principales de competencias.

Existen dos tipos diferentes de competencias que el área de las matemáticas desarrolla en las personas, las de carácter *transversal* y las *específicas del área*. Las *competencias transversales* que el área de las matemáticas contribuye a formar de manera directa y acorde con los fines educativos fundamentales y principalmente son las siguientes:

De Carácter Transversal:

- Competencia Interpretativa.
- Competencia Argumentativa.
- Competencia Propositiva.
- Competencia de pensamiento lógico.
- Competencia de Pensamiento Analógico.
- Competencia de Pensamiento Deliberativo.
- Competencia de Resolución de Problemas.

Cuadro 3.5 Competencias de Carácter Transversal.

Específicas del Área:

- Competencia Lógica.
- Competencia Numérica.
- Competencia Geométrica.
- Competencia Métrica.
- Competencia Algebraica.
- Competencia Estadística.

Cuadro 3.6 Competencias Específicas del Área.

Dentro de las competencias Consideraremos alguno de ellos que los analizaremos, en mayor profundidad.

- **Competencia Interpretativa.**

Se refiere al conjunto de procesos cognitivos, actitudinales y motrices necesarios para entender y comprender una determinada situación, problema, relación, afirmación, esquema gráfico o tabla, relacionados con elementos numéricos, lógicos, algebraicos o factibles de matematizar.

Por ejemplo un estudiante muestra el dominio de esta competencia cuando puede comprender la estructura de un problema y los datos que se brindan en él y realizar un modelo de análisis.

- **Competencia Propositiva.**

Proceso mediante el cual se proponen hipótesis, procedimientos, cuestionamientos, preguntas, problemas y soluciones a problemas teniendo como base los conceptos, habilidades y actitudes del área de las matemáticas.

Por ejemplo, un alumno muestra que tiene dominio en esta competencia cuando informa sobre el rango de los ingresos promedio de los profesionistas de su ramo basando su juicio en un análisis basado en la aplicación de métodos estadísticos.

- **Competencia Estadística**

Proceso mediante el cual se implementan métodos y procedimientos para recolectar, sistematizar y analizar diferentes tipos de datos, así como para comprender y abordar fenómenos probabilísticos y realizar inferencias estadísticas que sirvan como instrumentos de juicio en la toma de decisiones y en la comprensión de los fenómenos económicos, políticos, sociales y del ejercicio profesional.

Cabe mencionar que en el enfoque pedagógico para la formación de esta competencia, existe una diferencia con relación a la mayoría de las sub-áreas de las matemáticas, en las cuales se trabaja con base en la deducción, es decir, se parte de lo general a lo particular, en cambio la estadística y la probabilidad son de las escasas sub-áreas que se fundamentan en un método opuesto, el inductivo, lo que significa que en estas sub-áreas se parte de lo particular y de los hechos para llegar a realizar generalizaciones.

Una vez identificadas las principales competencias cognitivas del área de las matemáticas es necesario desglosar cuáles son los componentes globales de cada una de ellas:

COMPETENCIAS	CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
ALGEBRAICA	<p>Concepto de variable.</p> <p>Modelos matemáticos.</p> <p>Concepto de función.</p>	<p>Interpretar información dada en forma de variable y fórmulas algebraicas.</p> <p>Aplicar el álgebra en la comprensión de procesos cotidianos.</p>	<p>Interés por el análisis algebraico.</p> <p>Reto ante la expresión de proceso del mundo real mediante el álgebra.</p>
ESTADÍSTICA	<p>Conceptos básicos de estadística.</p> <p>Estadística descriptiva.</p> <p>Probabilidad.</p> <p>Inferencia estadística.</p>	<p>Organizar conjunto de datos numéricos y no numéricos.</p> <p>Elaborar tablas de frecuencias y gráficos.</p> <p>Obtención de medidas descriptivas.</p> <p>Interpretación de gráficos y medidas.</p> <p>Inferencia de los parámetros estadísticos.</p>	<p>Importancia a la organización de datos mediante la estadística.</p> <p>Apropiación de la estadística para resolver problemas.</p>

Tabla 3. 5. Algunos componentes globales de las competencias.

COMPETENCIA DE ÁREA	ESTANDAR CURRICULAR	INDICADORES DE LOGRO	COMPETENCIA TRANSVERSAL
LÓGICA	Organiza datos por conjunto.	Puede resolver problemas empleando la teoría de conjuntos.	Propositiva.
ESTADÍSTICA	Encuentra la media la mediana y la moda de un sistema de datos e interpreta su significado.	Realiza la media de un conjunto de datos relacionados con las estaturas de los estudiantes de su establecimiento.	Propositiva interpretativa
MÉTRICA	Comprende el concepto de longitud y maneja las unidades métricas y lineales	Es capaz de medir las estaturas en metros.	interpretativa

Tabla 3. 6.Ejemplos de estándares curriculares por competencia.

En la actualidad se puede afirmar que a nivel mundial existe un consenso en cuanto a que el modelo de formación basado en competencias, independientemente de cuál sea su definición o tipología, es considerado como eje central de importantes reformas educativas a nivel mundial, incluyendo a Chile. Esto se debe a que las competencias enfatizan el saber hacer, el saber convivir, el saber ser y el saber conocer; integran la teoría con la práctica; relacionan los conocimientos, habilidades y actitudes, y promueven la autorrealización humana.

El modelo de formación basado en competencias supone, entre otras:

1° Un mayor enriquecimiento de las metodologías de aprendizaje, un mayor seguimiento y tutoría de los estudiantes, individual y grupalmente, y toda la gama de técnicas de evaluación de los aprendizajes.

2° Que el profesorado modifique su papel en el proceso de enseñanza-aprendizaje y se concentre en las tareas de organización, seguimiento y evaluación del aprendizaje de los estudiantes.

3° A los estudiantes se les exige una dedicación al aprendizaje más constante y sistemática y un mayor compromiso para planificar y gestionar adecuadamente su tiempo.

4° Adecuar los planes de estudio, las estructuras e infraestructuras. Hacer una transferencia del método de enseñanza universitaria que se venía realizando a un enfoque basado en competencias requiere, como puede observarse, de una política estratégica y de la necesidad de dedicar presupuestos específicos o significativos para llevar a buen puerto el cambio deseado y evitar que todo quede en un cambio superficial para cuidar la imagen universitaria ante la sociedad en general.

Capítulo4

Metodología de Investigación

En este capítulo expondremos los métodos utilizados para llevar a cabo esta investigación, basada en el paradigma cuasi-experimental, con un diseño de Pre-Test y Post-Test, contemplado en esta investigación, haciendo hincapié en el diseño, los participantes, los instrumentos de evaluación, contenidos, procedimientos y las herramientas utilizadas en la implementación.

4.1 Diseño

El diseño está basado en una evaluación experimental que puede abarcar una o más variables independientes y una o más dependientes. Asimismo, pueden utilizar Pre-Test y Post-Test para analizar la evolución de los grupos antes y después del tratamiento experimental. Desde luego, no todos los diseños experimentales utilizan Pre-Test, pero el Post-Test es necesario para determinar los efectos de las condiciones experimentales (Wiersma, 1986; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997). Este diseño incluye dos grupos, se muestra en la figura 4.1, uno recibe el tratamiento experimental y el otro no. Es decir, se tiene un grupo experimental designado como GE y otro grupo de control llamado GC. Previo al experimento, se les realiza un Pre-Test designado con O1 (grupo experimental) y O2 (grupo de control) con la finalidad de determinar los conocimientos previos de la unidad propuesta. Así pues, al Grupo Experimental (GE) se les aplica el experimento (X), en cambio, al Grupo de Control (GC), sólo se realiza las clases tradicionales (-) en la entrega de los contenidos. Una vez que concluye el proceso, a ambos grupos se les administra un Post-Test O3 y O4 (GE se asigna O3 y GC a O4), con el fin de comparar las evaluaciones entre los test y medir sobre la variable dependiente en estudio. El diseño se puede representar con el siguiente cuadro:

GE: O1 X O2
GC: O3 - O4

Cuadro 4. 1.Comparación de las calificaciones obtenidas por el GE Y GC.

Los grupos a utilizar fueron homogéneos e independientes entre sí. Wiersma (1986; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997), comenta que el Post-Test debe ser, preferentemente, realizado inmediatamente después de que concluya el experimento, especialmente si la variable dependiente tiende a cambiar con el paso del tiempo. El Post-Test es aplicado simultáneamente a ambos grupos.

4.2 Sujetos

La investigación se llevó a cabo en el establecimiento educacional Liceo Menesiano Sagrado Corazón, ubicado en la Quinta Región de Valparaíso. De acuerdo a la morfología de la comuna, se encuentra en la provincia Aconcagua, comuna de Llay Llay en la avenida Edwards #673. El Liceo Menesiano Sagrado Corazón de Llay Llay, existe para educar, preferentemente a niños, niñas y jóvenes de la comuna y sus alrededores, carentes de fe, aprendizaje y afecto. Es Particular Subvencionado Gratuito, funciona en Jornada Escolar Completa, imparte Educación Pre – Básica, Básica, Enseñanza Media Científico Humanista y Técnico Profesional, en la Especialidad Elaboración Industrial de Alimentos, acreditada en Diciembre del 2009.

A través del convenio Subvención Especial Preferencial, el cual ha sido renovado por cuatro años más, se encuentra en su periodo de reelaboración con apoyo de la Fundación Emmanuel, focalizándolo en Lenguaje y Matemática, entre sus acciones se destacan, el Apoyo educativo en aula, Evaluación internas y Externa, Modelo Pedagógico Galileo Matemática 3º - 4º Básico, Programa Todos Leen, Propedéutico y Programa Academias Microsoft, 3º y 4º TP, apoyo a familias de alumnos prioritarios.

Desarrolla el Proyecto Enlace Bicentenario, con el Plan de Educación Tics, favoreciendo a los alumnos(as) desde kínder a 4º medio, a los apoderados y a la comunidad en general. Se continúa participando del Plan de Apoyo Compartido, programa impulsado por el Ministerio y que apoya el mejoramiento del aprendizaje de los alumnos(as) de kínder a Cuarto Año básico y el desarrollo docente.

Para el desarrollo de las habilidades de los estudiantes, el sostenedor asegura el funcionamiento de los talleres de Actividades Extracurriculares de Libre Elección; los cuales funcionan desde Abril a Noviembre, este año funcionan los siguientes talleres: Infancia Misionera, Pastoral Juvenil, Banda, Ballet Folclórico, Taller de Música Folclórica y Popular, Fútbol, Voleibol, Atletismo.

Atiende la diversidad mediante el Programa de Integración Escolar, grupos diferenciales, integración y trastorno específicos del lenguaje.

El colegio además cuenta con un programa de ayuda Apadrinamiento, financiado por la ONG SAL (Solidaridad con América Latina), el cual beneficia a 50 alumnos, con bonos de útiles escolares, uniforme y lo necesario para su desarrollo escolar.

El establecimiento, cuenta con atención de psicóloga para diagnóstico y derivación de alumnos(as), orientadora y el trabajo con redes gubernamentales que apoyan el quehacer escolar, y un Proyecto de Acompañamiento, para apoyar a los alumnos(as) en su proceso escolar.

Los cursos seleccionados para la investigación son Octavo año de Enseñanza Básica A y B, el rango de edad de los estudiantes está entre los 13 a 14 años. El curso octavo básico A consta de 25 estudiantes, 12 Mujeres (48%) y 13 Hombres (52%) y el octavo básico B consta de 25 estudiantes 13 Mujeres (52%) y 12 Hombres (48%), los cuales rindieron ambos test (Pre y Post-test).

4.3 Instrumentos de Evaluación

Los instrumentos de evaluación que se han utilizado en esta investigación fueron pruebas de contenidos, para lograr medir los aprendizajes alcanzados durante y después de la unidad. Por ende las pruebas de contenidos realizadas, se aplicaron en la primera sesión de clases (Pre-Test) y (Post-Test) en la última sesión de clases. Los objetivos de la Pre y Post-Test son los mismos y se establecieron los siguientes conceptos a evaluar según los aprendizajes esperados. La validez de contenido es compleja de obtener. Primero, es necesario revisar cómo ha sido utilizada la variable por otros investigadores. Y en base a dicha revisión elaborar un universo de ítems posibles para medir la variable y sus dimensiones (el universo tiene que ser lo más exhaustivo que sea factible). Posteriormente, se consulta con investigadores familiarizados con la variable para ver si el universo es exhaustivo. Se seleccionan los ítems bajo una cuidadosa evaluación. Y si la variable tiene diversas dimensiones o facetas que la componen, se extrae una muestra probabilística de ítems (ya sea al azar o estratificada —cada dimensión constituiría un estrato). Se administran los ítems, se correlacionan las puntuaciones de los ítems entre sí (debe haber correlaciones altas, especialmente entre ítems que miden una misma dimensión) (Bohmstedt, 1976; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997), y se hacen estimaciones estadísticas para ver si la muestra es representativa. Para calcular la validez de contenido son necesarios varios coeficientes.

Ejes temáticos				
Unidad y contenidos				Porcentaje total de preguntas
Tablas de frecuencia con datos agrupados (Construcción e interpretación)	4 preguntas de desarrollo de un total de 11			36%
Tablas de frecuencia con datos agrupados (Análisis de información)		2 preguntas de desarrollo de un total de 11		18%
Medidas de tendencia central con datos agrupados (construcción e interpretación)			5 preguntas de desarrollo de un total de 11	46%
	36%	18%	46%	100%

Tabla 4. 2. Especificaciones de Pre-Test y Post Test.

Los profesores del área de Matemáticas de los respectivos cursos, más el profesor guía (respectivo al área de Matemáticas), validaron las pruebas (Pre-Test y Pos- Test) que fueron realizadas en el establecimiento. Esta validez es de criterio, más sencilla de estimar, lo único que hace el investigador es correlacionar su medición con el criterio, y este coeficiente es el que se toma como coeficiente de validez (Bohmstedt, 1976; en Hernández, Fernández, & Baptista, 1997). El contenido tratado es de Datos, en los subtemas tratados de organización, interpretación y construcción de tablas de frecuencias e inferencia de medidas de tendencia central en datos agrupados en intervalos.

4.4 Procedimiento

Para llevar a cabo esta investigación, se describirán los siguientes pasos:

- La unidad en la investigación y el nivel del ciclo, en este caso, corresponde a la unidad de Datos y el nivel de Octavo año de Enseñanza Básica.
- Se diseñó la planificación general del experimento, detallando los contenidos que se tratarán en cada sesión y la duración preliminar de esta.
- Se diseñó las pruebas (Pre y Post- Test) y la actividad modeladora a realizar, solamente para el grupo experimental, en cambio al de control solamente se le aplica las pruebas Pre y Post - Test, en el cual, se detallan los objetivos y aprendizajes esperados que los alumno/as deben lograr alcanzar.
- Se determina el establecimiento Educativo, en donde se desarrollará la investigación, que corresponde al educativo Liceo Menesiano Sagrado Corazón Ubicado en la Comuna de Llay Llay.
- Se realiza una primera reunión con el Jefe de Unidad Técnico Pedagógica y profesores de matemáticas de los cursos de Octavo Básico, donde, se entrega la

planificación del experimento y la duración de esta. Además se entregan las evaluaciones y actividades propuestas para ser validadas.

- Se designan los cursos para este experimento, diferenciándolos, en la forma que se entregarán los contenidos de la unidad. Se elige como Grupo Experimental al Octavo año de Enseñanza Básica A y Grupo de Control al Octavo año de Enseñanza Básica B.
- Reestructuradas las evaluaciones y actividades, se establece el inicio del experimento, correspondiente al 18 de Noviembre y finaliza el 9 Diciembre del 2013.

4.5 Contenidos

En este capítulo se muestran los contenidos previos y los contenidos a enseñar para cada grupo, grupo control y grupo experimental, establecidos por el ministerio de educación. Se detalla cada definición y formula en el caso necesario.

4.5.1 Conocimientos previos.

- **Población:**

La población es un conjunto de objetos o de individuos que se desea estudiar y que, a su vez, presentan una característica que interesa medir. Generalmente, el tamaño de la población se denota con la letra N .

- **Muestra:**

Se llama muestra a un subconjunto representativo de la población que se desea estudiar. Generalmente, el tamaño de la muestra se denota con la letra n .

- **Frecuencia absoluta:**

Corresponde al número de observaciones de una determinada clase. La suma de todas las frecuencias absolutas es igual al tamaño de la muestra.

- **Frecuencia relativa:**

Corresponde a la razón entre la frecuencia absoluta de una clase y el tamaño muestral. La suma de todas las frecuencias relativas es igual a 1.

- **Gráficos de frecuencia.**

La frecuencia se puede graficar o representar como:

- **Gráfico de barras:**

Es un diagrama con barras rectangulares, cuya altura de cada barra indica la frecuencia absoluta de cada valor de la variable. Las barras pueden estar orientadas de forma horizontal o vertical. Estos gráficos se usan para comparar dos o más valores. Este gráfico sirve para representar variables cualitativas y cuantitativas.

- **Gráfico circular:**

Es un gráfico formado por un círculo dividido en sectores. Se utiliza para representar cualquier tipo de frecuencia aunque, generalmente, se ocupa para frecuencias relativas porcentuales. Este gráfico sirve para representar variables cualitativas y cuantitativas.

- **Histograma:**

Es un gráfico cuya altura es proporcional a la frecuencia absoluta, frecuencia relativa o frecuencia porcentual, y la base está formada por segmentos cuyos extremos representan los extremos de cada intervalo. Este gráfico sirve para representar variables cuantitativas.

4.5.2 Contenidos a enseñar

- **Intervalos:**

Un intervalo es un espacio métrico comprendido entre dos valores. Específicamente, un intervalo real es un subconjunto conexo de la recta real, es decir, una porción de recta entre dos valores dados.

- **Rango:**

El rango de un conjunto de datos corresponde a la diferencia numérica entre el dato de mayor valor y el de menor valor.

- **Amplitud de un intervalo:**

La amplitud de un intervalo se obtiene dividiendo el rango por el número de intervalos que se quieren.

En una tabla de frecuencias, la amplitud de los intervalos debe ser igual. En algunos casos, el primer y último intervalo tiene una amplitud diferente.

- **Marca de clase de un intervalo:**

La marca de clase de una tabla para datos agrupados en intervalos corresponde al promedio de los extremos del intervalo.

- **Frecuencia absoluta:**

Es el número de repeticiones de cada dato de una muestra.

- **Frecuencia absoluta acumulada:**

En el intervalo i es la suma de las frecuencias absolutas observadas hasta el intervalo i . Se escribe F_i .

- **Frecuencia relativa:**

De la categoría i corresponde a la probabilidad de pertenecer a esa categoría. Lo calculamos dividiendo la frecuencia absoluta (f_i) por el total de datos de la muestra. Denotamos este valor por h_i .

- **Frecuencia relativa acumulada:**

En la categoría i , es la probabilidad de observar un valor menor o igual al mayor valor que toma la variable en estudio en ese intervalo. Lo calculamos dividiendo F_i por el total de datos de la muestra. Denotamos este valor por H_i .

- **Tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos:**

Las tablas de frecuencias se utilizan para resumir la información de un conjunto de datos. Las frecuencias incluidas en esta tabla son:

- La frecuencia absoluta.
- La frecuencia relativa.
- La frecuencia absoluta acumulada.
- La frecuencia relativa acumulada.
- Media aritmética y moda para datos agrupados en intervalos.

Podemos calcular la *media aritmética* (\bar{x}) para datos agrupados, sumando todos los productos de marca de clase con la frecuencia absoluta respectiva y su resultado dividirlo por el número total de datos, es decir:

$$(\bar{x}) = \frac{\text{suma (marca de clase} \cdot \text{frecuencia absoluta)}}{\text{total de datos}}$$

Para datos agrupados, la media aritmética que se obtiene al calcular corresponde a una estimación de la media aritmética real.

- **La moda:**

Para obtener la moda (M_o) para datos agrupados, podemos utilizar la expresión:

$$M_o = Li + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot t$$

Li: extremo inferior del intervalo modal.

d1: diferencia de las frecuencias del intervalo modal y del intervalo anterior.

d2: diferencia de las frecuencias del intervalo modal y del intervalo posterior.

t: amplitud de los intervalos.

Para datos agrupados, la moda que se obtiene al calcular corresponde a una estimación de la moda real.

Capítulo 5

Secuencia Didáctica y Actividades.

En este capítulo se describe la secuencia didáctica para implementar en el aula con el objetivo de realizar la investigación, tanto en la fundamentación pedagógica requerida para su empleo, como la metodología propuesta para la enseñanza de la unidad de Datos.

5.1 Justificaciones previas

En los últimos años, la práctica docente en algunos sistemas educativos se circunscribe a esquemas convencionales de trasmisión del conocimiento. Si bien, en algunos casos, se incorporan novedosas técnicas y actividades por iniciativa del profesor, éstas no responden a una organización programática. Se plantea que en la enseñanza de las matemáticas se utilizan métodos y concepciones que distan de una construcción activa del conocimiento.

(Bassanezi, 2002; Villa-Ochoa, 2007; Blum et al, 2007). De modo general, la modelación puede surgir de un problema o situación del mundo real lo cual demanda actividades de simplificación y estructuración buscando una delimitación y precisión de la situación o problema. Con la recolección de datos, se provee más información sobre la situación y se sugiere el tipo de modelo matemático que puede ser apropiado para direccionar el problema del mundo real. A través de un proceso de matematización, los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis de la situación o problema en cuestión se trasladan hacia las matemáticas resultando así un modelo matemático a través del cual se direcciona el problema identificado. Para Blum y sus colaboradores, el proceso de modelación no finaliza con la obtención del modelo sino que, por el contrario, se hace necesario usar algunos métodos y procedimientos matemáticos (hipótesis matemáticas, resultados teóricos, solución de ecuaciones, estimaciones numéricas, pruebas y gráficos estadísticos, simulaciones, etc.) para obtener resultados matemáticos pertinentes con las

preguntas derivadas de la traslación del problema del mundo real. Blum et al. (2007) establecen que dichos resultados matemáticos deben ser traducidos nuevamente al contexto de donde fueron derivados para realizar un proceso de interpretación. Finalmente el “solucionador de problemas”, valida el modelo mediante la comprobación de los resultados matemáticos y su interpretación como razonables y compatibles en términos de la información dada en el problema original. Cuando el proceso de validación arroje resultados no satisfactorios todo el proceso debe repetirse con una modificación o un modelo totalmente diferente.

Además, el papel de la modelización en la adquisición de las competencias básicas, entendiendo el término competencia como la capacidad de poner en práctica e integrar los conocimientos, habilidades y actitudes adquiridas para resolver problemas y situaciones en diversos contextos.

Todo lo anterior hace referencia a que la secuencia didáctica de esta investigación tome la necesidad de que el estudiante adquiera una metodología nueva para enfrentar problemas de la vida cotidiana y los trabaje con modelación, a su vez, un aprendizaje significativo por medio de la investigación y experimentación, por otro lado, mejorar la disposición del docente frente a nuevas técnicas de enseñanza con recursos didácticos. En la propuesta didáctica, el estudiante tiene una gran participación. El docente no expone los contenidos de un modo acabado; su actividad se dirige a conocer una meta que ha de ser alcanzada y además de servir como mediador y guía para que los estudiantes sean los que recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos.

Para finalizar, permitirá al estudiante desarrollar un pensamiento autónomo y personal por medio de competencias, como por ejemplo, comunicarse en un medio social y ser un partícipe activo en su propio proceso formativo.

5.2 Secuencia didáctica

En esta sección se describe la secuencia didáctica utilizada. La metodología aquí señalada se extrajo del trabajo desarrollado por Biembengut y Hein, a la cual se le realizaron pequeñas adaptaciones que generaron los pasos que acá se explican. Esta secuencia, se basa en modelación matemática y competencias Estadísticas, el uso de tics y la experimentación basada en la vida real con problemas cotidianos o de la vida misma que nos aporta en la investigación.

A continuación se presenta la secuencia didáctica con los ajustes incorporados y enfocados en la temática de Datos. Para comenzar, se conforman los grupos de trabajo que se componen de 4 integrantes, a lo cual se sigue con los siguientes pasos:

- a) Mediante una guía los estudiantes responderán interrogantes acerca del concepto de modelación matemáticos y sus etapas, ligados al método presentado.
- b) Luego, mediante una segunda guía la cual fue creada a base de modelación matemática y una situación real, los aprendices buscaran un modelo para dar solución al problema y experimentan con una balanza y cinta métrica.
- c) Posteriormente los alumnos deberán contestar algunas interrogantes presentadas acerca de la investigación generada.
- d) Además crearán tablas de datos, tablas de frecuencias y representación de lo concluido con los datos recolectados y clasificados, los alumnos discutirán con sus compañeros de grupo acerca de la validez de cada una de éstas, según los argumentos que cada uno de los estudiantes aporte.
- e) Todo lo concluido anteriormente se debe documentar por escrito.
- f) Para finalizar, cada grupo llega a un consenso, cada uno de éstos deberá compartir las soluciones y representaciones para lograr los objetivos esperados y verificar si el modelo tomado da solución al problema inicial.

En una primera instancia se diferencia la metodología propuesta en la secuencia didáctica y los contenidos de datos, consideramos esto en 3 etapas las cuales se describen a continuación:

1° etapa: Las dos primeras clases, tomando como referencia la modelación matemática, se introduce esta, empezando con una explicación de que se trata la modelación, en qué consiste y como se trabaja, además se presentan algunos videos con los cuales se fortalece la terminología de modelación matemática con problemas relacionados con la vida real.

Luego, se entrega una guía (actividad 1, Anexos A) en la cual se explica detalladamente definiciones y método a tratar, para finalizar se realiza un cuestionario en relación a guía entregada y comparten respuestas.

2° etapa: En las siguientes clases, se presentará la segunda guía (actividad 2, Anexos A) la cual abarcara el mayor tiempo planificado en relación a la intervención y contenidos a tratar, en donde los estudiantes se enfrentarán a un problema cotidiano, investigaran y escogerán el modelo apropiado para dar solución a este, además indagaran los conceptos pedidos en la secuencia a base de cuestionamiento con lo cual podrán dar respuesta a lo pedido, en esta etapa se profundiza la recolección de datos, creación de tablas de datos y tablas de frecuencias.

3° etapa: en las últimas clases, buscaran las medidas de tendencia central, las cuales serán investigadas y con ayuda del docente sabrán cuales ocupar, para concluir con estos contenidos interpretaran estos resultados. Además graficaran de alguna manera las conclusiones establecidas ocupando gráficos de barra, gráficos de torta y/o porcentajes. Para finalizar verificaran si el modelo tomado da solución al problema propuesto.

La unidad de datos contempla varios conceptos y variantes donde la recolección de datos, tablas de datos, tablas de frecuencias, medidas de tendencia central y representación de situaciones se relacionan entre sí. Estos conceptos, en general, son bastante dificultosos y complejos de estudiar sin la ayuda de una propuesta didáctica, debido a lo engorroso que resulta manejar estos conceptos nombrados, es por eso que se crea esta secuencia, con el

fin de utilizar la herramienta que están al alcance de todos y con la ayuda de la modelación matemática formando competencia en los estudiantes.

Además recordar la importancia de la experimentación en la construcción de conocimientos matemáticos y el reencantamiento por la asignatura, se espera que los estudiantes creen sus propias inquietudes, dudas y conjeturas, en otras palabras, que ayude a los estudiantes a cambiar, progresivamente, de un pensamiento concreto a un estadio de investigación en el cual sea crítico de lo que aprenden.

5.3 Actividades Realizadas en la Intervención

En relación a las actividades realizadas en el desarrollo de las clases, estas contemplaron la utilización de la propuesta didáctica sugerida en esta intervención. Con el propósito de evaluar los conocimientos previos, se realiza una prueba (Pre-test, Anexos C), antes de iniciar las actividades a tratar. La primera actividad en este experimento consistió en realizar una presentación de modelación matemática con una guía y videos. Esta se desarrolló en grupos de trabajo conformados de 4 personas, utilizando un datashow a modo de herramienta con el objeto de facilitar el proceso de comprensión del método a conocer. En las siguientes clases los estudiantes realizan una segunda guía (actividad 2, secuencia didáctica, Anexos A) en donde se convierten en investigadores, se plantea un problema cotidiano relacionado con su edad y el estado nutricional, a medida que avanzan en la investigación encuentran un modelo (Índice de Masa Corporal, IMC) para trabajar, y el cual dará respuestas a sus interrogantes, el cual lo hallan en internet usando un computador. Para continuar con las actividades de la secuencia didáctica los estudiantes notan que necesitan su peso y estatura (talla) para determinar sus IMC y poder clasificar su estado nutricional, en este momento ellos toman su peso y su talla (ocupan balanza y cinta métrica) y comparten los datos con los demás grupos tabulando las información generada (peso, talla e IMC).

A partir de la información tabulada los estudiantes investigan en libros los contenidos pedidos para las tablas de frecuencias (Intervalos, Rango, Marca clase,

Frecuencia absoluta, Frecuencia absoluta acumulada, Frecuencia relativa, Frecuencia relativa porcentual), dando creación a las tablas de frecuencias tanto para peso, talla IMC.

Para continuar se entrega una tabla de clasificación, la cual se ocupará para clasificar su IMC y el de sus compañeros, esto nos servirá para una representación de la situación nutricional del curso y de los estudiantes. Por consiguiente los alumnos investigan las Medidas de Tendencia Central (Media, Moda, y Mediana) en internet y libros, además el docente apoya en algunos casos, llevan a cabo algunas preguntas relacionadas con moda, media y mediana, y para finalizar se pide una representación de la situación del curso y verifican si el modelo propuesto da una respuesta coherente en relación al problema propuesto en la secuencia didáctica.

A modo de evaluación, una vez concluido la actividad dos, se realiza una evaluación escrita (Post-test, Anexos C), con el fin de evaluar el aprendizaje adquirido.

5.4 Ilustración de las Actividades Realizadas

En la presente sección se expone las actividades desarrolladas en la intervención, y el procedimiento que se llevó a cabo.

En la implementación de la propuesta se crearon dos guías de actividades. (Adjuntas en Anexos A). Estas actividades se crearon con un enfoque modelador, específicamente para poder generar competencias estadísticas en los estudiantes, con el objeto de que los alumnos fueran construyendo sus propios conocimientos y experimenten enriquecedoramente su aprendizaje mediante la secuencia didáctica, de una forma conjunta llevaran a cabo, las interrogantes, debates, formulación de hipótesis y resolución de éstas para lograr los aprendizajes esperados, cabe destacar que las actividades se organizaron por contenidos.

Para explicar la metodología utilizada en esta intervención, se expone a continuación la actividad uno y dos con sus respectivas ilustraciones y ejercicios.

Actividad número uno:

Las siguientes ilustraciones son las respuestas de un estudiante del grupo experimental, al cual se mostraron algunos videos de modelación matemática, además se entregó una guía (actividad 1, Anexos A) con definiciones y etapas del método a conocer.

El objetivo de esta actividad es conocer e identificar las etapas de modelación matemática, como se muestran en las imágenes.

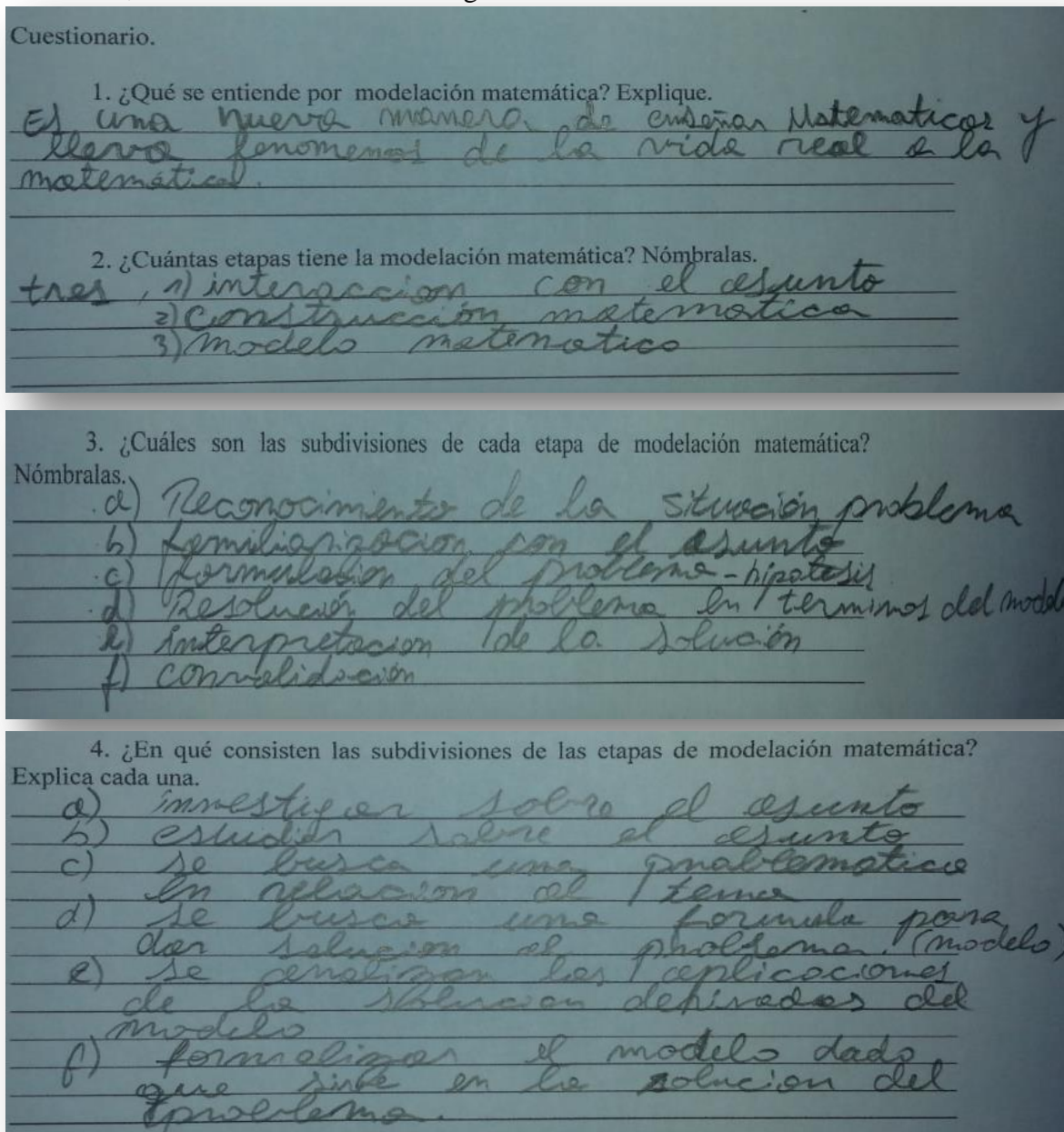


Ilustración 5. 1. Respuestas de un estudiante en actividad 1.

Actividad número dos:

Para comenzar se entrega la secuencia didáctica y se da lectura a los objetivos relacionados con la unidad de datos, los estudiantes se agrupan de 4 integrantes, se piden algunos materiales los cuales están explícitamente en la actividad, Tal como muestra la ilustración 5.2.

Actividad 2.

Objetivos:

- Explicar la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos.
- Aplicar criterios para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos.
- Construir tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual.
- Determinar, calcular e interpretar medidas de tendencia central en tablas de datos agrupados.

Integrantes:	1.	2.
	3.	4.
	Fecha:	Curso:
	Puntaje Total:	Nota:

Materiales:

- Balanza.
- Cinta métrica.
- Hoja cuadriculada.
- Regla y lápices.
- Sala de computación
- Calculadora.

Ilustración 5. 2. Integrantes y materiales.

A continuación se presenta como introducción una reseña relacionada con la vida real basada en el estado nutricional de los jóvenes de Chile, el cual nos sirve para que los estudiantes tengan una interacción con el asunto a estudiar, además deben responder algunas preguntas sobre la reseña y como creen que se encuentran en su estado nutricional.

En este momento los alumnos reconocen la situación problema y se familiarizan con el asunto que va a ser investigado-modelado. Algunas respuestas de estudiantes como muestran las ilustraciones 5.3 y 5.4.

Introducción:

En los últimos 30 años, Chile ha experimentado importantes cambios demográficos, sociales y económicos, los que han contribuido a modificar las condiciones de salud de su población. Pasó de ser un país con una alta mortalidad infantil, desnutrición y enfermedades infecciosas a principios de los '70, al Chile del 2012, con bajas tasas de mortalidad infantil, un significativo aumento en las expectativas de vida, un cambio en la estructura familiar, y un fuerte aumento en la prevalencia de las enfermedades crónicas no transmisibles como la diabetes, enfermedades cardiovasculares, dislipidemia, hipertensión y cáncer. En este contexto, la obesidad y el sobrepeso han sido ampliamente responsables del desarrollo de estas enfermedades.

Al analizar las estadísticas nacionales, se tiene que:

- El 25,1% de la población mayor de 12 años presenta obesidad (4.159.691 de chilenos obesos), y un 39,3% tiene sobrepeso. (6.512.982 de chilenos con sobrepeso)
- Se estima que el sobrepeso y la obesidad son responsables de 7.877 muertes al año, ubicándolo en el cuarto lugar de los factores de riesgo junto al consumo de tabaco y alcohol.

Dada la introducción anterior:

1. ¿Cuál es la cantidad de chilenos mayores de 12 años que?:
 - a. Presentan obesidad:
4.159.691 chilenos
 - b. Presentan sobrepeso:
6.512.982 chilenos

Ilustración 5. 3. Introducción al problema.

2. ¿Crees tú que es una cifra razonable? ¿Cómo crees que se encuentra tu estado nutricional? ¿Por qué? (Justifica)
No, Bien, porque como bien y ago ejercicio
3. ¿Cómo crees que se encuentra la situación nutricional de tus compañeros? ¿Por qué? (Justifica)
Yo creo que neutral, porque todos comen fruta, verdura y chatarras.

Ilustración 5. 4. Interacción con el asunto a estudiar.

Una vez realizada la interacción con el asunto, se cuestiona a los estudiantes con la pregunta:

¿Qué creen ustedes que vamos a estudiar o investigar?

Bueno, la respuesta fue inmediata, tal como el estado nutricional del curso.

Los profesores a cargo dan a notar la formulación del problema, en donde se debate que problema nutricional podría existir en el curso, algunos aportan con frases como:

Quienes están en sobre peso, obesos, bajo peso, desnutrido, o en estado normal.

Posterior a esto los alumnos indagan en la sala de computación que es el IMC (índice de masa corporal), la idea es conocer para que sirve, su fórmula y las variables a ocupar (en busca de un modelo que dé solución a su problema), en las ilustraciones siguientes se muestra las respuestas de algunos estudiantes.

4. ¿Cuál es la herramienta que utilizan los nutricionistas para determinar el estado nutricional?
el índice de masa corporal

Ilustración 5. 5. Respuesta de un grupo de investigación.

5. Diríjase a la sala de computación para poder responder las preguntas anteriores y las que continúan.
6. ¿Qué es el IMC?
El índice de masa corporal es una medida de asociación entre el peso y la talla de un individuo ideada por el estadístico belga Adolphe Quetelet.

Ilustración 5. 6. Respuesta de un grupo de investigación.

7. ¿Para qué sirve el IMC y cómo se calcula?
Para determinar el grado de nutrición o desnutrición se calcula el peso en kilogramos dividido entre estatura en metros al cuadrado.

Ilustración 5. 7. Respuesta de un grupo de investigación (en busca de un modelo).

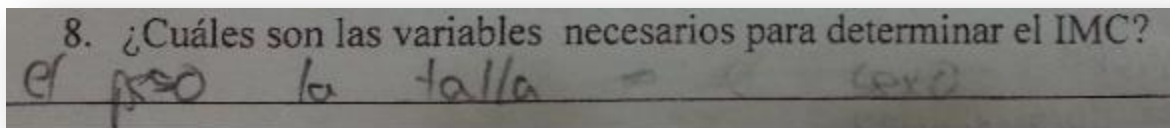


Ilustración 5. 8. Respuesta de un grupo de investigación (variables para el modelo).

El objetivo de los siguientes dos ítems es recolectar información de todos los grupos establecidos para crear tablas de datos. En esta etapa los jóvenes deben tomar su peso, talla (estatura) y edad. Aquí ocuparán los materiales pedidos tales como la hoja cuadriculada, balanza y la cinta métrica. Algunos grupos tuvieron la gran idea de determinar el IMC para poder organizar todos los datos posibles, lo cual fue ventajoso.

Cabe destacar la colaboración de algunos estudiantes al momento de medir y pesar a sus compañeros, hubo un trabajo en equipo sin necesidad de pedir lo hecho, también recalcar la responsabilidad de traer el material pedido, la motivación por realizar el trabajo con la mayor seriedad posible.

Muestra del trabajo realizado en los ítems 9 y 10.

9. Como ya conoces las variables para determinar el IMC, que son: _____ y _____ anota en la hoja cuadriculada pedida los datos de todos los integrantes del grupo.
10. Una vez recolectados los datos del grupo, intercambien la información recolectada con todos sus compañeros de curso, luego creen una tabla de datos solo para la estatura y otra tabla de datos para el peso.

Ilustración 5. 9. Ítems 9 y 10.

Nombres	Peso	estatura	IMC	Edad
Macarena	61,2	1,59	24,2	14,3
Danitza	50,3	1,53	21,9	13,34
Joselyn	64,2	1,67	22,9	14,2
Francisca. M	52,2	1,57	21,3	16,4
patricio	52,4	1,61	20,2	14,3
Cristopher	65,4	1,71	22,5	14,7
Alexander	50,8	1,65	18,6	14,2
marco F	58,3	1,63	21,9	13,6
catalina	68,2	1,55	28,3	14,3
Stephanie	49,2	1,57	19,9	14,2
Sauka	51,0	1,48	23,2	14,11
rodrigo	60,3	1,50	18,6	14,11
gaspar	57,5	1,71	19,6	13,7
nicolas	54,7	1,73	18,2	14,5
marco. V	56,3	1,74	18,5	16,1
Pascual	63,3	1,55	26,3	13,11
Javier	49,2	1,67	17,6	13,5
mauro	58,7	1,66	21,3	14,5
camila T	45,5	1,55	18,9	14,3
Melissa	50,3	1,53	21,4	13,14
camila e	52,2	1,58	20,9	14,6
Franciscac	50,1	1,62	18,9	13,8
laleska	46,4	1,58	18,5	16,3
Wis g	49,6	1,62	18,8	13,10
diego	61,2	1,66	22,2	15,10
camila e	52,6	1,48	24,0	15,7
celeste	68,2	1,45	32,4	14,3
Wis. C	96,3	1,70	33,3	15,10

Ilustración 5. 10. Recolección de datos.

Tabla de peso

52,1 - 61,2 - 50,3 - 64,1 - 68,2 - 49,6 - 61,2 - 52,6 - 46,4 - 50,1
50,1 - 52,2 - 58,7 - 49,2 - 45,5 - 54,7 - 86,3 - 63,3 - 57,5 - 49,2 -
51,0 - 60,3 - 58,3 - 50,8 - 65,4 - 52,4 - 68,2 - 96,3

Ilustración 5. 11. Tabla de datos (peso).

Tabla de estatura

1,57	1,59	1,53	1,67	1,55	1,62	1,66	1,48	1,58	1,62
1,53	1,58	1,66	1,67	1,55	1,73	1,74	1,55	1,71	1,57
1,48	1,80	1,63	1,65	1,71	1,45	1,70			

Ilustración 5. 12. Tabla de datos (Talla).

Tabla de IMC

21,1	24,2	21,4	22,9	23,3	19,8	22,2	24	18,5
19	21,4	20,9	21,3	17,6	18,9	18,2	28,5	26,3
19,6	19,9	23,2	18,6	21,9	18,6	22,3	20,2	32,4
33,3								

Ilustración 5. 13. Tabla de datos (Índice de Masa Corporal).

Una vez finalizada la tabulación de datos, se propone confeccionar tablas de frecuencia para cada variable denotada anteriormente, en este ítem se pide lo siguiente: Marca clase, Frecuencia absoluta, Frecuencia absoluta acumulada, Frecuencia relativa, Frecuencia relativa porcentual.

Para dar inicio a esta acción investigan en libros y/o piden ayuda a los docentes, estos a su vez dan un indicio en dónde encontrar ciertos conceptos y formulas a trabajar, también como realizar cierta tabla de frecuencia, motivando constantemente que ellos son los investigadores por lo tanto deben leer y buscar soluciones al problema.

Algunas imágenes de lo realizado por algunos grupos de trabajos.

Altura

Rango de Altura	Marca de Clase	Fre Absoluta	Fre Abs Acumulada	Fre Relativa	Fre Relat Porcentual
[148 - 152[150	2	2	0,07	7,15%
[153 - 157[155	6	8	0,23	23,5%
[158 - 162[160	3	11	0,307	30,7%
[163 - 167[165	6	17	0,23	23%
[168 - 172[170	7	24	0,23	25%
[173 - 177[175	4	28	0,14	14%
[178 - 182[180	0	28	0	0%
183 - 187	185	0	28	0	0%
D. Total		28		0,9935	99,35%

Ilustración 5. 14. Tabla de frecuencia para talla (estatura, altura).

Peso

Intervalos	Marca de Clase	Fre Absoluta	Fre Abs Acumulada	Fre Relativa	Fre relat. Porcentual
[45 - 52,2[48,6	13	13	0,4642	46,42%
[52,3 - 59,5[55,9	6	19	0,2542	25,42%
[59,6 - 66,8[63,2	6	25	0,2142	21,42%
[66,9 - 74,1[70,5	1	26	0,0357	3,57%
[74,2 - 81,3[77,75	0	26	0	0%
[81,4 - 88,6[85	1	27	0,0357	3,57%
[88,7 - 95,9[92,3	1	28	0,0357	3,57%
Datos Total		28		0,9997	99,973%

Ilustración 5. 15. Tabla de frecuencia para peso.

Al término de la creación de tablas de frecuencias los estudiantes deben contestar algunas preguntas relacionadas con estas, a continuación se muestra en las imágenes 5.16, 5.17, 5.18 las interrogantes y sus correspondientes deducciones.

12. Ahora contesta las siguientes preguntas:

- 12. a. ¿Cuál es la cantidad de personas del curso que mide entre 1,60 m y 1,65m?
- 12. b. ¿Cuántas personas del curso pesan entre 55 kilos y 65 kilos?
- 12. c. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) miden más de 1,70 m?
- 12. d. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) pesan menos de 70 kilos?
- 12. e. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) pesan más de 75 kilos?

Ilustración 5. 16. Interrogantes en relación a tabla de frecuencias.

12.
a) son 6 personas que miden entre 1,60 y 1,65 m.
b) son 7 personas que pesan entre 55 y 65 kilos

Ilustración 5. 17. Respuestas en relación a tabla de frecuencias.

c) son 6 alumnos que miden más de 1,70 m.
d) 26 personas pesan menos de 70 kilos
e) 4 alumnos pesan más de 75 kilos

Ilustración 5. 18. Respuestas en relación a tabla de frecuencias.

El objetivo de la siguiente pregunta es para verificar si los estudiantes comprenden la variación del tamaño de los intervalos y que sucede con las frecuencias en la respectiva tabla, se muestra en la ilustración 5.19.

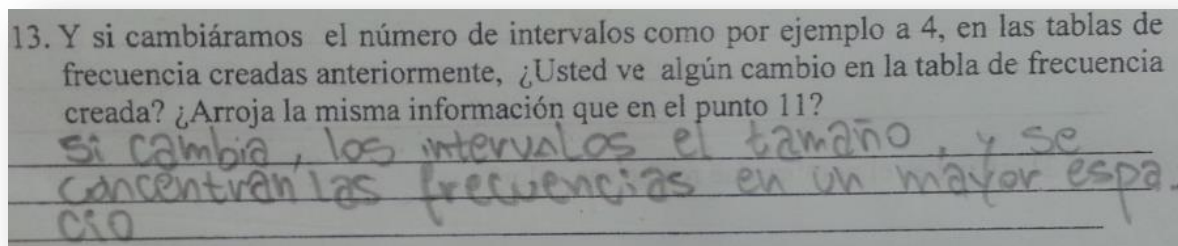


Ilustración 5. 19. Respuestas en relación a variación de intervalos.

Para seguir con el progreso de la secuencia didáctica los aprendices deben elaborar nuevamente una tabla de frecuencia en relación al IMC.

IMC

Rango de IMC	Marca de Clase	Fre Absoluta	Fre Abs Acumulada	Fre Relativa	Fre Relativa Porcentual
[17,64 - 20,24]	18,94	11	11	0,39	39 %
[20,25 - 22,85]	21,55	9	20	0,32	32 %
[22,86 - 25,46]	24,16	4	24	0,14	14 %
[25,47 - 28,07]	26,77	1	25	0,03	3 %
[28,08 - 30,68]	29,38	2	27	0,07	7 %
[30,69 - 33,32]	31,99	1	28	0,03	3 %
		28		0,98	98

Ilustración 5. 20. Tabla de frecuencia para IMC (Índice de masa corporal).

Después de realizar cierta tabla de frecuencia, los docentes entregar una tabla de IMC para varones y mujeres (Índice de masa corporal, Anexos B), la cual sirve para clasificar a sus compañeros y a ellos mismos, dado que por la edad el IMC se clasifica de esta manera, además deben responder ciertas interrogantes basadas en la solución del problema inicial y de la clasificación llevada a cabo, obteniendo los siguientes resultados.

16. Según los datos obtenidos determine el estado nutricional, según IMC/ Edad y clasifique a sus compañeros según los percentiles entregados por el docente.

Percentiles	Total
< p5 (desnutrido)	0
p5-p10 (riesgo desnutrir)	0
p25-p75 (normal)	22
p85-p90 (riesgo de obesidad)	2
p95 (obesidad)	4

17. Ahora contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos compañeros se encuentran en una situación normal?
- ¿Cuántos compañeros tienen riesgo de obesidad?
- ¿Cuántos compañeros se encuentran en un estado de obesidad?

Ilustración 5. 21. Clasificación de IMC y preguntas (Índice de masa corporal).

17) = a) 22 compañeros se encuentran en estado normal.
 b) 2 compañeras están con riesgo de obesidad.
 c) 4 personas se encuentran en estado de obesidad.

Ilustración 5. 22. Respuestas de clasificación.

El objetivo de las siguientes preguntas es buscar una relación entre las medidas de tendencia central y las variables o valores establecidos.

Se puede agregar que en esta acción los docentes apoyaron constantemente dado que existía una baja noción de medidas de tendencia central.

A continuación se presentan algunas ilustraciones seleccionadas de preguntas propuestas y respuestas realizadas por los grupos de trabajos.

18. Anota por un lado los pesos de tus compañeros, por otro lado las estaturas y finalmente por otro lado el IMC de tus compañeros.
 ¿Hubo un valor que se repitió? ¿Cuál fue, anótalo?

Ilustración 5. 23. Pregunta 18 actividad 2.

18) n : Peso = 50,1 - 52,2 - 61,2
Altura = 1,58 - 1,98 - 1,55.
IMC = ninguno.

Ilustración 5. 24. Respuesta 18 actividad 2.

19. ¿Qué representa dicho valor, cuál es su concepto?

Ilustración 5. 25. Pregunta 19 actividad 2.

19) n : Representa la moda frecuencia de un término, que se repite varias veces.

Ilustración 5. 26. Respuesta 19 actividad 2.

20. Y si tuviésemos que ordenar todos los valores arrojados por el cálculo del IMC de menor a mayor o de mayor a menor ¿Existe un valor que se encuentra a la misma distancia del primer valor que del último valor del IMC?

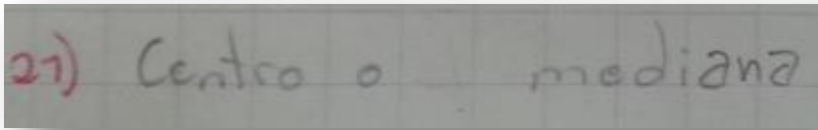
Ilustración 5. 27. Pregunta 20 actividad 2.

20) 33,22 - 28,57 - 28,38 - 26,34 - 24,20 - 24,01 - 23,23 - 22,98
22,25 - 22,3 - 22 - 21,48 - 21,40 - 21,30 - 21,17 - 21 -
20,91 - 20 - 19,66 - 19,09 - 18,93 - 18,93 - 18,67 -
18,61 - 18,58 - 18,27 - 18,15 - 17,04
 n : podría ser 21,30 o 21,17

Ilustración 5. 28. Respuesta 20 actividad 2.

21. ¿Cuál es el nombre que recibe ese valor?

Ilustración 5. 29. Pregunta 21 actividad 2.

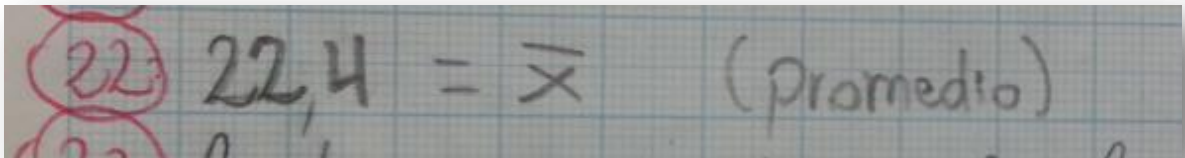


21) Centro o mediana

Ilustración 5. 30. Respuesta 21 actividad 2.

22. Y si en el caso que pidiésemos un valor que represente el IMC de todo el curso ¿qué valor usarían para representarlos como grupo curso?

Ilustración 5. 31. Pregunta 22 actividad 2.

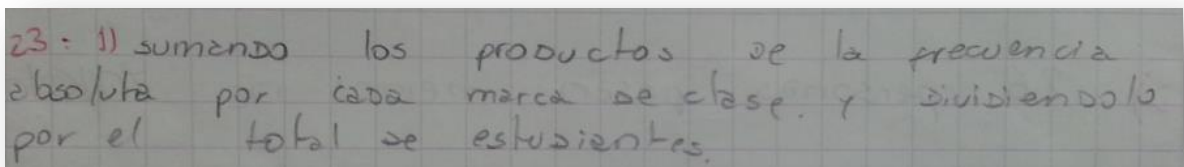


22) 22,4 = \bar{x} (promedio)

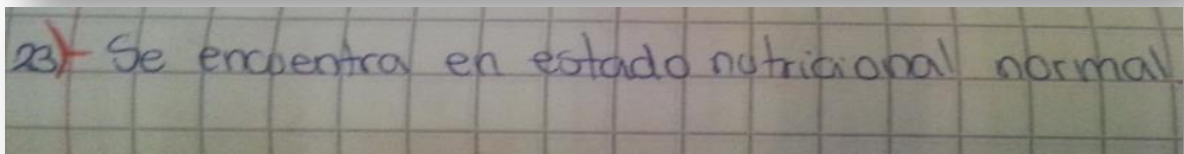
Ilustración 5. 32. Respuesta 22 actividad 2.

23. ¿Cómo lo calcularían? ¿En qué estado nutricional aproximadamente se encuentra ese valor?

Ilustración 5. 33. Pregunta 23 actividad 2.



23: 1) sumando los productos de la frecuencia absoluta por cada marca de clase y dividiendolo por el total de estudiantes.



23) Se encuentra en estado nutricional normal

Ilustración 5. 34. Respuestas 23 actividad 2.

Las siguientes ilustraciones fueron escogidas en el conjunto de trabajos entregados como muestra del método propuesto en la secuencia didáctica en relación a la interpretación de la solución y Convalidación del modelo aplicado.

24. Según la clasificación establecida en la pregunta (15) y las variables cualitativas, crear un gráfico de barras y un gráfico circular, además explique cada uno.

Ilustración 5. 35. Indicación 24 actividad 2.

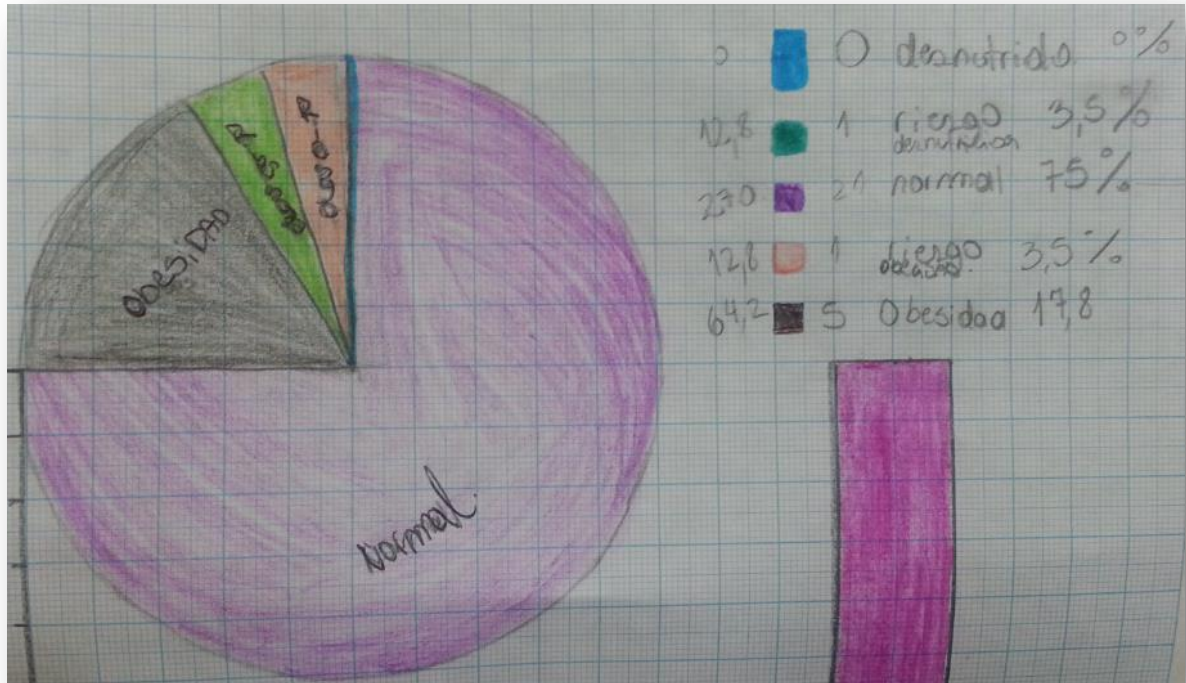


Ilustración 5. 36. Gráfico circular clasificación IMC - 24 actividad 2.

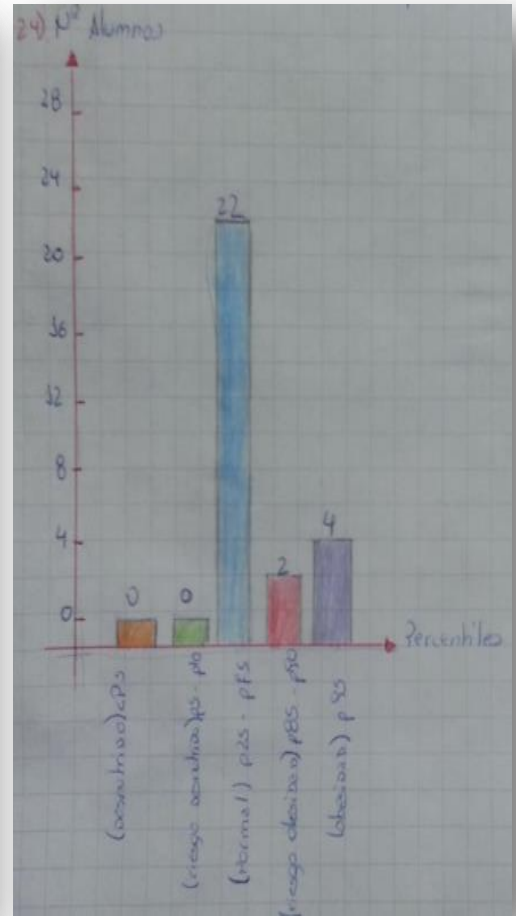
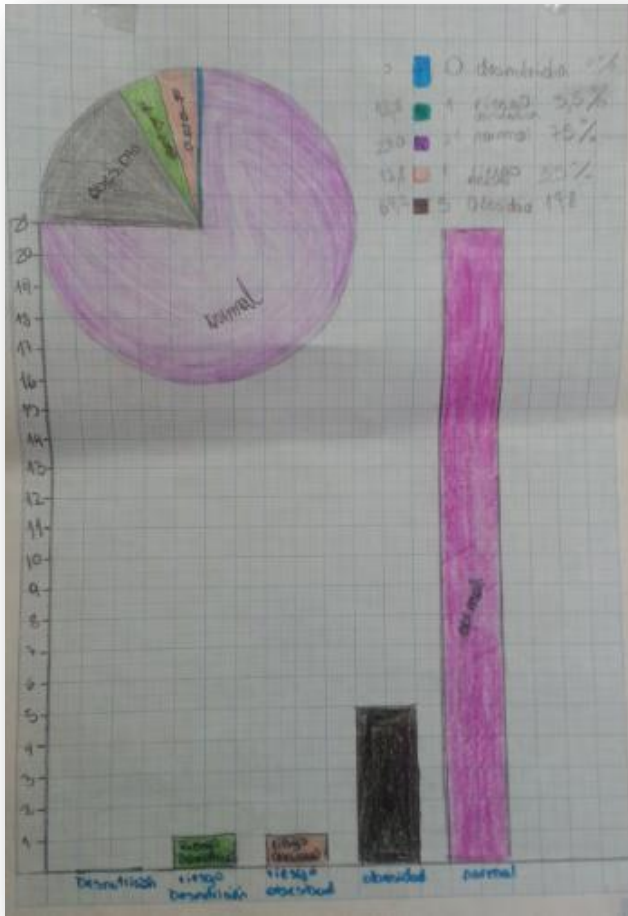


Ilustración 5. 37. Gráfico de barras clasificación IMC- 24 actividad 2.

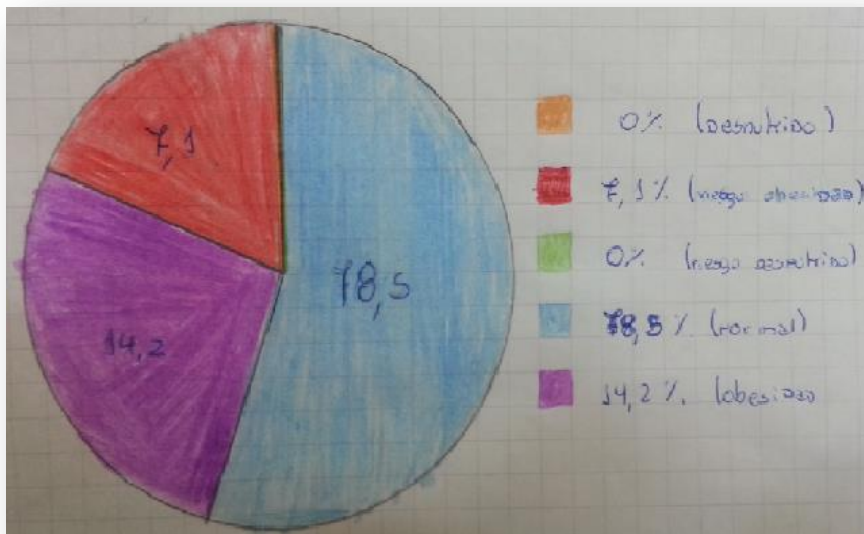
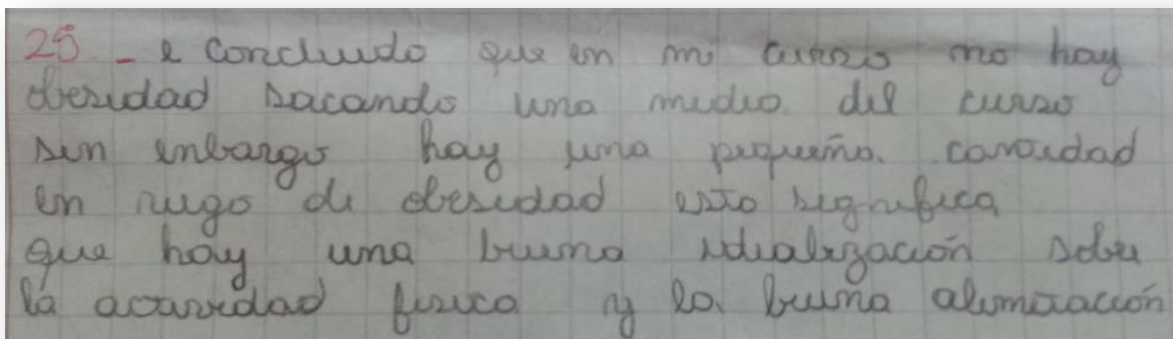


Ilustración 5. 38. Gráfico circular clasificación IMC - 24 actividad 2.

Para finalizar con la secuencia didáctica hemos escogido una de las mejores respuestas con su respectiva interrogante, como se muestra en la ilustración 5.39 y 5.40.

25. A partir del análisis de la información obtenida en nuestra actividad, compara las respuestas iniciales 2 y 3, con tus resultados finales. ¿Que se ha concluido?

Ilustración 5. 39. Pregunta 25 actividad 2.



25 - se concluido que en mi curso no hay
obesidad sacando una media del curso
sin embargo hay una pequeña cantidad
en rango de obesidad esto significa
que hay una buena idealización sobre
la obesidad física y la buena alimentación

Ilustración 5. 40. Conclusión del problema de investigación-25 actividad 2.

Cabe resaltar que prácticamente todos los grupos (7 en total), contestaron correctamente la totalidad de la actividad. Lo que permite concluir que los estudiantes lograron comprender casi en su totalidad la unidad de Datos. Sin embargo, es importante resaltar que en las medidas de tendencia central hubo un gran conjunto de conocimientos que apoyar y enriquecer por la baja noción de estos.

Tomando en cuenta los resultados de dicha aplicación, se observó que el uso de la secuencia didáctica fue una herramienta no exenta de dificultades creadas para nosotros, pero simple de aplicar para los estudiantes, no ocasionó problemas en su uso, lo que favoreció el continuo desarrollo de las actividades.

Según lo observado en las clases en que se llevó a cabo la presente investigación, se puede concluir que la propuesta didáctica diseñada contribuyó para lograr los aprendizajes esperados para cada una de las clases. Lo anterior se puede sostener en base a que los estudiantes pudieron realizar cada una de las etapas de la secuencia didáctica sin mayor dificultad, además resaltar que la modelación matemática estuvo presente en la mayor parte de la intervención, consideramos que fortaleció las competencias estadísticas propuestas.

Capítulo 6

Análisis de Datos

En este capítulo se señalará el plan de análisis desarrollado, la prueba de Normalidad y la prueba muestras relacionadas t-student.

6.1 Plan de análisis de datos

En un primer momento se debe seleccionar los cursos que serán analizados en esta investigación, con la característica de que sean cursos homogéneos entre sí, los cursos escogidos son el Octavo año de Enseñanza Básica A y B. El curso Octavo Básico A es designado como Grupo Experimental (GE), con un total de 25 estudiantes, que consta con 12 mujeres y 13 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 4,7 de los cuales tres de sus estudiantes presentan un promedio inferior a 4,0. Por otro lado, el Grupo de Control (GC), correspondiente al Octavo Básico B, con un total de 25 estudiantes, de los cuales están compuestos por 13 mujeres y 12 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 4,8 de los cuales tres de sus estudiantes poseen nota inferior a 4,0.

En el primer test, cabe señalar que, ambos cursos no habían estudiado previamente el contenido de tablas de datos agrupados en el contexto de la estadística descriptiva, el Grupo Experimental se presentó con un promedio general de 1,7 y el Grupo de Control con un promedio de 1,6. Lo que corrobora que los cursos son homogéneos entre sí. Una vez implementado el experimento, se realizó el Post-Test, con los cual cada grupo concluyó con un incremento en sus competencias estadísticas y esto es reflejado en el promedio general de las evaluaciones por competencia de los cursos estudiados en la investigación.

El Grupo Experimental finalizó con un promedio de 5,3 y el Grupo de Control con un promedio de 4,2. Como se muestra en la siguiente tabla 6.1.

	O1	O2	DIFERENCIA
GE	1,7	5,3	3,6
GC	1,6	4,2	2,6
GE- GC	0,1	0,9	1,0

Tabla 6. 1. Comparación de las calificaciones por competencia estadística obtenidas por el GE y GC.

Para analizar los datos obtenidos del Pre y Post-Test se compararon los resultados a través de la diferencias de rendimiento en las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos por cada estudiantes en cada curso, entre los Test realizados.

Los resultados conseguidos por los estudiantes de cada curso (Octavo Básico A y B), se muestran en el siguientes figuras 6.1 (GC) y 6.2 (GE).

Comparación de notas del pre – test con el post – test en el grupo control.

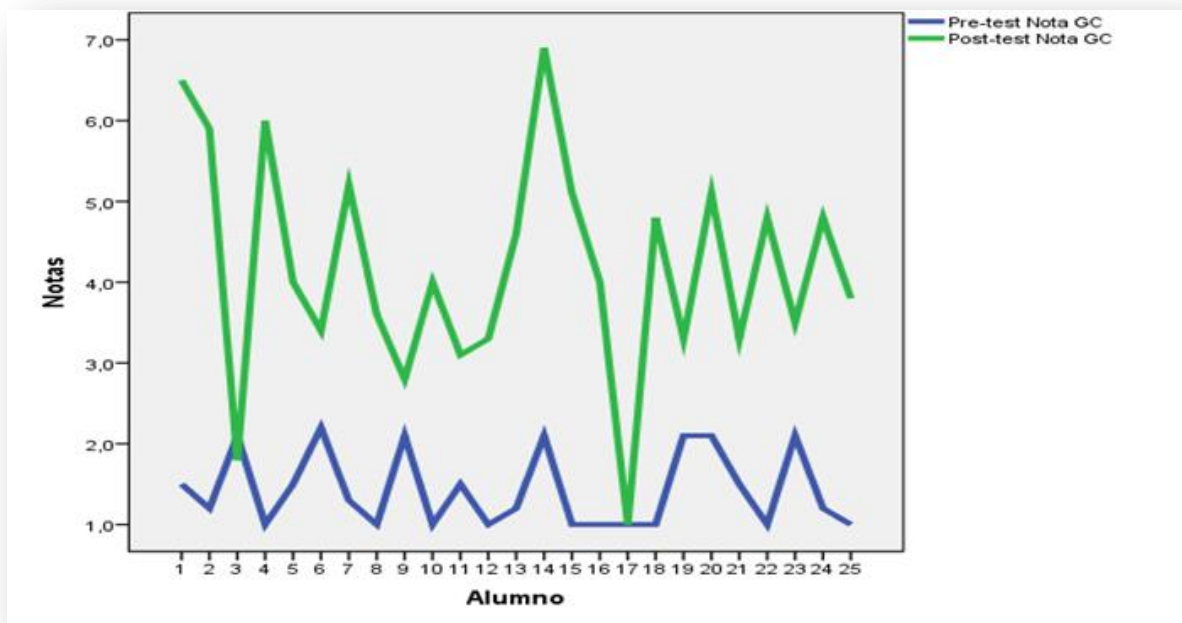


Gráfico 6. 1. Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo Control.

Comparación de notas del pre-test con el post-test en el grupo experimental.

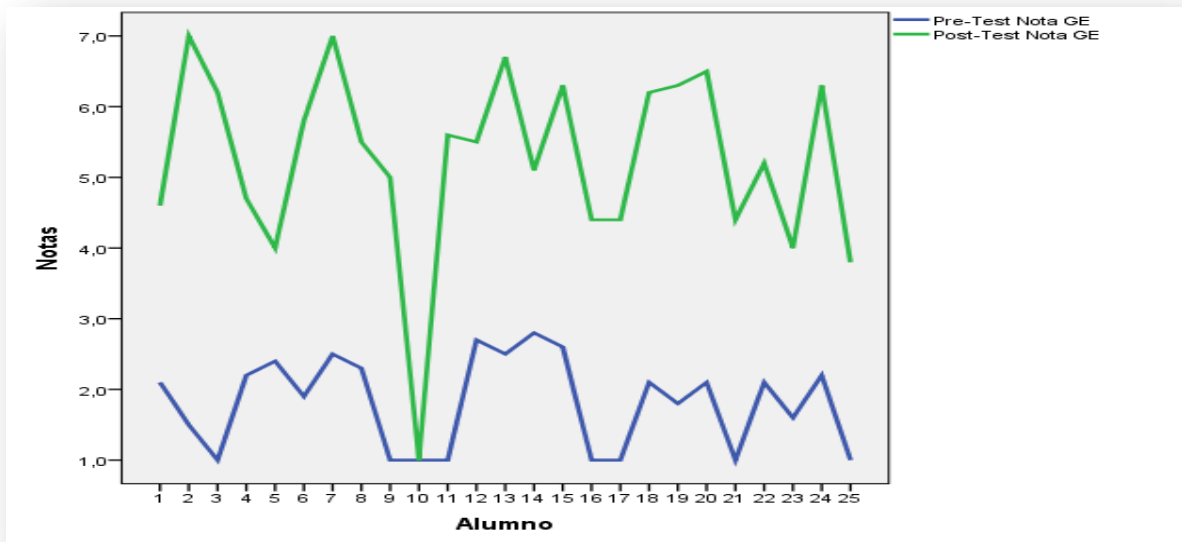


Gráfico 6. 2. Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo Experimental

La diferencia de rendimiento de las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos del promedio en el grupo experimental es de 3,6 décimas, en cambio la diferencia del Grupo de Control es de 2,6 décimas. La diferencia en el rendimiento de competencias estadísticas entre ambos grupos es de 1.0 décimas.

Finalmente se deberá analizar si el incremento del rendimiento de competencias estadísticas en el Grupo Experimental es significativo con respecto al Grupo de Control. Para esto, se realizará una prueba estadística. Para elegir que prueba estadística a utilizar primero se debe realizar una prueba de normalidad, que se estudiará en el siguiente punto.

6.2 Pruebas de Normalidad

Para analizar los datos obtenidos de los test realizados se debe probar la normalidad de estos, en el cual se utilizará el método de Anderson Darling y la gráfica de probabilidad normal. En el método de Anderson Darling, si el valor de probabilidad p de la prueba es

mayor a 0.05 (Berenson & Krehbiel, 2006), se considera que los datos son normales. La prueba mencionada se realizó utilizando el software estadístico *SSPS*.

Analizaremos en un primer instante las pruebas de normalidad del grupo experimental. En el análisis del Pre-Test (O1), al Grupo Experimental, el valor de P que se obtiene en esta prueba es de 0,05 y es superior o igual a 0.05, en otras palabras, la serie de datos es Normal, queda demostrado en la tabla 6.2. Y el gráfico 6.3

Pruebas de normalidad Para O1 y O3						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
VAR00011	,204	25	,009	,873	25	,005
VAR00021	,122	25	,200*	,898	25	,017

a. Corrección de la significación de Lilliefors
 *. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Tabla 6. 2. Pruebas de Normalidad para O1 y O3

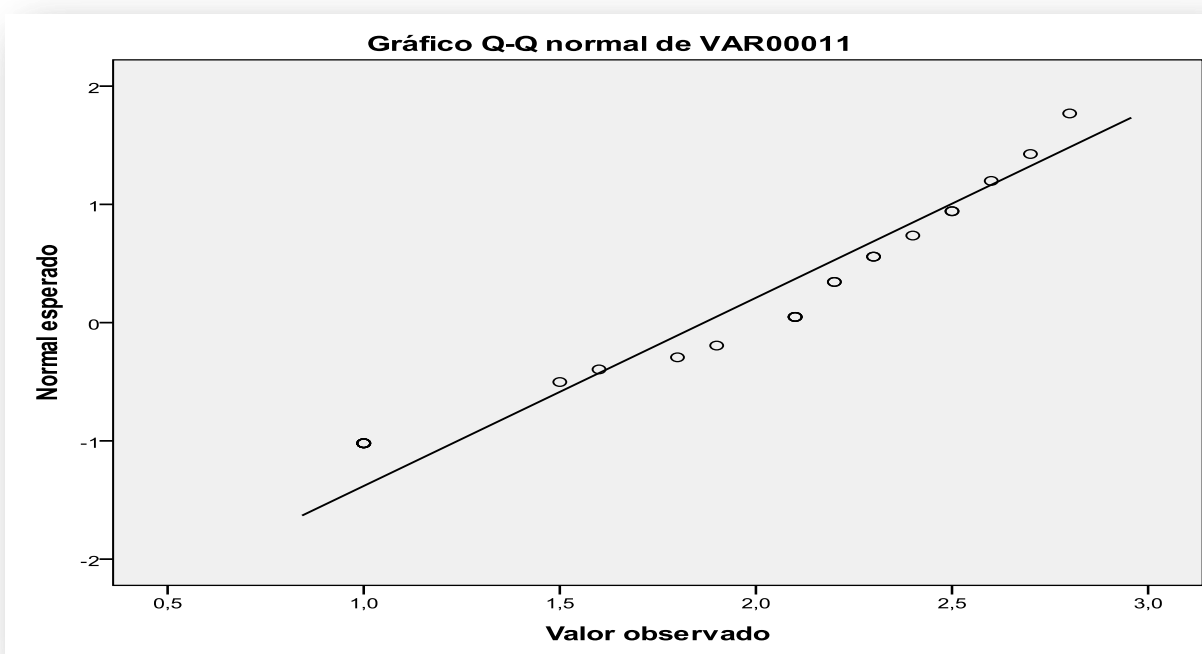


Gráfico 6. 3. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.

En el análisis del Post -Test (O3), al Grupo experimental, el valor de P que se obtiene en esta prueba es de 0,17 superior a 0.05, en otras palabras, la serie de datos es Normal, queda demostrado en la tabla 6.2 y el gráfico 6.4.

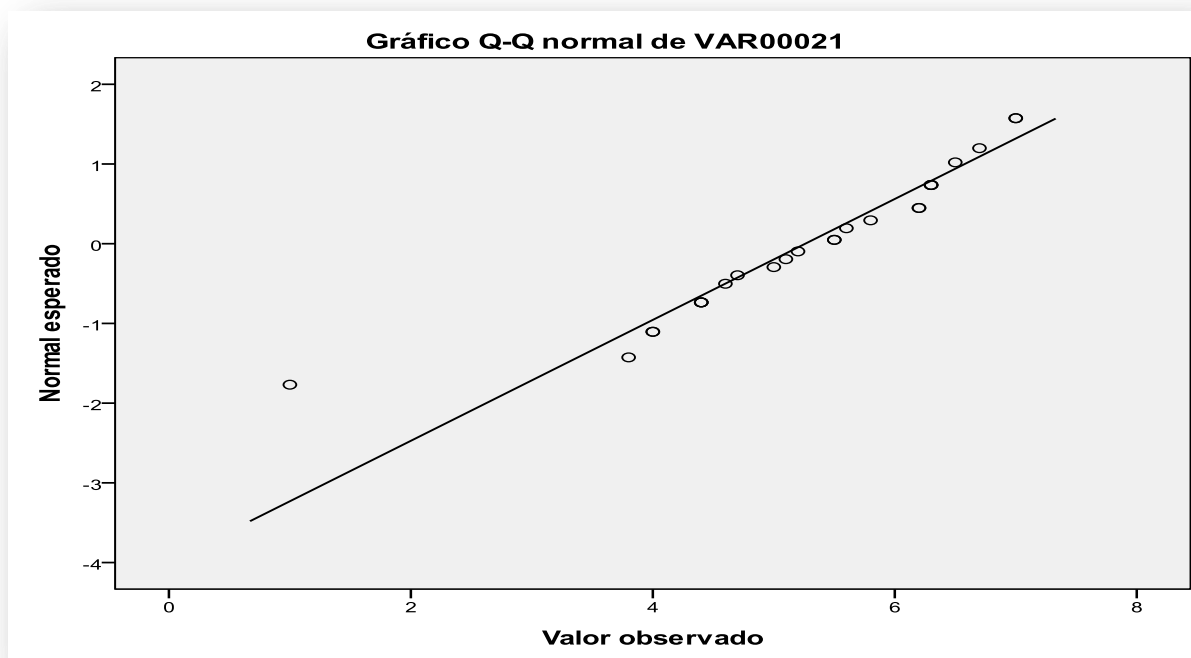


Gráfico 6. 4. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.

Ahora analicemos las pruebas de normalidad para el grupo de control:

En el análisis del Pre-Test (O2), al Grupo de Control, el valor de P que se obtiene en esta prueba es de 0,05 y es igual superior a 0.05, por lo tanto la serie de datos es Normal, queda demostrado en la tabla 6.3 y el gráfico 6.5.

Pruebas de normalidad para O2 y O4						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
VAR00006	,227	25	,002	,832	25	,005
VAR00016	,113	25	,200*	,977	25	,823

a. Corrección de la significación de Lilliefors
 *. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

Tabla 6. 3. Pruebas de Normalidad para O2 y O4

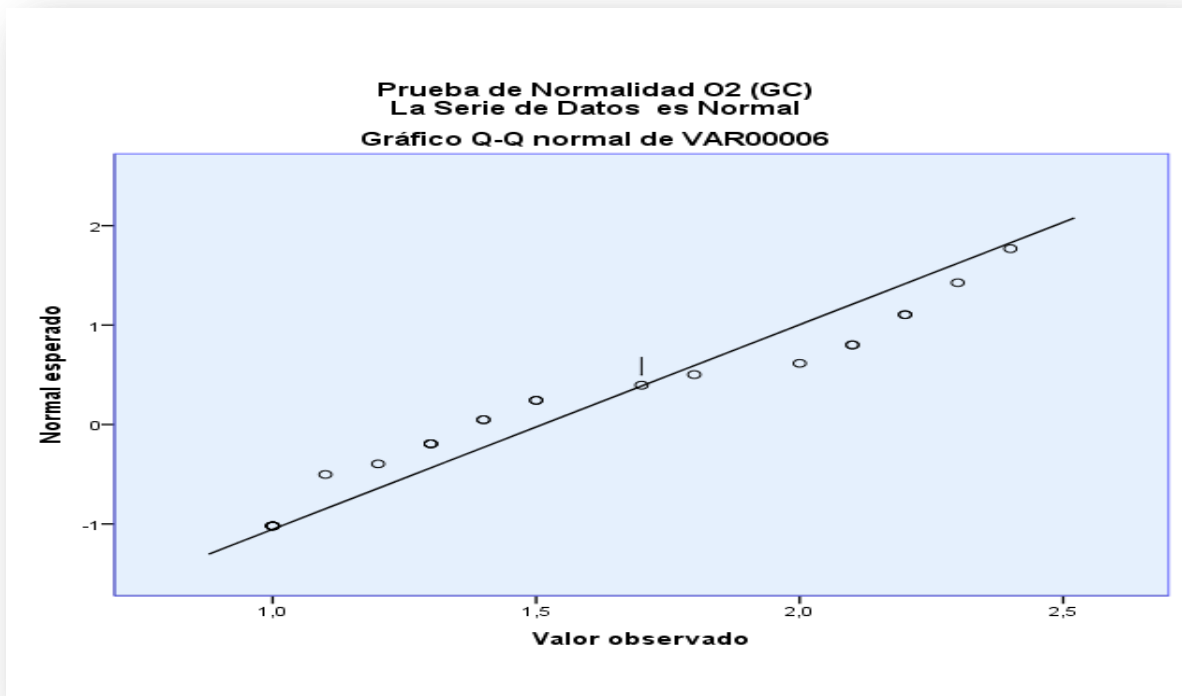


Grafico 6. 5. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.

En el análisis del Post-Test (O4), al Grupo control, el valor de P que se obtiene en esta prueba es de 0,823 y es superior a 0.05, por lo tanto la serie de datos es Normal, queda demostrado en la tabla 6.3 y el gráfico 6.6.

Prueba de Normalidad O4 (GC)
La Serie de Datos es Normal

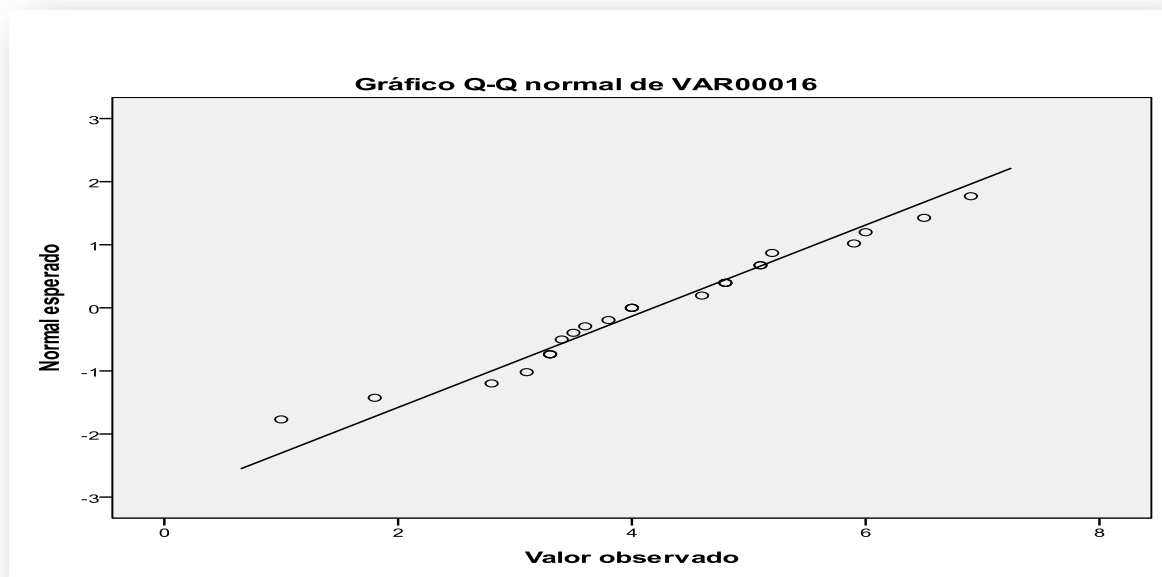


Gráfico 6. 6. Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Control.

En conclusión, todas las series de datos son normalizados por ende nos lleva como grupo a realizar una prueba t student para 2 muestras relacionadas, en esta investigación compararemos en cuál de los 2 grupos hubo un incremento más significativo de competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos.

6.3 Prueba t student para 2 muestras relacionadas

La prueba t student para 2 muestras relacionadas se utiliza, para comparar medidas en 2 momentos temporales distintos un antes y un después, a esta prueba también se le llama la prueba de antes y después.

El objetivo de la prueba t student es comparar 2 medidas en un mismo grupo, una medida antes, y una medida después de un tratamiento, en este caso compararemos la variable numérica competencias

Hipótesis:

El emplear actividades basadas en la modelación matemática, fomenta el desarrollo de competencias matemáticas estadísticas de los estudiantes en el contenido de organización e interpretación de datos.

La hipótesis a contrastar en esta prueba es la de igualdad de medias.

H0: No hay una diferencia significativa en el resultado de las competencias estadísticas antes y después de la actividad estructurada en base a la modelación como método de enseñanza aprendizaje, Vs.

H1: hay una diferencia significativa en el resultado de las competencias estadísticas antes y después del tratamiento estructurada en base a la modelación como método de enseñanza aprendizaje.

Elección de la prueba: Prueba t student para 2 muestras relacionadas (Prueba paramétrica).

Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par1 VAR00016 - VAR00021	-1,07600	1,73284	,34657	-1,79128	-,36072	-3,105	24	,005

Tabla 6. 4. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3(GE), O2 (GC) con O4 (GC).

La prueba arroja la probabilidad de 0.05 que es inferior a 0.5 lo que nos arroja rechazar h0 y aceptar h1. La prueba consiste en un incremento significativo de los resultados y de las competencias del grupo experimental en función del grupo al ser un incremento significativo y $p = 0,05$ corroboramos que los datos no son al azar.

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	VAR00006 - VAR00016	-2,67200	1,47069	,29414	-3,27907	-2,06493	-9,084	24	,000
Par 2	VAR00011 - VAR00021	-3,44400	1,19481	,23896	-3,93719	-2,95081	-14,412	24	,000

Tabla 6. 5. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3 (GE), O2 (GC) con O4 (GC).

La prueba arroja la probabilidad de 0.0275 que es inferior a 0.05 lo que conlleva utilizar el nivel de significación H_a y se rechaza H_o , en otras palabras, las calificaciones que obtuvo el Grupo Experimental son más altas y diferentes a las del Grupo de Control. Por lo tanto, existe un incremento significativo del aprendizaje del Grupo Experimental sobre el Grupo de Control y que no es explicable por el azar.

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de la media
Par 1	VAR00006	1,5120	25	,48590	,09718
	VAR00016	4,1840	25	1,38344	,27669
Par 2	VAR00011	1,8160	25	,64464	,12893
	VAR00021	5,2600	25	1,31846	,26369

Tabla 6. 6. Prueba de muestra relacionada entre O1 (GE) y O3 (GE), O2 (GC) con O4 (GC).

La siguiente tabla explica las medias para O1 y O3, O2 y O4. Muestra su desviación y se ve que los promedios fueron más altos en el grupo experimental que en el grupo de control, corroborando así nuestra hipótesis que en el grupo experimental iba a ocurrir un incremento en las competencias estadísticas en la interpretación de datos.

Capítulo 7

Conclusiones.

En este trabajo se implementó una actividad en base a la modelación matemática para fomentar el desarrollo de competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos en una clase de matemática en Octavo año de Enseñanza Básica.

La secuencia didáctica fue estructurada en base al modelaje matemático, o sea en un primer lugar el alumno interactuó con el asunto problema, luego descubrió el asunto a resolver para después realizar una investigación matemática sobre el problema a resolver, continua en la intervención el alumno en base a la guía proporcionada por el profesor(guía en base a la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje) los estudiantes utilizaron el modelo estadístico IMC, por ultimo dieron la solución a las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos que tomamos como referencia en nuestro marco teórico sobre competencias matemáticas. Así, los alumnos fueron inmersos sobre la práctica, la interacción de los datos matemáticos con los alumnos, el aprendizaje a través de la modelación, todas estas características de la modelación matemática se vieron reflejadas en la intervención sobre el grupo estudiantil experimental. Cada alumno debía construir su conocimiento en base a la investigación del problema, interacción con el asunto con argumentos propios para luego comparar el resultado con sus pares. Luego, el docente institucionalizaba los conceptos, haciendo correcciones si era necesario.

Para responder nuestra pregunta de investigación ¿Se produce un incremento en las competencias estadísticas en la en la organización e interpretación de datos al utilizar las actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje?

Los resultados muestran que los estudiantes del antes de participar en la guía en base a la modelación matemática como proceso de enseñanza aprendizaje poseían conocimientos vagos sobre el contenido estadístico de interpretación de datos, esto fue reflejado en el análisis de datos al mostrar que al aplicar un pre test el promedio de los alumnos fue de 1,8 y luego de aplicar la modelación matemática como proceso de

enseñanza aprendizaje y luego de aplicar un post test para percibir el incremento de competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos los alumnos obtuvieron un promedio de 5,2 lo que corresponde a una diferencia significativa. Esto significa que al aplicarse la modelación matemática en un curso de 8 básico ciclo si se desarrollan las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos.

A continuación se responde la segunda preguntas de investigación ¿Es Favorable y factible utilizar la actividad basada en la modelación matemática como método de enseñanza aprendizaje en la clase de matemática en un curso de octavo básico segundo ciclo? Los resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental tuvieron un desempeño académico de 10 décimas por sobre el grupo de control, lo que corresponde a una diferencia significativa. Esto significa que el grupo experimental tuvo mejores calificaciones en las competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos que el grupo de control, entonces, el emplear actividades basadas en la modelación como método de enseñanza aprendizaje favorece y factible utilizarlo en la clase de matemática puesto que mejora los logros académicos de los estudiantes del contenido organización e interpretación de datos.

Como grupo consideramos que este material puede usarse como un método a enseñar, es por esto que invitamos a nuestros lectores a practicar nuestra propuesta, un material claro, entretenido y práctico.

Puesto por este análisis y esta tesis sobre la modelación matemática como proceso de enseñanza aprendizaje aplicado en un curso de 8 básico segundo ciclo si favorece el desarrollo de competencias estadísticas en la organización e interpretación de datos.

Bibliografía.

- Abrantes, P. (1994). Teses *O Trabalho de Projecto e a Relacdo dos Alunos com a Matemática* a experiencia do Projecto. MAT789. Lisboa.
- Agudelo Valderrama, (2006). “The growing gap between colombian education policy, official claims and classroom realities: insights from mathematics teachers' conceptions of beginning algebra and its teaching purpose”.
- Alsina, C. (1998). Neither a microscope nor a telescope, just a mathsopce. *Proceed. ICTMA-1997*.
- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El Realismo en Educación Matemática y sus Implicaciones Docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 85-101
- Araujo, J. (2010). Brazilian research on modelling in mathematics education.(ZDM) *The International Journal on Mathematics Education*, 42(1), 337-348.
- Aravena, M. (2001). Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. *Tesis Doctoral*. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciéncies Experimentáis. Universitat de Barcelona, España..
- Aravena, M. (2002). Las principales dificultades en el trabajo algebraico. Un estudio con alumnos de ingeniería de la U.C.M. UC Maule. *Revista Académica* Universidad Católica del Maule n° 28: 63-81.

Arrieta J., Carbajal H., Díaz J., Galicia A., Landa L., Mancilla V., Medina R. y Miranda, E. (2007). Las prácticas de modelación de los estudiantes ante la problemática de la contaminación del río de la Sabana. En C. Crespo Crespo (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 20, 473-477. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Arrieta J., Carbajal H., Díaz J., Galicia A., Landa L., Mancilla V., Medina R. y Miranda, E. (2007). Las prácticas de modelación de los estudiantes ante la problemática de la contaminación del río de la Sabana. En C. Crespo Crespo (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 20, 473-477. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Arrieta, J., Canul, A. y Martínez, E. (2005). Laboratorio virtual de matemáticas. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 785-790 México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Barbosa, J. C. (2003) “Mathematical modelling in classroom: a sociocritical and discursive perspective”, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (3), , pp. 293-301.

- Bassanezi, R. (1994). Modelling as a Teaching - Learning Strategy. For the Learning of Mathematics 14 (2), 31-35.
- Bassanezi, R. y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. Números 32, 13-25.
- Biembengut y Hein, N (2003). Modelagem matemática no ensino. São Paulo:
- Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16(2), 105-125.
- Biembengut, M. y Hein, N. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clase de matemáticas. V Festival de Internacional de Matemática de Costa a Costa Matemática para interpretar nuestro entorno. Celebrado del 29 al 31 de marzo.
- Blomhoj (2000). *Developing modelling competence: The different roles of modelling and problem solving*. Roskilde University, Denmark.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. National Center for Mathematics Education (pp 145-159). Suecia.
- Blum, W, Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study*. New York: Springer.
- Blum, W. & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application* 1(1), 45-58.

- Castro, E. y Castro E. (2000). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.), La educación matemática en la enseñanza secundaria, Barcelona: Universidad de Barcelona e Instituto de Ciencias de la Educación.
- Cordero, F. (2011) La Modelación en Matemática Educativa: practica para el trabajo de aula en ingeniería.
- Cordero, F. Suarez, L., Mena, J., Arrieta, J., Rodríguez, Romo, A., Carsteanu., A. y Solis, M. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. En P. Leston (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22, 1717-1726 México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cordero, F. y Suárez, L. (2005). Modelación en matemática educativa. En J. Lezama, M Sánchez y J. Molina, (Eds), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- De Lange, J. (1998). Real problems with real world mathematics. Conferencia Plenaria ICME-8. Sevilla. *Actas del 8º Congreso Internacional de Educación Matemática*, (pp. 83-110).
- D'ambrosio, U. (1998). Conferencia: Matemáticas de ontem ou de hoje na educacao para o amanhã. *Epsilon* . España.
- D'Ambrosio, U. (2009). Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application*.
- Gallegos, R. (2007). La enseñanza de la modelación en clase de física y dematemáticas. En C. Crespo Crespo (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20, 114-119. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Paidós.
- Kaiser & Maaß (2007). Modelling and applications in mathematics education. The 14th International Commission on Mathematical Instruction.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. (ZDM) *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 196-208.
- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. (ZDM) *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G. & Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education Examples and Experiences. *J Math Didakt* (2010) 31, 51-76).
- Keitel, C. (1993). Implicit Mathematical Models in Social Practice and Explicit Mathematics Teaching by Applications. En: *De Lange, J. and Keitel, C. Hunthey, I. Niss, M. ed, 1993. Innovations in Maths Education by Meddling an Applications. Chichister, Ellis Horwood Limited.*
- Levy-Leboyer C. (1997) "Gestión de las competencias, Ed. Gestión 2000, Barcelona, Martínez, V. y Ortiz, J. (2005) Perspectivas curriculares y uso didáctico de la modelación en educación matemática. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina.
- Mcclelland (1973). Testing for competence rather than for intelligence. *American Psychologist*. Vol 28 . N° 1.

MEN (1998). “Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá”

MEN (2006). “Política Nacional de Educación Especial” Colombia.

Méndez, M. y Cordero, F. (2009). La función de la modelación en la resignificación de conocimiento matemático. En G. Buendía y A. Castañeda (Eds.), Memoria XII Escuela de Invierno en Matemática Educativa (pp. 194-209), Madero: Instituto Tecnológico de Madero.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio.

Morin, E. (1995). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa.

Morin, E. (2000). *El paradigma perdido. Ensayo de bioantropología* (6ª ed.) Barcelona: Kairós.

Niss, M. (1992). Applications and Modeling in school mathematics-directions for Future Development, In I. Wrszup i Steint (ed) Developement in school mathematics around the world V 3 NCTM. Reston

Niss, M. (1993). Applications and Modeling in school mathematics-directions for Future Development, In I. Wrszup i Steint (ed) Developement in school mathematics around the world V 3 NCTM. Reston.

Niss, M. (1989). ¿Por qué enseñamos matemáticas en las escuelas? Dinamarca. *Revista Investigación y didáctica de las matemáticas*. MEC. pp. 19-30

OCDE (2007). “Education at a Glance 2007: OECD Indicators “

- Romero, S. y Castro, F. (2008). Modelación matemática en secundaria desde un punto de vista superior. *Modelling in Science Education and Learning*, 1(2), 11-23.
- Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Silva, C (2013). Modelos didácticos innovativos para la enseñanza de las ciencias. Amazon, Editorial Kindle.
- Silva, C. (2014) Aprendizaje de la Matemática y su didáctica. Valparaíso. Chile.
- Spencer Jr., McClelland D. and Spencer M. “ Competency. Assessment Methods. History and State of the Art” Hay/Mc. 1994.
- Spencer & Spencer. “Competence at Work, Models for Superior Performance”, John Wiley & Sons, Inc,m New York, 1993.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002) Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Bogotá:(2a. Ed.). CONTUS-Editorial Universidad de Antioquia.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2005). Modelación en matemática educativa. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Suárez, L. (2008). Modelación-Graficación, una categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. Tesis de doctorado no publicada. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

- TEJADA, J.(1998): Acerca de las competencias profesionales I, *Herramientas*, (56), 20-30,
- FERRÁNDEZ, A.: Curriculum de personas adultas: Diseño curricular para una formación completa y el reto profesional, en II Jornadas de Formación de Adultos, Madrid, UNED,
- TOBÓN (2004), ST. *Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. Bogotá, Colombia: ECOE Ediciones,
- Villa, J. (2007). La modelación como método de enseñanza en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecnológicas*, 63-85.
- Villa A. y Poblete M. (2007) “Aprendizaje Basado en Competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas” Universidad de Deusto, Bilbao
- Boyatzis,(1982) R. E. “The Competence Manager. A Model for Effective Performance”.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrio, M., Osorio, J. A., & Ocampo, D. A. (2009a). Sentido de realidad y modelación matemática. El caso de Alberto. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*.
- Williams, H. & Ahmed, A. (1997). Applications, modelling and communication in secondary school mathematics. Chichester Institute of Higher Education, Upper Bognor Road, Bognor Regis, P021 1HR, UK.

Anexos A

Actividades

A.1 Guía de la Actividad n°1.

Actividad n°1.

“Modelación Matemática”

Objetivos:

- Conocer el concepto de modelación matemática y sus etapas.
- Ejemplificar situaciones reales a través del método de modelación matemática.

Modelación matemática.

Definición: Se encarga de expresar fenómenos de la vida real en forma matemática y así poder usar las herramientas que tenemos en esta ciencia para obtener y dar una solución a un problema.

Etapas: Diagrama de Modelación Matemática.

1) Interacción con el asunto:

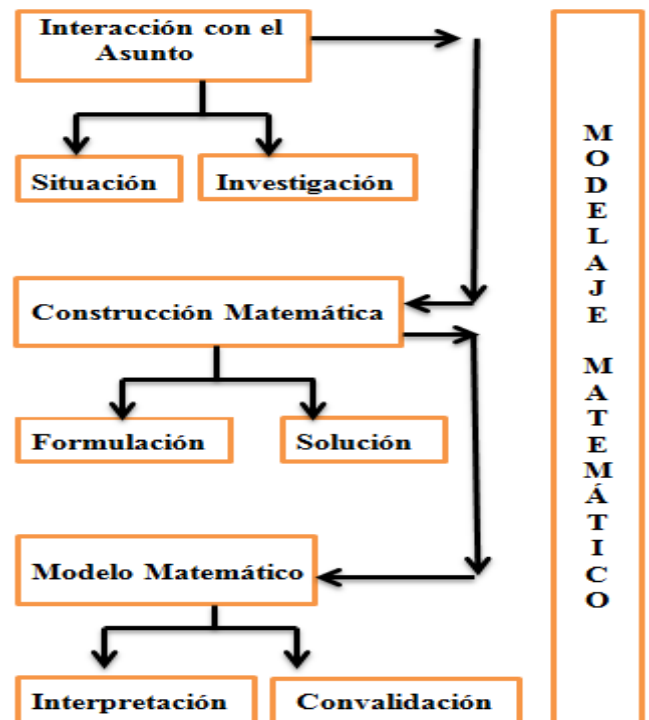
- a) Reconocimiento de la situación problema;
- b) Familiarización con el asunto que va a ser modelo-investigación.

2) Construcción matemática:

- a) Formulación del problema-hipótesis;
- b) Resolución del problema en términos del modelo.

3) Modelo matemático:

- a) Interpretación de la solución.
- b) Convalidación.



Etapas detalladas:

1) Interacción con el asunto:

Una vez delineada la situación que se pretende estudiar, debe hacerse una investigación sobre el asunto. Tanto indirectamente (a través de libros y revistas especializadas) como directamente in situ (a través de datos experimentales obtenidos con especialistas del área). Aunque hayamos dividido esta etapa en dos subetapas, los límites entre ambas no son tajantes: el reconocimiento de la situación-problema se torna cada vez más claro, a medida que se van conociendo los datos.

2) Construcción Matemática

Ésta es la etapa más compleja y desafiante. Está subdividida en formulación del problema y solución. Es aquí que se da la “traducción” de la situación-problema al lenguaje matemático. Intuición y creatividad son elementos indispensables en esta etapa.

En la formulación del problema-hipótesis, es necesario:

- Clasificar las informaciones (relevantes y no relevantes) identificando los hechos involucrados.
- Decidir cuáles son los factores a ser perseguidos, planteando la hipótesis.
- Generalizar y seleccionar variables relevantes.
- Seleccionar símbolos apropiados para dichas variables.
- Describir las relaciones que se establezcan, en términos matemáticos.

Se debe concluir esta sub-etapa con un conjunto de expresiones aritméticas y fórmulas, o ecuaciones algebraicas, o gráfico, o representaciones, o programa computacional que nos lleven a la solución o nos permitan deducir una.

En la solución del problema en términos del modelo la situación pasa a ser resuelta o analizada con el “instrumental” matemático de que se dispone. Esto requiere un aguzado conocimiento sobre las entidades matemáticas usadas en la formulación.

La computadora puede ser un instrumento imprescindible: especialmente en las situaciones donde no fuese posible resolver por procesos continuos, se obtienen resultados por procesos discretos.

Cabe aquí destacar que muchos modelos matemáticos no resueltos el siglo pasado condujeron al desarrollo de otras ramificaciones de la matemática.

3) Modelo Matemático

Para poder concluir el modelo, se torna necesario un chequeo para así comprobar en qué nivel éste se aproxima a la situación-problema traducida y a partir de ahí, poder utilizarlo.

De esta forma, se hace primero la interpretación del modelo y posteriormente, se comprueba la adecuación-convalidación.

Para interpretar el modelo se analizan las implicaciones de la solución, derivada del modelo que está siendo investigado. Entonces, se comprueba la adecuación del mismo, volviendo a la situación-problema investigada, evaluando cuán significativa y relevante es la solución.

Si el modelo no atiende a las necesidades que lo generó, el proceso debe ser retomado en la segunda etapa cambiando hipótesis, variables, etc. Es importante al concluir el modelo, elaborar un informe en el que se comuniquen todas las facetas del desarrollo, con el fin de propiciar su uso.

Cuestionario.

1. ¿Qué se entiende por modelación matemática? Explique.

2. ¿Cuántas etapas tiene la modelación matemática? Nómbralas.

3. ¿Cuáles son las subdivisiones de cada etapa de modelación matemática? Nómbralas.

4. ¿En qué consisten las subdivisiones de las etapas de modelación matemática? Explica cada una.

A.2 Guía de la Actividad n°2.

Actividad 2.

Objetivos:

- Explicar la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos.
- Aplicar criterios para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos.
- Construir tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual.
- Determinar, calcular e interpretar medidas de tendencia central en tablas de datos agrupados.

Integrantes:	1.	2.
	3.	4.
	Fecha:	Curso:
	Puntaje Total:	Nota:

Materiales:

- Balanza.
- Cinta métrica.
- Hoja cuadriculada.
- Regla y lápices.
- Sala de computación
- Calculadora.

Introducción:

En los últimos 30 años, Chile ha experimentado importantes cambios demográficos, sociales y económicos, los que han contribuido a modificar las condiciones de salud de su población. Pasó de ser un país con una alta mortalidad infantil, desnutrición y enfermedades infecciosas a principios de los '70, al Chile del 2012, con bajas tasas de mortalidad infantil, un significativo aumento en las expectativas de vida, un cambio en la estructura familiar, y un fuerte aumento en la prevalencia de las enfermedades crónicas no transmisibles como la diabetes, enfermedades cardiovasculares, dislipidemia, hipertensión y cáncer. En este contexto, la obesidad y el sobrepeso han sido ampliamente responsables del desarrollo de estas enfermedades.

Al analizar las estadísticas nacionales, se tiene que:

- El 25,1% de la población mayor de 12 años presenta obesidad (4.159.691 de chilenos obesos), y un 39,3% tiene sobrepeso. (6.512.982 de chilenos con sobrepeso)
- Se estima que el sobrepeso y la obesidad son responsables de 7.877 muertes al año, ubicándolo en el cuarto lugar de los factores de riesgo junto al consumo de tabaco y alcohol.

Dada la introducción anterior:

1. ¿Cuál es la cantidad de chilenos mayores de 12 años que?:

a. Presentan obesidad:

b. Presentan sobrepeso:

2. ¿Crees tú que es una cifra razonable? ¿Cómo crees que se encuentra tu estado nutricional? ¿Por qué? (Justifica)

3. ¿Cómo crees que se encuentra la situación nutricional de tus compañeros? ¿Por qué? (Justifica)

4. ¿Cuál es la herramienta que utilizan los nutricionistas para determinar el estado nutricional?

5. Diríjase a la sala de computación para poder responder las preguntas anteriores y las que continúan.

6. ¿Qué es el IMC?

7. ¿Para qué sirve el IMC y cómo se calcula?

8. ¿Cuáles son las variables necesarios para determinar el IMC?

9. Como ya conoces las variables para determinar el IMC, que son: _____ y _____ anota en la hoja cuadrículada pedida los datos de todos los integrantes del grupo.
10. Una vez recolectados los datos del grupo, intercambien la información recolectada con todos sus compañeros de curso, luego creen una tabla de datos solo para la estatura y otra tabla de datos para el peso.

11. A partir de las tablas de datos creadas, confecciona una tabla de frecuencia de datos agrupados para la estatura y otra tabla de frecuencia de datos agrupados para el peso distribuyéndolos en 5 intervalos.

❖ Las tablas de frecuencias solicitadas deben contener:

- Marca de clase: Valor central del intervalo.
- Frecuencia absoluta: es el número de veces que aparece un determinado valor en un estudio estadístico.
- Frecuencia absoluta acumulada: La frecuencia absoluta acumulada es la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores inferiores o iguales al valor considerado.
- Frecuencia relativa : cociente entre la frecuencia absolutas y el total de datos observados
- Frecuencia relativa porcentual: $(\text{frecuencia absoluta} \times 100\%) / n$

12. Ahora contesta las siguientes preguntas:

12. a. ¿Cuál es la cantidad de personas del curso que mide entre 1,60 m y 1,65m?
12. b. ¿Cuántas personas del curso pesan entre 55 kilos y 65 kilos?
12. c. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) miden más de 1,70 m?
12. d. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) pesan menos de 70 kilos?
12. e. ¿Cuántos alumnos (hombres y mujeres) pesan más de 75 kilos?

13. Y si cambiáramos el número de intervalos como por ejemplo a 4, en las tablas de frecuencia creadas anteriormente, ¿Usted ve algún cambio en la tabla de frecuencia creada? ¿Arroja la misma información que en el punto 11?

14. Ahora con los datos ya investigados calculen el IMC de cada estudiante del curso, luego ingrésalos en una tabla de datos como el punto 10.

15. Con los datos recolectados del IMC de todo el curso, organizar una tabla de frecuencia para *datos agrupados*, distribuyéndolos en 6 intervalos.

❖ La tabla de frecuencias solicitada debe contener:

- Marca de clase
- Frecuencia absoluta
- Frecuencia acumulada
- Frecuencia relativa
- Frecuencia relativa porcentual

16. Según los datos obtenidos determine el estado nutricional, según IMC/ Edad y clasifique a sus compañeros según los percentiles entregados por el docente.

Percentiles	Total
< p5 (desnutrido)	
p5-p10 (riesgo desnutrir)	
p25-p75 (normal)	
p85-p90 (riesgo de obesidad)	
p95 (obesidad)	

17. Ahora contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuántos compañeros se encuentran en una situación normal?
- b. ¿Cuántos compañeros tienen riesgo de obesidad?
- c. ¿Cuántos compañeros se encuentran en un estado de obesidad?

18. Anota por un lado los pesos de tus compañeros, por otro lado las estaturas y finalmente por otro lado el IMC de tus compañeros.
¿Hubo un valor que se repitió? ¿Cuál fue, anótalo?

19. ¿Qué representa dicho valor, cuál es su concepto?

20. Y si tuviésemos que ordenar todos los valores arrojados por el cálculo del IMC de menor a mayor o de mayor a menor ¿Existe un valor que se encuentra a la misma distancia del primer valor que del último valor del IMC?

21. ¿Cuál es el nombre que recibe ese valor?

22. Y si en el caso que pidiésemos un valor que represente el IMC de todo el curso ¿qué valor usarían para representarlos como grupo curso?

23. ¿Cómo lo calcularían? ¿En qué estado nutricional aproximadamente se encuentra ese valor?

24. Según la clasificación establecida en la pregunta (15) y las variables cualitativas, crear un gráfico de barras y un gráfico circular, además explique cada uno.

¿Cuál es la mejor representación de los datos clasificados anteriormente?

25. A partir del análisis de la información obtenida en nuestra actividad, compara las respuestas iniciales 2 y 3, con tus resultados finales. ¿Que se ha concluido?

Anexos B

Tablas índice masa corporal

B.1 Índice de masa corporal por edad.

ÍNDICE DE MASA CORPORAL (peso/talla²) POR EDAD (CDC/NCHS)

VARONES

Edad años	p5	p10	p25	p50	p75	p85	p90	p95
13,0	15,4	16,0	17,0	18,4	20,4	21,8	23,0	25,1
13,5	15,7	16,2	17,3	18,8	20,8	22,2	23,5	25,6
14,0	15,9	16,5	17,6	19,2	21,2	22,6	23,8	26,0
14,5	16,2	16,8	17,9	19,5	21,6	23,0	24,2	26,5
15,0	16,5	17,2	18,2	19,8	21,9	23,4	24,6	26,8
15,5	16,8	17,4	18,6	20,2	22,3	23,8	25,0	27,2
16,0	17,1	17,7	18,9	20,5	22,7	24,2	25,4	27,5

ÍNDICE DE MASA CORPORAL (peso/talla²) POR EDAD (CDC/NCHS)

MUJERES

Edad años	p5	p10	p25	p50	p75	p85	p90	p95
13,0	14,9	15,9	17,1	18,7	21,0	22,5	23,9	26,3
13,5	15,2	16,2	17,4	19,0	21,3	22,9	24,3	26,7
14,0	15,4	16,4	17,6	19,4	21,7	23,3	24,6	27,3
14,5	15,6	16,7	17,9	19,6	22,0	23,7	25,1	27,7
15,0	15,9	16,9	18,2	19,9	22,3	24,0	25,4	28,1
15,5	16,2	17,2	18,4	20,2	22,6	24,4	25,8	28,5
16,0	16,4	17,4	18,7	20,5	22,9	24,7	26,1	28,9

Anexos C

Pruebas de contenidos

C.1 Pre-Test.

Evaluación Pre - Test

Nombre:	Fecha:	Nota:
Curso:	Puntaje total:	

Objetivos del Pre – Test:

- Conocer el rendimiento en los estudiantes
- Conocer las competencias estadísticas de los estudiantes

Aprendizajes esperados:

Que los alumnos y alumnas:

- Comprendan las tablas de frecuencias, con datos agrupados en intervalos.
- Analizan tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.
- Interpretar información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central.

Problema 1: (Conocimiento 16 puntos, Habilidad 10 puntos, Actitud 8 puntos)

Los siguientes datos corresponden a las estaturas (en metros) de un grupo de alumnas de octavo básico.

1,56	1,74	1,53	1,69	1,73	1,63	1,58	1,51	1,66	1,56
1,61	1,52	1,48	1,59	1,63	1,72	1,65	1,57	1,67	1,63
1,64	1,49	1,63	1,71	1,60	1,55	1,54	1,49	1,50	1,56
1,53	1,66	1,76	1,61	1,71	1,68	1,54	1,55	1,76	1,51

- Da una breve definición de los siguientes conceptos básicos de la estadística descriptiva:
 - Tabla de datos.

- Intervalo.
- Rango.
- Amplitud del intervalo.
- Marca de clase.
- Frecuencia absoluta.
- Frecuencia acumulada.
- Frecuencia relativa.
- Frecuencia relativa porcentual.

b) Organizar los datos entregados en una tabla de frecuencia para datos agrupados, distribuyéndolos en 7 intervalos.

c) La tabla de frecuencias solicitada debe contener:

- Marca de clase
- Frecuencia absoluta
- Frecuencia acumulada
- Frecuencia relativa
- Frecuencia relativa porcentual

d) ¿Por qué es importante distribuir los datos en tablas de frecuencia?

e) ¿En que favorece? Y ¿Cuáles crees tú que son sus ventajas?

Problema 2 (Habilidad 6 puntos)

La siguiente tabla corresponde a los sueldos que paga en la actualidad a una empresa minera a sus trabajadores en Calama:

Sueldo(\$)	N° empleados
400.000 – 600.000	25
600.000 – 800.000	17
800.000 – 1.000.000	10
1.000.000 – 1.200.000	4
1.200.000 – 1.400.000	3

A) Complete la siguiente tabla de frecuencias con los datos entregados anteriormente

Sueldo (\$)	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
400.000 – 600.000			
600.000 – 800.000			
800.000 – 1.000.000			
1.000.000 – 1.200.000			
1.200.000 – 1.400.000			

B) Responde las siguientes preguntas en base a los datos entregados anteriormente.

¿Cuántas personas ganan entre 800.000 \$ y 1.200.000 \$?

¿Cuántos empleados ganan a lo más 800.000 \$?

¿Cuántos empleados ganan a lo más 1.000.000 \$?

Problema 3 (Conocimiento 8 puntos, habilidad 10 puntos y actitud 8 puntos)

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en la PSU de Matemáticas de 25 alumnos de un liceo de Santiago.

632	540	716	480	524
654	589	678	490	716
569	670	450	590	710
537	632	489	654	610
560	670	456	670	680

- Construye una tabla por intervalos y completa las columnas de frecuencia.
- Calcule la marca de clase o punto medio de cada intervalo.
- Refiérase brevemente a los conceptos de media, moda y mediana.
- Calcule la media y moda, interprete sus resultados.
- Determine el promedio total de puntaje obtenido por el curso, interprete.
- Grafique de alguna manera la situación.
- ¿Es positivo el uso de gráficos en la organización de datos?
- ¿Piensas tú que las medidas de tendencia central son útil para interpretar la información de algún problema dado?

C.2 Post-Test.

Evaluación Post-test

Nombre:	Fecha:	Nota:
Curso:	Puntaje total:	

Objetivos del Post – Test:

- c) Conocer el rendimiento en los estudiantes
- d) Conocer las competencias estadísticas de los estudiantes

Aprendizajes esperados:

Que los alumnos y alumnas:

- d) Comprendan las tablas de frecuencias, con datos agrupados en intervalos.
- e) Analizan tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.
- f) Interpretar información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central.

Problema 1: (Conocimiento 16 puntos, Habilidad 10 puntos, Actitud 8 puntos)

Los siguientes datos corresponden a las estaturas (en metros) de un grupo de alumnas de octavo básico.

1,56	1,74	1,53	1,69	1,73	1,63	1,58	1,51	1,66	1,56
1,61	1,52	1,48	1,59	1,63	1,72	1,65	1,57	1,67	1,63
1,64	1,49	1,63	1,71	1,60	1,55	1,54	1,49	1,50	1,56
1,53	1,66	1,76	1,61	1,71	1,68	1,54	1,55	1,76	1,51

- f) Da una breve definición de los siguientes conceptos básico de la estadísticos descriptiva:
 - Tabla de datos.
 - Intervalo.
 - Rango.
 - Amplitud del intervalo.
 - Marca de clase.
 - Frecuencia absoluta.

- Frecuencia acumulada.
 - Frecuencia relativa.
 - Frecuencia relativa porcentual.
- g) Organizar los datos entregados en una tabla de frecuencia para datos agrupados, distribuyéndolos en 7 intervalos.
- h) La tabla de frecuencias solicitada debe contener:
- Marca de clase
 - Frecuencia absoluta
 - Frecuencia acumulada
 - Frecuencia relativa
 - Frecuencia relativa porcentual
- i) ¿Por qué es importante distribuir los datos en tablas de frecuencia?
- j) ¿En que favorece? Y ¿Cuáles crees tú que son sus ventajas?

Problema 2 (Habilidad 6 puntos)

La siguiente tabla corresponde a los sueldos que paga en la actualidad a una empresa minera a sus trabajadores en Calama:

Sueldo(\$)	N° empleados
400.000 – 600.000	25
600.000 – 800.000	17
800.000 – 1.000.000	10
1.000.000 – 1.200.000	4
1.200.000 – 1.400.000	3

A) Complete la siguiente tabla de frecuencias con los datos entregados anteriormente

Sueldo (\$)	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada	Frecuencia relativa
400.000 – 600.000			
600.000 – 800.000			
800.000 – 1.000.000			
1.000.000 – 1.200.000			
1.200.000 – 1.400.000			

B) Responde las siguientes preguntas en base a los datos entregados anteriormente.

¿Cuántas personas ganan entre 800.000 \$ y 1.200.000 \$?

¿Cuántos empleados ganan a lo más 800.000 \$?

¿Cuántos empleados ganan a lo más 1.000.000 \$?

Problema 3 (Conocimiento 8 puntos, habilidad 10 puntos y actitud 8 puntos)

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en la PSU de Matemáticas de 25 alumnos de un liceo de Santiago.

632	540	716	480	524
654	589	678	490	716
569	670	450	590	710
537	632	489	654	610
560	670	456	670	680

- Construye una tabla por intervalos y completa las columnas de frecuencia.
- Calcule la marca de clase o punto medio de cada intervalo.
- Refiérase brevemente a los conceptos de media, moda y mediana.
- Calcule la media y moda, interprete sus resultados.
- Determine el promedio total de puntaje obtenido por el curso, interprete.
- Grafique de alguna manera la situación.
- ¿Es positivo el uso de gráficos en la organización de datos?
- ¿Piensas tú que las medidas de tendencia central son útil para interpretar la información de algún problema dado?

Anexos D

Planificaciones.

D.1 Planificación Grupo Experimental.

Tiempo estimado 3 a 4 Semanas.

Fecha y horas	Aprendizajes esperados	Contenidos	Indicadores de logro	Actividades	Evaluación
	Hacia el alumno				
1 o 2 horas					Pre-test
2 horas	Conocer y comprender el contenido de modelación matemática.	Modelos, modelaje, Modelación matemática	Conocer y comprender el concepto de modelación matemática como método y dando rigor al uso de este.	Presentación modelación matemática. Como Método para resolver situaciones-problemas. Ejemplos concretos de modelación.	
2 horas	Analizar información a partir de tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.	Tablas de frecuencia con datos agrupados, rango marca de clase, intervalos	Identifican tablas de frecuencias con datos agrupados. Comprenden el significado de la frecuencia de un intervalo en una tabla de frecuencias con datos agrupados.	Actividad 2.	
2 horas	Analizar información a partir de tablas de frecuencia, con datos		Obtienen información, de diversos contextos, mediante el	Continuación Actividad 2,	

	agrupados en intervalos.		análisis de datos presentados en tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.		
2 horas	Construir tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante una planilla de cálculo. Interpretar la información que entregan las tablas.	Frecuencia Amplitud de intervalos	Explican la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos.	Continuación Actividad 2.	
4 horas	Construir tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante una planilla de cálculo. Interpretar la información que entregan las tablas.		Aplican criterio para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos. Construyen tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual.	Continuación Actividad 2.	
2 horas	Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos	Media aritmética para datos agrupados. Moda para datos agrupados. Mediana para datos agrupados. Análisis de	Determinan la media a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto.	Continuación Actividad 2.	

	agrupados en intervalos.	encuestas.	<p>Determinan la moda, a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto.</p> <p>Extraen información desde datos numéricos agrupados en intervalos y resumidos a través de la media o moda relacionados con una situación o fenómeno.</p>		
4 horas	Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.		<p>Interpretan información en diferentes contextos, a través del uso de medidas de tendencia central.</p> <p>Evalúan la pertinencia del uso de las medidas de tendencia central, de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p>	Continuación Actividad 2.	
2 horas					Post-test

D.2 Planificación Grupo Control.

Tiempo estimado 3 a 4 Semanas.

Fecha y horas	Aprendizajes esperados	Contenidos	Indicadores de logro	Actividades	Evaluación
	Hacia el alumno			Prueba Diagnostico.	Diagnóstica: Páginas 132 y 133 del Texto del Estudiante.
1 o 2 horas	Medir habilidades y recordar algunos conceptos estadísticos.	CMO.	<p>Identifican tablas de frecuencias con datos agrupados.</p> <p>Comprenden el significado de la frecuencia de un intervalo en una tabla de frecuencias con datos agrupados.</p> <p>Obtienen información, de diversos contextos, mediante el análisis de datos presentados en tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</p>	<p>En el Texto De exploración: Página 134.</p> <p>De construcción de Conceptos: página 135.</p> <p>De consolidación: Páginas 160 y 161.</p> <p>En la Guía Didáctica De refuerzo: página 247</p>	<p>Formativa: Páginas 149 y 157 del Texto del Estudiante.</p> <p>Sumativa 1: Páginas 162 y 163 del Texto del Estudiante, y 284 y 285 de la Guía Didáctica del Docente.</p>
8 horas	Analizar información a partir de tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos.	Interpretación de tablas de frecuencia.	Explican la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en	<p>En el Texto De exploración: Página 136.</p> <p>De construcción de Conceptos: página 137.</p> <p>De consolidación: Páginas 160 y</p>	Sumativa 2.

			<p>intervalos.</p> <p>Aplican criterio para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos.</p> <p>Construyen tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante herramientas tecnológicas.</p>	<p>161.</p> <p>En la Guía Didáctica De refuerzo: página 249. De profundización: Página 249.</p>	
8 horas	<p>Construir tablas de frecuencia con datos agrupados en intervalos, en forma manual y mediante una planilla de cálculo.</p> <p>Interpretar la información que entregan las tablas</p>	<p>Construcción de tablas para datos agrupados.</p>	<p>Explican la pertinencia y ventajas de representar un conjunto de datos, a través de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos.</p> <p>Aplican criterio para decidir el número de intervalos apropiados para agrupar un conjunto de datos.</p> <p>Construyen tablas de frecuencia, con datos agrupados en intervalos, en forma manual</p>	<p>En el Texto De exploración: Páginas 138, 140 y 144. De construcción de conceptos: páginas 139, 141, 145, 146, 147 y 148. De consolidación: Páginas 160 y 161. En la Guía Didáctica De refuerzo: páginas 251, 253, 257, 259 y 261. De profundización: Páginas 253 y 257.</p>	Sumativa 3.

			y mediante herramientas tecnológicas.		
6 horas	Interpretar y producir información, en contextos diversos, mediante el uso de medidas de tendencia central, extendiendo al caso de datos agrupados en intervalos.	Media aritmética para datos agrupados. Moda para datos agrupados. Mediana para datos agrupados. Análisis de encuestas.			
2 horas	Evaluar contenidos vistos anteriormente.	Interpretación de tablas de frecuencia. Construcción de tablas para datos agrupados. Media aritmética para datos agrupados. Moda para datos agrupados. Mediana para datos agrupados. Análisis de encuestas.	Determinan la media a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto. Determinan la moda, a partir de una tabla de frecuencia con datos agrupados en intervalos, y la interpretan de acuerdo al contexto. Extraen información desde datos numéricos agrupados en intervalos y resumidos a través de la media o moda relacionados con una		Sumativa 4.

			<p>situación o fenómeno.</p> <p>Interpretan información en diferentes contextos, a través del uso de medidas de tendencia central.</p> <p>Evalúan la pertinencia del uso de las medidas de tendencia central, de acuerdo al tipo de datos involucrados.</p>		
--	--	--	---	--	--