FACULTAD DE CIENCIAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROPUESTA DIDÁCTICA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE MÓDULO DE FUNCIONES PARA LA UNIDAD DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA PRIMER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA: PRODIENAF

Memoria de Título, para optar al Título de Profesor de Matemática, Mención Didáctica y
al Grado de Licenciado en Educación.

PAOLA DEL CARMEN CANTILLANA ESPINOZA

PROFESOR GUÍA:

Dr. CARLOS SILVA CÓRDOVA

Valparaíso, Chile 2015

AGRADECIMIENTOS

El esfuerzo que coloqué en este proyecto y en el desarrollo de mi carrera fue gracias a la ayuda de mis padres Rosa y Hernán, que siempre creyeron en mí, luchando cada día para darme un mejor porvenir. Ellos fueron los primeros en impulsar mi ganas de salir de un pueblo, que me dio la vida y cuidó mi crecimiento, pero era hora de crecer y ser una profesional. También doy gracias a mis abuelos Celinda y Juan que desde pequeña me entregaron los valores que hoy tengo, son como mis segundos padres, que apoyaron a mi madre para trabajar y así darme una mejor vida.

Agradezco a mi hermana Daniela, que por circunstancias de la vida, tuvo que sufrir los bajos ingresos que había en la familia, ya que se destinaban en mis estudios, ella sin reclamos tuvo que postergar una mejor educación.

Por otro lado, tengo una linda gratitud para cada uno de mis profesores de la Universidad, ya que ellos formaron a la docente que tenía en alma, pero en especial al profesor Carlos Silva, que cuando vi que no tenía oportunidades en mi proyecto, él lo tomó y ayudó con su inmensa vocación.

Además agradezco a Dios por darme la oportunidad de vivir esta experiencia que me permite crecer y desarrollarme como persona, en una de las etapas mas importantes de mi vida. Esto no hubiese sido posible sin la ayuda de cada unos de mis familiares que con su granito de arena apoyaron en esta gran obra que me beneficia en todo ámbito.

Paola del Carmen Cantillana Espinoza

Índice

Resumen

Considerando la experiencia, tanto en la etapa escolar como posterior a ella en práctica profesional o en trabajos en establecimientos educacionales, llama la atención que los textos escolares presentados y regalados a los estudiantes por el Ministerio de Educación no son elaborados empleando una metodología constructivista. Es por ello que se decide aportar a la educación realizando una Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de la Función Lineal y Afín para los cursos de Primer Año Medio en la asignatura de Matemática (PRODIENAF).

La investigación que se presentará a continuación nace luego de crear la propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Función Lineal y Afín, el cual considera los contenidos mínimos obligatorios que exigen el plan y programa del Ministerio de Educación y más, el cual fue implementado como una Propuesta didáctica de Función Lineal y Afín para la unidad de álgebra en la formación de Primer Año Medio. Esta propuesta se considera la Teoría de Organizadores Previos y la Teoría del Aprendizaje Significativo de D. Ausubel, la Teoría de J. Piaget y L. Vygotsky y la aplicación de estrategias de los Mapas conceptuales de C. Silva. Luego se realizó un estudio cuasi experimental, en que se consideraron grupos intactos de estudiantes, siendo el objeto de estudio estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media de dos establecimientos educacionales, divididos en dos cursos experimentales (Colegio Graneros) y dos cursos control del Liceo Juan XXIII de Quilpué. Al grupo experimental se le aplicó la Propuesta de Enseñanza de Aprendizaje y el grupo control quedó sin la intervención.

Cabe mencionar que antes de realizar la intervención de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), en el grupo experimental, se procedió a realizar una evaluación diagnóstica con la finalidad de evaluar los conocimientos previos de los estudiantes.

Finalmente se realizó una evaluación sumativa para recoger los resultados de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF). Hay que

resaltar que en el grupo control solo se le realizó la evaluación diagnóstica y la evaluación sumativa.

Al terminar el tiempo de aplicación de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), se realizaron los análisis correspondientes, entre los aprendizajes que obtuvieron los estudiantes del grupo experimental y el de los estudiantes de grupo control, quedando en evidencia que al aplicar la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, los estudiantes obtuvieron mayores aprendizajes, que los estudiantes que no tuvieron acceso a este tipo de material.

Abstract

Considering the experience, both as school stage its subsequent professional practice or work at educational establishments, it is noteworthy that textbooks presented and gifted students by the Ministry of Education are not constructive manner. It is because of that why it was decided to contribute to education making a Teaching and Learning Proposal of Linear and Affine Function for First Year courses at the Math subject (PRODIENAF).

The research will be presented below born after to create the proposal of teaching and learning of Linear and Affine Function, which considers the minimum mandatory contents require for the plan and program by the Ministry of Education, which was implemented as a Methodological approach of Linear and Affine Function for the álgebra unit to the first year formation. This proposal considers the Previous Theory Organizers and the Meaningful Learning Theory of D. Ausubel, Theory of J. Piaget and L. Vygotsky and implementing strategies of conceptual maps of Carlos Silva. Then a quasi-experimental study was conducted, in which intact groups of students were considered, being the object of the study students from first year high school from two educational establishments, divided into two experimental courses (Colegio Graneros) and two control courses (Liceo Juan XXIII de Quilpué). To the experimental group was applied the learning proposal and the control group without any intervention.

When performing the intervention of Teaching and Learning Proposal of Linear and Affine Function (PRODIENAF) in the experimental group, a diagnostic evaluation was conducted to evaluate the previous knowledge of the students to later perform with the proposal created.

Finally, a summative evaluation was performed in which the results of the Teaching and Learning Proposal of Linear Function and Affine were collected (PRODIENAF). It should be noted that at the control group only a diagnostic and summative evaluation were conducted.

To finish the time of application of the Teaching and Learning Proposal of the Linear and Affine Function (PRODIENAF), the respective analysis were performed, among the learning that students from the experimental group and the control group obtained, leaving it clear that applying the Teaching and Learning Proposal of Linear and Affine Function, the students obtained higher learning, to whom did not have access to this type of material.

Introducción

La tarea de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no es sencilla de abordar porque se producen varios fenómenos adversos cuando el alumno está en vías de comprender un objeto de aprendizaje matemático, como es la función Lineal y Afín. Esto puede ser por la inadecuada elección de recursos, por la metodología empleada por el profesor, los aprendizajes previos no fueron significativos o no se logró desarrollar las habilidades matemáticas que se requieren.

Específicamente en el aprendizaje de función afín y lineal, se analizaran las conclusiones, en las cuales los estudiantes poseen un problema en la conversión, los registro de representación y pasajes. Donde se ha notado la falta de dominio en el traspaso del lenguaje natural, algebraico y gráfico.

La importancia del traspaso de registro según Duval no solo consiste en buscar cual es el mejor registro posible para la enseñanza, sino más bien, abordar todos los registros de representación utilizado en matemática, de esa forma el alumno comprende y entiende el objeto matemático planteado en la clase.

Para que el alumno tenga un entendimiento y comprensión en función afín y lineal se construirá una triada sustentada en investigaciones antes realizadas, ya sea sobre fenómenos observados relativa al uso de representaciones semiótica y sobre la necesidad que el alumno hace sobre el estudio de Ecuaciones Lineales de modo que maneje las diversas interacciones y relaciones que se posee. Todo esto, con el fin que los estudiantes tengan un mejor manejo al momento de incorporar el concepto de función afín y lineal.

Teniendo como objetivo que el alumno tenga un aprendizaje significativo y logre una interacción entre lenguaje natural, lenguaje algebraico y gráfico óptimo. Se elaborará una micro-ingeniería con el propósito de confeccionar una propuesta de enseñanza didáctica que facilita el aprendizaje del objeto matemático de Funciones.

Para ellos se apuntó en las investigaciones realizadas los comportamientos matemáticos y cognitivos en el qué hacer de los alumnos, que propiciaran el aprendizaje del objeto, haciendo que el tratamiento de pasajes entre registro de representaciones fuera el eje del cual guiarán las actividades realizadas.

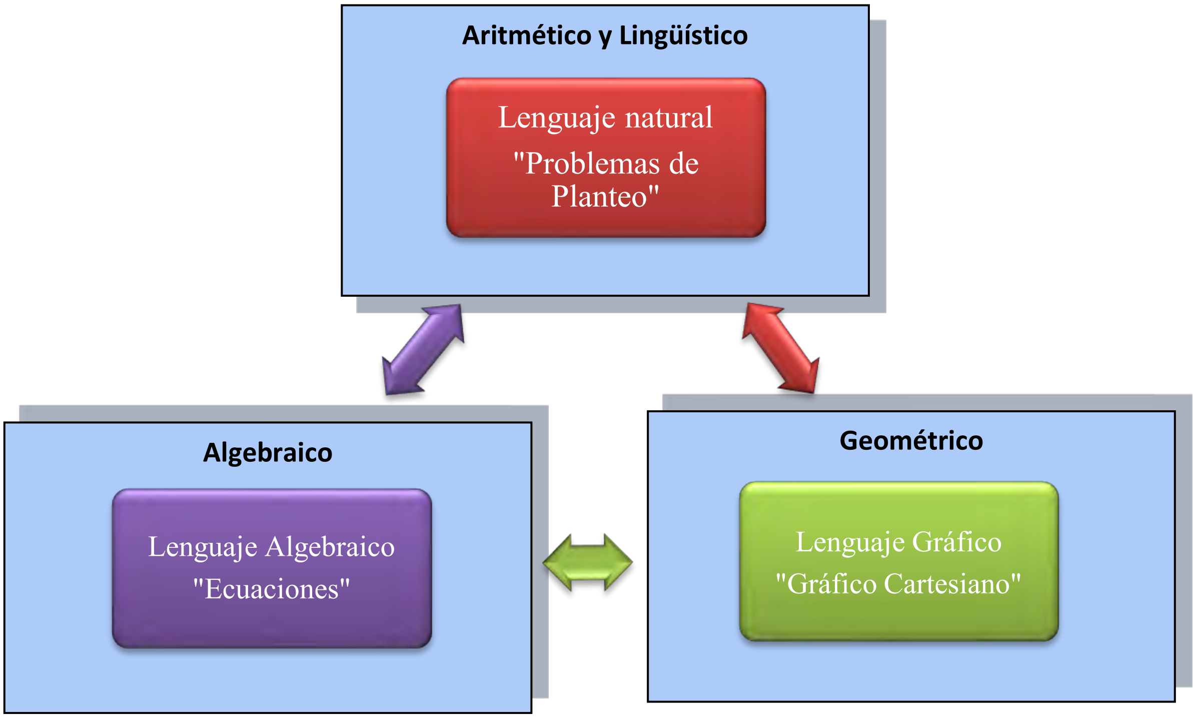
Capítulo 1:

Contextualización del problema de investigación

1.1 Planteamiento del problema a investigar

Considerando el paso por Establecimientos Educacionales, ya sea como estudiantes, como o alumnos en práctica profesional, e incluso reemplazos, se puede percibir, que en nuestro sistema escolar es muy común encontrarse con un modelo conductista, el cual se centra en el estudio de conductas observable para controlarla y predecirla; vale decir, su objetivo es conseguir una conducta determinada. Es por esto, que se desarrolla una propuesta de enseñanza y aprendizaje de función lineal y afín insertado en el curso de Primer Año de Educación Media, cumpliendo con los Aprendizajes Esperados propuestos en los planes y programas por el Ministerio de Educación.

Además se ha notado en los alumnos, que poseen diversos problemas en el traspaso de un registro de representación a otro en el objeto matemático de función Lineal y Afín, no hay un manejo fluido de parte de los estudiantes. En base a esta evidencia se trabajará en la siguiente triada.



1.2 Preguntas de investigación

Al implementar una propuesta de enseñanza y aprendizaje de función Lineal y Afín en un curso de Primer Año de Educación Media. Cabe preguntarse que, ¿Mejorará el rendimiento académico?, y en particular en la unidad de función Lineal y afín, ¿Se verifica los Aprendizajes Esperados propuestos en los planes y programas por el Ministerio de Educación?

1.3 Justificación del problema

Se sabe que el aprendizaje se genera muchas veces de los textos entregados gratuitamente para cada estudiante de Primer Años Medio por el Ministerio de Educación de la República de Chile. Se escogió y analizó uno de ellos, el texto de "Matemática 1° Medio" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía, de la editorial Mc Graw Hill, Año 2013. Al respecto de éste texto se puede visualizar cuatros ejes temáticos o unidades; Números, Álgebra, Geometría y Datos-Azar.

En capítulo 15 de este texto, se encuentra el concepto de función Lineal y Afín, donde presentan dos problemáticas extensas sin antes realizar la activación de conocimiento como es la proporcionalidad directa. Estos problemas tratan de que las manecillas de un reloj forman un ángulo extendido, luego platea dos interrogantes que son: *"¿Habrá algún momento entre las 6 y 7, en que el punto forme un ángulo recto? Y "A qué hora exacta ocurre?"* e inmediatamente a esto comienza a explicar la actividad dándole fórmulas y respuestas a dichas preguntas pero en ningún momento se procede a formular interrogantes para guiar a los estudiantes al nuevo concepto.

Las problemáticas son confusas debido a que mezclan diferentes nociones físicas complejizando el contenido, se dan gráficos sin ningún trabajo previo como tabla de valores y no institucionaliza el concepto hasta finalizar la unidad, no quedando claro lo que es una función afín y lineal. Por otro lado no hace una partición del contenido para poder identificar la pendiente y el coeficiente de posición lo que conlleva a que exista una confusión de los estudiantes de lo que es una función lineal y afín.

Finalmente al institucionalizar el concepto de función afín y lineal lo hace conjuntamente, siendo esto un desorden para el estudiante y para el mismo profesor. En sí, en dos problemáticas forma el concepto de función lineal y afín sin tener claro los estudiantes lo que es una pendiente, coeficiente posición, como se construye un gráfico, las formas algebraicas y el lenguaje natural que se emplea en cada situación.

Luego a esto existe una etapa de “Aplicando lo aprendido” donde se trata mayormente de ejercicios que cambian del lenguaje natural al algebraico, no teniendo una relación entre lenguaje natural, algebraico y gráfico. Pese a esto el libro incorpora los resultados de cada problemática siendo esto una ventaja para que se realice cada actividad y que sea un “óptimo” aprendizaje.

En conclusión el texto si presenta un atractivo físico y virtual, también una estructura motivadora pero no profundiza el contenido como se debiese, además como mezcla física en la problemáticas hace que sea poco claro, siendo esto una dificultad en formar el concepto de función lineal y afín. Por otro lado los traspasos del lenguaje tanto como el natural, algebraico y gráfico no están ligados pero si presentes, al no realizar los autores la unión de los diferentes registros se visualizan que son cosas distintas y no conjuntas.

Y para finalizar la institucionalización no está clara, confundiendo a los estudiantes el concepto a formar.

Conjuntamente al ejecutar el análisis de texto se realizó una encuesta (Anexos 1, incorporado en el CD), en la que podemos extraer las opiniones de los docentes sobre el libro en cuestión.

Esta encuesta fue realiza a diez docentes de la V Región de Valparaíso y VI región del Libertado Bernardo O´Higgins de Chile, con el fin de recabar información relevante que ayude a la creación de una propuesta que ayude a cada estudiante y profesor en el ámbito de función lineal y afín.

La encuesta consta de nueve preguntas, donde mayoritariamente son interrogantes de opinión con respecto al libro analizado, estas fueron realizadas por docentes que poseen experiencia por más de cinco años y se enviaron vía mail, para que no hubiese confusión con la letra en las opiniones dadas.

La encuesta fue realizada por seis hombres y cuatro mujeres de los cuales siete eran de colegios municipales y tres de establecimientos subvencionados. Una de la información solicitada era el número de estudiantes de primero medio que atendían los docentes, esto arrojó que en promedio se atienden 29 alumnos, teniendo las matrículas más baja en los colegios municipales. El 50% de estos docentes utiliza el texto y el otro 50% no, este último no lo aprovecha porque considera que el texto es muy elevado en los contenidos, mezcla materias de física en matemática desmotivando a los alumnos, igualmente no consideran que realicen un traspaso de registro debido a que si bien hay gráficos, problemáticas y forma algebraica, no están ligados entre sí confundiendo al estudiante aún más. Por otro lado la institucionalización no está consolidada plenamente, ya que no existe una partición de los contenidos que permita ir construyendo un concepto a medida que avanzan las clases. Por otro lado todos los docentes utilizan otros textos que ayudan a completar el libro que entrega el ministerio de educación y en su gran mayoría son los textos de matemática de la editorial Santillana.

Ya teniendo los datos globales de la encuesta podemos detallar las opiniones generales de los profesores con respecto al texto del estudiante y al texto guía del docente. Estas opiniones se centraron en las falencias que posee el texto del alumno, las cuales son las siguientes:

- No hay una activación de conocimiento para formar el nuevo concepto.

- Las problemáticas son de alta complejidad y no están ligadas a la realidad de los alumnos desmotivándolos.

- Respuesta a las problemáticas de ejercitación que supuestamente ayuda a crear el nuevo concepto siendo esto un fracaso para la clase debido a que eran copiado los resultados y no se podía visualizar quien estaba aprendiendo y quién no. Como sugerencia los profesores dijeron que se deben realizar preguntas para orientar el desarrollo del aprendizaje al nuevo concepto y para finalizar realizar una institucionalización clase a clase y no al finalizar la unidad.

Por otro lado en el texto guía del docente, se concentran nuevamente las críticas ya que manifiestan los profesores que el libro no está detallado con las orientaciones didácticas y no se sabe lo que se pretende con las actividades. Pero por otro lado encuentran positivo que exista una evaluación y actividades complementarias ya que ayuda a tener material.

Ya teniendo visualizadas e internalizadas las falencias y virtudes que posee el texto y las opiniones de los profesores podemos crear la propuesta de enseñanza y aprendizaje tanto para el alumno como para el docente y esta será efectiva porque tendrá todas las características solicitadas por el Ministerio de Educación y por los mismos involucrados en el guiamiento de los nuevos aprendizajes.

1.4 Objetivos de la investigación

- **Objetivo general:**

Mejorar el rendimiento académico y el aprendizaje de los estudiantes en el área de función Lineal y Afín utilizando la PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN (PRODIENAF).

- **Objetivos Específicos:**

1. Diseñar y elaborar una propuesta didáctica y metodológica de función Lineal y afín PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN (PRODIENAF), para la unidad de álgebra del programa de la asignatura de Primer Año Enseñanza Media Chileno.

2. Diseñar y elaborar un instrumento de evaluación de conocimientos a los estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media.

3. Aplicar la PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN (PRODIENAF) a los estudiantes de Primer Año Medio que cursan la asignatura de matemática.

4. Aplicar un instrumento de evaluación de conocimiento a los estudiantes de Primer Año de enseñanza Media que cursan la asignatura de Matemática.

5. Evaluar la mejora de los aprendizajes de los estudiantes que trabajaron con la PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN (PRODIENAF), para la unidad de álgebra.

Capítulo 2:

Marco Teórico

2.1 Introducción

A continuación presentamos los parámetros que se basa esta investigación. Se describirán cada una de las partes o secciones de teoría que fundamentan esta investigación.

2.2 Historia de la Función Lineal y Afín

Ya que el punto fuerte en el que vamos a enfocar este estudio es la Función Lineal y afín, es necesario entenderla, revisarla históricamente como ésta se ha desarrollado a lo largo de los siglos, para así afirmar quienes son los más grandes exponentes de la Función Lineal y Afín.

Antes de comenzar con el desarrollo de la historia es importante entender que el concepto se desarrolló con el paso del tiempo; su significado fue cambiando y también la forma en que se definía, ganando precisión a través de los años.

La historia de la función comienza en Mesopotamia, debido a que en las matemáticas babilónicas encontramos tablas de función lineal, cuadrática y cúbica inversos en números naturales. Estas tablas sin duda definen funciones de I**N** en I**N** o de I**N** en I**R**, lo que no implica que los babilonios conocieran el concepto de función. Conocían y manejaban funciones específicas, pero no el concepto abstracto y moderno de función que hoy tenemos.

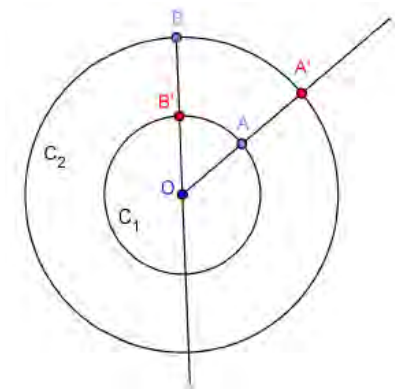
En el antiguo Egipto, también aparecen ejemplos de usos de funciones particulares. Una tabla con la descomposición de 2/n en fracciones unitarias 4 para los impares **n** desde 5 hasta 101, esto aparece en el Papiro Rhind o Papiro Ahmes, de unos 4000 años de antigüedad, considerado como el primer tratado de matemáticas que se conserva.

Detalle del papiro Ahmes

Con el comienzo de las primeras relaciones observadas entre dos variables; de los babilonios y los egipcios. En Grecia, Nicolás Oresme (1323 - 1382) nace la primera aproximación al concepto de función cuando describió las leyes de la naturaleza como relación de dependencia entre dos magnitudes. Fue el primero en hacer uso sistemático de diagrama para la representación de magnitudes variables en un plano.

Pasando los años en el siglo XVI los científicos centraron su atención en los fenómenos de la naturaleza, poniendo énfasis entre las relaciones de las variables que determinaban dicho fenómeno y que podían ser representados de manera matemática. Era necesario comparar las variables, relacionarlas, expresarlas mediante números y representarlas en algún sistema geométrico.

Galileo Galilei (1564-1642) pareció entender el concepto de función aún con mayor claridad. Sus estudios sobre el movimiento contienen la clara comprensión de una relación entre variables. Entre las funciones que estudió Galileo se destaca la siguiente relación:



La función *uno-a-uno* **n** a $\mathbf{n^2}$ entre los naturales y sus cuadrados, que demuestra que hay tantos números naturales como cuadrados perfectos.

Las funciones

$$f: C_1 \rightarrow C_2 \,/\, f(A) = A'$$
$$f^{-1}: C_2 \rightarrow C_1 \,/\, f^{-1}(B) = B'$$

Galileo Galilei prueba que dos circunferencias, una con doble radio que la otra, tienen el mismo número de puntos.

Casi al mismo tiempo que Galileo llegaba a estas ideas, René Descartes (1596-1650) introducía la *geometría analítica*. Descartes desarrolló y llevó a sus fundamentales consecuencias las ideas que siglos atrás se habían usado para representar en el plano relaciones entre magnitudes. Ahora cualquier curva del plano podía ser expresada en términos de ecuaciones y cualquier ecuación que relacionara dos variables podía ser representada geométricamente en un plano.

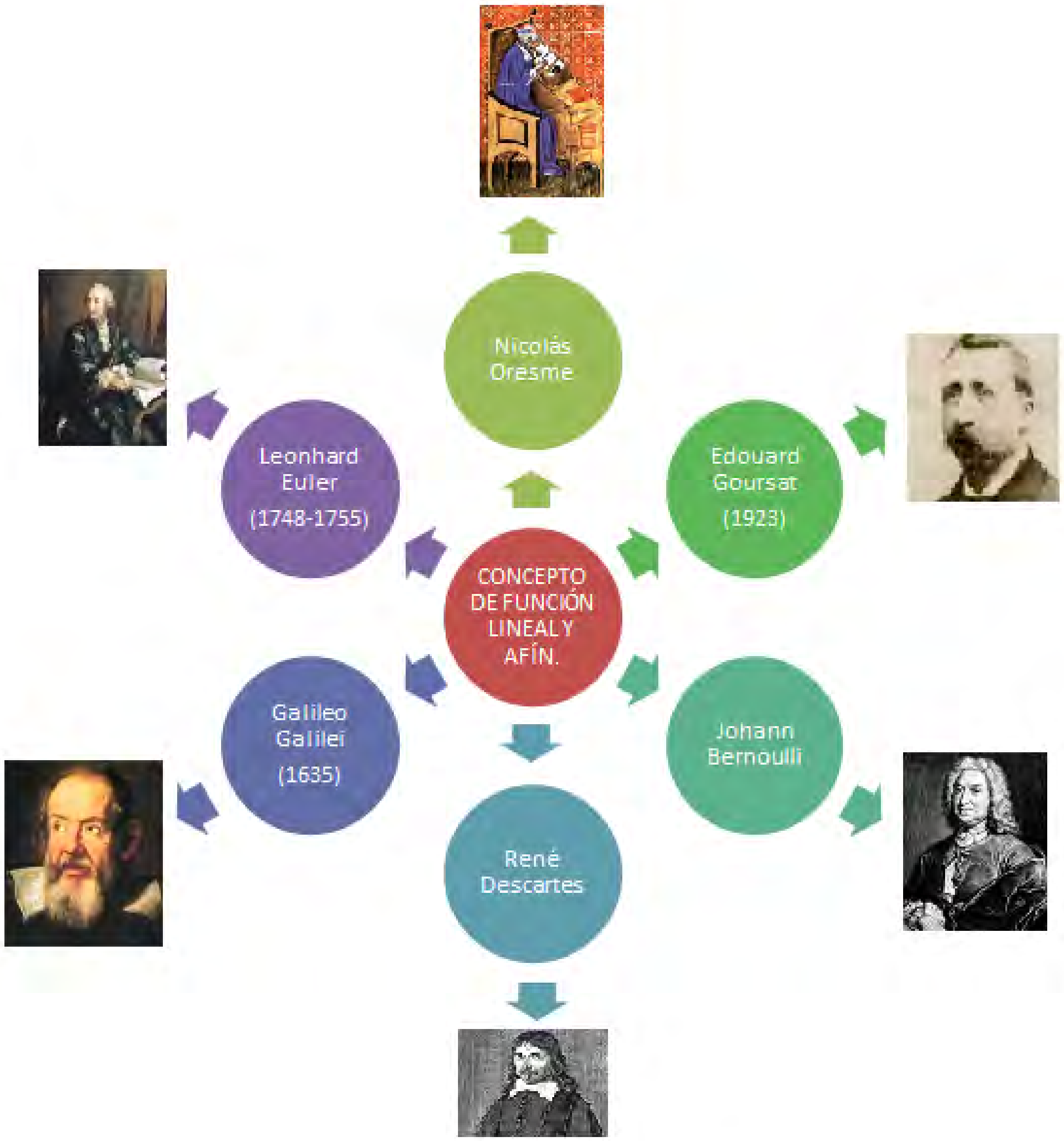
A finales del siglo XVII aparece por primera vez el término *función*. En palabras de Johann Bernoulli, una función es *"una cantidad formada de alguna manera a partir de cantidades indeterminadas y constantes".* Pero no fue hasta 1748 cuando concepto de función saltó a la fama en matemáticas. Leonhard Euler, uno de los grandes genios de las matemáticas de todos los tiempos, publicó un libro, *Introducción al análisis infinito,* en el definió función como: *compuesta de cualquier manera a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes.* Dando una vaga definición matemática de una función Lineal y Afín.

Pero Euler no define *expresión analítica*. Así que poco después, en 1755, tuvo que precisar su definición: *Si algunas cantidades dependen de otras del tal modo que si estas últimas cambian también lo hacen las primeras, entonces las primeras cantidades se llaman funciones de las segundas.* Pero la cosa seguía sin estar clara del todo: ¿cómo es esa dependencia?, ¿cómo expresarla, calcularla o representarla?, ¿cómo deben cambiar los valores de las variables?, ¿cuántas variables pueden intervenir?

Muchos matemáticos abordaron el problema de dar una definición precisa y adecuada de función. Y así se pasaron casi dos siglos, puliendo poco a poco el concepto, hasta que, ya en el siglo XX, Edouard Goursat dio en 1923 la definición que aparece en la mayoría de los libros de textos hoy en día: *Se dice que* y *es una función de* x *si a cada valor de* x *le corresponde un único valor de* y. *Esta correspondencia se indica mediante la ecuación* $y = f(x)$. Siendo, aquí el inicio de la definición matemática de función Lineal y Afín que hoy se conoce.

A modo resumen en el siguiente esquema se representa a los impulsores del concepto de Función Lineal y Afín.

Figura 1: Esquema N°1 Representación de Impulsores del Concepto de Función Lineal y Afín.



2.3 Definición Matemática

Para comprender el concepto de funciones lineales y afines debemos partir por el contexto, es decir, las primeras interacciones que se tienen hacia el concepto, pues el alumno primeramente se relaciona con el álgebra que es el manejo de relaciones numéricas en los que una o más cantidades son desconocidas, incógnitas, a las que se las representa por letras, por lo cual el lenguaje simbólico da lugar al lenguaje algebraico. Las operaciones para números: suma, resta, producto, división, son conocidas como operaciones algebraicas y cualquier combinación de números y letras se conoce como expresión algebraica. Por lo tanto, al traducir un cierto problema al lenguaje algebraico, se obtienen expresiones algebraicas, que son una secuencia de operaciones entre números y letras. Las letras se las denominan, en general, variables o incógnitas y las simbolizamos con las últimas letras del alfabeto, en cambio las primeras letras se emplean para simbolizar números arbitrarios pero fijos, que llamamos constantes. Teniendo esto claro los alumnos pueden resolver problemática que incorpore el concepto de función afín y lineal a través del método algebraico, gráfico o también utilizando tabla de datos.

Con el objetivo que los alumnos obtengan un aprendizaje significativo en la propuesta de enseñanza se estudió dos tipos de funciones la afín y lineal, se eligen estas funciones debido al nivel de complejidad que posee los estudiantes al tratarla y la poca importancia que se da en la aula de clases. Estas funciones comienzan a incorporarse en primero de enseñanza media, en donde los alumnos grafican, resuelven problemáticas, pero muchas veces no relacionan los tres polos (forma algebraica, gráfica, tabla de valores) de resolución de una problemática, sino más bien resuelven de manera aislada.

2.3.1 Función lineal:

Las situaciones de proporcionalidad directa se modelan por medio de una función lineal de la forma:

$$\begin{aligned} f: A &\longrightarrow Q \\ x &\longrightarrow kx \end{aligned}$$

Donde A $\subseteq$ $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Q}$

Claramente esta función resulta ser una restricción de la función lineal.

$$\begin{aligned} t: IR &\longrightarrow IR \\ x &\longrightarrow kx \end{aligned}$$

Si consideramos **IR,** como un **IR** - espacio vectorial, por lo tanto $\boldsymbol{f}$ es llamado una transformación y por tanto tendrá las siguientes propiedades:

i. $\boldsymbol{f(x+z)=f(x)+f(z)}$**,** donde x y z pertenece a $\boldsymbol{A}$ y de modo que $\boldsymbol{x+z}$ también es elemento de $\boldsymbol{A}$**.**

ii. $\boldsymbol{f(ux)=u\,f(x)}$ donde $\boldsymbol{x \in A,\ u \in Q}\ \ y\ \ \boldsymbol{x \cdot u \in A}$**.**

iii. Su gráfica en un sistema de coordenadas cartesianas que consiste en un conjunto de puntos colineales tales que la recta que los une pasa por el origen.

Normalmente en las problemáticas para el estudiante de primero medio, $\boldsymbol{A}$ será $\boldsymbol{IN, Z}$ ó $\boldsymbol{Q}$ y la variable $\boldsymbol{u}$ tomará valores naturales, pues ellos conocen solo hasta el sistema de los números racionales.

Es importante que el alumno visualice las propiedades de una función lineal mencionadas anteriormente a través de problemáticas del contexto cotidiano. A modo de ejemplo, de la aplicación de la propiedad (i) es aplicable en la siguiente problemática, aún cuando el estudiante podría resolverla calculando el valor unitario.

En la librería "Graneros" venden a María, cinco lápices marca *grafo* en 600 pesos y luego Juan compra dieciocho lápices de las mismas características en el mismo lugar a un precio de $ 2160 ¿Cuánto cuestan 23 lápices marca *grafo* en la librería "Graneros"?

Esta problemática el alumno la puede resolver, de dos maneras, el primer método es identificando que cada lápiz cuesta 120 pesos (efectuando la división correspondiente) y multiplicando dicha cantidad por 23 obteniendo que los 23 lápices cuestan 2760 pesos. Otra manera de resolver el problema es aplicando la propiedad (i) que se vuelve más interesante pues el problema se resuelve efectuando una simple suma; considerando que el problema se modela por una función lineal f el alumno considerará que $f(5) = 600$ y $f(18) = 2160$ y concluirá $f(23) = f(5 + 18) = f(5) + f(18) = 600 + 2160 = 2760$ de lo cual se tiene el resultado esperado.

2.3.2 Función afín:

Una función afín es la compuesta de una función lineal del tipo.

$$\begin{tikzcd} f\colon A \arrow[r] & Q \\ x \arrow[r] & kx \end{tikzcd}$$

Con una función traslación horizontal del tipo:

$$\begin{tikzcd} t\colon Q \arrow[r] & Q \\ x \arrow[r] & x+c \end{tikzcd}$$

Esto es: $(fof)(x) = t(kx) = kx + c$.

Por lo tanto la gráfica de la función afín será un conjunto de puntos colineales, donde k está relacionado con la inclinación con respecto al eje de las abscisas (pendiente) de la recta que los une y la constante c con el punto de intersección de la recta con eje de las ordenadas. Se espera que en este nivel el alumno verifique estos hechos de manera experimental.

Ahora teniendo claro que la función afín es una composición de una función lineal y una función trasladada. Se debe dejar claro que no se espera que el alumno aprenda composición de funciones, pero que aprenda lo procedimental.

2.4 Teoría de Registro Semióticos

Cuando hablamos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática no es una tarea sencilla de abordar, pues para desarrollar una problemática involucra varios saberes y conceptos. Además en cualquier proceso, se busca que el aprendizaje del alumno sea significativo y no una complicación al momento de resolver cualquier desafío, es por ello, que en el objeto matemático de Función Lineal y afín el estudiante debe relacionar los diferentes registros semióticos como el lenguaje natural, algebraico y gráfico para que así sea un aprendizaje eficaz y desarrolle nuevas habilidades.

Es de gran interés destacar que Duval (1999) indica que en la enseñanza del desarrollo de las capacidades del pensamiento matemático del alumno, no es solo la adquisición de algún conocimiento matemático, sino más bien es el interés funcional de diferentes sistema de representaciones que se requieren para la comprensión de todos los conocimientos que el alumno debe adquirir, es desde este análisis la importancia que el alumno tenga un buen manejo de los pasaje de registros para que de este modo se facilite la comprensión y aprendizaje.

El pasaje de un registro a otro algunas veces es natural y otras es complejo, este último caso resulta del fenómeno de no-congruencia donde el registro se hace poco legible según Duval (1999) entre las representaciones de un mismo objeto que proviene de sistemas semióticos diferentes. Además este paso se puede hacer de forma fluida cuando las representaciones son congruentes. Segura (2004).

Se debe mencionar que para realizar cambio de registro de representación semiótica hay dos grandes tipos, la conversión la cual es una transformación de la representación de un objeto en otro y el tratamiento que es la transformación de una representación de un mismo registro Duval (1999).

Partiendo con esas bases es que Segura (2004) afirma que los estudiantes no ejecutan en forma óptima el pasaje del registro verbal al algebraico en un problema que implique una función afín o lineal y pocas veces utilizan el pasaje del registro grafico al algebraico para la resolución de las posibles soluciones de función afín y lineal.

Algunos de los problemas en el paso de registro en el Lenguaje Natural, Algebraico y Grafico, se pudieron identificar en el desarrollo de funciones afín y lineal, los cuales, son los siguientes:

- **Lenguaje Natural**

El principal inconveniente se basa en la comprensión de los enunciados de los problemas para solucionar una función afín y lineal necesariamente este problema requiere la tarea de conversión y para realizarla es importante discriminar del enunciado los objetos pertinentes Duval (1999).

La conversión en este caso es convertir la información dada en el problema de planteo de forma que se pueda aplicar un tratamiento matemático.
La conversión puede ser fácil, difícil o muy difícil esto dependerá que los enunciados no tengan una fácil lectura, por la poca diferencias lingüísticas de esta problemática, se plantea la siguiente pregunta" *¿Por qué tal variación de dificultad en el pasaje del enunciado a la escritura de los tratamientos que permite resolver el problema?"* Duval (1999). Por lo tanto la dificultad no es de cálculo se basa en las tares de conversión.

En la conversión hay una doble dificultad:

i. En el enunciado de un problema de planteo se describe una situación no matemático que se pretende " Modelizar"

ii. Un tipo de tratamiento matemático en parte instanciado por valores matemáticos.

Un ejemplo claro es cuando el alumno no interpreta las variables del enunciado del problema, lo cual le es difícil plantear una ecuación de función afín o lineal que se solicita.

- **Lenguaje Algebraico**

De las diferentes investigaciones realizadas por la revista CLAME (2005) se puedo extraer que en la interacción entre los distintos registros de representaciones semióticas no es espontaneo, donde la interpretación en el lenguaje algebraico es la de mayor dificultad, debido a que los tratamientos son principalmente de algoritmos, es decir, se hace una secuencia de reglas operatorias o de procedimientos, que se establecen en la resolución de una ecuación de primer grado o de una ecuación afín y lineal. A esto se le llama registro mono-funcional. Duval (1999).

Otro problema relevante para mencionar es que los alumnos no comprenden las formulaciones abstractas de una ecuación es por ello que se le dificulta las operaciones básicas aritméticas.

- **Lenguaje Gráfico**

En matemáticas, los gráficos cartesianos se utilizan siempre en el enlace con otro registro propio, a este modo de visualización Duval (1999) lo llama Aprehensión Global Cualitativa, es con esta aprehensión que puede existir una coordinación con el registro de la escritura algebraica y los gráficos cartesianos ya que de este modo se pueden utilizar como una visualización.

Por tanto la forma de ver un gráfico e interpretarlo para el estudiante dependerá del manejo de conceptos matemáticos en el caso de función afín y lineal el aprendizaje previo es de ecuaciones lineales y proporcionalidad directa. También la forma de ver un gráfico tiene estrecha relación con la comprensión del trabajo que realizan los sistemas de representación. Esto quiere decir que no hay relación entre lenguaje natural, algebraico y gráfico.

Duval (1999) menciona que el aprendizaje de las matemáticas es un campo privilegiado para el análisis de actividades cognitivas en particular la contextualización, razonamiento, la resolución de problemas, pues la particularidad del aprendizaje de matemáticas hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistema de representación. Resolviendo la interrogante: ¿Es primordial utilizar varios sistemas semióticos de representación, o al contrario, no es más que un medio oportuno pero secundario para el ejercicio y para el proceso de las actividades cognitivas fundamentales? Primeramente no puede haber comprensión en matemáticas sino se distingue un objeto de su representación. El objeto matemático tiene la particularidad de contar con distintas maneras de representación, como por ejemplo las funciones la cual se puede representar en forma: tabular, gráfica, algebraica o en la forma de un enunciado matemático.

Otro argumento es que Duval (1999) expone que las representaciones mentales como el conjunto de imágenes y de conceptos que un individuo puede tener de un objeto, situación o sobre aquello que asocia. Las representaciones semióticas están constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema de representación, como el caso de una formula al sistema algebraico o a un enunciado a la lengua natural, por lo tanto son el medio que utiliza el individuo para exteriorizar sus representaciones mentales.

Para que un registro pueda ser útil en la actividad matemática deben pertenecer a sistemas semióticos que sean registro de representación, ya que debe existir una trasformación, es decir, de un registro de representación semiótico a otra representación, hay dos grandes tipos de transformaciones: los tratamientos y las conversiones.

El Tratamiento es la trasformación de una representación en el mismo registro en el cual ha sido formado, haciendo solo reglas propias a ese registro. Esta actividad se puede ver en el siguiente ejemplo $y = -2x + 1$ e $y = -2(x - \frac{1}{2})$. Existen reglas de tratamientos propias de cada registro, su naturaleza y número varia de un registro a otro.

La conversión es la transformación de una representación en otra que pertenece a otro registro conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial. Por lo tanto la conversión es una actividad independiente del tratamiento, pero ambas utilizadas en la enseñanza.

Marroquino (2009) menciona que las investigaciones educativas señalan la importancia del uso de varias representaciones en el aula para la formación de conceptos, al respecto Duval (1999) hace referencia a los registros que se desarrollan principalmente en matemáticas: los registros discursivos, no-discursivos, Plurifuncionales y monofuncionales.

Los registros discursivos los cuales permiten describir, inferir, razonar calcular, mientras que los registros no discusivos permiten visualizar lo que nunca es entregado de manera visible.

En los registros Plurifuncionales se utilizan en todos los dominios de la vida cultural y social, son empleados por los alumnos espontáneamente antes de la enseñanza de las matemáticas. Los registros monofuncionales o técnicas, permiten desarrollar algoritmos, es decir, secuencias de reglas operatorias y este registro es recurrentemente utilizado por los profesores en la enseñanza de matemáticas.

Por ende para la compresión de un objeto matemático es necesaria la coordinación de los diferentes registros, ya que con la representación en un solo registro no se podría comprender de manera completa. La movilidad de registro se pone de manifiesto en la articulación entre los diferentes registro de representación semiótica, entre ellos los más usados están el lenguaje natural, escritura algebraica y gráficos.

Son el manejo de estos tres registros de interés para el aprendizaje de las ecuaciones lineales como también de las funciones afines y lineales. Segura (2004) trabajo con los sistemas de ecuaciones lineales presentando en una tabla la movilidad de registros utilizados. Con respecto a la tabla de Segura se hizo una modificación ya que no se visualizaba de manera integral y completa la teoría de registro de representación semiótica y el contenido a trabajar es de función lineal y afín.

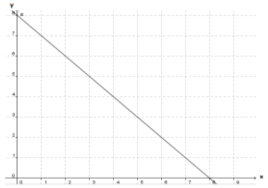
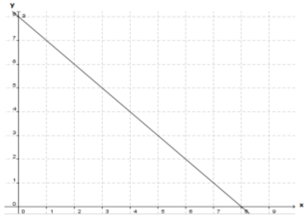
			REPRESENTACIONES		
			Registro verbal	Registro algebraico	Registro grafico
Objeto Matemático	Función Afín y Lineal	Conversión	Si los lados de un rectángulo se alargan 2 centímetros cada uno, el perímetro es de 24 centímetros.	$2(x+2)+2(y+2)=24$	
		Tratamiento	¿Cuántos miden los lados de un rectángulo?	$2(x+2)+2(y+2)=24$ / Factorizando por 2 $2((x+2)+(y+2))=24$ / Aplicando el inverso multiplicativo de 2 que es (1/2) y resolviendo $(x+2)+(y+2)= 12$ / Aplicando propiedad asociativa. $(x+y)+(2+2)=12$ $x+y+4=12$ /Aplicando inverso aditivo de 4 que -4 y resolviendo. $x + y = 8$ / sumando el inverso aditivo de y (-y) $(x +y) -y = 8 – y$ /Aplicando propiedad asociativa $x + (y - y)= 8 - y$ / Propiedad de cancelación $x + 0 = 8 - y$ / Propiedad neutro aditivo $x = 8 - y$	
		Solución	Respuesta: Un lado del rectángulo mide 8 centímetros más que el otro.	$S:\{8-y,y\}$	$S:\{(8-y,y)/y\in R\}$

Tabla N° 1: Modificación de tabla de Segura para el contenido de función Lineal y Afín.

Segura (2004) que se apoya en la teoría de registro de representación de Duval menciona que la función afín y lineal es imprescindible la utilización de diferentes registros semióticos que admiten un tratamiento en cada uno de ellos ya que es una variable fundamental en didáctica, facilitando considerablemente el aprendizaje, pues ofrece procedimientos de interpretación para los estudiante.

Los conceptos teóricos anteriormente mencionados nos muestra la importancia significativa que tiene el uso de las representaciones en la enseñanza de las matemáticas en particular ecuaciones lineales y funciones afín y lineales, pues su finalidad en los estudiantes es que desarrollen la habilidad de manipular los objetos matemáticos en sus diferentes registros.

2.5 Historia de los Planes y Programas

Desde nuestra independencia de 1810 el Estado de Chile se preocupa por la enseñanza. Es por esto que Juan Egaña, este mismo año, propone un proyecto de educación para el Estado de Chile. El 18 de Junio de 1813 se dicta la pieza legislativa sobre educación primaria. A raíz de este impacto Juan Egaña, Camilo Henríquez y Manuel de Salas redactaron un proyecto de un instituto para impartir educación primaria, es ahí donde nace el Instituto Nacional, inaugurado un 10 de Agosto de 1813.

La junta de Educación ofreció instrucciones para todos los ramos que sirvan para la formación eclesiástica, el ciudadano, del magisterio y el arte, industrias, comercio, entre otros, además de poner a disposición todo lo necesario para dictar las instrucciones como aulas, maestros, útiles e instrumentos. Los participantes de las instrucciones mostraban un fervoroso interés por aprender, educar, superarse y ganar el tiempo perdido.

Se dictaban cátedras de primeras letras, doctrinas cristianas, aritmética, latín, religión, dibujo, metafísica pura, ciencias militares y geografía, física experimental, sagrada escritura, filosofía moral, economía política y derechos de la gente, leyes de patrias, medicina, anatomía, botánica y química. A pesar de la ambición de la educación en distintos ámbitos, el espíritu escolástico seguía reinando en el instituto, ya que la mayoría de los maestros eran teólogos. Este plan de estudio rigió durante largos años. Fueron Juan y Mario Egaña, quienes al darse cuenta de la situación que estaba pasando la educación chilena, proponen la división de planes de educación en dos programas, uno científico y otro industrial, pero hubo opositores a esta propuesta “El congreso prestó aprobación a los proyectos de ley que con tal objeto presentó Mario Egaña, en aquel tiempo ministro de Estado. Sin embargo, la verdad era que el país no se hallaba preparado para tales congresos, y los planes de instrucción de Juan Egaña quedaron escrito en el papel como sus proyectos constitucionales” (Amunátegui D., 1836). Este proyecto es rechazado por no tener todo el apoyo político de la época.

Fracasados los proyectos de los hermanos Egaña, la educación continuó ligada a lo espiritual y un rumbo muy colonial.

Pero en 1826 llega un ingeniero francés que es nombrado rector, Carlos Ambrosio Lozier, que introdujo importantes reformas al plan de estudios. Antes de Lozier la enseñanza de las matemáticas era muy rudimentaria, de tal modo que muchos jóvenes se recibían de abogados sin tener conocimiento de la aritmética elemental. Por eso propuso, al ministerio de interior, la creación de diversas asignaturas de matemáticas, obligatorias para todos los alumnos. Además hacía notar que nadie pudiera estudiar economía política sin haber dado pruebas de aritméticas, los dos primeros grados de álgebra y la teoría de proporciones, progresiones y logaritmos.

Como rector del instituto fomentó los estudios literarios matemáticos procuró establecer una base moderna sobre la enseñanza de las ciencias físicas y naturales. A pesar de sus relevantes propuestas al modelo educativo, se vio obligado a retirarse del Instituto, ya que fue acusado de "hereje" y el mismo se convenció que no era capaz de mantener la disciplina entre sus alumnos. Sin embargo, la obra de Carlos Lozier, desnudó el estado de ignorancia y de atraso de la instrucción chilena.

El plan de 1832, llamado el "Plan de Humanidades" dividía lo planes y programas de estudio en cinco secciones: humanista, leyes, medicina, matemática y teología. Este plan mejoró notablemente la sistematización funcional, pero Andrés Bello realiza una gran crítica frente a este plan en diario "El Araucano" y dice textualmente "Entre los ramos que comprende la educación preparatoria, según el artículo segundo se encuentra la lengua griega, que por ahora no tiene objeto en Chile y probablemente no le tendrá muchos años, porque para introducir en un país de las ciencias de puro ornato, es necesario antes que haya establecido las que producen una utilidad real y son indispensables para pasar la enseñanza profesional. Se ha dicho antes la consideración que merece en la instrucción preparatoria el estudio de la física, y el proyecto se ha desentendido de este ramo designado su estudio exclusivamente para los matemáticos y médicos. Es necesario agregar una clase principal que debe durar cuando menos dos años, después del curso de filosofía mental y moral. En la física se dan a los estudiantes las nociones de aritméticas, álgebra y geometría especulativa para que puedan comprender con exactitud las leyes del movimiento los fenómenos de la óptica" (Bello., 1832), por lo que propone otro proyecto de estudio, concentrado en las lenguas castellanas y latín, la ética moral y la física, y algunos elementos de matemáticas, dejando fuera la historia, la geografía, las ciencias biológicas y otras actividades técnicas. Aunque el plan realizado por Marín, Montt y Godoy, que proponía Bello, recibió el beneplácito gubernamental, no se realizó por la falta de maestros.

2.5.1 Aporte de Ignacio Domeyko

En el año 1843 Manuel Montt y Antonio Varas, Andrés Bellos, Domingo Faustino Sarmiento ejercía una gran influencia en la dirección de la enseñanza, pero Don Ignacio Domeyko de origen polaco, educado en colegios europeos, indicaba la enseñanza simultánea de varios ramos, partiendo de la división natural de la educación primaria y segundaria y superior. Decía al respecto "varios estudios que pertenecen a la instrucción universitaria en Europa, como son el derecho, la filosofía, la química, etc., se enseñan aquí en los colegios, o en los mismos establecimientos, donde se juntan las clases casi primarias y faltan algunas esenciales, como por ejemplo las de historia y literatura castellana" (Domeyko, 1838).

Proponía por otra parte, dividir el curso de estudio en seis clases graduales, o seis años, en que la enseñanza de las humanidades se hiciera asociada a la enseñanza de las ciencias simultáneamente y las matemáticas elementales, como electivas.

Después de una disputa con la propuesta de Varas, el 25 de Febrero de 1843 se aprobó el plan de Domeyko que consistía y dividía en:

Tabla 2: Plan de estudio propuesto por Ignacio Domeyko

Plan de estudio : Ignacio Domeyko	
Primer Año	Aritmética.
Segundo Año	Aritmética y Geografía.
Tercer Año	Geometría (la planimetría).
Cuarto Año	Trigonometría, solidometría y aplicaciones de la Geometría al arte del agrimensor.
Quinto Año	Álgebra y Física.
Sexto Año	Geometría Analítica, Geometría Descriptiva y Química.

Este plan marca el comienzo de una leve tendencia científica en los planes y programas educativos del país.

Veinte años después Diego Barros Arana, es nombrado rector del Instituto Nacional, donde introducen importantes reformas en la enseñanza secundaria. Barros Arana notó que la enseñanza de las ciencias y las matemáticas, no ofrecían grandes expectativas a los alumnos, ya que estaban representadas por razonamientos y cálculos incompletos en vez de experiencias en laboratorios.

Por lo que, basado en los modelos pedagógicos europeos, introducen nuevas asignaturas científicas.

Estas innovaciones quedaron formalmente sancionadas por el reglamento de Instituto Nacional, aprobado por el presidente de la república el 5 de Octubre de 1863 y un año más tarde en el plan de estudios para los liceos providenciales.

Diego Barros Arana, en la reforma 1871, promovió la división en dos ciclos del plan de humanidades; el primero con un plan común y el segundo ciclo con un curso de humanidades preparatorias a las carreras liberales; uno con especialidades matemáticas y otro de instrucciones generales para los que no siguieran las carreras superiores.

Años más tarde, 1877, con las firmas de Aníbal Pinto y de su ministro Miguel Luis Amunátegui, se dictaba el 26 de febrero, otro “Plan de estudios para el Instituto Nacional y Liceos provinciales”. Este suprimía algunas asignaturas y daba en cambio mayor importancia al castellano y al aspecto práctico de las ciencias físicas y matemáticas.

En el decreto del 7 de Enero de 1879, firmado por el presidente Aníbal Pino y Joaquín Blest Gana, declara que la Educación secundaria, será costeada por el Estado y que hará por lo menos un establecimiento por provincia. Dentro del programa, la nueva ley reorganizaba la enseñanza superior y secundaria y otorgó atribuciones a la Universidad de Chile para supervisar la educación media y en particular a la facultad de filosofía y humanidades, la obligación de vigilar el cumplimiento de los planes en los liceos, además de preocuparse de la corrección de los textos de estudio que estos utilizaran.

El consejo de instrucción pública elaboró un plan de estudios para los liceos de acuerdo con las disposiciones establecidas en la ley del año 1879. Este llevaba el nombre de "Plan de estudios para colegios nacionales de instrucciones públicas", el 8 de Noviembre de 1880, que firman Aníbal Pinto y Manuel García de la Huerta.

Cabe destacar que es un Plan netamente humanista, a pesar de la inclusión de los ramos científicos que toman con un barniz cultural, no necesarios para grados universitarios, con excepción de las matemáticas, a las que le daba importancia.

En el año 1889, con la llegada de profesores alemanes, se formuló una nueva reforma: El Plan Concéntrico, que se implementará finalmente en 1893. Este plan establecía seis años de formación secundaria y un nuevo sistema de estudios, que agrupaban los ramos para desarrollar un aprendizaje sistemático y progresivo. Además, decretaba un incremento de horas de clases de ciencias físicas y naturales. Al llegar profesores alemanes, austriacos y suizos en la década de 1880, estos se involucraron y cooperaron en la creación del Instituto Pedagógico.

Estos profesionales extranjeros, apoyados por el Instituto Pedagógico confeccionaron los textos y los planes de estudios de ciencias para la enseñanza secundaria. Por ejemplo, los primeros libros de botánica y zoología para liceos fueron elaborados por los profesores alemanes Roman Bonn y Alberto Meyer.

La primera edición de 1899, del texto de botánica para Tercer año de secundaria, titulados Texto para la enseñanza de botánica compuesto según principios metodológicos y la reedición del Texto para la enseñanza de la zoología compuesto según principios metodológicos y biológicos (1902).

En tanto, el alemán Wilhelm Ziegler se incorporó en 1902 al Instituto Pedagógico, dedicando tiempo y trabajo al mejoramiento de la enseñanza de la física en los liceos: incorporó el ramo de Metodológica especial de la física y promovió la instalación de gabinetes del área en los establecimientos.

Años más tarde, se dicta la ley de Educación Primaria obligatoria que asegura cuatros años de escolaridad y entrega supervisión Básica y Media, el 26 de agosto de 1920.

W. Ziegler en 1924 modificó y editó los tres tomos de su obra titulada Física Experimental, para ser usada en los liceos chilenos. En 1925 se editó el texto Compendio de la teoría de la evolución orgánica para el uso de colegios, de Theo Drathen, sacerdote alemán contratado por la Congregación del Verbo Divino para ejercicio en la Educación Científica en la Enseñanza Secundaria (1893-1950).

2.5.2 La Reforma Estructural de Frei Montalva

Al pasar los años, el propósito de los gobiernos de Jorge Alessandri (1958-1964) y Eduardo Frei Montalva (1964-1970) era la de tomar desafío, enfrentar las demandas sociales por mayor cobertura educacional, y el aumento de expectativas relacionadas a la trayectorias escolares más largas por clases sociales, antes excluidas. En el año 1965 el gobierno de Eduardo Frei Montalva, junto a su ministro de educación se promulga una reforma cualitativa de la educación que aborda la elaboración de nuevos planes y programas de estudios y la selección de métodos activos de aprendizajes.

La nueva reforma establece el aumento de la enseñanza obligatoria a ocho años, la educación básica se aumenta en dos años, quedando de primero a octavo básica. La educación media pasa a tener cuatro años de primero a cuarto medio, incluyendo en ella educación científica humanista y técnico – profesional, teniendo el primer y segundo Año Medio Planes Comunes para una posterior elección en Tercero y Cuarto Medio ligada a lo científico, humanista o técnico, los cuales son de carácter obligatorio y gratuito.

Tabla 3: Plan de estudios. Distribución porcentual de horas de clases. (Educación Media Humanístico – Científico)

			3°		4°	
Asignaturas / Áreas	1°	2°	Letras y Ciencias Sociales.	Ciencias Naturales y Matemática.	Letras y Ciencias Sociales.	Ciencias Naturales y Matemática.
Idioma Nacional	9	9	11	9	9	11
Ciencias Sociales e Históricas	12,5	12,5	31	21 (2)	21 (2)	31
Ciencias Naturales	16	16	17 (1)	36	36	17 (1)
Matemática	12,5	12,5	6 (1)	12	12	6 (1)
Idiomas Extranjeros	22	22	17	18	18	17
Educación Física y Estética	19	19	20 (1)	18 (2)	18 (2)	20 (1)
Orientación	3	3	3	3	3	3
Actividades Prácticas (técnicas especiales)	6	6	6 (1)	6 (2)	6 (2)	6 (1)
TOTAL %	100	100	100	100	100	100
Horas por semana	32	32	35	37	37	35
Horas anuales	960	960	1.050	1.050	1.050	1.050

(Adaptación Unesco 1976)

(1) Asignaturas electivas. El alumno debe escoger tres asignaturas: dos entre las área de Ciencias Naturales (Biología, Química, Física) y matemática, y una entre las de Educación musical y Técnicas.

(2) Asignaturas electivas. El alumno debe escoger una asignatura entre Filosofía, educación musical y Técnicas especiales.

Los programas de estudios de las asignaturas de los niveles básicos y medio fueron preparados por especialistas determinados por el Ministerio de Educación, para su posterior aprobación y publicación.

El golpe de estado de 1973, interrumpe el proyecto constitucional, republicano, liberal y democrático iniciado desde la independencia en 1810. La institucionalidad educativa se vio afectada por cambios, que distanciaban progresivamente la defensa del derecho a la educación de la población, rompiendo así, con el sistema democratizante ascendente del sistema educativo. Se derivó la gestión educativa pública a los alcaldes y directores educativos. Se crea el Departamento de Administración y Educación Municipal (DAEM). Se promovió la creación de establecimientos privados, quienes poseían mínimos requisitos para su ingreso al sistema.

La reforma de 1990 pretende afectar paulatinamente y en su forma global todas las dimensiones del sistema: la forma de enseñar y aprender, los contenidos de la educación, la gestión de los servicios educativos, aumento e implementación de insumos y materiales educativos, entre otros.

La reforma educacional apuntaba a:

a. Programas de mejoramiento e innovación pedagógica.
b. La renovación curricular.
c. Desarrollo profesional docente.
d. Jornada Escolar Completa.

El 10 de marzo de 1990 el régimen militar promulgó la Ley Orgánica Constitucional de Enseñanza (LOCE), que en materia curricular fijó la descentralización del currículum. Creando así establecimientos municipales, particulares subvencionados y particulares pagados. Se basa, en la libertad de particulares subvencionados y particulares pagados. Se basa, en la libertad de enseñanza, es decir, que cualquier particular pueda establecer con un establecimiento educacional (Peña, 2008).

La LOCE estableció que el Ministerio debía definir un marco de Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, a partir de cual lo establecimientos escolares tendrían la libertad de formular y aplicar sus propios planes y programas de estudio. Los que así no lo hicieran, deberían aplicar la LOCE y crea un organismo público, independiente del Ministerio, el Consejo Superior de Educación, que posee entre sus funciones la de ser la instancia final de aprobación o rechazo del marco curricular del sistema escolar propuesto por el Ministerio de Educación (UNESCO, 2000).

La renovación curricular comenzó a realizar cambios en el diseño de un nuevo marco curricular de Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos promulgados a comienzos de 1996 para la Educación Básica y en 1998 para la Educación Media. A partir de ellos, los establecimientos educacionales pueden diseñar sus propios Planes y Programas de Estudio o adscribirse a los que formula el Ministerio de Educación.

2.5.3 La enseñanza Básica 1996

De acuerdo al mandato de la LOCE, en Enero 1996 se promulgaron los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF/CMO) para la Educación Básica. Con ello se dio un paso fundamental en la actualización de la estructura y contenidos curriculares correspondientes a este nivel.

Para la Educación Básica se definieron los siguientes sectores de aprendizajes, obligatorios para todos los alumnos:

- Lenguaje y comunicación.
- Matemática.
- Ciencias.
- Tecnología.
- Artes.
- Educación Física.
- Religión.
- Orientación.

2.5.4 La Enseñanza Media 1998

La propuesta ministerial de OF- CMO modifica sustantivamente la organización curricular, al organizar los Objetivos y Contenidos en dos grandes conjuntos: La Formación común y la formación Diferenciada, dividida ésta última en dos modalidades; Humanístico-Científica y Técnico- Profesional. Se propone que la Formación Común ocupe todo el horario de los primeros años de la Educación Media y que se prolongue, en menor proporción a lo largo de los siguientes dos años finales, previa opción de los estudiantes al terminar segundo año, por alguna de las dos modalidades ofrecidas. Es terminar el segundo año, por alguna de las dos modalidades ofrecidas. Es significativo el hecho que la elección se haga en ese tramo, a una edad normal de quince años y no al término del básico y una edad normal de trece, como ocurre hasta ahora (UNESCO, 2000).

La reforma propone importantes reorientaciones al interior de la Formación Común y la formación diferenciada, rompiendo la actual estructura bi-modal de enseñanza humanístico-científica, orientada de hecho a la educación superior, y la técnico-profesional, pretendiendo el ingreso directo a empleos. La formación Común que se diseñó incluye nueve sectores de aprendizaje, algunos de los cuales se desagregan en subsectores, dando lugar a un esquema de trece agrupaciones disciplinarias, en la siguiente forma:

- Sector de Lenguaje y Comunicación.
    - Subsector: Lengua Castellana y Comunicación.
    - Subsector: Idioma Extranjero.

- Sector de Matemáticas.

- Sector de Historia y Ciencias Sociales.

- Sector de Filosofía y Psicología (sólo en Tercero y Cuarto Año).

- Sector de Ciencias Naturales.
  - Subsector de: Biología
  - Subsector de: Química.
  - Subsector de: Física.
- Sector de Tecnología (Sólo en Primero y Segundo Año)
- Sector de Educación Artística.
  - Subsector: Artes Visuales.
  - Subsector: Música.
- Sector de Educación Física.
- Sector de Religión.

2.5.5 Ley General de Educación

La LGE, Ley General de Educación, nace como respuesta a las masivas protestas escolares, tanto secundarios como universitarios, ocurridas a lo largo 2006. Esta nueva ley deroga la antigua LOCE, establecida en 1990. Luego de dos años de espera en el parlamento, fue publicada en diario oficial 12 de Septiembre 2009, durante el gobierno de Michelle Bachelet.

Actualmente se están realizando cambios a la Bases Curriculares, los que se han implementado a lo largo de su creación, comenzando con los primeros cursos de primer a sexto año de la Educación básica el 2012 y 2013 según bases curriculares de 2013.

Las nuevas Bases Curriculares de Séptimo Básico a Segundo Año de Enseñanza Media (2013). La implementación de estas se realizará de la siguiente manera: Séptimo y Octavo Año Básico el año 2016, Primer Año de Enseñanza Media 2017 y Segundo Año de Enseñanza Media 2018.

Tabla 4: Unidad de currículum y evaluación vigencia de documentos curriculares 2015

Primer a Sexto Año de Enseñanza Básica

Asignaturas	Decreto Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Lenguaje y comunicación - Matemática. - Historia, geografía, ciencias sociales. - Ciencias Naturales. - Idioma Extranjero: Inglés	N° 439/2012	N° 2960/ 2012	N° 2960/2012
- Artes visuales. - Artes musicales. - Educación Física y Salud. - Tecnología. - Orientación.	N° 433/2012	N° 2960/2012	N°2960/2012

Séptimo y Octavo Año de Enseñanza Básica

Asignaturas	Decreto Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Lenguaje y comunicación - Matemática. - Historia, geografía, ciencias sociales. - Ciencias Naturales. - Idioma Extranjero: Inglés	N° 256/2009	N° 1363/ 2011	N° 1363/2011
- Artes visuales. - Artes musicales. - Educación Física y Salud. - Tecnología. - Orientación.	N° 240/1999	N° 481/2000 N° 92/ 2002	N° 1363/2011

Primer y Segundo Año de Enseñanza Media

Asignaturas	Decreto Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Lenguaje y comunicación - Matemática. - Historia, geografía, ciencias sociales. - Biología, Química y Física. - Idioma Extranjero: Inglés	N° 254/2009	N° 1358/ 2011	N° 1358/2011
- Artes visuales. - Artes musicales. - Educación Física y Salud. - Tecnología. - Idioma Extranjero: Francés	N° 220/1998	N° 77/1999 N° 83/2000 N°169/2003	N°1358/2011

Tercer y Cuarto Año de Enseñanza Media, Formación General

Asignaturas	Decreto Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Lenguaje y comunicación - Matemática. - Historia, geografía, ciencias sociales. - Biología, Química y Física. - Idioma Extranjero: Inglés	N° 254/2009	N° 254/ 2009	N° 27/2001 y sus modificaciones N° 102/2002 N°459/2002
- Artes visuales. - Artes musicales. - Educación Física y Salud. - Tecnología. - Idioma Extranjero: Francés	N° 220/1998	N° 27/2001 y sus modificaciones N° 102/2002 N°459/2002	N°27/2001 y sus modificaciones N°102/2002 N°459/2002

Educación plan Diferenciado Técnico Profesional

Especialidad	Decreto Marco/ Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Todas las especialidades	N° 220/1998 N°254/2009	N° 27/2001 y sus modificaciones N° 439/2002	N° 27/2001 y sus modificaciones N° 102/2002 N°459/2002

Educación Media Plan Diferenciado Humanista- Científico.

Especialidad	Decreto Marco/ Base	Decreto Programa de Estudio	Decreto Plan de estudio
- Todas las Asignaturas	N° 220/1998 N°254/2009	N° 128/2001 N° 344/2002 N° 169/2003 N° 626/2003 N°1122/2005	N° 27/2001 y sus modificaciones N° 102/2002 N°459/2002

(Adaptación MINEDUC, 2014)

Los establecimientos Educacionales de Enseñanza Media humanista- científico que no estén adscritos al régimen de Jornada Escolar Completa Diurna, tendrán como mínimo 36 horas de clases semanales y los que están adscritos a ella, tendrán además, 6 horas de libre disposición con un total de 42 horas semanales.

Para todos los efectos de la organización y desarrollo de actividades educativas, las horas pedagógicas tendrán una duración de 45 minutos.

Tabla 5: Plan de estudio 1° Año de Enseñanza Media. (Para establecimiento con JEC, Jornada Escolar Completa)

	Sector	**N° mínimo de horas semanales**
	Lenguaje y Comunicación	6
	Idioma Extranjero Inglés	4
	Matemática	7
	Biología	2
	Física	2
	Química	2
	Historia, Geografía y Ciencias Sociales.	4
	Educación Tecnológica	2
	Artes Visuales o Artes Musicales.	2
	Educación Física	2
	Religión	2
	Orientación	1
Total tiempo mínimo de trabajo en los sectores obligatorios		36
Tiempo Libre disposición		6
Total tiempo mínimo de trabajo semanal		42

2.6 Constructivismo

Cuando hablamos de corrientes pedagógicas durante nuestra vida escolar y universitaria; instituciones, docentes y textos se han esforzado por intentar de una manera u otra de realizar de manera efectiva las clases desde una mirada constructivista, cosa que en áreas como la ciencias naturales por ejemplo se hace un poco más sencillo en los primeros años de escolaridad, pero dada la realidad de nuestra disciplina, y a medida que esta avanza en los contenidos estos se van volviendo cada vez más abstractos o complicados de "aterrizar" quedando plasmados en las pizarras con una barreras conductitas muy difíciles de derribar. Por lo que visualizar el cómo se generan Aprendizajes Significativo.

Cuando nos referimos al constructivismo los mayores exponentes que nos encontraremos serán Piaget, Vygotsky y Bruner.

Antes de analizar las individualmente los mayores exponentes, revisaremos un cuadro comparativo entre el Conductismo y el Constructivismo.

Tabla 6: Cuadro Comparativo entre Conductismo y Constructivismo

CONDUCTISMO	CONTRUCTIVISMO
Autores: Watson, Pavlov, Skinner.	**Autores:** Piaget, Vygotsky, Ausubel
Aprendizaje como resultado de la asociación que se produce por la intervención del refuerzo Estímulo – Respuesta.	**Aprendizaje** como resultado de un proceso de construcción y reconstrucción de significados.
Aprender es lograr cambios observables y medibles de la conducta.	**Aprender** es lograr modificar y enriquecer esquemas de pensamiento preexistentes
El **Alumno** es una caja negra, biológica, pasiva, que responde a estímulos.	El **alumno** construye su conocimiento, lo va generando, partiendo de estructuras cognitivas más simples, a otras más complejas, en un movimiento espiralado. Cada estadio nuevo abarca al anterior (Pensamiento intuitivo, sensorial motriz, concreto, abstracto)
Modelo aplicado a mediados del siglo XX.	**Modelo** aplicado desde fines del siglo XX.
Currículum como plan de instrucción, cerrado y obligatorio, todos aprenden por igual. Enseñanza tipo enciclopedista.	Currículum como proceso y resolución de problemas. Abierto, flexible, sujeto a investigación permanente. Enseñanza basada en situaciones de problemáticas.
Obligación de cumplir con el programa.	La enseñanza está subordinada al aprendizaje.
Evaluación: medición de resultados-producto, como antes evaluables, medibles y cuantificables.	**Evaluación:** continua y permanente de los procesos.
Rol del docente: protagónico, conduce, guía, instruye. Entrega el saber	**Rol del docente**: facilitador, orientador intermediario en el proceso. Comparte el saber. El alumno es el protagonista.
Rol del alumno: pasivo, mero receptor del saber.	**Rol del alumno:** Protagonista. Activo constructor de su propio aprendizaje.

(Adaptación de E. Dalle, 2010)

2.6.1 La teoría de Piaget sobre el Desarrollo Cognitivo

Unos de los grandes exponentes del constructivismo es Piaget, y su teoría es una de las más difundidas, nombrándolo como el padre del constructivismo. Pero hay que dejar en claro que la Teoría de Piaget, no es desde un punto de vista educativo, sino una mirada psicológica, por lo que hay que tener cuidado al momento de obtener conclusiones, ya que si bien habla de la psicología, no habla del comportamiento de un estudiantes desde la etapa escolar, sino cómo evolucionan sus esquemas y su conocimiento a lo largo de diferente edades.

Unas de las nociones que más se relaciona con el aporte de Piaget son los que él denomina estadios de desarrollo cognitivo, donde cada estadio indica el nivel de capacidad de aprender conocimientos nuevos de un individuo a lo largo de la vida. El cual se puede resumir en la siguiente tabla:

Tabla 6: Estados del Desarrollo Cognitivo de J. Piaget

Estados del Desarrollo Cognitivo	
Sensoriomotor (0-2 años)	Inteligencia Práctica: permanencia del objeto de adquisición de los esquemas medios –fines. Aplicación de esquema a la aplicación de problemas prácticos.
Subperíodo preoperatorio (2-7 años)	Mayor objetivación de las creencias. Progresivo dominio de las tareas operacionales concretas (Seriación, clasificación, entre otras.)
Operacional Concreto (7-11 años)	Transición de los esquemas prácticos a las representaciones. Manejo frecuente de los símbolos. Uso frecuente de creencias subjetivas; animismo, realismo, artificialismo. Dificultad para resolver tareas lógicas y matemáticas.
Sub período de las operaciones concretas (7 – 12 años)	Capacidad para formular y comprobar hipótesis y aislar variables. Formato representacional y no solo real o concreto. Considera todas las posibilidades de la relación entre efectos y causas.
Operacional Formal (12-15 años y vida adulta)	Utiliza una cuantificación relativamente compleja (proporción, probabilidad, entre otras.)

Adaptación de Mario Carretero (1993)

Podemos apreciar que Piaget percibe el Aprendizaje cognitivo desde el punto de vista de la persona, al que llamaremos Enfoque Psicométrico.

2.6.2 Teoría Sociocultural de Vygotsky

Un segundo autor de vital relevancia en el constructivismo es Vygotsky, el cual a diferencia de Piaget, plantea que el ser humano es un ser social y por ello es que el aprendizaje se lleva a cabo cuando está en compañía de otro.

Es decir, crear conocimiento a través de interacciones de los factores internos (Cognitivos) y factores extremos (entorno biológico y sociocultural). Se entiende el aprendizaje como una construcción social del conocimiento, fundamentada en la interrelación de los estudiantes y de éstos con el ambiente que nos rodea. (Silva C.2011).

Con esto nos damos cuenta que el desarrollo de los aprendizajes, entonces, queda condicionado por la cultura del lugar de donde nacemos, y por la sociedad que nos rodea, así los conocimientos generados serán el reflejo del mundo extremo influenciado por la cultura, creencia, el lenguaje, el modelamiento, las creencias, la enseñanza directa y las relaciones con los demás.

Este pensamiento crea la Teoría sociocultural, el cual tiene alta relevancia en la educación, donde el aprendizaje tiene una interpretación audaz. Sólo en un contexto social se logra aprendizaje significativo.

Vygotsky es el primero que habla de aprendizaje significativos, pero Ausubel quien será el principal exponente en este ámbito, ya que propone que para generar aprendizaje significativos son necesarios lo que él denomina Organizadores Previos.

2.6.3 Ausubel y la Teoría de los Organizadores Previos

Para Ausubel (2000) lo que más incide en el estudiante a la hora de lograr un nuevo aprendizaje, es precisamente lo que ya sabe. Y para él, el aprendizaje es la interacción y la organización del nuevo contenido con la estructura cognitiva del alumno.

Las nuevas ideas y conceptos pueden ser aprendidas y retenidas siempre y cuando existan, conceptos ideas o proposiciones relevantes e inclusivas que estén eficientemente claros, para que funcionen como "anclero" para nuevos conceptos, ideas o proposiciones.

Este anclero o percha, sirve como punto de relación o unión de conceptos ya sabidos con conceptos nuevos, para así, asegurar el aprendizaje, y así sea efectivamente duradero, es decir significativo.

Ahora, podemos encontrarnos el momento en el que este anclero o percha de conceptos no exista previamente, por lo que en este caso se hace uso de lo que Ausubel denomina organizadores previos. Que viviría como un anclero o percha temporal para que así se puedan agregar los nuevos conocimientos.

Ausubel propone el uso de Organizadores Previos para así intencionalmente manipular la estructura cognitiva y así lograr aprendizajes significativos. Pero ¿Qué son los Organizadores Previos?

Los organizadores Previos son elementos y conceptos introductorios que van antes del material de aprendizaje en sí, que se presentan a un nivel más alto de abstracción, generalidad e inclusividad. Ya que para Ausubel la función del organizador previo tiene por relacionar lo que el estudiante ya sabe con lo que debía saber, para así el nuevo concepto sea aprendido de manera significativa. El estudiante no sabe conocimientos nuevos pueden relacionarse con lo que ya sabe, debido a que estos conocimientos están formulados en otra área del conocimiento, por lo que al realizar la comparación entre los conocimientos ya sabidos y los nuevos, se genera el aprendizaje significativo.

Los organizadores previos deben tener ciertas características:

- Identificar el contenido relevante en la estructura cognitiva y explicar la relevancia de ese contenido para el aprendizaje de nuevo material.
- Dar una visión general del material en un nivel más alto de abstracción, desatacando las relaciones importantes.
- Proveer elementos organizacionales inclusivos que tengan en cuenta, con una eficiencia superior y destaquen mejores el contenido específico del nuevo material, o sea, promover un contexto ideal que pueda ser usado para asimilar significativamente nuevos conocimientos.

Hay que denotar que el organizador previo para Ausubel es aquel material destinado a enlazar conocimientos nuevos específicos o varios que estén muy relacionados entre sí, de lo contrario Ausubel (1980) propone que si el material está destinado para relacionar más de un contenido este se denominará Pseudo- Organizador previo.

Finalmente según Coll (1997) es posible distinguir 4 tipos de constructivismo: El inspirador por la teoría genética de Piaget. El de las teorías de aprendizajes significativo de los organizadores previos y la asimilación propuesto por Ausubel, el inspirador de la psicología cognitiva que deriva de la teoría Sociocultural propuesta por Vygotsky, y Bruner, con su método constructivista centrado en el individuo, en sus experiencias previas, de las que realiza construcciones mentales que considera que la construcción se produce cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (Piaget), cuando esto lo realiza en interacción con otros (Vygotsky), y cuando este es significativo para el sujeto (Ausubel).

2.7 Aprendizajes Significativos

2.7.1 Introducción y contextualización del Aprendizaje Significativo

La teoría del aprendizaje significativo es una teoría psicológica que se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender. Pero desde esa perspectiva no trata temas relativos a la psicología misma ni desde un punto de vista general, ni desde la óptica del desarrollo, sino que pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación (Ausubel, 1976). Es una teoría de aprendizaje porque ésa es su finalidad. La Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo.

Pozo (1989) considera la Teoría del Aprendizaje Significativo como una teoría cognitiva de reestructuración; para él, se trata de una teoría psicológica que se construye desde un enfoque organicista del individuo y que se centra en el aprendizaje generado en un contexto escolar. Se trata de una teoría constructivista, ya que es el propio individuo-organismo el que genera y construye su aprendizaje.

2.7.2 Origen de la Teoría de aprendizaje Significativo

El origen de la Teoría del Aprendizaje Significativo está en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social (Ausubel, 1976). Dado que lo que quiere conseguir es que los aprendizajes que se producen en la escuela sean significativos, Ausubel entiende que una teoría del aprendizaje escolar que sea realista y científicamente viable debe ocuparse del carácter complejo y significativo que tiene el

Aprendizaje verbal y simbólico. Así mismo, y con objeto de lograr esa significatividad, debe prestar atención a todos y cada uno de los elementos y factores que le afectan, que pueden ser manipulados para tal fin.

2.7.3 Perspectivas del Aprendizaje Significativo

2.7.3.1 Perspectiva ausubeliana

El aprendizaje significativo es el proceso según el cual se relaciona un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva del que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal. Esa interacción con la estructura cognitiva no se produce considerándola como un todo, sino con aspectos relevantes presentes en la misma, que reciben el nombre de subsumidores o ideas de anclaje (Ausubel, 1976, 2002; Moreira, 1997). La presencia de ideas, conceptos o proposiciones inclusivas, claras y disponibles en la mente del aprendiz es lo que dota de significado a ese nuevo contenido en interacción con el mismo (Moreira, 2000). Pero no se trata de una simple unión, sino que en este proceso los nuevos contenidos adquieren significado para el sujeto produciéndose una transformación de los subsumidores de su estructura cognitiva, que resultan así progresivamente más diferenciados, elaborados y estables.

Pero aprendizaje significativo no es sólo este proceso, sino que también es su producto. La atribución de significados que se hace con la nueva información es el resultado emergente de la interacción entre los subsumidores claros, estables y relevantes presentes en la estructura cognitiva y esa nueva información o contenido; como consecuencia del mismo, esos subsumidores se ven enriquecidos y modificados, dando lugar a nuevos subsumidores o ideas-ancla más potentes y explicativas que servirán de base para futuros aprendizajes.

Para que se produzca aprendizaje significativo han de darse dos condiciones fundamentales:

- Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, predisposición para aprender de manera significativa.

- Presentación de un material potencialmente significativo. Esto requiere: Por una parte, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustantiva; Y, por otra, que existan ideas de anclaje o subsumidores adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material nuevo que se presenta.

Atendiendo al objeto aprendido, el aprendizaje significativo puede ser *representacional*, *de conceptos* y *proposicional*. Si se utiliza como criterio la organización jerárquica de la estructura cognitiva, el aprendizaje significativo puede ser *subordinado*, *superordenador* o *combinatorio*.

Para Ausubel lo que se aprende son palabras u otros símbolos, conceptos y proposiciones. Dado que el aprendizaje representacional conduce de modo natural al aprendizaje de conceptos y que éste está en la base del aprendizaje proposicional, los conceptos constituyen un eje central y definitorio en el aprendizaje significativo.

A través de la asimilación se produce básicamente el aprendizaje en la edad escolar y adulta. Se generan así combinaciones diversas entre los atributos característicos de los conceptos que constituyen las ideas de anclaje, para dar nuevos significados a nuevos conceptos y proposiciones, lo que enriquece la estructura cognitiva. Para que este proceso sea posible, hemos de admitir que contamos con un importantísimo vehículo que es el lenguaje: el aprendizaje significativo se logra por intermedio de la verbalización y del lenguaje y requiere, por tanto, comunicación entre distintos individuos y con uno mismo.

En la programación del contenido de una disciplina encaminada a la consecución de aprendizajes significativos en el alumnado han de tenerse en cuenta cuatro principios (Ausubel, 1976): *diferenciación progresiva*, *reconciliación integradora*, *organización secuencial* y *consolidación*.

Este primer apartado se ha destinado a una breve revisión del constructo de aprendizaje significativo en la perspectiva ausubeliana. Se han abordado su definición, las condiciones en las que se produce, los principios y procesos que lo caracterizan, los tipos, la aparición de los conceptos, su facilitación y el papel que tiene el lenguaje en todo ello.

2.7.3.2 Aportaciones al constructo

El tiempo trascurrido desde que surgió el constructo aprendizaje significativo ha sido mucho. Llama la atención su perdurabilidad, sobre todo si tenemos en cuenta que nos movemos en el ámbito de un conjunto de disciplinas científicas consideradas jóvenes, que evolucionan y cambian a gran velocidad. Probablemente la clave de "su éxito" está en que aparentemente es un constructo simple a la mano de todos los docentes y diseñadores del currículum, pero de una extraordinaria complejidad y, sobre todo, insuficientemente comprendido (Novak, 1998), lo que dificulta su aplicación a contextos concretos (tanto curriculares como docentes, en el aula).

Con el ánimo de profundizar en su significado son varios los investigadores que han ido enriqueciendo el constructo, aportando matices y modos de utilizarlo. Lo que sigue no es una revisión exhaustiva a este respecto, sino tan sólo algunas aportaciones que han resultado significativas como reflexiones necesarias que mejoran su entendimiento y amplían sus horizontes, lo que le garantiza una vida mucho más larga.

a. Aprendizaje significativo: pensamiento, sentimiento y acción

Aprendizaje significativo es también el constructo central de la Teoría de Educación de Novak (1988, 1998). Ya Ausubel (1976, 2002) delimita el importante papel que tiene la predisposición por parte del aprendiz en el proceso de construcción de significados, pero es Novak quien le da carácter humanista al término, al considerar la influencia de la experiencia emocional en el proceso de aprendizaje. *"Cualquier evento educativo es, de acuerdo con Novak, una* ***acción*** *para intercambiar* ***significados*** *(pensar) y* ***sentimientos*** *entre el aprendiz y el profesor*" (Moreira, 2000 a, pág. 39/40). La negociación y el intercambio de significados entre ambos protagonistas del evento educativo se constituyen así en un eje primordial para la consecución de aprendizajes significativos. Otra aportación muy importante de Novak son los mapas conceptuales.

b. Aprendizaje significativo: significados y responsabilidades compartidos

Según Ausubel (2002), aprender significativamente o no forma parte del ámbito de decisión del individuo, una vez que se cuenta con los subsumidores relevantes y con un material que reúne los requisitos pertinentes de significatividad lógica. El papel del sujeto ya es destacado, tanto por Ausubel como por Novak, como acabamos de ver. La idea de aprendizaje significativo como proceso en el que se comparten significados y se delimitan responsabilidades está, no obstante, desarrollada en profundidad en la Teoría de Educación de Gowin (1981).

"Ausubel (1978, p.86) define conceptos como *"objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos criteriales comunes y se designan, en una cultura dada, por algún signo (...) aceptado"* (Moreira, 2000 a, pág. 21).

Como elementos de un evento educativo, el profesor, el aprendiz y los materiales educativos del currículum constituyen un eje básico en el que, partiendo de éstos últimos, las personas que lo definen intentan deliberadamente llegar a acuerdos sobre los significados atribuidos. *"La enseñanza se consuma cuando el significado del material que el alumno capta es el significado que el profesor pretende que ese material tenga para el alumno."* (Gowin, 1981, pág. 81). Gowin también aporta un instrumento de meta aprendizaje: la V heurística o epistemológica.

c. Aprendizaje significativo: un constructo subyacente

Aprendizaje significativo puede considerarse una idea suprateórica que resulta compatible con distintas teorías constructivistas, tanto psicológicas como de aprendizaje, subyaciendo incluso a las mismas (Moreira, 1997). Es posible, por ejemplo, relacionar la asimilación, la acomodación y la equilibración piagetianas con el aprendizaje significativo; se pueden también correlacionar los constructos personales de Kelly con los subsumidores; cabe interpretar la internalización Vygotskyana con la transformación del significado lógico de los materiales en significado psicológico, lo mismo que es destacable el papel de la mediación social en la construcción del conocimiento; podemos también concluir que el aprendizaje será tanto más significativo cuanto mayor sea la capacidad de los sujetos de generar modelos mentales cada vez más explicativos y predictivos.

d. Aprendizaje significativo: un proceso crítico

El aprendizaje significativo depende de las motivaciones, intereses y predisposición del aprendiz. El estudiante no puede engañarse a sí mismo, dando por sentado que ha atribuido los significados contextualmente aceptados, cuando sólo se ha quedado con algunas generalizaciones vagas sin significado psicológico (Novak, 1998) y sin posibilidades de aplicación. Es crucial también que el que aprende sea crítico con su proceso cognitivo, de manera que manifieste su disposición a analizar desde distintas perspectivas los materiales que se le presentan, a enfrentarse a ellos desde diferentes puntos de vista, a trabajar activamente por atribuir los significados y no simplemente a manejar el lenguaje con apariencia de conocimiento (Ausubel, 2002). Nuevamente es Moreira (2000) quien trata de modo explícito el carácter crítico del aprendizaje significativo; para ello integra los presupuestos ausubelianos con la enseñanza subversiva que plantean Postman y eingartner (1969, citados por Moreira, 2000 b). Al identificar semejanzas y diferencias y al reorganizar su conocimiento, el aprendiz tiene un papel activo en sus procesos de aprendizaje. Como Gowin plantea, ésta es su responsabilidad, y como Ausubel señala, depende de la predisposición o actitud significativa de aprendizaje. Esta actitud debe afectar también a la propia concepción sobre el conocimiento y su utilidad. Debemos cuestionarnos qué es lo que queremos aprender, por qué y para qué aprenderlo y eso guarda relación con nuestros intereses, nuestras inquietudes y, sobre todo, las preguntas que nos planteemos.

2.7.3.3 Perspectiva de la Psicología Cognitiva.

El avance en la psicología cognitiva ha sido espectacular y son muchas las teorías psicológicas y de aprendizaje que se nos ofrecen para comprender cómo se produce y cómo se facilita la cognición. La Teoría del Aprendizaje Significativo es una de ellas y ya tiene cuarenta años de historia. En tiempos recientes han surgido otras teorías psicológicas que tratan los procesos implicados en la cognición, cuyo objetivo es facilitar una mejor comprensión de los mismos. Es imposible en este espacio abordarlas todas; se ha optado por seleccionar dos de ellas, la Teoría de los Modelos Mentales (Johnson-Laird 1983) y la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud 1996) porque conjuntamente ofrecen un marco de referencia que apoya consistentemente los presupuestos, principios, condiciones y características expresados por Ausubel (1973, 1976, 2002) en la Teoría del Aprendizaje Significativo. Para ello se explican a continuación brevemente ambas teorías; se analiza una visión conjunta de las mismas para, posteriormente, correlacionar la propuesta ausubeliana con la posición de Vergnaud. Con este bagaje se discute, finalmente, el aprendizaje significativo desde este enfoque cognitivo más actual.

a. La Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird

Modelos mentales como forma de analizar las representaciones se ha convertido en la referencia actual. La investigación educativa ha mostrado la necesidad de abordar el conocimiento desde un enfoque psicológico.
Surgen, así, los modelos mentales como mecanismo para comprender el modo según el cual se interpreta el mundo; una de esas posibilidades la ofrece la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (1983, 1996).

Se trata de una teoría de la mente adecuada explicativamente porque atiende tanto a la forma de la representación (proposiciones, modelos mentales e imágenes) como a los procedimientos que permiten construirla y manipularla: mente computacional, procedimientos efectivos, revisión recursiva y modelos mentales (Johnson-Laird, 1983, 1996) y todo ello construido sobre la base de un lenguaje mental propio, que da cuenta tanto de la forma de esa representación como de los procesos que con ella se producen. Esa representación trabaja sobre un contenido al que de este modo se le asigna significado (Rodríguez, Marrero y Moreira, 2001; Rodríguez, 2003 b). Johnson-Laird plantea que ante la imposibilidad de aprehender el mundo directamente, la mente construye representaciones internas que actúan como intermediarias entre el individuo y su mundo, posibilitando su comprensión y su actuación en él. Según él, el razonamiento se lleva a cabo con modelos mentales, la mente humana opera con modelos mentales como piezas cognitivas que se combinan de diversas maneras y que "re-presentan" los objetos y/o las situaciones, captando sus elementos y atributos más característicos. Pero esos modelos mentales se construyen y en ellos se pueden utilizar otras representaciones: proposiciones e imágenes. Con el constructo "modelo mental" Johnson-Laird postula una representación integradora. El autor nos está diciendo que la persona usa representaciones internas que pueden ser proposiciones, modelos mentales e imágenes. "*Las representaciones proposicionales son cadenas de símbolos que corresponden al lenguaje natural. Los modelos mentales son análogos estructurales del mundo y las imágenes son modelos vistos desde un determinado* *punto de vista".* (Johnson-Laird, 1983, pág. 165). Los modelos mentales y las imágenes constituyen lenguajes de alto nivel, ya que son analógicas, mientras que las proposiciones no, por ser representaciones discretas, abstractas, rígidas, adquiriendo sus condiciones de verdad a la luz de un modelo mental; las proposiciones como tales son representaciones no analógicas.

b. La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud

La construcción teórica de Vergnaud es una teoría psicológica que atiende a la complejidad cognitiva; se ocupa de los mecanismos que conducen a la conceptualización de lo real. El objeto que persigue Vergnaud (1996) es entender cuáles son los problemas de desarrollo específicos de un campo de conocimiento. Ese conocimiento lo aprehende el sujeto formando parte de sus estructuras cognitivas por un proceso de integración adaptativa con las situaciones que vive, proceso que se desarrolla a lo largo del tiempo. Se trata de una teoría psicológica cognitiva que se ocupa del estudio del desarrollo y del aprendizaje de conceptos y competencias complejas, lo que permite explicar el modo en el que se genera el conocimiento, entendiendo como tal tanto los saberes que se expresan como los procedimientos, o sea, el saber decir y el saber hacer (Vergnaud, 1990, 1996).

El constructo que da nombre a la teoría es “campo conceptual”, idea a la que se llega porque se entiende que es absurdo abordar por separado el estudio de conceptos que están interconectados. Se considera que esos conceptos, que no tienen sentido aisladamente, se construyen y operan en el conocimiento humano en función de las situaciones a las que el sujeto se enfrenta y en ese proceso entran en juego procedimientos, concepciones y representaciones simbólicas, con el objeto de dominar esas situaciones (Vergnaud, 1983).

Un campo conceptual es un conjunto de situaciones en las que el manejo, el análisis y el tratamiento que realiza la persona requieren una variedad de conceptos, procedimientos y representaciones interconectadas en estrecha conexión.

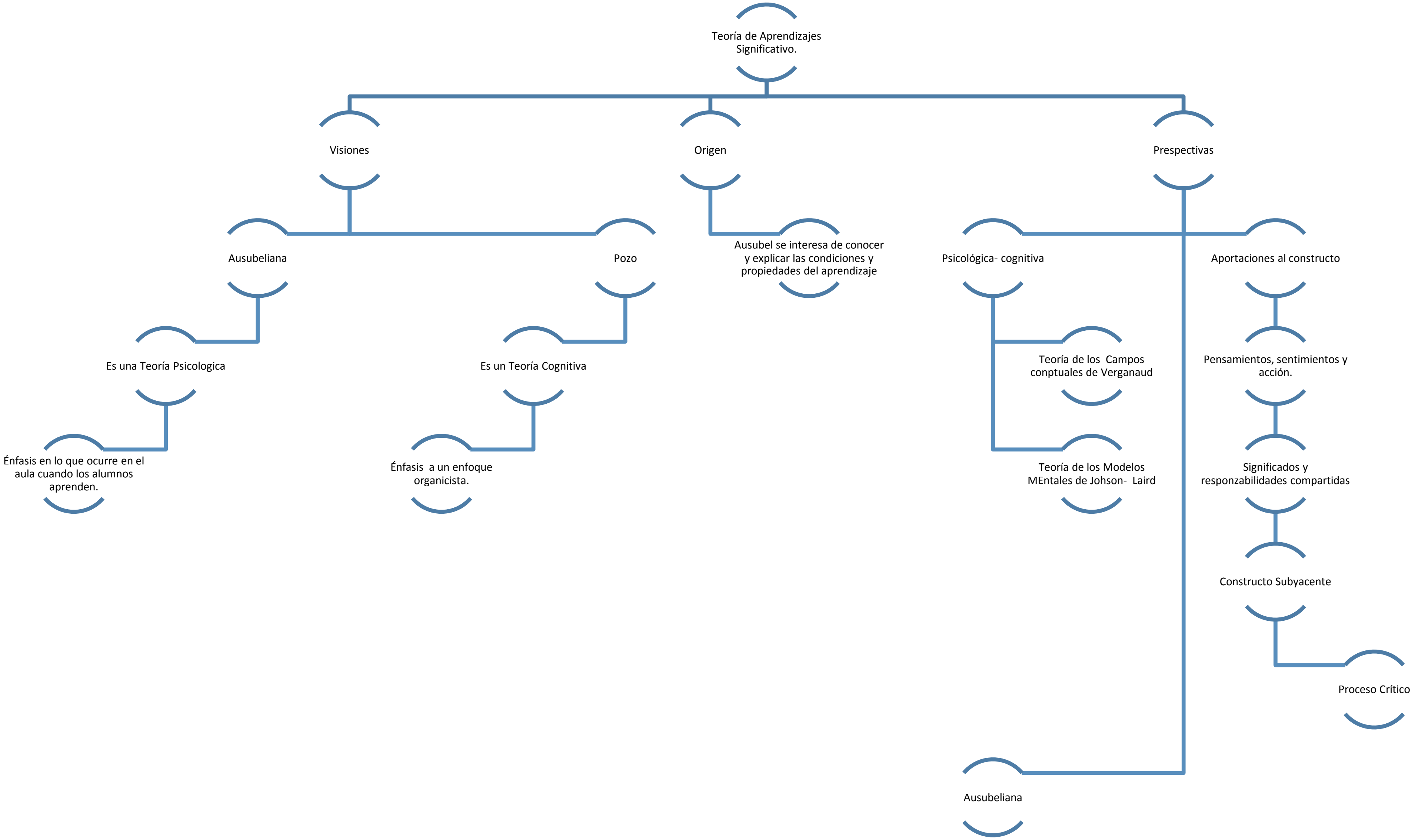
El campo conceptual se relaciona directamente con las situaciones que lo reclaman y eso guarda relación con las tareas. Vergnaud (1996) pone el acento en el sujeto en situación, su forma de organizar la conducta y su modo de conceptuar ante esa situación y para ello utiliza el concepto de esquema de Piaget. Considera que éstos constituyen el centro de la adaptación de las estructuras cognitivas, jugando un papel esencial en la asimilación y en la acomodación, ya que un esquema se apoya en una conceptualización implícita.

La Teoría de los Campos Conceptuales tiene múltiples posibilidades en distintas áreas del conocimiento. Se trata de una teoría de la que se derivan diversas consideraciones de interés, tanto de carácter psicológico como pedagógico, destacándose, fundamentalmente, su concepción de esquema como representación mental estable que opera en la memoria a largo plazo. Es una teoría cognitiva que permite comprender y explicar aspectos cruciales del proceso de la cognición.

La Teoría del Aprendizaje Significativo sigue siendo un potente referente explicativo que se ve fuertemente reforzado por la Teoría de los Modelos Mentales y la Teoría de los Campos Conceptuales, como apoyos representacionales que dan cuenta de cómo se produce la asimilación y la retención del conocimiento. Con esta explicación psicológica conjunta se abren múltiples posibilidades para la investigación en educación y para la docencia, un marco que posibilita que efectivamente se alcance el aprendizaje significativo en el aula.

A modo resumen de la Teoría del aprendizaje significativo se presenta el siguiente mapa conceptual.

Figura 2: Esquema N°2 Mapa Conceptual de Teoría de Aprendizaje Significativo



2.8 Mapas Conceptuales

Un mapa conceptual es un sistema de representación de un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones, las que constan de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica (Silva, 2012); instrumento de enseñanza-aprendizaje que permite la construcción de un aprendizaje significativo.

2.8.1 Utilización de la Rúbrica

La rúbrica se considera como una guía para la lectura e interpretación de mapas conceptuales, diseñado para el docente aunque también puede ser utilizada por los alumnos ayudando al proceso de elaboración del mapa conceptual; las categorías a evaluar son: el concepto principal, los conceptos subordinados, las relaciones y proposiciones, los enlaces cruzados, los niveles jerárquicos y la complejidad estructural del mapa conceptual (Silva, C. 2012).

El concepto principal orienta el desarrollo de la jerarquía y se relaciona con la pregunta de enfoque; éste determina varios conceptos subordinados, los cuales son importantes según la temática de la lectura desarrollando las relaciones que ayudan a reconocer las proposiciones como una sola unidad de evaluación, los enlaces deben ser adecuados con el texto y el dominio de conocimiento, la falta o la mala utilización de esta categoría dificulta la lectura y la comprensión del mapa conceptual, en la estructura jerárquica se indica la estructura en la que los conceptos estén ordenados jerárquicamente y cada concepto subordinado es más específico y menos general que el concepto ubicado arriba de él. La última categoría es la complejidad estructural, en la cual se considera la complejidad, la organización, la claridad y el equilibrio en la composición general del mapa conceptual, la complejidad se refiere a la cantidad de niveles jerárquicos, ramificaciones y valoraciones al distribuir los elementos en el plano, estos elementos dan claridad y legibilidad al mapa conceptual evitando confusiones en la lectura, y en el equilibrio se reconocen los procesos de comparación y diferenciación.

Según Silva, C (2013) los mapas conceptuales tienen muchas ventajas con respecto a la docencia y al aprendizaje; con respecto a la docencia permiten mostrar las relaciones entre las ideas principales y secundarias de forma simplificada, facilita una lectura visual de los datos y concentran mucha información en poco espacio de forma organizada y jerárquica.

La construcción de mapas conceptuales, respecto al aprendizaje, potencia la capacidad de precisión y claridad en la representación de un texto, el razonamiento deductivo, las capacidades de análisis, de relación, de orden lógico y de síntesis, la comprensión, memorización y recuperación de la información.

Según Novak (1991), los mapas conceptuales son una estrategia sencilla, pero poderosa para ayudar a los estudiantes a aprender y a organizar los materiales de aprendizaje.

Los mapas conceptuales, no solo se pueden utilizar como estrategias de aprendizaje. Con respecto a la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Afín y Lineal, para la unidad de álgebra del programa de matemática para la formación de Primer Año de Enseñanza Media: En la Propuesta de Enseñanza, se enfocará en detallar los mapas conceptuales como estrategias de metodología y evaluación. Dejando de lado los mapas conceptuales como estrategia de planificación ya que nos centraremos en el rol del estudiante, siendo éste protagonista de su propio proceso de aprendizaje.

Mapa conceptual como estrategia metodológica.

- Para organizar las secuencias de aprendizaje.
- Para verificar el avance de la actividad en aula.
- Para compartir significados.
- Provocar aprendizajes en los alumnos.
- Para motivar a los alumnos.
- Para desarrollar trabajo individual y grupal.

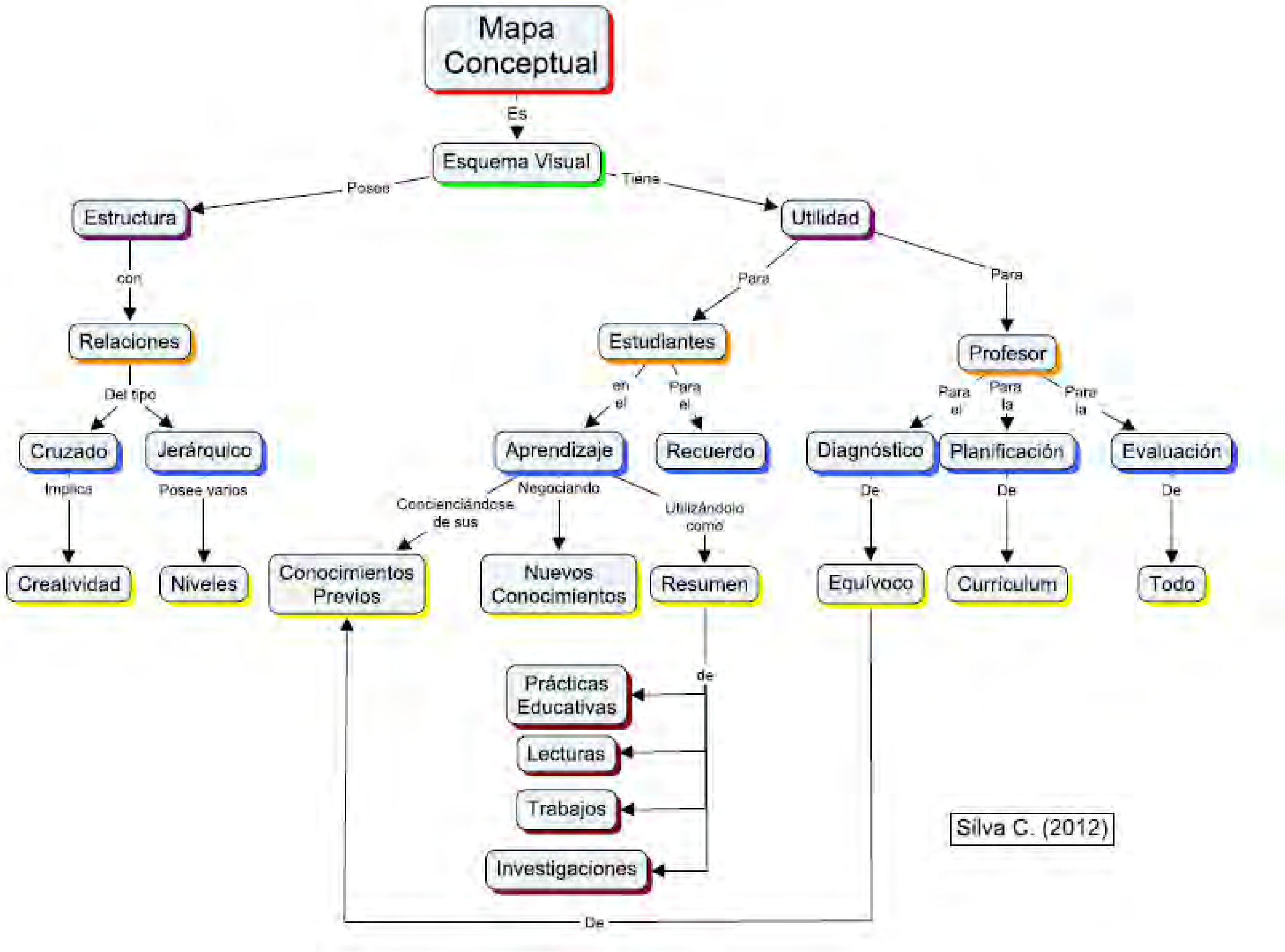
Mapa conceptual como estrategia de aprendizaje.

- Para tener conciencia de la propia capacidad de manejo conceptual y cognitivo.
- Para tener conciencia del propio incremento en el manejo conceptual y cognitivo.
- Para incorporar significativamente nuevos conceptos y contenidos.
- Para estructurar el propio estudio.
- Como estrategia de resumen y de organización.
- Para facilitar una memorización comprensiva.

Mapa conceptual como estrategia de evaluación.

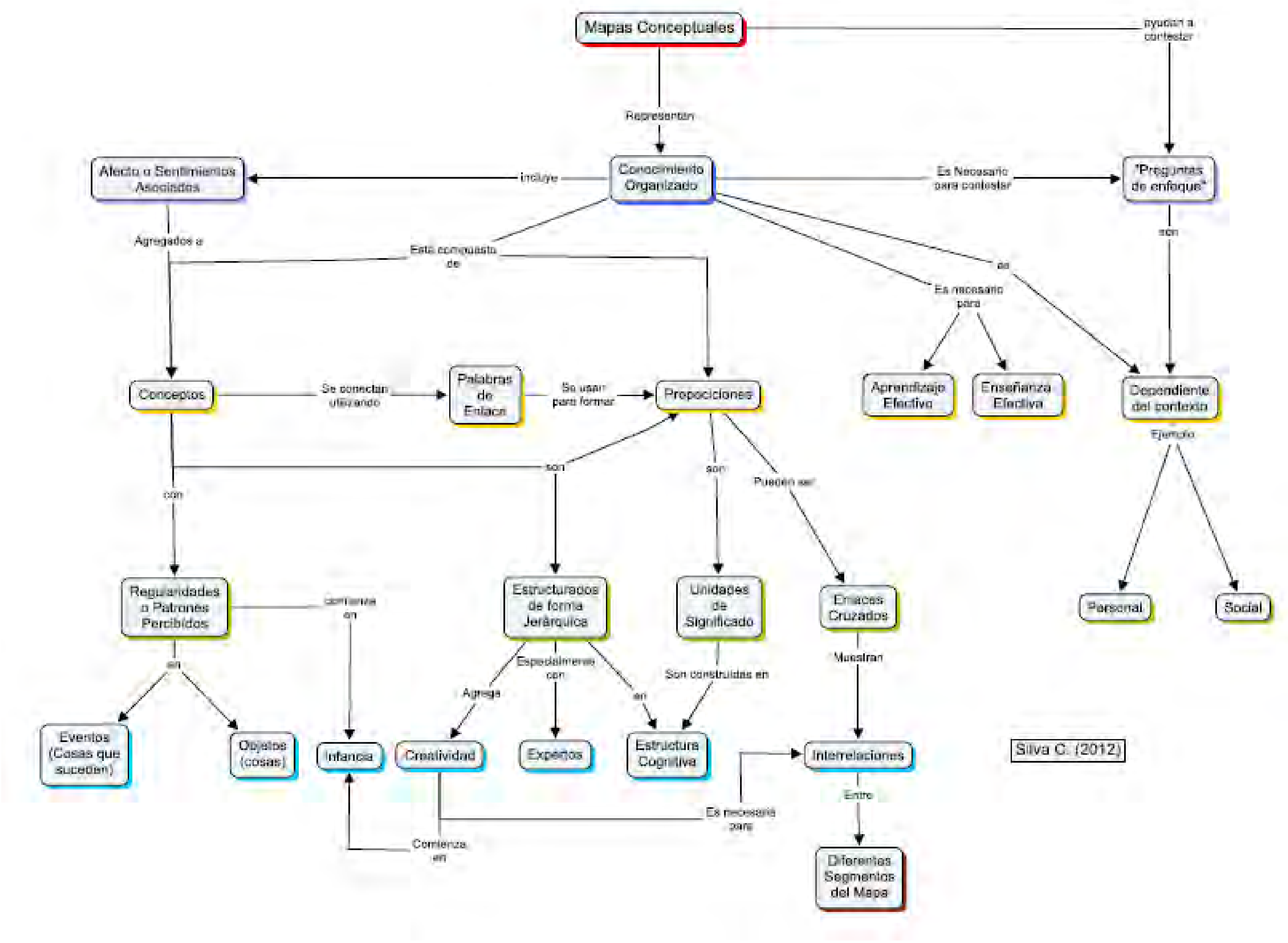
- Para evaluación de las pre-concepciones.
- Para autoevaluación del alumno/concienciación.
- Para evaluar los procesos de incremento conceptual y cognitivo.
- Para evaluar los productos logrados.

Figura 3: Esquema Nº 3 Mapa Conceptual de Silva C. (2012).



Silva C. (2012)

Figura 4: Esquema Nº 4 Mapa Conceptual de Silva C. (2012).



Capítulo 3:

Marco Metodológico

3.1 Introducción

En la investigación realizada para diseñar la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF, se decide utilizar la metodología cuantitativa y cualitativa para obtener un amplio análisis de resultados

3.2 Tipos de Metodológicas

La metodología cuantitativa es una mitología que se basa en una filosofía Positiva en la que se asume que existen hechos sociales con una realidad objetiva, sin tomar en cuenta las creencias de las personas, busca explicar cambios en hechos de la sociedad a través del uso metodológico de mediciones y análisis cuantitativos. Los métodos cuantitativos consisten en información estructurada, estandarizada, incluyendo encuestas, entrevistas cerradas y examinaciones que conllevan a la estadística como principal herramienta de estudio. (Silva, C. 2010).

La metodología cualitativa, está inmersa en un paradigma fenomenológico en el cual sostiene que la realidad social construye a través de definiciones de naturaleza individual o colectiva, esto quiere decir que es el individuo el principal personaje en la investigación, es una investigación que se dedica a comprender fenómenos sociales desde la perspectiva de los mismos actores en cuestión, siendo el prototipo de ésta el etnográfico ya que ayuda al lector a entender las definiciones de las personas estudiadas.

Silva, C (2010), plantea que "La investigación cuantitativa como aquella que produce datos descriptivos, las propias palabras de las personas habladas prescritas y la conducta observable".

En este caso se realizará la unión de ambos, es decir un estudio cualitativo y cuantitativo, ya que se tomarán conceptos cualitativos para realizar la intervención y los análisis pero después se trataran cuantitativamente los resultados obtenidos para poder tabular y estudiar sacando las respectivas conclusiones.

En la propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín será de suma importancia, debido a que se conecta la parte formativa de la propuesta (Metodología cualitativa) con la parte sumativa de la misma (Metodología Cuantitativa).

El constructivismo será visto de un punto de vista cualitativo, ya que como vemos es importante el "como" se adquiere el conocimiento, mientras los avances de conocimientos serán tratados cualitativamente.

3.3 Diseño de la investigación

Como ya se mencionó antes la metodología que se ocupará para realizar la investigación es de tipo mixta, siendo cualitativa y cuantitativa. Pero simplemente no se puede quedar con eso, se debe definir el tipo de estudio. El no hacerlo podría perder el norte que se lleva esta Tesis, ya que es de vital importancia saber qué tipo de investigación se está realizando.

Así se dejaran entendidos los siguientes aspectos:

Primero identificar las diferentes formas de clasificar la investigación, y reconocer los propósitos de la investigación y la relación que se forma con el tipo de evaluación que se adopta.

Dado que esta investigación, en rigor, lo que hará, será probar la validez interna de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, en los cuatros cursos de matemática de Primer Año de Enseñanza Media, los cuales se detallaran más adelante. Dos de estos cursos serán grupos experimentales mientras que los otros dos cursos se definirán como grupos cuasi-experimental.

López, M (1999) nos habla sobre el estudio cuasi-experimental, como sigue: *"Fueron ideados para experimentar en situaciones sociales que ya tienen una estructura, la que no es posible alterar con miras a efectuar una investigación, por ejemplo grupo-curso de los establecimientos educacionales, las agrupaciones comunitarias ya constituidas, el personal de una organización o empresas, entre otras."*

Este estudio tiene la cualidad de ser muy utilizado en ámbito escolar, para probar determinados instrumentos y determinar su validez interna. En este caso, lo que se desea, probar la validez del instrumento por lo cual este tipo de investigación se estructura de la siguiente manera, como comenta López, M (1999);

"Este modelo cuasi-experimental es muy aplicable en la realidad educativa. El diseño consiste en seleccionar dos o más grupos que el profesor-investigador considera muy semejantes, o a lo menos comparables, por ejemplo, los grupos-cursos de un establecimiento educacional. Luego, el investigador determina, mediante sorteo, cuál o cuáles serán sometidos a la influencia de la variable experimental o independiente y cuál o cuáles serán los grupos de control".

De aquí en adelante debemos tener claras las definiciones de:

- Grupos Experimental: Es aquel donde se realizan los experimentos, es decir, donde el investigador realiza los cambios para comprobar o refutar su hipótesis. Está expuesto a la manipulación experimental bajo estudio; con el fin de establecer una comparación con el grupo control.

- Grupo Control: Es el grupo en el cual no hay intervención; es el grupo que se compara al grupo que experimenta la intervención y la diferencia de resultados del grupo atribuidos al efecto de la intervención, creado usando medios no aleatorios en diseños cuasi experimental.

El grupo control ayudará a discriminar entre los factores que producen el material experimental y factores externos, como, la regresión media, la evolución natural, otros fenómenos y variables, expectativas que se tenían en el proyecto o programa entre otros.

Es por ello que el grupo control, y el grupo experimental deben ser lo más similares posibles para minimizar la aparición de variables externas que puedan influir en el resultado de la investigación.

3.4 Hipótesis de investigación

La propuesta didáctica de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, mejora el rendimiento académico y el aprendizaje de los estudiantes en la unidad de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media

3.4.1 Hipótesis 1:

La propuesta didáctica de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), mejora el rendimiento académico de los estudiantes en la unidad de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media.

3.4.2 Hipótesis Nula 1:

La propuesta didáctica de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), no mejora el rendimiento académico de los estudiantes en la unidad de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media.

3.4.3 Hipótesis 2:

La propuesta didáctica de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), mejora el aprendizaje de los estudiantes en la unidad de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media.

3.4.4 Hipótesis Nula 2:

La propuesta didáctica de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), no mejora el aprendizaje de los estudiantes en la unidad de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media.

3.5 Unidad de Análisis

La investigación realizada está insertada en la asignatura de Matemáticas, en el eje de álgebra del curso Primer Año de Enseñanza Media, donde se aborda la unidad de Función Lineal y Afín.

3.6 Identificación de Variables

3.6.1 Variables Independientes:

- Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, para la unidad de Álgebra (PRODIENAF).

  Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje basada en el uso de módulos trabajos (Clase a Clase) que se traduce en materia y ejercicios de desarrollo establecidas en el contexto cotidiano. Los cuales estimulan el aprendizaje significativo y comparativo. Considerando a los estudiantes de la muestra.

- Metodología Tradicional.

  Se realizará la propuesta utilizada actualmente, la cual se traduce en clases expositivas acompañada de la resolución de guía conductistas. Los estudiantes reciben toda la información en lo referente a definición conceptual y aplicada. Considerando a los estudiantes de la muestra.

3.6.2 Variables Dependientes:

- Rendimiento académico:

Definición Conceptual: Nivel de logro obtenido en ambas evaluaciones de la asignatura determinada y en un periodo de tiempo previamente establecido.

Definición Operacional: Comparación de logros académicos obtenidos en la evaluación diagnóstico y la evaluación sumativa, a través de la comparación de ítems de los niveles de aprendizaje, haciendo énfasis en el logro obtenido en las problemáticas presentada en cada evaluación.

- Aprendizaje Significativo:

  Definición Conceptual: Proceso interno del estudiante, en el cual relaciona un nuevo concepto con la estructura cognitiva propia.

  Definición Operacional: Comparación del aprendizaje obtenido en la prueba diagnóstico y la evaluación sumativa, a través de la comparación en los ítems de los niveles de aprendizaje, haciendo énfasis en el desarrollo de las problemáticas presentadas en cada evaluación.

3.7 Población

La población estuvo compuesta por los alumnos de Primer Año de Enseñanza Media de los siguientes establecimientos educacionales.

- Establecimiento 1: Liceo Juan XXIII de Villa Alemana.
- Establecimiento 2: Colegio Graneros, VI Región.

Los cuales desarrollaron la unidad de Función Lineal y afín durante el segundo semestre del año 2014, donde a los alumnos se le instruyó previamente en las operaciones de Números Enteros y Racionales.

3.8 Muestra

La muestra que se seleccionó para realizar la investigación fue la siguiente:

- 79 estudiantes del Colegio Graneros de la VI Región, divididos en dos cursos. Los cuales representarán los cursos experimentales y pasarán a llamarse E_1 y E_2.
- 84 alumnos del Liceo Juan XXIII – Villa Alemana, V Región, divididos en dos cursos. Los cuáles serán los cursos control y pasarán a llamarse C_1 y C_2.

Tabla N°7: Cuadro Resumen de los Grupos Experimental y Control

Grupo Experimental	N° Alumnos	Grupo Control	N° Alumnos
Experimental 1: E_1	45	Control 1: C_1	43
Experimental 2: E_2	34	Control 2: C_2	41

3.9 Instrumentos Evaluativos

- **Evaluación diagnóstica:** La evaluación diagnóstica consta de 20 preguntas, la cuales se dividen en 16 de selección múltiple y verdadera y falsa, e preguntas de problemática del contexto cotidiano. Estas preguntas corresponden al concepto de proporcionalidad directa, ya que este contenido es previo al de Función Lineal y Afín. Según los planes y programas del Ministerio de Educación, la proporcionalidad directa está en el curso 7° Año Básico, por lo tanto esta evaluación diagnóstica indicará los conocimientos previos de los estudiantes.

- **Propuesta de Trabajo:** A lo largo de la unidad de álgebra se implementará la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, que contiene conceptos claves, los cuales son desarrollados constructivamente. Además proporciona una serie de problemáticas y ejercicios para el trabajo individual, grupal o guiado por el docente.

- **Evaluación Sumativa:** Evaluación que consta de 20 preguntas; 16 de las cuales corresponden a preguntas de única respuesta, selección múltiple y verdadero y falso, 3 preguntas de desarrollo y 1 de crear un mapa conceptual a partir de un listado de conceptos. Con el fin de conocer si existen aprendizajes significativos, si fueron capaces (los estudiantes) de resolver los ejercicios y crear mapas conceptuales, con el fin de organizar los contenidos de una manera eficaz.

3.10 Descripción de los Establecimientos

Establecimiento 1:

- Nombre: Liceo Juan XXIII – Villa Alemana
- Reconocimiento Oficial: Decreto: 01464, 20 de Abril 2010
- Rol Base de Datos: 40251-6
- Dirección: Av. Valparaíso 2880 – Paradero 12 Villa Alemana
- Teléfonos: (32) 2949974 – 2980902
- Fax: (32) 2949128
- E-mail: info@juanxxiii.cl
- Nombre Director: Leonardo Rodríguez Piña.
- Jefe de U.T.P: Víctor Soto Bustamante.
- Página Web: http://www.juanxxiii.cl/
- Dependencia: Fundación Oficio Diocesano de Educación Católica (F.O.D.E.C)
- Matricula: 776 (Solo en el Establecimiento Juan XXIII de Villa Alemana)

- Misión: La Fundación Oficio Diocesano de Educación Católica (FODEC) es una persona jurídica de derecho civil sin fines de lucro, dependiente del Obispado de Valparaíso, que tiene por finalidad ofrecer un servicio educativo de calidad inspirado en el Magisterio de la Iglesia Católica, en los niveles de enseñanza pre-básica y media, a los estudiantes que forman parte de las familias que viven en las diferentes localidades de la Diócesis.

- Visión: Los propósitos que guían su gestión, caracterizada por la participación y compromiso educativo de directivos, docentes, padres y apoderados, se orientan a promover y a facilitar, en todos los estudiantes que atiende, especialmente en los que viven las diferentes dimensiones de la pobreza, la formación integral de la persona abarcando todos sus aspectos: biosociológico, social y trascendente, teniendo como inspiración una concepción del hombre y del mundo fundada en la persona de Jesucristo y en la enseñanza de su Evangelio, dotándolos progresiva y sistemáticamente de las competencias necesaria para continuar estudios superiores que le permitan integrarse crítica y constructivamente en la sociedad como promotores, con su testimonio personal, de valores del Reino: Amor, Verdad, Justicia, Solidaridad y Paz.

- Descripción de la institución: El Liceo Juan XXIII es un colegio particular subvencionado de orientación religiosa católica, está ubicado en Quilpué, Belloto. Tiene dos sedes: una en Belloto y otra en la frontera de Belloto-Villa Alemana. La primera sede es para los estudiantes de Pre-kínder hasta Sexto Básico. En la otra sede están los alumnos desde Séptimo básico hasta Cuarto Medio. Dicha sede cuenta con 776 alumnos aproximadamente, teniendo tres cursos por nivel con 42 alumnos por sala como promedio. Su director es don Leonardo Rodríguez Piña y su Jefe de U.T.P es don Víctor Soto Bustamante.

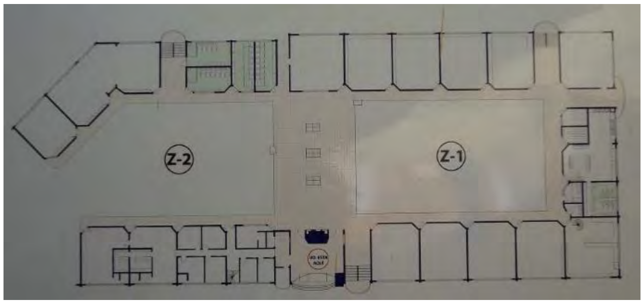
- Infraestructura: El espacio es bastante amplio, cuentan con una biblioteca muy espaciosa y multimodal (tienen derecho a ver videos, usar el data show, utilizar algunos juegos didácticos, etc.) , en dónde los alumnos no solo pueden acceder a los libros sino a otros materiales tecnológicos enfocados en lo didáctico. Poseen además una sala de computación, un laboratorio de química, otro de física y otro de biología. Poseen salas para el taller de música y dos salas destinadas para artes visuales. Tienen dos auditorios, dos comedores, un kiosco para abastecer de alimentos durante los recreos. La sala de profesores es amplia y luminosa, por lo que permite que ellos tengan un buen espacio para trabajar y compartir con sus pares docentes.

  Las aulas son de un tamaño amplio si se consideran con el promedio de las aulas en otros establecimientos, sin embargo, como el promedio de alumnos es de 42 por sala, están bastante hacinados, de manera que no hay mucho espacio entre ellos.

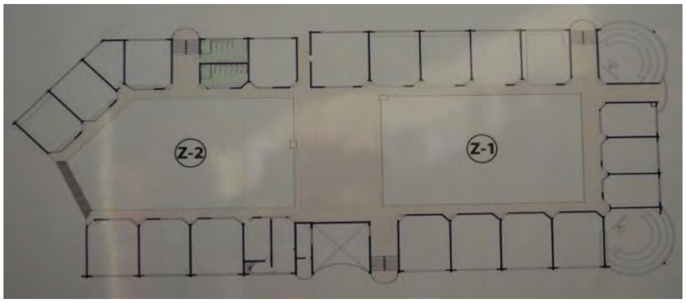
Se agrupan generalmente en ocho filas. Las aulas cuentan con pizarrón y estantes para que los alumnos guarden sus pertenencias. Tienen buena iluminación de luz natural y poseen además unas cortinas gruesas en caso de llevar un data show para proyectar películas, power point, etc.

Frontis del establecimiento.

Plano de Ubicación, Planta Primer Piso



Plano de Ubicación, Planta Segundo



Establecimiento 2:

- Nombre: Colegio Graneros
- Reconocimiento Oficial: Resol. Nº 3707 de 1971
- Rol Base de Datos: 2218-7
- Dirección: Calle Santa Elena N° 176, comuna de Graneros
- Teléfonos: 72 – 2 - 471665
- E-mail: utpcolegiograneros@gmail.com
- Nombre Rectora: Fabiola Gutiérrez Romero.
- Jefe de U.T.P: Luisa Vera Díaz
- Página Web: www.colegiograneros.cl
- Matricula: 1012 (En todo el Establecimiento)
- Misión: El Colegio Graneros entrega una Educación de Calidad para todos los estudiantes-personas, a través de una gestión curricular centrada sistemáticamente en los planos esenciales de la personalidad: cognitivo, valórico, actitudinal, afectivo y motriz.

  Al egresar los estudiantes podrán acceder a estudios superiores, sean estos superiores, profesionales o técnicas y a satisfactorias inserciones laborales, de acuerdo a sus proyectos de vida.

- Visión: El Colegio formará alumnos pensadores, con visión crítica frente al mundo, personas afectivas, con sólidos valores y principios cristianos, con aprendizajes significativos a partir de sus propias vivencias, seguros de sí mismos, autovalorados y autodisciplinados, respetuosos de los derechos esenciales de toda persona, de la verdad, de la justicia, de los derechos humanos y del bien común. Identificado con su nacionalidad y cultura, cuidadoso de su entorno natural, en especial de aquellos recursos naturales que están en vía de extinción y de cuales depende la vida.

- Descripción de la institución: El Colegio Graneros es un establecimiento particular subvencionado de orientación autónoma, está ubicado en la comuna de Graneros VI Región del Libertador Bernardo O'Higgins. Tiene dos sedes: una ubicada Cousiño para los estudiantes de Pre-kínder hasta Kínder llamado "Anexo". En la otra sede están los alumnos desde Primero Básico hasta Cuarto Medio. Esta última sede cuenta con 832 alumnos aproximadamente, teniendo dos cursos por nivel hasta 8° básico y un curso de 1° a 4° Año de Enseñanza Media con un promedio de 40 alumnos por sala. Su rectora es la señora Fabiola Gutiérrez Romero y su Jefa de U.T.P es la señorita Luisa Vera Díaz.

- Infraestructura: El Colegio Graneros es un establecimiento pequeño, cuenta con una biblioteca, un gimnasio, casino, un laboratorio de computación.

  El colegio posee seis datas, los cuales para ser utilizados los docentes deben solicitarlos al encargado de Enlaces. Si bien es un colegio con pocos recursos, los que hay son bien aprovechados por cada uno de los integrantes de la Comunidad Escolar.

Frontis del establecimiento.

Capítulo 4:

Propuesta de intervención

4.1 Introducción

En este capítulo se desarrollará la propuesta de intervención, incorporado cada una de las actividades realizadas.

Específicamente en la siguiente página se presenta la carta Gantt del desarrollo de las distintas actividades para el presente trabajo.

4.2 Carta Gantt de la intervención

Mes de Aplicación	Julio.				Agosto.				Septiembre				Octubre.				Noviembre.				Diciembre				Enero				Marzo			
Actividades	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1. Diseño de la propuesta de Enseñanza y Aprendizaje, tanto para el Alumno como para el Docente.	x	x	x	x																												
2. Visita Previa.					X	x																										
3. Aplicación Evaluación Diagnostica.									x	x																						
4. Nivelación de conocimientos Previos a los cursos.											x	x	x																			
5. Implementación de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín.														x	X	x	X	x														
6. Aplicación de encuesta docente.																			x	x	x	x										
7. Análisis de resultados.																							x	x	x	x	x	x				
8. Conclusiones.																													x	x	x	x

4.3 Presentación del Proyecto

Como presentación y a modo de solicitud para realizar la intervención y participación de los establecimientos, se anexa la carta de presentación bajo el nombre de ANEXO N°5

4.4 Evaluación Diagnóstico

4.4.1 Descripción General

Previo aplicar la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín. Para la unidad de álgebra, es necesario realizar una evaluación diagnóstico, para poder ver las condiciones en las que se encuentran los estudiantes de ambos cursos y como son sus métodos de resolver ejercicios.

4.4.2 Duración

Esta evaluación tiene una duración de 90 minutos, es decir, dos horas pedagógica, como máximo para realizarla. No posee tiempo mínimo de entrega.

4.4.3 Objetivos de la evaluación diagnóstica

- Medir los conocimientos previos de los estudiantes.
- Reconocer si existen por parte de los estudiantes alguna relación con mapas conceptuales.
- Reconocer el aprendizaje significativo de los estudiantes.

4.4.4 Variables a Medir

- Conocimientos previos de los estudiantes.
- Aprendizajes significativos.

4.4.5 Descripción de los Momentos

- **Inicio:** Se le entrega el instrumento a los estudiantes y se procede a leer en conjunto las instrucciones que están en la primera plana de la evaluación diagnóstica.

- **Desarrollo:** Los estudiantes proceden a contestar la evaluación diagnóstica.

- **Término**: Al cabo de los 90 minutos predispuestos para realizar la evaluación diagnóstica se procede retirarla Finalmente se agradece a los estudiantes por la participación en esta evaluación.

4.4.6 Tabla de especificaciones

La evaluación Diagnostica está regida por una tabla de especificaciones en la que se puede apreciar datos relevantes como la cantidad de ítems por contenido, la habilidad de cada pregunta, su alternativa y la dificultad de cada pregunta.

La evaluación diagnostica fue única para cada curso, por la cantidad de alumnos por curso, ésta evaluación está incorporada en la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín Texto Guía Docente, bajo el nombre de Evaluación Diagnóstica.

Tabla N ° 8 de Especificación Evaluación Diagnóstico

Tabla de Especificación de Evaluación Diagnóstica.								
Unidad	Contenido	N° de Pregunta	V o F, Alternativa,	Conocimiento	Compresión	Aplicación	Análisis	Total
Eje de Álgebra.	Proporcionalidad Directa	1	F	X				1
		2	F	X				1
		3	F	X				1
		4	V			X		1
		5	F			X		1
		6	V		X			1
		7	A			X		1
		8	B			X		1
		9	A				X	1
		10	A	X				1
		11	B	X				1
		12	D			X		1
		13	C			X		1
		14	A			X		1
		15	D			X		1
		16	D				X	1
		17	Desarrollo		X			1
		18	Desarrollo				X	1
		19	Desarrollo				X	1
		20	Desarrollo				X	1
		SUMAS		5	2	8	5	20

4.4.7 Diseño de la evaluación diagnóstica

Como se indica en la tabla anterior, la evaluación diagnostica consta de 6 preguntas de verdadero y falso, 10 de selección múltiple y 4 de problemáticas que deben desarrollar. Esta evaluación puede ser encontrada en la propuesta de Enseñanza y Aprendizaje del Texto Guía docente, bajo el título de Evaluación Diagnóstica.

4.5 Intervención en los establecimientos

A modo de intervención se desarrolló y sé implementó la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje como parte fundamental, esta contiene 10 clases o capítulos que contempla la reactivación de contenido de proporcionalidad directa, función Lineal y función afín con sus respectivas características todo esto insertado en los Planes y Programas del Ministerio de Educación de la asignatura de matemática para Primer Años de Enseñanza Media. La propuesta está dividida de la siguiente manera:

- Recordando lo Aprendido “Proporcionalidad Directa”.
- Características de una proporcionalidad directa.
- Función lineal
    - ✓ Definición de una función lineal.
    - ✓ Propiedades de linealidad.
    - ✓ Pendiente de la recta de una función lineal.
    - ✓ Diversas formas de registro de función lineal
- Función afín
    - ✓ Función afín y sus propiedades
    - ✓ Pendiente de una función afín tomando valores positivo negativos ceros o infinitos
    - ✓ Coeficiente de posición de una función afín
- Práctica de función afín y lineal (EJERCICIOS)

La confección de esta Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje está enfocada en la construcción del conocimiento a través de problemáticas, que deben ser resueltas utilizando tabla de datos, gráficos o de manera algebraica, relacionando los tres tipos de registro Lenguaje Natural, Lenguaje Algebraico y Lenguaje Gráfico.

4.6 Validación evaluativa sumativa

En esta evaluación a diferencia de la evaluación diagnóstica fue validada por un juicio de expertos previamente (Unidad Técnica Pedagógica de cada establecimiento), para que la evaluación sumativa cumpliera con todos los parámetros necesarios, y no abarcaba más contenido de lo predispuesto en el programa proporcionado por el Ministerio de Educación.

La validación de Juicio Experto, se encuentra dentro del tipo de validación de Contenido, que corresponde a:

Validez de Contenido: Grado en que un instrumento refleja un dominio específico, de contenido de lo que se mide. Por ejemplo, Una prueba de operaciones aritméticas no tendrá validez el contenido si incluye sólo problemas de adicción y excluye problemas de sustracción, multiplicación y división (Validez de Juicio de experto). (Marroquín, 2006).

4.6.1 Descripción Pauta de Validación

Para realizar esta Validación, reunimos a los siguientes expertos: Dos profesores de estado, dos jefes de Unidad Técnica Pedagógica y a un profesor universitario; todos expertos en el área de Pedagogía en Matemática, los cuales, ayudaron a seleccionar 6 preguntas de verdadero y falso, 10 de selección múltiple y 4 de desarrollo.

- Nivel de dificultad de la pregunta.
- Relación entre pregunta y contenido en el Programa.
- Relación entre el Objetivo e indicador de Logro de cada Pregunta.

4.6.2 Desarrollo de la validación

Para poder responder esta Pauta de Validación, a cada experto se le hizo entregar el siguiente material:

- Carta de presentación (Anexo N° 5)
- Evaluación Sumativa. (Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje versión Texto docente, bajo el nombre de Evaluación sumativa "Función Lineal y Afín", en Anexo N° 3)
- Tabla de especificaciones Evaluación Sumativa. (Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje versión Texto docente, bajo el nombre de Tabla de especificaciones Evaluación Sumativa, en Anexo N° 3)
- Pauta de corrección Evaluación Sumativa. (Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje versión Texto docente, bajo el nombre de Tabla de especificaciones Evaluación Sumativa en Anexo N° 3)
- Programa de Primer Año de Enseñanza Media.
- Pauta de validación Evaluación Sumativa.(Anexo N°6)

Con todo este material los especialistas debían leer cada uno y responder la pauta de validación de acuerdo a su experiencia y sus conocimientos.

4.6.3 Objetivos de la pauta de validación

- Comprobar que la evaluación sumativa contenga todos los contenidos mínimos del contenido de Función Lineal y Afín exigidos por el Ministerio de Educación.
- Verificar que el nivel de dificultad de cada pregunta esté concuerde con la tabla de especificaciones y rúbricas correspondientes.
- Revisar que los Objetivos e Indicadores de logro estén bien construidos.

4.6.4 Diseño de Pauta de validación.

Se presenta la Pauta de validación de Juicio Experto que contestaron los especialistas. Se puede encontrar más detalladamente en la sección de Anexo N°6.

4.7 Evaluación Sumativa.

4.7.1 Descripción general evaluación sumativa

Luego de la implementación de la Propuesta de Enseñanza y aprendizaje de Función Lineal y Afín se realizará una evaluación sumativa, para medir los conocimientos obtenidos por los estudiantes durante el periodo de investigación, para conocer cuánto aprendieron o cuán significativa fue para ellos la investigación.

4.7.2 Duración

La evaluación Sumativa tiene una duración de 90 minutos, es decir, dos horas pedagógica, como máximo para realizarla. No posee tiempo mínimo para ser entregada.

4.7.3 Objetivos de la evaluación sumativa

- Medir los conocimientos obtenidos por los estudiantes a través de la Propuesta de Enseñanza y aprendizaje de Función Lineal y Afín.

- Reconocer si existe alguna relación identificativa de los estudiantes para la resolución de problemáticas.

- Conocer el aprendizaje significativo en los estudiantes.

4.7.4 Variables a Medir.

- Conocimientos obtenidos por los estudiantes.
- Aprendizajes Significativos.

4.7.5 Descripción de los momentos.

- **Inicio:** Se hace entrega del instrumento a cada estudiante y se procede a leer por medio de una puesta en común las instrucciones que están en la primera plana de la evaluación Sumativa.

- **Desarrollo:** Los estudiantes proceden a contestar la Evaluación Sumativa.

- **Término:** Al cabo de 45 minutos se procede a retirar la evaluación sumativa. Además las clases son de 90 minutos (2 horas pedagógicas), los 45 minutos restantes se realizará una puesta en común sobre la evaluación y las preguntas con más dificultades. Finalmente se agradece a los estudiantes por la participación en este proyecto.

4.7.6 Tabla de Especificaciones.

Al igual que la evaluación diagnóstica, la evaluación sumativa está normada por una tabla de especificaciones, en la que se puede apreciar datos relevantes como la habilidad, alternativa y por ende la dificultad de cada pregunta.

La evaluación sumativa fue única para cada curso, por la cantidad de alumnos por curso, esta prueba y tabla de especificaciones puede ser vista en la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de la Función Lineal y Afín (PRODIENAF) versión texto docente.

Tabla N° 8: Tabla de especificación evaluación Sumativa

Tabla de Especificación de Evaluación Diagnóstica.								
Unidad	Contenido	N° de Pregunta	V o F, Alternativa.	Conocimiento	Compresión	Aplicación	Análisis	Total
EJE DE ÁLGEBRA	Función Lineal	1	V	X				1
	Función Afín.	2	V	X				1
	Función Lineal Gráfica	3	F	X				1
	Función Afín Gráfica.	4	V	X				1
	Función Afín Coeficiente de posición.	5	F	X				1
	Pendiente de Función Lineal y Afín.	6	V	X				1
	Endiente de Función Lineal.	7	B			X		1
	Relación tabla valores con Función Lineal.	8	C			X		1
	Pendiente de Función Lineal.	9	B		X			1
	Función Lineal	10	A			X		1
	Función Lineal.	11	E			X		1
	Función Afín	12	A				X	1
	Función Afín	13	D		X			1
	Función lineal y Afín.	14	E				X	1
	Función Lineal	15	D		X			1
	Función Afín.	16	B		X			1
	Función Lineal y Afín.	17	Desarrollo				X	1
	Función Afín	18	Desarrollo		X			1
	Función Afín	19	Desarrollo			X		1
	Función Lineal y Afín.	20	Desarrollo				X	1
		SUMAS		6	5	5	4	20

4.7.7 Diseño de la evaluación Sumativa.

Basándonos en la tabla de especificaciones descrita anteriormente pasamos a mostrar el diseño de la evaluación sumativa. Para más detalle del instrumento se encuentra en la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF) Texto Guía Docente, bajo el nombre Evaluación sumativa de Función Lineal y Afín.

Capítulo 5:

Análisis de datos

5.1 Introducción

Una vez recolectado los datos de las Evaluaciones diagnóstica y sumativa en los dos establecimientos participantes, ha llegado el momento de tomarlos y analizarlos para poder obtener conclusiones esperadas.

5.2 Análisis cuantitativo de las preguntas de evaluaciones.

Para comenzar, se tomarán los resultados de la evaluación diagnóstica y sumativa, los cuales se componen de 6 preguntas de verdadero y falso, 10 preguntas de selección múltiple y 4 de desarrollo, como quedó estipulado en la tablas de especificaciones.

Para analizarlas, consideramos el nivel de aprendizaje al que va estar enfocado cada pregunta, de las evaluaciones diagnósticas y sumativas. Estos niveles son los siguientes:

Preguntas de Nivel: Conocimiento.
Preguntas de Nivel: Comprensión.
Preguntas de Nivel: Aplicación.
Preguntas de Nivel: Análisis.

Esto niveles fueron propuestos por Bloom en 1975, quien define una pirámide con seis niveles de aprendizajes: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis, evaluación. Se ha trabajado en los primeros cuatro niveles dado que el trabajar los dos restantes significaría aumentar el tiempo de investigación, aumentar la profundización de los conceptos que se ven en el ámbito escolar y aumentar el tiempo de intervención en los establecimientos. Luego mostraremos las gráficas de acuerdo a los datos que se han recolectado, de acuerdo a cada nivel antes descrito.

5.2.1 Comparaciones generales.

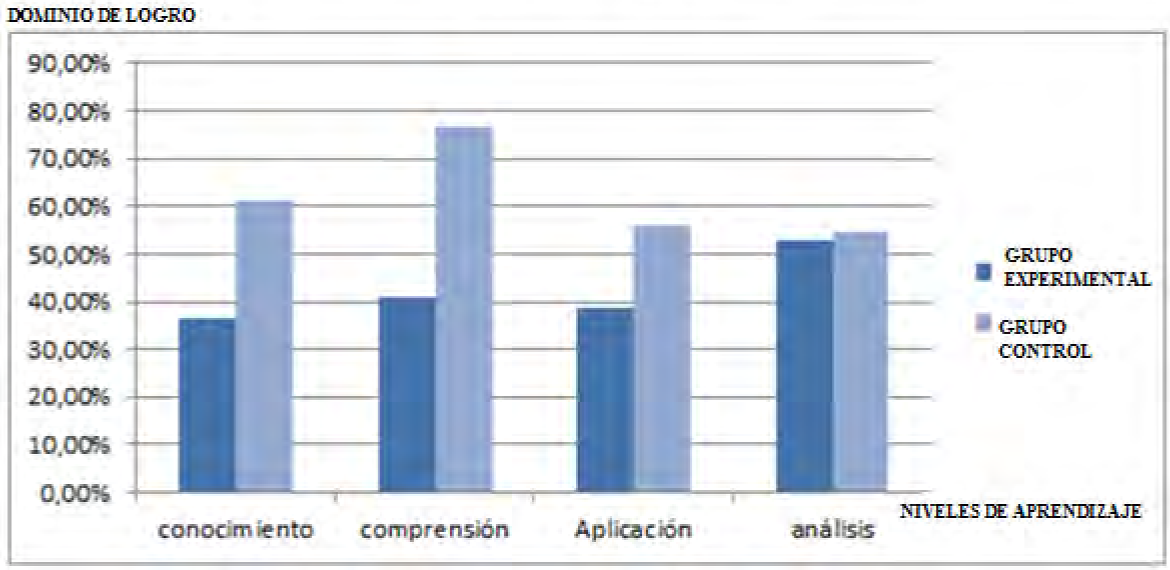
A continuación se realizará la comparación general de los resultados obtenidos por los estudiantes de ambos grupos en las evaluaciones diagnósticas y sumativas. Estos resultados se encuentran en PRODIENAF (Anexo 4), donde se muestran las calificaciones y porcentajes de cada estudiante, por nivel, tanto del grupo experimental y control de evaluación diagnóstica y sumativa.

5.2.1.1 Evaluación Diagnóstica.

Comparación de Evaluación Diagnóstica Grupo Experimental			
Nivel de Aprendizaje	GE1	GE2	Promedio
CONOCIMIENTO	36%	37%	36,5%
COMPRENSIÓN	48%	34%	41%
APLICACIÓN	41%	36%	38,5
ANÁLISIS.	55%	51%	53%

Comparación de Evaluación Diagnóstica Grupo Control			
Nivel de Aprendizaje	GC1	GC2	Promedio
CONOCIMIENTO	70%	52%	61%
COMPRENSIÓN	83%	70%	76,5%
APLICACIÓN	60%	52%	56%
ANÁLISIS.	51%	58%	54,5%

Gráfico N° 1: Gráfico Porcentual de Evaluación Diagnóstico de los Grupos Experimental y Control



Como se puede ver en la gráfica anterior el nivel de logro máximo fue alcanzado por el grupo control por encima del grupo experimental con una diferencia de promedio general de un 19,75% lo que nos muestra que al iniciar la intervención estaba bastante parejos, la mayor diferencia se puede apreciar en el nivel de comprensión donde el grupo control pareciera estar más preparado con una diferencia puntual de 35,5% lo que se produce que la validez del estudiante sea un poco mayor, ya que como sabemos en los estudios cuasi experimentales mientras más parejos estén los grupos más fiables serán los resultados al terminar la investigación.

5.2.1.2 Evaluación Sumativa

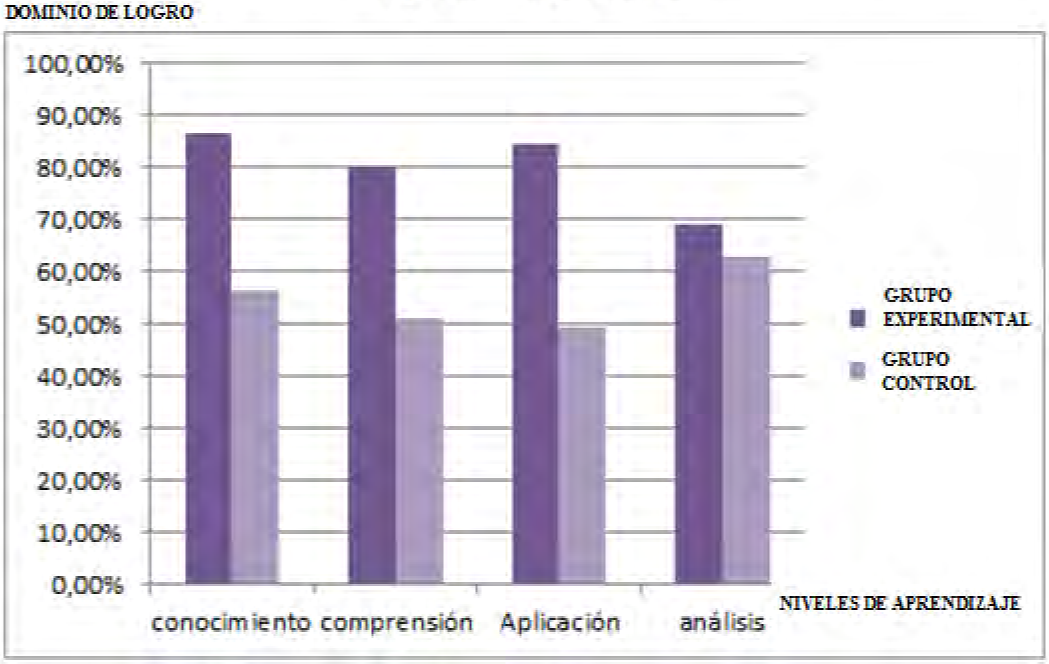
Comparación Evaluación Sumativa Grupo Experimental

Nivel de Aprendizaje	GE1	GE2	Promedio
CONOCIMIENTO	85%	88%	86,5%
COMPRENSIÓN	81%	79%	80%
APLICACIÓN	87%	82%	84,5%
ANÁLISIS.	70%	68%	69%

Comparación Evaluación Sumativa Grupo Control

Nivel de Aprendizaje	GC1	GC2	Promedio
CONOCIMIENTO	52%	61%	56,5%
COMPRENSIÓN	49%	53%	51%
APLICACIÓN	58%	41%	49,5%
ANÁLISIS.	64%	62%	63%

Gráfico N°2: Gráfico Porcentual de Evaluación Sumativa de los Grupo Experimental y Control



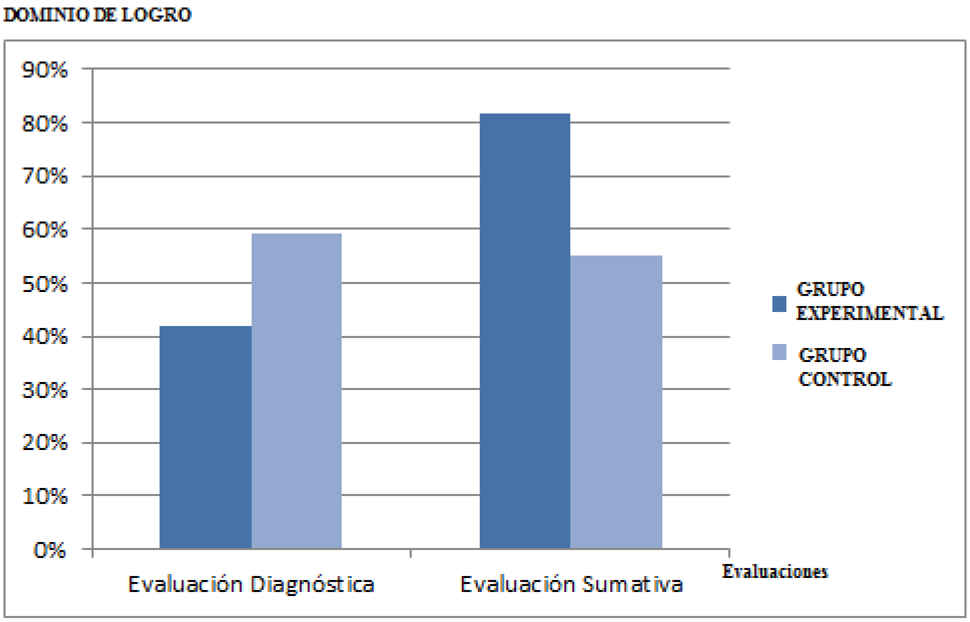
Dados los resultados que muestra la gráfica anterior podemos ver el claro dominio de logro que ha obtenido el grupo experimental por sobre el grupo control en los diferentes niveles de aprendizaje obteniendo una diferencia sustancial entre sus promedio generales de un 25% entre el grupo experimental por sobre el grupo control. A mismo tiempo podemos apreciar que la mayor diferencia se encuentra en el nivel de aprendizaje aplicación donde la diferencia es de un 35% siendo un hito, ya que lo que se busca por sobre todo es precisamente ayudar al estudiante en este nivel de aprendizaje el cual es el de más alto nivel de abstracción entre los cuatro.

Amparándonos de estos resultados, podemos ver que los grupos experimentales superan ampliamente sus pares al ser sometidos a PRODIENAF, mejorando así todos los resultados de la evaluación diagnóstica y dando vuelta los datos donde inicialmente el grupo control tenía una pequeña ventaja.

5.2.1.3 Comparación General.

Comparación General		
Grupo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación Sumativa
Experimental	42%	81,5%
Control	59%	55%

Gráfico 3: Comparación General

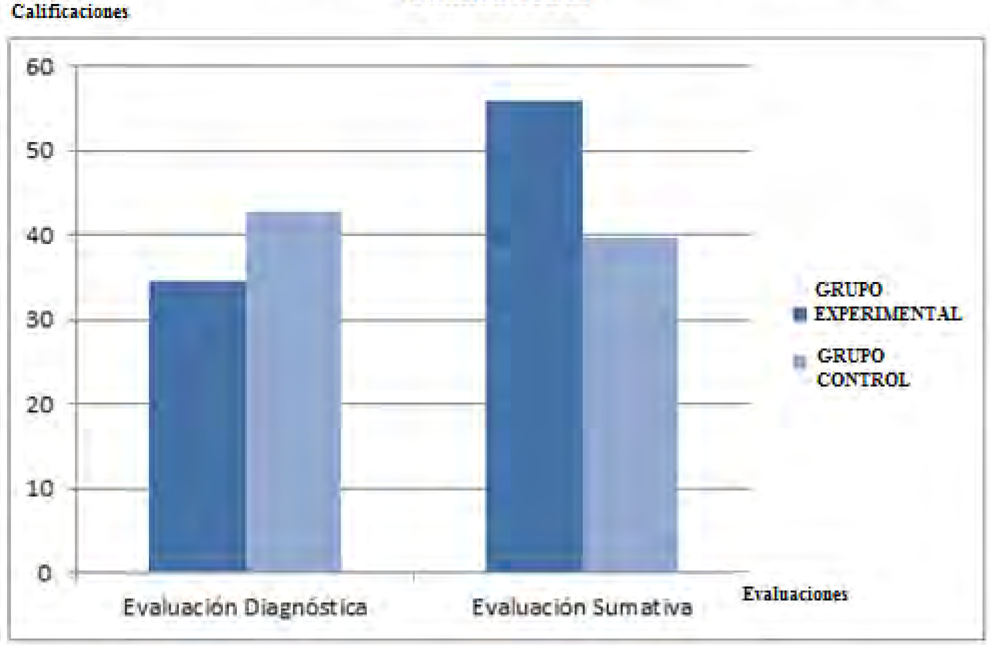


Como podemos apreciar el grupo disminuye su porcentaje de logro, siendo esta, una diferencia de 4 % entre la evaluación sumativa y la evaluación diagnóstica, lo que muestra que el grupo control apenas generó aprendizajes significativos, no así el grupo experimental, el cual, logró una diferencia promedio entre la evaluación sumativa y la evaluación diagnóstica de 39,5 % lo que afirma que gracias a someterse a la Propuesta de Enseñanza y aprendizaje se han generado evidentes aprendizajes significativos en los estudiantes, en el eje de álgebra .

5.2.1.4 Comparación calificaciones Evaluación Diagnóstica y Sumativa

Calificaciones de Evaluaciones		
Grupo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación Sumativa
Experimental	34,5	56
Control	42,7	39,6

Gráfico 4: Comparación de Evaluaciones con Respecto a sus Calificaciones



En este gráfico podemos observar que el grupo experimental aumentó de un 34,5en la evaluación diagnóstica a un 56 de la evaluación sumativa, obteniendo una diferencia de 21,5 décimas, por el contrario, el grupo control disminuyó de un 42,7 en la evaluación diagnóstica a un 39,6 de la evaluación sumativa, obteniendo una diferencia de -3,1décimas.

5.3 Análisis cuantitativo

Para poder realizar el análisis cuantitativo se visualizará el desarrollo de las evaluaciones diagnósticas y sumativas, estas pruebas, está compuesta de tres preguntas, las cuales se analizarán a continuación.

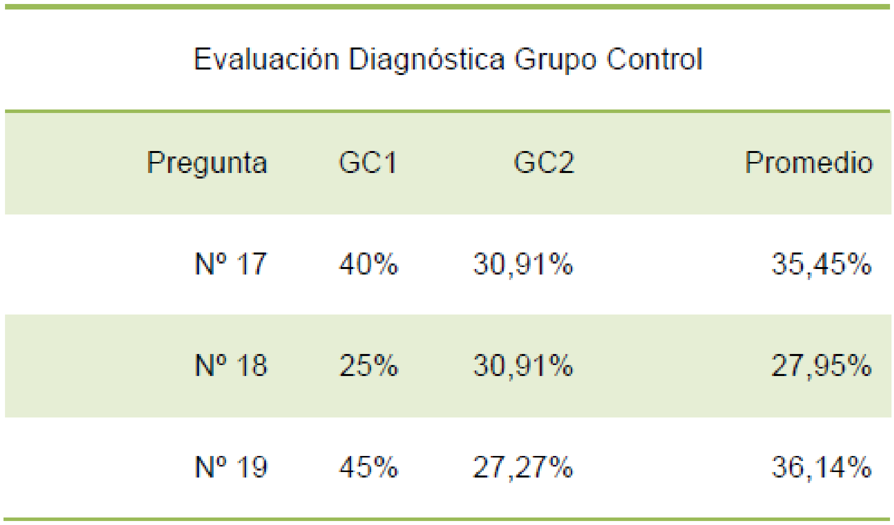
Lo que se realizará será comparar el porcentaje de logro entre las respuestas realizadas por el grupo control y el experimental, para luego ver las diferencias relevantes que puedan existir entre las evaluaciones sumativa y diagnóstica.

La pauta de corrección de cada pregunta se encuentra en la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín versión del docente.

5.3.1 Comparaciones Generales

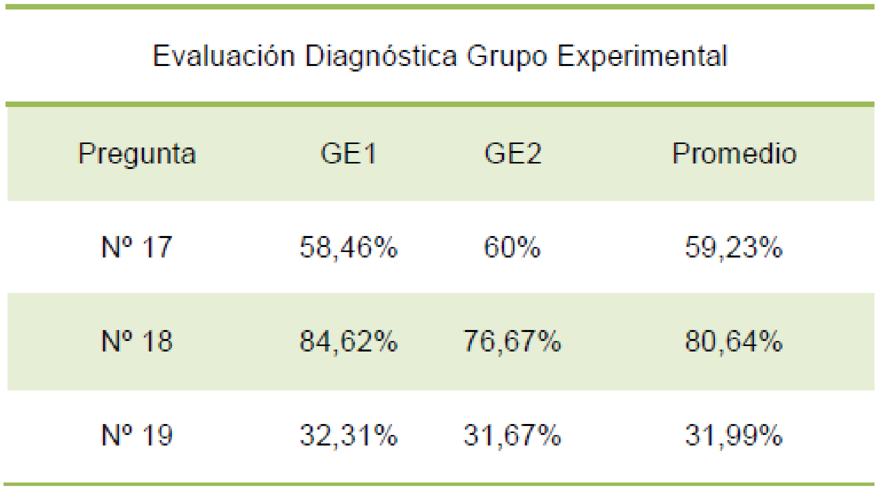
A continuación se realiza la comparación general de los resultados obtenidos por los estudiantes de ambos grupos, control y experimental, en las evaluaciones diagnóstica y sumativa en el ítem Desarrollo.

5.3.1.1 Evaluación Diagnóstica Ítem desarrollo.



Evaluación Diagnóstica Grupo Control

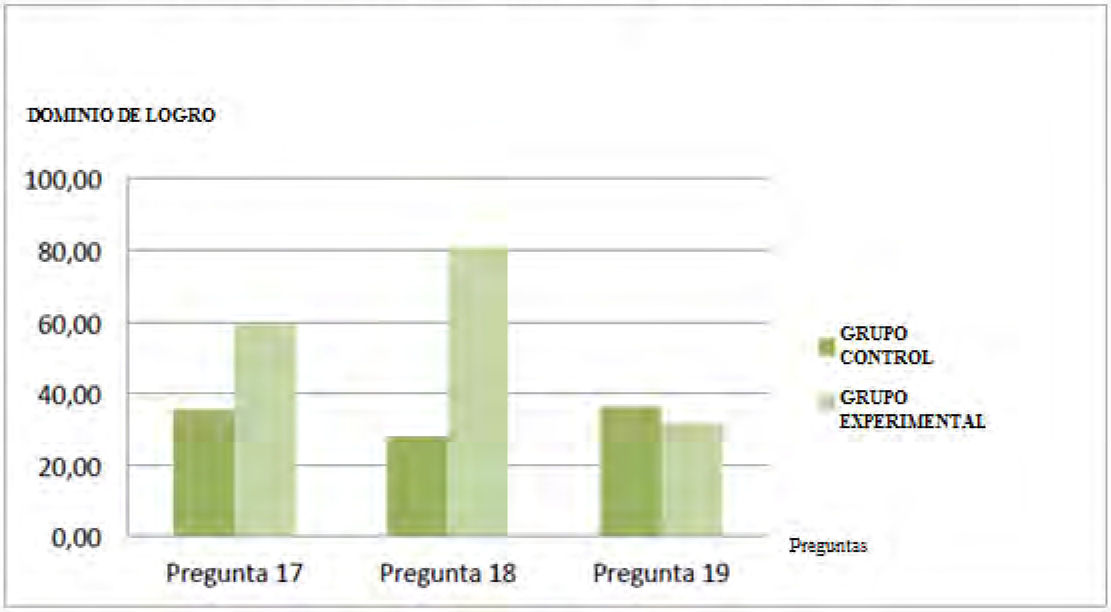
Pregunta	GC1	GC2	Promedio
Nº 17	40%	30,91%	35,45%
Nº 18	25%	30,91%	27,95%
Nº 19	45%	27,27%	36,14%



Evaluación Diagnóstica Grupo Experimental

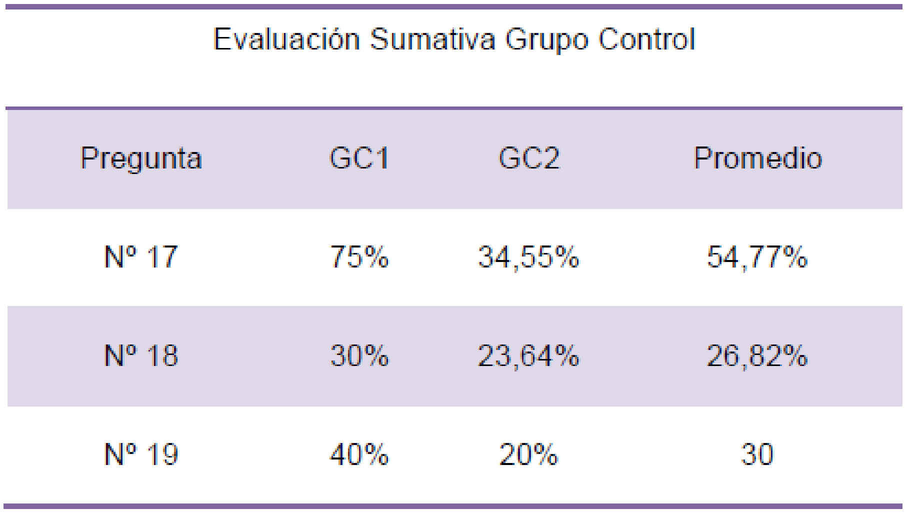
Pregunta	GE1	GE2	Promedio
Nº 17	58,46%	60%	59,23%
Nº 18	84,62%	76,67%	80,64%
Nº 19	32,31%	31,67%	31,99%

Gráfico N° 5: Comparación Evaluación Diagnóstica Ítem Desarrollo



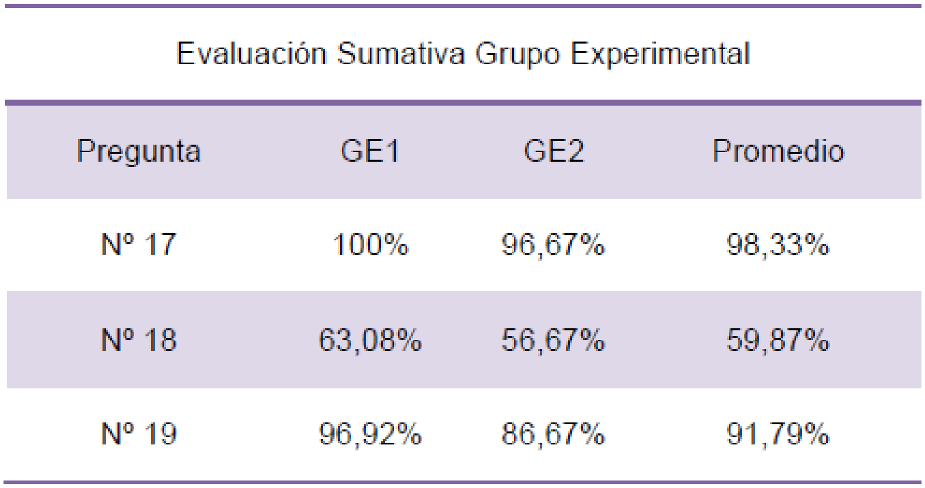
El presente gráfico nos muestra que, a pesar de cómo vimos anteriormente en el análisis de los ítems Generales, donde era el grupo control el que se encontraba en mejores condiciones; en preguntas de desarrollo se encuentra mejor preparado el grupo experimental, donde se puede apreciar que la diferencia que existe entre el promedio general de la evaluación diagnóstica, el grupo experimental supera en un 24,1% al grupo control.

5.3.1.2 Evaluación Sumativa Ítem desarrollo



Evaluación Sumativa Grupo Control

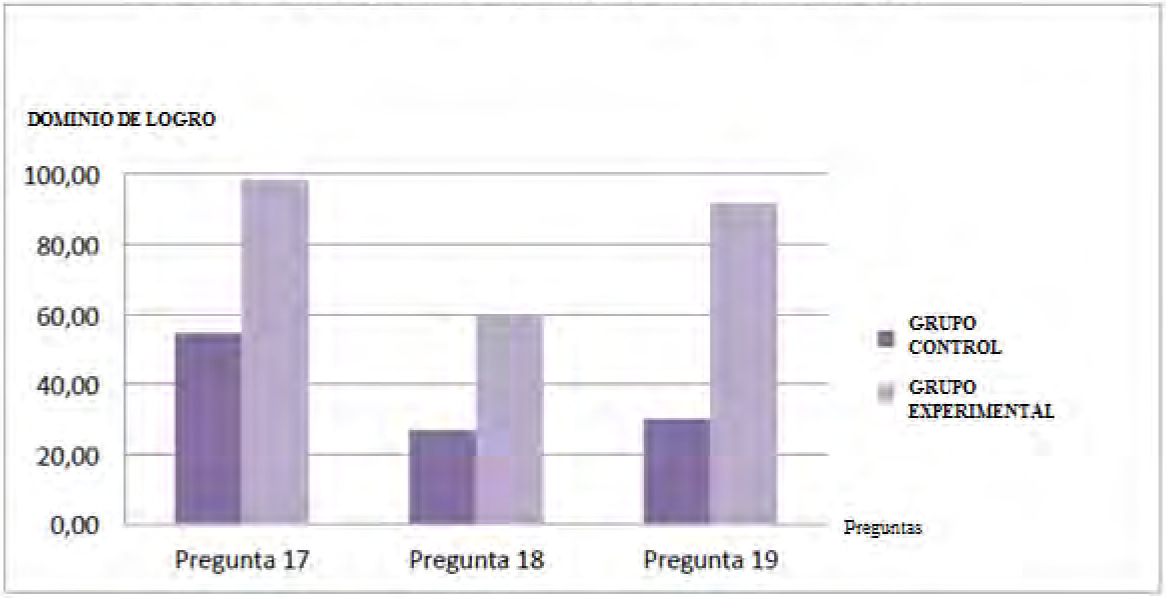
Pregunta	GC1	GC2	Promedio
Nº 17	75%	34,55%	54,77%
Nº 18	30%	23,64%	26,82%
Nº 19	40%	20%	30



Evaluación Sumativa Grupo Experimental

Pregunta	GE1	GE2	Promedio
Nº 17	100%	96,67%	98,33%
Nº 18	63,08%	56,67%	59,87%
Nº 19	96,92%	86,67%	91,79%

Gráfico N° 6: Comparación Evaluación Sumativa Ítem Desarrollo



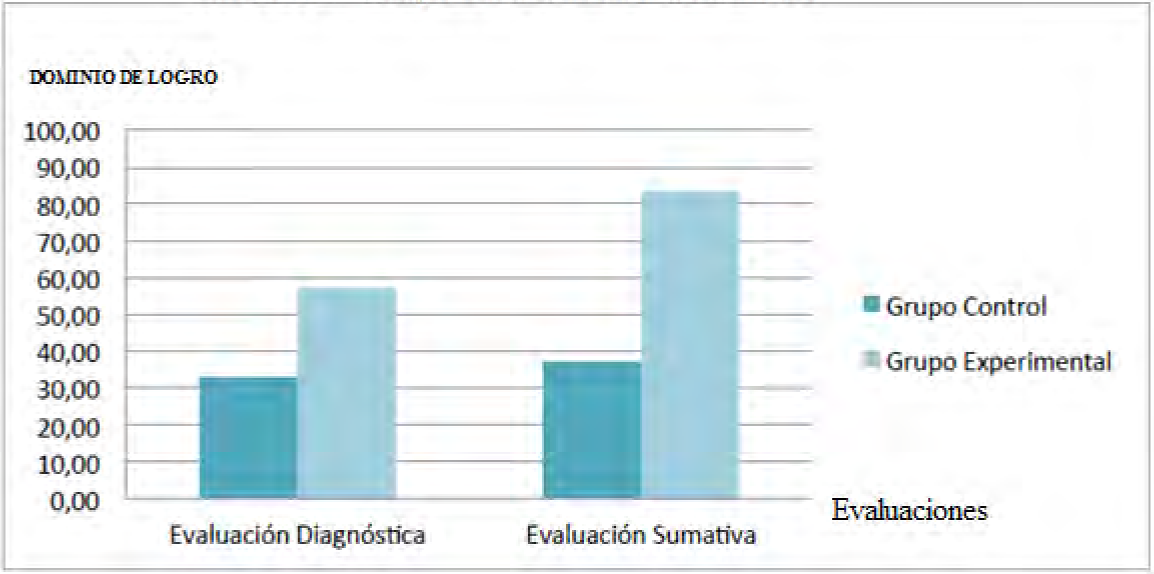
El presente gráfico nos muestra la situación con los datos obtenidos en la evaluación sumativa tanto en el grupo control como en el grupo experimental. Donde la diferencia que existe entre los promedio generales de la evaluación sumativa, deja al grupo experimental un 46,14% por sobre el grupo control.

Podemos ver que la tendencia que existía desde la evaluación diagnóstica se ha mantenido.

5.3.1.3 Comparación General Ítem desarrollo

Comparación general		
Grupo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación Sumativa
Control	33,18%	37,20%
Experimental	57,29%	83,33%

Gráfico N°7: Comparación General Ítem Desarrollo



El presente gráfico nos muestra lo ocurrido con los datos recogidos en el ítem de desarrollo tanto en el grupo control como en el experimental.

Como podemos ver analizando primeramente al grupo control, éste mantuvo el porcentaje de logro aumentando un 4,02% entre la evaluación. El grupo experimental también superó su avance inicial logrando subir un 26,05% en la evaluación sumativa con respecto a la evaluación diagnóstica.

En general la diferencia entre los promedio generales de ambas evaluaciones deja al grupo experimental un 15,03% sobre el grupo control.

En este análisis queda plasmado que existió la presencia de aprendizajes significativos en los estudiantes que fueron sometidos a la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal.

5.4 Análisis Cuantitativo de la preguntas 20 (Mapa Conceptual)

La pregunta número 20 de las evaluaciones diagnóstica y sumativa, está relacionada con un mapa conceptual, la cual pasaremos a analizar a continuación.

Para analizarlas lo que realizaremos será comparar el porcentaje de logro entre las respuestas realizadas por el grupo control y el experimental para luego ver las diferencias relevantes que puedan existir entre las evaluaciones sumativa y diagnóstica.

5.4.1 Comparaciones Generales

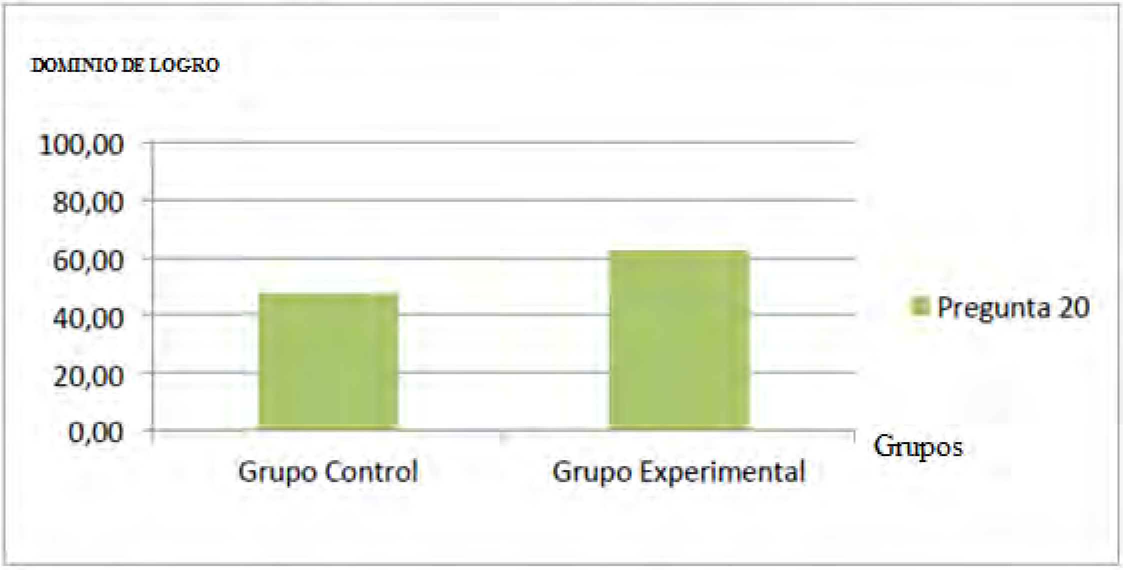
A continuación se realiza la comparación general de los resultados obtenidos por los estudiantes de ambos grupos, control y experimental, en las evaluaciones diagnóstica y sumativa en la pregunta número 20.

5.4.1.1 Evaluación Diagnostico Pregunta N°20

Evaluación Diagnóstica Grupo Control			
Pregunta	GC1	GC2	Promedio
Nº 20	65%	30,91%	47,95%

Evaluación Diagnóstica Grupo Experimental			
Pregunta	GE1	GE2	Promedio
Nº 20	58,46%	66,67%	62,56%

Gráfico N°8: Comparación Evaluación Diagnóstica Ítem Mapa Conceptual



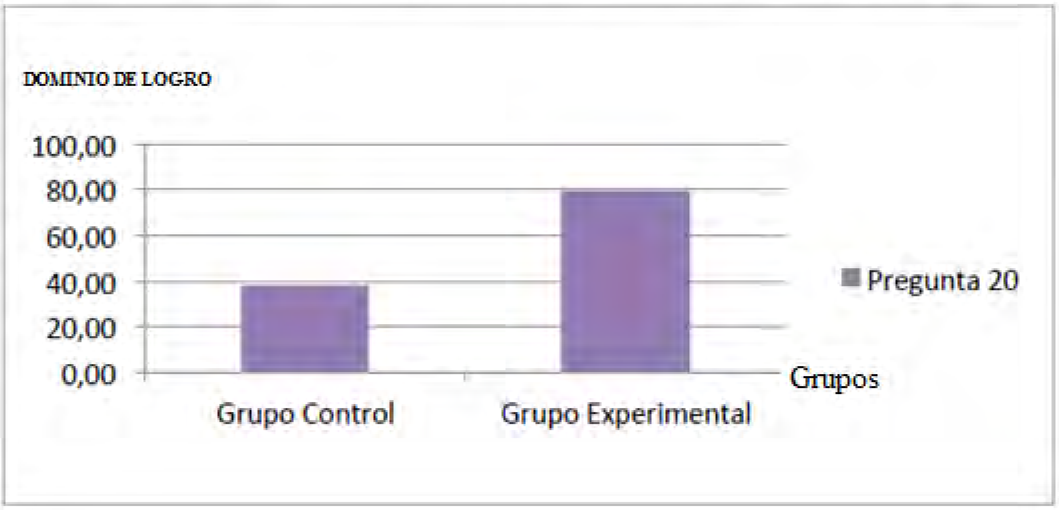
El presente gráfico nos muestra los datos obtenidos en la evaluación diagnóstica en los grupos experimentales y control. Podemos apreciar que la diferencia entre los promedios generales de ambos grupos, el grupo experimental supera en un 14, 61% al grupo control, por lo que podemos asumir que los grupos se encontraban también en esta pregunta, relacionado con mapas conceptuales, muy a la par.

5.4.1.2 Evaluación Sumativa Pregunta N°20

Evaluación Sumativa Grupo Control			
Pregunta	GC1	GC2	Promedio
Nº 20	60%	16,36%	38,18%

Evaluación Sumativa Grupo Experimental			
Pregunta	GE1	GE2	Promedio
Nº 20	80%	78,33%	79,17%

Gráfico N°9: Comparación Evaluación Sumativa Ítem Mapa Conceptual

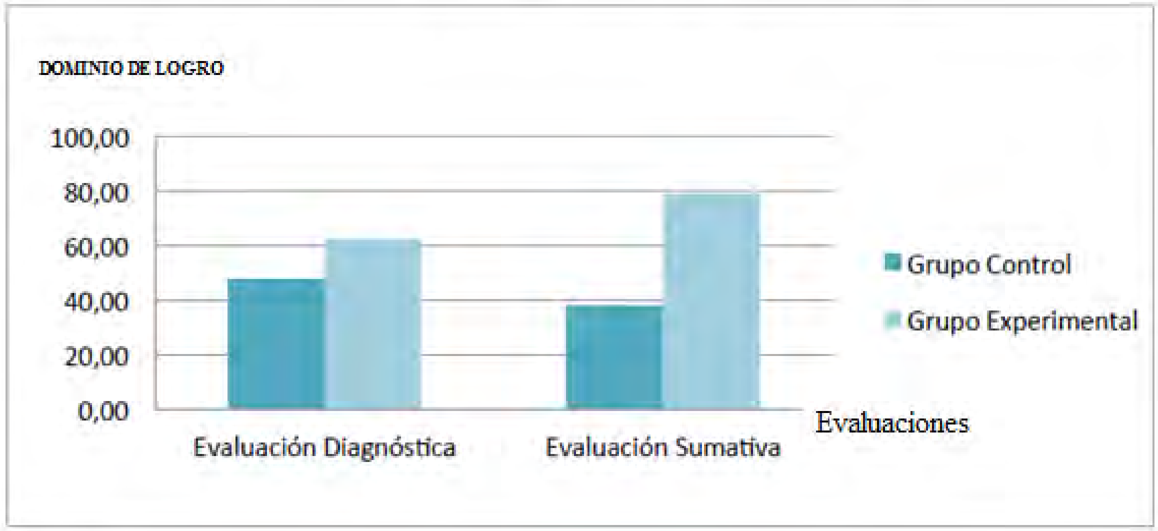


La presente gráfica nos muestra los resultados obtenidos por los estudiantes de los grupos experimental y control, en la evaluación sumativa en el ítem mapa conceptual. La diferencia que existe entre los promedios generales de ambos grupos es de un 40,98%, el cual muestra el alto nivel de logro obtenido pos los estudiantes del grupo experimental.

5.4.1.3. Comparación General pregunta N°20

	Comparación general	
Grupo	Evaluación Diagnóstica	Evaluación Sumativa
Control	47,95	38,18
Experimental	62,56	79,17

Gráfico N°10: Comparación General Ítem Mapa Conceptual



Esta gráfica nos muestra una comparación general de los datos obtenidos en el ítem de mapa conceptual, por los estudiantes de los grupos experimental y control. En el cuál si analizamos primeramente al grupo control, podemos ver que en esta pregunta su nivel del logro se redujo, ya que la diferencia entre sus promedios generales entre la evaluación sumativa y la diagnóstica fue -9,77%, lo cual indica que en el grupo control no hubo aprendizaje significativo en esta área.

Por otro lado analizando al grupo experimental podemos ver que la diferencia entre los promedio generales de la evaluación sumativa y la diagnóstica es 16,60%, lo cual muestra un aprendizaje significativo en el uso de mapas conceptuales.

En general podemos ver que la diferencia entre los promedio generales de ambos grupos, es decir, entre el grupo experimental y el grupo control en las evaluaciones sumativa y diagnóstica es de 3,41% por lo que se muestra que hubo aprendizajes significativa en el uso de mapas conceptuales en el concepto de Función Lineal y Afín en los estudiantes que fueron sometidos a PRODIENAF.

5.5 Análisis cualitativo encuesta de satisfacción

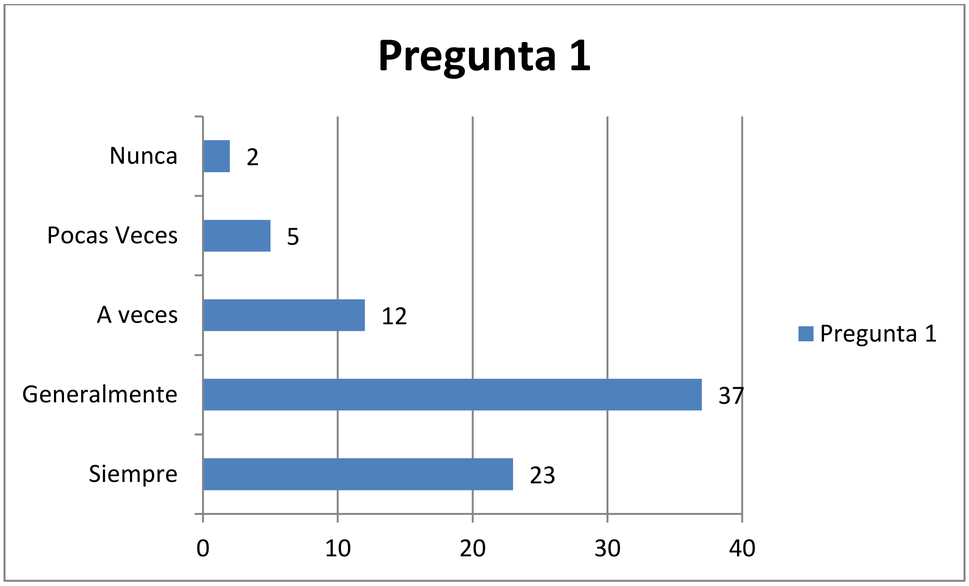
Ahora corresponde realizar el análisis a una encuesta de satisfacción anónima realizada a los estudiantes que fueron sometidos a la Propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Función Lineal y Afín, con el fin de evaluar cómo se sintieron y qué les pareció la intervención.

5.5.1 Análisis por pregunta

	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4	Pregunta 5
Siempre	23	70	50	9	32
Generalmente	37	5	6	67	37
A veces	12	3	20	2	4
Pocas Veces	5	1	2	1	3
Nunca	2	0	1	0	3
Total	79	79	79	79	79

5.5.1.1 Pregunta 1

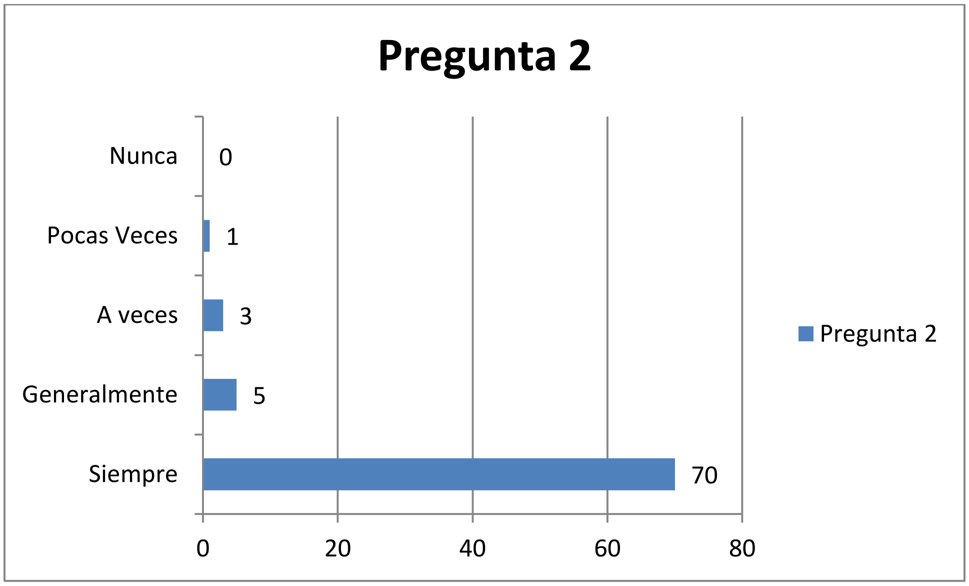
¿Encontró innovadora la presentación de los contenidos presente en la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF)?



En este gráfico podemos apreciar, que los estudiantes encontraron innovadora la propuesta de trabajo de Función Lineal y Afín (PRODIENAF), ya que en la encuesta realizada la tendencia de las respuestas fue positiva, y el 75,94% de los estudiantes encuestados se encuentra en los niveles de aceptación, siempre y generalmente.

5.5.1.2 Pregunta 2

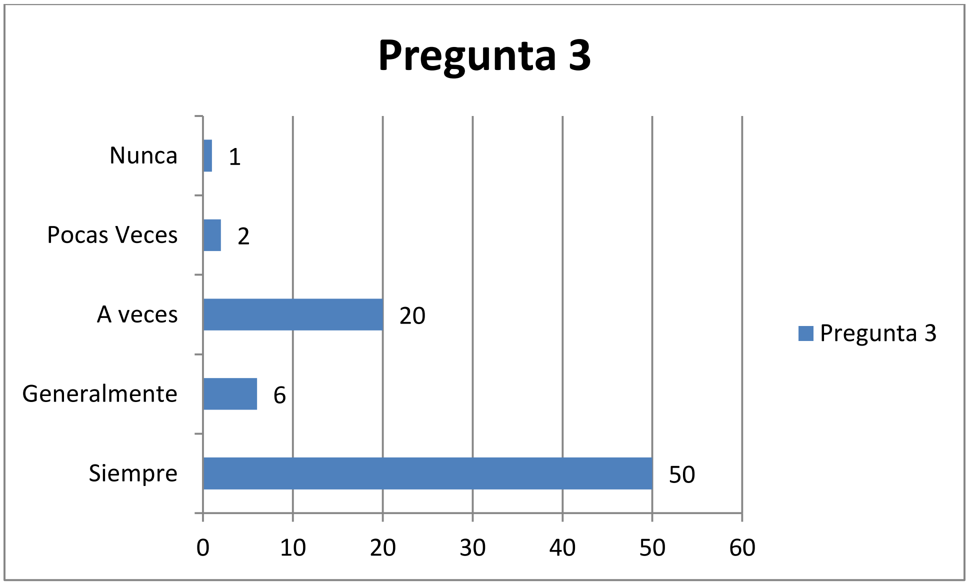
¿El material entregado fue acorde a lo visto en clases?



En este gráfico comprobamos que lo explicado, en las distintas clases donde se utilizó PRODIENAF es acorde al contenido entregado en éste; es decir, según el 88,6% de los estudiantes, el material entregado era acorde a lo enseñado en las clases de la unidad de Función Lineal y Afín.

5.5.1.3 Pregunta 3

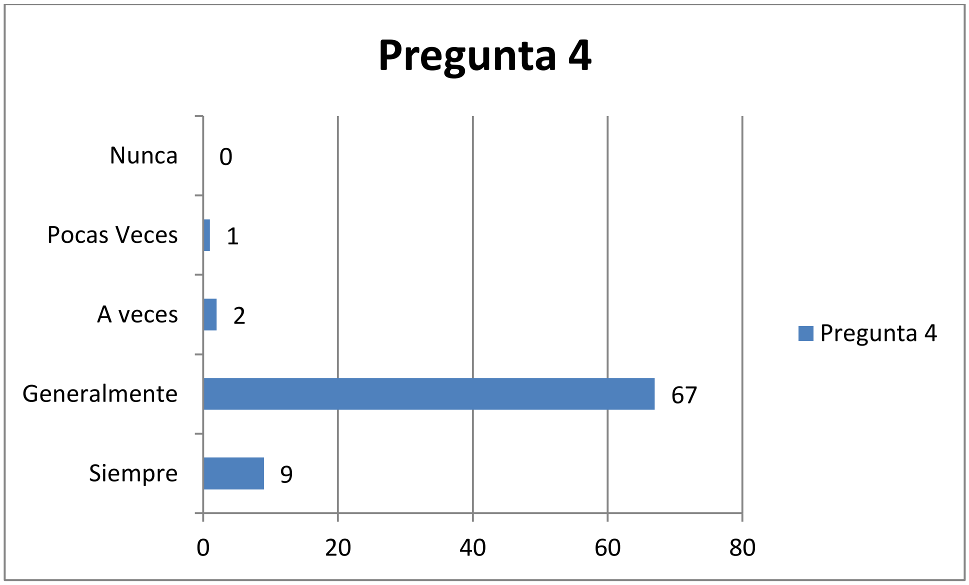
El uso de mapas conceptuales dentro de la propuesta de trabajo, ¿le ayudó a organizar y comprender mejor los conceptos de la unidad de Función Lineal y Afín?



En este gráfico podemos considerar una mayor diversidad en las respuestas entregadas por los estudiantes, aunque más de la mitad de las respuestas fue positiva, encontrándose en los niveles de aceptación, siempre y generalmente. En esta pregunta, verificamos que los mapas conceptuales ayudan a la organización de los conocimientos del 70 % de los estudiantes pero no podemos dejar de considerar a los alumnos que no les sirve utilizar mapas conceptuales como método de organización de los conocimientos.

5.5.1.4 Pregunta 4

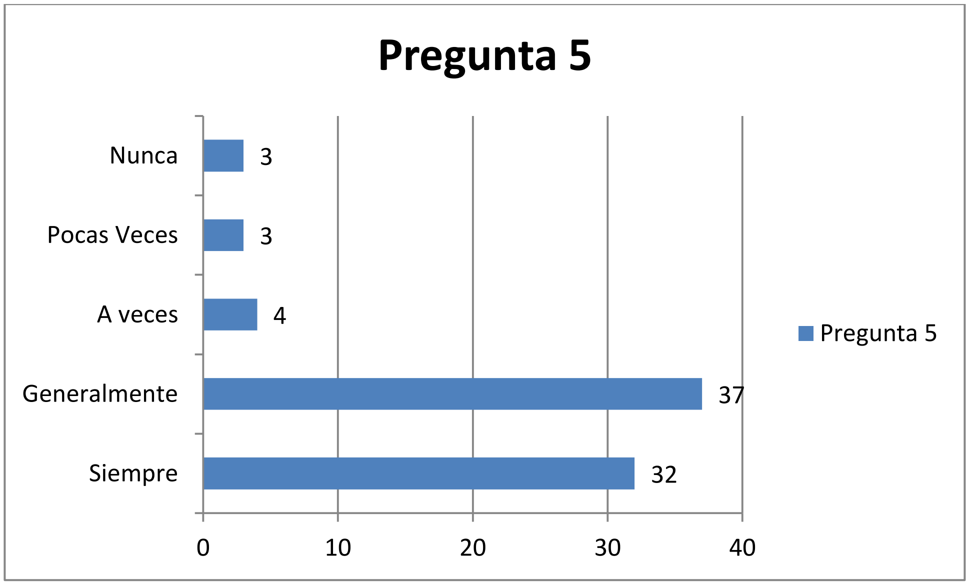
La Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, ¿le permitió ser partícipe activo del desarrollo de la clase?



En este gráfico, se muestra claramente que los estudiantes tuvieron una participación activa durante el proceso de utilización de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje, mostrando que un 96% de los estudiantes encuestados, que se encuentran en los niveles de aceptación, siempre y generalmente, participaron en el desarrollo de las clases organizadas en la propuesta metodológica de Función Lineal y Afín.

5.5.1.5 Pregunta 5

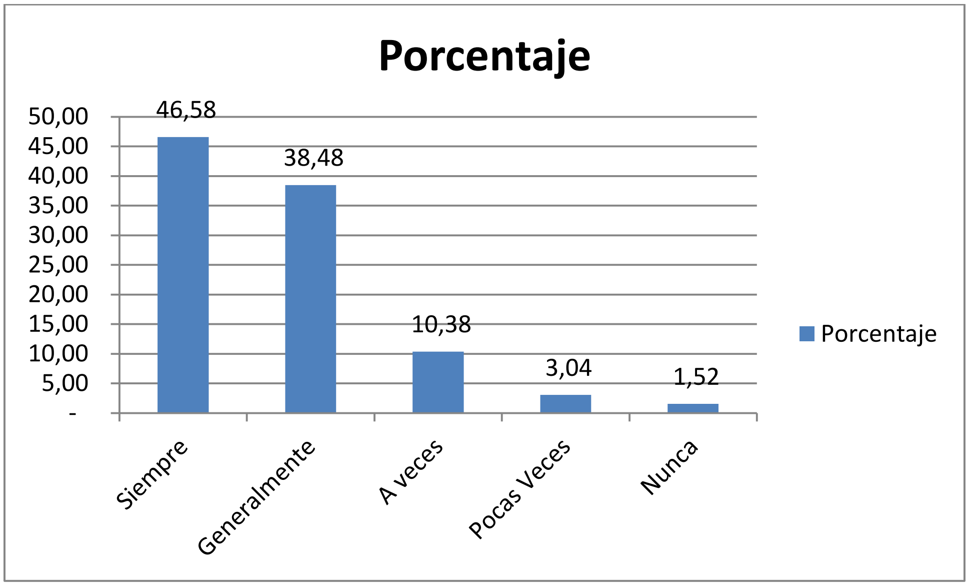
El trabajo cooperativo desarrollado en clases, ¿le facilitó el entendimiento de la unidad de Función Lineal y Afín?



Un 87,34 % de los estudiantes encuestados se ubica en los niveles de aceptación, siempre y generalmente, por lo tanto podemos observar y concluir que a los estudiantes se les facilito el entendimiento de los contenidos de la unidad Función Lineal y Afín con el trabajo cooperativo que se desarrolló en clases.

5.5.2 Análisis General encuesta cualitativa

Para concluir podemos observar en el gráfico general que la aceptación de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje es:



Esta aceptación positiva obteniendo un 85,06% en los niveles de aceptación, siempre y generalmente, siendo una propuesta innovadora que hará que los estudiantes participen activamente de ésta, facilitando la organización y el entendimiento de los contenidos produciendo un aprendizaje significativo en los estudiantes; pero también tenemos un 10,38% de los estudiantes que está ubicado en el nivel de aceptación a veces, un 3,04% de los estudiantes en el nivel pocas veces y el 1,52% de los estudiantes en el nivel nunca, en los cuales se encuentran los estudiantes que no encontraron innovadora la propuesta o simplemente no participaron activamente de las clases y la utilización de los mapas conceptuales no les ayudo a una mejor organización y comprensión de los contenidos de la unidad Función Lineal y Afín.

Capítulo 6:

Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín versión Alumno y Docente

2.9 Introducción

A continuación se presentará detalladamente la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín (PRODIENAF) versión alumno y Docente. Donde se describirá cada una de las partes y teorías que fundamentan el módulo.

2.10 Descripción de la Propuesta versión Alumno

La propuesta de enseñanza y aprendizaje está realizada por el método constructivista, es decir, los estudiantes construyen su conocimiento a través de problemáticas planteadas y las resuelven utilizando conocimientos ya adquiridos. Todo insertado en los Planes y Programas dispuestos por el ministerio de Educación

PRODIENAF versión Alumno (ANEXO 2), consta de diez clases constructivista, cada clase posee su objetivo y están particionada de la siguiente manera:

- Clase 1: Recordando lo Aprendido “Proporcionalidad directa”.
- Clase 2: Características de una proporcionalidad directa.
- Clase 3: Función Lineal.
- Clase 4: Propiedades de Linealidad.
- Clase 5: Pendiente de la recta de una Función Lineal.
- Clase 6: Diversas Formas de Registro de Función Lineal.
- Clase 7: Función Afín.
- Clase 8: Pendiente de una Función Afín, tomando valor cero o infinito.
- Clase 9: Coeficiente de Posición.
- Clase 10: Práctica de Función Lineal y Afín (Ejercicios)

Cada clase posee al menos tres problemáticas en las cuales deben resolverse de manera gráfica, con tabla de valores o generalizando la expresión algebraica, todo esto, para relacionarlo con el lenguaje natural, para que el estudiante realice un adecuado traspaso de un registro de representación semiótica a otro y obtenga un aprendizaje significativo.

Por otro lado, en cada partición se encuentra incorporado un cuadro resumen, o un cuadro donde permite que el alumno realice las institucionalizaciones de la clase o los apuntes que él considere necesario.

2.11 Descripción de la propuesta Versión Docente

La propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF, versión Docente (ANEXO 3), está construida con respecto al marco curricular del Ministerio de Educación Chileno, en el curso de Primer Año Medio, que establecen los objetivos fundamentales mínimos y obligatorios.

Para que el docente se organice con respecto a las clases en la propuesta se implementará las planificaciones diarias. Debido a que es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con los aprendizajes Esperados que se busca obtener.

Adicionalmente las diez clases están diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre y especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. O sea que cada problemática propuesta en el texto del alumno acá se encuentra desarrollada y con los lineamientos que debe tener el docente para guiar al estudiante en los ejercicios presentados.

Finalmente en la Propuesta de Enseñanza y aprendizaje versión docente existen las dos evaluaciones analizadas, Evaluación Diagnóstica y Evaluación Sumativa, con sus respectivas rúbricas.

Capítulo 7:

Conclusión y Sugerencias

7.1 Conclusión

Al momento de comenzar a desarrollar la propuesta didáctica de la Función Lineal y Afín siempre estuvo presente la preocupación de que el Ministerio de Educación no entregue textos de manera constructivista. Todos los Planes y Programas le exigen al docente que realicen las clases desde esta perspectiva, para que el estudiante obtenga un aprendizaje significativo.

Esto nos llevó a la idea de comenzar esta investigación realizando una encuesta a profesores que impartían la asignatura, principalmente en la unidad de Función Lineal y Afín. Ante el poco y renovado material existente, el cual es recurrente entre los profesores encuestados al momento de buscar material de apoyo, fue que surge la necesidad de generar aprendizajes más significativos, por lo que, usando teorías más actualizadas, y un enfoque más fresco, fue que se construye la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, con el propósito de tratar de responder satisfactoriamente a nuestras hipótesis y preguntas de investigación, plasmando así todo esto en nuestra propuesta, PRODIENAF.

Como nuestra propuesta fue creada desde el punto de vista de los aprendizajes significativos, era necesario que los aprendizajes logrados por los estudiantes pasaran a formar parte de su estructura cognitiva de manera significativa, por lo que éstos deben estar completamente relacionados con conocimientos previos de los estudiantes considerados en la muestra de esta investigación.

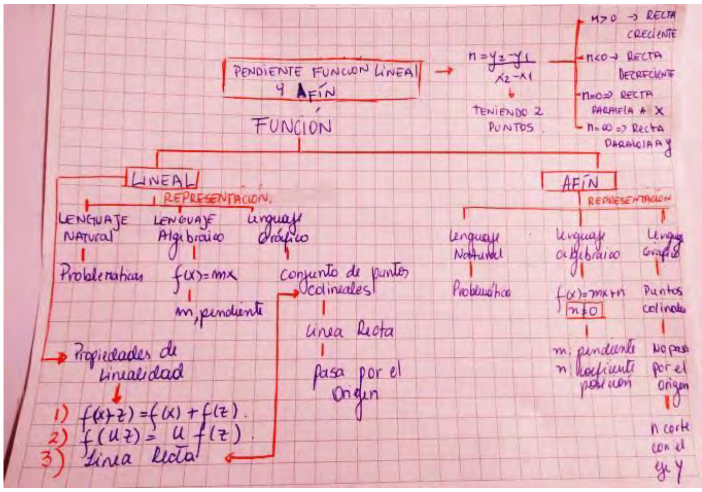
Al llegar a la instancia de reconocer si estos aprendizajes fueron logrados por los estudiantes sometidos a la propuesta, fue necesario verlos y analizarlos primeramente desde el punto de vista cuantitativo, otorgándole un valor al logro realizado por ellos. Por otro lado, analizando cualitativamente para así poder ver sus logros de forma más concreta, por ejemplo en las preguntas de desarrollo y la del mapa conceptual, en las cuales se pudo apreciar que el rendimiento de los estudiantes fue tal que los llevó a lograr mapas conceptuales claramente organizados y con una coherencia sólida.

.

Es por eso que a la pregunta de investigación se puede responder con certeza, que el uso de un texto bien estructurado, lleva a los estudiantes a generar aprendizajes significativos en la unidad Función Lineal y Afín de Primer Año de Enseñanza Media.

Es claro que el estudio responde de manera satisfactoria a la hipótesis 1, ya que la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF mejora, con clara evidencia, el rendimiento de los estudiantes en el eje de álgebra de matemática formación de Primer año de Enseñanza Media.

También PRODIENAF, responde de manera satisfactoria a la hipótesis 2, ya que los alumnos de Primer Año de Enseñanza Media generan un aprendizaje significativo en los conceptos de Función Lineal y Afín en el eje de álgebra y se puede demostrar debido a que realizan correctamente los Mapas Conceptuales:



Además podemos afirmar que el uso de un texto guía aumenta el rendimiento de los estudiantes de matemática formación de Primer Año de Enseñanza Media, respondiendo con esto a la hipótesis general dos.

Y lo más importante de todo esto, es una propuesta que a los estudiantes les pareció novedosa, llamativa, ya que se sintieron motivados y cómodos, generando así aprendizajes significativos.

7.2 **Sugerencias**

Como mencionamos en la hipótesis 1 y 2, esta investigación también confirma, que el uso de una texto guía en la unidad de Función Lineal y Afín, PRODIENAF, mejora el rendimiento y aprendizaje de los estudiantes de matemática de Primer Año de Enseñanza Media por lo que sugerimos la posibilidad de crear nuevas propuestas de textos guía para las otras unidades y cursos; ya que como hemos visto a lo largo de la investigación, es algo que se vuelve necesario.

Además como vimos en la historia de los planes y programas, desde que Ignacio Domeyko incluyó en los Planes y Programas la Matemática, específicamente el álgebra, ésta continúa vigente como una de las áreas más importante para quien pretende realizar estudios superiores, por lo que, aunque al día que se está escribiendo esta tesis, esté por implementarse un cambio en las bases curriculares producto de una reforma educacional en marcha, es por esto, que es un buen momento para apoyar a la educación con propuestas como la que presentamos en esta investigación.

Se sugiere, la necesidad de prácticas tempranas para formarnos como docente de mejor manera. Además en prácticas profesionales, reemplazos o trabajos actuales se ha encontrado con la realidad de la Formación Diferenciada y el poco material disponible, es que sugerimos el uso de la Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF, para abordar la unidad de Álgebra.

Capítulo 8:

Bibliografía

8.1 Bibliografía

✍Ausubel, David P.; Novak, Joseph D. ; Hanesian, Helen ; Sandoval Pineda, Mario (traductor) ; Botero, Mauricio , México, D.F. : Trillas, 1997,Psicología educativa : un punto de vista cognoscitivo.

✍Baeza, A.;Blanco MP y otros. Libro Bicentenario 1° Medio Matemática, Santillana 2010.

✍C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé, A. Zabala (2007): Constructivismo en el aula, 1a edición editorial Graó.

✍Carretero, M (1993) "Constructivismo y educación". Zaragoza: Edelvives.

✍CENLADEC: Centro Latino Americano para el Desarrollo, la Educación y la Cultura, 2000. "Reforma Educativa y Gestión Educacional.

✍Farías Assis, Eliana, 1969. "Estudio de las Bases para la Elaboración de Planes y Programas de la educación secundaria. Universidad de Chile, Facultad de Filosofía y Educación, Instituto Pedagógico, Valparaíso.

✍Gutiérrez Paredes, Juan José, 2007. "Diseño Curricular Basado en Competencias", Alazor.

✍Luis Emilio, 1997-1999Rojas. "Historia y Crisis de la Educación Chilena".

✍Moreira, M. A. (2000). Aprendizaje Significativo: teoría y práctica. Ed. Visor. Madrid.

✍Perales, F. J. (2000): "Resolución de problemas". Ed. Síntesis, S. A. Madrid.

✍Silva, C. (2010). Diseño y producción de material didáctico en ciencias. Universidad de Playa Ancha: Valparaíso, Chile.

✍Silva, C. (2012). Revista Chilena de Educación Matemática. RECHIEM. Vol. 6 Nº1, pág. 47-57

✍Silva, C. (2013). Modelos didácticos innovativos para la enseñanza de las ciencias. Editorial Amazon Digital Services, Inc.

✍UNESCO, 1976. "Evolución y situación actual de la educación en América Latina, Santiago de Chile.

✍Yurac Soto, Pedro, 1957. "Planes y Programas de la Educación secundaria en los ramos científicos", Instituto pedagógico Universidad de Chile, Valparaíso.
PREAL: Programa de la formación de la reforma educativa en América Latina y el Caribe, 2003. "Formas y Reformas de la educación en América Latina.

8.2 Bibliografía virtual

✍Currículum en línea (2014) http://curriculumenlinea.mineduc.cl/

✍Currículum nacional (2014) http://www.curriculumnacional.cl/

✍Dalle E. Constructivismo (2010) http://bit.ly/laprimariaonline/

✍Desarrollo educacional 1810-1960 http://bit.ly/DesEdu1810-1960/

✍Duval R, 1999, “Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo”, Curso del doctorado en educación con énfasis en Educación Matemática, Universidad del Valle Santiago de Calí http://www.matematicas.uady.mx/dme/docs/tesis/Tesis_Mariocaballero.pdf

✍Martínez G.2005. “Acta latinoamericana de matemática Educativa”, Comité Latinoamericano de matemática Educativa (CLAME), Volumen 19, p.p 223. Latinoamérica. www.clame.org.mx/documentos/clame19.pdf#page=223.

✍Museo de la educación http://www.museodelaeducacion.cl

✍Planes y Programas de estudio MINEDUC (2014):http://bit.ly/curriculumlineaMineduc

✍Programa de estudios escolares (2014):http://bit.ly/ProgramasEstudio2014

✍Reforma Augusto Pinochet 1973 - 1980: http://bit.ly/ReformaPinochet

✍Reforma Educacional 1990-1999 http://bit.ly/ReformaEduc1990-

✍Segura S.2004. “función afín y lineal” Revista Latinoamérica de Investigación en matemática Educativa, Tomo: 1665-2436, p.p 49-78.México http/redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf1335/33570103.pdf.

FACULTAD DE CIENCIAS

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

PROPUESTA DIDÁCTICA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE MÓDULO DE FUNCIONES PARA LA UNIDAD DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN DEL PROGRAMA DE MATEMÁTICA PRIMER AÑO DE ENSEÑANZA MEDIA, PRODIENAF.

(ANEXOS)

Memoria de Título, para optar al Título de Profesor de Matemática, Mención Didáctica y al Grado de Licenciado en Educación.

PAOLA DEL CARMEN CANTILLANA ESPINOZA

PROFESOR GUÍA:

Dr. CARLOS SILVA CÓRDOVA

Valparaíso, Chile 2015

Anexo1: Encuesta Docente

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 1

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino __/__ Masculino ____

2. Establecimiento donde realiza sus clases:
Municipal __/__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? En un curso tengo 35 alumnos y en el paralelo 37.

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio “Matemática” de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si __/__ No ____

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

Lo realiza pero no están conectados los diferentes traspasos, creo que se debería realizar otro libro de estudio.

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

Las problemáticas confunden a los estudiantes porque combinan muchos contenidos.

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

No existe institucionalización clara, es por eso que confunden a los alumnos

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto guía no aclara con detalles lo que se pretende, lo que ayuda son las actividades complementarias

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __/__ No ____

Si es si ¿Cuál? Texto UC 1° Medio "Ejercicios"

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Creo que en el texto no recuerdan contenidos previos y no hay ejercicios para practicar de función afín y lineal.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 2

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino _x__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal _x__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? Tengo un solo primero con 28 alumnos

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si _x__ No ____

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

No es claro el traspaso del lenguaje natural, algebraico y gráfico. Existe una confusión en aclarar el contenido, adicionalmente donde involucra varios conceptos en las problemáticas no llegan al fin de entender lo que es una función lineal o afín.

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

Creo que en vez de formar el concepto, confunde y no se alcanza el concepto de función afín y lineal.

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

No hay una institucionalización en el texto de los alumnos ni en el del docente. Muchas veces es necesario que el texto traiga incorporado las definiciones sobre todo para los alumnos porque ellos son los que estudian en sus hogares.

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

//

7. ¿Qué opina sobre el guía del docente en el tema función afín y lineal?

Opino que posee varias falencias, no presenta aclaraciones de cada actividad que posee el texto, en sí es un texto que posee actividades complementarias que no sirven de mucho

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x_ No ____

Si es si ¿Cuál? Textos de la editorial Santillana de primeros medios_

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Creo que se debe realizar una renovación ya que se ha incorporado por más de dos años y los estudiantes poseen esas falencias de función afín y lineal que sirve mucho para sistema de ecuaciones.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 3

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino _x__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:
Municipal _x__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? En promedio 30 alumnos.

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si _____ No _x_

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

El texto posee errores matemáticos, desarrolla ejercicios y no llega al resultado que se pretende con los conocimientos de los estudiantes, en el ámbito de la unidad de álgebra de la función afín y lineal. Los problemas presentados son complejos confundiendo a los estudiantes. Por otro lado hace una relación con la máquina y una función siendo esto más complejo para ellos.

7. ¿Qué opina sobre el guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto está muy general no específica lo que se pretende con cada problemática, si bien tiene los resultados de cada actividad, es primordial que se involucren orientaciones tanto didácticas como tecnológicas.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x_ No ____

Si es si ¿Cuál? Libros SENDAS de 1° Medio

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Creo que el cambió está ligado a realizar una incorporación más detallada de las diferentes actividades y guiar más al docente para que se realice una incorporación clase a clase.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 4

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino __X__ Masculino ___

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal ____ Subvencionado __X___ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? 38 alumnos

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si __X__ No ___

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

El texto presenta gráficos y problemas pero no realiza la interacción entre ellos, por esto creo que no se cumple a cabalidad los diferentes traspasos.

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

No creo que los ayude en su plenitud, debido a que relaciona muchos conceptos matemáticos que los alumnos no saben.

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

No tiene institucionalización el texto, sería conveniente agregar, como por ejemplo, en los textos de segundo medio un resumen con el contenido visto en la clase

5. ¿Por qué no utiliza el texto?

6. ¿Qué opina sobre el guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto guía está dado en forma general y no ayuda mucho en la resolución de las clases

7. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __X__ No ____

Si es si ¿Cuál? En general el libro que ocupo es de primero medio de ejercicios editorial Santillana

8. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

El cambio que realizaría sería que las clases estuvieran más divididas y que se hiciera institucionalizaciones en cada clase, esto es para un aprendizaje óptimo de los alumnos.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Lo haría más didáctico.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 5

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino __x__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:
Municipal __x__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? Promedio 30 alumnos

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio “Matemática” de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si ____ No __x__

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

El texto es elevado para el tipo de estudiantes que tengo, realizo guía tratando de ver los contenidos mínimos obligatorios.

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

No es detallado, lo ideal sería que fuera por clase.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si _x___ No ____

Si es si ¿Cuál? Santillana de primero medio y guías de internet.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

El texto lo detallaría para que quedara clase a clase para un buen aprendizaje de los alumnos.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 6

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino __/__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:
Municipal __/__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? 38 alumnos

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si ____ No __x__

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

Cuando ocupé el texto en el contenido de función afín y lineal, lo alumnos no comprendían las problemáticas y no relacionaban los ángulos que mostraba el libro con las funciones tratadas. Es por esto que los alumnos consideraron que el contenido era difícil y en vez de motivarlos los desmotivó.

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto no es claro con las actividades ya que no se sabe lo que se pretende el autor o autores en cada actividad, es muy general.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x__ No ____

Si es si ¿Cuál? Álgebra Escolar de Arrayan_

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Lo que cambiaría seria que los problemas y actividades estuvieran relacionados a su vida cotidiana ya que en muchas veces preguntan ellos ¿Para qué sirve esto?

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 7

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino __/__ Masculino ____

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal __/__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? En el primero medio A 33 y en el primero medio B 35 alumnos.

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si __/__ No ____

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

Los traspasos lo realiza en forma individual, no existe una relación entre el lenguaje natural, algebraico y gráfico, pero si están presente los tres traspasos.

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

No ayuda a formar el concepto se debe preparar varias clases, ya que se debe ligar conocimientos previos con el de función, además creo que el texto ayuda a practicar, pero no a formar.

Los alumnos manifiestan que el texto es complejo es por esto que se hacen las actividades grupales.

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

Como ya decía el texto no institucionaliza eso se realiza en la clase con el docente, en sí los alumnos más interesados y más hábiles en matemática no pueden avanzar con el contenido porque no entienden las supuestas definiciones.

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

****

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto guía no es especifico, da ideas generales que no ayuda mucho en el diseño de la clase, creo que debe ser más preciso con cada actividad que presenta, así se podrá ayudar más a los alumnos.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x__ No ____

Si es si ¿Cuál? En general ocupo textos de la web o guías de este mismo sitio.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Creo que si se pudieran cambiar desglosaría los conceptos y las definiciones las presentaría más claras y concisas.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 8

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino __x__ Masculino ____

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal __/__ Subvencionado _____ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? Primero medio C son 25 y en el primero medio D son 27

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si ____ No __x__

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

El texto no es utilizado por los alumnos debido a que tienen muchos vacíos de contenidos de básica, no comprenden los problemas y no les motiva a realizar los ejercicios del libro.

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto del docente no guía con las actividades que se presenta el libro, solo tiene resultados, que muchas veces no ayuda en nada, por otro lado las orientaciones didácticas son ambiguas lo que conlleva a buscar otro tipo de textos.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x__ No ____

Si es si ¿Cuál? Utilizo textos los preuniversitarios Cepech y Pedro de Valdivia.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

El texto lo cambiaria a las realidades que poseen los estudiantes en su vida diaria, y no agregaría otros conocimientos como física para no confundirlos y que el aprendizaje de las matemáticas sea entendido y comprendido.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 9

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino __x__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal ____ Subvencionado __x___ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? 47 alumnos

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si __x__ No ____

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

El texto si relaciona los diferentes traspasos pero no explica a los estudiantes el por qué, llevando a errores matemáticos de tipo cálculos aritméticos

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

Como explica el problema los autores del texto ayudan en una cierta forma construir el concepto pero como lo explica el alumno no lo forma, siendo esto el efecto Topaz adelantando las respuestas a los alumnos y volviendo a los alumnos no autónomos.

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

La institucionalización se realiza pero al final de la unidad, esto confunde a los estudiantes ya que no van formando paso a paso los nuevos conceptos.

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

//

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto guía ayuda en el ámbito de las prácticas porque posee ejercicios anexos, pero en las orientaciones didácticas tienen falencias.

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

Si __x__ No ____

Si es si ¿Cuál? Textos de ejercicios Santillana Bicentenario.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

Creo que se debería cambiar es la explicación por preguntas que orienten al nuevo concepto, no creo que sea necesario darles las respuestas a los estudiantes.

Encuesta Docente Para el Objeto Matemático de Función Afín y Lineal

Número de encuesta: 10

El objetivo de la presente encuesta es conocer los textos que son utilizados por los estudiantes y además los recursos didácticos y bibliografía que está siendo utilizada por los docentes que imparten el subsector de Matemática en el curso de Primer Año de Enseñanza Media.

La encuesta consta de 9 preguntas abiertas, las cuales los docentes opinarán sin restricciones a ser publicados los nombres, debido a que solo se publicarán las respuestas pero no los nombres ni el establecimiento.

Estos datos serán ocupados para realizar un seminario de titulación, por lo que se ruega que las respuestas sean fidedignas a su realidad.

1. Sexo: Femenino ____ Masculino __x__

2. Establecimiento donde realiza sus clases:

Municipal ____ Subvencionado __x___ Privado ____

3. ¿Cuántos alumnos posee en primero medio? En el 1°Medio A 34, 1°Medio B 36 y 1°Medio C 32 alumnos.

4. ¿Utiliza el texto de primer año medio "Matemática" de los autores Andrés Ortiz, Cristian Reyes, Marisol Valenzuela y Eugenio Chandía de la editorial Mc Graw Hill año 2013?

Si ____ No _x___

5. Si no utiliza el texto responda la pregunta número 6 y si lo utiliza responda las siguientes preguntas

- ✓ ¿Cómo relaciona el texto escolar en los diferentes traspasos, tanto del lenguaje natural, algebraico y gráfico de la función afín y lineal?

- ✓ ¿Las problemáticas del texto ayuda a los estudiantes a formar el concepto de función lineal y función a fin?

- ✓ ¿Cómo es la institucionalización del texto en el conocimiento de función a fin y función lineal?

6. ¿Por qué no utiliza el texto?

El modo de trabajar que posee el establecimiento está ligado a realizar guías de estudios en cada clase. Donde un principio se realiza el cálculo de ciertas operaciones aritméticas tales como números enteros, racionales, etcétera, dependiendo del nivel que estemos trabajando, luego viene una problemática que permite introducir el nuevo conocimiento.

7. ¿Qué opina sobre el texto guía del docente en el tema función afín y lineal?

El texto no ayuda mucho en las actividades, es más bien, explica el autor en forma general, no siendo una ayuda para los estudiantes

8. ¿Utiliza otro texto de estudio?

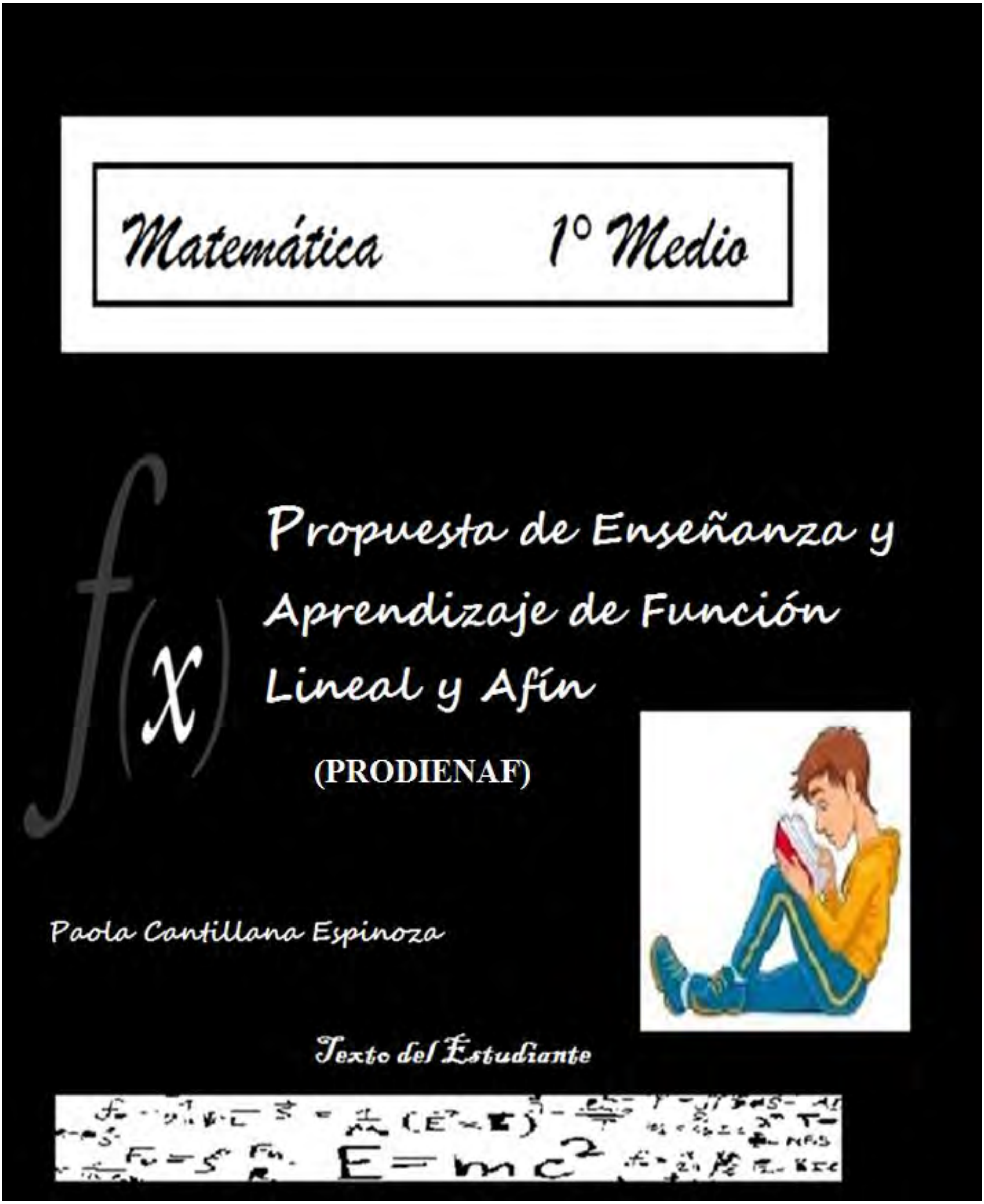
Si __x__ No ____

Si es si ¿Cuál? El establecimiento aparte de las guías de estudio trabaja con los libros de la editorial SM, respectivamente dependiendo del nivel y la asignatura.

9. ¿Qué cambiaría usted de los textos de estudio que entrega el Ministerio de Educación en primero medio con respecto al contenido de función afín y lineal? ¿Por qué?

En realidad el texto posee varias falencias tanto pedagógicas como didácticas, por lo demás existen errores matemáticos, como por ejemplo en las respuestas de los ejercicios.

Anexo 2: Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF, Versión Alumno



Matemática 1° Medio

Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín

(PRODIENAF)

Paola Cantillana Espinoza

Texto del Estudiante

Diseño De Actividades.

(Propuesta de enseñanza y aprendizaje versión Alumnos)

Estimados alumnos, alumnas.

Esta propuesta de enseñanza y aprendizaje es para ayudarte a abrir las puertas en el conocimiento matemático, pero tu esfuerzo es clave para la creación de este nuevo saber. Recuerda que el trabajo, la reflexión y la investigación son las que ayudaran a resolver cada problema, no temas al error ya que esa es una circunstancia para poder aprender mucho.

Se despide Paola Cantillana Espinoza.

Índice temático.

Recordando lo Aprendido “Proporcionalidad Directa”.

Clase 1:

Objetivo: Estudiar y recordar las situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica.

Problema 1: En Perú se utiliza un tarro llamado “Cilindro Peruano” su utilidad es para cocinar todo tipos de carnes. Eleonora va a una tienda, donde venden este tipo de cilindro. Se percata que todos poseen un radio de 0,5 metros. Pero ella se pregunta ¿Cuál es el volumen del cilindro Peruano cuya altura es de 1,2 metros? ¿Y si su altura es de 1 metro? (considere que el valor de $\pi = 3{,}14$)

Resuelvan las preguntas en este cuadro

a. ¿Cuál serían las variables numéricas involucradas en el problema?

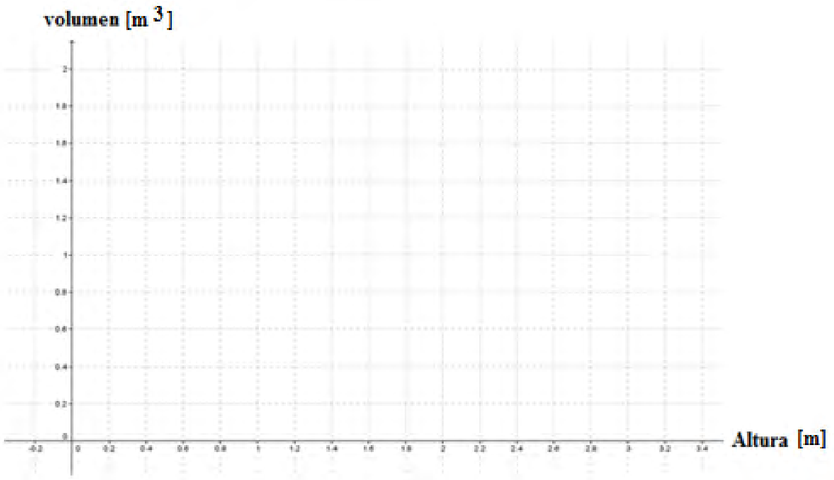
Las variables son: ____

b. Complete la siguiente tabla de datos cambiando su altura para obtener su volumen.

Altura [m]									
Volumen [m^3]									

c. ¿Qué pasa con el volumen cuando se aumenta la altura? O ¿Cuándo la variable altura disminuye?

d. Construye el gráfico de la función con los valores de la tabla anterior. ¿Qué puedes decir del gráfico?



- **Problema 2:** En la bencinera de Quilpué se actualizó el tablero de precios quedando de la siguiente manera:

Con respecto a la información anterior responde las siguientes preguntas.

Analizando:

a. ¿Existe una relación entre litros de bencina de 93 octanos y precio de bencina? ¿Por qué? ¿Cuál sería?

b. ¿Cuánto gastaría por 4 litros de 93 octanos? ¿y por 9?

c. ¿Cuántos de bencina de 93 octanos comprarías con $10.000? ¿y con $6120?

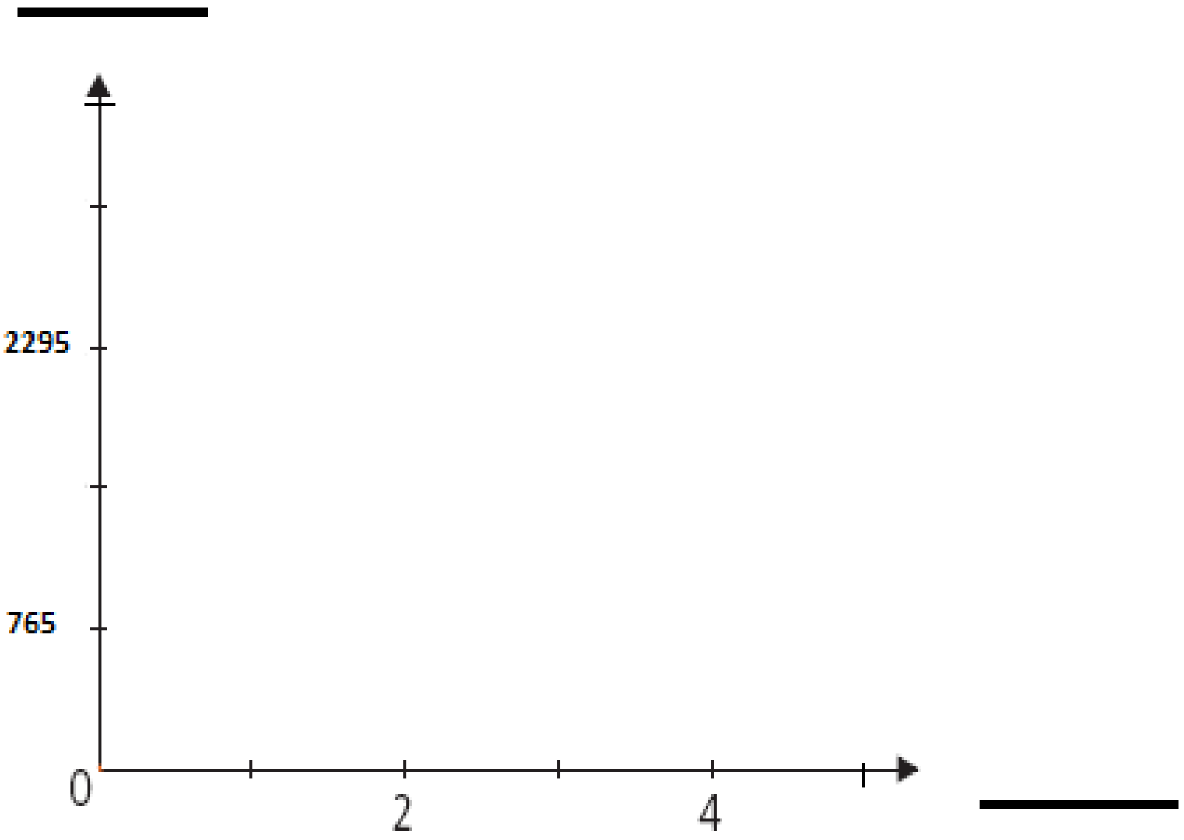
d. ¿Cuál serían las variables numéricas involucradas en el problema?

Las variables son: ____

e. El bombero de la bencinera decide organizar los datos de bencina de 93 octanos en la siguiente tabla para dar la información más rápida a los clientes que consultan por el precio de cada litro de bencina. Tener en cuenta que el bombero solo conoce números naturales, por lo tanto la tabla de valores estaría dada hasta el valor de cinco litros de bencina.

Litros de bencina	**1**			**4**	
Precio por cantidad de litros en pesos ($)			2295		

f. Construye el gráfico de la función con los valores de la tabla anterior.



g. ¿Cómo es la gráfica? ¿Qué nombre recibe?

h. El cociente entre los litros y el precio de la bencina de 93 octanos ¿forman una proporción? ¿Por qué?

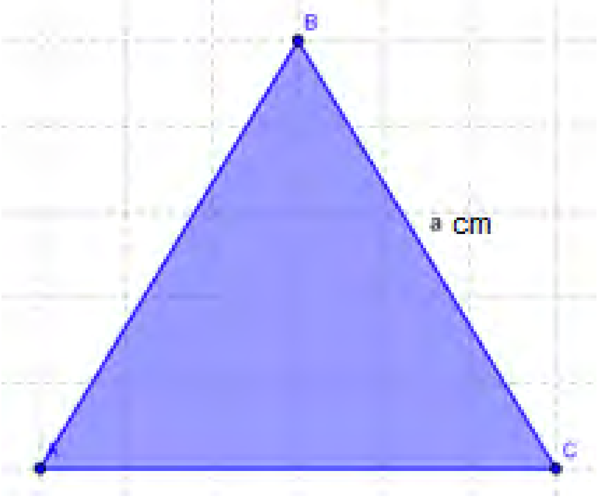
i. ¿Qué conclusiones puedes extraer de la clase? ¿Qué recordaste de una proporcionalidad directa? ¿Podrías crear una situación de una proporcionalidad directa?

Características de una proporcionalidad directa

Clase 2:

Objetivo: Estudiar las características de situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica.

- **Problema 1:** Mayra es una alumna de 7° básico del Colegio Graneros, ella debe calcular el perímetro de un triángulo equilátero. Lo que sabe es que la medida de uno de sus lados es a cm. Si la medida de su lado es 4 cm ¿Cuál sería su perímetro? ¿Y si el lado midiese 8 cm?



Con respecto a la información anterior responde las siguientes preguntas.

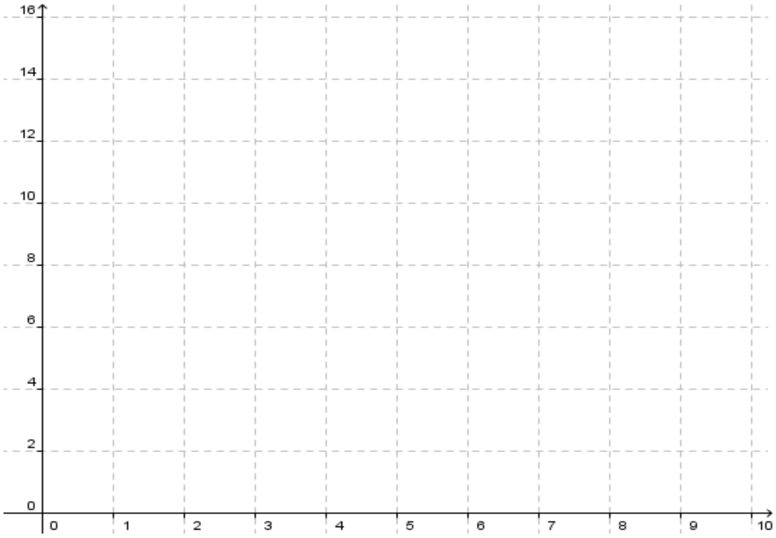
a. Completa la siguiente tabla cambiando los valores de los lados del triángulo y obteniendo el perímetro.

Lados del triángulo [cm]	1 cm	1,5cm							a cm
Perímetro [cm]					15cm				

b. ¿Existe una relación entre la medida de los lados del triángulo y su perímetro? ¿Por qué? ¿Cuál sería?

c. ¿Cuál es la función que da la relación entre las variables involucradas en la situación?

d. Construye el gráfico de la función con los valores de la tabla anterior.



e. ¿Qué observa sobre la posición de los puntos representados en la gráfica?

f. Con respecto a la gráfica, tabla de datos y las operaciones realizadas ¿Qué variable depende de la otra? Justifique su respuesta.

Recuerda: “La dependencia entre estas variables se puede establecer por medio de una función”

Problema 2

Un automóvil viaja a una velocidad constante de 90 [km/ h]. ¿Cuál es la distancia recorrida?

Tiempo [h]	**Distancia [km]**
1	
1,5	
4	
9	
10	

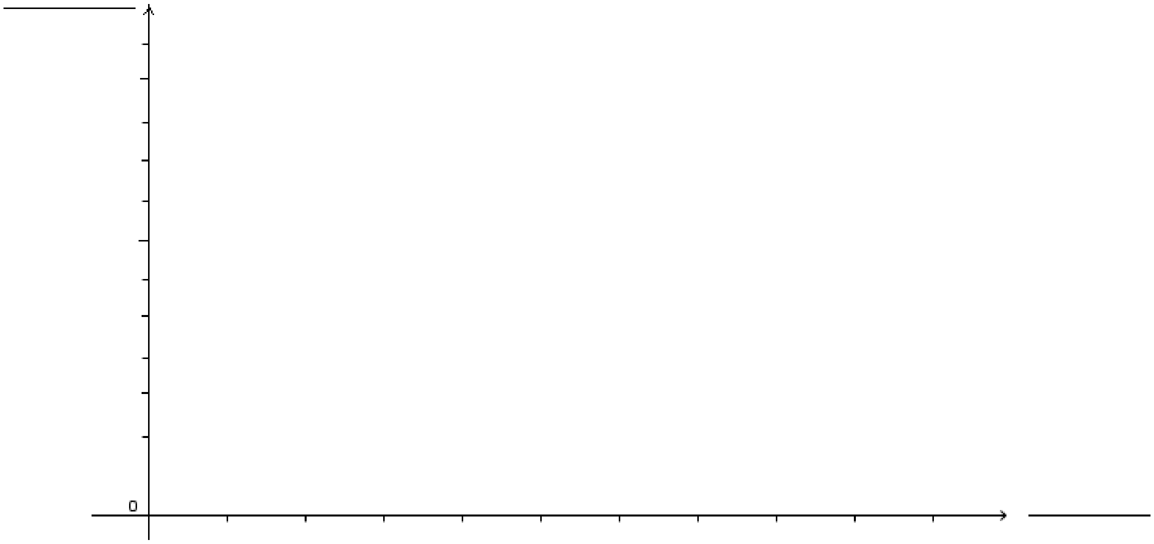
Analizando:

a. ¿Existe una relación entre la distancia del móvil y el tiempo transcurrido? ¿Por qué? ¿Cuál sería?

b. ¿Cuál es la función que da la relación entre las variables involucradas en la situación?

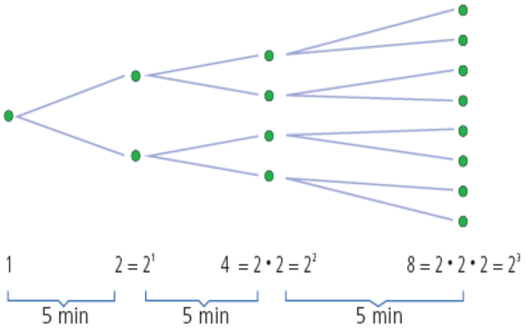
c. ¿Qué puede decir sobre cociente entre la distancia recorrida y tiempo transcurrido?

d. Con los datos de la tabla construye un gráfico.



e. ¿Cuál es la distancia recorrida al cabo de 2,5 horas?

Problema 3: En un laboratorio hay una bacteria en un tubo de ensayo y el Tecnólogo Médico se percató que se duplica cada cinco minutos dicha bacteria. El realizó el siguiente esquema para responder las siguientes preguntas.



a. ¿Existe una relación entre bacterias y tiempo transcurrido? ¿Por qué? ¿Cuál sería?

b. ¿Cuántas bacterias hay a los 20 minutos?, ¿ y a los 25 minutos?

c. ¿Cuál sería las variables numéricas involucradas en el problema?

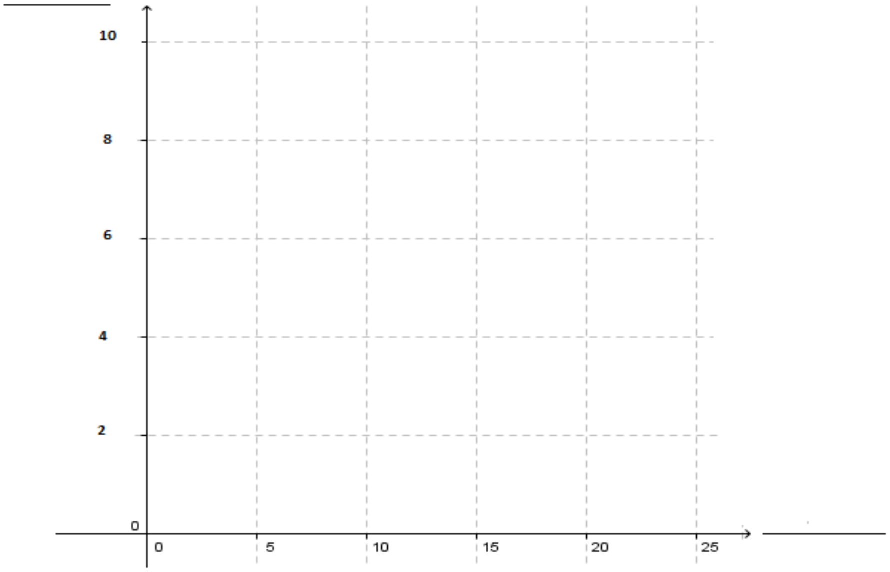
Las variables son: ____

d. Completa la siguiente tabla con algunos datos:

Bacterias	1	2		8			64
Tiempo en minutos	0	5	10		20		30

e. ¿Cuál sería el cociente entre los minutos y la cantidad de bacterias? ¿Se mantiene constante?

f. Construye el gráfico de la función con los valores de la tabla anterior.

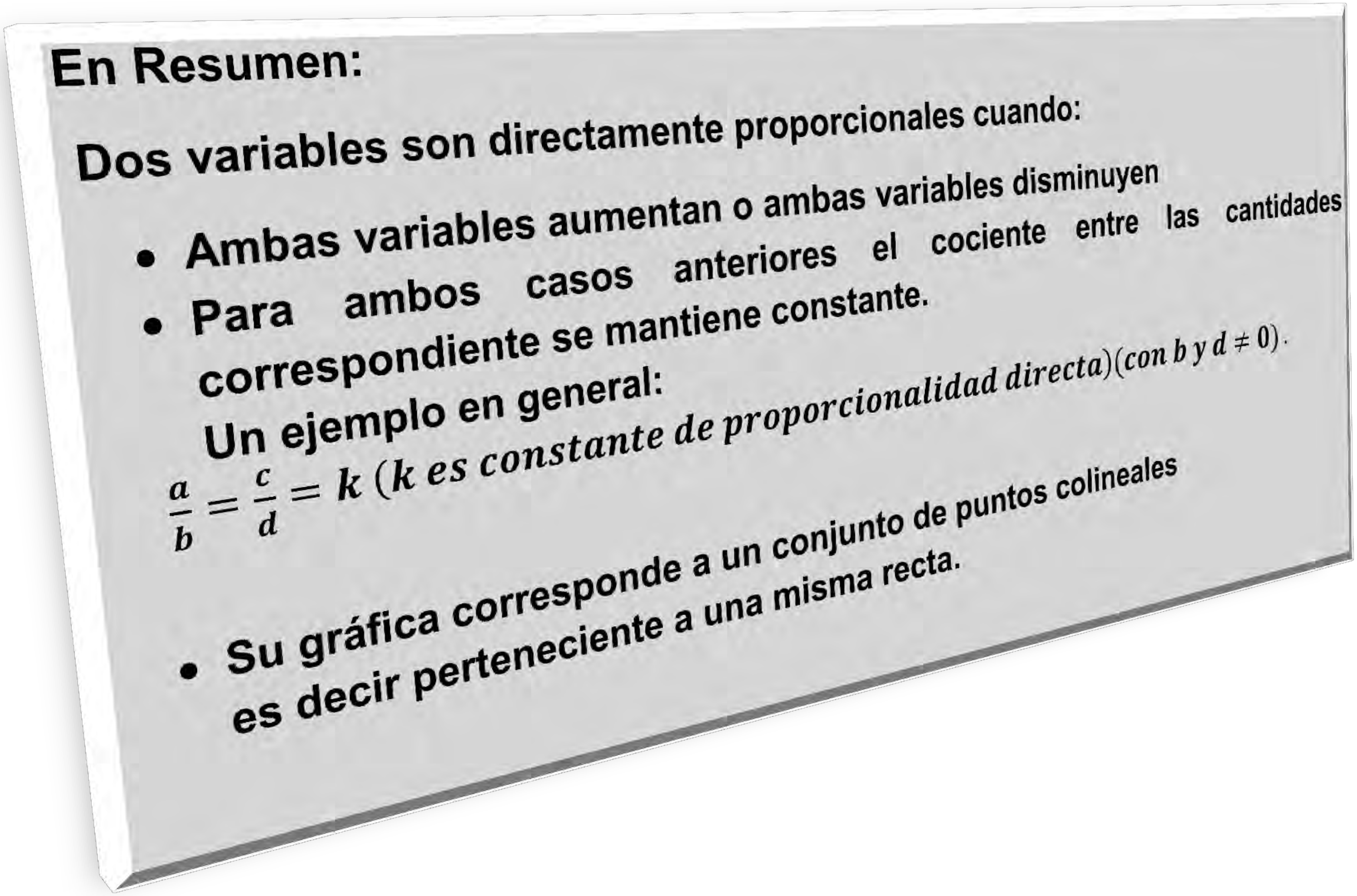


g. ¿Es proporcionalidad directa esta función? Explique su respuesta.

h. ¿Qué relación y diferencias poseen los problemas realizados? Justifique su respuesta.

i. Realice un mapa conceptual con las características de una proporcionalidad directa

El ejemplo anterior corresponde a una función exponencial donde su gráfica es una curva, y no es proporcional ya que no existe una constante entre las cantidades correspondientes, su gráfica no está constituida por puntos colineales. No confundas que si ambas variables aumentan o disminuyen necesariamente es una proporcionalidad directa.



En Resumen:

Dos variables son directamente proporcionales cuando:

- Ambas variables aumentan o ambas variables disminuyen
- Para ambos casos anteriores el cociente entre las cantidades correspondiente se mantiene constante.

  Un ejemplo en general:

  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ (k *es constante de proporcionalidad directa*)(*con* b *y* $d \neq 0$).

- Su gráfica corresponde a un conjunto de puntos colineales es decir perteneciente a una misma recta.

“Función Lineal”.

Clase 3:

Objetivo: Identificar situaciones de proporcionalidad directa para asociar en problemáticas de una función.

Problema 1: Daniela quiere realizar un viaje, por toda América del Sur en su automóvil desde Puerto Montt. Ella quiere saber las distancias (d) recorrida al cabo de un tiempo (t) determinado sabiendo que velocidad constante de 97 [km/h]. (Recuerda que en Física se denota la velocidad de la siguiente manera: $v = \frac{d}{t}$)

a. ¿Cuál es la constante proporcional y las variables involucradas en la problemática?

b. ¿Cómo representaría Daniela una función que permita determinar la distancia en un determinado tiempo?

c. ¿Cuál es la distancia recorrida al cabo de tres horas de viaje? Explique el procedimiento de lo calculado.

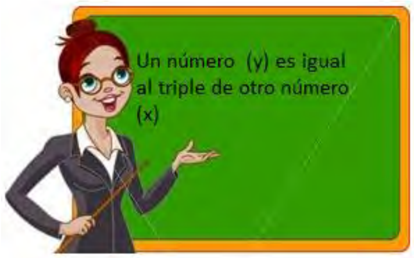
d. Encuentre los valores faltantes de la tabla de valores:

Distancia (Kilómetros)	14, 55 km			388 km			582 km
Tiempo (Horas)		1 hora	2,5 hora		5 hora	5,5 hora	

e. Con los datos obtenidos en la tabla realice un gráfico:

f. ¿Qué características posee el gráfico? Justifique su respuesta.

Problema 2: Martina es una profesora de la V región, le escribe a sus alumnos la siguiente problemática “Un número (y) es igual al triple de otro número (x)”. Luego le pide terminar cuales son los números sabiendo que pueden tomar valores en los números racionales.



a. ¿Cómo podrían determinar los valores de los números? ¿Cómo lo determinó? ¿Podría tomar otro valor? Justifique su respuesta.

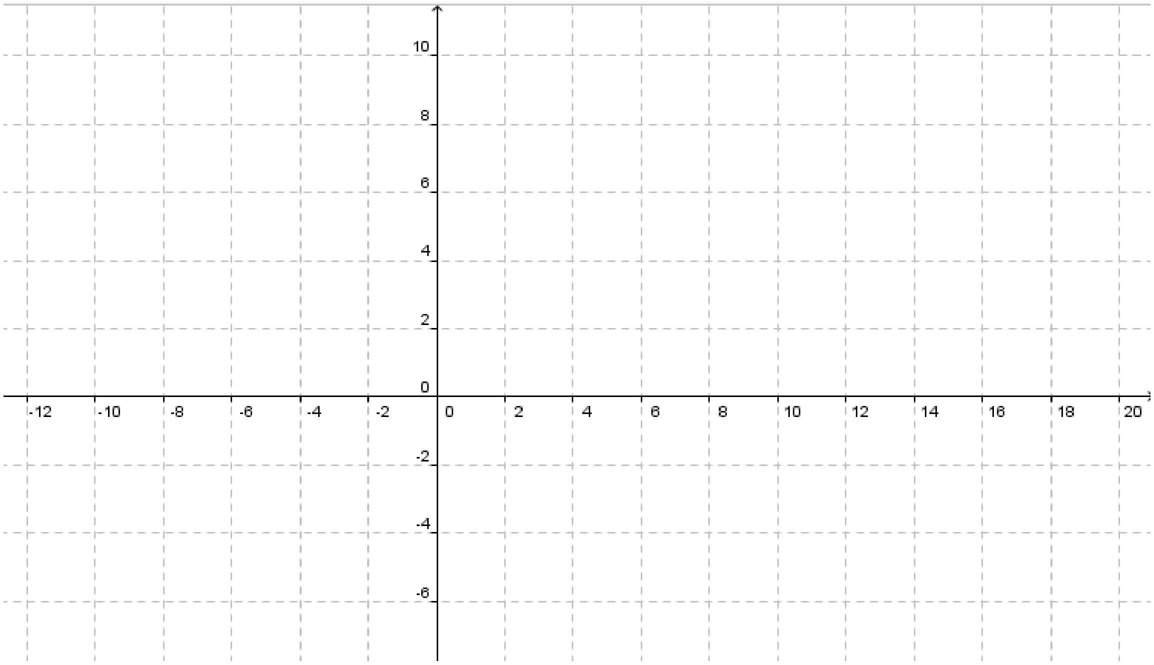
b. Cuando revisa los cuadernos la profesora encuentra en el cuaderno de uno de sus alumnos $\frac{y}{3} = x$. ¿Qué crees que representó el alumno de Martina con esta ecuación?

c. ¿Cómo podría ser representado como función dicha problemática?

d. ¿Qué otros valores pueden tomar los valores de x o y? Utilice la siguiente tabla de datos para responder:

x	y = 3x

e. Utilizando los datos de la tabla grafique los puntos.



f. ¿Qué similitudes posee la problemática 1 con la número 2? Justifique su respuesta.

g. ¿Qué se puede concluir ambas problemática? ¿Por qué?

Una función Lineal algebraicamente está representada en forma general como: $\boldsymbol{y = mx}$ o $\boldsymbol{f(x) = mx}$, donde el valor m es una constante o también llamada constante proporcional y en el plano cartesiano es representada por puntos colineales que se representa como línea recta y que además pasa por el origen.

“Propiedades de linealidad”.

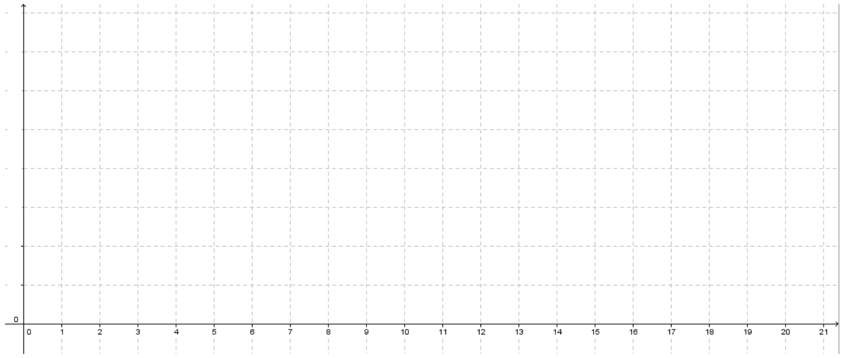
Clase 4:

Objetivo: Identificar las propiedades fundamentales de una función lineal

Problema 1: En la librería “Universitaria” de Valparaíso se venden todo tipos de productos, entre ellos unos lápices de carbón HB- N°3 marca Crayones. Esto tiene un precio de $78 la unidad.

a. ¿Existe alguna relación entre cantidad de lápices comprado y precio? Justifique su respuesta.

b. Determine el gráfico de la función que representa la problemática.



c. Si un artista compra el día lunes 3 lápices de carbón HB- N°3 marca Crayones. ¿Cuánto gasto?

Luego el día miércoles compra 5 lápices más de la misma marca. ¿Cuánto gastó?

d. ¿Cuánto gastaría el artista por 8 lápices? ¿Qué se puedes decir sobre sobre las distintas maneras de obtener la respuesta?

Problema 2: En el transporte público de Calama es utilizado mayormente por trabajadores mineros y el precio del pasaje es de $650.

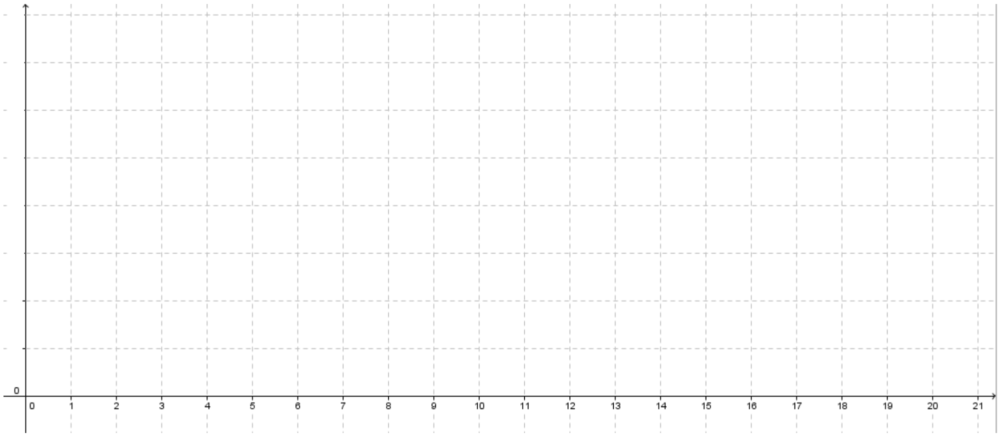
a. ¿Cuáles son las variables involucradas? ¿Qué tipo de función la relaciona?

b. Si 10 trabajadores mineros utilizan el servicio de transporte y luego suben 5 mineros más ¿Cuánto recolectó el chofer del transporte por los 10 y 5 mineros?

c. ¿Cuánto habrán pagado los 15 mineros en el trasporte público? ¿Qué se puedes decir sobre sobre las distintas maneras de obtener la respuesta?

d. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de mineros y el precio del pasaje? ¿Cuál?

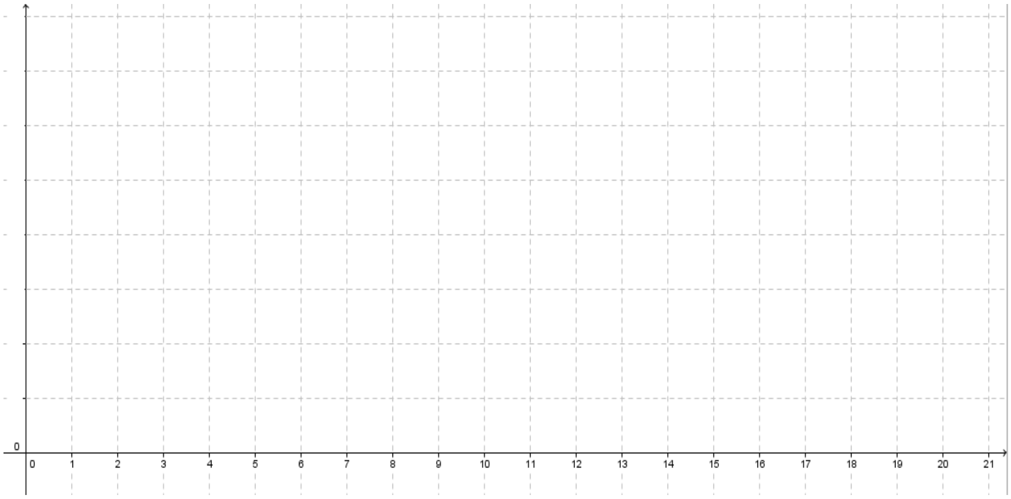
e. ¿Cómo es el gráfico de la función que representa la problemática? ¿Tendrá la misma característica las funciones de linealidad?



Problema 3: En una tienda de electrodomésticos llamada “Free Net” visualiza un cliente en vitrina que cada pendrives de 32gb tiene un valor de $6500.

a. ¿Existe alguna relación entre cantidad de lápices comprado y precio? ¿Cuál sería?

b. Determine el gráfico de la función que representa la problemática.



j. Si el cliente el día martes compra 15 pendrives y luego el día sábado compra cinco más para sus trabajadores ¿Cuánto gastó el día martes y el día sábado? Y ¿En ambos días?

k. ¿Cuánto gastaría el cliente por 20 pendrives? ¿Qué se puedes decir sobre sobre las distintas maneras de obtener la respuesta?

l. ¿Qué conclusiones puedes obtener con las tres problemáticas realizadas?

Las situaciones de proporcionalidad directa se modelan por medio de una función lineal de la forma:

$$\begin{tikzcd}
\boldsymbol{f}:\boldsymbol{A} \arrow[r] & \boldsymbol{Q} \\
\boldsymbol{x} \arrow[r] & \boldsymbol{kx}
\end{tikzcd}$$

Donde A c Q, $\boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Q}$

Claramente esta función resulta ser una restricción de la transformación lineal.

$$\begin{tikzcd}
\mathbf{t}:\boldsymbol{IR} \arrow[r] & \boldsymbol{IR} \\
\boldsymbol{x} \arrow[r] & \boldsymbol{kx}
\end{tikzcd}$$

Considerando **IR,** como un **IR** - Espacio Vectorial y por lo tanto $\boldsymbol{f}$ tendrá las siguientes propiedades:

I. $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$**,** donde x y z pertenece a $\boldsymbol{A}$ y de modo que $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z}$ también es elemento de $\boldsymbol{A}$**.**

II. $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{ux}) = \boldsymbol{u}\,\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ donde $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A},\ \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{Q}\ \ y\ \ \boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{A}.$

III. Su gráfica en un sistema de coordenadas cartesianas, consiste en un conjunto de puntos colineales, tales que la recta que los une pasa por el origen.

“Pendiente de la recta de una función lineal”.

Clase 5:

Objetivo: Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función lineal con la respectiva constante proporcional.

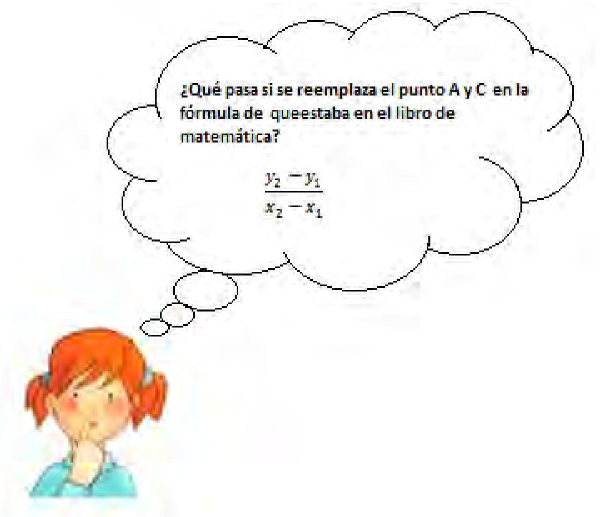
Problema 1: Daniela alumna de un colegio de Paredones comienza a leer un libro de matemática y encuentra el siguiente gráfico:

Con respecto al gráfico responde las siguientes preguntas:

a. Observe el punto A y C ¿Cuánto aumentó las abscisas y las ordenas?

b. Al comparar el cociente entre el aumento de las ordenadas y las abscisas del punto A y C ¿Cómo quedaría expresada dicho cociente?

c. Si se realiza el mismo procedimiento pero ahora con los puntos C y B ¿Qué pasa con el cociente? ¿Qué valor toma?



d. Teniendo en cuenta que el punto $A = (x_{1,}y_1) = (1,2)\ y\ C = (x_2, y_2) = (2,4)$ ¿Qué valor queda al reemplazar A y C en la fórmula que está pensando Daniela?

e. ¿Qué relación existe con respecto al cociente de los puntos A y C con el resultado de la fórmula de Daniela?

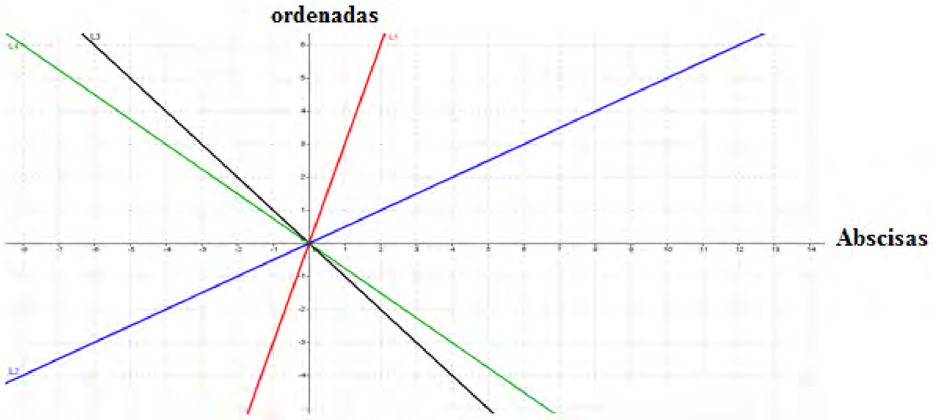
Observa el siguiente diálogo que Daniela tiene con Matías.

La pendiente es el grado de inclinación de una recta con respecto al eje de las abscisas, y su valor equivale a la razón del incremento de las ordenadas y abscisas, medidas entre dos putos cualquiera de la recta.

Por otro lado si se conoce dos puntos de la recta como por ejemplo $\boldsymbol{A = (x_1, y_1)}$ **,**

$\boldsymbol{B = (x_2, y_2)}$ **se puede utilizar el cociente :** $\boldsymbol{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$ **para tener el valor de dicha pendiente.**

Problema 2: Determine las pendientes de las rectas graficadas y luego responda.



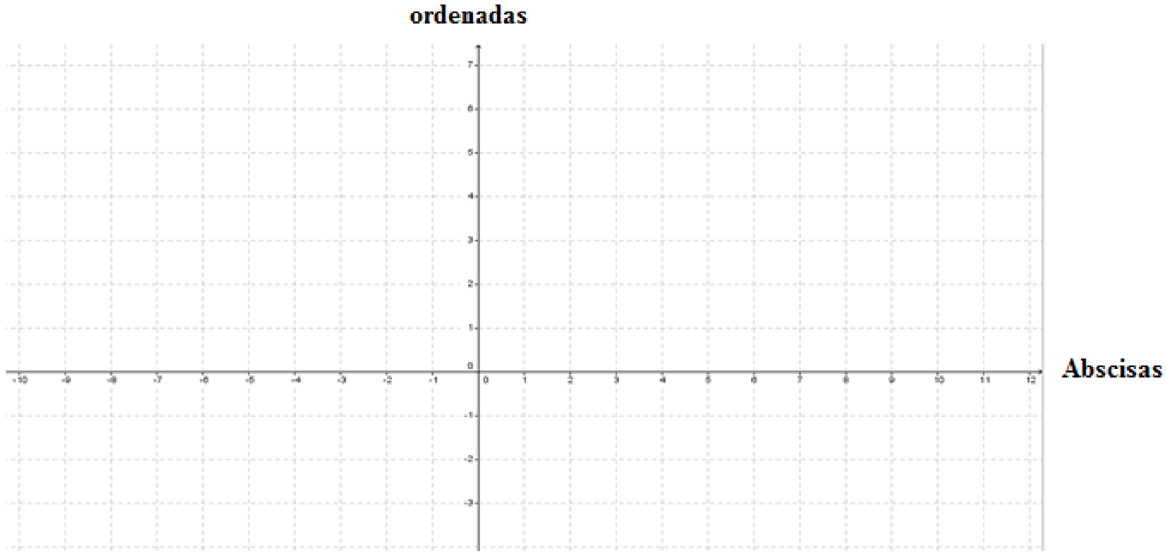
a. ¿Cuál de las rectas tiene pendiente positiva y negativa?

b. ¿Cuál es la recta que posee mayor y menor pendiente?

Problema 3 (Reflexión):

a. ¿Qué sucederá si la diferencia entre las ordenadas es cero? ¿Cómo justificarías tu respuesta?

b. ¿Cómo se representa gráficamente cuando la pendiente toma valor cero? Indique una problemática que justifique ambas preguntas.



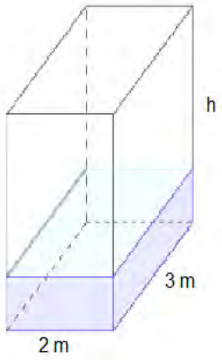
Conclusiones de la clase:

“Diversas Formas de registro de Función Lineal”.

Clase 6:

Objetivo: Relacionar las distintas formas de una función lineal en las resolución de problemas.

Problema 1: Magdalena y Nicolás construyeron un depósito de agua de lluvia para el riego de hortalizas como se muestra en la figura, donde h corresponde la altura que alcanza el agua.



a. ¿Cuál es la relación entre el volumen del depósito y la altura (h) que alcanza el agua?

b. Si por cada 100 [m^3] Magdalena y Nicolás deben colocar una pastilla purificante en el depósito ¿Cuántas pastillas debe colocar si el agua llega a una altura 1,5[m]?

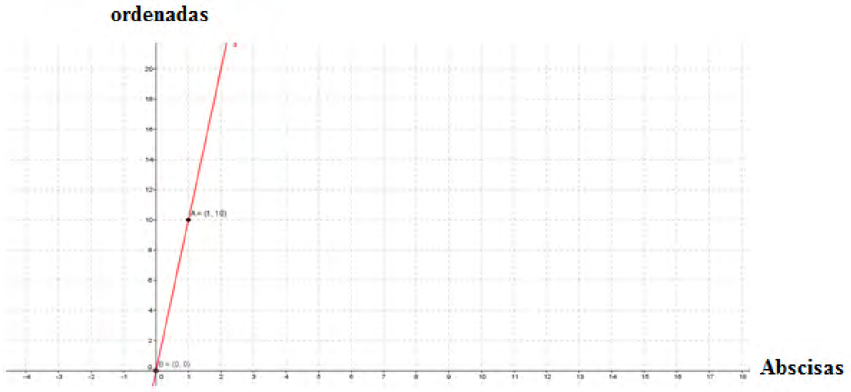
c. Entregue diversos valores para la altura y ordénelos en la siguiente tabla de datos.

Altura [m]									
Volumen [m^3]									

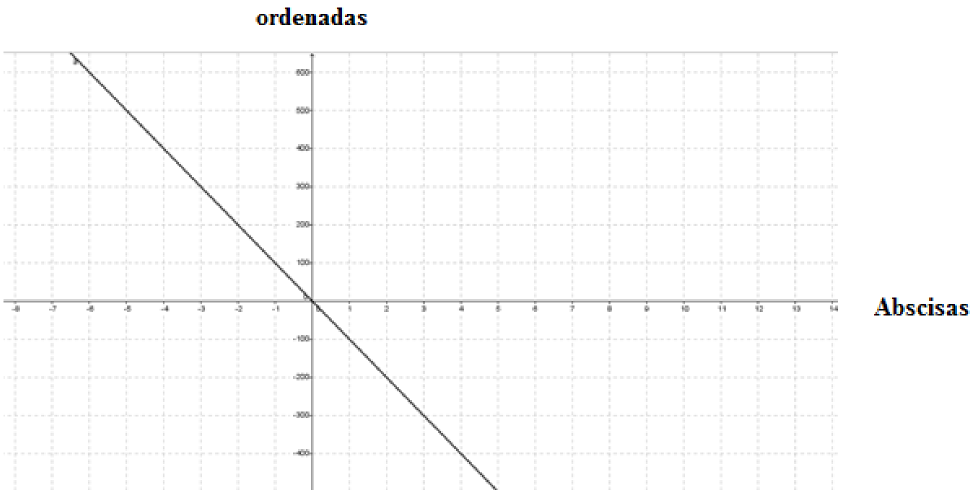
d. Construya el gráfico de la función con los valores de la tabla anterior. (En el subrayado negro indique la variable independiente y dependiente)

Problema 2: Identifique la función que representa las siguientes gráficas y cree problemáticas que la modele.

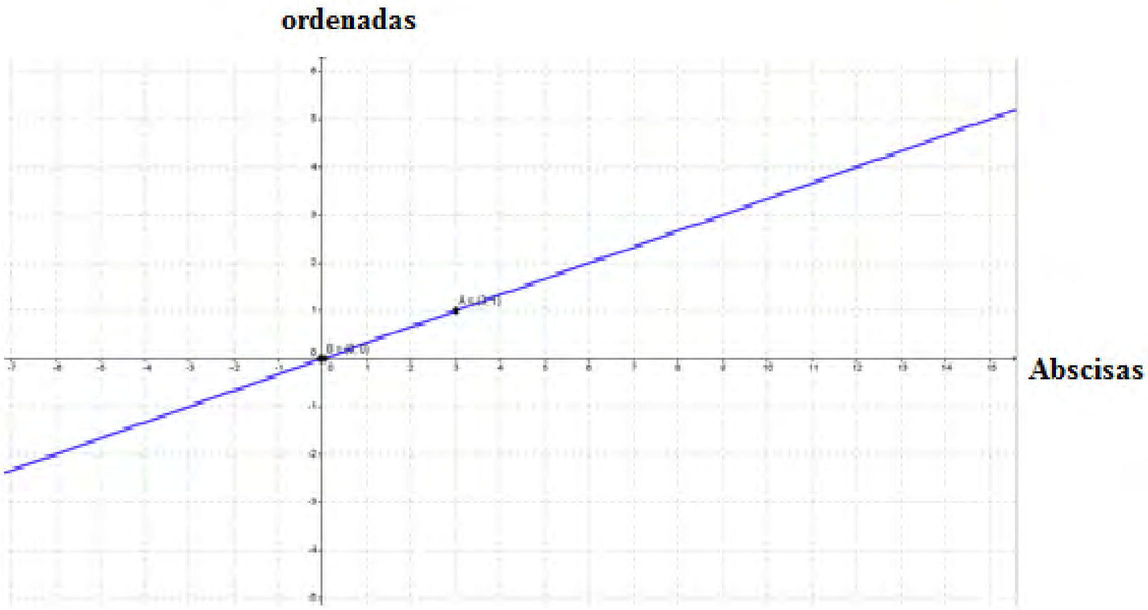
a.



b.


ordenadas
Abscisas
600
500
400
300
200
100
-100
-200
-300
-400
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14

c.


ordenadas
Abscisas
A = (3, 1)
B = (0, 0)
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

Problema 3: Cree una problemática para las siguientes relaciones algebraicas y luego represéntelo gráficamente.

a. $y = \frac{1}{6}x$

b. $a = 2b$

c. $t = -7s$

d. $p = \frac{7}{2}q$

Problema 4: Identifique la forma algebraica de las siguientes funciones representadas en cada tabla y cree una problemática para cada caso.

a.

x	1	3	-4	-6
$f(x)$	2	6	-8	-12

b.

x	1	2	3	4
$g(x)$	5	10	15	20

c.

x	-3	0	3	6
$h(x)$	-1	0	1	2

¡No olvides!

Una función lineal puede ser representada de tres maneras la primera se llama lenguaje natural son aquellas problemáticas que están insertadas en el contexto cotidiano, la segunda se reconoce como lenguaje algebraico que se denota de manera general de la forma; $f(x) = mx$ y por último de manera gráfica que corresponde a puntos colineales que al unir forman una línea recta que intercepta en el origen.

"Función Afín".

Clase 7:

Objetivo: Relacionar una composición de funciones lineal y constante para formar la función afín

Problema 1: La Señora Paloma es gasfíter y su marido le regalo un celular para que ella pudiera atender a sus clientes particulares. Ella tiene la duda si dejarlo prepago o contratar un plan. En la primera situación, cada minuto cuesta $200, mientras que un plan tiene un costo fijo de $3000 y por cada minuto adicional cuesta $150.

a. ¿Qué función modela para la situación de prepago y de plan?

b. Si Paloma realizar tres llamadas telefónicas a sus clientes que duran 20, 30 y 40 minutos. ¿Qué tipo de contrato le conviene?

c. Construya una tabla valorizando la cantidad de minutos hablados en ambas situaciones.

Prepago

Monto a Pagar	Minutos hablados

Plan

Monto a Pagar	Minutos hablados

d. Construye el gráfico de la función con los valores de las tablas anteriores.

i. ¿Qué rectas representa una función lineal y afín?

ii. ¿Qué características puede indicar de una función lineal y de una función afín?

iii. ¿Cómo modelaría algebraicamente de manera general las funciones lineales y afines?

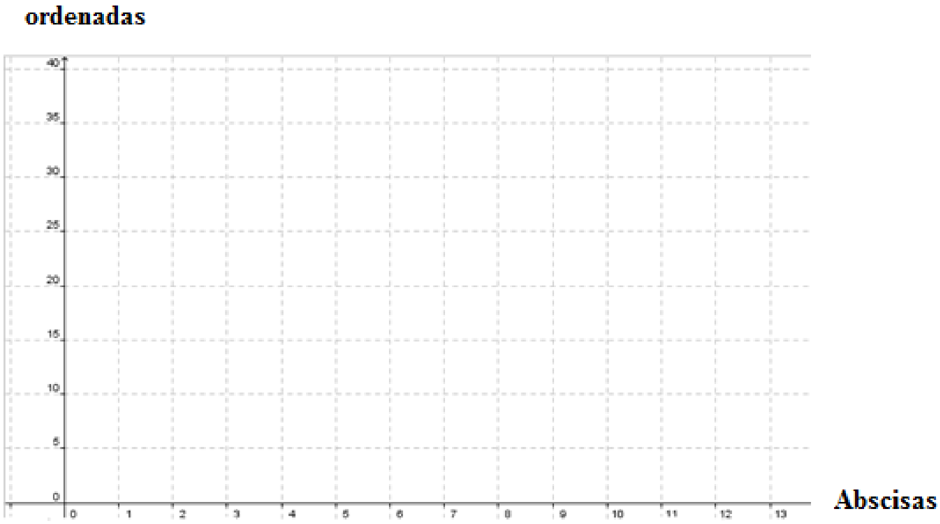
Problema 2: Las sumas de las edades de un padre y de su hijo es 39.

a. ¿Cuáles son las posibles edades de cada uno? utilice la siguiente tabla para responder. ¡Explique a sus compañeros como realizó los cálculos!

Edad del Padre	Edad del hijo	Suma
39		
	18	39

b. Cuál es el rango de edad que debe tener el padre para que se cumpla la condición? ¿Cómo lo supiste?

c. Represente los pares de números de la tabla anterior en una gráfica, utilizando el siguiente sistema de ejes



d. ¿Qué observas con respectos a los puntos?

e. Al unir dos puntos cualquieras ¿Qué observas con respecto de los otros puntos?

f. ¿Qué conclusiones obtienes de esta actividad? Regístralas.

g. ¿Qué similitudes puedes extraer de este gráfico, y el gráfico de la función lineal?

h. ¿Qué diferencias puedes extraer de este gráfico y el gráfico de la función lineal?

Una función afín algebraicamente está representada en forma general como $y = mx + n$ ó $f(x) = mx + n$, tal que n debe ser distinta de cero, ya que si es valor cero n sería una función lineal.

“Pendiente de una función afín, tomando valor cero o infinito”

Clase 8:

Objetivo:

- **Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con la respectiva constante proporcional.**
- **Identificar las rectas de una pendiente negativa, positiva, tomando valor cero o infinito.**

Problema 1:

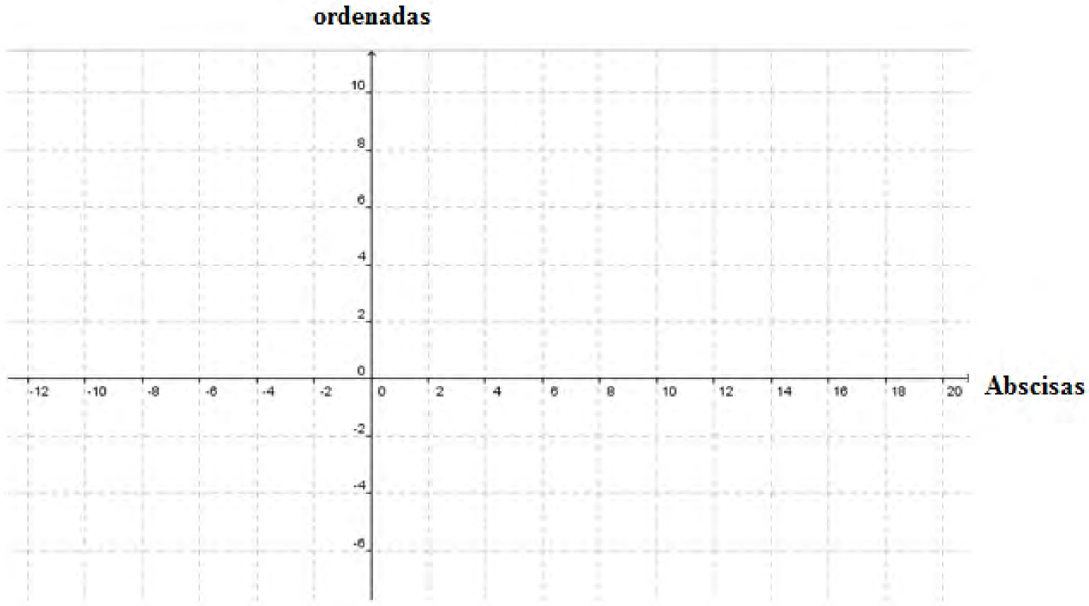
En el pizarrón la profesora de Antonia escribió la siguiente ecuación: $y = mx + 7$ y les pregunta a sus estudiantes:

a. Qué ocurre si la pendiente toma valor cero? ¿Cómo queda expresada la ecuación?

b. ¿Qué valores toma y? Ordénelos en la siguiente tabla:

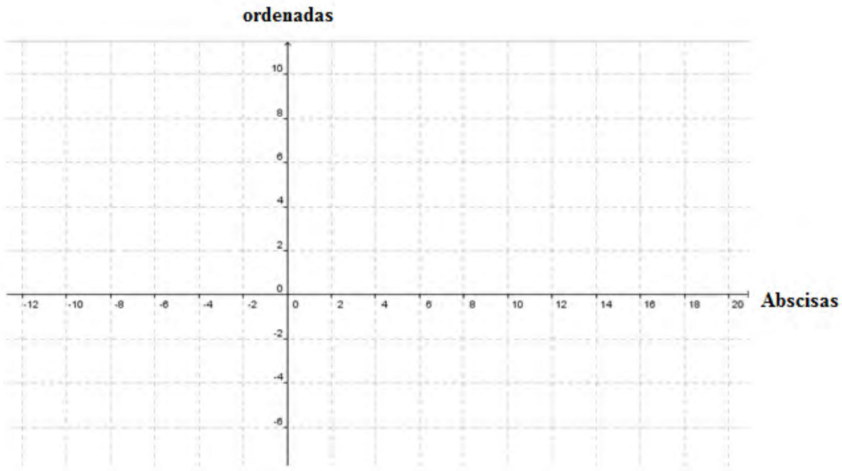
Valores de x	Valores de y

c. Utilizando los datos de la tabla construya un gráfico.



i. La profesora de Antonia cambia la ecuación a $y = mx - 3$ ¿Cómo queda su gráfica si m toma valor cero? Ayúdese con la tabla de valores y el gráfico siguiente:

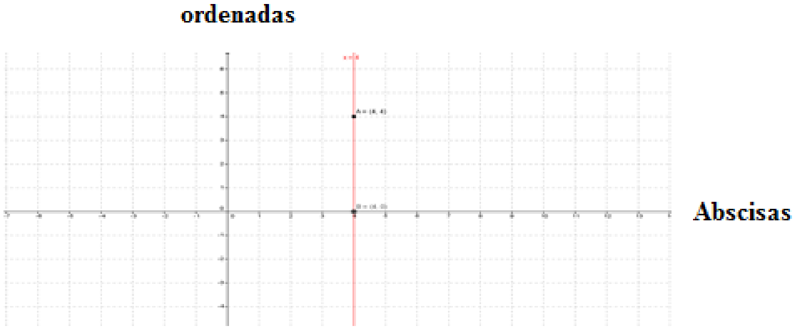
Valores de x	Valores de y



j. ¿Qué con conclusiones puedes decir con respecto al gráfico de una función cuando su pendiente es cero?

Problema 2:

En la siguiente gráfica está representada la relación $x = 4$. Donde los puntos destacados son A y B.



a. Determine el valor de la pendiente utilizando $A = (x_1, y_1) = (4,4)$ y $B = (x_2, y_2) = (\ 4\ , 0)$, en la formula estudiada $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. ¿Qué valor se obtiene?

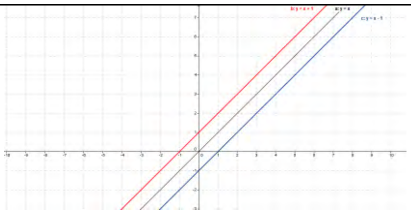
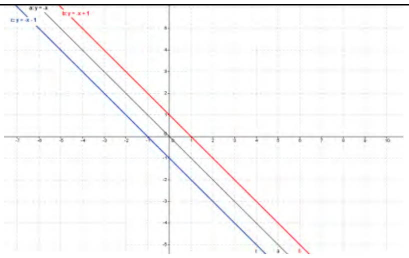
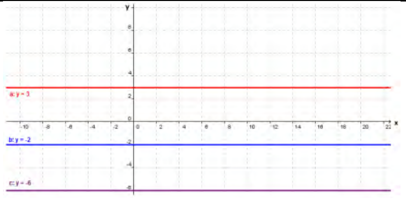
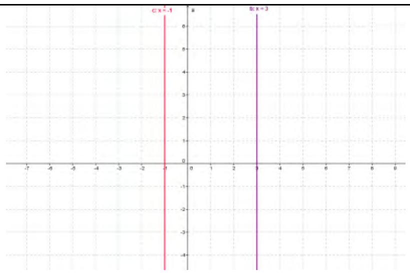
b. Si una recta contiene los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ ¿Qué restricción debe tomar los valores de las abscisas u ordenadas para que la pendiente no sea indefinida?

c. Si una recta contiene los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, ¿Qué restricciones debe tener los valores de las ordenadas o abscisas para que la pendiente no sea cero?

¡No olvides!

Cuando la pendiente de una función toma el valor cero, se transforma en función constante, más explícitamente, si se tiene la ecuación $y = mx + n$, como el valor m=0 la ecuación solo queda como $y = n$ donde para cualquier valor que tome x siempre el valor de y es n. Ejemplos de cuando el valor de m toma cero, quedando sus rectas horizontales y paralelas al eje x.

La pendiente (que denotaremos con la letra **m**) de una recta corresponde a la división de las diferencia de las ordenadas y la diferencia de las abscisas y su valor determina la inclinación de la recta con respecto al eje x. La recta posee puntos y los expresaremos de manera general $A(x_1, y_1)$ y $B = (x_2, y_2)$, teniendo solo dos puntos la pendiente se podrá determinar: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Valor de la Pendiente	**Descripción**	**Gráfica**
$m > 0$	Cuando la pendiente es positiva la recta es creciente	
$m < 0$	Cuando la pendiente es negativa la recta es decreciente.	
$m = 0$	Cuando la pendiente es cero la recta es horizontal, quedando paralela o coincidente al eje x.	
Indefinida	Cuando la pendiente es indefinida o sea la diferencia de las abscisas es cero, la recta es vertical, quedando paralela o incidente al eje y.	

“Coeficiente de posición”.

Clase 9:

Objetivo: Relacionar el coeficiente de posición de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con el valor constante de la función.

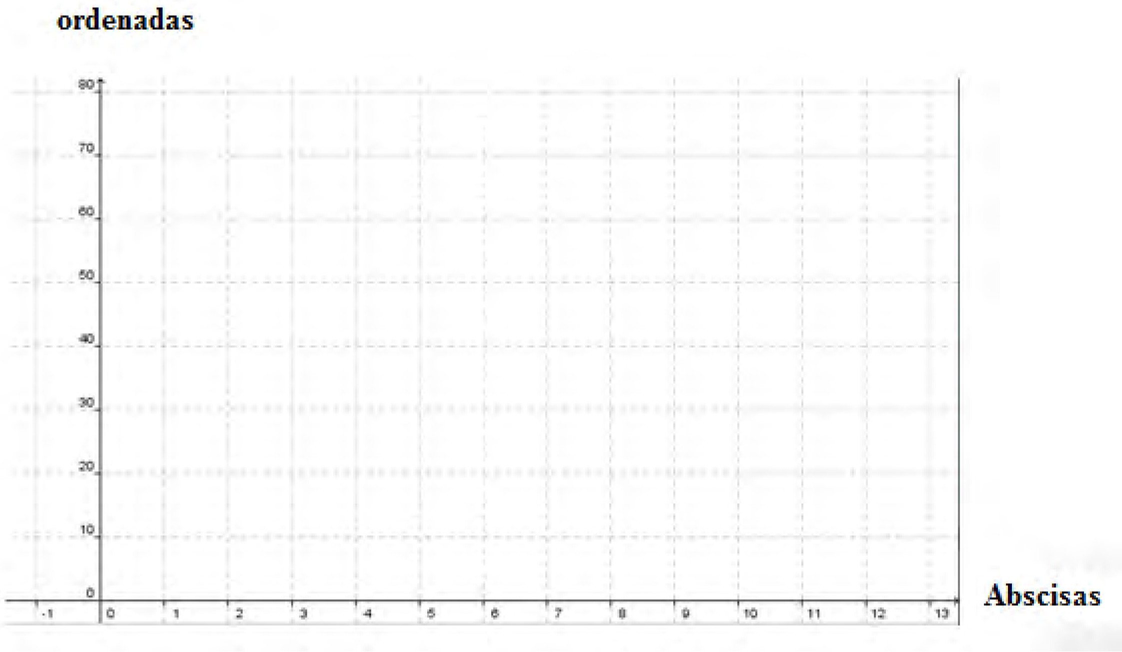
Problema 1: En la empresa PACANES el costo de producción de cada par de zapatos está relacionado con la siguiente ecuación: $c = mt + 30$ donde t es el precio del material y la manufactura de los zapatos, m es la cantidad de pares de zapatos y 30 corresponde a los dólares del impuesto por producción que posee ese país. Y finalmente c al costo de la producción de zapatos.

a. Si la empresa PACANES fabrica 40 pares de zapatos ¿Cómo quedaría la ecuación del costo de producción?

b. Utilizando la ecuación de la pregunta anterior ¿Cuáles son los posibles valores que posee el costo de producción? , Utilice la siguiente tabla para responder.(Tenga presente que estamos trabajando en dólares)

Precio del material y la manufactura	Costo de producción de los zapatos

c. Utilizando los datos de la tabla construya un gráfico.

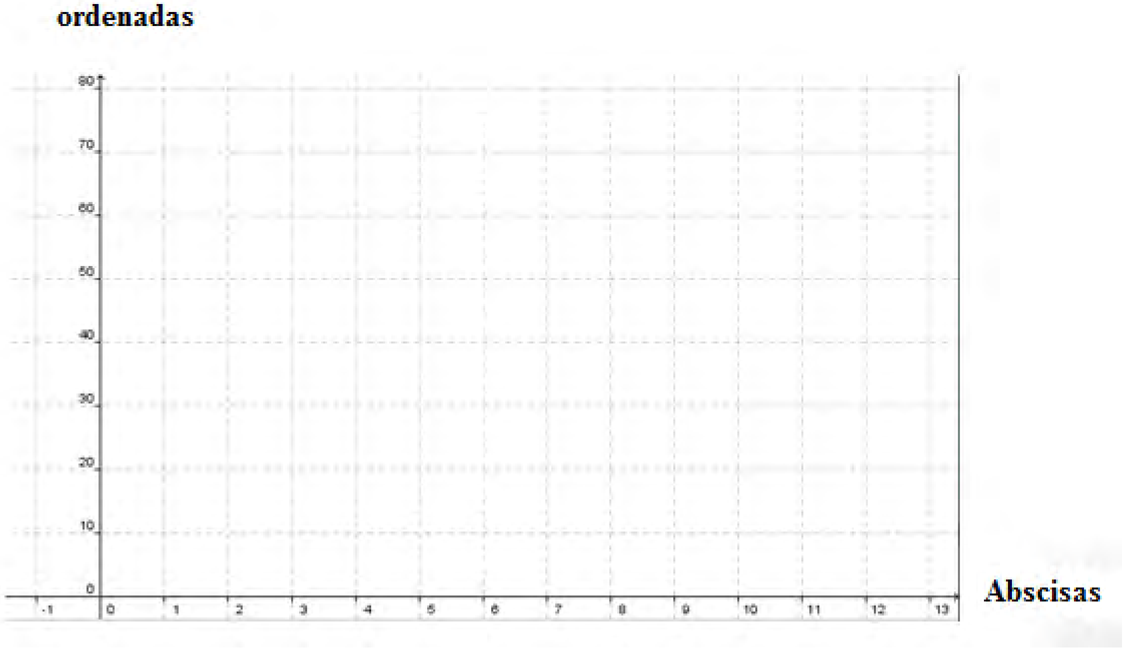


d. El gobierno de los Estados Unidos sufrió una crisis, lo que produjo un alza de 10 dólares en el impuesto de producción para las empresas. ¿Cuál será la nueva ecuación que permite determinar el costo de producción de los zapatos?

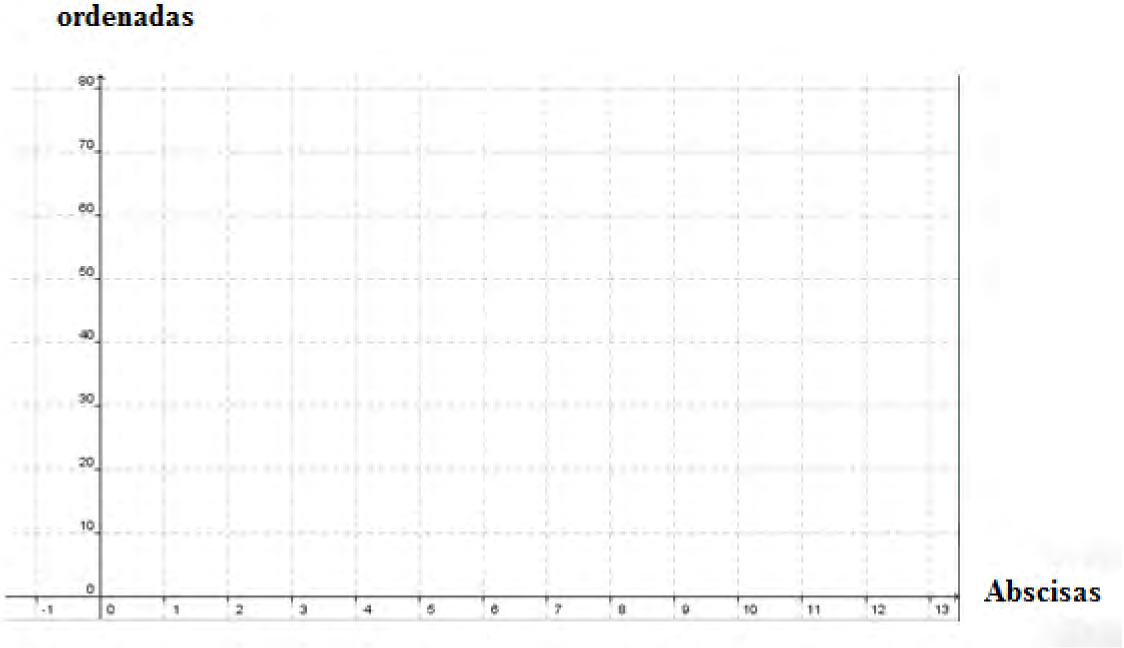
e. ¿Cuáles son los posibles valores nuevos que posee el costo de producción? , Ordene los valores en la siguiente tabla de datos.

Precio del material y la manufactura	Costo de producción de los zapatos

f. Utilizando los datos de la tabla construya un gráfico.



g. Si unieras en la misma gráfica las rectas anteriores:



h. ¿Qué observa de las dos rectas?

Como se dijo la función afín se denota algebraicamente como: $\boldsymbol{f(x) = mx + n}$; donde el valor cambiado en el problema anterior corresponde al parámetro n al cual nombraremos como coeficiente de posición de la recta, esto quiere decir, que es donde la recta se intersecta en el eje vertical.

Como se produjo en el último gráfico si mantenemos el resto de la ecuación y solo se cambia el coeficiente de posición, se crearan rectas paralelas, con igual pendiente pero trasladadas en el plano y cortando en diferentes puntos al eje y.

"Práctica de función lineal y afín (EJERCICIOS)"

Clase 10:

Objetivo: Relacionar las distintas formas de representación de una función lineal y afín en la resolución de problemas.

Recordando…

1. ¿Cómo se define de manera algebraica una función Lineal?

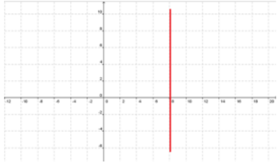
2. ¿Cómo se define una función afín? Indique sus respectivas restricciones.

3. Indique la definición y características de la pendiente en una función lineal y afín.

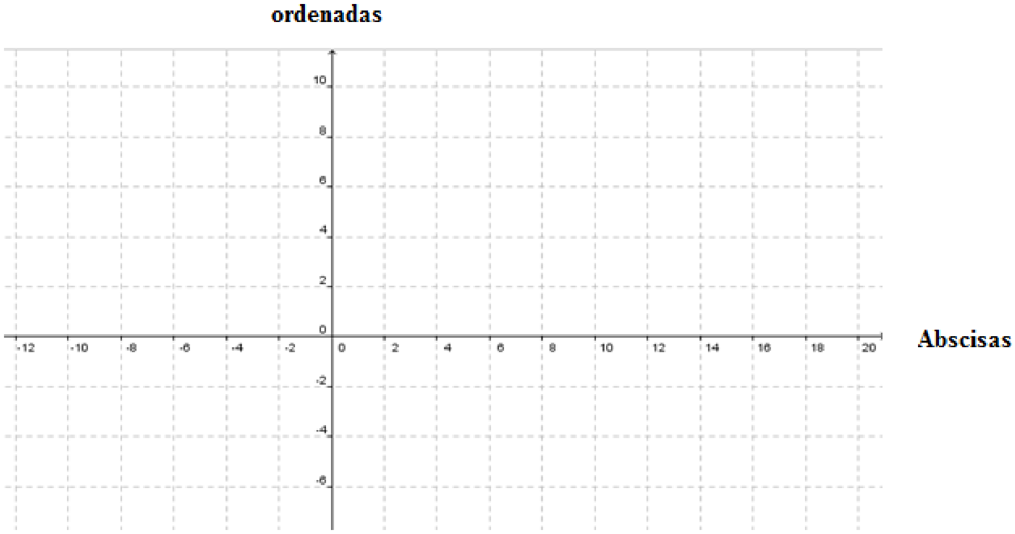
4. ¿Cuál es la característica del coeficiente de posición en una función lineal y afín ?

5. Sea una función $f(x) = mx + n$ ¿Qué pasa si el valor de n es cero?

6. Realice una síntesis ayudado del siguiente recuadro para la pendiente.

Valor de la pendiente	**Esquema de Gráfica**	**Ejemplo de una función afín o lineal con dicha pendiente**	**Formule problemática relacionado con función afín o lineal creada**
Pendiente positiva $m > 0$			
		Ecuación de la función Afín: $y = -2x + 1$	
			
Pendiente cero. $m = 0$			

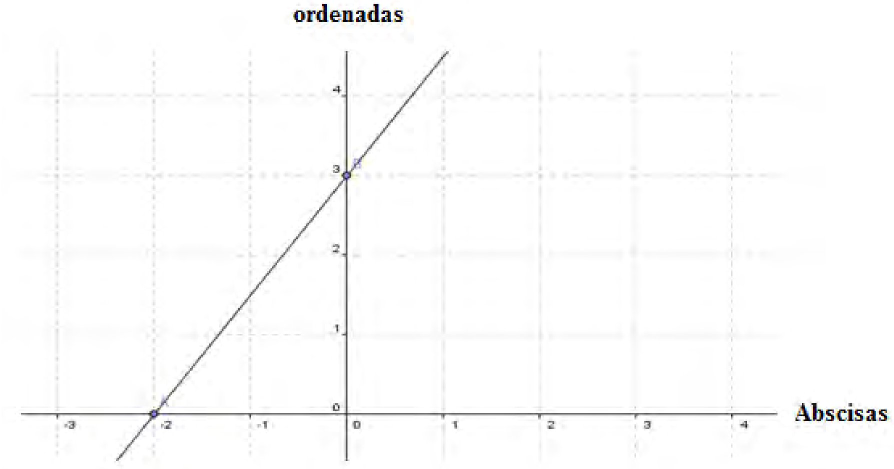
7. Represente gráficamente la función f(x)= 3x+n para n = 5, n = - 5



a. ¿Qué relación existe en las rectas? Justifique.

b. A qué tipo de función corresponde f(x) si n=0

8. Dada la siguiente gráfica



a. ¿Qué tipo de función es la gráfica dada?

b. ¿Cuál es el valor de intersección con respecto al eje y?

c. ¿Cuál es la pendiente de gráfico?

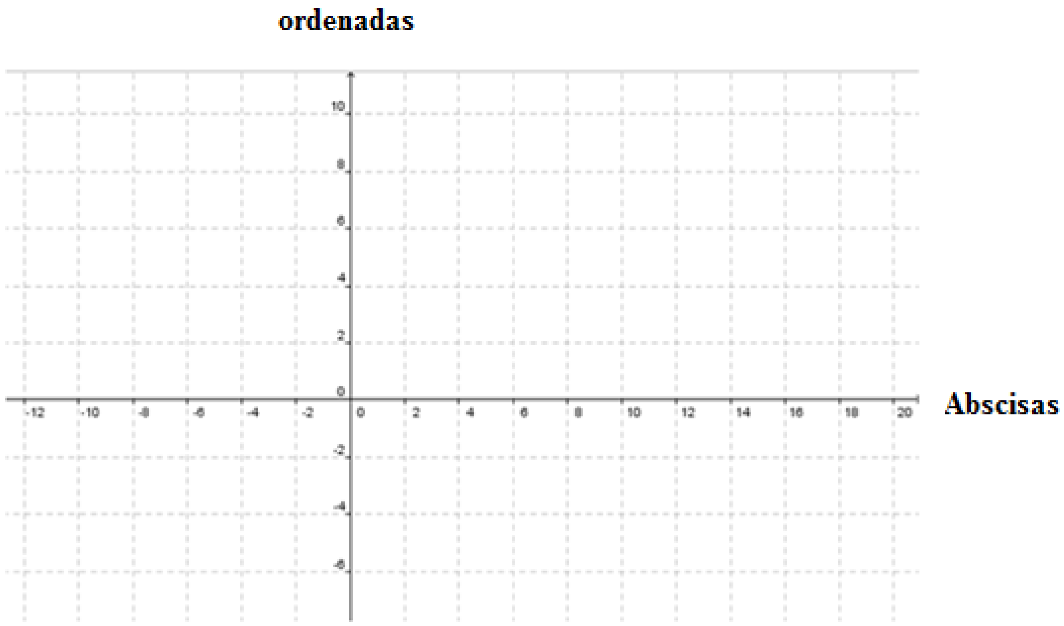
d. cree una problemática que involucre los datos dados.

9. Una empresa de agua potable cobra $1200 mensuales por cargo fijo. Además cada metro cubico de agua tiene un costo de $200.

a. Si en una casa se consumieron 5,4 metros cúbicos ¿Cuánto deberá pagar en total?

b. ¿Cómo quedaría representado el problema como en una expresión algebraica? ¿Qué tipo de función es?

c. Grafique la función anterior e identifique pendiente y coeficiente de posición que intersecta con el eje y.



10. Cree una problemática de una función afín donde su pendiente sea un número entero negativo y su coeficiente de posición tome valor fraccionario positivo.

Anexo 3: Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF Versión Docente.

Matemática 1° Medio

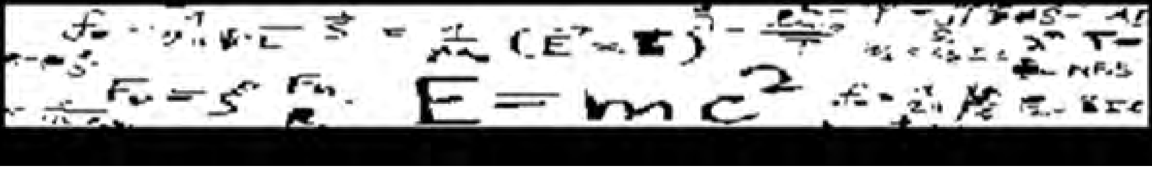
$f(x)$

Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín

(PRODIENAF)

Paola Cantillana Espinoza

Guía Docente



Índice temático.

Propuesta de enseñanza y aprendizaje.

Para superar las falencias que se han detectado a los alumnos de primer año Medio en el concepto matemático de Función afín y lineal se creó una propuesta de enseñanza y aprendizaje para el manejo del traspaso entre los diferentes registros (método algebraico, gráfico y lenguaje natural) para obtener el desarrollo amplio de las capacidades de cada estudiante.

La propuesta de enseñanza y aprendizaje está construida con respecto al marco curricular del Ministerio de Educación chileno, que establece los objetivos fundamentales mínimos obligatorios para la enseñanza de 7°básico a IV medio, en 7 horas pedagógicas semanales de matemática.

Para que el docente se organice con respecto a las clases se implementará las planificaciones diarias. Debido a que es imprescindible que cada clase sea diseñada considerando que todas sus partes estén alineadas con los aprendizajes Esperados que se busca obtener y además que esté presente la evaluación que se utilizará. Adicionalmente, se recomienda que cada clase sea diseñada distinguiendo su inicio, desarrollo y cierre y especificando claramente qué elementos se considerarán en cada una de estas partes. Se requiere considerar aspectos como los siguientes:

- **Inicio:** En esta fase, se debe procurar que los estudiantes conozcan el propósito de la clase; es decir, qué se espera que aprendan. A la vez, se debe buscar captar el interés de los estudiantes a través de problemáticas.
- **Desarrollo:** en esta etapa, los alumnos lleva a cabo la actividades contemplada para la clase ya sea una problemática donde desarrollen el nuevo conocimiento, se sugiere siempre realizar en una puesta en común así se obtendrán diversas ideas de los alumnos, donde además se detectarán los errores que pueden cometer y corregirlos.
- **Cierre:** este momento puede ser breve (5 a 10 minutos), pero es central. En él se debe procurar que los estudiantes se formen una visión acerca de qué aprendieron y cuál es la utilidad de las estrategias y experiencias desarrolladas para promover su aprendizaje.

Para la planificación de la propuesta se tomará los siguientes objetivos dados por los planes y programas del MINISTERIO DE EDUCACIÓN los cuales son “Establecer estrategias para resolver ecuaciones lineales” y “Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín”, donde se particionarán en las siguiente tabla y se le adjuntara los aprendizajes esperados, indicadores de aprendizajes y los recursos de los nuevos objetivos creados.

Planificación clase a clase según los planes y programas

Objetivos	Aprendizajes esperados	Indicadores de aprendizaje	Recursos
Estudiar y recordar las situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica.	Recuerdan y estudian situación de proporcionalidad directa ambas variables involucradas (una variable independiente y otra dependiente) aumentan o ambas variables disminuyen simultáneamente y que estas se relacionan multiplicativamente por medio de un factor constante. Además en la gráfica de la relación entre las variables corresponde a un conjunto de puntos colineales perteneciente a una misma recta que pasa por el origen.	En problemáticas de la vida cotidiana que se modelan por medio de una relación entre dos variables, distinguen la variable dependiente y la independiente, representan la relación por medio de una tabla de datos y la grafican utilizando un sistema de coordenadas cartesianas. Además calculan el cociente entre los valores de las variables independiente y dependiente para visualizar que es constante solo en el caso de las situaciones de proporcionalidad directa.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Estudiar características de situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica.	Identifican que en una situación de proporcionalidad directa ambas variables involucradas (una variable independiente y otra dependiente) aumentan o ambas variables disminuyen simultáneamente y que estas se relacionan multiplicativamente por medio de un factor constante. Además en la gráfica de la relación entre las variables corresponde a un conjunto de puntos colineales perteneciente a una misma recta que pasa por el origen. Por otro lado discriminan cuando una situación no es de proporcionalidad directa, teniendo en cuenta las cualidades ya nombradas.	Resuelven problemáticas del contexto cotidiano y además modelan situaciones por medio de relaciones entre dos variables, y son resueltas por medio de tabla de valores o también por su gráfica. Además discriminan que una proporcionalidad directa no necesariamente ambas variables deben aumentar o disminuir ya que es necesario un factor constante y que su gráfica de la relación entre las variables corresponde a un conjunto de puntos colineales perteneciente a una misma recta que pasa por el origen.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla

Identificar situaciones de proporcionalidad directa para asociar en problemáticas de una función.	Identifican que en situaciones de proporcionalidad directa se pueden asociar a una función lineal, de la forma $f(x) = mx$, donde comparten la característica que al ser representada gráficamente es un conjunto de puntos colineales y que posee una constante proporcional denotada con la letra m. Además deben identificar que el gráfico de una función lineal corta en el origen.	Relacionan que una situación de proporcionalidad directa está ligada con la función lineal, esto lo debe relacionar en el problemáticas de la vida cotidiana. Por otro lado deberán representar una problemática en los diferentes registros, tanto en el lenguaje natural, algebraico y gráfico.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Identificar las propiedades fundamentales de una función lineal	Identifican a través de problemáticas del contexto cotidiano propiedades fundamentales de una función lineal, a través de cálculos simples.	Reconocen en problemáticas propiedades fundamentales de una función lineal, tal que $\boldsymbol{f(x+z) = f(x) + f(z)}$ o $\boldsymbol{f(ux) = u\,f(x)}$ por otro lado deben identificar que su gráfica en un sistema de coordenadas cartesianas consiste en un conjunto de puntos colineales tales que la recta que los une pasa por el origen.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función lineal con la respectiva constante proporcional	Determinan el valor de la pendiente de una recta inicialmente de la manera gráfica, luego se incorpora el método algebraico para relacionarla con la constante proporcional de una función lineal.	Los alumnos resuelven problemáticas de manera gráfica que inducen a saber que la pendiente de una recta es el grado de inclinación con respecto al eje horizontal, para ello se incorpora la fórmula de la pendiente dado dos puntos $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde la determinan. Luego relacionan ambos métodos tratado en diversos desafíos.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla

Relacionar las distintas formas de una función lineal en la resolución de problemas.	Resuelven problemáticas del contexto cotidiano a través de los diferentes tipos de registros de representación, esencialmente el lenguaje natural, algebraico y gráfico relacionándolos entre sí.	Los estudiantes resuelven problemáticas a través del método gráfico, algebraico y con tabla de valores. Interrelacionando los diferentes métodos utilizados.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Relacionar una composición de funciones lineal y constante para formar la función afín	Relacionan que una función afín es una composición de una función lineal con una constante, además identifican que una función afín es una traslación en el plano cartesiano y que en la forma algebraica se define de la manera $f(x) = mx + n$ con la restricción de que n debe ser distinto de cero.	Los estudiantes relacionan que una función afín se define como $f(x) = mx$ y su constante es $g(x) = x + c$ realizando la composición $gof(x) = mx + c$ formando la función afín. Además los alumnos identifican situaciones que involucren la función afín y representarlas de manera algebraica y gráfica.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con la respectiva constante proporcional. Identificar las rectas de una pendiente negativa, positiva, tomando valor cero o infinito.	Determinan el valor de la pendiente de una recta inicialmente de la manera gráfica, luego se incorpora el método algebraico para relacionarla con la constante proporcional de una función afín. Además identifican los diferentes valores que puede tomar la pendiente relacionándolos con la representación gráfica de la función afín.	Los alumnos resuelven problemáticas de manera gráfica que inducen a saber que la pendiente de una recta es el grado de inclinación con respecto al eje horizontal, para ello se incorpora la fórmula de la pendiente dado dos puntos $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, donde la determinan. Luego relacionan ambos métodos tratado en diversos desafíos para ligar	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla

Relacionar el coeficiente de posición de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con el valor constante de la función.	Relacionan el parámetro n de la forma algebraica de la función afín $f(x) = mx + n$ con el coeficiente de posición en el eje vertical de la recta y además extraen el punto de intersección entre recta y el eje de las ordenadas, dicho punto estaría dado por $P(0, n)$	Los estudiantes comprenden que la función afín se denota algebraicamente de la forma $f(x) = mx + n$; donde relacionan que el parámetro n corresponde al coeficiente de posición de la recta, esto quiere decir, que es donde la recta se intersecta en el eje vertical. Para ello modificará n para visualizar las variaciones que posee su gráfica, ayudado en el software GeoGebra.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla
Relacionar las distintas formas de una función lineal y afín en la resolución de problemas.	Resuelven problemáticas del contexto cotidiano de una función lineal o afín a través de los diferentes tipos de registros de representación, esencialmente el lenguaje natural, algebraico y gráfico relacionándolos entre sí.	Los estudiantes resuelven desafíos de una función lineal o a través del método gráfico, algebraico y con tabla de valores. Interrelacionando los diferentes métodos utilizados.	Propuesta de enseñanza y aprendizaje para cada alumno, lápiz, data, Software GeoGebra y regla

Objetivos Fundamentales Transversales con respecto a la Función afín y Lineal.

Nivel	*Primero Medio*	**Eje**	*Algebra*
Unidad	*“Función afín y lineal”*	**Tiempo Estimado**	*20 a 25 horas*
Objetivo Fundamental Transversal	***Área de Crecimiento y Autoformación Personal*** **Responsabilidad y autovaloración** 1.- Mantiene hábitos de higiene y presentación personal. 2.- Cumple con normas de disciplina. 3.- Cumple los compromisos que contrae. 4.- Reconoce sus capacidades y limitaciones. ***La Persona y su Entorno*** **Solidaridad** 1.- Demuestra espíritu solidario. 2.- Participa positivamente en las actividades del curso y colegio. 3.- Colabora en la mantención y mejoramiento del ámbito escolar. 4.-Participa en trabajo de equipo. ***Formación Ética*** **Honradez y Respeto** 1.- Es veraz. 2.- Expresa y defiende sus ideas con respeto. 3.- Procede con honradez en todas las situaciones de la vida escolar. 4.- Respeta a todos los miembros de la comunidad educativa. ***Desarrollo del pensamiento*** **Perseverancia** 1.- Trata de enmendar sus errores. 2.- Se esfuerza en mejorar sus resultados académicos. 3.- Logra expresar sus ideas en forma ordenada, clara y lógica. 4.- Demuestra habilidad para resolver problemas.		

En las clases aparte de entregar conocimiento matemático se espera desarrollar objetivos Fundamentales transversales para un desarrollo amplio en las habilidades del estudiante, estas serán trabajadas clase a clase principalmente en las puestas en común o en trabajos grupales, las cuales se subdividirán de la siguiente manera:

- ✓ **ÁREA DE CRECIMIENTO Y AUTOFORMACIÓN PERSONAL:** Cumple con normas de disciplina.
- ✓ **FORMACIÓN ÉTICA:** Expresa y defiende sus ideas con respeto.
- ✓ **DESARROLLO DEL PENSAMIENTO:** Argumenta en forma ordenada, clara y lógica. Demuestra habilidad para buscar el método de solución y para resolver problemas.

Con forme al marco de la buena enseñanza.

Evaluación Diagnóstico.

“Proporcionalidad Directa”

Nombre:______________________________________ Fecha: _________________

- **Instrucciones:**

La siguiente prueba diagnóstica consta de 20 preguntas:

- ✓ 6 preguntas de verdadero o Falso
- ✓ 10 preguntas de alternativas
- ✓ 3 preguntas de desarrollo
- ✓ 1 pregunta de completación.

Tiene un tiempo de 90 minutos para contestarla.

En la Sección I debe indicar si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

En la sección II cada pregunta posee solo una alternativa correcta, por lo que solo debe marcar una sola alternativa con una equis (X)

En la sección III intente contestar las preguntas de desarrollo en el área especificada para ella. Si le falta espacio, puede ocupar el reverso de la hoja.

En la Sección IV se debe completar el diagrama utilizando algunas de las palabras anexas a él.

I. Verdadero y Falso.

1. ______ La gráfica de la proporcionalidad directa corresponde a una hipérbola.
2. ______ La constante proporcional es la suma de la variable dependiente e independiente de una situación de proporcionalidad directa.
3. ______ Para que sea proporcionalidad directa solo posee la característica que si la variable independiente aumenta (Disminuye) la variable dependiente también debe aumentar (Disminuir).
4. ______Un ejemplo de proporcionalidad directa es la compra de kilos de pan con respecto a su precio.
5. ______ Un ejemplo de proporcionalidad directa es el tiempo transcurrido con respecto a la variación de velocidad de un vehículo.
6. ______ Una proporcionalidad es una igualdad de dos razones.

II. Selección única y Selección múltiple:

7. En un establo, 3 caballos comen 5 fardos de alfalfa. Si cada caballo come la misma cantidad, ¿Cuánto fardos de alfalfa comerán 45 caballos?
   a. 75 fardos.
   b. 27 fardos.
   c. 9 fardos.
   d. 3 fardos.

8. ¿Cuál es el valor de x en la proporción $\frac{32}{x} = \frac{5}{4}$?
   a. 24
   b. 25,6
   c. 28,5
   d. 40

9. En la siguiente proporción directa ¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la relación $\frac{1.000}{2} = \frac{1.500}{3}$?
   a. 500
   b. 1.500
   c. 3.000
   d. 4.500

10. La siguiente tabla representan un tipo de proporción:
   a. Directa.
   b. Inversa.
   c. Compuesta.
   d. Neutra.

A	B
1	10.000
2	20.000
3	30.000
4	40.000

11. ¿Qué nombre recibe la gráfica que relaciona situaciones de proporcionalidad directa?
    a. Parábola.
    b. Línea Recta.
    c. Hipérbola.
    d. Circunferencia.

12. Marta ha cobrado por repartir 5 días propaganda de una tienda, $60.000 ¿Cuántos días tendrá que trabajar si quiere recibir $150.000?
    a. 30 días.
    b. 13,5 días.
    c. 12 días.
    d. 12,5 días.

13. En una panadería, con 80 kilos de harina hacen 120 kilos de pan. ¿Cuántos kilos de harina serían necesarios para hacer 99 kilos de pan?
    a. 70 kilos.
    b. 66,5 kilos.
    c. 66 kilos
    d. 149,5 kilos

14. Carolina escribe un trabajo en el computador. Si imprime 768 líneas en 16 páginas, ¿Cuántas páginas más ocupará si le faltan aún 1536 líneas por imprimir?
    a. 32
    b. 36
    c. 38
    d. 48

15. Javiera compra en la tienda "Bella" un abrigo que cuesta $15.990. Pero al pasar por la caja le realizan un 20% de descuento. ¿Cuánto pagó Javiera por el abrigo?

a. $12.700.
b. $12.745.
c. $12.790.
d. $12.792.

16. Don Pedro el heladero de San Francisco de Mostazal realizó la siguiente tabla de valores con la cantidad de helados más pedido, esto lo hace, para determinar más rápido sus cuentas y hacer más expedita la atención.

Cantidad de helados	5	7	8	10
Precio por helados ($)	$600	$840	$960	$1200

Con respecto a la información anterior. ¿Cuál es el precio de cada helado?

a. 130.
b. 150
c. 180
d. 120

III. Resuelva la siguiente problemática

Cristián tiene $ 400 y su hermana Belén, $200. Su madre comienza a darle $200 pesos mensuales a cada uno.

17. Completa la tabla con la cantidad de dinero que llevan ahorrado Cristián y Belén. (5 puntos).

Mes	1	2	3	4	5
Cristián	600	800			
Belén	400				

18. La cantidad de dinero que tiene Cristian ¿Es proporcional a la que tiene Belén? Justifica.

19. ¿A que corresponde la gráfica de la problemática?

20. Realice un mapa conceptual, teniendo en cuenta la palabra proporcionalidad directa, características y ejemplo de proporcionalidad directa.

Tabla de Especificación de Evaluación diagnostico

Tabla de Especificación de Evaluación Diagnóstica.								
Unidad	Contenido	N° de Pregunta	V o F, Alternativa,	Conocimiento	Compresión	Aplicación	Análisis	Total
Eje de Álgebra.	Proporcionalidad Directa	1	F	X				1
		2	F	X				1
		3	F	X				1
		4	V			X		1
		5	F			X		1
		6	V		X			1
		7	A			X		1
		8	B			X		1
		9	A				X	1
		10	A	X				1
		11	B	X				1
		12	D			X		1
		13	C			X		1
		14	A			X		1
		15	D			X		1
		16	D				X	1
		17	Desarrollo		X			1
		18	Desarrollo				X	1
		19	Desarrollo				X	1
		20	Desarrollo				X	1
		SUMAS		5	2	8	5	20

Rúbrica Pregunta N° 17

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Identifica que NO es una proporcionalidad directa y completa el cuadro sabiendo que solo es una adición reiterada por 200.	Completa el cuadro correctamente sin identificar que no es proporcional.	No completa correctamente el cuadro.
Interpretación	Realizar el cuociente correcto entre las variables (ahorro de Cristian y Belén) e identifican que no es una proporcionalidad directa.	Realizar el cuociente correcto entre las variables (ahorro de Cristian y Belén) .	No realiza el cuociente entre las variables.
Ejemplificación	Realizar los cálculos respectivos explícitos correctos.	Realizan los cálculos respectivos explícitamente pero erróneos.	No realiza los cálculos respectivos.

Rúbrica Pregunta N° 18

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Interpretan que no es una proporcionalidad directa porque no hay una constante proporcional y no solo es necesario que dos variables aumenten.	Interpretan que no es proporcionalidad directa pero no argumentan el porqué.	No interpretan la proporcionalidad directa
Interpretación	Realizar el cuociente correcto entre las variables (ahorro de Cristian y Belén) e identifican que no es una proporcionalidad directa.	Realizar el cuociente correcto entre las variables (ahorro de Cristian y Belén) .	No realiza el cuociente entre las variables.
Ejemplificación	Realizar los cálculos respectivos explícitos correctos.	Realizan los cálculos respectivos explícitamente pero erróneos.	No realiza los cálculos respectivos.

Rúbrica Pregunta N° 19

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Interpretan que no existen relación entre las variables, por lo tanto no pueden graficar.	Identifican no hay gráfico pero no justifica la respuesta.	No realiza ninguna operación.
Interpretación	Relacionan que para graficar debe relacionar la variable mes con ahorro de cada hermano (Cristian y Belén). Realizando dos gráficos que forman una curva creciente.	Relacionan que para graficar debe relacionar la variable mes con ahorro de cada hermano (Cristian y Belén).	Grafican y hacen que es una línea recta o no realizan ninguna operación
Ejemplificación	Grafican las dos variables involucradas y de aquí interpretan que no existen relación entre las variables. Por lo tanto no hay contante proporcional.	Grafican las variables pero no incluyen que no existe una relación entre las variables.	No hay ejemplificación.

Rúbrica Pregunta N° 20

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Utilizan las palabras claves al momento de realizar el mapa conceptual, como, proporcionalidad directa, relación entre variables, características, aumento o disminución de variables, constante proporcional, línea recta.	Utilizan palabras claves como proporcionalidad directa, aumento o disminución de las variables.	No hay mapa conceptual
Interpretación	Utilizan las palabras claves de proporcionalidad directa pero además definen y nombran las tres características.	Utilizan las palabras claves pero nombra una o dos características.	No hay mapa conceptual
Ejemplificación	Indica ejemplo de la proporcionalidad directa, en el contexto cotidiano.	Indica un ejemplo poco consistente del contexto cotidiano.	No hay mapa conceptual

Recordando lo Aprendido “Proporcionalidad Directa”.

Clase 1:

I. Inicio de la clase

Objetivo: Estudiar y recordar las situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica

Se recomienda que en esta fase los alumnos reconozcan y visualicen el propósito de la clase u objetivo, Se deben recordar las actividades realizadas en años anteriores, específicamente 8° básico sobre el contenido de proporcionalidad directa. Como por ejemplo analizar por medio de una puesta en común las siguientes preguntas ¿Qué recuerdan de proporcionalidad directa? ¿En qué contexto cotidiano son utilizadas?

Luego de esta inducción se debe enfocar la clase en el problema 1 que está enfocado en el volumen de un cilindro por lo tanto los estudiantes deben recordar dicho contenido para así resolver la interrogantes planteadas.

II. Desarrollo de la clase.

Para comenzar el desarrollo de la clase comience a Analizar la problemática planteada.

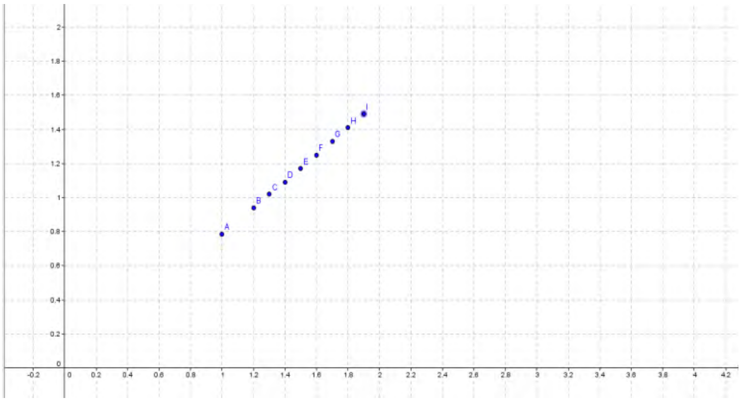
La primera actividad tiene como énfasis recordar y reconocer una proporcionalidad directa en situaciones del contexto cotidiano, para ello se presenta al estudiante un ejercicio en el cual debe determinar el volumen de un cilindro cuyo valor del radio es constante y corresponde a 0,5 metros, además aproximan que el valor de pi es 3,14 y su altura varía según el modelo del cilindro, existen dos medidas que se entregan en el alumno la primera corresponde a 1,2 metros de altura es aquí donde el alumno debe visualizar que posee una relación altura versus volumen y que su relación estaría dada por: $v = \pi \cdot r^2 \cdot h$ donde pi y r son constante quedando al reemplaza $v = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot h$, si se resuelve la potencia se expresaría: $v = 3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot h$, luego se determina la multiplicación $v = 0{,}785 \cdot h$ quedando una ecuación lineal. Por consiguiente se puede determinar el valor del volumen reemplazando 1,2 metros de alturas en la variable h, lo que se obtiene que el volumen sea $0{,}942m^3$. Ahora si la altura cambia por un metro su volumen también varía quedando $0{,}785m^3$. Una vez realizado estos cálculos por medio de una puesta en común se debe analizar que al momento de que la variable altura se disminuye el volumen también lo hará.

Ahora para que los estudiantes completen la tabla de valores y puedan concluir de mejor manera que en una situación de proporcionalidad directa tiene las característica, si se varía una variable al aumentar la otra también aumenta, en cambio sí una variable disminuye la otra también disminuirá, en el caso de la problemática la variable dependiente es el volumen y la independiente es la altura. Debido a que el volumen depende de la altura.

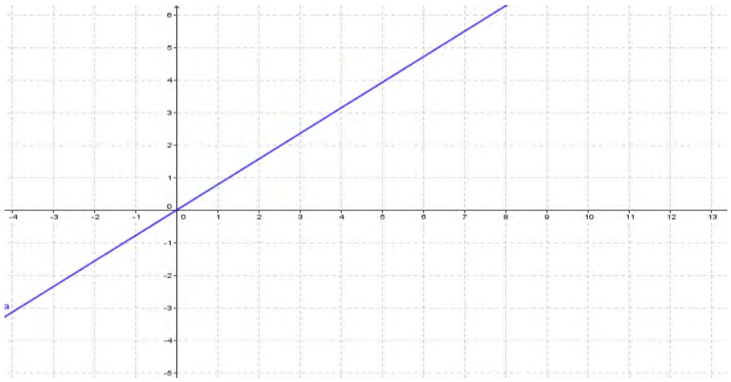
Tabla de valores que relaciona la altura y el volumen de un cilindro, que en este caso es el cilindro peruano.

Altura (m)	**1**	**1,2**	**1,3**	**1,4**	**1,5**	**1,6**	**1,7**	**1,8**	**1,9**
Volumen (m^3)	0,785	0,942	1,0205	1,099	1,1775	1,256	1,3345	1,413	1,4915

Estos valores pueden ser graficados en el plano cartesiano quedando de la siguiente manera:



Aquí se puede visualizar que los puntos son colineales, entiéndase que son puntos que se sitúan en una misma línea recta, por consiguiente su recta estaría graficada como:



Finalizando la problemática 1 debe orientar al estudiante que las situaciones de proporcionalidad directa se pueden encontrar diversos casos, además sus variables puedes aumentar o disminuir respectivamente y su gráfica corresponde a una línea recta.

El propósito de la segunda problemática es que los alumnos descubran que las variables precio y cantidad de litros de bencina poseen una relación la cual puede ser expresada algebraicamente como: $y = 765 \cdot x$, donde x corresponde a los cantidad de litros de bencina e y el precio de x litros. Es decir se debe multiplicar la cantidad de litros de bencina ocupada por los 765 pesos que vale cada litro de 93 octanos.

Por otro lado el cuadro de análisis está orientado para que los alumnos resuelvan una situación de proporcionalidad directa y que sean ordenados en una tabla de datos. Luego las relaciones de estos valores se graficaran en el plano cartesiano para que se den cuenta que su gráfica es una línea recta. Se recomienda que los alumnos realicen la tabla luego en una puesta en común los valores dados se grafiquen en un software geométrico guiados por el docente.

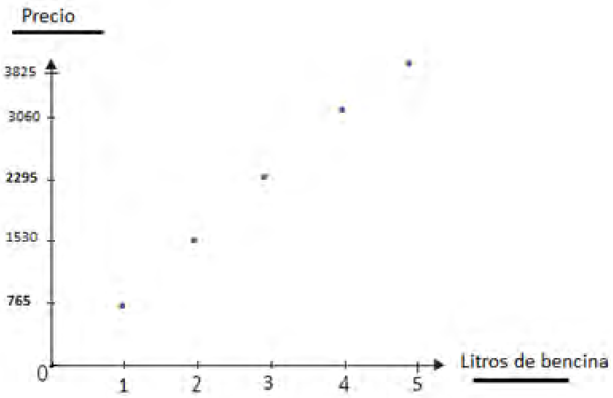
Los estudiantes deberán completar la tabla de valores de la siguiente manera. Para ello se pide la orientación del docente.

Litros de bencina	1	2	3	4	5
Precio de litros de bencina	765	1530	2295	3060	3825
Cociente entre precio y litros de bencina	765	765	765	765	765

Gráfico entre litros y precio de bencina.

Para que los estudiantes que en todas las situaciones de proporcionalidad directa sus puntos son colineales se sugieren mostrar a los estudiantes la colinealidad utilizando un programa geométrico. En este caso se utilizó el GeoGebra para que se visualice de mejor manera

Colinealidad de puntos.



Recta de la situación de proporcionalidad directa que puede ser representada de manera algebraica como: $y = 765 \cdot x$

Por otro lado el docente debe guiar para que los alumnos lleguen a la conclusión que el cociente entre las variables se mantiene constante, como sugerencia se debe preguntar ¿Qué pasa con la multiplicación y la división de las variables? ¿Por qué crees que en el cociente se mantiene constante en una proporcionalidad directa?

Por otro lado para que los alumnos tengan un aprendizaje óptimo hay que tener en cuenta los posibles errores que pueden cometer los estudiantes al momento de desarrollar de las actividades propuestas, estos errores se pueden clasificar de la siguiente manera:

Error Nº1: El alumno al enfrentarse con las problemáticas puede confundirse ya que el traspaso del lenguaje natural al algebraico no lo tienen interiorizado.

Error N°2: El alumno pueda plantear la ecuación algebraica pero sin poder realizar una operación a ella. Ya que no entienden como realizar el tratamiento de dicha ecuación.

Error Nº3: Errores del tipo de cálculos matemáticos, dificultades al realizar diversas operaciones en el conjunto de números.

Además hay que tener en cuenta que los errores posibles de los alumnos en esta problemática es que no relacionen las variables involucradas y además no sepan relacionar la problemática con el lenguaje algebraico y gráfico, tratar de guiarlos en este momento de la clase para ir desarrollando el pensamiento de los estudiantes con dichas características.

III. Cierre de la clase.

Para que el cierre de la clase se efectivo se sugiere realizar preguntas que puedan extraer información de los alumnos, como por ejemplo ¿Recordaron lo que es una proporcionalidad directa? ¿Qué aprendieron de situaciones de proporcionalidad directa? ¿Para qué sirve? Estas preguntas deben ser por medio de una puesta en común y tratar de que sea en un tiempo estimado de 5 a 8 minutos.

Características de una proporcionalidad directa

Clase 2:

I. Inicio de la clase

Objetivo: Estudiar las características de situaciones de proporcionalidad por medio de tablas, gráficos y de manera algebraica.

Una vez presentado dicho objetivo se debe reactivar el conocimiento visto la clase anterior, a través de las preguntas ¿Qué es una proporcionalidad directa?, ¿Para qué sirve? Y ¿Dónde se puede utilizar en el contexto cotidiano? Esto se realiza en una puesta en común para que los estudiantes puedan captar las diversas ideas que poseen sus pares.

Además el texto del alumno trae incorporado la activación de conocimiento para que queden plasmadas las ideas extraídas de las preguntas anteriores.

II. Desarrollo de la clase

El fin de esta clase es que los alumnos comprendan e identifiquen las características que posee una proporcionalidad directa y que modelen funciones que permitan representarlas algebraica y gráficamente, para ello es necesario representar la relación algebraica del perímetro del triángulo equilátero dado. Esta relación algebraica puede ser; $p = 3a$ donde a corresponder a un valor real positivo que representa la longitud del lado del triángulo equilátero (la cual llamaremos variable independiente) y p otro valor real positivo que representa el perímetro del triángulo (Esta variable será la dependiente). En este instante se debe dejar en claro que a y p deben ser distinto de cero y además no negativo ya que si ocurre no habría dicho triángulo.

Para dar solución a las interrogantes planteadas es recomendable que los alumnos realicen una tabla de datos y es aquí donde la relación $p = 3a$ es fundamental debido a que si se entregan valores para a solo deben ser reemplazado en la ecuación y se obtendría el valor de p (supongamos que $a = 1$, donde al reemplazar quedará $p = 3 \cdot 1 = 3$, quedando $p = 3$, aclarando que si el lado del triángulo equilátero mide 1 cm el perímetro valdrá 3 cm). Así al azar se tomaron ciertos valores para completar la tabla de datos que se encuentra en la propuesta del estudiante.

Lados del triángulo	1 cm	1,5cm	2 cm	2,5cm	5 cm	7cm	10cm	4/3 cm	a cm
Perímetro	3cm	4,5 cm	6 cm	7,5cm	15cm	21cm	30cm	4 cm	3a cm

Para recordar el conocimiento de las características de una proporcionalidad directa es necesario que identifique el alumno la constante proporcional que en la ecuación $p = 3a$ es el valor 3, por otro lado se debe relacionar con el cociente entre el perímetro y los lados del triángulo equilátero, para ello se debe el ejemplo de si el perímetro toma valor 4,5 y uno de sus lados es 1,5 el cociente será 3, a lo que corresponde la constante proporcional.

Teniendo la constante proporcional el alumno podrá modelar la función que permite representar la problemática, formado $f(x) = 3x$, donde esta puede ser representada gráficamente como una recta, ya que los puntos de la tabla de valores son colineales. Así podrá tener un manejo completo entre los diversos tipos de registros.

Gráficos entre las variables lados y perímetro del triángulo equilátero.

Gráfico 1: Representación de los puntos de la tabla de valores en el plano cartesiano y su particularidad de que sean colineales.

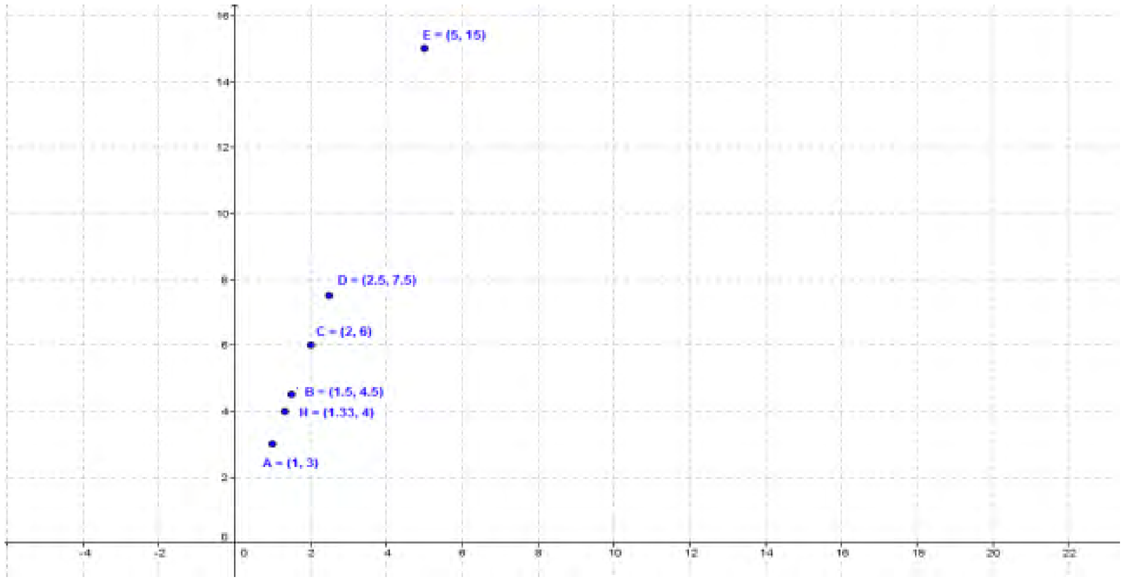
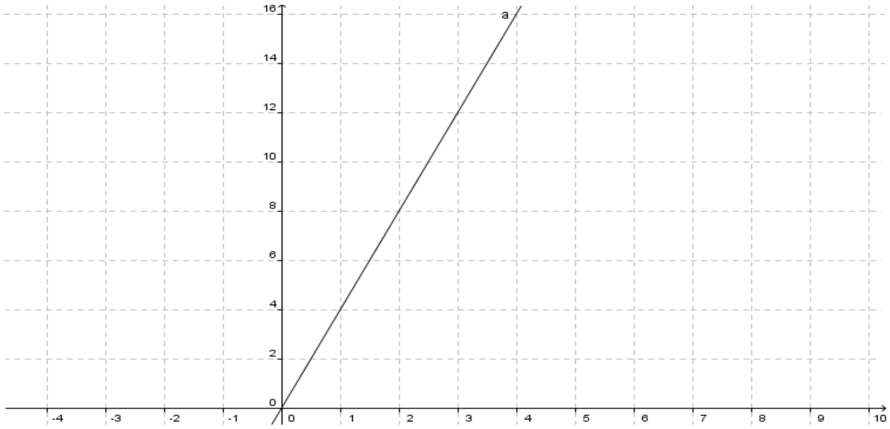


Gráfico 2: Si estos puntos se unieran, quedarían todos en una recta, representado en el gráfico la función $f(x) = 3x$.



En el problema 2 tiene el mismo objetivo que el anterior, pero ahora el alumno responderá con respecto a lo aprendido o recordado. En esta actividad se ocupará la relación $v = \frac{d}{t}$, donde d corresponde a la distancia recorrida, v a velocidad y t al tiempo transcurrido. Pero la problemática agrega que la velocidad es constante y toma valor a 90 km/h. quedando la ecuación $90 = \frac{d}{t}$, si realizamos un tratamiento nos queda la ecuación $90t = d$, esta relación nos permite completar la tabla de valores dada en la propuesta del estudiante. Cabe destacar algunos valores fueron elegidos al azar para completar la tabla.

Tabla de valores que relaciona el tiempo y la distancia recorrida:

Tiempo (Horas)	Distancia (Km)
1	90
1,5	135
2	180
4	360
5	450
9	810
10	900

Para buscar la constante proporcional en la propuesta se pide que encuentren el cociente entre distancia recorrida y tiempo transcurrido, para ello se puede dar el ejemplo como la división entre 135 kilómetros recorridos y 1,5 de hora transcurrida, quedando como cociente 90. Que corresponden a la constante proporcional.

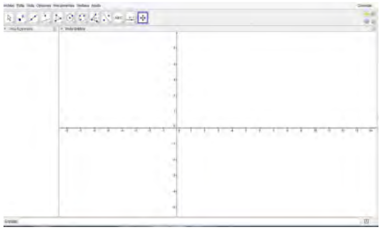
Teniendo la constante proporcional identificada el alumno podrá modelar la ecuación $90t = d$ a la función $f(t) = 90t$ y esta a su vez podrá ser representada gráficamente.

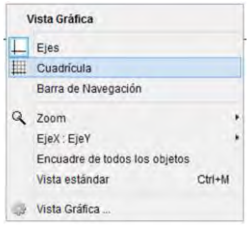
Esta vez se recomienda mostrar a los estudiantes la gráfica de la función $f(t) = 90t$ en el Software GeoGebra ya que así se podrán familiarizar con el programa.

Utilización del programa:

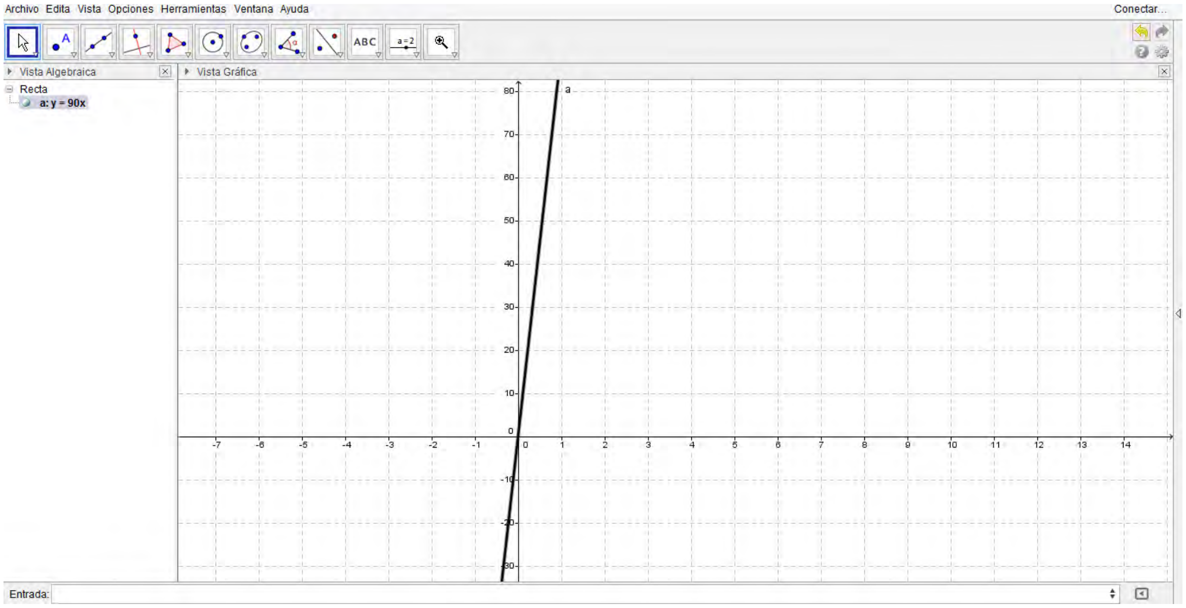
Paso 1: Grafique la función escribiendo en la **Entrada** la expresión $f(x) = 90x$, (se realiza el cambio de la variable t a x, debido a la configuración de GeoGebra) luego presione enter y aparecerá la gráfica.

Paso 2: Si usted quiere cuadricular el plano debe hacer click derecho y apretar cuadricula.





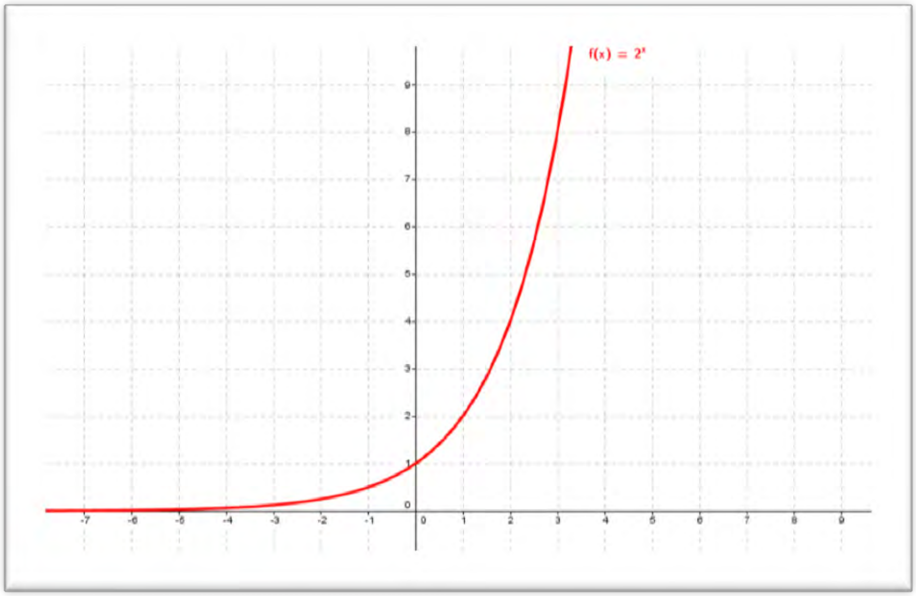
Representación gráfica de la función $f(t) = 90t$



En esta actividad el alumno debe institucionalizar que dos variables son directamente proporcionales cuando ambas variables aumentan o ambas variables disminuyan que existe una constante proporcional y que su gráfica es un conjunto de puntos colineales que pertenecen a una misma recta.

La finalidad del problema 3 es que los estudiantes discriminen en los desafíos de situaciones de proporcionalidad directa, para ello se presenta una función exponencial, ya que los alumnos tienden a pensar que la característica de la proporcionalidad es si ambas variables aumentan o ambas variables disminuyen inmediatamente en una situación de proporcionalidad directa.

Aquí los estudiantes deben visualizar que poseen una relación entre las bacterias y el tiempo transcurrido, para ello deben identificar que es una función exponencial donde la base corresponde a 2, debido a la duplicación de las bacterias y su exponente es el instante transcurrido (el instante 1 corresponde a cinco minutos transcurrido, instante 2 corresponde a 10 minutos transcurrido). Para esta actividad la función exponencial que modela la problemática es $f(x) = 2^x$ que puede ser representada gráficamente de la siguiente manera:



El estudiante debe identificar que la gráfica corresponde a una curva lo que no ocurre en una situación de proporcionalidad, por lo tanto debe concluir que dos variables son directamente proporcionales cuando ambas variables aumentan o ambas variables disminuyan que existe una constante proporcional y que su gráfica es un conjunto de puntos colineales que pertenecen a una misma recta no a una curva.

Por otro lado para que los alumnos tengan un aprendizaje óptimo hay que tener en cuenta los posibles errores que pueden cometer los estudiantes al momento de desarrollar de las actividades propuestas, estos errores se pueden clasificar de la siguiente manera:

Error Nº1: No existencias de conceptos como perímetro o triángulo equilátero ya que tienden los estudiantes a no responder preguntas de esta envergadura, debido a que no poseen el correcto lenguaje y código matemático.

Error N°2: El alumno al enfrentarse con las problemáticas puede confundirse ya que el traspaso del lenguaje natural al algebraico no lo tienen interiorizado o que pueda plantear la ecuación algebraica pero sin poder realizar una operación a ella. Ya que no entienden como realizar el tratamiento de dicha ecuación.

Error Nº3: Errores del tipo de cálculos matemáticos, dificultades al realizar diversas operaciones en el conjunto de números.

Además hay que tener en cuenta que los errores posibles de los alumnos en estas problemáticas es que no relacionen las variables involucradas y además no sepan relacionar la problemática con el lenguaje algebraico y gráfico, tratar de guiarlos en este momento de la clase para ir desarrollando el pensamiento de los estudiantes con dichas características.
Para que reafirmen los conocimientos vistos y que practiquen los alumnos se presenta la siguiente actividad complementaria.

Actividad complementaria.

1. Coloque si una V si corresponde a una situación de proporcionalidad directa o F si no lo es, justifique las falsas.

A. ____ Kilos de fresas con el precio.
B. ____ Velocidad de un automóvil con horas de viaje.
C. ____ Cantidad de trabajadores con los días trabajados.
D. ____ Cantidad de personas y asientos.
E. ____ El número de hojas de un libro y su peso.
F. ____ El lado del cuadrado su perímetro.
G. ____ La división celular llamado Mitosis.

En esta actividad se pretende que los alumnos describan cuando una proposición no es proporcional a través de las descripciones como por ejemplo que no posee una constante al dividir ambas variables, por otro lado que su gráfica no son puntos colineales o sea no es una recta.

El solucionario de la actividad complementaria estaría dado de la siguiente manera.

A. Es verdadera ya que al aumente los kilos de fresas aumenta el precio, existe una constante de proporcionalidad y además su gráfica corresponde a una lineal recta.

B. Es falsa debido a que una variable aumenta y la otra disminuye, esto quiere decir, que a medida aumento mi velocidad menos tiempo recorro la distancia establecida.

C. Es falsa debido a que al igual que la letra B una variable aumenta y la otra disminuye siendo una proporcionalidad inversa.

D. Es verdadero ya que al aumentar las personas deben aumentar las sillas para que se sienten además existe una constante de proporcionalidad y su gráfica corresponde a una lineal recta.

E. Es verdadera ya que al aumentar las hojas de un libro aumenta el peso de este además existe una constante de proporcionalidad y su gráfica corresponde a una lineal recta.

F. Es verdadera ya que al aumentar los lados de un cuadrado aumenta su perímetro ya que poseen una relación además existe una constante de proporcionalidad y su gráfica corresponde a una lineal recta.

G. Es falsa ya que la división celular corresponden a una problemática de potencias y no es proporcional debido a que no existe constante proporcionalidad directa y su gráfica corresponde a una hipérbola.

Para esta actividad el docente debe tener cuidado con la interpretación del lenguaje algebraico y las secuencias de reglas operatorias o de procedimientos debido a que son los errores más frecuentes que poseen los estudiantes en este tipo de problemáticas.

III. Cierre de la clase

Para realizar el cierre de la clase realice una puesta en común en donde le indiquen las características de una situación de proporcionalidad, realizando preguntas como ¿Qué aprendieron hoy? ¿Cómo podríamos distinguir situaciones de proporcionalidad directa? Así los estudiantes podrán cumplir el objetivo planteado en un inicio.

“Función Lineal”.

Clase 3:

I. Inicio de la clase:

Objetivo: Identificar situaciones de proporcionalidad directa para asociar en problemáticas de una función.

En la activación de conocimiento se recuerda a los estudiantes las características que posee la proporcionalidad directa y se dan ejemplos de esta misma, a través de las siguientes preguntas ¿Qué características posee la proporcionalidad directa? ¿Cómo se puede discriminar este tipo de proporcionalidad? ¿Qué ejemplos del contexto cotidiano se visualizan? Una vez activado los conocimientos se presenta el objetivo de la clase.

II. Desarrollo de la clase:

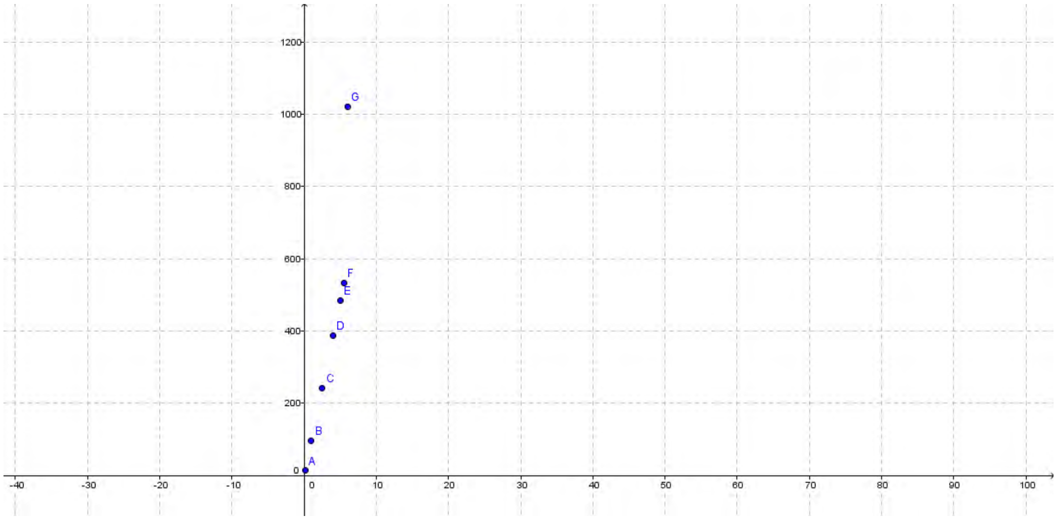
En la primera problemática de esta clase corresponde a la incorporación del nuevo contenido llamado función lineal, para ello se crea una situación que involucra la fórmula física de velocidad que corresponde a $v = \frac{d}{t}$, donde v es velocidad medida en (Km/H), d es distancia (Km) y t tiempo (t), dentro de la actividad menciona que la velocidad es contante por lo tanto al reemplazar en la fórmula física quedaría planteada de la siguiente manera $97 = \frac{d}{t}$ pero al realizar un tratamiento a la ecuación queda $d = 97 \cdot t$, para luego ser transformado una función $f(t) = 97 \cdot t$. En este instante tratar de guiar al alumno para que pueda llegar a la función anterior, se recomienda primeramente que realice el cálculo solicitado en el texto del estudiante cuando el tiempo corresponde al valor 3 horas, al sustituir dicha en dicha ecuación quedaría d$= 97 \cdot 3$ y al resolver el producto da como resultado $d = 291$, lo que significa que Daniela en tres horas recorrerá 291 kilómetros.

Para que el alumno pueda captar la constante correspondiente a 97 se pide realizar la tabla de valores presentada en el texto del alumno, además es aquí donde el docente debe pedir al alumnado y preguntar ¿Cómo será representado de manera general? ¿Cómo lo transformaríamos en función? Para extraer la representación de una función lineal.

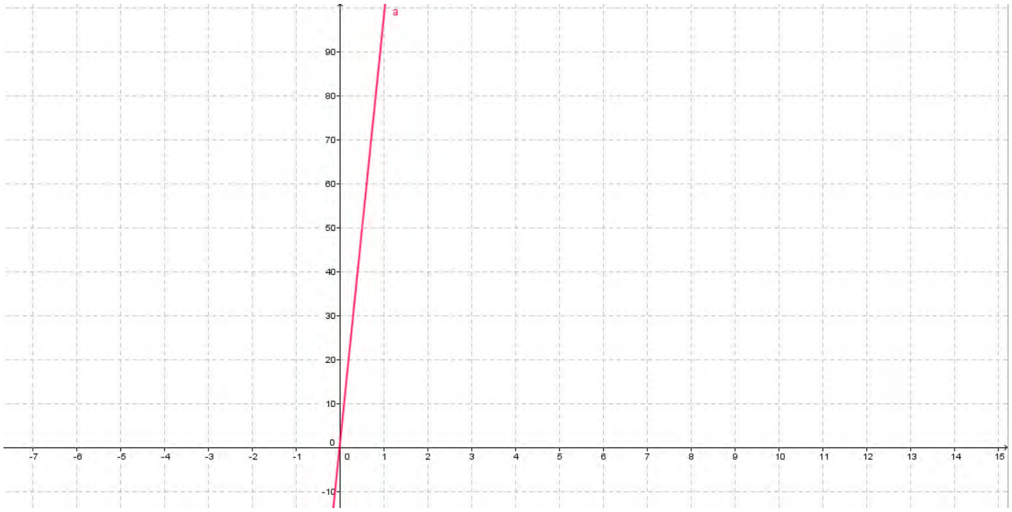
Resolución de tabla de valores

Distancia (Kilómetros)	14, 55 km	97 km	242,5 km	388 km	485 km	533,5 km	582 Km
Tiempo (Horas)	0,15 Hora	1 hora	2,5 hora	4 hora	5 hora	5,5 hora	6 Hora

Luego para asociar situaciones con proporcionalidad directa se gráfica los puntos y los alumnos deben visualizar que corresponden a una linealidad. En la figura se pueden observar.



Luego al unir los puntos forman la recta que representa la función $f(t) = 97 \cdot t$



En este instante es cuando los estudiantes deben relacionar una función lineal con situaciones de proporcionalidad directa, puede ser por el lenguaje algebraico o también o por la similitudes de sus gráficas.

En la problemática 2 de situaciones de función lineal se pretende que los alumnos obtengan la ecuación $y = 3x$ donde x corresponde al primer número e y al segundo número y la relacionaran con la proporcionalidad directa ya que se escribe de igual manera la forma algebraica. En esta fase es sumamente importante debido a que los alumnos necesitan el apoyo del docente y que los guíen a través de las preguntas ¿En general como se describe la proporcionalidad directa? Indique un ejemplo de proporcionalidad directa y escriba la forma algebraica de una situación general de proporcionalidad directa.

Luego a esto se prende que con la ecuación $y = 3x$ se llene la tabla de datos con valores aleatorios, estos valores pueden ser positivos negativos, fraccionarios, etc. Como recomendación trabaje en el conjunto de los números enteros ya que puede traer complejidad si trabaja en el conjunto de los racionales y solo en esta clase se pretende relacionar la proporcionalidad directa con la función lineal.

Los valores aleatorios dados será en la variable x donde es la variable independiente, la variable y será la dependiente ya que depende de la variable x. En sí cada valor de x se multiplicará por 3 dando el valor de y. Aquí los alumnos visualizan que si se va disminuyendo el valor del x el valor del y también disminuirá. Como trabajo anexo solicite a los alumnos dividir las variables y e x para que así se den cuenta que existe constante de proporcionalidad.

Tabla de datos:

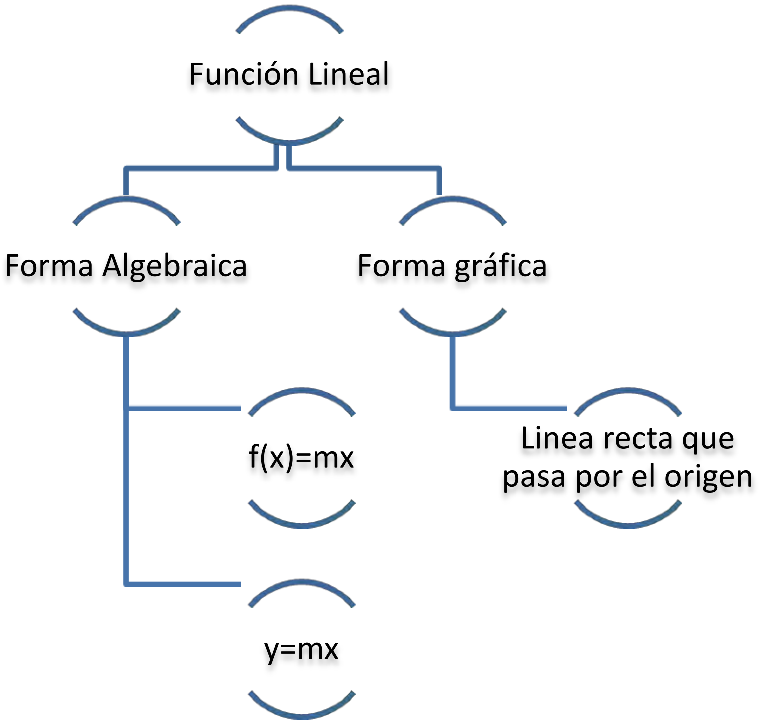
x	y=f(x)=3x
-6	-18
-5	-15
-4	-12
-3	-9
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Al graficar los puntos de la tabla de valores y unirlos se representan de la siguiente manera, una línea recta que pasa por el origen. Estas conclusiones deben ser guiadas por preguntas ¿Dónde se intersecta la recta en el eje de las abscisas? ¿Dónde se intersecta en el eje de las ordenadas? Como la respuesta a ambas preguntas es (0,0) eso da pie para que el docente o los alumnos lleguen al acuerdo que la recta se intersecta en el origen del plano cartesiano.

En este instante se debe institucionalizar que "Una función Lineal algebraicamente está representada en forma general como: $y = mx$ o $f(x) = mx$, donde el valor m es una constante o también llamada constante proporcional y en el plano cartesiano es representada por puntos colineales que se representa como línea recta y que además pasa por el origen". Además deben relacionar que una situación de proporcionalidad directa corresponde a un tipo de función lineal.

III. Cierre de la clase:

En esta fase de la clase se recomienda realizar un mini- mapa conceptual ya que así el conocimiento quedará más claro. La idea es que quede de la siguiente manera o que se tenga los siguientes conceptos:



“Propiedades de linealidad”.

Clase 4:

Objetivo: Identificar las propiedades fundamentales de una función lineal

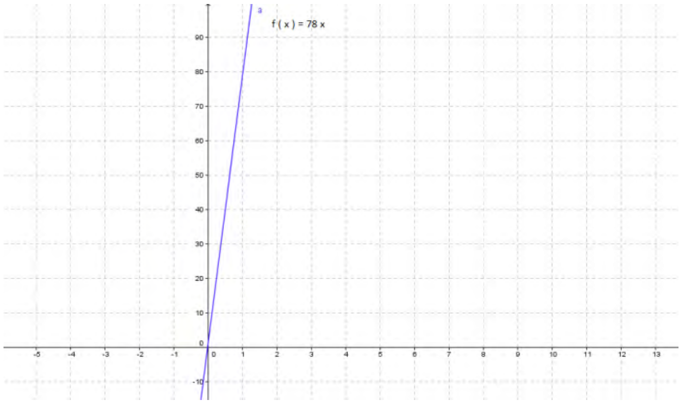
I. Inicio de la clase:

En la activación de conocimiento los estudiantes deben recordar cómo se representa de manera general una función lineal además como son sus gráficas y las características, para ello se recomienda preguntar a los estudiantes ¿Cómo se representa algebraicamente la función lineal? ¿Cómo identificarías una función lineal? Indique un ejemplo.
Luego indicar el objetivo para comenzar la iniciación el análisis de la primera problemática.

II. Desarrollo de la clase:

En la problemática 1 el alumno la puede resolver, de dos maneras, el primer método es identificando que cada lápiz cuesta 78 pesos y multiplicando dicha cantidad por 3 obteniendo que por los 3 lápices es 234 pesos por otro lado para obtener el precio de los 5 lápices se debe multiplicar 78 por 5 costarían 390 pesos. Luego piden determinar el valor de 8 lápices efectuando la misma operación 78 por 8 da como resultado 624 pesos otra manera de resolver el problema es aplicando la propiedad (i) que se vuelve más interesante pues el problema se resuelve efectuando una simple suma; considerando que el problema se modela por una función lineal f el alumno considerará que $f(3) = 234$ y $f(5) = 390$ y concluirá $f(8) = f(3 + 5) = f(3) + f(5) = 234 + 390 = 624$ de lo cual se tiene el resultado esperado.

Luego la problemática pide su gráfica, como los estudiantes ya saben realizarlo y es algo internalizado no dar tanto énfasis en eso, solo en relacionar y repetir que una función lineal corresponde a su gráfica como una línea recta y que en manera algebraica se representa como $f(x) = 78 \cdot x$. Por lo tanto la gráfica que modela la función anterior es:



Para que los estudiantes desarrollen que las situaciones de proporcionalidad directa se modelan por medio de una función lineal de la forma:

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{f} : \boldsymbol{A} \arrow[r] & \boldsymbol{Q} \\ \boldsymbol{x} \arrow[r] & \boldsymbol{kx} \end{tikzcd}$$

Donde $\boldsymbol{A}$ ***c*** $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{k} \in \boldsymbol{Q}$

Claramente esta función resulta ser una restricción de la transformación lineal.

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{t} : \boldsymbol{IR} \arrow[r] & \boldsymbol{IR} \\ \boldsymbol{x} \arrow[r] & \boldsymbol{kx} \end{tikzcd}$$

Considerando **IR,** como un **IR** - espacio vectorial y por lo tanto $\boldsymbol{f}$ tendrá las siguientes propiedades:

I. $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{z})$**,** donde x y z pertenece a $\boldsymbol{A}$ y de modo que $\boldsymbol{x}+\boldsymbol{z}$ también es elemento de $\boldsymbol{A}$**.**

II. $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{ux}) = \boldsymbol{u}\,\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, donde $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A},\ \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{Q}\ \ y\ \ \boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{u} \in \boldsymbol{A}.$

III. Su gráfica en un sistema de coordenadas cartesianas consiste en un conjunto de puntos colineales tales que la recta que los une pasa por el origen.

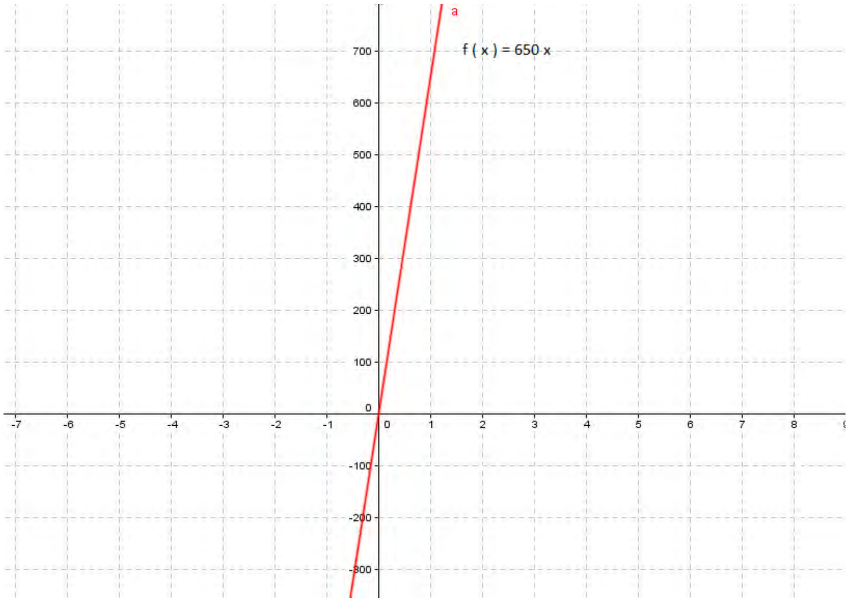
Normalmente en las problemáticas para el estudiante de primero medio, $\boldsymbol{A}$ será $\boldsymbol{IN}, \boldsymbol{Z}$ ó $\boldsymbol{Q}$ y la variable $\boldsymbol{u}$ tomará valores naturales, pues ellos conocen solo hasta el sistema de los números racionales.

Es importante que el alumno visualice las propiedades de una función lineal mencionadas anteriormente a través de problemáticas del contexto cotidiano.

Teniendo en cuenta que la institucionalización está realizada se recomienda dejar las dos problemáticas siguientes como práctica de los estudiantes, dar un plazo mínimo para que puedan ser revisadas las actividades. A continuación está el desarrollo de las actividades.

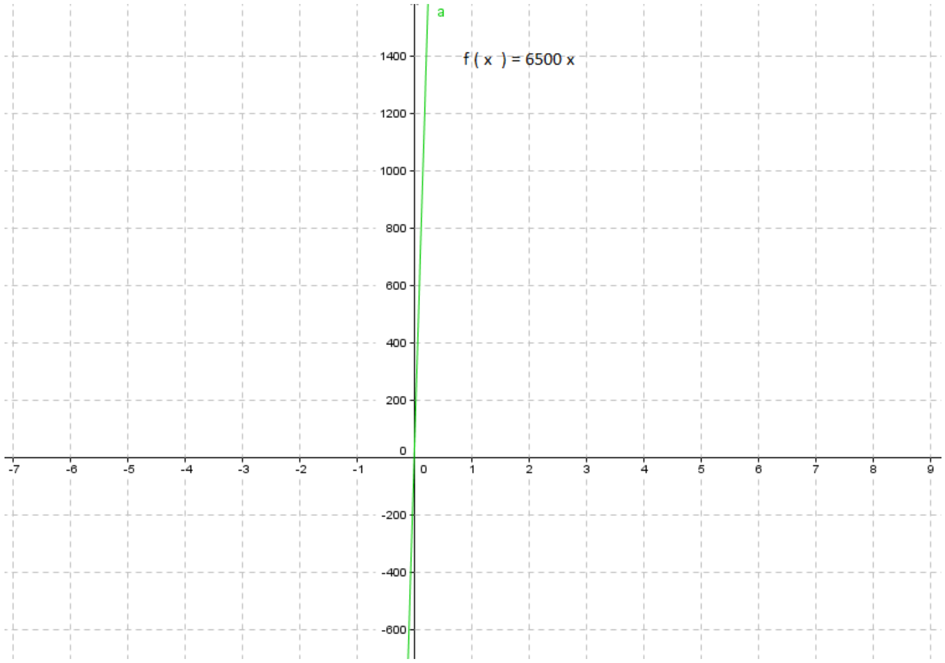
En la segunda problemática lo primero que se debe identificar que existe una relación entre cantidad de pasajeros que lo denotaremos con la letra x y el precio del pasaje por x pasajeros esta relación algebraicamente quedaría expresada como $y = 650 \cdot x$ y si se hace una conversión la ecuación es transformada a función como; $f(x) = 650 \cdot x$ donde cada pasaje cuesta 650 pesos y multiplicando dicha cantidad por los 10 pasajeros que ingresan al transporte se obtiene 6500 luego por los 5 pasajeros que ingresan al autobús después pagan en total 3200 pesos. Luego piden determinar el valor de los 15 pasajeros efectuando la misma operación 650 por 15 da como resultado 9700 pesos otra manera de resolver el problema es aplicando la propiedad (i) que se vuelve más interesante pues el problema se resuelve efectuando una simple suma; considerando que el problema se modela por una función lineal f el alumno considerará que $f(10) = 6500$ y $f(5) = 3250$ y concluirá $f(15) = f(10 + 5) = f(10) + f(5) = 6500 + 3250 = 9750$ de lo cual se tiene el resultado esperado.

Su gráfica estaría dada por puntos colineales que los une una misma recta, esta es:



Para finalizar se corresponderá de igual manera el problema 3. Se identifica la relación entre cantidad de pendrives y precio total y se formaliza la ecuación general quedando $y = 6500 \cdot x$, donde x corresponde la cantidad de pendrives e y el precio total de x pendrives aquí se realiza una conversión quedando la función $f(x) = 6500 \cdot x$. Luego al calcular el precio de 15 pendrives y reemplazarlo en la función quedaría de la siguiente manera:$f(15) = 6500 \cdot 15 = 97500$ Así mismo se puede determinar la de 5 y 20 pasajeros $f(5) = 6500 \cdot 5 = 32500$ y $f(20) = 6500 \cdot 20 = 130.000$. Otra manera de resolver el problema es aplicando la propiedad (i) que se vuelve más interesante pues el problema se resuelve efectuando una simple suma; considerando que el problema se modela por una función lineal f el alumno considerará que $f(15) = 97500$ y $f(5) = 32500$ y concluirá $f(20) = f(15 + 5) = f(15) + f(5) = 97500 + 32500 = 130000$ de lo cual se tiene el resultado esperado.

Lo cual su gráfica también corresponde a una línea recta que puede ser visualizada de la siguiente forma:



En este instante es necesario que los alumnos busquen las relaciones de las tres problemáticas así conllevará a obtener un aprendizaje significativo en las propiedades de linealidad.

III. Cierre de la clase:

En esta fase de la clase se recomienda realizar un resumen de las propiedades a través de un mapa conceptual que ayudan a resolver de manera más eficaz las situaciones de funciones lineales. Se recomienda que pregunte de manera grupal ¿Cuántas propiedades existen? ¿Cuáles son? ¿Para qué sirve?

“Pendiente de la recta de una función lineal”.

Clase 5:

Objetivo: Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función lineal con la respectiva constante proporcional.

I. Inicio de la clase:

Para comenzar la clase se debe recordar sobre la constante proporcional de una función, donde la función lineal se representa con la letra m, para ello se pide que realice a los estudiantes las siguientes preguntas ¿Cuál es la representación algebraica de una función lineal? ¿A qué valor corresponde al parámetro m? ¿Qué relación posee con su gráfica? Es aquí donde se debe dar el objetivo de la clase a los estudiantes.

II. Desarrollo de la clase:

En la primera problemática se visualiza una gráfica en la cual deben determinar los estudiantes los valores de A=(1,2), B=(3,6) y C=(2,4). Donde tendrán que comparan el aumento de las abscisas correspondiente a 1 y ordenadas a 2 entre punto A y C, luego el cociente entre ordenadas y abscisas es 2. Aquí se debe guiar y explicar al alumnado de que este cociente corresponde al valor de la pendiente y que está relacionado con la constante proporcional. Para que vean los estudiantes que se puede tomar cualquier punto en el plano se analiza el mismo procedimiento con el punto B, llegando a la conclusión que no importa el punto que se escoja siempre existe una relación entre el cuociente y la pendiente o también llamada constante proporcional.

Luego al análisis entre cuociente y pendiente se muestra que existe otra manera de terminar la pendiente y esta es que si se tiene puntos $A = (x_1, y_1)$, $C = (x_2, y_2)$ se puede utilizar el cociente: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para tener el valor de dicha pendiente. Y se podrá comparar al reemplazar los puntos A y C.

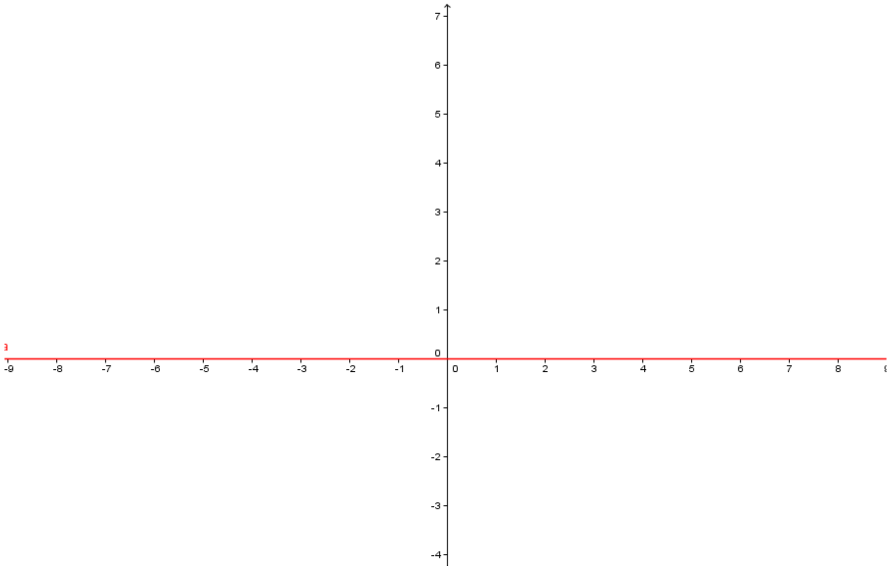
Luego en la segunda problemática se prende visualizar que si las rectas son crecientes la pendiente es positiva en cambio si la pendiente es negativa su recta será decreciente.

Las rectas en la problemática que poseen pendientes positivas son la azul y roja siendo $m = 2\ y\ m = 3$ respectivamente, por el contrario las rectas que poseen pendientes negativas son la verde con $m = -\frac{4}{3}$ y negra tomando valor $m = -1$. Aquí la actividad se deberá realizar de manera grupal para que sea guiado por el docente ya que es complejo visualizar el decrecimiento de la recta y la obtención de la pendiente.

Para finalizar la problemática se debe poner en una puesta en común que la recta con mayor pendiente corresponde a la roja en cambio la que posee menor pendiente es la recta verde.

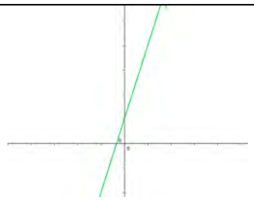
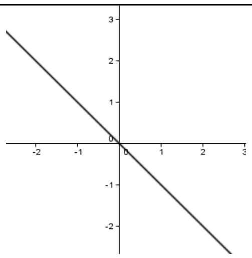
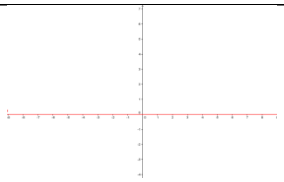
La última actividad corresponde a un desafío de la clase donde la pregunta para los alumnos es ¿Qué sucederá si la diferencia entre las ordenadas es cero? ¿Cómo justificarías tu respuesta? Aquí debe visualizar que si la pendiente es valor cero el valor dependiente será cero o sea si se tiene de manera algebraica la función lineal general $f(x) = mx$ y m = 0 quedaría que $f(x) = 0 \cdot x$ donde $f(x) = 0$, por lo tanto para cualquier valor de x su imagen siempre será cero que dando una recta constante y en el mismo eje de las abscisas.

La gráfica cuando el parámetro m toma valor cero quedaría en el eje x en este caso se puede visualizar con el color rojo.



III. Conclusiones de la clase:

Pida a los alumnos que realicen un cuadro resumen sobre los contenidos vistos en la clase y que esté dado de la siguiente manera:

<table>
<tr><th colspan="2">Función Lineal se expresa algebraicamente como $f(x) = mx$</th></tr>
<tr><td colspan="2">El parámetro m se llama pendiente, grado de inclinación con respecto al eje horizontal.</td></tr>
<tr><td>Signo de la pendiente</td><td>Forma Gráfica</td></tr>
<tr><td>Pendiente positiva; m>0</td><td></td></tr>
<tr><td>Pendiente negativa; m<0</td><td> </td></tr>
<tr><td>Pendiente cero; m=0
La recta queda como el eje de las abscisas.</td><td></td></tr>
</table>

"Diversas Formas de registro de Función Lineal".

Clase 6:

Objetivo: Relacionar las distintas formas de una función lineal en las resolución de problemas.

I. Inicio de la clase:

Para la iniciación preguntar lo que se hizo a los estudiantes ¿Qué pudieron aprender en la clase anterior? ¿Cuántas maneras se puede calcular la pendiente de una recta?¿Cual es la fórmula de la pendiente institucionalizada en la clase anterior? ¿Cómo se escribe algebraicamente una función lineal? ¿Cuántas representaciones se pueden visualizar en una función lineal? Con esto se puede dar inicio a conocer el objetivo de la clase y luego a las problemáticas planteadas.

II. Desarrollo de la clase:

Las actividades de esta clase corresponden a la ejercitación de los alumnos y que puedan reconocer las diversas representaciones de una función lineal.

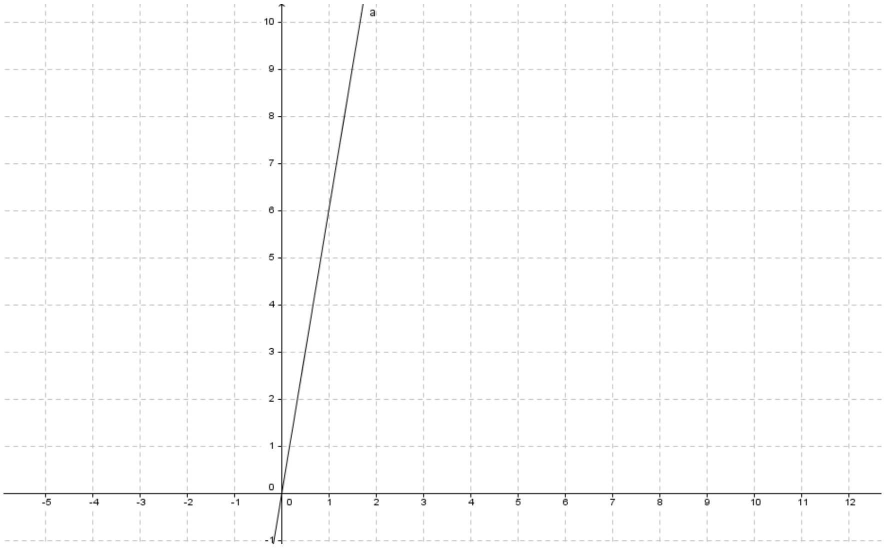
En la problema 1 se debe concebir la relación de la altura de un paralelepípedo y su volumen, para ello se pide recordar que el volumen del paralelepípedo es el producto de largo por el ancho por su alto quedando de manera algebraica de la siguiente manera. $v = l \cdot a \cdot h$ Donde *v* corresponde al volumen, *l* largo, *a* ancho y *h* altura.

En la imagen se puede extraer que el largo corresponde a 3 metros el ancho 2 metros que al reemplazar en la fórmula del volumen queda $v = 3 \cdot 2 \cdot h$ al resolver el producto quedaría expresado $v = 6 \cdot h$ si se realiza una conversión de la ecuación encontrada a una función quedaría como $f(h) = 6 \cdot h$. Teniendo esto claro podemos responder a la pregunta que por cada 100 m^3 Magdalena y Nicolás deben colocar una pastilla purificante en el depósito entonces ¿Cuántas pastillas debe colocar si el agua llega a una altura 1,5 m? para responder esto se debe determinar la altura en una ecuación sencilla quedando que h=16,6666… metros de altura y solo lleva un metro y medio por lo tanto no debe colocar pastillas purificante en ese momento ya que solo posee un volumen de 9 m^3.

Ahora para visualizar mejor cómo funciona el volumen y cuando se podrá colocar unas pastillas purificante se ordenará en la siguiente tabla de valores.

Altura (m)	**0**	**5 m**	**10 m**	**15 m**	**20 m**	**25 m**	**30 m**	**35 m**	**40 m**
Volumen (m^3)	0	30 m^3	60 m^3	90 m^3	120m^3	150m^3	180m^3	210m^3	240m^3

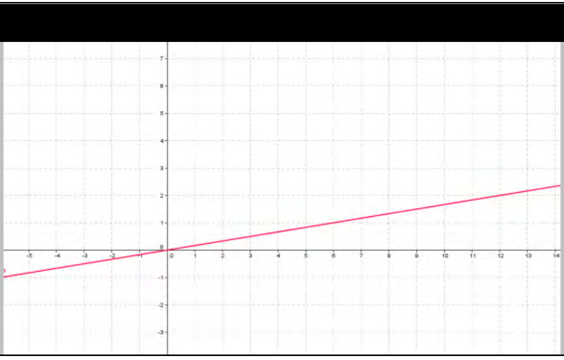
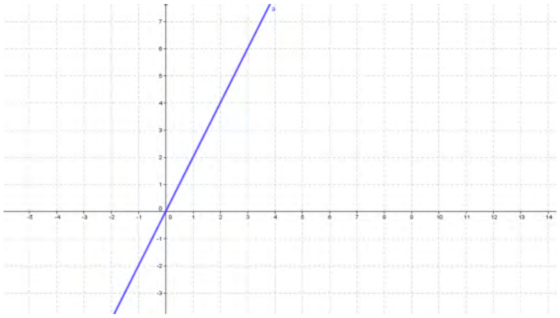
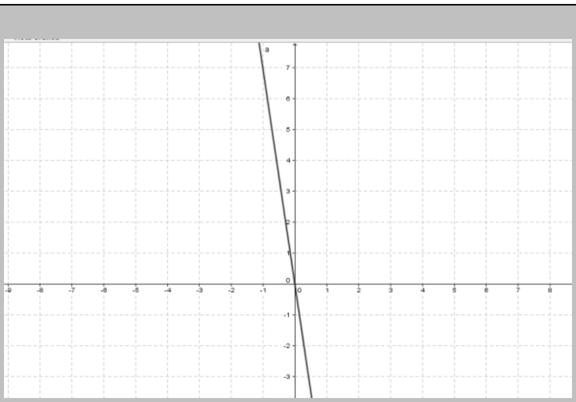
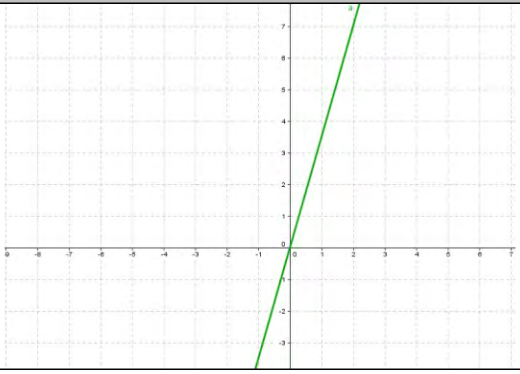
Por otro lado se debe tener en cuenta que la variable dependiente corresponde al volumen y la independiente a la altura esto nos permitirá obtener la siguiente gráfica de la función $h(x) = 6 \cdot h$



En la segunda actividad se entregan 3 gráficas para modelar una situación de función lineal, es por ello que los alumnos al crear una problemática del contexto cotidiano se tendrán diversas respuestas correctas, pero cada gráfica posee su respectiva función las cuales son:

a. $f(x) = 10 \cdot x$
b. $f(x) = -100 \cdot x$
c. $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x$

En la tercer actividad se debe también crear problemáticas y además graficar pero como existen diversas situaciones para modelar una función existen diversas respuestas correctas es por ello que solo se presentará sus gráficas.

Función	Gráfica
$y = \frac{1}{6}x$ **Al realizar una conversión a función que:** $f(x) = \frac{1}{6}x$	
$a = 2b$ **Al realizar una conversión a función que:** $f(b) = 2b$	
$t = -7s$ **Al realizar una conversión a función que:** $f(s) = -7s$	
$p = \frac{7}{2}q$ **Al realizar una conversión a función que:** $f(q) = \frac{7}{2}q$	

En la última actividad de la propuesta entregan tres tablas de datos de los cuales deben modelar situaciones de problemáticas de función lineal en el contexto cotidiano, para ello existen diversas respuestas pero una sola función por cada tabla de valores.

d. En la primera tabla para encontrar la función debemos encontrar la constante proporcional o también llamada pendiente, esto se realiza con el cuociente entre la imagen con su pre imagen o sea $\frac{2}{1}=\frac{6}{5}=\frac{-8}{-4}=\frac{-12}{-6}=2$ por lo tanto la función que modela la tabla de valores es $f(x)=2\cdot x$

x	1	3	-4	-6
$f(x)$	2	6	-8	-12

e. En la tabla 2 para encontrar la función debemos encontrar la constante proporcional o también llamada pendiente, esto se realiza con el cuociente entre la imagen con su pre imagen o sea $\frac{5}{1}=\frac{10}{2}=\frac{15}{3}=\frac{20}{4}=5$ por lo tanto la función que modela la tabla de valores es $g(x)=5\cdot x$

x	1	2	3	4
$g(x)$	5	10	15	20

f. tabla para encontrar la función debemos encontrar la constante proporcional o también llamada pendiente, esto se realiza con el cuociente entre la imagen con su pre imagen o sea $\frac{-1}{-3}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ por lo tanto la función que modela la tabla de valores es $h(x)=\frac{1}{3}\cdot x$. En este caso no colocaremos 0 divido por cero ya que se indefine.

x	-3	0	3	6
$h(x)$	-1	0	1	2

Una vez revisado las situaciones de función lineal se institucionalizará a los estudiantes que una función lineal puede ser representada de tres maneras la primera se llama lenguaje natural son aquellas problemáticas que están insertadas en el contexto cotidiano, la segunda se reconoce como lenguaje algebraico que se denota de manera general de la forma; $f(x) = mx$ y por último de manera gráfica que corresponde a puntos colineales que al unir forman una línea recta que intercepta en el origen.

III. Cierre de la clase:

Para finalizar la clase preguntar a los estudiantes ¿Qué llamo la atención de las funciones lineales? ¿Cómo se representa algebraicamente? ¿Cómo es su gráfica? ¿Dónde intercepta en el eje de las abscisas? ¿Y el de las ordenadas?

"Función Afín".

Clase 7:

Objetivo: Relacionar una composición de funciones lineal y constante para formar la función afín

I. Inicio de la clase:

Lo que se quiere llegar a que el alumno active el conocimiento de función lineal para dar inicio al concepto de función afín, para ello se pregunta a los estudiantes ¿Cómo se define la función lineal? ¿Cuáles son las características de la función lineal? ¿Con que concepto matemático podemos relacionar la función lineal? Respondiendo estas interrogantes por medio de una puesta en común con el grupo curso, podemos presentar el objetivo de la clase.

II. Desarrollo de la clase:

En la problemática 1 presentado en la propuesta de enseñanza y aprendizaje se intenta que los alumnos relacionen la función lineal con la afín de la forma gráfica, algebraica y por tanteo con la ayuda de la tabla de valores. Es por ello que se divide de dos maneras, la primera es que posea un celular prepago y la segunda con plan, las funciones que modelan dicha situación es $f(x) = 200 \cdot x$ y $f(x) = 150 \cdot x + 3000$ respectivamente.

Para poder facilitar la llegada a la relación general se pide al alumno determinar el costo por 20, 30 y 60 minutos en el plan y prepago para ordenar estos valores se presenta la siguiente tabla:

Minutos	Prepago $f(x) = 200 \cdot x$	Plan $f(x) = 150 \cdot x + 3000$
20	$f(20) = 200 \cdot 20 = 4000$	$f(20) = 150 \cdot 20 + 3000 = 6000$
30	$f(30) = 200 \cdot 30 = 6000$	$f(30) = 150 \cdot 30 + 3000 = 7500$
40	$f(40) = 200 \cdot 40 = 8000$	$f(40) = 150 \cdot 40 + 3000 = 9000$
Suma total	$18000	$22500

El estudiante debe comprender que al realizar estas tres llamadas le conviene tener prepago pero debe impulsar con la pregunta ¿En algún momento nos servirá tener plan? ¿Por qué? En este caso se recomienda mostrar que después de los 60 minutos convendría utilizar el plan y esto se calcula de la siguiente manera:

	Propiedades aplicadas y pasos
$f(x) = 200 \cdot x$ $f(x) = 150 \cdot x + 3000$	Se sabe que $f(x) = 200 \cdot x$ corresponde a la función de la situación de la problemática del prepago En cambio $f(x) = 150 \cdot x + 3000$ al plan.
$200 \cdot x = 150 \cdot x + 300$	Igualando ambas funciones para obtener el valor de x
$-150 \cdot x + 200x = -150x + (150x + 3000)$	Sumamos el inverso aditivo de 150x que es -150x por la izquierda de ambos lados de la ecuación
$50 \cdot x = (-150x + 150x) + 3000$	Resolvemos la suma de números enteros y aplicamos propiedad asociativa.
$50x = 0 + 3000$	Propiedad de la suma del neutro aditivo
$50x = 3000$	Multiplicamos por el inverso multiplicativo de 50 que es 1/50
$\frac{50}{50}x = \frac{3000}{50}$	Simplificamos
$1 \cdot x = 60$	Aplicación de la propiedad neutro multiplicativo
$x = 60$	En los 60 minutos el plan y el prepago será igual

Además para justificar lo dicho se debe completar las tablas dadas pero guiar que comience de cero minutos pues así al momento de graficar, verán que una recta corta al eje y en cero y la otra en 3000.

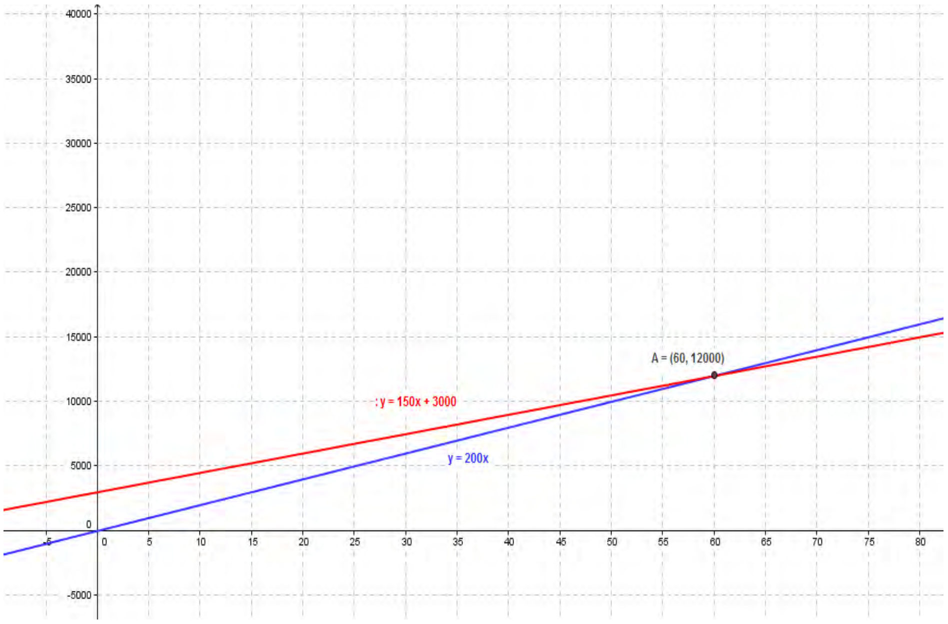
Prepago

Monto a Pagar	Minutos hablados
0	0
20	4000
40	8000
60	12000
80	16000
100	20000
120	24000
140	28000

Plan

Monto a Pagar	Minutos hablados
0	**3000**
20	6000
40	9000
60	12000
80	15000
100	18000
120	21000
140	24000

Para finalizar la problemática graficar ambas funciones en GeoGebra para que puedan visualizar que si se utiliza menos de los 60 minutos conviene utilizar el prepago (Línea recta roja) en cambio si se utiliza sobre la hora conviene utilizar el plan (Línea recta azul)



En la segunda problemática primero que se debe analizar y responder es la tabla con los posibles valores debido a que nos dará un indicio de las respuestas correctas. Pero junto con ello ver si nos sirve en el contexto cotidiano los valores seleccionado.

El padre no debe tener 39 años debido a que en hijo no nacería.

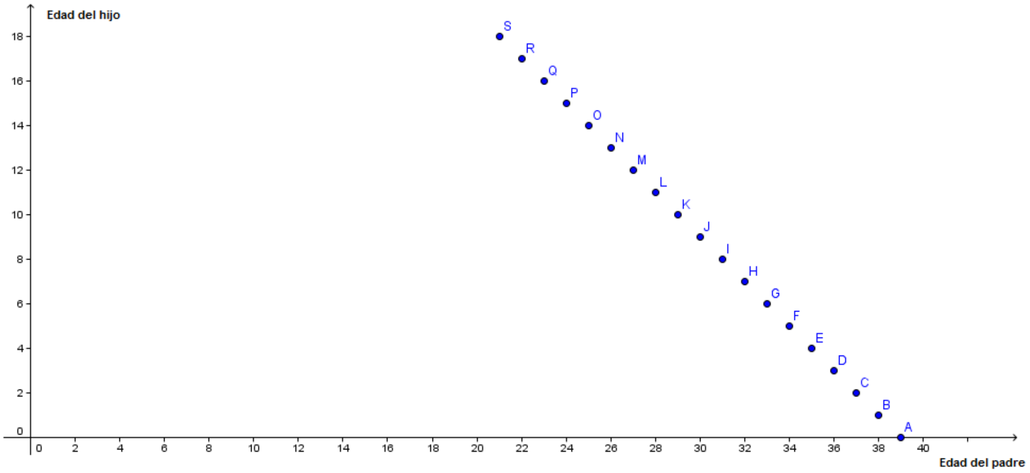
Estos son los posibles valores ya que la edad del padre estaría entre los 15 – 37 años de edad. Que es real en la vida cotidiana

En esta fase no pueden ser resultados de la problemática debido a que el rango de edad del padre es de 3- 14 años, no estando preparado

Edad del Padre	**Edad del hijo**	**Suma**
39	0	39
38	1	39
37	2	39
36	3	39
35	4	39
34	5	39
33	6	39
32	7	39
31	8	39
30	9	39
29	10	39
28	11	39
27	12	39
26	13	39
25	14	39
24	15	39
23	16	39
22	17	39
21	18	39

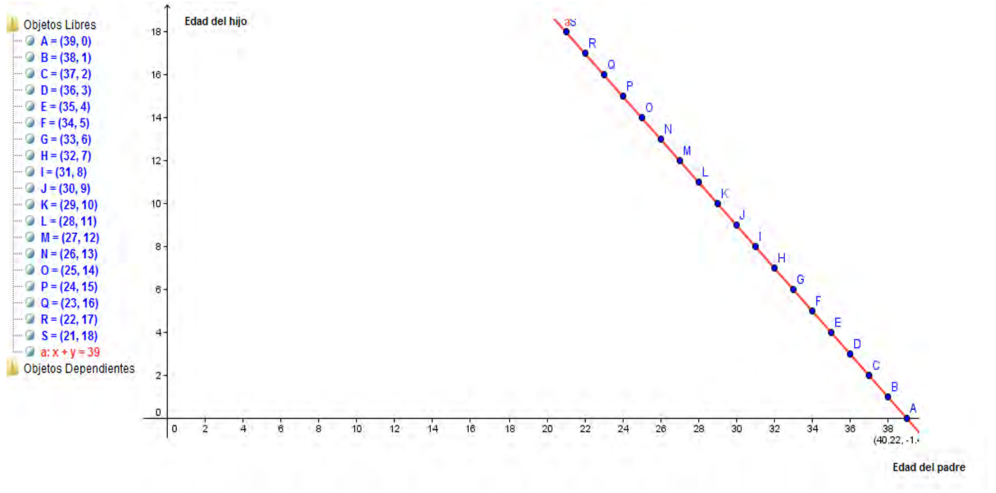
También como forma anexa pregunte a los estudiantes ¿Cómo expresarían algebraicamente la problemática? Solo para ir ligando los tres polos de la propuesta (Lenguaje natural, Lenguaje algebraico y gráfico). Luego los valores que se encuentre en la tabla se graficaran como puntos en el plano cartesiano como sigue, la idea es ir ocupando el programa GeoGebra, ya que así los alumnos aprenderán las nuevas tecnologías requeridas en el ámbito de la matemática.

Posibles resultados de la tabla de valores.



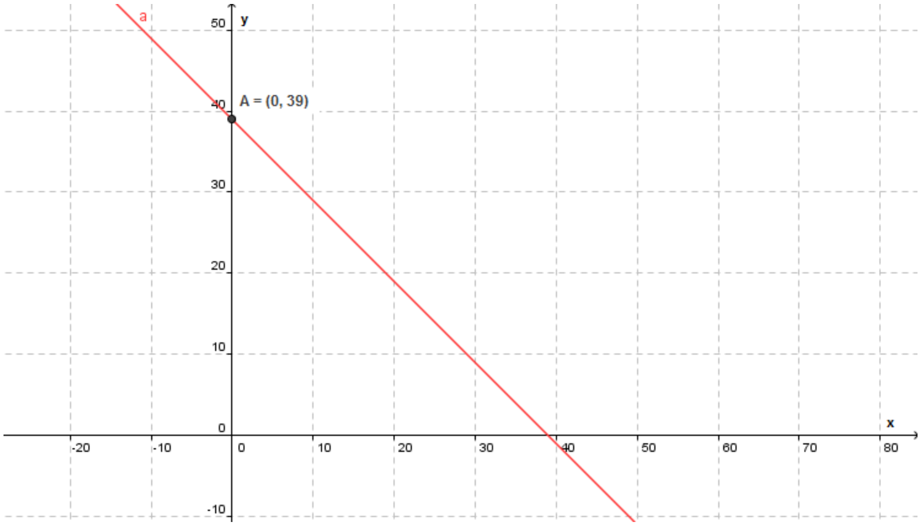
Luego graficados los puntos preguntar a los alumnos ¿Cómo son los puntos? ¿Qué pasa si se une el punto S con el A? Las respuestas correctas deben ser que los puntos son colineales y al unir solo dos de ellos quedaran en una misma recta, por ende al igual que la función lineal la afín también es una recta.

Gráfico con los puntos unidos en una recta.


Objetos Libres
- A = (39, 0)
- B = (38, 1)
- C = (37, 2)
- D = (36, 3)
- E = (35, 4)
- F = (34, 5)
- G = (33, 6)
- H = (32, 7)
- I = (31, 8)
- J = (30, 9)
- K = (29, 10)
- L = (28, 11)
- M = (27, 12)
- N = (26, 13)
- O = (25, 14)
- P = (24, 15)
- Q = (23, 16)
- R = (22, 17)
- S = (21, 18)
- a: x + y = 39

Objetos Dependientes

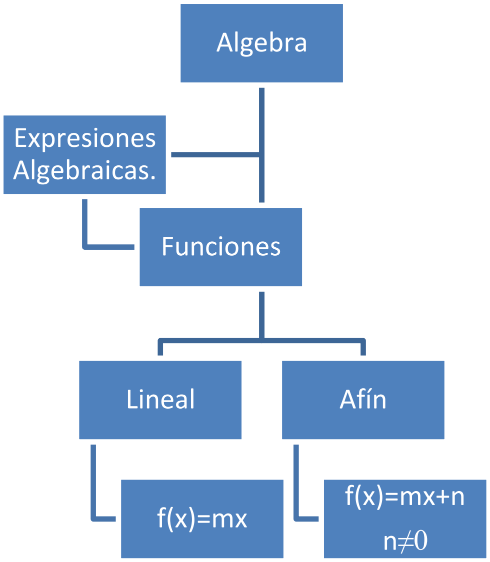
Se recomienda que en GeoGebra se muestre el gráfico minimizado para que los estudiantes se den cuenta que el gráfico no pasa por el origen sino más bien está trasladado 39 veces hacia arriba o sea cortando al eje y en el punto A(0,39). Quedando de la siguiente manera:



Luego de realizar las actividades se debe llegar a institucionalizar que para resolver una función afín no necesariamente hay que hacer una ecuación, si no también se puede realizar gráficamente y esto nos permite visualizar los posibles valores que puede obtener el problema. Además una proporcionalidad directa es un tipo de función lineal y están relacionadas directamente con la afín y todas se representan en forma gráfica como una recta ya que sus puntos son colineales. Una función afín algebraicamente está representada en forma general como $y = mx + n$ ó $f(x) = mx + n$, tal que n debe ser distinto de cero, ya que si es valor cero n sería una función lineal.

III. Cierre de la clase:

Para finalizar la clase se recomienda realizar un cuadro resumen o un mapa conceptual donde se diferencien la función afín y lineal.



“Pendiente de una función afín”

Clase 8:

I. Inicio de la Clase:

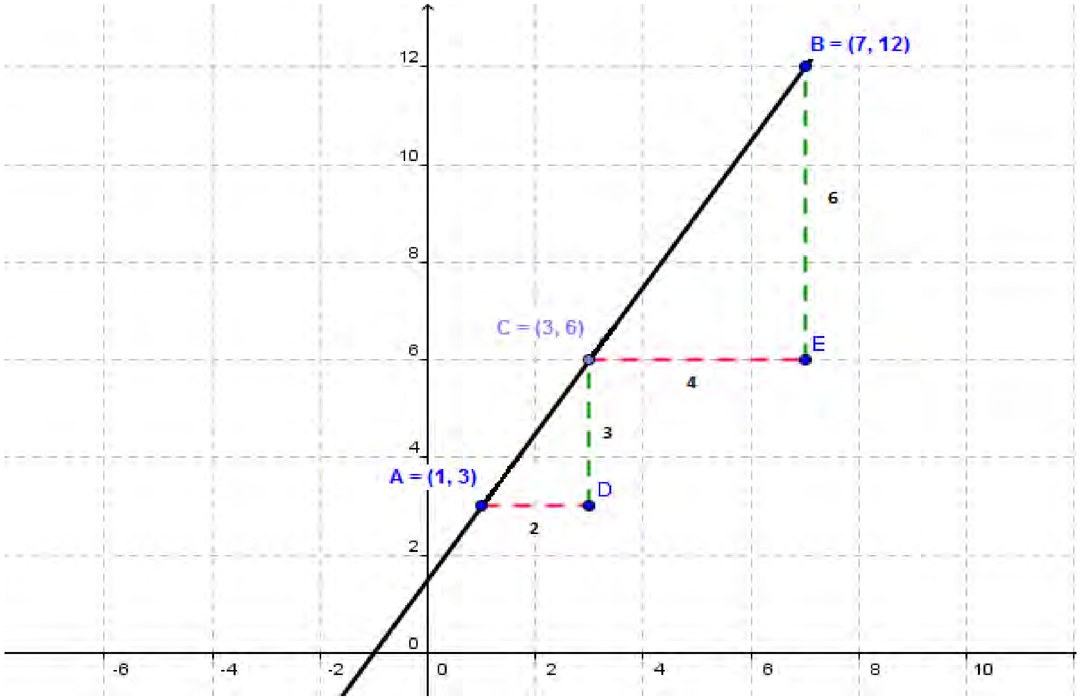
En esta clase en la activación del conocimiento se quiere recordar las características de la pendiente y esto a través de las preguntas ¿Qué es la pendiente? ¿Cuáles son las características vistas? ¿Qué relación posee en el gráfico? Una vez respondiendo las interrogantes por medio de una puesta en común se presenta el objetivo de la clase.

Objetivo de la clase:

- ✓ Conocer la función de la pendiente y calcular el valor en una función afín.

II. Desarrollo de la clase:

El problema presentado consta del siguiente gráfico.



Al momento de observar el gráfico los alumnos debe analizar el aumento que se realiza en los puntos dados en el eje horizontal y vertical para conectar con el concepto de la pendiente. Es por ello que se realiza la primera pregunta que consiste en el crecimiento de las abscisas y las ordenadas siendo 2 y 3 respectivamente. Luego al realizar el cociente solicitado entre ordenadas y abscisas quedaría de la forma; $\frac{ordenadas}{abscisas} = \frac{3}{2}$. En este lapsus los alumnos perfectamente lo pueden realizar en dúo ya que así se pueden ayudar el uno al otro. El docente como proceso complementario le puede realizar las preguntas ¿Cuál es el crecimiento de las abscisas y de las ordenadas? ¿Cómo quedaría expresado el cuociente entre la ordenada y la abscisa? Para así adelantar el proceso de aprendizaje. Realizando estas preguntas se pretende que respondan que el numerador que corresponde al crecimiento de las ordenadas que es 6 y el denominador que corresponde al aumento de las abscisas es 4 quedando la fracción $\frac{ordenadas}{abscisas} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Posteriormente la propuesta del estudiante presenta la fórmula $\frac{y2-y1}{x2-x1}$ que permite calcular la pendiente de una recta teniendo dos puntos que en forma general estarían expresados como $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$. Como caso particular se pide calcular la pendiente de los puntos $A(1,3)$ $C(3,6)$ quedando de la manera $\frac{12-6}{7-3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ quedando el valor igual al aumento de las ordenadas y abscisas.

El docente debe guiar a los estudiantes para que descubran que el cociente con la formula son los mismos valores que corresponden a la pendiente de la recta dado dos puntos, este contenido será nuevamente visto el curso tercero medio con más claridad lo que importa en esta ocasión es que sepan calcular la pendiente dado dos puntos.

Luego de realizar todos estos analices debe institucionalizar que la pendiente es el grado de inclinación de una recta con respecto al eje de las abscisas, y su valor equivale a la razón del incremento de las ordenadas y abscisas, medidas entre dos putos cualquiera de la recta.

Por otro lado si se conoce dos puntos de la recta como por ejemplo $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$ se puede utilizar el cuociente: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ para tener el valor de dicha pendiente.

III. Cierre de la clase:

Para finalizar la clase pida a sus estudiantes crear una problemática donde se pueda calcular la pendiente de una recta dado dos puntos y luego que se presente por medio de una puesta en común y corregir los errores que surjan que pueden ser de tipo aritméticos.

“Pendiente de una función afín, tomando valor cero o infinito”

Clase 9:

Objetivo:

- **Relacionar la pendiente de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con la respectiva constante proporcional.**
- **Identificar las rectas de una pendiente negativa, positiva, tomando valor cero o infinito.**

I. Inicio de la Clase:

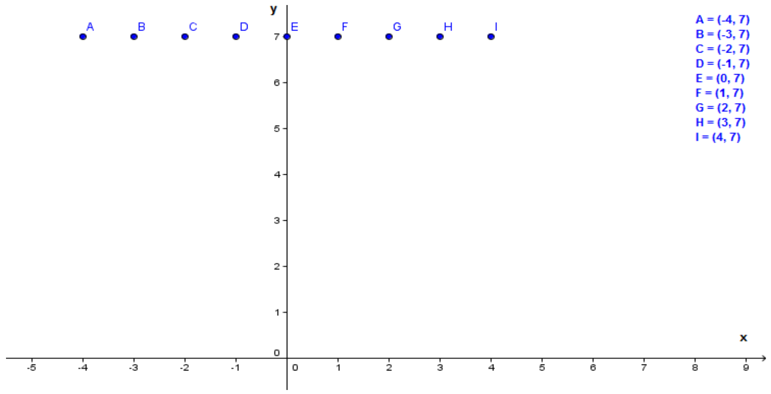
Para realizar la clase se debe activar conocimiento visto en capítulos anteriores para ello desarrollar las siguientes preguntas ¿Cómo es la recta gráficamente cuando su pendiente es positiva? Indique un ejemplo o también ¿Cómo es la recta gráficamente cuando su pendiente es negativa? ¿Podemos ejemplificarlo en un contexto cotidiano? Luego a esto presentar a los estudiantes el objetivo de la clase.

II. Desarrollo de la clase:

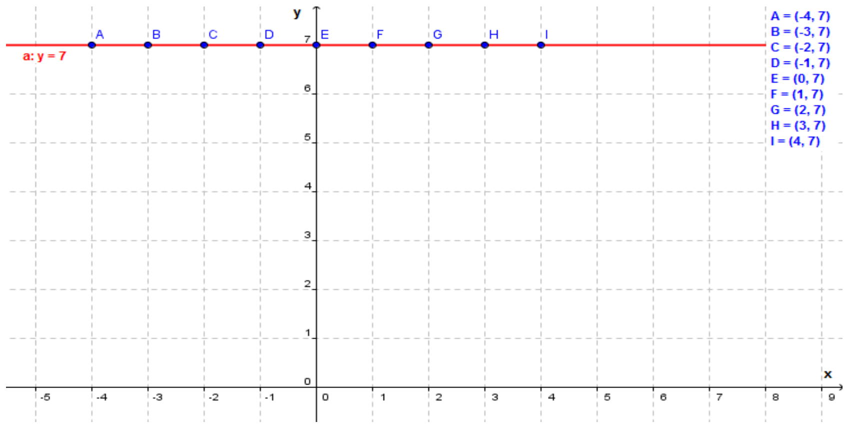
Para realizar el problema presentado en la propuesta conviene realizar en una puesta en común para que los estudiantes puedan compartir las ideas y le sea más provechoso el aprendizaje. En la ecuación $y = mx + 7$ presentada los alumnos deben cambiar el valor de la pendiente que corresponde la variable m por cero, en simples palabras m = 0, quedando la ecuación de la manera $y = 0 \cdot x + 7$ donde se simplifica, $y = 7$. Ya teniendo la ecuación pedida solicite a los estudiantes que grafique la función e indague ¿Que valores toma y para cualquier número dado en x? Para esos resultados serán ordenados en la siguiente tabla:

Valores de x	Valores de y
-4	7
-3	7
-2	7
-1	7
0	7
1	7
2	7
3	7
4	7

Al graficar los pares ordenados extraídos de la tabla queda de la siguiente manera:

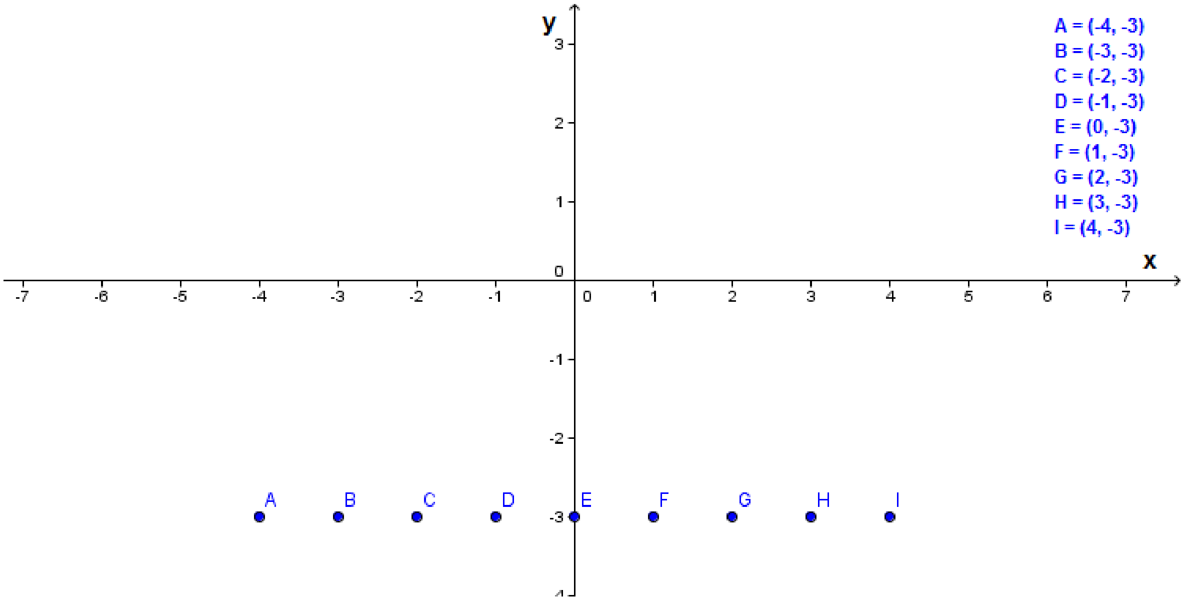


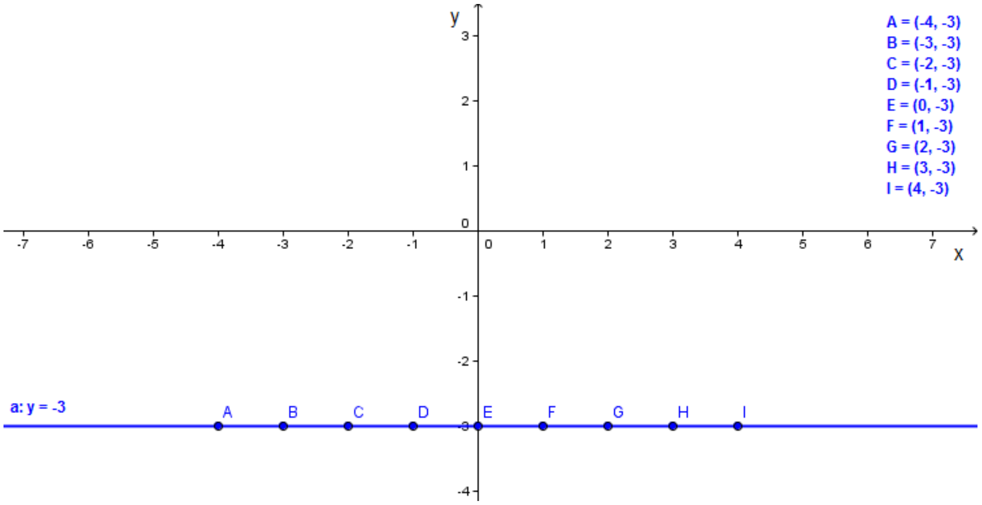
En el gráfico anterior los alumnos guiado por el docente se deben percatar que los puntos son colineales y que todos en la ordenadas de los puntos corresponden al valor 7, lo que cambia es la coordenada de las abscisas que puede tomar cualquier valor en los reales, esto se puede extraer preguntando ¿Qué valor poseen en común estos puntos? ¿Qué valores cambian en los puntos? ¿Cómo son los puntos? Si uniéramos los puntos extremos ¿Forma una recta? Con esta última pregunta se traza la recta en GeoGebra quedando de la siguiente forma:



En la pregunta siguiente la profesora de Antonia cambia la ecuación a $y = mx - 3$, donde m es reemplazado por cero, en esta fase se procede como se hizo anteriormente quedado la tabla de valores y su gráfica como sigue.

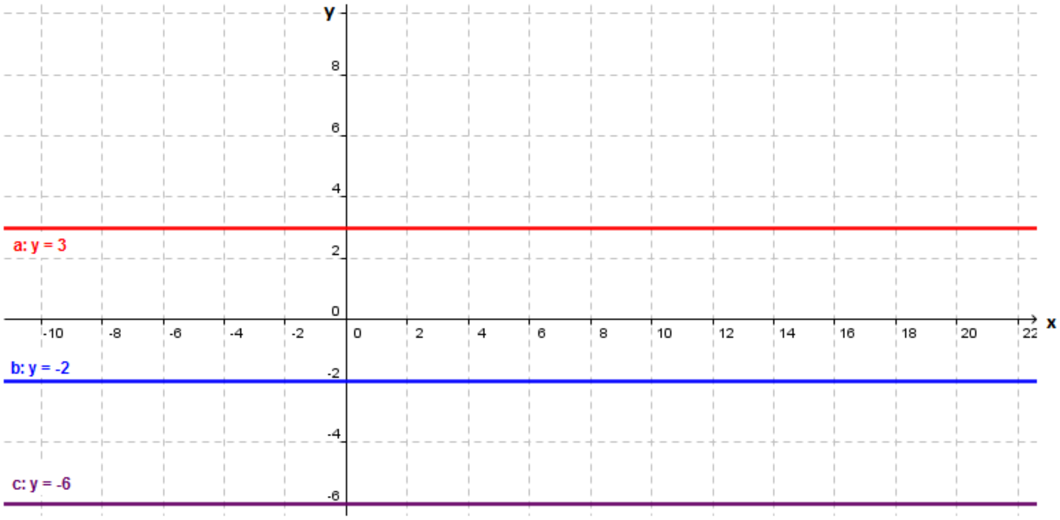
Valores de x	Valores de y
-4	-3
-3	-3
-2	-3
-1	-3
0	-3
1	-3
2	-3
3	-3
4	-3





Lo que se debe institucionalizar por medio de una puesta en común es que cuando la pendiente de una función toma el valor cero, se transforma en función constante, más explícitamente, si se tiene la ecuación $y = mx + n$, como el valor m=0 , la ecuación solo queda como $y = n$ donde para cualquier valor que tome x siempre el valor de y es n.

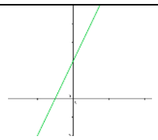
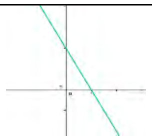
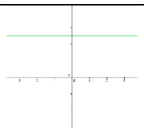
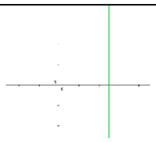
Además de cuando el valor de m toma cero, quedando sus rectas horizontales y paralelas al eje x



En la segunda problemática 2 se presenta a los estudiantes la gráfica x = 4 donde los puntos destacados son $A = (x_1, y_1) = (4{,}4)$ y $B = (x_2, y_2) = (\ 4\ , 0)$, Los cuales deben ser reemplazados en la fórmula estudiada $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, quedando expresada $m = \frac{0-4}{4-4} = -\frac{4}{0}$ este valor corresponde a indefinido debido a que su denominador es cero por lo tanto se debe explicar a los estudiantes que cuando su pendiente quede infinita la forma general será representada de manera x = n, donde n es valor real y el que intercepta al eje x quedando su recta de manera vertical y perpendicular al eje x o más bien paralela al eje y.

III. Cierre de la clase:

Para realizar el cierre pida a los estudiantes un cuadro resumen que esté dado de la siguiente manera:

Valor de la pendiente	Forma algebraica	Forma Gráfica
Pendiente positiva $m > 0$	$y = mx + n$	
Pendiente negativa $m < 0$	$y = mx + n$	
$m = 0$	$y = n$	
Pendiente infinita $m = \infty$	$x = a,$ $tal\ que\ a\ existe\ en\ los\ reales$	

“Coeficiente de posición”.

Clase 9:

Objetivo: Relacionar el coeficiente de posición de la recta que une los puntos de una gráfica de una función afín con el valor constante de la función.

I. Inicio de la Clase:

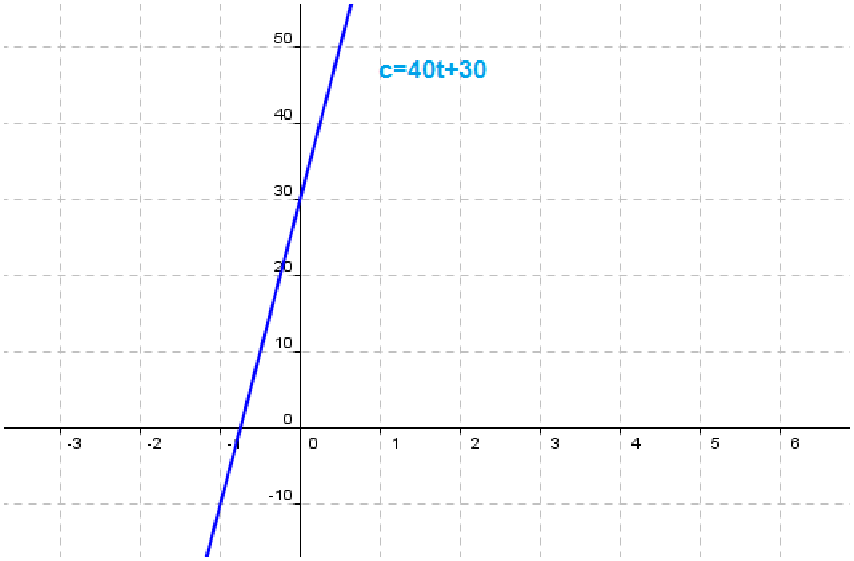
Para realizar la clase se debe recordar ¿Cómo se define la función afín algebraicamente? Y además para recordar las clases anteriores se recomienda preguntar ¿Cómo definiría usted la pendiente de una función? ¿En qué consiste variable dependiente e independiente?. Luego a esto se debe presentar el objetivo a los estudiantes.

II. Desarrollo de la clase:

En el desarrollo de la problemática para introducir el nuevo concepto que corresponde al coeficiente numérico, está orientada al cálculo del costo del producto de una empresa de zapatos, donde se entrega una ecuación $c = mt + 30$ donde c es el costo de producción, t el precio del materia y la manufactura de los zapatos, cantidad de zapatos y la constante 30 es el impuesto que el país tiene. En la primera pregunta se solicita la ecuación en donde la cantidad de zapatos es de 40, donde la ecuación quedaría expresada como $c = 40t + 30$, luego se pide encontrar los posibles valores para t y c. Aquí se debe hacer un análisis ya que no se puede tomar valores negativos para t debido a que son cantidades de pares de zapatos. Entonces la interrogante para que los alumnos comprendan y discriminen esta situación sería ¿El valor de t puede tomar valores negativo? ¿Por qué? Obteniendo la tabla de valores como sigue:

Precio del material y la manufactura	Costo de producción de los zapatos
0	30
1	70
2	110
3	150
4	190
5	230
6	270

Luego ayudado de la tabla de valores se gráfica y se debe examinar el gráfico para que vean que el coeficiente de posición es aquel corta al eje y, que en este caso corresponde al valor (0,30) y que el 30 es el valor constante de la ecuación que no posee variables. Para que los alumnos se fijen en esta situación se recomienda preguntar ¿Cuál es la intersección de la recta con el eje y? ¿Qué similitud posee el punto encontrado con la ecuación? El siguiente gráfico que debe mostrar el docente utilizando el GeoGebra.

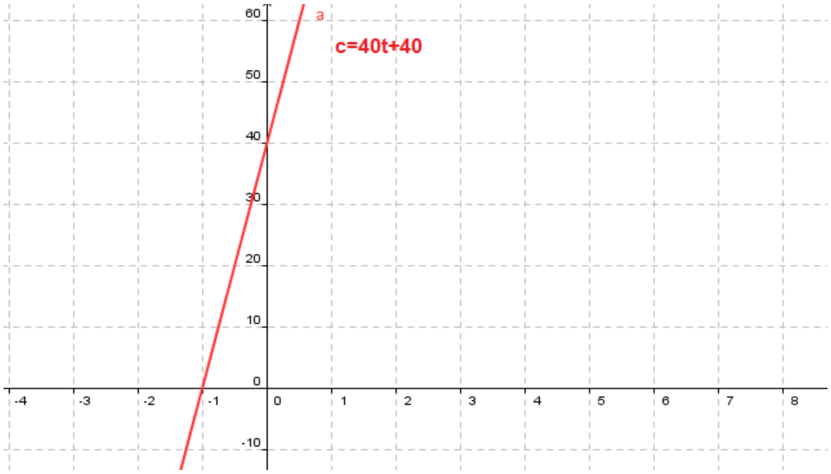


En las siguientes preguntas de la propuesta están relacionadas al cambio del coeficiente posición ya que en vez de 30 se aumenta en 10 dólares quedando a 40 dólares de impuesto por lo que la ecuación cambia a $c = 40t + 40$ por lo que la tabla de valores también cambia y queda de la siguiente manera:

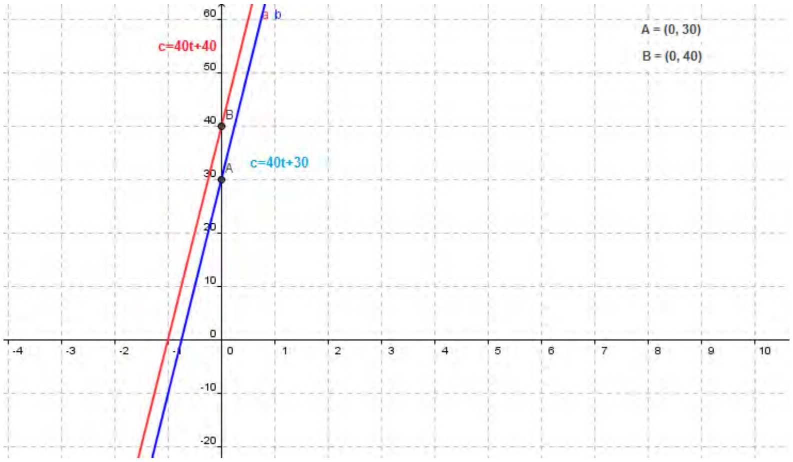
Precio del material y la manufactura	Costo de producción de los zapatos
0	40
1	80
2	120
3	160
4	200
5	240
6	280
7	320

La gráfica de la ecuación $c = 40t + 40$, es la siguiente, donde su pendiente es la misma que la ecuación anterior y el coeficiente posición es el 40, o sea, corta al eje y en el punto (0,40). Realice las preguntas pertinentes para que el alumno descubran que se ha cambiado el coeficiente de posición y que el que corta al eje y. Además en necesario preguntar ¿Qué diferencia hay en la gráfica de ambas rectas? ¿Qué similitudes posee ambas rectas? Para que los estudiantes obtengan el propósito de la clase.

Gráfica de la ecuación $c = 40t + 40$.



Si existen complicaciones para visualizar el coeficiente de posición se debe graficar ambas rectas en GeoGebra y además esto permitirá que los alumnos visualicen que las rectas son parales, ya que teniendo las mismas pendientes y variables pero cambiando solo el coeficiente de posición, las rectas son paralelas.

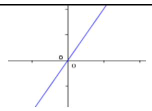
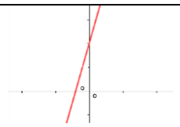


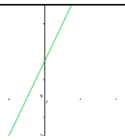
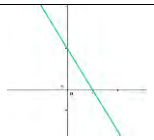
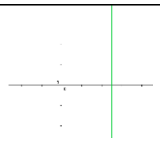
Para un óptimo aprendizaje se recomienda institucionalizar y recordar que la función afín se denota algebraicamente como: $y = mx + n$; donde el valor cambiado en el problema anterior corresponde al parámetro n al cual nombraremos como coeficiente de posición de la recta, esto quiere decir, que es donde la recta se intersecta en el eje y.

Como se produjo en el último gráfico si mantenemos el resto de la ecuación y solo se cambia el coeficiente de posición, se crearan rectas paralelas, con igual pendiente pero trasladadas en el plano y cortando en diferentes puntos al eje y

III. Cierre de la clase:

Para finalizar la clase y la unidad se recomienda realizar un cuadro resumen con todo el contenido más importante visto quedando más o menos del siguiente modo:

	Funciones	
	Afín	**Lineal**
Forma algebraica	$f(x) = mx$	$f(x) = mx + n, n \neq 0$
Forma Gráfica		

Valor de la pendiente	Forma algebraica	Forma Gráfica
Pendiente positiva $m > 0$	$y = mx + n$	
Pendiente negativa $m < 0$	$y = mx + n$	
$m = 0$	$y = n$	
Pendiente infinita $m = \infty$	$x = a,$ *tal que a existe en los reales*	

“Practica de función lineal y afín (EJERCICIOS)”

Clase 10:

Objetivo: Relacionar las distintas formas de representación de una función lineal y afín en la resolución de problemas.

I. Inicio de la Clase:

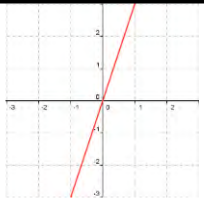
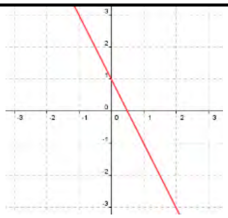
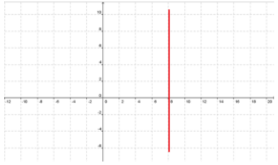
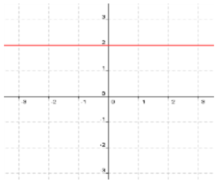
La práctica de función afín y lineal es fundamental para los alumnos, ya que es una instancia de repasar todo el contenido visto y además identificar los errores y corregirlos, para esto se creó las 5 primeras preguntas que corresponde a la activación de los conocimientos de manera general. La idea de esta parte de la clase es que respondan las preguntas de manera dual para que realicen un recordatorio provechoso.

II. Desarrollo de la clase:

El desarrollo de la clase está ligado a responder las preguntas de la práctica de ejercicios, esto se debe hacer de manera grupal máximo 4 personas, donde los alumnos intercambiaran conocimiento y si no lo internalizaron el docente se verá en la obligación de realizar una puesta en común entre los grupos formados.

Luego se debe realizar la el cuadro resumen de pendiente donde deben particionar las pendientes a través de los posibles resultados como pendiente negativo, pendiente positiva, pendiente cero y pendiente infinita relacionándola con la gráfica y crear la función afín o lineal pertinente para cada caso. Una vez realizado este procedimiento también crearan los estudiantes una problemática con las ecuaciones solicitadas.

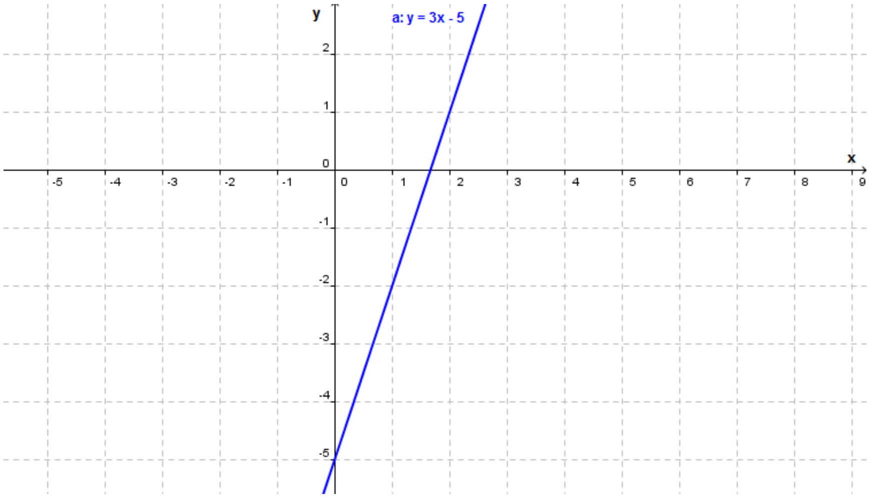
El siguiente recuadro es a modo ejemplo ya que la creación de los estudiantes es primordial, realice la actividad en forma grupal y luego de 10 minutos revise en por medio de una puesta en común a través de la preguntas

Valor de la pendiente	**Esquema de Gráfica**	**Ejemplo de una función afín o lineal con dicha pendiente**	**Formule problemática relacionado con función afín o lineal creada**
Pendiente positiva $\boldsymbol{m > 0}$		Ecuación de la función lineal: $y = 3x$	María tiene un plan de telefonía llamado Raimundo el cual consiste en pagar 3 pesos por minutos ¿Cómo quedaría expresada la ecuación?
Pendiente negativa $\boldsymbol{m < 0}$		Ecuación de la función Afín: $y = -2x + 1$	La docente presenta una problemática a sus estudiantes la expone en el pizarrón y dice: “un número es igual a uno menos el doble de otro número” ¿Cómo quedaría la expresión algebraica del problema?
Pendiente infinita $\boldsymbol{m = \infty}$		Ecuación $x = 8$	Paloma posee la ecuación $x = 8$ y debe graficarla ¿Cómo quedaría su gráfica?
Pendiente cero. $\boldsymbol{m = 0}$		Ecuación: $y = 2$	Un comerciante paga una cantidad fija de 2 dólares.

Después de realizar la tabla resumen de pendiente se debe continuar con la actividad número 7 que consta en reemplazar el valor de n = -5 y n=5 en la ecuación $f(x) = 3x + n$, quedando dos ecuaciones de la siguiente manera: $f(x) = 3x + 5$ y $f(x) = 3x - 5$ donde se debe graficar, la idea es que los alumnos realicen una tabla de valores que incorpore 4 puntos, positivo, negativo y cero en el eje de las abscisas y las ordenadas. En estas dos últimas pregunte a los alumnos ¿Qué pasa si el valor de y es cero? ¿Cuánto vale la variable x? Por otro lado ¿Qué pasa si la variable x toma valor cero? ¿Cuánto vale y? Teniendo esto claro se recomienda graficar en GeoGebra ambas gráficas.

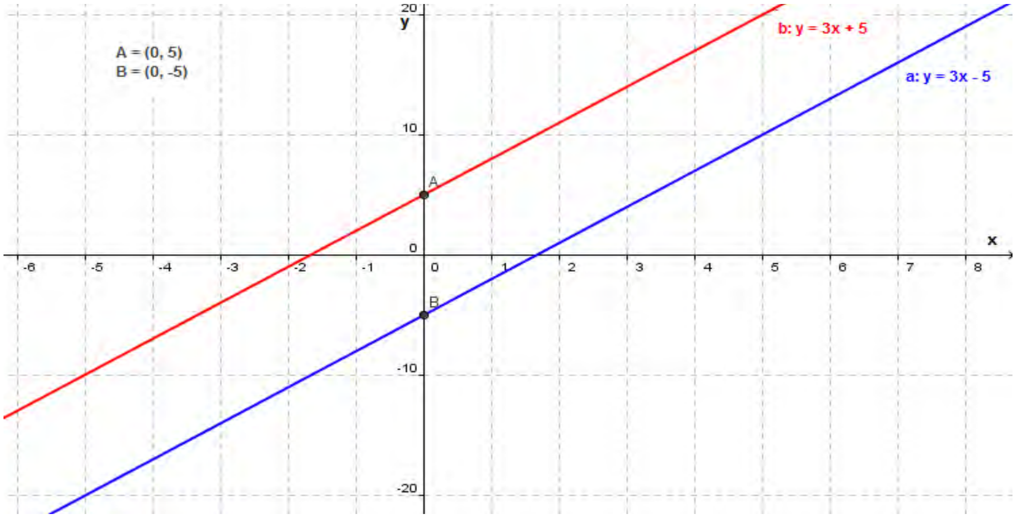
Gráfica de la función en GeoGebra $f(x) = 3x + 5$

Gráfica de la función en GeoGebra $f(x) = 3x - 5$



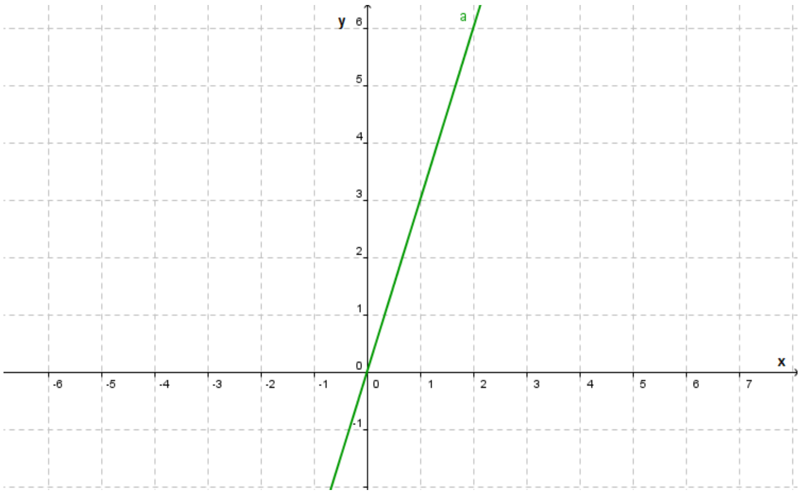
En ambas rectas graficadas poseen igual pendiente pero diferente coeficiente de posición lo que conlleva que $f(x) = 3x + 5$ y $f(x) = 3x - 5$ son rectas paralelas. Para este análisis se debe preguntar a los estudiantes ¿Cómo son las rectas? ¿Qué poseen en común? ¿En qué se diferencian? Si es complejo extraer esta información grafique en un plano ambas rectas con ayuda del GeoGebra.

Gráfico de ambas funciones $f(x) = 3x + 5$ y $f(x) = 3x - 5$.

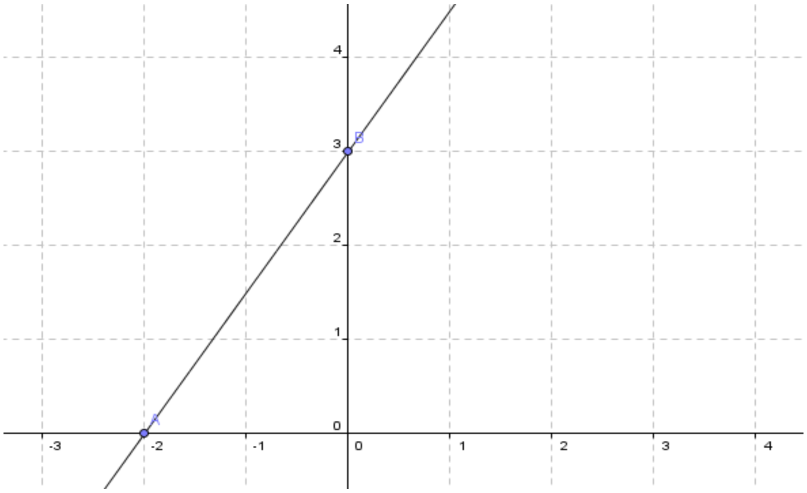


Luego con la misma ecuación $f(x) = 3x + n$, se incita a los estudiantes a cambiar el valor de n por cero donde al reemplazar el valor la ecuación queda de la forma $f(x) = 3x$ quedando una función lineal, esto se puede realizar en una puesta en común para que los estudiantes internalicen mejor el contenido.

Por otro lado lo ideal es que un alumno grafique en GeoGebra la función $f(x) = 3x$ y otro que lo realice manualmente en una puesta en común de esta manera se verán los posibles errores aritméticos los cuales se pueden corregir inmediatamente.



La pregunta número 8 consiste en identificar por medio de una gráfica a que función corresponde, donde también deben extraer información como la intersección con el eje y, pendiente dado dos puntos y con esto crear una problemática que permita obtener la gráfica dada, esta actividad puede ser compleja ya que el traspaso del lenguaje gráfico al algebraico y natural no está trabajada en los cursos anteriores y es nuevo en esta propuesta.



Al visualizar el gráfico se puede extraer que la recta pasa por dos puntos A(-2,0) y B(0,3), además que es una función afín porque su gráfica no pasa por el origen o sea por el (0,0), teniendo estos datos claros se puede calcular la pendiente con la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, teniendo en cuenta que $x_1, x_2, y_1\, e y_2$ son componentes de los puntos A y B. Al reemplazarlo queda la formula $\frac{3-0}{0--2} = \frac{3}{2}$, por lo tanto la pendiente toma valor $\frac{3}{2}$.

Por otro lado del gráfico se puede deducir que el punto de intersección con el eje y es el punto B, por ende el coeficiente de posición es 3 que se asocia en la forma general de la función afín $f(x) = mx + n$, con el valor n. Por lo tanto se tiene $m = \frac{3}{2}$ $y\, n = 3$ quedando la ecuación $f(x) = \frac{3}{2}x + 3$. Una vez teniendo dicha ecuación se creará una problemática del contexto cotidiano para así traspasar por los tres polos, Lenguaje natural, algebraico y gráfico.

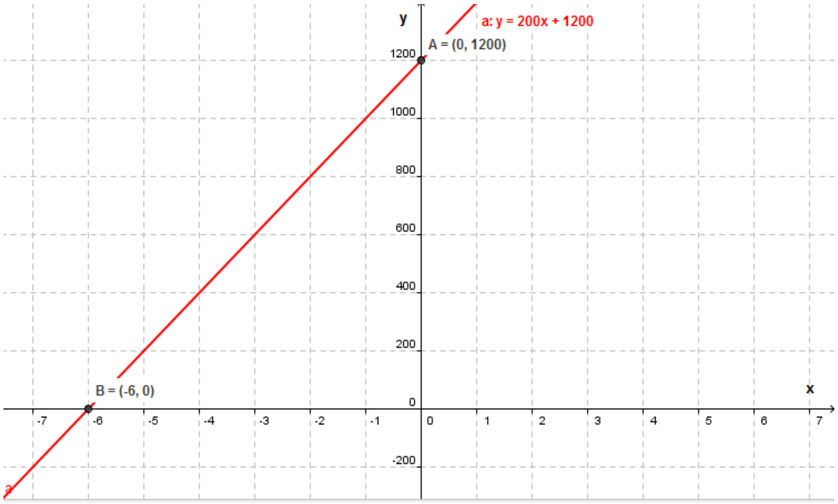
Un ejemplo interesante es el siguiente; "Un número es igual a tres medio de otro número aumentado en tres".

En esta última dejar que los alumnos creen la problemática y si posee dificultad ayúdelos con el ejemplo presentado. Pero que sea primordial la creación de ellos y dé espacio para que presente sus ideas.

En la pregunta número 9 se presenta una problemática relacionado al cálculo del agua en un hogar. Para que los estudiantes realicen de manera más efectiva el ejercicio pregunte ¿Cómo se expresa algebraicamente el problema? ¿Qué valor toma la pendiente? ¿Cuál es el coeficiente de posición? Una vez realizadas las pregunta institucionalice con el grupo curso que al momento de traspasar a lenguaje algebraico la ecuación quedaría de la forma $y = 200x + 1200$, donde la variable x corresponde a los metros cúbicos de agua y la variable y al precio que debe cancelar la familia por el consumo de agua.se coloca al alumno que en una familia se consume 5,4 metros cúbicos de agua que al reemplazar en la ecuación quedaría $y = 200 \cdot 5{,}4 + 1200$, resolviendo las operaciones de multiplicación y luego de adición $y = 2280$. Por lo tanto el valor que debe cancelar la familia por el consumo de agua potable es de 2280 pesos.

Luego de calcular el consumo de agua lo ideal es realizar una tabla de valores para graficar la ecuación, donde se debe extraer la pendiente y el coeficiente de posición.

Gráfica de la función $y = 200x + 1200$



Aquí se visualiza que el punto A(0,1200) corresponde al punto de intersección con el eje y por lo tanto el coeficiente de posición en el eje y es 1200 y al pendiente se puede obtener observando a la ecuación y es la constante que acompaña a la variable x , este caso es 200.

Dejar que los alumnos relacionen la gráfica con la ecuación el docente en esta etapa debe guiar a través de interrogantes como por ejemplo ¿Cuál es la pendiente de la ecuación $y = 200x + 1200$? ¿Cuál es el coeficiente de posición? ¿En qué punto corta al eje y en al gráfica de la función? ¿Cuál es la relación con la forma algebraica?

Una vez realizada las preguntas y que los alumnos la internalice, se recomienda realizar la última pregunta de la propuesta

De igual manera que en la pregunta número 9 se resuelve la interrogante 10 presentada en la propuesta. Los alumnos deben crear un problema con las condiciones que la pendiente es un número entero negativo y que su coeficiente de posición es un valor fraccionario positivo. Realice esta actividad de manera grupal y luego revisar con el grupo curso ya que así se verán todas las posibles respuesta que posee los estudiantes. Indique claramente y recuerde las condiciones ya que puede causar confusión. Si es necesario colóquese de acuerdo con los estudiantes con los valores, para así realizar la problemática en un menor tiempo.

III. Cierre de la clase:

En el cierre de la clase realice preguntas orales del contenido así tendrá claro que ya están preparados para la evaluación. Estas preguntas pueden ser ¿Cómo se define algebraicamente la función afín y lineal? ¿Cuál es la diferencia gráfica de la función afín y la lineal? ¿Cómo definiría usted la pendiente? ¿Cuál es la fórmula de la pendiente? ¡En qué consiste el coeficiente numérico? ¿Está incorporado en la forma algebraica el coeficiente de posición? Con estas interrogantes se finaliza la unidad de función afín y lineal.

Habilidades del Pensamiento

La propuesta de enseñanza y aprendizaje está orientada al desarrollo de habilidades ya que es de suma importancia debido a que se trata de formar personas capaces de resolver problemas de la vida cotidiana. Es por ello que en el desarrollo de habilidades utilizada en el "Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencia 2003" (TIMSS), proyecto de la asociación Internacional Para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA) creó la siguiente tabla de habilidades con su respectiva descripción la cual está basada la evaluación de la propuesta.

Habilidad	Descripción
Recordar	Recordar definiciones, vocabulario, unidades, hechos numéricos, propiedades de los números, propiedades de las figuras planas y convenciones matemáticas.
Reconocer / Identificar	Reconocer o identificar entidades matemáticas que sean equivalentes, es decir, áreas de partes de figuras para representar fracciones, fracciones conocidas, decimales y porcentajes equivalentes; expresiones algebraicas simplificadas y figuras geométricas simples orientadas de modo diferente.
Calcular	Conocer procedimientos algorítmicos para +, –, •, : o una combinación de estas operaciones; conocer procedimientos para aproximar números, estimar medidas, resolver ecuaciones, evaluar expresiones y fórmulas, dividir una cantidad en una razón dada, aumentar o disminuir una cantidad en un porcentaje dado. Simplificar, descomponer en factores, expandir expresiones algebraicas y numéricas y reunir términos semejantes.
Usar Herramienta	Usar las matemáticas y los instrumentos de medición, leer escalas y dibujar líneas, ángulos o figuras según unas especificaciones dadas.
Clasificar	Clasificar o agrupar objetos, figuras, números, expresiones e ideas según propiedades comunes; tomar decisiones correctas con relación a la pertenencia a una clase y ordenar números y objetos según sus atributos.
Representar	Representar números mediante modelos; representar información matemática de datos en diagramas, tablas, cuadros y gráficos, y generar representaciones equivalentes de una entidad o relación matemática dada.
Formular	Formular problemas o soluciones que puedan ser representados por ecuaciones o expresiones dadas.
Distinguir	Distinguir preguntas que se pueden plantear con información dada –por ejemplo un conjunto de datos– de aquellas que no se pueden plantear así.
Seleccionar	Seleccionar o usar un método o estrategia eficiente para resolver problemas en los que haya un algoritmo o método de solución conocido, es decir, un algoritmo o método que cabría esperar que resultase conocido para los y las estudiantes. Seleccionar algoritmos, fórmulas o unidades apropiadas.
Representar	Generar una representación apropiada, por ejemplo, una ecuación o un diagrama, para resolver un problema común.
Interpretar	Interpretar representaciones matemáticas dadas (ecuaciones, diagramas, etc.); seguir y ejecutar un conjunto de instrucciones matemáticas.
Aplicar	Aplicar conocimientos de hechos, procedimientos y conceptos para resolver problemas matemáticos habituales (incluidos problemas de la vida real), es decir, problemas similares a los que probablemente hayan visto los y las estudiantes en clase.

Verificar o comprobar	Verificar o comprobar la corrección de la solución a un problema; evaluar lo razonable que es la solución de un problema.
Formular hipótesis, conjeturar o predecir	Hacer conjeturas adecuadas al investigar patrones, discutir ideas, proponer modelos, examinar conjuntos de conjeturar o predecir datos; especificar un resultado (número, patrón, cantidad, transformación, etc.) que resultará de una operación o experimento antes de que se lleve a cabo.
Analizar	Determinar y describir o usar relaciones entre variables u objetos en situaciones matemáticas, analizar datos estadísticos univariantes, descomponer figuras geométricas para simplificar la resolución de un problema, dibujar la red de un sólido dado poco conocido y hacer inferencias válidas a partir de información dada.
Evaluar	Discutir y evaluar críticamente una idea matemática, conjetura, estrategia de resolución de problemas, método, demostración, etc.
Generalizar	Extender el dominio al que son aplicables el resultado del pensamiento matemático y la resolución de problemas mediante la reexposición de resultados en términos más generales y más aplicables.
Conectar	Conectar conocimientos nuevos con conocimientos existentes, hacer conexiones entre diferentes elementos de conocimiento y representaciones relacionadas y vincular ideas u objetos matemáticos relacionados.
Sintetizar o integrar	Combinar procedimientos matemáticos (dispares) para establecer resultados y combinar resultados para llegar a un resultado ulterior.
Resolver problemas	Resolver problemas enmarcados en contextos matemáticos o de la vida real de los que es muy poco probable que los estudiantes hayan encontrado ítems similares; aplicar procedimientos matemáticos en contextos poco conocidos.
Justificar	Proporcionar pruebas de la validez de una acción o de la verdad de un enunciado mediante referencia a propiedades o resultados matemáticos y desarrollar argumentos matemáticos para demostrar la verdad o falsedad de enunciados, dada la información relevante

Fuente: Ina V.S. Mullis, y otros. *Marcos teóricos y especificaciones de evaluación de TIMSS 2003*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Secretaría General de Educación y Formación Profesional. Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), Madrid, 2002.

Evaluación de matemática.

“Función lineal y Afín”

Nombre: ______________________________________ Fecha: __________________

- **Instrucciones:**

La siguiente evaluación consta de 20 preguntas:

- ✓ 6 preguntas de verdadero o Falso
- ✓ 10 preguntas de alternativas
- ✓ 3 preguntas de desarrollo
- ✓ 1 creación mapa conceptual.

Tiene un tiempo de 90 minutos para contestarla.

En la Sección I debe indicar si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

En la sección II cada pregunta posee sólo una alternativa correcta, por lo que, sólo debe marcar una alternativa con una equis (X)

En la sección III intente contestar las preguntas de desarrollo en el área especificada para ella. Si le falta espacio, puede ocupar el reverso de la hoja.

En la Sección IV se debe realizar un mapa conceptual, tipo resumen de la unidad, seleccionando conceptos dados y/o agregando si estimas necesario.

I. Verdadero o Falso

1. _______ La función general de una función lineal es $f(x) = mx$

2. _______ La función general de una función Afín es $f(x) = mx + n,\ n \neq 0$

3. _______La gráfica de una función lineal es una hipérbola.

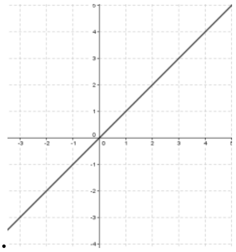
4. _______La gráfica de una función afín, es una línea recta que no pasa por el origen.

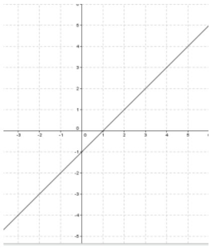
5. _______El coeficiente de posición o mejor dicho corte con el eje de las ordenadas en una Función Afín es el (0,0).

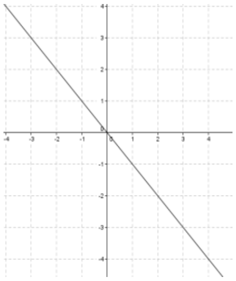
6. _______La pendiente de una recta es el grado de inclinación con respecto al eje abscisas.

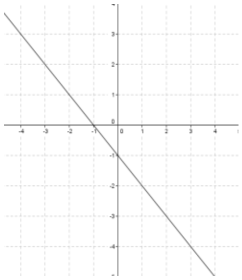
II. Selección única y múltiple.

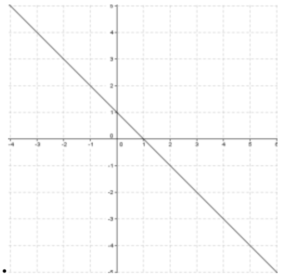
7. ¿Qué recta tiene pendiente positiva y corta al eje Y en el valor -1?

A.


B.


C.


D.


E.


8. ¿Cuál es la función asociada a la tabla de valores?

X	0	2	4	6
Y	2	3	4	5

A. $f(x) = x + 2$

B. $f(x) = 2x + 4$

C. $f(x) = \frac{x}{2} + 2$

D. $f(x) = \frac{x+2}{2}$

E. $f(x) = \frac{x}{2} + 4$

9. **En la función f(x)=mx es FALSO que**:
   A. m indica la inclinación de la recta respecto al eje x
   B. m indica el corte de la recta con respecto al eje y
   C. m corresponde a la pendiente de la recta
   D. si m<0 la recta es descendente
   E. si m>0 la recta es ascendente

10. **En la función $f(x) = mx + n$. Si n=0 ¿Qué función se obtiene?**
    A. Función lineal
    B. Función afín
    C. Función cuadrática
    D. Función Logarítmica
    E. Se indefine y no se obtiene función

11. **Dada las funciones $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = 3x + 2$, con respecto a ellas es cierto que:**

    I. Sus gráficas son rectas
    II. Las rectas asociadas tienen igual pendiente
    III. Al intersectarse al eje Y son el los puntos (0,-1) y (0,2) respectivamente.
       A. Solo I
       B. Solo II
       C. I y III
       D. II y III
       E. I, II y III

12. Sea la función $f(x) = 2x - 6$. ¿Cuál es el valor de la pendiente?

A. 2

B. -2

C. 6

D. -6

E. No posee pendiente.

13. Sea la función $f(x) = \frac{1}{2}x - 6$ ¿Cuál es el punto de la recta que corta con el eje Y?

A. $(0, \frac{1}{2})$

B. (0,2)

C. (6,0)

D. (0,-6)

E. (-6,0)

14. Con respecto a las rectas que representan las funciones $f(x) = -6x$, $g(x) = \frac{x}{6} + 1$ y $h(x) = 5 - 6x$ .Es CIERTO que:

A. Las tres rectas tienen igual pendiente.

B. Las tres rectas se intersectan en el punto (0,0)

C. Dos rectas son ascendentes y una descendente.

D. No se pueden graficar las rectas.

E. f(x) y h(x) tienen igual inclinación respecto al eje x.

15. ¿Qué características es común en las función $f(x) = \frac{x}{3}$ y $g(x) = 5x$?

A. Tiene igual pendiente.

B. Son funciones afines

C. Cuando x es 5, y toma valor 1

D. Son funciones Lineales.

E. Sus coeficientes de posición es 5

16. Un vendedor de calzado tiene un sueldo fijo mensual de $ 180 000 más un bono de $1500 por par de calzado vendido. ¿Cuál es la función que representa el sueldo del vendedor?

A. $y = x + 180\ 000$

B. $y = 1500\,x + 180\ 000$

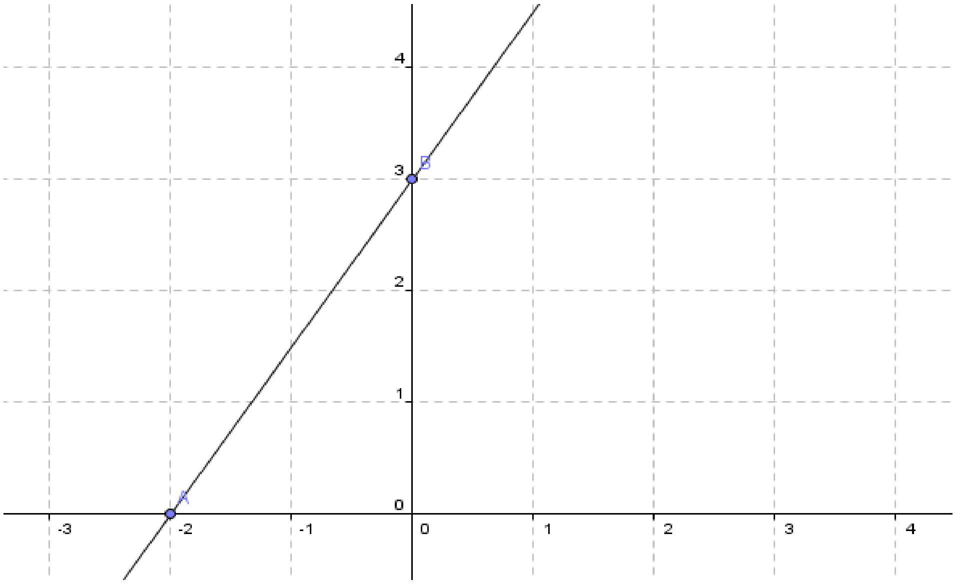
C. $y = 181\ 500 + x$

D. $y = 181\ 500x$

E. Ninguna de las anteriores.

17. Represente gráficamente la función f(x)= 2x+n para n=6, n = - 6 ¿Qué relación existe en las rectas? , A qué tipo de función corresponde f(x) si n=0. Justifique cada una de sus respuestas.

18. Dada la siguiente gráfica.



a. ¿Qué tipo de función es la gráfica dada?

b. ¿Cuál es el valor de intersección con respecto al eje y?

c. ¿Cuál es la pendiente de gráfico?

19. Una empresa de agua potable cobra $1200 mensuales por cargo fijo y alcantarillado. Además cada metro cubico de agua tiene un costo de $200.

a. Si en una casa se consumieron 5,4 metros cúbicos ¿Cuánto deberá pagar en total?

b. ¿Cómo quedaría representado el problema como en una función? ¿Qué tipo de función es?

20. **Cree un mapa conceptual utilizando los conceptos de Función Lineal y Afín, características de ambas funciones, pendiente de una función y coeficiente de posición. Desataque con color los conceptos claves.**

PAUTA DE CORRECCIÓN DE LA EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN AFÍN Y LINEAL.

Con respecto a las habilidades del pensamiento se crearon y buscaron preguntas para la evaluación. Las cuales se clasificaron de la siguiente manera:

Tabla de Especificación de Evaluación Diagnóstica.								
Unidad	Contenido	N° de Pregunta	V o F, Alternativa.	Conocimiento	Compresión	Aplicación	Análisis	Total
EJE DE ÁLGEBRA	Función Lineal	1	V	X				1
	Función Afín.	2	V	X				1
	Función Lineal Gráfica	3	F	X				1
	Función Afín Gráfica.	4	V	X				1
	Función Afín Coeficiente de posición.	5	F	X				1
	Pendiente de Función Lineal y Afín.	6	V	X				1
	Endiente de Función Lineal.	7	B			X		1
	Relación tabla valores con Función Lineal.	8	C			X		1
	Pendiente de Función Lineal.	9	B		X			1
	Función Lineal	10	A			X		1
	Función Lineal.	11	E			X		1
	Función Afín	12	A				X	1
	Función Afín	13	D		X			1
	Función lineal y Afín.	14	E				X	1
	Función Lineal	15	D		X			1
	Función Afín.	16	B		X			1
	Función Lineal y Afín.	17	Desarrollo				X	1
	Función Afín	18	Desarrollo		X			1
	Función Afín	19	Desarrollo			X		1
	Función Lineal y Afín.	20	Desarrollo				X	1
		SUMAS		6	5	5	4	20

Rúbrica Pregunta N° 17

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Identifican que las funciones Afines son: $f(x) = 2x + 6$, $f(x) = 2x - 6$ y la función lineal es $f(x) = 2x$ y determinan su gráfica en el plano cartesiano.	Identifican que las funciones afines son: $f(x) = 2x + 6$, $f(x) = 2x - 6$ y la función lineal es $f(x) = 2x$	No identifican relación de función afín ni Lineal además no grafican.
Interpretación	Identifican que la función $f(x) = 2x$ es una función lineal que pasa por el origen y que las funciones Afines son:$f(x) = 2x + 6$, $f(x) = 2x - 6$ que corresponden a la traslación de la función Lineal.	Identifican que es una traslación la función Afín de la lineal pero no justifican coherentemente.	No identifican que una función Afín es la traslación de una función Lineal.
Ejemplificación	Grafican función $f(x) = 2x + 6$, $f(x) = 2x - 6$ y $f(x) = 2x$, de manera correcta.	Grafican dos de las rectas dadas.	No grafican rectas

Rúbrica Pregunta N° 18

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	A través de una gráfica determinan que una función Afín y que la el valor de la pendiente corresponde a 3/2 y que el coeficiente de posición o corte del eje y es (0,3).	Identifican que la recta graficada es una función Afín pero no determinan la pendiente y el coeficiente de posición.	No identifican que es una función Afín y no determinan la pendiente y el coeficiente de posición.
Interpretación	Identifican que el cociente entre la variación de dos puntos de las ordenadas y las abscisas es el valor de la pendiente y que el corte del eje y corresponde al coeficiente de posición. Obteniendo de manera general la función Lineal.	Identifican el coeficiente de posición pero no la pendiente por lo tanto no puede determinar la forma general de una función Afín.	No identifican, pendiente, coeficiente de posición ni forma algebraica.
Ejemplificación	Determinan de manera correcta los cálculos para la pendiente, coeficiente de posición o manera algebraica.	Determinan la pendiente, coeficiente posición y forma algebraica de la función pero sin cálculos.	No calculan pendiente, coeficiente de posición ni forma algebraica de la función

Rúbrica Pregunta N° 19

Criterio a Evaluar	Bueno 5	Suficiente 3	Insuficiente 0
Concepto Principal	Determinan el precio de 5,4 metros cúbicos agua y a través de esto calculan la forma algebraica de una función Afín.	Determinan el precio de 5,4 metros cúbicos agua.	No calculan lo solicitado.
Interpretación	Interpretan que la pendiente de la función es el valor $200 que corresponde al precio por litros cúbicos y que el cargo fijo es $1200 que corresponde al coeficiente de posición.	Interpretan que la pendiente de la función es el valor $200 que corresponde al precio por litros cúbicos pero no hay coeficiente de posición.	No interpretan la pendiente ni coeficiente de posición.
Ejemplificación	Realizar los cálculos respectivos explícitos correctos.	Realizan los cálculos respectivos explícitamente pero erróneos.	No realiza los cálculos respectivos.

Rúbrica Pregunta N° 20

Criterios.	Excelente	Bueno	Suficiente	Insuficiente
Palabras claves	El alumno selecciona las palabras claves que considera importante o interesante de acuerdo con la Función Lineal y Afín para realizar mapa conceptual adecuado.	El alumno selecciona algunas palabras clave que utilizará para construir su mapa conceptual.	El alumno selecciona unas cuantas palabras interesantes.	El alumno no sabe seleccionar palabras claves.
Secuencia	El alumno da un seguimiento y un orden a su mapa conceptual, en el cual relaciona entre todas las ideas que quiere plasmar.	El alumno crea una secuencia de contenidos, pero no con mucha claridad	El alumno le da secuencia a algunas ideas	El alumno no sabe darle un orden lógico a las ideas escogidas.
Creatividad	El alumno plasma en su mapa conceptual uniones creativas e ideas originales. Marcando claramente las ideas principales. Usando colores destaca las ideas principales.	El alumno realiza algunas conexiones entre los conceptos, usa algunos colores para destacar.	El alumno solo une los conceptos con colores.	El alumno no pone nada de creatividad, no conecta los conceptos
Claridad	El alumno plasma en su mapa conceptual ideas claras y precisas, el cual muestra claramente que comprenden los contenidos de Función Lineal y Afín.	El alumno presenta de manera clara el mapa conceptual.	El alumno no tiene muy clara la idea que quiere expresar a través del mapa conceptual.	El alumno no sabe lo que quiere plasmar en el mapa conceptual. No tiene la idea clara

Para finalizar la guía didáctica para el profesor se recomienda realizar una última clase para poder revisar la evaluación esto lo debe efectuar en una puesta en común y lo ideal es que los alumnos realicen las interrogantes en el pizarrón así las alternativas y los posibles errores cometidos en la evaluación no serán realizados nuevamente.

Anexo 4: Tabla de Resultados

Evaluación Diagnóstica

Experimental 1: Primer Año Medio A Colegio Graneros.

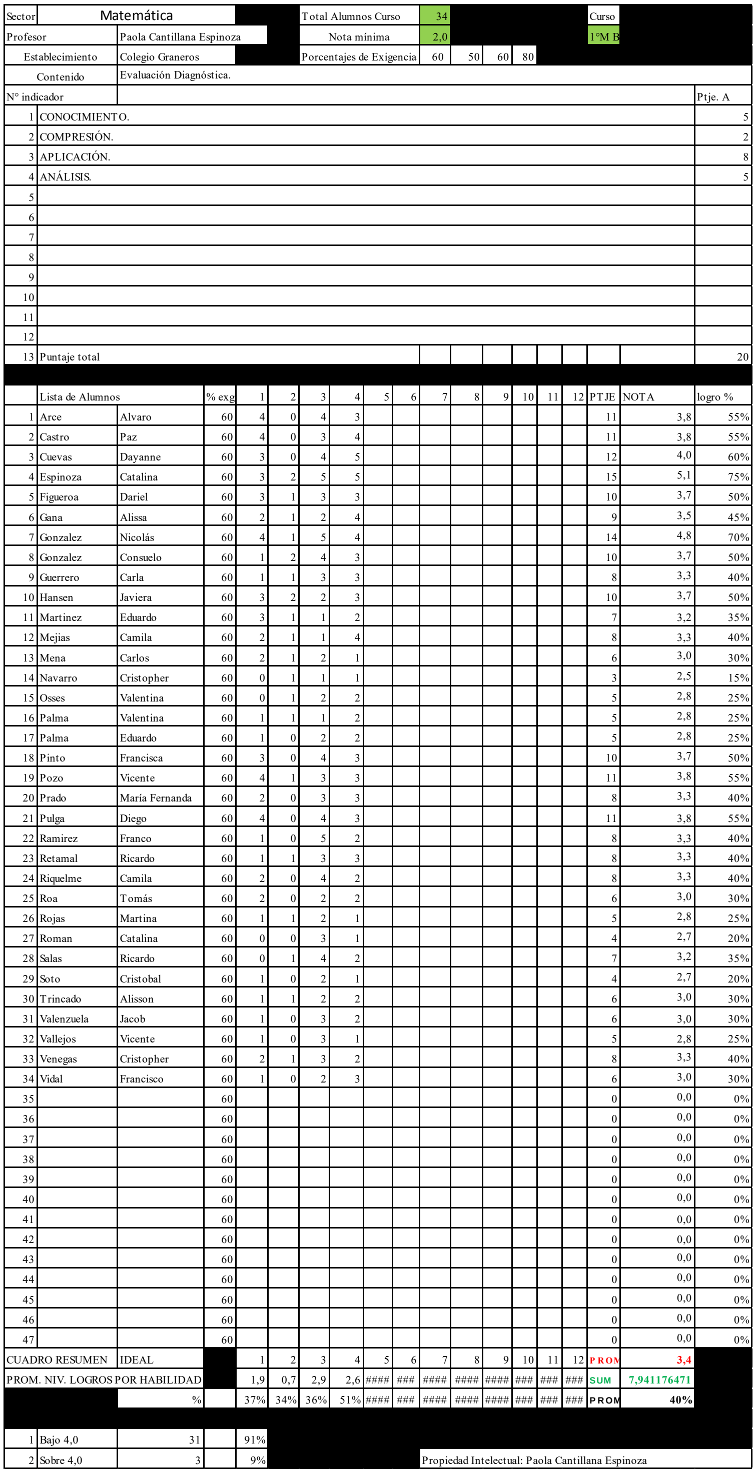
Sector	Matemática	Total Alumnos Curso	45				Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza	Nota mínima	2,0				1°MA
Establecimiento.	Colegio Graneros	Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80	
Contenido	Evaluación Diagnóstica.						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO.	5
2	COMPRENSIÓN.	2
3	APLICACIÓN.	8
4	ANÁLISIS.	5
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Aranguiz	Thomas	60	4	1	5	3									13	4,4	65%
2	Arias	Cristobal	60	2	2	5	4									13	4,4	65%
3	Avila	Fernanda	60	4	1	3	4									12	4,0	60%
4	Basualto	Matias	60	2	1	2	3									8	3,3	40%
5	Carreño	Jorge	60	1	1	2	2									6	3,0	30%
6	Carvacho	Francia	60	3	0	3	1									7	3,2	35%
7	Castillo	Marian	60	2	0	1	2									5	2,8	25%
8	Cespedes	Gaston	60	2	1	3	4									10	3,7	50%
9	Concha	Javiera	60	1	0	2	2									5	2,8	25%
10	Flores	Cristian	60	3	1	2	2									8	3,3	40%
11	Fuentes	Tabatha	60	3	2	2	3									10	3,7	50%
12	García	Vicente	60	2	1	3	1									7	3,2	35%
13	García	Rodrigo	60	1	1	4	4									10	3,7	50%
14	Gonzalez	Valentina	60	1	1	3	4									9	3,5	45%
15	Gutierrez	Felipe	60	4	0	3	3									10	3,7	50%
16	Hernandez	Jose Manuel	60	2	0	3	3									8	3,3	40%
17	Ibarra	Ashley	60	2	0	2	3									7	3,2	35%
18	Lara	Scarlet	60	1	1	2	2									6	3,0	30%
19	Marchant	Carolina	60	1	1	1	0									3	2,5	15%
20	Montanares	Javiera	60	0	1	5	1									7	3,2	35%
21	Moreno	Juan Carlos	60	1	1	1	3									6	3,0	30%
22	Muñoz	Camila	60	2	1	2	2									7	3,2	35%
23	Muñoz	Carolina	60	1	1	2	1									5	2,8	25%
24	Muñoz	Felipe	60	2	1	2	1									6	3,0	30%
25	Navarrete	Consuelo	60	1	0	1	5									7	3,2	35%
26	Orellana	Matias	60	2	0	2	2									6	3,0	30%
27	Ortiz	Cristopher	60	5	2	2	3									12	4,0	60%
28	Peralta	Nicolás	60	1	1	4	3									9	3,5	45%
29	Perez	Martina	60	2	1	4	3									10	3,7	50%
30	Pino	Manuel	60	1	2	4	3									10	3,7	50%
31	Pozo	Emily	60	1	1	5	1									8	3,3	40%
32	Quijada	Camila	60	1	1	6	4									12	4,0	60%
33	Quiroz	Cristibal	60	1	0	3	4									8	3,3	40%
34	Ramos	Danae	60	3	0	4	3									10	3,7	50%
35	Retamal	Joaquín	60	2	0	5	4									11	3,8	55%
36	Rojas	Yordano	60	3	1	6	5									15	5,1	75%
37	Rubio	Sofia	60	1	2	8	4									15	5,1	75%
38	Rubio	Franco	60	2	2	5	4									13	4,4	65%
39	Silva	Yenifer	60	1	1	4	2									8	3,3	40%
40	Tapia	Vasti	60	1	1	3	3									8	3,3	40%
41	Troncoso	Paula	60	0	1	4	2									7	3,2	35%
42	Váldes	Carlos	60	0	1	3	1									5	3,6	25%
43	Valdivia	Luis vicente	60	0	1	5	4									10	3,3	50%
44	Valdivia	Mario	60	5	1	6	2									14	4,8	70%
45	Zamorano	Cristobal	60	1	3	1	2									7	2,3	35%
46			60													0		0%
47			60													0		0%
CUADRO RESUMEN		IDEAL		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	3,5	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				1,8	1,0	3,3	2,7	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	8,733333333	
		%		36%	48%	41%	55%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	44%	
1	Bajo 4,0	36		80%														
2	Sobre 4,0	9		20%						Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza								

Evaluación Diagnóstica

Experimental 2: Primer Año Medio B Colegio Graneros.



Sector	Matemática		Total Alumnos Curso	34			Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza		Nota mínima	2,0			1°M B
Establecimiento	Colegio Graneros		Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80
Contenido	Evaluación Diagnóstica.						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO.	5
2	COMPRESIÓN.	2
3	APLICACIÓN.	8
4	ANÁLISIS.	5
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Arce	Alvaro	60	4	0	4	3									11	3,8	55%
2	Castro	Paz	60	4	0	3	4									11	3,8	55%
3	Cuevas	Dayanne	60	3	0	4	5									12	4,0	60%
4	Espinoza	Catalina	60	3	2	5	5									15	5,1	75%
5	Figueroa	Dariel	60	3	1	3	3									10	3,7	50%
6	Gana	Alissa	60	2	1	2	4									9	3,5	45%
7	Gonzalez	Nicolás	60	4	1	5	4									14	4,8	70%
8	Gonzalez	Consuelo	60	1	2	4	3									10	3,7	50%
9	Guerrero	Carla	60	1	1	3	3									8	3,3	40%
10	Hansen	Javiera	60	3	2	2	3									10	3,7	50%
11	Martinez	Eduardo	60	3	1	1	2									7	3,2	35%
12	Mejias	Camila	60	2	1	1	4									8	3,3	40%
13	Mena	Carlos	60	2	1	2	1									6	3,0	30%
14	Navarro	Cristopher	60	0	1	1	1									3	2,5	15%
15	Osses	Valentina	60	0	1	2	2									5	2,8	25%
16	Palma	Valentina	60	1	1	1	2									5	2,8	25%
17	Palma	Eduardo	60	1	0	2	2									5	2,8	25%
18	Pinto	Francisca	60	3	0	4	3									10	3,7	50%
19	Pozo	Vicente	60	4	1	3	3									11	3,8	55%
20	Prado	María Fernanda	60	2	0	3	3									8	3,3	40%
21	Pulga	Diego	60	4	0	4	3									11	3,8	55%
22	Ramirez	Franco	60	1	0	5	2									8	3,3	40%
23	Retamal	Ricardo	60	1	1	3	3									8	3,3	40%
24	Riquelme	Camila	60	2	0	4	2									8	3,3	40%
25	Roa	Tomás	60	2	0	2	2									6	3,0	30%
26	Rojas	Martina	60	1	1	2	1									5	2,8	25%
27	Roman	Catalina	60	0	0	3	1									4	2,7	20%
28	Salas	Ricardo	60	0	1	4	2									7	3,2	35%
29	Soto	Cristobal	60	1	0	2	1									4	2,7	20%
30	Trincado	Alisson	60	1	1	2	2									6	3,0	30%
31	Valenzuela	Jacob	60	1	0	3	2									6	3,0	30%
32	Vallejos	Vicente	60	1	0	3	1									5	2,8	25%
33	Venegas	Cristopher	60	2	1	3	2									8	3,3	40%
34	Vidal	Francisco	60	1	0	2	3									6	3,0	30%
35			60													0	0,0	0%
36			60													0	0,0	0%
37			60													0	0,0	0%
38			60													0	0,0	0%
39			60													0	0,0	0%
40			60													0	0,0	0%
41			60													0	0,0	0%
42			60													0	0,0	0%
43			60													0	0,0	0%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%

CUADRO RESUMEN	IDEAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	3,4
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD		1,9	0,7	2,9	2,6	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	7,941176471
	%	37%	34%	36%	51%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	40%

1	Bajo 4,0	31		91%
2	Sobre 4,0	3		9%

Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza

Evaluación Diagnóstica

Control 1: Primer Año Medio A Liceo Juan XXIII.

Sector	Matemática	Total Alumnos Curso	43				Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza	Nota mínima	2,0				1°MA
Establecimiento	Liceo Juan XXIII	Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80	
Contenido	Evaluación Diagnostica						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO	5
2	COMPRENSIÓN	2
3	APLICACIÓN	8
4	ANÁLISIS	5
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	ACEVEDO	JEREMY	60	4	2	7	2									15	5,1	75%
2	ALARCÓN	JAVIER	60	5	2	6	3									16	5,5	80%
3	ALVARADO	MATÍAS	60	4	1	6	4									15	5,1	75%
4	AYALA	CLAUDIA	60	4	2	6	2									14	4,8	70%
5	BALCARCE	FRANCESCA	60	3	2	7	1									13	4,4	65%
6	BASAEZ	NATALIA	60	4	1	7	1									13	4,4	65%
7	BENÍTEZ	FRANCISCA	60	5	2	6	4									17	5,9	85%
8	CABALLERIA	KARLA	60	4	2	7	3									16	5,5	80%
9	CALDERON	LUIS	60	3	2	7	1									13	4,4	65%
10	CAMILLA	CONSTANZA	60	3	2	7	4									16	5,5	80%
11	CARCEY	DIEGO	60	2	1	5	1									9	3,5	45%
12	CLAVIJO	GABRIELA	60	4	2	6	3									15	5,1	75%
13	COFRE	BARBARA	60	5	1	5	2									13	4,4	65%
14	DE LA ROSA	JAVIERA	60	4	2	5	3									14	4,8	70%
15	ESTAY	SEBASTIÁN	60	4	2	6	2									14	4,8	70%
16	FIGUEROA	CAMILA	60	3	2	4	3									12	4,0	60%
17	FUENTES	CONSTANZA	60	4	2	4	2									12	4,0	60%
18	GUERRERO	JAVIER	60	3	2	6	1									12	4,0	60%
19	HENRIQUEZ	DANIELA	60	3	1	7	4									15	5,1	75%
20	HERNÁNDEZ	CRISTIAN	60	3	2	4	1									10	3,7	50%
21	HIDALGO	MONSERRAT	60	4	2	5	2									13	4,4	65%
22	HUENCHUÑAN	RAYEN	60	2	2	5	2									11	3,8	55%
23	MANRIQUEZ	DIEGO	60	2	2	4	0									8	3,3	40%
24	MUÑOZ	VICTOR	60	4	2	4	1									11	3,8	55%
25	NUÑES	CAMILA	60	4	1	3	2									10	3,7	50%
26	PEÑA	DANIELA	60	1	0	6	0									7	3,2	35%
27	PERALTA	JENNIFER	60	4	1	2	4									11	3,8	55%
28	PEREZ	ALEXANDRA	60	4	2	6	3									15	5,1	75%
29	RAMIREZ	GONZALO	60	4	2	7	4									17	5,9	85%
30	RIOS	MARIA	60	3	2	8	5									18	6,3	90%
31	RIQUELME	SEBATIÁN	60	4	2	3	4									13	4,4	65%
32	ROCCO	FERNANDA	60	3	2	3	3									11	3,8	55%
33	ROLDAN	FRANCO	60	5	2	2	4									13	4,4	65%
34	SALAZAR	ROMINA	60	5	2	1	0									8	3,3	40%
35	SANDOVAL	NATALIA	60	3	2	1	4									10	3,7	50%
36	SEGUEL	BASTIAN	60	3	1	3	4									11	3,8	55%
37	VALENZUELA	GABRIEL	60	4	1	5	3									13	4,4	65%
38	VARGAS	MILITZA	60	4	1	6	4									15	5,1	75%
39	VÁSQUEZ	MARTI	60	4	2	8	4									18	6,3	90%
40	VERGARA	ANDRÉS	60	3	2	1	3									9	3,5	45%
41	VIDAL	ALEJANDRO	60	4	2	4	2									12	4,0	60%
42	VIDAL	MURIEL	60	3	1	3	1									8	3,3	40%
43	ZUMAETA	CAMILA	60	2	0	0	2									4	2,7	20%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%
CUADRO RESUMEN		ideal		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	4,4	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				3,5	1,7	4,8	2,5	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	12,55813953	
		%		70%	83%	60%	51%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	63%	
1	Bajo 4,0	15		35%														
2	Sobre 4,0	28		65%						Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza								

Evaluación Diagnóstica

Control 2: Primer Año Medio B Liceo Juan XXIII.

Sector	Matemática		Total Alumnos Curso	41			Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza		Nota mínima	2,0			1°MB
Establecimiento	Liceo Juan XXIII		Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80
Contenido	Evaluación Diagnóstica						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO	5
2	COMPRENSIÓN	2
3	APLICACIÓN	8
4	ANÁLISIS	5
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Aceituno	Valeria	60	4	1	6	3									14	4,8	70%
2	Ahumada	Francisco	60	4	1	7	4									16	5,5	80%
3	Alcaino	María Catalina	60	3	1	5	5									14	4,8	70%
4	Aliaga	Sebastian	60	4	2	5	4									15	5,1	75%
5	Aliste	Yasmin	60	3	2	6	2									13	4,4	65%
6	Araya	Consuelo	60	4	1	5	4									14	4,8	70%
7	Arriola	Pablo	60	2	2	7	5									16	5,5	80%
8	Bustamante	Vivian	60	4	1	7	4									16	5,5	80%
9	Carreño	Rocio	60	2	2	4	4									12	4,0	60%
10	Carrizo	Katherine	60	4	1	6	2									13	4,4	65%
11	Caabonne	Damian	60	3	2	4	4									13	4,4	65%
12	Ferrada	Dilan	60	2	1	7	5									15	5,1	75%
13	Garrido	Rodrigo	60	2	2	7	5									16	5,5	80%
14	Godoy	Scarlett	60	4	2	5	3									14	4,8	70%
15	Gonzalez	Arantxa	60	1	2	6	4									13	4,4	65%
16	Guerrero	Camila	60	1	0	5	1									7	3,2	35%
17	Lobos	Valentina	60	4	2	7	2									15	5,1	75%
18	Lopez	Valeria	60	5	2	7	3									17	5,9	85%
19	Lopez	Ximena	60	2	1	3	0									6	3,0	30%
20	Marchant	Bastian	60	3	2	3	1									9	3,5	45%
21	Mora	Francisca	60	1	0	2	2									5	2,8	25%
22	Nuñez	Marcela	60	4	2	5	1									12	4,0	60%
23	Orellana	Maximiliano	60	1	1	3	1									6	3,0	30%
24	Ortiz	Felipe	60	4	2	8	4									18	6,3	90%
25	Oses	Marina	60	2	1	2	4									9	3,5	45%
26	Parra	Daniel	60	3	2	5	4									14	4,8	70%
27	Perez	Carla	60	3	1	5	3									12	4,0	60%
28	Reyez	Francisco	60	2	1	0	3									6	3,0	30%
29	Reyez	Pablo	60	4	1	5	4									14	4,8	70%
30	Reyez	Francisca	60	1	0	0	1									2	2,3	10%
31	Rivera	Ignacio	60	0	1	1	2									4	2,7	20%
32	Romo	Felipe	60	2	2	2	1									7	3,2	35%
33	Sanchez	José	60	3	1	1	0									5	2,8	25%
34	Sanchez	Sofia	60	2	1	2	1									6	3,0	30%
35	Sepulveda	Franco	60	2	2	0	2									6	3,0	30%
36	Soto	Sofia	60	0	1	1	3									5	2,8	25%
37	Sotomayor	Katia	60	2	2	5	4									13	4,4	65%
38	Tamayo	Javiera	60	3	2	2	4									11	3,8	55%
39	Tapia	Ignacia	60	3	1	1	3									8	3,3	40%
40	Vargas	Camila	60	0	1	2	2									5	2,8	25%
41	Villagra	Barbara	60	5	2	7	4									18	6,3	90%
42			60													0	0,0	0%
43			60													0	0,0	0%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%
CUADRO RESUMEN		IDEAL		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	4,145325203	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				2,6	1,4	4,2	2,9	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	11,07317073	
		%		52%	70%	52%	58%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	55%	
1	Bajo 4,0	17		41%														
2	Sobre 4,0	24		59%						Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza								

Evaluación Sumativa

Experimental 1: Primer Año Medio A Colegio Graneros.

Sector	Matemática	Total Alumnos Curso	45				Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza	Nota mínima	2,0				1°MA
Establecimiento.	Colegio Graneros	Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80	
Contenido	Evaluación Sumativa						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO.	6
2	COMPRENSIÓN.	5
3	APLICACIÓN.	5
4	ANÁLISIS.	4
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Aranguiz	Thomas	60	5	3	5	3									16	5,5	80%
2	Arias	Cristobal	60	6	3	4	4									17	5,9	85%
3	Avila	Fernanda	60	6	4	5	4									19	6,6	95%
4	Basualto	Matias	60	5	2	3	1									11	3,8	55%
5	Carreño	Jorge	60	6	4	4	4									18	6,3	90%
6	Carvacho	Francia	60	5	5	5	3									18	6,3	90%
7	Castillo	Marian	60	6	4	5	4									19	6,6	95%
8	Cespedes	Gaston	60	5	5	4	3									17	5,9	85%
9	Concha	Javiera	60	5	4	5	3									17	5,9	85%
10	Flores	Cristian	60	4	3	3	2									12	4,0	60%
11	Fuentes	Tabatha	60	6	4	2	2									14	4,8	70%
12	García	Vicente	60	5	4	5	3									17	5,9	85%
13	García	Rodrigo	60	6	5	5	3									19	6,6	95%
14	Gonzalez	Valentina	60	4	4	4	3									15	5,1	75%
15	Gutierrez	Felipe	60	4	3	4	2									13	4,4	65%
16	Hernandez	Jose Manuel	60	3	3	5	2									13	4,4	65%
17	Ibarra	Ashley	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
18	Lara	Scarlet	60	5	4	2	1									12	4,0	60%
19	Marchant	Carolina	60	5	4	2	2									13	4,4	65%
20	Montanares	Javiera	60	6	3	4	3									16	5,5	80%
21	Moreno	Juan Carlos	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
22	Muñoz	Camila	60	4	5	5	2									16	5,5	80%
23	Muñoz	Carolina	60	3	4	4	2									13	4,4	65%
24	Muñoz	Felipe	60	5	5	5	3									18	6,3	90%
25	Navarrete	Consuelo	60	5	4	4	2									15	5,1	75%
26	Orellana	Matias	60	6	5	5	1									17	5,9	85%
27	Ortiz	Cristopher	60	6	5	4	4									19	6,6	95%
28	Peralta	Nicolás	60	5	4	5	1									15	5,1	75%
29	Perez	Martina	60	3	5	5	2									15	5,1	75%
30	Pino	Manuel	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
31	Pozo	Emily	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
32	Quijada	Camila	60	5	5	4	1									15	5,1	75%
33	Quiroz	Cristibal	60	1	2	5	0									8	3,3	40%
34	Ramos	Danae	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
35	Retamal	Joaquín	60	6	4	4	1									15	5,1	75%
36	Rojas	Yordano	60	6	4	5	4									19	6,6	95%
37	Rubio	Sofia	60	5	5	4	4									18	6,3	90%
38	Rubio	Franco	60	6	1	5	4									16	5,5	80%
39	Silva	Yenifer	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
40	Tapia	Vasti	60	5	4	5	3									17	5,9	85%
41	Troncoso	Paula	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
42	Váldes	Carlos	60	5	3	3	3									14	3,6	70%
43	Valdivia	Luis vicente	60	6	4	5	2									17	5,9	85%
44	Valdivia	Mario	60	6	5	3	2									16	5,5	80%
45	Zamorano	Cristobal	60	6	4	5	4									19	6,6	95%
46			60													0		0%
47			60													0		0%
CUADRO RESUMEN		IDEAL		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	5,6	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				5,1	4,0	4,3	2,8	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	16,4	
		%		85%	81%	87%	70%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	82%	
1	Bajo 4,0	3		7%														
2	Sobre 4,0	42		93%						Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza								

Evaluación Sumativa

Experimental 2: Primer Año Medio B Colegio Graneros.

Sector	Matemática		Total Alumnos Curso	34			Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza		Nota mínima	2,0			1°M B
Establecimiento	Colegio Graneros		Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80
Contenido	Evaluación Sumativa						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO.	6
2	COMPRESIÓN.	5
3	APLICACIÓN.	5
4	ANÁLISIS.	4
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Arce	Alvaro	60	5	4	4	3									16	5,5	80%
2	Castro	Paz	60	4	4	3	3									14	4,8	70%
3	Cuevas	Dayanne	60	5	4	4	4									17	5,9	85%
4	Espinoza	Catalina	60	2	3	3	3									11	3,8	55%
5	Figueroa	Dariel	60	6	5	4	4									19	6,6	95%
6	Gana	Alissa	60	5	4	5	4									18	6,3	90%
7	Gonzalez	Nicolás	60	6	5	4	4									19	6,6	95%
8	Gonzalez	Consuelo	60	6	5	4	3									18	6,3	90%
9	Guerrero	Carla	60	5	4	5	4									18	6,3	90%
10	Hansen	Javiera	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
11	Martinez	Eduardo	60	5	5	5	3									18	6,3	90%
12	Mejias	Camila	60	4	4	4	4									16	5,5	80%
13	Mena	Carlos	60	6	5	4	2									17	5,9	85%
14	Navarro	Cristopher	60	5	4	3	4									16	5,5	80%
15	Osses	Valentina	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
16	Palma	Valentina	60	5	4	5	3									17	5,9	85%
17	Palma	Eduardo	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
18	Pinto	Francisca	60	6	5	4	4									19	6,6	95%
19	Pozo	Vicente	60	6	5	4	4									19	6,6	95%
20	Prado	María Fernanda	60	6	4	4	3									17	5,9	85%
21	Pulga	Diego	60	6	5	5	4									20	7,0	100%
22	Ramirez	Franco	60	6	4	5	2									17	5,9	85%
23	Retamal	Ricardo	60	5	3	5	3									16	5,5	80%
24	Riquelme	Camila	60	6	2	2	3									13	4,4	65%
25	Roa	Tomás	60	5	4	4	1									14	4,8	70%
26	Rojas	Martina	60	5	5	5	1									16	5,5	80%
27	Roman	Catalina	60	6	2	5	0									13	4,4	65%
28	Salas	Ricardo	60	6	2	3	0									11	3,8	55%
29	Soto	Cristobal	60	6	3	3	1									13	4,4	65%
30	Trincado	Alisson	60	4	3	4	1									12	4,0	60%
31	Valenzuela	Jacob	60	6	2	3	1									12	4,0	60%
32	Vallejos	Vicente	60	5	5	4	2									16	5,5	80%
33	Venegas	Cristopher	60	6	5	3	2									16	5,5	80%
34	Vidal	Francisco	60	6	3	5	1									15	5,1	75%
35			60													0	0,0	0%
36			60													0	0,0	0%
37			60													0	0,0	0%
38			60													0	0,0	0%
39			60													0	0,0	0%
40			60													0	0,0	0%
41			60													0	0,0	0%
42			60													0	0,0	0%
43			60													0	0,0	0%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%
CUADRO RESUMEN		IDEAL		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	5,6	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				5,3	4,0	4,1	2,7	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	16,26470588	
		%		88%	79%	82%	68%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	81%	
1	Bajo 4,0	2		6%														
2	Sobre 4,0	32		94%						Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza								

Evaluación Sumativa

Control 1: Primer Año Medio A Liceo Juan XXIII.

Sector	Matemática	Total Alumnos Curso	43				Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza	Nota mínima	2,0				1°MA
Establecimiento	Liceo Juan XXIII	Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80	
Contenido	Evaluación Sumativa						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO	6
2	COMPRENSIÓN	5
3	APLICACIÓN	5
4	ANÁLISIS	4
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	ACEVEDO	JEREMY	60	1	2	4	3									10	3,7	50%
2	ALARCÓN	JAVIER	60	4	3	4	3									14	4,8	70%
3	ALVARADO	MATÍAS	60	3	2	3	2									10	3,7	50%
4	AYALA	CLAUDIA	60	4	1	2	3									10	3,7	50%
5	BALCARCE	FRANCESCA	60	3	1	2	3									9	3,5	45%
6	BASAEZ	NATALIA	60	4	1	3	2									10	3,7	50%
7	BENÍTEZ	FRANCISCA	60	2	3	4	3									12	4,0	60%
8	CABALLERIA	KARLA	60	4	2	2	2									10	3,7	50%
9	CALDERON	LUIS	60	3	2	2	1									8	3,3	40%
10	CAMILLA	CONSTANZA	60	3	1	3	3									10	3,7	50%
11	CARCEY	DIEGO	60	3	2	3	1									9	3,5	45%
12	CLAVIJO	GABRIELA	60	2	1	2	3									8	3,3	40%
13	COFRE	BARBARA	60	5	4	4	3									16	5,5	80%
14	DE LA ROSA	JAVIERA	60	6	2	4	1									13	4,4	65%
15	ESTAY	SEBASTIÁN	60	3	3	2	4									12	4,0	60%
16	FIGUEROA	CAMILA	60	5	4	3	2									14	4,8	70%
17	FUENTES	CONSTANZA	60	6	4	4	3									17	5,9	85%
18	GUERRERO	JAVIER	60	3	3	5	3									14	4,8	70%
19	HENRIQUEZ	DANIELA	60	4	2	2	2									10	3,7	50%
20	HERNÁNDEZ	CRISTIAN	60	3	3	3	2									11	3,8	55%
21	HIDALGO	MONSERRAT	60	2	4	4	3									13	4,4	65%
22	HUENCHUÑAN	RAYEN	60	5	3	3	3									14	4,8	70%
23	MANRIQUEZ	DIEGO	60	5	4	2	2									13	4,4	65%
24	MUÑOZ	VICTOR	60	4	4	4	1									13	4,4	65%
25	NUÑES	CAMILA	60	2	3	4	3									12	4,0	60%
26	PEÑA	DANIELA	60	3	2	4	3									12	4,0	60%
27	PERALTA	JENNIFER	60	1	1	5	4									11	3,8	55%
28	PEREZ	ALEXANDRA	60	3	1	2	2									8	3,3	40%
29	RAMIREZ	GONZALO	60	5	4	4	3									16	5,5	80%
30	RIOS	MARIA	60	3	2	3	4									12	4,0	60%
31	RIQUELME	SEBATIÁN	60	2	3	1	3									9	3,5	45%
32	ROCCO	FERNANDA	60	4	2	2	4									12	4,0	60%
33	ROLDAN	FRANCO	60	3	1	2	4									10	3,7	50%
34	SALAZAR	ROMINA	60	2	1	1	2									6	3,0	30%
35	SANDOVAL	NATALIA	60	2	2	2	3									9	3,5	45%
36	SEGUEL	BASTIAN	60	1	1	1	3									6	3,0	30%
37	VALENZUELA	GABRIEL	60	3	3	1	1									8	3,3	40%
38	VARGAS	MILITZA	60	4	5	3	2									14	4,8	70%
39	VÁSQUEZ	MARTI	60	2	5	4	2									13	4,4	65%
40	VERGARA	ANDRÉS	60	2	3	3	3									11	3,8	55%
41	VIDAL	ALEJANDRO	60	1	3	1	2									7	3,2	35%
42	VIDAL	MURIEL	60	1	2	3	1									7	3,2	35%
43	ZUMAETA	CAMILA	60	4	1	4	2									11	3,8	55%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%
CUADRO RESUMEN		ideal		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	4,0	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				3,1	2,5	2,9	2,6	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	11,02325581	
		%		52%	49%	58%	64%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	55%	

1	Bajo 4,0	24		56%
2	Sobre 4,0	19		44%

Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza

Evaluación Sumativa

Control 2: Primer Año Medio B Liceo Juan XXIII.

Sector	Matemática	Total Alumnos Curso	41				Curso
Profesor	Paola Cantillana Espinoza	Nota mínima	2,0				1°MB
Establecimiento	Liceo Juan XXIII	Porcentajes de Exigencia	60	50	60	80	
Contenido	Evaluación Sumativa.						

N° indicador		Ptje. A
1	CONOCIMIENTO	6
2	COMPRENSIÓN	5
3	APLICACIÓN	5
4	ANÁLISIS	4
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13	Puntaje total	20

	Lista de Alumnos		% exg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PTJE	NOTA	logro %
1	Aceituno	Valeria	60	5	3	2	3									13	4,4	65%
2	Ahumada	Francisco	60	3	2	2	2									9	3,5	45%
3	Alcaino	María Catalina	60	2	3	2	2									9	3,5	45%
4	Aliaga	Sebastian	60	3	3	1	3									10	3,7	50%
5	Aliste	Yasmin	60	3	2	1	3									9	3,5	45%
6	Araya	Consuelo	60	4	2	2	2									10	3,7	50%
7	Arriola	Pablo	60	4	3	1	2									10	3,7	50%
8	Bustamante	Vivian	60	3	3	1	3									10	3,7	50%
9	Carreño	Rocio	60	4	3	1	4									12	4,0	60%
10	Carrizo	Katherine	60	2	4	2	4									12	4,0	60%
11	Caabonne	Damian	60	4	3	2	3									12	4,0	60%
12	Ferrada	Dilan	60	3	5	2	3									13	4,4	65%
13	Garrido	Rodrigo	60	2	3	1	3									9	3,5	45%
14	Godoy	Scarlett	60	3	3	2	2									10	3,7	50%
15	Gonzalez	Arantxa	60	2	3	1	3									9	3,5	45%
16	Guerrero	Camila	60	3	2	1	2									8	3,3	40%
17	Lobos	Valentina	60	4	1	1	3									9	3,5	45%
18	Lopez	Valeria	60	3	3	1	4									11	3,8	55%
19	Lopez	Ximena	60	4	4	2	1									11	3,8	55%
20	Marchant	Bastian	60	3	3	0	0									6	3,0	30%
21	Mora	Francisca	60	5	2	3	1									11	3,8	55%
22	Nuñez	Marcela	60	6	3	1	3									13	4,4	65%
23	Orellana	Maximiliano	60	6	4	2	4									16	5,5	80%
24	Ortiz	Felipe	60	6	4	3	4									17	5,9	85%
25	Oses	Marina	60	5	4	3	3									15	5,1	75%
26	Parra	Daniel	60	5	3	4	3									15	5,1	75%
27	Perez	Carla	60	5	4	3	3									15	5,1	75%
28	Reyez	Francisco	60	4	2	3	1									10	3,7	50%
29	Reyez	Pablo	60	3	3	3	2									11	3,8	55%
30	Reyez	Francisca	60	2	3	4	0									9	3,5	45%
31	Rivera	Ignacio	60	3	2	4	1									10	3,7	50%
32	Romo	Felipe	60	4	2	1	2									9	3,5	45%
33	Sanchez	José	60	4	2	2	3									11	3,8	55%
34	Sanchez	Sofia	60	5	1	3	4									13	4,4	65%
35	Sepulveda	Franco	60	6	4	1	1									12	4,0	60%
36	Soto	Sofia	60	4	4	2	2									12	4,0	60%
37	Sotomayor	Katia	60	4	1	3	3									11	3,8	55%
38	Tamayo	Javiera	60	3	1	3	2									9	3,5	45%
39	Tapia	Ignacia	60	3	0	3	3									9	3,5	45%
40	Vargas	Camila	60	3	2	1	2									8	3,3	40%
41	Villagra	Barbara	60	3	1	4	1									9	3,5	45%
42			60													0	0,0	0%
43			60													0	0,0	0%
44			60													0	0,0	0%
45			60													0	0,0	0%
46			60													0	0,0	0%
47			60													0	0,0	0%
CUADRO RESUMEN		IDEAL		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	PROM	3,928861789	
PROM. NIV. LOGROS POR HABILIDAD				3,7	2,7	2,0	2,5	####	###	####	####	####	###	###	###	SUM	10,90243902	
		%		61%	53%	41%	62%	####	###	####	####	####	###	###	###	PROM	55%	
1	Bajo 4,0	27		66%														
2	Sobre 4,0	14		34%							Propiedad Intelectual: Paola Cantillana Espinoza							

Anexo 5: Carta de Presentación de PRODIENAF

Universidad
de Valparaíso
CHILE

Valparaíso ____ de Julio de 2014

Sr.(a) ____
Director (a) del Colegio ____

Presente.

De nuestra consideración:

Por medio de la presente carta, queremos extenderles la invitación a ser partícipes del Seminario de Titulación llamado “PROPUESTA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN, PARA LA UNIDAD DE ÁLGEBRA EN EL CURSO DE PRIMER AÑO MEDIO, PRODIENAF”, con el fin de lograr una intervención en su establecimiento, en el nivel ya mencionado, con el propósito de investigar posibles cambios en los aprendizajes esperados por los estudiantes en el concepto matemático de Función Lineal y Afín, la cual consiste en implementar un texto de trabajo en el que el estudiante podrá explorar la materia de la unidad dividida en diez clases, analizar ejemplos, y resolver los ejercicios propuestos, además de contar con una sección para trabajar en compañía del profesor, y propone que para organizar los contenidos y reforzar su aprendizaje se haga uso de mapas conceptuales.

Sin otro particular, agradeciendo la voluntad de recibirnos y esperando una pronta y positiva respuesta de su parte se despiden.

Paola del Carmen Cantillana Espinoza

Anexo 6: Carta de Validación de la Propuesta de Enseñanza Aprendizaje de Función Lineal y Afín, PRODIENAF

Universidad
de Valparaíso
CHILE

Valparaíso ____ de Diciembre de 2014

Sr. (a) especialista

Presente.

De nuestra consideración:

Por medio de la presente carta, solicitamos su colaboración para validar la evaluación sumativa que se aplicará a los estudiantes de Primer Año de Enseñanza Media, luego de utilizar nuestra Propuesta de Enseñanza y Aprendizaje de Función Lineal y Afín, llamada, PRODIENAF.

Se adjunta todos los documentos necesarios para realizar la validación, luego de analizar rigurosamente cada ítem de la evaluación sumativa; ésta evaluación consta de un ítem de verdadero y falso, selección única, preguntas de desarrollo y la elaboración de un mapa conceptual.

Sin otro particular, agradeciendo la voluntad de recibirnos y esperando una pronta y positiva respuesta de su parte se despiden.

Paola del Carmen Cantillana Espinoza.