UNIVERSIDAD DE VALPARAÍSO

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

VISUALIZANDO LA FUNCIÓN CUADRÁTICA A TRAVÉS DE UN PROCESADOR GRÁFICO

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención en Computación.

Presentada por:

María Victoria González Bruna

Alfredo Alejandro Pardo González

Memoria para optar al Título Profesional de Profesor de Matemáticas, Mención Didáctica

Onofre Jesús Navarro Flandes

Profesora guía: Jeannette Galleguillos Bustamante.

Valparaíso, 2011

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados de una investigación acerca de la aplicación de una secuencia de aprendizaje, basada en aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje colaborativo con uso del procesador gráfico *Graph*, en el contenido de la función cuadrática y sus efectos en los estudiantes del nivel NM3. El objetivo del estudio fue que los estudiantes indagaran para descubrir el nuevo conocimiento, en base a trabajo colaborativo y la visualización. Así el estudio se enfocó en encontrar la relación entre las actividades realizadas y los logros académicos de los estudiantes, además de obtener algunas percepciones y preferencias de los estudiantes.

En la experiencia, los estudiantes trabajaron en grupos donde elaboraron y validaron hipótesis, discutieron y llegaron a un acuerdo grupal, conjeturaron y dieron respuestas a las preguntas, debatieron en pleno los resultados obtenidos en cada grupo, y finalmente, vivieron la etapa de institucionalización de los conceptos. Se realizó un diseño cuasi-experimental con pre-prueba y post-prueba utilizando grupo de control, en el Liceo Municipal Matilde Brandau de Ross en la Región de Valparaíso, de tercer año medio (nivel 11vo de escolaridad). Con los aportes del procesador gráfico *Graph*, los estudiantes lograron interpretar e identificar las distintas gráficas de la función cuadrática, visualizando correctamente las características de estas, determinando de manera activa los conceptos matemáticos vistos en clases, donde el trabajo grupal contribuyó de manera eficaz al aprendizaje.

Los resultados revelaron que el grupo experimental tuvo una calificación significativamente más alta con respecto al grupo control, lo que implica que las herramientas utilizadas mejoraron el rendimiento académico de los estudiantes. Por otro lado, se recogieron las percepciones de los estudiantes que apuntaron a un interés y participación activa de los estudiantes frente a la experiencia realizada.

Índice General

Índice de las Figuras

Índice de Tablas

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años se han multiplicado las investigaciones que tienen como objetivo el análisis de diferentes usos del computador en la educación, faltando en ocasiones una visión global de las mismas (Ruiz, 1993). En el espacio educativo, se tienen registros de instituciones que han estado adquiriendo tecnologías en importantes cantidades, pero no se han registrado los cambios que se supone deberían de producir (López & Espinoza, 2006).

La introducción masiva de tecnología computacional en establecimientos educacionales chilenos está próxima a cumplir 19 años. Ha pasado bastante tiempo desde el año 1993, fecha en que el Ministerio de Educación inició la implementación del Proyecto Enlaces en la IX región, dotando a 12 establecimientos educacionales con computadores, capacitación, soporte técnico y asesoría pedagógica (Cerda, 2002).

Gracias a la utilización continua y eficaz de las TIC en procesos educativos, los estudiantes tienen la oportunidad de adquirir capacidades importantes en el uso de éstas. El docente es la persona que desempeña el papel más importante en la tarea de ayudar a los estudiantes a adquirir esas capacidades. Además, es el responsable de diseñar tanto oportunidades de aprendizaje como el entorno propicio en el aula que facilite el uso de las TIC por parte de los estudiantes para aprender y comunicar. Por esto, es fundamental que todos los docentes estén preparados para ofrecer esas oportunidades a sus estudiantes (UNESCO, 2008).

Los docentes que decidan apoyarse en el Aprendizaje por Descubrimiento mediante la búsqueda y colaboración pueden hallar en las TIC oportunidades de ayudar a sus estudiantes a vivir experiencias directas interactuando con el objeto del conocimiento, con modelos del mismo, con personas que tienen distintas perspectivas sobre él mismo, así como a construir y expresar sus propios modelos mentales acerca de lo que estudian.

El gran reto no es que el docente halle y apropie las TIC que permitan hacer esto, aunque ayuda, sino a proponer los ambientes de aprendizaje que propicien lo que se desea, integrando recursos de aprendizaje que puedan jugar distintos roles complementarios (Galvis, 2004). En 1994, Kulik estableció seis usos informáticos específicos dentro del aula: las tutorías, la gestión, la simulación, el enriquecimiento, la programación[1] y el Logo[2], en donde, para cada una de estas situaciones, los computadores tienen una acción definida y programable que enriquece el proceso y garantizan una mayor calidad (López & Espinoza, 2006).

Para esta investigación se utilizó una secuencia didáctica adoptada, donde los estudiantes trabajaron en grupos descubriendo las propiedades de la función cuadrática a través del uso del procesador gráfico *Graph*. Se diseñaron actividades, en las que se incorporó el uso del procesador gráfico *Graph*, bajo una secuencia didáctica donde se plantean interrogantes a los alumnos, investigan y construyen hipótesis para las posibles soluciones a las actividades, luego, deben argumentan cada una de las hipótesis mediante criterios que ellos estimen correctos y convenientes para un futuro debate. Una vez que todo este

[1] Comprende los usos de los computadores en los que estos solo sirven para solucionar problemas matemáticos que impliquen lenguajes de programación.
[2] Lenguaje de programación de alto nivel en parte funcional en parte estructurado, de muy fácil aprendizaje, razón por la cual suele ser el lenguaje de programación preferido para trabajar con niños y jóvenes.

argumentado, cada grupo debe presentar sus respuestas al resto de los grupos planteando sus conjeturas, y para finalizar el docente formaliza las respuestas entregadas institucionalizando cada uno de los conceptos entregados por los grupos, determinando las respectivas definiciones de la función cuadrática.

La presente investigación fue realizada con el propósito de conocer los efectos de la experiencia realizada en logros académicos de los estudiantes, además de conocer algunas percepciones en cuanto al interés de los estudiantes y su participación en la clase. Dejando de esta forma, fuera de los parámetros de la investigación, a la dimensión cognitiva.

Se realizó una investigación cuasi experimental con pre-test y post-test usando grupo de control. La experiencia se aplicó a dos cursos equivalentes de 3º medios (11^{vo} de escolaridad) del Liceo Matilde Brandau de Ross donde se escogió a un grupo como experimental y otro como control. Los resultados obtenidos muestran que el grupo experimental tuvo un mejor rendimiento académico con respecto al grupo de control.

En lo que sigue, en el segundo capítulo, se describe el planteamiento del problema, los objetivos y las preguntas de investigación, así como la justificación del por qué se realiza la presente investigación.

En el tercer capítulo se expone el marco teórico, donde se habla de los aportes que ha tenido el uso de las TIC en educación y las investigaciones que se han realizado sobre el impacto del computador en el aula. Además, la importancia que toma la visualización en las representaciones gráficas y la relevancia del aprendizaje por descubrimiento y colaborativo en los estudiantes.

El cuarto capítulo detalla la metodología de la investigación, describiendo el diseño de ésta, los sujetos que intervinieron en la investigación, los instrumentos de evaluación aplicados y el procedimiento de la secuencia didáctica adoptada.

En el quinto capítulo se describe y específica la secuencia didáctica que se implementa en el desarrollo de esta investigación, argumentando las justificaciones previas que motiven su realización. Junto con lo anterior, se muestran los recursos tecnológicos que se utilizaron en la ejecución de la secuencia didáctica y los problemas que detectaron al realizarla.

En el capitulo seis, se analizan los datos obtenidos en la resoluciones de los Test realizados al grupo experimental. Además, se estudian las respuestas de las encuestas de actitudes y expectativas realizadas por los estudiantes.

Finalmente, se exponen las conclusiones. La implementación del procesador gráfico *Graph* a través del aprendizaje por descubrimiento permitió a los estudiantes una mejor interpretación y representación de las gráficas visuales. Además facilitó a los estudiantes la comprensión de los contenidos de la función cuadrática, mejorando a su vez, el trabajo grupal donde compartieron ideas e inquietudes en que el aprendizaje colaborativo tuvo gran importancia en la adquisición de conocimientos nuevos. También se mostró gran interés y participación por utilizar metodologías nuevas por medio de la motivación expuesta por los estudiantes ante nuevas experiencias logrando actitudes positivas.

Capítulo 2

Planteamiento del Problema

2.1 Antecedentes

Si se observa la tendencia de los últimos 10 años de los puntajes SIMCE (Ministerio de Educación, 2009), se aprecia que el ritmo de mejora ha variado lentamente. La situación más crítica se genera en educación matemática, donde sólo el 13% de los estudiantes de 8^{vo} básico logran el nivel esperado para su curso y un 62% no logra todos los aprendizajes que debiera tener un alumno de 6^{to} básico.

El Ministerio de Educación ha llevado a cabo una minuciosa revisión del currículo, cuyo resultado es la realización de un ajuste al marco curricular vigente (Ajuste Curricular, 2008), próximo a ser implementado por completo. La idea es reforzar el enfoque de la reforma curricular que promueve el desarrollo de competencias para la vida; es decir, que los estudiantes comprendan lo que están aprendiendo, sean capaces de aplicar, utilizar el conocimiento y las habilidades que van desarrollando, reflexionen sobre lo aprendido y desarrollen herramientas fundamentales para seguir aprendiendo durante su vida.

El programa Enlaces, Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile, ha tenido como misión contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación mediante la informática educativa y el desarrollo de una cultura digital con calidad, equidad y pertinencia (Enlaces, 2010).

Para Galvis (1991), educativamente, los procesadores están llamados a desarrollar una función expresiva que muchos hemos visto disminuida por falta de práctica y de facilidades para hacerla crecer. Profesores y alumnos tienen a disposición un medio para, o bien, emular modelos y patrones de diseño, o para desarrollar la propia iniciativa y crear nuevos patrones. De esta forma, cabe ligar el uso de esta herramienta tanto en aprendizajes gráficos reproductivos (mapas, etc.) como en aprendizajes productivos (diseño, etc.).

Viendo que la tecnología es un recurso útil para el aprendizaje de los estudiantes, la implementación de una adecuada secuencia didáctica adoptada a estas tecnologías en el currículo de matemáticas en educación media, pretende aprovechar el potencial educativo que brindan (Vélez, 2010). Por otro lado, Balcucho & Urbina, (2006) mencionan que el incorporar la tecnología en clases de matemáticas ofrece nuevas estrategias para la solución de situaciones problemáticas y se constituye en un nuevo entorno para la exploración

Enlaces (2010) señala que la tecnología informática provee de diferentes recursos agrupados básicamente en tres líneas: paquete integrado, software educativo e Internet. “Estos recursos constituyen valiosas herramientas para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, produciendo cambios significativos en las prácticas pedagógicas, metodológicas de enseñanza y la forma en que los estudiantes acceden a los conocimientos e interactúan con los conceptos matemáticos presentes en ellos”, pero Borba y Villarreal (2005), indican que la tecnología no ha sido usada intensamente en la educación, a pesar del esfuerzo sustancial de una parte de la comunidad de educación matemática, lo cual, manifiesta preocupación, por los beneficios que puede otorgar y ofrecer estas herramientas.

Litwin (2005) menciona que, la utilización de representaciones provistas por las tecnologías para favorecer el conocimiento se sustenta en la visibilidad que posibilitan las diferentes representaciones: a veces permiten iniciar la comprensión; en otras oportunidades, expandirla, y en más de una circunstancia, reconocer con flexibilidad y sin estereotipos[3] diferentes hechos o conceptos. Estas representaciones suelen permitir dar comienzo a un tema, pueden ser útiles como ejemplo o contribuir a instalar un entorno de ayuda o apoyo.

La visualización matemática de un problema juega un papel importante, y tiene que ver con entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión y ello nos permite realizar una acción que posiblemente puede conducir hacia la solución del problema (Hitt, 2003). Para ello, la construcción del concepto de función es la base para que posteriormente el alumno pueda comprender otros conceptos matemáticos. “Una de las dificultades que presenta el alumno es la de interpretar mentalmente el significado de la expresión algebraica en su representación gráfica, y aún más difícil si se pide obtener la expresión algebraica a través de su representación gráfica” (Oaxaca & Valderrama, 2000)

Lucero (2003) incorpora el apoyo de tecnología a su definición de aprendizaje colaborativo como un “conjunto de métodos de instrucción y entrenamiento apoyados con tecnologías así como estrategias para proporcionar desarrollo de habilidades mixtas donde cada miembro del grupo es responsable de su aprendizaje como el resto del grupo”, que busca proporcionar espacios en los cuales se dé el desarrollo de habilidades individuales y grupales a partir de la discusión entre los estudiantes al momento de explorar nuevos conceptos.

[3] Es una imagen repetida, con pocos detalles acerca de un grupo de gente que comparte ciertas cualidades, características y habilidades.

Dillenbourg (1999; en Nussbaum, 2003) indica que el trabajo colaborativo realizado en pequeños grupos, es una herramienta efectiva tanto para el logro académico como social de los estudiantes, que se basa en que los miembros de grupo trabajen juntos para obtener objetivos comunes. A su vez, permite el logro de objetivos que son cualitativamente más ricos en contenidos asegurando la calidad y exactitud de las ideas y soluciones planteadas. Por otro lado, Johnson & Johnson (1989; en Nussbaum, 2003) mencionan que, "el logro y la retención es mayor en actividades que son organizadas colaborativamente por sobre aquellas que privilegian una estructura individual o competitiva".

El aprendizaje por descubrimiento ordena el desarrollo de las capacidades de investigación del alumno y está fundamentalmente basado en la inducción del aprendizaje. El escolar adquiere sus conocimientos adaptando lo que tiene que aprender a su forma particular de aprendizaje (Renoir, 2009). Además, tiene como objetivo que los estudiantes logren y adquieran un aprendizaje rico en conocimientos y rápida respuesta a las diferentes situaciones planteadas. El rol del profesor no debe inferir en los aprendizajes, los estudiantes deben intentar descubrir cómo resolver, comprender, aplicar y analizar las situaciones que se presentan. Bruner (1960, 1966) define aprendizaje por descubrimiento como "el que promueve que el aprendiente adquiera los conocimientos por sí mismo, de tal modo que el contenido que se va a aprender no se presenta en su forma final, sino que debe ser descubierto por el aprendiente″.

Un estudio relacionado con la tecnología y el aprendizaje en Internet realizado por Kulik (2003), en el que realiza estadísticas a través de meta-análisis[4], indica que la tecnología computacional presenta un incremento significativo en el aprendizaje de matemáticas y ciencias. En este estudio se dividió en cuatro niveles de escolaridad: el primero centrado en el nivel elemental, el segundo en el nivel secundario, el tercero en el nivel universitario y el último en el nivel de adultos (Kulik, 2003).

[4] Método cuantitativo donde los resultados de los estudios se expresan como un índice que presenta el grado de relación entre las variables o la magnitud del efecto que produce un tratamiento experimental.

El meta-análisis de Kulik (2003) consideró más de 500 investigaciones de enseñanza apoyada por computador. Los resultados evidenciaron que, en promedio, los estudiantes que usaron computadores en actividades académicas alcanzaron el percentil 64 en pruebas de rendimiento, en comparación con estudiantes que no usaron computadores, quienes sólo alcanzaron el percentil 50. El uso de computadores incidió en la reducción de tiempo para lograr el aprendizaje, y en actitudes más positivas en la sala de clases. El único resultado negativo encontrado mostró que el aprendizaje apoyado por computadores no tuvo un impacto positivo en todas las áreas en las cuales fue estudiado.

En el mismo trabajo, Kulik (2003), revisó estudios de las décadas de los 70, 80 y 90 con Pre y Post-Test, encontró que la tecnología instruccional frecuentemente mejoro en los programas de enseñanza y aprendizaje de matemáticas y ciencias. Pero con los nuevos avances tecnológicos (pantallas gráficas, Internet, Rapidez, etc.) hoy día se podría tener resultados notablemente mejores y concluyentes (Kulik, 2003; en Borba & Villarreal, 2005), por lo que se requiere nuevas investigaciones.

El estudio realizado por Ríos (2009) reveló que el uso del procesador gráfico *Graph* usando Aprendizaje por Descubrimiento y Trabajo Colaborativo fue una metodología apropiada y conveniente de aplicar para la enseñanza de la unidad de Función Potencia, facilitando a los estudiantes la comprensión de los conceptos ligados a dicha unidad. A su vez, los estudiantes indicaron sentirse más interesados y gustosos por aprender, y más confiados de realizar consultas en clases. Este trabajo utilizó una secuencia didáctica que presenta beneficios que son significantes al momento de evaluar los logros académicos concretos. En este trabajo se utiliza la misma secuencia didáctica, esta vez adoptada a la función cuadrática y enfocada a los logros académicos de los estudiantes mediante la implementación del procesado gráfico *Graph* y actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo.

2.2 Problema de Investigación

Iniciamos el problema citando a Planchart (2003) quién menciona que el tema de las funciones ha tenido un papel significativo en el desarrollo histórico de las matemáticas. Su vigencia se ha mantenido hasta el presente y es fundamental en los programas de la enseñanza media superior y universitaria.

Continuando con Planchart (2003),

> "El concepto de función, en algunas ocasiones, se presenta sencillo y de fácil entendimiento, pero investigaciones que se han hecho al respecto han mostrado que en algunas ocasiones conlleva a dificultades en su entendimiento. En la práctica educativa, la aprehensión de este concepto ha resultado de tal complejidad que desarrollar un estudio de esta problemática adquiere interés en la investigación. Abordar el estudio con la idea de mejorar su enseñanza requiere que este concepto sea analizado desde diferentes perspectivas, como por ejemplo, la visualización como elemento de comunicación y cognición, trabajo colaborativo como campo de colaboración y el aprendizaje por descubrimiento como herramienta de adquisición de conocimiento".
>
> (Planchart, 2003, pág. 13)

Planchart (2003) indica que los estudiantes tienen oportunidades de tener acceso a herramientas tecnológicas educativas para aprender matemáticas. Esto se basa principalmente en explicaciones visuales, pero frecuentemente estas aplicaciones no están provistas de guías que orienten a los estudiantes hacia el aprendizaje. Si se toman en cuenta los registros semióticos, con los instrumentos tecnológicos los estudiantes tienen más posibilidades de participar con un papel importante en la construcción del conocimiento matemático. En este sentido, la utilización de la tecnología que permita la manipulación de gráficas y presentaciones dinámicas visuales puede propiciar estrategias innovadoras en la enseñanza de las funciones.

Es importante tener presente que la tecnología por sí sola no resuelve los problemas de aprendizaje. Es necesario seleccionar, con miras en el proceso de aprendizaje, las herramientas tecnológicas que se pretendan utilizar en el salón de clases y el problema es cómo utilizarlas de manera efectivas en el aula (Planchart, 2003).

Blanco, Miranda & Melero (1993), señalan que, “muchos profesores no saben cómo hacer para que los estudiantes se motiven y participen en las sesiones de clases, rara vez se permite a los estudiantes que dialoguen y razonen en clases donde el aprendizaje y el conocimiento sean significativos”.

Una educación significativa, dirige su centro hacia el alumno, el cual debe tender a desarrollar mentes reflexivas y críticas, así como auténticas personas (Blanco, Miranda & Melero, 1993). Pero, en una clase tradicional los estudiantes son receptores de conocimientos, entonces, el uso de un procesador gráfico, promete dar un vuelco en la educación pretendiendo mejoras en el aprendizaje.

Según los antecedentes mencionados, se requiere conocer la relación entre el uso de un procesador gráfico en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante el aprendizaje colaborativo y por descubrimiento de la función cuadrática en los estudiantes del nivel NM3.

Se ha seleccionado, como punto de estudio la función cuadrática, porque de esta puede obtener propiedades interesantes en cuanto a sistemas dinámicos se refiere, utilizando distintos registros, tanto algebraicamente como gráficamente. Es importante dar énfasis a la gráfica de la función cuadrática, puesto que en una clase tradicional los estudiantes pierden mucho tiempo en la construcción de esta, utilizando cálculos con tablas de valores, lo que no es efectivo para un aprendizaje significativo, ya que el alumno se enfoca más bien en el cálculo que en el análisis gráfico. Existen estudios desde una perspectiva cognitiva como los de Schoenfeld et. al. (1993) y Sierpinska (1992), donde se establece que el estudiante conoce la fórmula cuadrática y sabe, en general, aplicarla para resolver ecuaciones cuadráticas si el ejercicio en cuestión se encuentra formulado de manera "estándar", pero no es capaz de conectar los aspectos relevantes de las representaciones simbólicas y gráficas (Valdez, 2003).

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo General

Conocer la relación que existe entre el uso del procesador gráfico *Graph* y las actividades basadas en el Aprendizaje por Descubrimiento y el Aprendizaje Colaborativo, en los logros académicos de los estudiantes de NM3 en el contenido de función cuadrática.

2.3.2 Objetivos específicos

Diseñar actividades con el uso del procesador gráfico *Graph* en base al Aprendizaje por Descubrimiento y el Aprendizaje Colaborativo para el aprendizaje de la función cuadrática.

Determinar la relación entre el uso del procesador gráfico *Graph* y las actividades basadas en el Aprendizaje por Descubrimiento y el Aprendizaje Colaborativo en los logros académicos de los estudiantes en el contenido de función cuadrática.

Determinar la influencia de las actividades basadas en el Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo mediante el procesador gráfico *Graph* en la participación e interés de los estudiantes en las clases de matemáticas.

2.4 Preguntas de Investigación

¿Cuál es la relación entre el uso del procesador gráfico *Graph*, las actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo, y el logro académico de los estudiantes?

¿Cuál es la influencia que producen las actividades basadas en el Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo, y la utilización del procesador gráfico *Graph*, en la participación e interés de los estudiantes en la clase de matemáticas?

2.5 Hipótesis

El emplear actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo y el uso del procesado gráfico *Graph*, mejora los logros académicos de los estudiantes del contenido de función cuadrática.

Las actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo y la utilización del procesador gráfico *Graph*, estimulan a la participación de los estudiantes y promueven el interés en aprender en clases.

2.6 Justificación

Es necesario que se investigue acerca de las herramientas tecnológicas que se deben utilizar para mejorar los procesos de aprendizaje de la matemática en los estudiantes. Si se toman en cuenta los registros semióticos[5], con los instrumentos tecnológicos, los estudiantes tienen más posibilidades de participar en la propia construcción del conocimiento matemático. En este sentido, la utilización de la tecnología que permita la manipulación de gráficas y presentaciones dinámicas visuales puede propiciar estrategias innovadoras en la enseñanza de las funciones (Planchart, 2003).

También, se observó que en las últimas décadas el estudio de las funciones ha tomado otras dimensiones (físico y tecnológico), razón por la cual se tendrán que considerar nuevas variables de estudios en el proceso de enseñanza de las funciones (Planchart, 2003).

Hitt (2000), en Planchart, (2003) señaló que:

> "A través de las funciones podemos modelar matemáticamente un fenómeno de la vida real, describir y analizar relaciones de hechos sin necesidad de hacer a cada momento una descripción verbal o un cálculo complicado de cada uno de los sucesos que estamos describiendo".
>
> (Planchart, 2003, pág. 81).

Asimismo, Planchart (2003), alude que la coordinación de los diferentes registros de representaciones aparece como una condición fundamental para el aprendizaje en aquellas disciplinas donde los datos son representaciones semióticas (Duval, (1998); en Planchart, 2003). Tomando en cuenta este planteamiento se observan prácticas en la enseñanza que reflejan las dificultades de aprendizaje. Se ha demostrado que la coordinación de representaciones no es automática, surgen dificultades en el momento de trabajar con las representaciones en el mismo registro y en diferentes registros. Desde una perspectiva teórica, en relación a la importancia de los registros, Duval (1998; en Planchart, 2003) señaló que la construcción de un concepto tiene que ver directamente con la articulación de sus representaciones.

[5] Definido en Marco Teórico, página 28

Se ha observado, que después de estudiar el concepto de función, los resultados obtenidos muestran que los estudiantes tienen una comprensión muchas veces limitada del concepto de función. La idea acerca de este concepto se reduce al uso de una regla, a una prueba para detectar cuándo “la relación” es función, o a la evaluación de funciones algebraicas como vía para construir las gráficas. Estas reglas pasan a ser imágenes mentales que quedan sujetas al procedimiento y no al concepto, por lo cual se hace muchas veces la aplicación en forma mecánica (Planchart, 2003).

Planchart (2003), menciona que en el medio educativo se considera que el tema de las funciones se desarrolla en la clase con operaciones y tratamientos exclusivos del registro simbólico-algebraico, dejando de lado otras alternativas como son: dar mayor énfasis en la visualización o en la construcción del concepto, a partir de actividades de modelación.

Además, Vinner (1989, en Planchart, 2003) mostró que los estudiantes tenían preferencia por los métodos algebraicos. Estas afirmaciones fueron respaldadas por estudios experimentales que él llevó a cabo en cursos de Cálculo. Vinner (1989) señaló que la preferencia por lo algebraico se debe a la creencia que la prueba algebraica es más aceptada dentro de la matemática que la prueba visual; la preparación para un examen final es a menudo producto de la enseñanza memorizada y que, los estudiantes prefieren la memorización de fórmulas y técnicas algebraicas. Puesto que, las representaciones les pueden resultar abstractas y difíciles de relacionar a personas que no tengan determinados conocimientos matemáticos.

Por lo mencionado anteriormente resulta trascendente implementar y evaluar una propuesta didáctica que contemple la utilización de un procesador gráfico y que se base en el uso de aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje colaborativo entre los estudiantes. Además, evaluar la influencia de la aplicación de la secuencia didáctica adoptada al estudiante en la clase de matemática, ya que, es necesario que adquiera el concepto de función cuadrática.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1 Visualización

La visualización no se entiende como el simple acto de ver, pues visualizar una función, por ejemplo, no significa solamente verla, mirar o contemplar su gráfica, de hecho es posible visualizarla sin verla. Pues, al realizar la actividad de visualización se requiere de la utilización de nociones matemáticas asociadas a los ámbitos numéricos, gráficos, algebraicos o verbales, pero exige también del uso de un lenguaje común para explicar ciertos fenómenos e incluso para describir experiencias vivenciales, digamos que se requiere del ámbito de lo gestual. En un sentido más amplio, entendemos que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende (Montiel & Cantoral, 2003).

Para fortalecer lo mencionado referente a las representaciones, se cita a Duval (1999) quien dice:

> "Las representaciones semióticas, es decir, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.) no parecen ser más que el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros".
>
> (Duval 1999, en Rolong & Guerrero, 2008, pág. 53)

Las nuevas teorías y la experimentación en educación matemática han puesto de manifiesto la importancia para realizar tareas de conversión de una representación a otra del concepto matemático en cuestión (Oaxaca & Valderrama, 2000). En el caso de las funciones la representación algebraica se integra a la gráfica vía la tabla, es decir, a los estudiantes se le propone establecer una conexión unívoca (en una sola dirección) entre estos registros de representación (del sistema algebraico al sistema gráfico) (Planchart, 2003). Acá, es donde las representaciones juegan un papel relevante en el aprendizaje, pues los objetos matemáticos no son asequibles directamente, sino a través de signos, dibujos, gráficas (Planchart, 2003).

En los últimos años, según Álvarez (2010), las nuevas tecnologías han puesto de relieve las teorías sobre la importancia del uso de diferentes representaciones en la enseñanza de conceptos matemáticos, al hacer posibles nuevas formas de representar los objetos matemáticos, y su consecuente visualización por parte de los estudiantes.

Enlaces (2010) enfatiza que en matemática, los computadores producen imágenes fantásticas, estáticas o animadas. El factor imagen cobra un valor muy importante pues permite acercar al estudiante los conceptos, los saca de un plano abstracto para llevarlos a un plano natural, donde los objetos se mueven, transforman, etc. de acuerdo a las variaciones de valores o aplicación de reglas específicas.

Según Hitt (2003), citado por Rolong & Guerrero (2008), la visualización matemática tiene que ver con el entendimiento de un enunciado y la puesta en marcha de una actividad, que si bien no llevará a la respuesta correcta sí puede conducir al estudiante a profundizar en la situación que se está tratando.

Una de las características de esta visualización es el vínculo entre representaciones para la búsqueda de la solución a un problema determinado. Por ejemplo, si queremos que el estudiante visualice una gráfica, esta tarea demanda una actividad mental más profunda en el sentido de reconocimiento de ciertos subconceptos allí representados. De hecho, según Duval (en Hitt, 2003) menciona que debemos centrar nuestra atención a entender los problemas que surgen al desarrollar una tarea de conversión entre representaciones.

En este sentido Hitt (1998), dice que:

> "La visualización requiere de la habilidad para convertir un problema de un registro semiótico de representación a otro y que investigaciones recientes sobre los sistemas semióticos de representación han puesto de manifiesto la importancia de la articulación entre diferentes representaciones de conceptos matemáticos para el aprendizaje de la matemática."
>
> (Hitt 1998, en Rolong & Guerrero, 2008, pág. 53)

Además, propone que:

> "Las representaciones mentales cubren al conjunto de imágenes y, globalmente, a las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre lo que está asociado. De este modo, se estará de acuerdo en afirmar que, las representaciones no solamente son necesarias para fines de comunicación, sino que, son igualmente esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento".
>
> (Duval 1999, en Rolong & Guerrero, 2008, pág. 53)

Expresa Montiel & Cantoral (2003) que, para el desarrollo de la matemática misma es fundamental la visualización, pues lo que hoy vemos en la obra matemática puede expresarse en formas analíticas de todos los niveles de complejidad, aunque en sus orígenes esté impregnado de abstracciones y visualizaciones.

De Guzmán (1996; en Montiel & Cantoral, 2003) señala, por ejemplo, que muchas de las formas de visualización que se experimentan son un verdadero camino de codificación y descodificación que está inmerso en todo un cúmulo de intercambios personales y sociales, buena parte de ellos arraigados profundamente en la misma larga historia de la matemática.

3.2 Aprendizaje Colaborativo

Según Barros & Berdejo (2007), en la literatura existente respecto al aprendizaje colaborativo se halla una amplia aceptación y se afirma que el aprendizaje mejora cuando se realiza como una actividad constructivista y social. El aprendizaje colaborativo se ha definido como la adquisición de conocimiento, habilidades o actitudes por parte del individuo mediante su interacción con el grupo. Desde el punto de vista de Joanassen, Mayes & McAleese (1992; en Barros & Berdejo, 2007), “el aprendizaje colaborativo es una actividad social que involucra a una comunidad de estudiantes en la que se comparten conocimientos y se adquieren otros nuevos, proceso que se ha denominado como construcción social de conocimiento”. Para Johnson (1993; en Collazos, Guerrero & Vergara, 1995) “el aprendizaje Colaborativo es el uso instruccional de pequeños grupos de tal forma que los estudiantes trabajen para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás”.

El aprendizaje colaborativo no es un mecanismo simple y tiene ciertas características esenciales. La primera característica del aprendizaje colaborativo es el diseño intencional. Con excesiva frecuencia, los profesores se limitan a decir a los estudiantes que se reúnan en grupos y trabajen. Sin embargo, en el aprendizaje colaborativo los profesores estructuran las actividades de aprendizaje intencional para los estudiantes. Pueden hacerlo seleccionándolas de entre una serie de tareas previamente estructuradas (Barkley, Cross & Howel, 2007).

Otra característica importante del aprendizaje colaborativo es la colaboración.

> "Todos los participantes del grupo deben comprometerse activamente a trabajar juntos para alcanzar los objetivos señalados. Si un miembro del grupo realiza una tarea asignada al grupo mientras los otros se dedican a mirar, no se realiza un aprendizaje colaborativo. Si todos los miembros del grupo reciben la misma tarea o si todos realizan actividades diferentes que, juntas, constituyen un único proyecto mayor, todos los estudiantes deben construir más o menos por igual. No obstante, la participación equitativa es aún insuficiente".
>
> (Barkley, Cross & Howel, 2007, pág. 18)

La tercera característica del aprendizaje colaborativo es que tenga lugar una enseñanza significativa. Cuando los estudiantes trabajan juntos en una tarea colaborativa, deben incrementar sus conocimientos o profundizar su comprensión del contenido de la función cuadrática. Esto consiste en que dos o más estudiantes trabajen juntos y compartan equitativamente la carga de trabajo mientras progresan hacia los resultados de aprendizaje previstos (Barkley, Cross & Howel, 2007).

Tal como el estudiante tiene nuevos roles en este proceso de aprendizaje el docente también debe desarrollar nuevos roles en este esquema. El profesor debe ser un diseñador instruccional encargándose de definir las condiciones íniciales del trabajo. Planificando de manera detallada el trabajo que va hacer en la clase, lo que requiere adicionalmente explicar los criterios del éxito, definiendo las tareas a realizar con los objetivos claramente definidos, explicando los conceptos que subyacen al conocimiento de cada temática, definiendo los mecanismos de evaluación que se tendrán y monitorear el aprendizaje de los estudiantes dentro de la sala de clase (Collazos, Guerrero & Vergara, 1995).

Para lograr lo antes mencionado, Johnson & Johnson (1994; en Collazos, Guerrero & Vergara, 1995), plantea que "es conveniente que se realicen algunas medidas pre-instruccionales, tales como: definir los objetivos, el tamaño del grupo, composición del grupo, distribución del salón de clase y materiales de trabajo".

Aparte de ser un diseñador instruccional, el profesor debe ser un mediador cognitivo. Barrow (1995) afirma que:

> "la habilidad del profesor al usar las habilidades de enseñanza facilitadoras durante el proceso de aprendizaje de pequeños grupos es el determinante más importante en la calidad y éxito de cualquier método educativo ayudando a: (1) desarrollar el pensamiento de los estudiantes o habilidades de razonamiento (resolución de problemas, metacognición, pensamiento crítico) cuando aprenden y (2) ayudarlos a llegar a ser más independientes, aprendices auto-dirigidos (aprender a aprender, administración del aprendizaje)"

(Barrow; en Collazos, Guerrero & Vergara, 1995, pág. 6).

El profesor como mediador cognitivo, no debe influir sobre el aprendizaje del estudiante diciéndole qué hacer o cómo pensar, sino que por el contrario, debe ser hecho de tal forma que lo lleve al eje principal del pensamiento. El concepto de un aprendizaje guiado y la zona de desarrollo próximo es una representación más precisa del aprendizaje que se da al interactuar el aprendiz con el profesor (Vigotsky, 1978; en Collazos, Guerrero & Vergara, 1995).

El monitoreo que debe tener el docente mientras los estudiantes trabajan en las actividades, según Johnson & Johnson (1998, en Collazos, Guerrero & Vergara, 1995), "corresponde a chequear si los estudiantes están trabajando juntos, están haciendo el trabajo bien y observar y dar retroalimentación".

Comparando los resultados de esta forma de trabajo, con modelos de aprendizaje tradicionales, se ha encontrado que los estudiantes aprenden más cuando utilizan el aprendizaje colaborativo, recuerdan por más tiempo el contenido, desarrollan habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico y se sienten más confiados y aceptados por ellos mismos y por los demás (Villaseñor,2000).

3.3 Aprendizaje por Descubrimiento

Bruner (1988; en Palacios, 2004) señala que, la condición indispensable para aprender una información de manera significativa, es tener la experiencia personal de descubrirla: el descubrimiento fomenta el aprendizaje significativo. Ausubel (1961) indica que:

> "Un aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe (Pozo, 1988, pág. 206). Esto es, simplemente que, existirá aprendizaje significativo siempre y cuando sea capaz de incorporarse a la estructura mental del alumno o alumna un nuevo aprendizaje, lo cual implica que todo lo que rodea a este contexto de aprendizaje y lo que se debe aprender también debe tener un significado en sí misma, a diferencia del aprendizaje memorístico en el cual lo que se aprende se relaciona entre sí de manera arbitraria y carente de significado para la persona que aprende".

(Ausubel, 1996; en Quiroga & Saavedra, pág. 6)

Para Bruner (1998, en Palacios, 2004) la educación es una forma de diálogo, una extensión del diálogo en el que el niño aprende a construir conceptualmente el mundo con la ayuda, guía, andamiaje del adulto. Bruner (1998), para conseguir un aprendizaje significativo, propone el aprendizaje por descubrimiento, el cual debe ser descubierto activamente por el alumno más que pasivamente asimilado. Los estudiantes deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista.

Este estilo de aprendizaje puede ser muy efectivo, pues cuando se lleva a cabo de modo idóneo, asegura un conocimiento significativo y fomenta hábitos de investigación y rigor en los individuos (Hurtado, 2009). Por otro lado, en Méndez (2004) se indica que, "el aprendizaje por descubrimiento no se puede dar si no hay una verdadera integración entre la teoría y la práctica; requiere de un manejo inteligente a nivel teórico y práctico de un fenómeno".

Bruner (1988: en Palacios, 2004) presenta algunas condiciones para que se produzca un aprendizaje por descubrimiento, tales como:

> "El ámbito de búsqueda debe ser restringido, ya que así el individuo se dirige directamente al objetivo que se planteo en un principio".
>
> "Los objetivos y los medios estarán bastante especificados y serán atrayentes, ya que así el individuo se incentivara a realizar este tipo de aprendizaje".
>
> "Se debe contar con los conocimientos previos de los individuos par poder así guiarlos adecuadamente, ya que si se le presenta un objetivo a un individuo del cual éste no tiene la base, no va a poder llegar a su fin".
>
> "Los individuos deben estar familiarizados con los procedimientos de observación, búsqueda, control y medición de variables, o sea, tiene el individuo que tener conocimiento de las herramientas que se utilizan en el proceso de descubrimiento para así poder realizarlo".

> Por último, “los individuos deben percibir que la tarea tiene sentido y merece la pena, esto lo incentivara a realizar el descubrimiento, que llevara a que se produzca el aprendizaje”.
>
> (Bruner, 1998; en Palacios, 2004)

En el aprendizaje de conceptos matemáticos, Bruner propone que se introduzca a partir de actividades simples que los estudiantes puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas. Con el objeto que esta estrategia repercuta en las estructuras, repercute que hay que formar imágenes perceptivas de las ideas matemáticas (Flores, 2001).

3.4 Aportes de las TIC en la educación

Según Silva (2002), la nueva era de la información y la comunicación ha forzado un cambio de los ambientes rutinarios de aprendizaje por otros caracterizados por el cambio y la innovación constante. El nuevo milenio demanda habilidades o competencias en el manejo de la información, así como la creación de nuevos conocimientos, que requieren la utilización de herramientas que permitan energizar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por esta razón (Jaramillo, 2005) comenta que, desde hace algún tiempo se ha venido dotando a las escuelas con computadores, software educativo y acceso a Internet. Esto se ha realizado a pesar de que son escasos los estudios e investigaciones que identifiquen qué sucede en las aulas cuando los maestros y estudiantes hacen uso de las TIC.

Galvis (2004; en Jaramillo, 2005) considera que, el uso de TIC por parte de los estudiantes está muy ligado al enfoque educativo que tenga el docente, pues lo que se hace es fomentar la actividad de los estudiantes usando recursos digitales. Ni la sala ni su encargado son los que hacen el cambio, éste viene de los estudiantes que asumen los retos que les proponen sus maestros, cuando éstos deciden darles control creciente a sus estudiantes del proceso de aprender y propician una autonomía progresiva en ellos.

Galvis (1992, en Jaramillo, 2005) establece que, el uso de las TIC en educación es para proveer simulación, es decir, para apoyar aprendizajes donde se requiere la experimentación, ya que, las TIC pueden facilitar la interacción con un mundo virtual[6] semejante a una situación real, difícil de reproducir. En una simulación se aprenden procedimientos, se entienden fenómenos y se aprende a tomar acciones en esas circunstancias.

Para que las TIC faciliten resolver problemas, manejar información adecuadamente o elaborar productos, es necesario que se desarrollen, simultáneamente habilidades que deben ser parte de la experiencia educativa de cada estudiante y que se encuentran en el currículo (Eisenberg y Johnson, (1996); en Jaramillo, 2005).

Otra posibilidad, es usarlas con el fin de que los estudiantes resuelvan problemas y elaboren productos en ambientes de construcción del aprendizaje, con lo cual ellos pueden aprender sobre los contenidos involucrados a usar las tecnologías adecuadamente y a trabajar en colaboración (Jaramillo, 2005).

Finalmente, es importante que los estudiantes desarrollen competencias para reconocer la necesidad de información, identificar la que es necesaria para responder a un problema particular, encontrar la información que requieren, evaluar la hallada, organizarla y usarla eficazmente para resolver el problema específico (Badwen, (1989); en Jaramillo, 2005).

[6]Mundo Virtual: simulación de medios ambientes y de los mecanismos sensoriales del hombre por computadora, de tal manera que se busca proporcionar al usuario la sensación de inmersión y la capacidad de interacción con medios ambientes artificiales.

3.5 Experiencias Ilustrativas

En este punto se abordarán dos experiencias, en donde la tecnología ha sido introducida en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y establecer que beneficios se obtuvieron de éstas

.

3.5.1 Un proyecto de participación matemática con tecnología

Un grupo de cuarto Medio de enseñanza secundaria obligatoria, formada por 12 estudiantes. Se realizó un proyecto de estadística descriptiva. Se hizo con la pretensión de dar respuesta educativa a la diversidad de niveles y a la capacidad de aprendizaje del alumnado de esta etapa (Royo, 2009).

Por las características del grupo, su bajo nivel de motivación académica, se establece como principal objetivo de la experiencia conseguir un ambiente de participación e interactividad, que facilite el aprendizaje y permita mejorar la autoestima de cada alumno en su conjunto, respecto a las capacidades intelectuales en el ámbito matemático (Royo, 2009).

Para la organización del estudio, se utilizó la plataforma virtual Moodle que permite depurar, almacenar, comunicar, representar datos, guardar, compartir archivos y analizar sistemas sencillos de datos. El uso de las TIC, es frecuente en situaciones donde el profesorado del centro entiende que este recurso puede aportar una mayor calidad en la exposición de la materia, mostrar procesos dinámicos que de otro modo serian difícilmente explicables (Fortuny, 2007) como ocurre con la geometría y el programa Geogebra (Planas & Alsina, 2009).

No se hace necesario usar programas complicados; las presentaciones con PowerPoint, por ejemplo, son muy recomendables por el elevado rendimiento que se obtiene al usarlas en la interacción con un grupo clase, por el rápido aprendizaje de su manejo y por el grado de autonomía que genera respecto al profesor. Este es precisamente uno de los programas que uso en esas experiencias, con el fin de favorecer el desarrollo de competencias comunicativas, lingüísticas y audiovisuales (Planas & Alsina, 2009).

Difícilmente puede darse por realizado que un aprendizaje hasta que esto se comunica. El programa PowerPoint, que se utiliza en las presentaciones resulta eficaz por el rápido aprendizaje de su manejo y por el grado de autonomía que genera durante la preparación de la presentación. Además, el uso de las diferentes herramientas proporcionadas por el ordenador permite realizar una presentación escrita ordenada, con correcciones ortográficas que ayuda a mejorar la expresión oral de la comunicación (Planas & Alsina, 2009).

Se evidencian el uso adecuado de conocimientos matemáticos en una situación de aprendizaje construida colectivamente, principalmente por las preguntas y las respuestas formuladas por los estudiantes. En la descripción del proyecto para el trabajo de estadística descriptiva, ha mencionado algunas de las estrategias: la introducción de las experiencias de los estudiantes en el aula de matemáticas, la verbalización del conocimiento matemático, el intercambio de ideas por medio de la dinamización de formas de participación horizontal, y la convicción de que no se están enseñando matemáticas cuando estas no se aprenden (Planas & Alsina, 2009).

Las TIC han contribuido enriquecer las posibilidades de aprendizaje y su adaptación a diferentes estilos y ritmos (Planas y Alsina, 2009). Según Coll (2007), diversos estudios muestran que la capacidad efectiva de las TIC para la transformación de las dinámicas de trabajo de profesores y estudiantes en los centros y los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas está, en general, muy por debajo del potencial transformador e innovador que habitualmente se les atribuye; este autor señala como determinantes de mayor o menor capacidad transformadora e innovadora del contexto de uso, las finalidades que se persiguen con su incorporación, y los usos efectivos que de ellas hacen los profesores y estudiantes en los centros y en las aulas (Planas & Alsina, 2009).

3.5.2 Influencias pedagógicas y actitudinales del aprendizaje por descubrimiento y el trabajo colaborativo en un curso del nivel NM4.

En esta investigación se presenta una propuesta didáctica basada en aprendizaje por descubrimiento y trabajo colaborativo para el aprendizaje de la función potencia, utilizando el graficador computacional *Graph.* La propuesta didáctica diseñada consiste, a grandes rasgos, de formar grupos de trabajo de 2 o 3 estudiantes a los cuales se les plantean, por medio de una guía de actividades, interrogantes acerca de los contenidos matemáticos relativos a la unidad de función potencia. Luego, y por medio del graficador *Graph*, los estudiantes deberán investigar acerca de las interrogantes matemáticas ligadas a los elementos de la función potencia, para luego dar respuesta a aquellas. Dichas interrogantes se plantean en las guías de actividades. Mediante el graficador computacional los estudiantes deberán construir hipótesis de acuerdo a las respuestas encontradas, las cuales deberán discutir al interior de cada grupo de trabajo. El resultado de dicha discusión se debe documentar por escrito, exponiendo cada grupo al resto del curso los resultados obtenidos, para así corregir los eventuales errores y aclarar cualquier duda persistente (Ríos, 2009).

En esta investigación además se llevó a cabo un estudio de la influencia de la propuesta didáctica descrita en la facilitación del aprendizaje de los conceptos matemáticos enseñados y en las actitudes de los estudiantes hacia la clase de matemática. Junto a lo anterior, se investiga acerca del impacto de la utilización de esta propuesta didáctica en la participación de los estudiantes en la clase y su confianza por realizar consultas, y lo apropiado y conveniente que resulta el uso de esta propuesta en la enseñanza de la unidad de función potencia con el uso de un graficador computacional en el colegio San Luis de Quillota, en el nivel de curso de Cuarto año medio (Ríos, 2009).

Esta investigación se llevó a cabo a través de un proceso investigativo Pre-experimental, usando para ello un diseño cuantitativo de Pre-Prueba – Post-Prueba sobre un grupo experimental, compuesto por 28 estudiantes (Ríos, 2009).

El análisis de datos arrojó que existe una diferencia significativa de los resultados obtenidos por los estudiantes en la Post-Prueba con respecto a los obtenidos en la Pre-Prueba, lo cual indica que el uso del graficador *Graph* usando aprendizaje por descubrimiento y trabajo colaborativo fue una metodología apropiada y conveniente de aplicar para la enseñanza de la unidad de función potencia, facilitando a los estudiantes la comprensión de los conceptos ligados a dicha unidad (Ríos, 2009). Sin embargo, en este trabajo no se utilizó grupo de control, por lo que para medir las diferencias sea necesario desarrollar un estudio que incorpore grupo de control.

De todo esto se concluye que esta metodología mantuvo un alto nivel actitudinal de los estudiantes hacia la clase de matemáticas, por ende no se puede sostener que mejoró dicho nivel. Sin embargo, después del experimento los estudiantes indicaron sentirse más interesados y gustosos por aprender, y más confiados de realizar consultas en clases. Lo que concluye que, la aplicación de esta propuesta didáctica fue positiva frente a las actitudes de los estudiantes hacia la clase de matemáticas (Ríos, 2009).

Capítulo 4

Metodología de Investigación

En este capítulo se describen los métodos utilizados para llevar a cabo la investigación, que se basa en el paradigma cuasi-experimental, con un diseño de Pre-Test y Post-Test, contemplado en esta investigación, haciendo hincapié en el diseño, los participantes, los instrumentos de evaluación, procedimientos y las herramientas utilizadas en la implementación.

4.1 Diseño

El diseño está basado en una evaluación experimental que puede abarcar una o más variables independientes y una o más dependientes. Asimismo, pueden utilizar Pre-Test y Post-Test para analizar la evolución de los grupos antes y después del tratamiento experimental. Desde luego, no todos los diseños experimentales utilizan Pre-Test, pero el

Post-Test es necesario para determinar los efectos de las condiciones experimentales (Wiersma, 1986; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997).

Este diseño incluye dos grupos, se muestra en la figura 4.1, uno recibe el tratamiento experimental y el otro no. Es decir, se tiene un grupo experimental designado como GE y otro grupo de control llamado GC. Previo al experimento, se les realiza un Pre-Test designado con O1 (grupo experimental) y O3 (grupo de control) con la finalidad de determinar los conocimientos previos de la unidad propuesta. Así pues, al Grupo Experimental (GE) se les aplica el experimento (X), en cambio, al Grupo de Control (GC), sólo se realiza las clases tradicionales (-) en la entrega de los contenidos. Una vez que concluye el proceso, a ambos grupos se les administra un Post-Test O2 y O4 (GE se asigna O2 y GC a O4), con el fin de comparar las evaluaciones entre los test y medir sobre la variable dependiente en estudio. El diseño se puede representar con la siguiente figura:

GE: O1	X	O2
GC: O3	-	O4

Figura 4. 1Comparación de las calificaciones obtenidas por el GE Y GC

Los grupos a utilizar fueron homogéneos e independientes entre sí, puesto que, el establecimiento forma cursos dependiendo de los intereses de sus estudiantes clasificándolos en sus menciones. Wiersma (1986; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997), comenta que el Post-Test debe ser, preferentemente, realizado inmediatamente después de que concluya el experimento, especialmente si la variable dependiente tiende a cambiar con el paso del tiempo. El Post-Test es aplicado simultáneamente a ambos grupos.

4.2 Sujetos

La investigación se llevó a cabo en el establecimiento educacional, Liceo N° 2 Mixto Polivalente, Matilde Brandau de Ross, ubicado en la Quinta Región de Valparaíso. De acuerdo a la morfología de la comuna, se encuentra en el 2º Sector denominado “El Plan”, entre las calles Las Heras, Avda. Brasil, Rodríguez y Blanco.

El Liceo Nº 2 Mixto Polivalente Matilde Brandau de Ross fue fundado en 1912 como un establecimiento exclusivamente para señoritas y su formación era Científico Humanista. Frente a los desafíos que plantea el desarrollo económico, científico, cultural y social, el Liceo Nº 2 se ha adaptado inaugurando la Jornada Escolar Completa, incluyendo a varones en sus aulas a partir del año 2008, ofreciendo Educación Pre-básica y Técnico Profesional.

En la actualidad, la enseñanza Técnico Profesional cuenta con las especialidades de las carreras de Servicios de Turismo y Administración. Con estas dos modalidades, el Liceo, está en condiciones de ofrecer una educación más equitativa, donde se puedan entregar mayores oportunidades de mejoramiento de la calidad de vida.

Las diferentes realidades que enfrenta cada establecimiento hacen necesario contar con una clasificación que permita realizar comparaciones más justas entre estos. Es por ello que, para el análisis de los resultados SIMCE, los establecimientos educacionales han sido clasificados en cinco grupos según características sociales y económicas, considerando los antecedentes del grupo de estudiantes evaluado por SIMCE. El establecimiento ha sido clasificado para 8vo Básico 2009 dentro del Grupo Socioeconómico bajo, donde la mayoría de los apoderados ha declarado tener hasta 8 años de escolaridad y un ingreso del hogar de hasta $160.000, esto es, que entre el 70% y el 100% de los estudiantes se encuentra en condición de vulnerabilidad social.

Los resultados de la prueba SIMCE correspondiente al año 2009, en el área de Lenguaje y Comunicación es Similar al Proceso anterior con un puntaje promedio de 216, en el área de

Matemáticas ocurre algo similar con respecto al puntaje obtenido al proceso anterior, con un puntaje promedio de 217 (SIMCE, Ministerio de Educación, 2009).

La investigación se implementó, en la sala de ENLACES, con un área de 42 m^2, el aula estaba implementada con 13 computadores, de los cuales 10 funcionaban correctamente (con Sistema Operativo Windows, Internet y Procesador Gráfico *Graph*), además de poseer una pizarra acrílica y un telón. La distribución de los ordenadores está descrita en la figura 4.2.

Figura 4. 2 ***Sala de ENLACES, donde se llevó a cabo el experimento con el curso Tercero Medio B.***

Los cursos seleccionados para la investigación son los Terceros medios B y C, el rango de edad de los estudiantes está entre los 16 a 18 años. El curso Tercero Medio B consta de 19 estudiantes, 17 Mujeres (89%) y 2 Hombres (11%) y el Tercero Medio C consta de 25 estudiantes 17 Mujeres (68%) y 8 Hombres (32%), los cuales rindieron ambos test (Pre y Post-test). Ambos cursos presentan un rendimiento académico en el área de matemáticas de 4,6 y 4,9 respectivamente, con dos estudiantes con nota deficiente (Nota inferior de 4,0).

4.3 Instrumentos de Evaluación

Los instrumentos de evaluación que se han utilizado en esta investigación fueron pruebas de contenidos, para lograr medir los aprendizajes alcanzados durante y después de la unidad. Por ende las pruebas de contenidos realizadas (se especifican en el apéndice C), se aplicaron en la primera sesión de clases (Pre-Test) y (Post-Test) en la última sesión de clases. Los objetivos de la Pre y Post-Test son los mismos y se establecieron los siguientes conceptos a evaluar según los aprendizajes esperados.

La validez de contenido es compleja de obtener. Primero, es necesario revisar cómo ha sido utilizada la variable por otros investigadores. Y en base a dicha revisión elaborar un universo de ítems posibles para medir la variable y sus dimensiones (el universo tiene que ser lo más exhaustivo que sea factible). Posteriormente, se consulta con investigadores familiarizados con la variable para ver si el universo es exhaustivo. Se seleccionan los items bajo una cuidadosa evaluación. Y si la variable tiene diversas dimensiones o facetas que la componen, se extrae una muestra probabilística de ítems (ya sea al azar o estratificada —cada dimensión constituiría un estrato—). Se administran los ítems, se correlacionan las puntuaciones de los ítems entre sí (debe haber correlaciones altas, especialmente entre ítems que miden una misma dimensión) (Bohmstedt, 1976; en Hernández, Fernández & Baptista, 1997), y se hacen estimaciones estadísticas para ver si la muestra es representativa. Para calcular la validez de contenido son necesarios varios coeficientes.

EJES TEMÁTICOS				
Unidad y Contenidos	Conocimientos de terminología y procedimientos de la matemática.	Aplicación de conceptos, representaciones, reglas y generalización	Análisis, síntesis y evaluación de conceptos, representaciones-demostraciones.	Porcentaje total de preguntas
Concavidad de la Función Cuadrática (Identificar Conceptos)	**4 preguntas de un total de 18**			**22%**
Traslación vertical y Horizontal de la Función Cuadrática (Gráfica de la Función)		**4 preguntas de un total de 18**		**22%**
Concavidad, y traslación de la Función Cuadrática (Relación de la gráfica y su función)			**6 preguntas de un total de 18**	**34%**
Concavidad, y traslación de la Función Cuadrática (Verdadero y falso)			**4 preguntas de un total de 18**	**22%**
	22%	**22%**	**56%**	**100%**

Tabla 4. 1 ***Tabla de especificaciones de las Pre y Post-Test.***

Por otro lado, se realizó dos encuestas con el objeto de medir las actitudes y expectativas de los estudiantes hacia la clase de matemáticas. La primera (que se especifica en el Apéndice E) aplicada en la primera clase, midió las actitudes de los estudiantes hacia la clase de matemáticas antes de la ejecución del experimento. La segunda encuesta (que se especifica en el apéndice E) fue aplicada al final del experimento en la última sesión de clases, que midió la percepción de los estudiantes hacia el experimento realizado con el Procesador Gráfico.

Los profesores del área de Matemáticas de los respectivos cursos, validaron las pruebas (Pre y Pos- Test) que fueron realizadas. Esta validez es de criterio, más sencilla de estimar, lo único que hace el investigador es correlacionar su medición con el criterio, y este coeficiente es el que se toma como coeficiente de validez (Bohmstedt, 1976; en Hernández, Fernández, & Baptista, 1997), Debido a esta validación se sugirió una restructuración de las evaluaciones para establecer nuevos parámetros. El contenido tratado es de Función Cuadrática, en los subtemas tratados de Concavidad. Traslación Horizontal y Vertical de la función cuadrática.

En las encuestas de *actitudes y expectativas* que fueron contestadas por los estudiantes, se llevó a cabo una serie de preguntas con alternativas, con el fin de, obtener las opiniones de los estudiantes frente a una clase tradicional y otra con la utilización de procesador gráfico G*raph*. Fue una encuesta cerrada en estilo Likert[7].

4.4 Procedimiento

Para llevar a cabo esta investigación, se describirán los siguientes pasos:

7 Escala psicométrica comúnmente utilizada en cuestionarios. Que mide el nivel de acuerdo o desacuerdo con una declaración.

- La unidad en la investigación y el nivel del curso, en este caso, corresponde a la unidad de Función Cuadrática y el nivel de Tercero Medio.

    - Se diseñó la planificación general del experimento, detallando los contenidos que se tratarán en cada sesión y la duración preliminar de esta.

    - Se diseña las pruebas (Pre y Post- Test) y actividades de cada sesión, tanto para el grupo experimental y de control, en el cual, se detallan los objetivos y aprendizajes esperados que los alumno/as deben lograr alcanzar.

- Se determina el establecimiento Educacional, en donde se desarrollará la investigación, que corresponde al Liceo N°2 Mixto Polivalente Matilde Brandau de Ross Ubicado en la Comuna de Valparaíso.

    - Se realiza una primera reunión con el Jefe de Unidad Técnico Pedagógica y profesores de matemáticas de los cursos de Tercero Medio, donde, se entrega la planificación del experimento y la duración de esta. Además se entregan las evaluaciones y actividades propuestas para ser validadas.

- Se realiza una segunda reunión, con el objetivo de coordinar las sesiones de clases con los cursos a trabajar.

    - Se designan los cursos para este experimento, diferenciándolos, en la forma que se entregarán los contenidos de la unidad. Se elige como Grupo Experimental al tercero medio B y Grupo de Control al tercero medio C.

    - Además, se coordina el periodo de utilización de la sala de Enlaces, horas y fechas en donde se llevará a cabo la intervienen con el Grupo Experimental.

- Se prepara la sala de Enlaces, en donde, se verifica la compatibilidad, el buen estado de los computadores y la instalación del procesador gráfico, *Graph*.

- Reestructuradas las evaluaciones y actividades, se establece el inicio del experimento, correspondiente al 4 de Octubre y finaliza el 5 de Noviembre de 2010.

4.4.1Contenidos

Los contenidos que se trataron durante el periodo de la intervención, están señalados en los planes y programas del MINEDUC (2004). La unidad contemplada corresponde a *"Función Cuadrática",* de Tercero Medio. Y los contenidos son los siguientes:

Gráficas de las siguientes funciones:

- $y = ax^2, con\ a \neq 0$; cuando a toma valor negativo y positivo.
- $y = ax^2 + b,\ con\ a \neq 0$; desplazamiento vertical de la función y relación de éste con los valores que toma b.
- $y = (x + b)^2, con\ b \neq 0$; desplazamiento horizontal de la función y la relación de este con los valores que toma b.

Durante el transcurso del experimento se produjeron problemas en el desarrollo de este, por ende, se redujeron los tiempos en la programación de las actividades, lo que conllevó a no estudiar el tema de las intersecciones de la función cuadrática con sus ejes, ya que el periodo establecido por el MINEDUC es de 30 a 35 horas para tratar la unidad en su totalidad.

4.4.2 Planificaciones

Los horarios que se establecieron, para los grupos (Experimental y de Control), fueron los siguientes:

Tercero Medio B:	1^{era} Sesión Lunes 09.45 a 10.30 horas.
	2^{da} Sesión Viernes 09.45 a 11.15 horas.
Tercero Medio C:	1^{era} Sesión Lunes 09.45 a 10.30 horas.
	2^{da} Sesión Viernes 12.15 a 13.45 horas.

Tabla 4. 2 ***Horarios de los Grupos de Control (3^{ero}C) y Experimental (3^{ero}B).***

Cabe destacar que esta planificación fue establecida para ambos cursos, Grupo Experimental y de Control, las actividades del Grupo Experimental, se llevaron a cabo en el laboratorio de Enlaces, a excepción de los test que fueron realizados en la sala de clase. En cambio, las actividades del Grupo de Control en su totalidad fueron efectuadas en el aula tradicional, la materia fue entregada de forma tradicional (Definición, Ejemplos y Ejercicios), frente a una pizarra y guías de ejercicios. Además, en cada sesión fueron descritos los objetivos de las clases y los aprendizajes que los estudiantes debiesen adquirir.

Capítulo 5

Secuencia Didáctica y Actividades.

En este capítulo se describe la secuencia didáctica adoptada para implementar en el aula con el objetivo de realizar la investigación, tanto en la fundamentación pedagógica requerida para su empleo, como las tecnologías propuestas para la enseñanza de la unidad de función cuadrática.

5.1 Justificaciones previas

En los últimos años, las TIC han puesto de relieve las teorías sobre la importancia del uso de diferentes representaciones en la enseñanza de conceptos matemáticos, al hacer posibles nuevas formas de representar los objetos matemáticos, y su consecuente visualización por parte de los estudiantes (Álvarez, 2010).

La práctica docente en algunos sistemas educativos se circunscribe a esquemas convencionales de trasmisión del conocimiento. Si bien, en algunos casos, se incorporan novedosas técnicas y actividades por iniciativa del profesor, éstas no responden a una organización programática. Se plantea que en la enseñanza de las matemáticas se utilizan métodos y concepciones que distan de una construcción activa del conocimiento (Planchart, 2003). Hitt (1994; en Planchart, 2003), mostró que la aprehensión del concepto de función es un proceso cognitivo complejo, no sólo para los estudiantes sino también para los maestros de enseñanza media. Algunos de los resultados de sus investigaciones tienen que ver con la presencia de obstáculos cognitivos de carácter epistemológico, otros provocados por la manera de cómo se enseña, es decir, de manera curricular, y otros inducidos por la concepción que los mismos profesores de matemáticas han construido y que trasmiten a sus estudiantes.

Se puede señalar que cada vez más la visualización se ha convertido en un tópico importante de las diversas escuelas del pensamiento relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Principalmente se le ubica como componente de los procesos mentales que tienen lugar en la actividad matemática, aunque se tiene claro que al relacionarse estrechamente con la percepción se presenta también en diversas situaciones de la vida cotidiana (Montiel & Cantoral , 2003).

Todo lo anterior hace referencia a que la secuencia didáctica de esta investigación tome la necesidad de que el alumno adquiera una conceptualización de las representaciones gráficas, a su vez, un aprendizaje significativo por medio de la visualización y el aprendizaje colaborativo y, por otro lado, mejorar la disposición del docente frente a nuevas técnicas de enseñanza con recursos tecnológicos.

En el aprendizaje colaborativo, el alumno tiene una gran participación. El docente no expone los contenidos de un modo acabado; su actividad se dirige a darles a conocer una meta que ha de ser alcanzada y además de servir como mediador y guía para que los estudiantes sean los que recorran el camino y alcancen los objetivos propuestos.

Todo lo anterior, según Delauro & Marinsalta, (2005; en Ríos, 2009), permitirá al estudiante desarrollar un pensamiento autónomo y personal por medio de competencias, como por ejemplo, comunicarse en un medio social y ser un partícipe activo en su propio proceso formativo.

5.2 Secuencia didáctica Adoptada

En esta sección se describe la secuencia didáctica utilizada. La estrategia aquí señalada se extrajo del trabajo desarrollado por Ríos (2010) a la cual se le realizaron pequeñas adaptaciones que generaron los pasos que acá se explican. Esta secuencia, se basa en aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje colaborativo, con uso del procesador gráfico *Graph* para aprovechar las ventajas de la visualización gráfica.

A continuación se presenta la secuencia didáctica con los ajustes incorporados y enfocados en la temática de función cuadrática. Para comenzar, se conforman los grupos de trabajo que se componen de 2 o 3 integrantes, a lo cual se sigue con los siguientes pasos:

a) Mediante una guía de actividades a los alumnos se le plantearán interrogantes acerca de los conceptos matemáticos ligados a la unidad de función cuadrática.
b) Luego, mediante el uso del procesador grafico, los alumnos deberán investigar acerca de dichas interrogantes para dar respuesta a ellas.
c) Posteriormente los alumnos deberán construir hipótesis acerca de la investigación generada a partir de las interrogantes planteadas.
d) Con las hipótesis planteadas, los alumnos discutirán con sus compañeros de grupo acerca de la validez de cada una de éstas, según los argumentos que cada uno de los estudiantes aporte al debate.
e) Todo lo concluido anteriormente se debe documentar por escrito.

f) Una vez que cada grupo llegue a un consenso, cada uno de éstos deberá compartir las ideas para lograr construir el concepto en cada una de las etapas.
g) Para finalizar, el docente institucionaliza los conceptos dados por los grupos para determinar las definiciones respectivas a la función cuadrática.

En una primera instancia se diferenciaron los contenidos de la función cuadrática en 3 etapas las cuales se describen a continuación.

1º etapa: las tres primeras clases, tomando como referencia la función lineal, se introduce el concepto de función cuadrática, empezando con la función $f(x) = ax^2$ la cual está centrada en el origen y se puede observar la concavidad de ésta con el coeficiente a, cuando su valor numérico es $1 < a, a = 1$ o bien $a > 1$. Luego, al finalizar esta etapa, se les presentará una guía para afianzar los conocimientos.

2º etapa: en las tres siguientes clases, se les presentará la función cuadrática no centrada en el origen, $f(x) = ax^2 + c$ con lo cual podrán determinar el significado del coeficiente c (es decir, el desplazamiento horizontal de la está), terminando con una guía de ejercicios.

3º etapa: en las últimas tres clases, se definirá la función cuadrática $f(x) = (x + c)^2$ la cual no está centrada en el origen, donde deberán identificar en que parte del plano se traslada, terminando con una guía de ejercicios.

El contenido de función cuadrática es una unidad que contempla varios conceptos y variantes donde signos, coeficientes y traslaciones, se relacionan entre sí. Estos conceptos, en general, son bastante dificultosos y complejos de estudiar sin la ayuda de una herramienta computacional, debido a lo engorroso que resulta graficar las funciones o mostrar el desplazamiento de traslaciones de las gráficas de funciones cuadráticas en sus distintas direcciones. Por esto, se adopta esta secuencia, con el fin de utilizar la herramienta computacional con la ayuda de los aprendizajes colaborativo y por descubrimiento, además de la visualización que ofrece esta herramienta, para así lograr la integración de los resultados obtenidos a la resolución de problemas.

Con la ayuda del procesador gráfico *Graph* y mediante las actividades propuestas, se espera que los estudiantes creen sus propias inquietudes, dudas y conjeturas, en otras palabras, que ayude a los estudiantes a cambiar, progresivamente, de un pensamiento concreto a un estadio de representación conceptual y simbólico que esté más adecuado con el crecimiento de su pensamiento (Bruner, 2000; en Maldonado, 2004) de la situación propuesta por el profesor.

Una vez que las hipótesis de las actividades estén planteadas, tendrán que debatir para encontrar respuestas a éstas, desarrollando su capacidad de examinar y de visualizar conscientemente los conceptos matemáticos comprendidos. Para que esto resulte, el procesador gráfico *Graph* constituirá una importante herramienta que brindará a que los estudiantes visualicen todos los factores y aspectos matemáticos relacionados con la función cuadrática, logrando que formulen hipótesis que ayuden a dar las respuestas necesarias a las interrogantes, dudas planteadas y conjeturas para solucionar las actividades planteadas.

Con el uso del procesador gráfico *Graph* y su sencillo manejo, podremos entregar al alumno una serie de ejercicios o actividades donde los conceptos de una función cuadrática no estén visibles, donde tendrán que resolver y obtener conclusiones usando el procesador gráfico sin haberles enseñado conceptos previos. Además, la manipulación de este procesador gráfico ayudará al alumno a visualizar e interpretar los conceptos matemáticos, esto conlleva a que el aprendizaje se vaya descubriendo por medio de las experiencias que realiza el alumno, aprendizaje por descubrimiento. Este aprendizaje se da en cada momento de la clase, en el desarrollo de guías, y principalmente cuando se debe visualizar, determinar valores, inferir conceptos de la función cuadrática que no se manifiestan sencillamente, sino que se van determinando y obteniendo con la manipulación de este procesador.

El planteamiento y desarrollo de estas clases impulsa a que los estudiantes tengan una actitud positiva y participativa consiguiendo la atención por realizar clases particularmente nuevas para ellos, logrando que trabajen en conjunto con sus pares para debatir y analizar los problemas planteados por el docente, también sus puntos de vistas, ideas y pensamientos para un logro óptimo y un mejor aprendizaje significativo a futuro.

5.3 Actividades Realizadas en la Intervención

En relación a las actividades realizadas en el desarrollo de las clases, estas contemplaron la utilización de la propuesta didáctica sugerida en esta intervención. Con el propósito de evaluar los conocimientos previos se realiza una prueba (Pre-test), antes de iniciar las actividades a tratar.

La primera actividad en este experimento consistió en realizar los ejercicios propuestos en las guías de actividades. Esta se desarrolló en grupos de trabajo conformados de 3 a 4 personas, utilizando el procesador gráfico *Graph*, a modo de herramienta con el objeto de facilitar el proceso de visualización de los contenidos a enseñar. A continuación los alumnos realizan un debate con las interrogantes planteadas en cada actividad, con el fin de establecer una hipótesis que luego el docente valida e institucionaliza la definición del concepto adquirido por ellos.

Luego de cada actividad concluida, en la clase siguiente los estudiantes trabajan en una guía de ejercicios, con el objetivo de fortalecer los conceptos estudiados en las respectivas clases. A modo de autoevaluación, los estudiantes desarrollan los ejercicios en la pizarra aclarando dudas y corrigiendo errores.

Una vez concluido todas las actividades, se realiza una evaluación escrita (Post-test), con el fin de evaluar el aprendizaje adquirido.

5.4 Ilustración de las Actividades Realizadas

En la presente sección se expone las actividades desarrolladas en la intervención, y el procedimiento que se llevó a cabo.

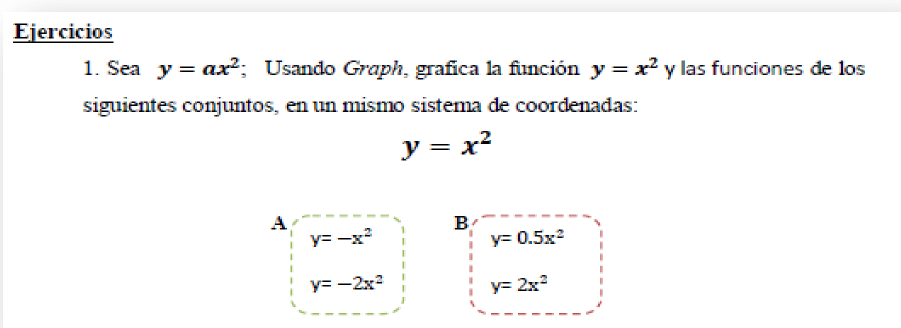
En la implementación de la propuesta se crearon dos guías de actividades. (Adjuntas en el Apéndice B). Estas actividades se crearon con un enfoque constructivista, específicamente a través de aprendizaje por descubrimiento y colaborativo, con el objeto de que los estudiantes, mediante el procesador gráfico *Graph*, realicen los ejercicios allí descritos de forma conjunta, fomentando así, las interrogantes, debates, formulación de hipótesis y resolución de éstas. Para lograr los aprendizajes esperados las actividades se organizaron por contenidos.

Para explicar la metodología utilizada en esta intervención, se expone a continuación la actividad uno y dos con sus respectivos ejercicios.

Guía de Actividad número uno.

1. Sea $y = ax^2$

   1.1 Usando *Graph*, grafica la función $y = x^2$ y las funciones de los siguientes conjuntos, en un mismo sistema de coordenadas.



Ejercicios

1. Sea $y = ax^2$; Usando *Graph*, grafica la función $y = x^2$ y las funciones de los siguientes conjuntos, en un mismo sistema de coordenadas:

$$y = x^2$$

A: $y = -x^2$, $y = -2x^2$

B: $y = 0.5x^2$, $y = 2x^2$

Figura 5. 1 ***Ilustración del ejercicio número 1de la primera guía de actividades.***

1.2 En la segunda parte del ejercicio deben responder: "*Cuando **a** es un número _________, las gráficas de las funciones tienen la forma:*" tal como se muestra en la Figura 5.2.

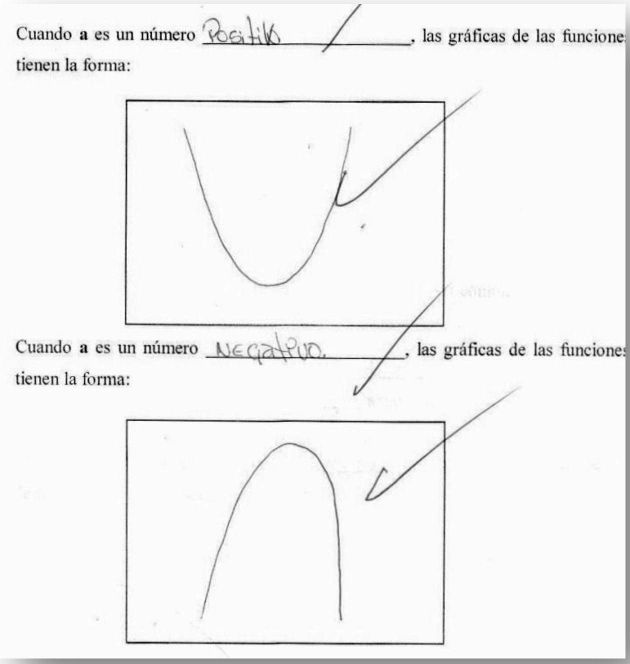


Figura 5. 2 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 1 de la primera guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es identificar la forma gráfica de la función cuadrática y relacionar el coeficiente de x^2 con la concavidad de esta y determinar los casos para cuando el coeficiente "a" es negativo y cuando el coeficiente "a" es positivo y su respectiva gráfica generalizada.

Para el desarrollo de este ejercicio, tal como se muestra en la Figura 5.1, a los estudiantes se les da como referencia la función $y = ax^2$, se les pide graficar en *Graph* la función principal $y = x^2$ y las funciones expresadas en los conjuntos A y B. Mediante estas graficas, construyeron algunas hipótesis.

a) Las gráficas del conjunto A son abiertas hacia abajo debido al signo negativo y del conjunto B son abiertas hacia arriba por que no poseen signo adelante.

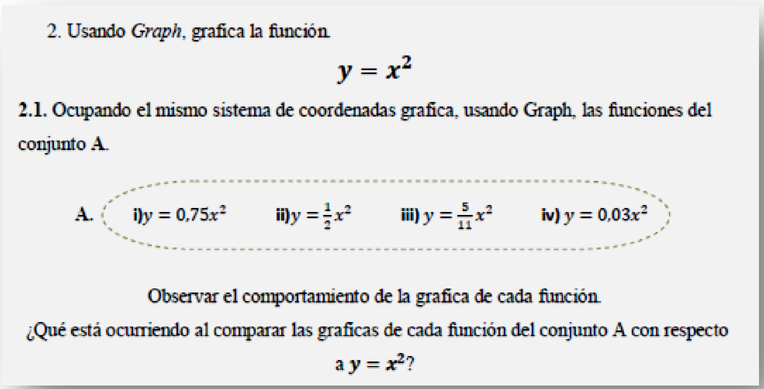
b) Siempre que haya un signo negativo, la grafica de la función es abierta hacia abajo y si no tiene signo es abierta hacia arriba.

Las hipótesis se debatieron dentro de cada grupo, donde estas fueron validadas y respondidas en la pregunta 1.2 (figura 5.2). Gracias al análisis gráfico hecho por los alumnos y la visualización que entrega *Graph*, todos los grupos lograron contestar correctamente entregando una buena argumentación del desarrollo de esta pregunta.

En el segundo ítem de la actividad, el objetivo es relacionar el coeficiente "$\boldsymbol{a}$" de $y = ax^2$; con la dilatación y contracción de la gráfica de la función cuadrática. Para ello, se enmarca el siguiente enunciado:

2. Usando *Graph*, grafica la función: $y = x^2$

2.1. Ocupando el mismo sistema de coordenadas grafica, usando *Graph*, las funciones del conjunto A.



2. Usando *Graph*, grafica la función.

$$\boldsymbol{y = x^2}$$

2.1. Ocupando el mismo sistema de coordenadas grafica, usando Graph, las funciones del conjunto A.

A. **i)**$y = 0{,}75x^2$ **ii)**$y = \frac{1}{2}x^2$ **iii)** $y = \frac{5}{11}x^2$ **iv)** $y = 0{,}03x^2$

Observar el comportamiento de la grafica de cada función.

¿Qué está ocurriendo al comparar las graficas de cada función del conjunto A con respecto a $\boldsymbol{y = x^2}$?

Figura 5. 3*Ilustración del ejercicio 2.1 de la primera guía de actividades.*

El objetivo de este ítem es observar y comparar el comportamiento de la gráfica de cada función cuadrática dadas en el conjunto A, respecto a la función principal $y = x^2$.

Al graficar las funciones dadas en el conjunto A, observamos que algunos grupos se les complico al insertar la función en el procesador *Graph*, específicamente con los coeficientes fraccionarios, debido a que no escribieron el paréntesis en el coeficiente numérico, tal como se muestra en la figura 5.4.

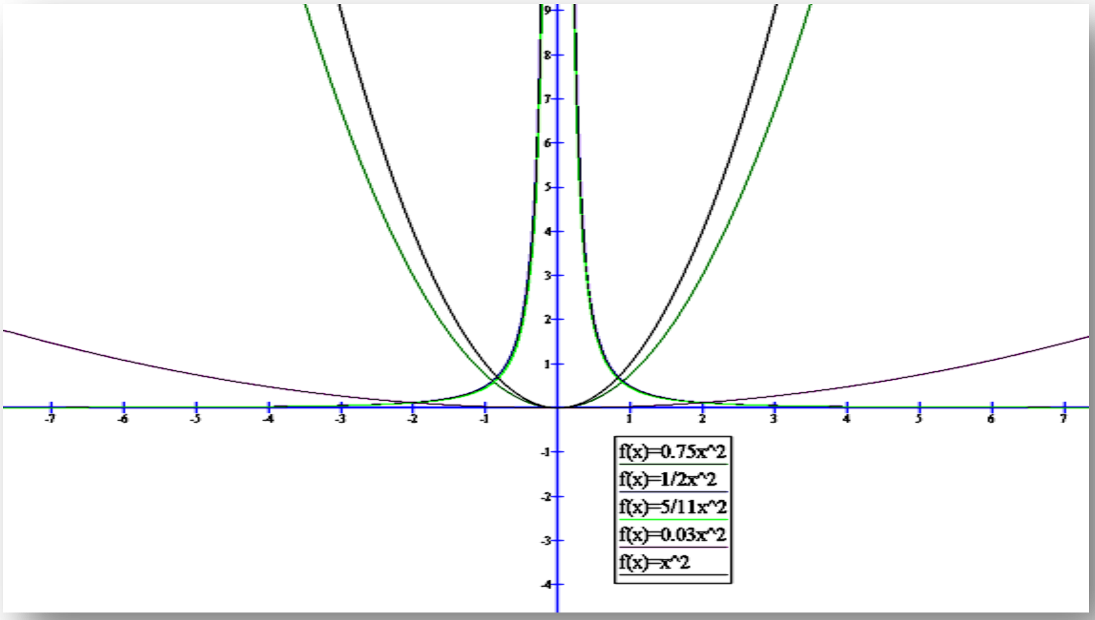


Figura 5. 4 ***Ilustración de graficas realizadas de manera incorrecta por los grupos de trabajo sobre el conjunto A.***

Este tipo de gráficas hizo que algunos grupos debatieran conceptos que no se podrían profundizar obteniendo hipótesis como:

a) Las gráficas que contiene fracciones en el coeficiente numérico siempre se dividen en dos curvas.
b) Ambas curvas llegan hasta el número 2 positivo y 2 negativo.
c) No tienen ninguna relación las funciones que contienen fracciones con las otras.

Nosotros, como profesores, guiando el trabajo de los grupos, les hicimos saber que la función tabulada en el procesador gráfico *Graph* no era la correcta y se les enseño a escribirla correctamente, así trabajaron la actividad de forma correcta.

Por otro lado, grupos que graficaron correctamente las cuatro funciones propuestas formularon las siguientes hipótesis respecto a las gráficas dibujadas en *Graph*, como muestra la figura 5.5.

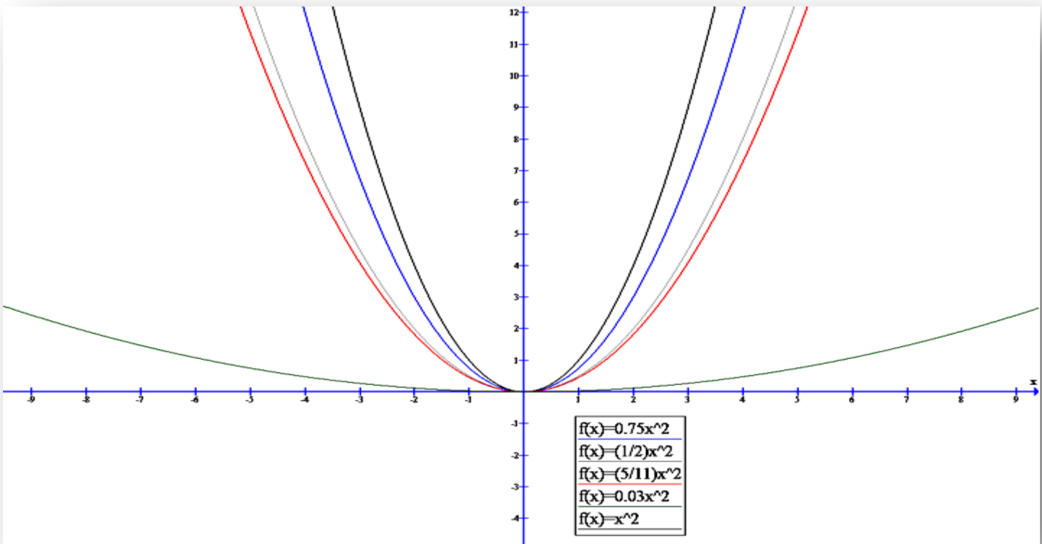


Figura 5. 5 ***Ilustración de graficas realizadas correctamente por los grupos de trabajo sobre el conjunto A.***

a) Se están dilatando (expandiéndose hacia los lados).

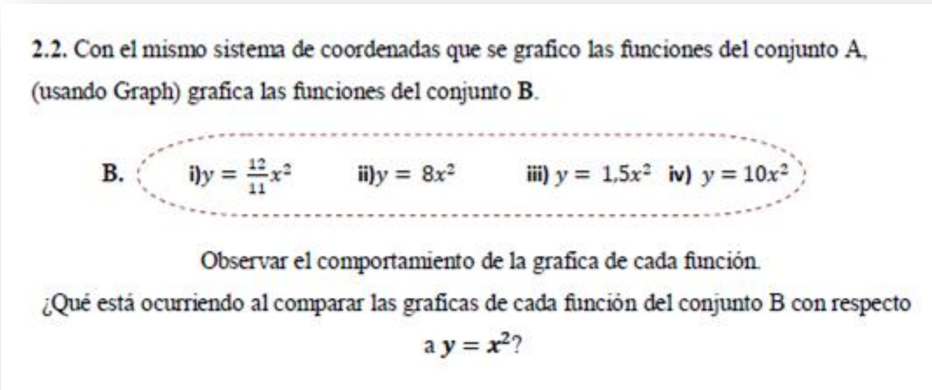
b) Se fueron agrandando (dilatando).

c) Se van dilatando.

d) Se expanden.

Las respuestas a la pregunta, ¿Qué está ocurriendo al comparar las gráficas de cada función del A con respecto a $y = x^2$? son concisas y de poca valides viéndolo en términos matemáticos, ya que no están relacionando lo que ocurre con la gráfica de la función cuadrática con respecto a su coeficiente, así, la validez de sus hipótesis fueron recatadas y precisas.

2.2. Con el mismo sistema de coordenadas que se graficó las funciones del conjunto A, (usando *Graph*) grafica las funciones del conjunto B.



2.2. Con el mismo sistema de coordenadas que se grafico las funciones del conjunto A, (usando Graph) grafica las funciones del conjunto **B**.

B. **i)** $y = \frac{12}{11}x^2$ **ii)** $y = 8x^2$ **iii)** $y = 1{,}5x^2$ **iv)** $y = 10x^2$

Observar el comportamiento de la grafica de cada función.

¿Qué está ocurriendo al comparar las graficas de cada función del conjunto B con respecto a $\boldsymbol{y = x^2}$?

Figura 5. 6 ***Ilustración del ejercicio 2.2 de la primera guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es observar y comparar el comportamiento de la gráfica de cada función cuadrática dadas en el conjunto B, respecto a la función principal $y = x^2$.

Los grupos, luego de haberles enseñado en el ejercicio anterior, graficaron correctamente las cuatro funciones propuestas formulando las siguientes hipótesis respecto a las gráficas dibujadas en *Graph*, como muestra la figura 5.7.

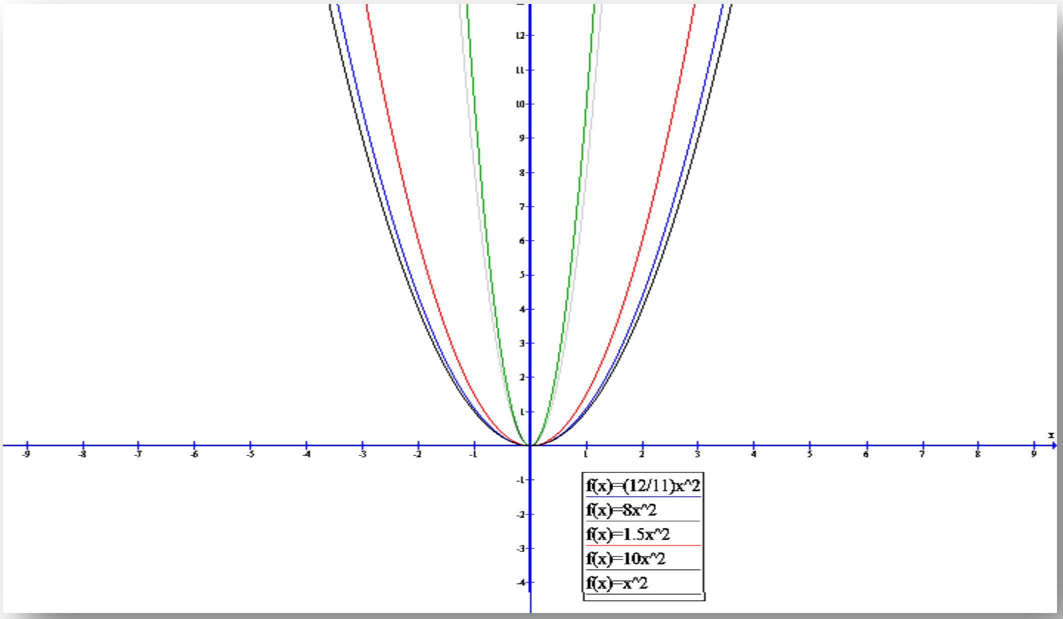


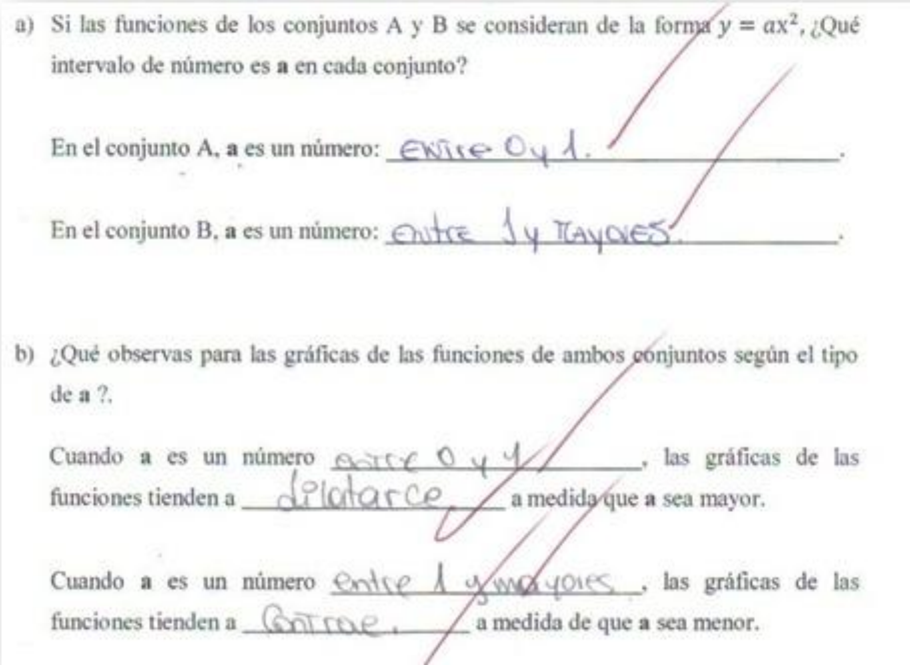
Figura 5. 7 ***Ilustración de graficas realizadas correctamente por los grupos de trabajo sobre el conjunto B.***

Las hipótesis aquí planteadas por los grupos son las siguientes:

a) Se van contrayendo.
b) Se contrae.
c) Se van cerrando.
d) Se achica

Al igual que en el ejercicio anterior, las respuestas a la pregunta, ¿Qué está ocurriendo al comparar las gráficas de cada función de B con respecto a $y = x^2$? son concisas y de poca valides viéndolo en términos matemáticos, ya que no están relacionando lo que ocurre con la gráfica de la función cuadrática con respecto a su coeficiente, así, la validez de sus hipótesis fueron recatadas y precisas.

2.3 Complete las siguientes afirmaciones, de acuerdo a lo desarrollado en las preguntas anteriores.


a) Si las funciones de los conjuntos A y B se consideran de la forma $y = ax^2$, ¿Qué intervalo de número es **a** en cada conjunto?

En el conjunto A, **a** es un número: Entre 0 y 1.

En el conjunto B, **a** es un número: entre 1 y mayores.

b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de **a** ?.

Cuando **a** es un número entre 0 y 1, las gráficas de las funciones tienden a dilatarce a medida que **a** sea mayor.

Cuando **a** es un número entre 1 y mayores, las gráficas de las funciones tienden a contrae. a medida de que **a** sea menor.

Figura 5. 8 ***Respuesta que realizo un grupo sobre el ejercicio 2.3 de la primera guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es determinar el intervalo numérico del coeficiente “$\boldsymbol{a}$”, en las funciones propuestas en los conjuntos A y B, a su vez determinar cuando ocurre una dilatación o contracción de las gráficas, además de reforzar los conceptos de la función cuadrática en las preguntas anteriores.

Una vez realizadas las gráficas de ambos conjuntos A y B en *Graph*, los grupos formularon hipótesis, las cuales se mencionan a continuación:

1. Las respuestas de la pregunta ***“a”*** fueron las siguientes:

En el conjunto A, $\boldsymbol{a}$ es un número: ___________________________

Respuestas:

a) menor a 1, pero positivo

b) entre 0 y 1

c) mayores que 0, menores que 1

d) *Menor a 1*

En el conjunto B, ***a*** es un número: ___________________________

Respuestas:

a) mayores a 1

b) Del 1 a un número mayor

2. Las respuestas de la pregunta ***"b"*** fueron las siguientes:

Cuando ***a*** es un número ________________, las gráficas de las funciones tienden a __________________ a medida que ***a*** sea mayor.

Respuestas:

a) entre 0 y 1; dilatarse.

b) Mayores que 0 y menores que 1; expandirse.

c) Mayor que 0 y menor que 1; dilatarse.

d) Mayor que 0 y menor que 1; abrirse.

e) Menor; abrirse.

Cuando ***a*** es un número _______________, las gráficas de las funciones tienden a _________________ a medida de que ***a*** sea menor.

Respuestas:

a) 1 y mayores; contraerse.

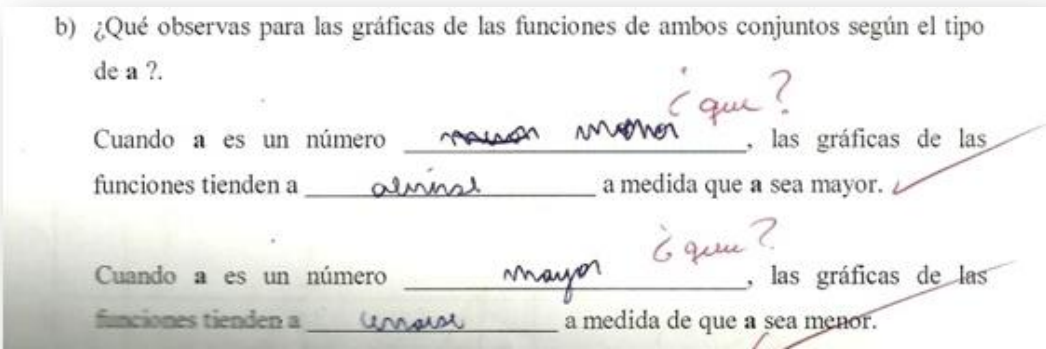
b) Mayores que 1; contraerse.

c) Mayor que 1; achicarse.

d) Mayor que 1; cerrarse.

e) Mayor; achicarse.

Estas respuestas debieron ser validadas por sus pares para luego exponer sus argumentos. Cabe destacar que hubo un grupo que no logro el objetivo, es decir no consiguieron relacionar correctamente los valores de $\boldsymbol{a}$ con respecto a la contracción y dilatación de la gráfica de la función $y = ax^2$. Una de las causas posibles corresponde a un concepto erróneo que tenían algunos estudiantes sobre los conjuntos numéricos, específicamente las fracciones (no sabían el valor de la fracción). También se observó que los estudiantes, no sabían trabajar con intervalos (figura 5.9), lo que dificultó el trabajo al contestar las preguntas y aun que no sean de la forma más apropiada notamos que entienden el concepto, pero no saben expresarlo de la forma adecuada.

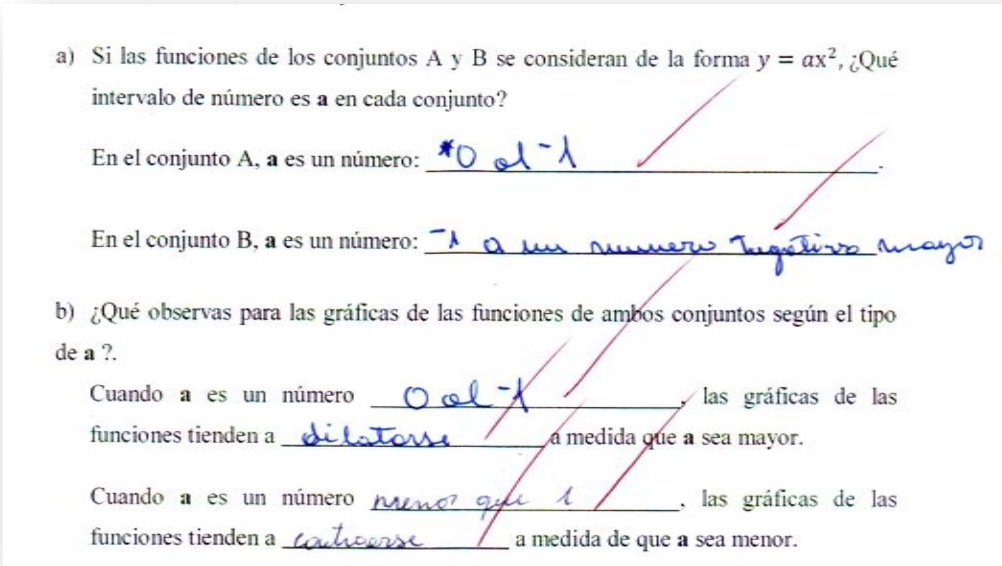

b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de **a** ?.

Cuando **a** es un número ________ menor ¿que?, las gráficas de las funciones tienden a ________ a medida que **a** sea mayor.

Cuando **a** es un número ____mayor ¿que?____, las gráficas de las funciones tienden a ________ a medida de que **a** sea menor.

Figura 5. 9 ***Respuesta que realizo un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2.3 (b) de la primera guía de actividades.***

2.4 Utilizando los mismo conjuntos, A y B, pero ahora con los números negativos, grafica, utilizando *Graph*, y compara su comportamiento.



a) Si las funciones de los conjuntos A y B se consideran de la forma $y = ax^2$, ¿Qué intervalo de número es **a** en cada conjunto?

En el conjunto A, **a** es un número: *0 al -1

En el conjunto B, **a** es un número: -1 a un numero negativo mayor

b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de **a** ?.

Cuando **a** es un número 0 al -1, las gráficas de las funciones tienden a dilatarse a medida que **a** sea mayor.

Cuando **a** es un número menor que 1, las gráficas de las funciones tienden a contraerse a medida de que **a** sea menor.

Figura 5. 10 ***Respuesta que realizo un grupo de trabajo sobre ejercicio 2.4 de la primera guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es determinar el intervalo numérico del coeficiente "$\boldsymbol{a}$", en las funciones propuestas en los conjuntos A y B, a su vez determinar cuando ocurre una dilatación o contracción de las gráficas, además de reforzar los conceptos de la función cuadrática en las preguntas anteriores.

Una vez realizadas las gráficas de ambos conjuntos A y B en *Graph*, los grupos formularon hipótesis y a debatir estas, las cuales se mencionan a continuación:

1. Las respuestas de la pregunta ***"a"*** fueron las siguientes:

En el conjunto A, $\boldsymbol{a}$ es un número: ________________________

a) 0 al -1

b) Menores que 0 y mayores que -1

c) Se vas abriendo para abajo.

En el conjunto B, ***a*** es un número: ______________________

Respuestas:

a) desde -1 y menores del -1

b) -1 a un número negativo menor

c) Menores al -1

d) Mayores que el -1

2. Las respuestas de la pregunta ***“b”*** fueron las siguientes:

Cuando ***a*** es un número _______________, las gráficas de las funciones tienden a _________________ a medida que ***a*** sea mayor.

Respuestas:

a) entre 0 y - 1; dilatarse.

b) Entre 0 y -1; se expande.

c) Menores que 0 y mayores que -1; expandirse.

d) Mayor que -1; cerrar.

e) Menores que -1, dilatarse.

Cuando ***a*** es un número ______________, las gráficas de las funciones tienden a ________________ a medida de que ***a*** sea menor.

Respuestas:

a) -1 y menores; contraerse.

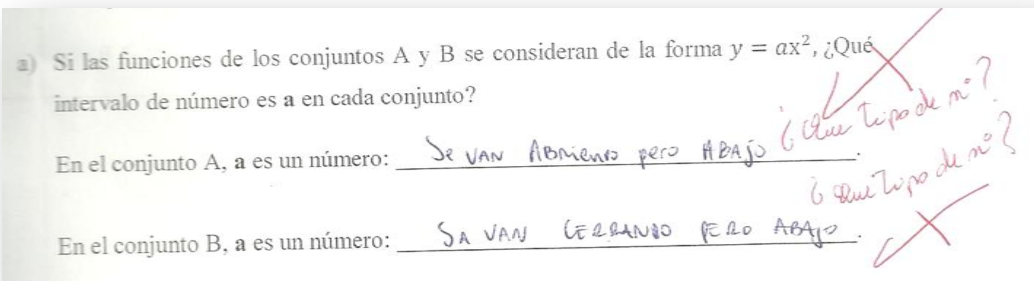
b) Menores que -1; contraerse.

c) entre -1 y menores que -1; se contrae.

d) Menores que -1; expandirse.

e) Entre -1 y 0; contraerse.

La mayoría de los grupos lograron relacionar el coeficiente de x^2 con la contracción y dilatación de la gráfica de la función cuadrática, logrando complementar mejor sus hipótesis, así como podemos destacar a dos grupos que no lograron el objetivo de esta pregunta, contestando de manera errada, (figuras 5.11 y 5.12). Esto se puede deber a que los alumnos no tienen conocimientos de la recta numérica, de números negativos o de intervalos.

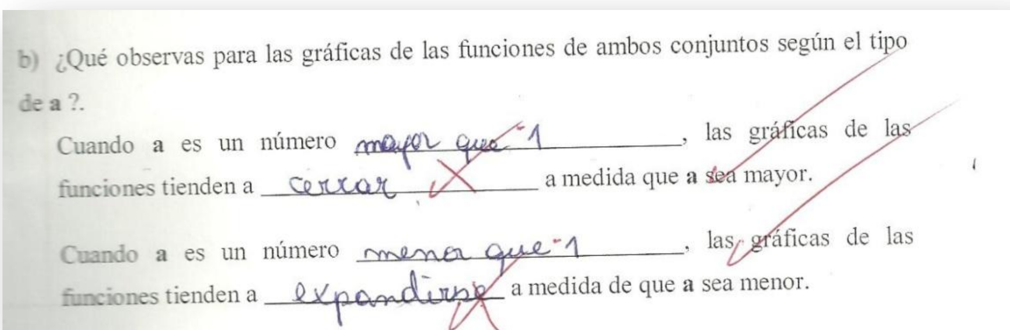


a) Si las funciones de los conjuntos A y B se consideran de la forma $y = ax^2$, ¿Qué intervalo de número es **a** en cada conjunto?

En el conjunto A, **a** es un número: SE VAN ABRIENDO PERO ABAJO. ¿Que tipo de nº?

En el conjunto B, **a** es un número: SA VAN CERRANDO PERO ABAJO. ¿Que tipo de nº?

Figura 5. 11 ***Respuestas incorrecta realizada por un grupo de trabajo sobre la pregunta 2.4 (a) de la primera guía de actividades.***



b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de **a** ?.

Cuando **a** es un número mayor que -1, las gráficas de las funciones tienden a cerrar a medida que **a** sea mayor.

Cuando **a** es un número menor que -1, las gráficas de las funciones tienden a expandirse a medida de que **a** sea menor.

Figura 5. 12 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2.4 (b) de la primera guía de actividades.***

3. Considerando una función de la forma $y = ax^2$, describe el comportamiento de las gráficas de las funciones, considerando diversos valores para $\boldsymbol{a}$.

3.1 Dibujar y explicar el tipo de gráfica resultante según el valor de $\boldsymbol{a}$. *(Vea figura 5.13)*

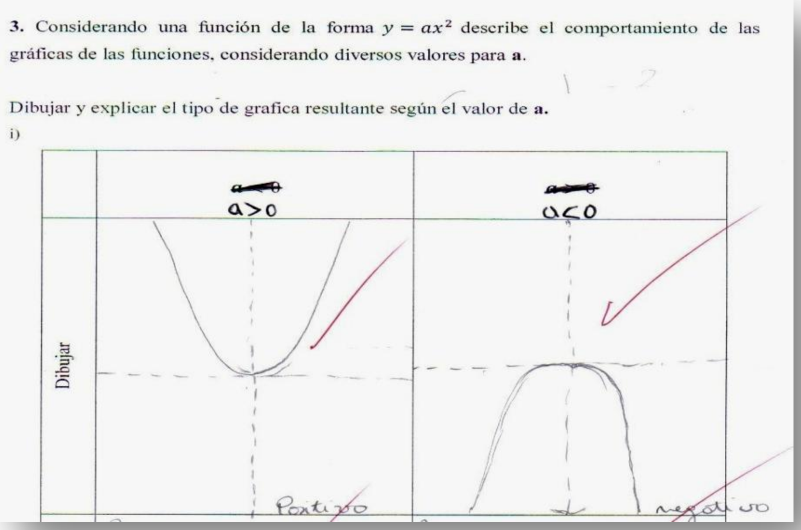


Figura 5. 13 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 3.1 de la primera guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es dibujar la gráfica respectiva para cuando el coeficiente numérico a es mayor que cero y cuando es menor que cero.

Luego de haber trabajado en los ejercicios de la actividad con el procesador gráfico *Graph* y de haber comparado las diferentes funciones propuestas, con los diferentes valores del coeficiente de x^2, las hipótesis a esta pregunta, obtenidas por los grupos de estudiantes, fueron las siguientes:

a) *La gráfica de la función es abierta hacia abajo porque* $\boldsymbol{a}$ *es negativo.*
b) *La gráfica de la función es abierta hacia arriba porque* $\boldsymbol{a}$ *es positivo.*
c) *El coeficiente es mayor que cero, por lo que la gráfica de las funciones van abierta hacia arriba.*

d) *El coeficiente es menor que cero, por lo que la gráfica de las funciones van abierta hacia abajo.*

e) *Omitida*

Los grupos en general lograron el objetivo sin problema (figura 5.14), todos los grupos dibujaron correctamente la gráfica de la función correspondiente con su debida explicación, salvo un grupo que omitió la explicación para cuando $\boldsymbol{a}$ es menor que cero.

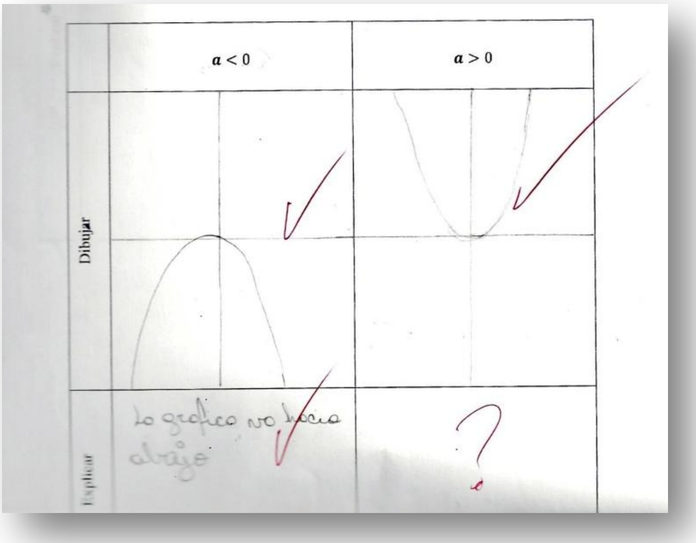


Figura 5. 14 ***Respuesta realizada por un grupo trabajo sobre el ejercicio 3.1 de la primera guía de actividades***

3.2 A modo de resumen, el último ejercicio de la actividad consiste en dibujar y explicar el tipo de gráfica resultante según el valor de $\boldsymbol{a}$.

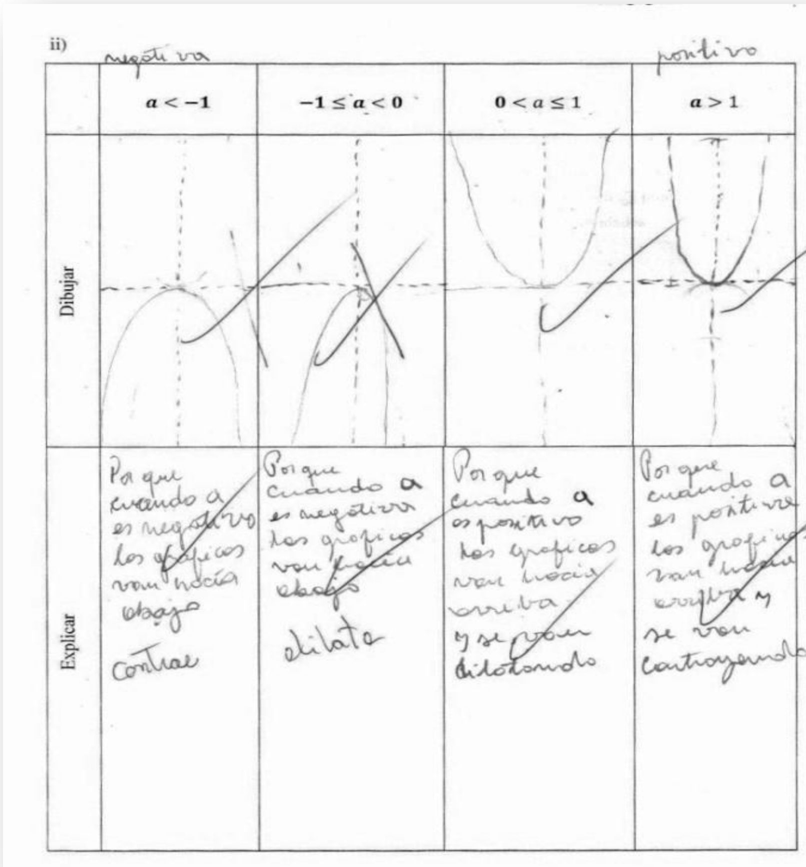


Figura 5. 15 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 3 (ii) de la primera guía de actividades.***

El objetivo del ítem final es generalizar y conceptualizar lo visto, realizado en los ejercicios anteriores, determinando la contracción y dilatación respetiva.

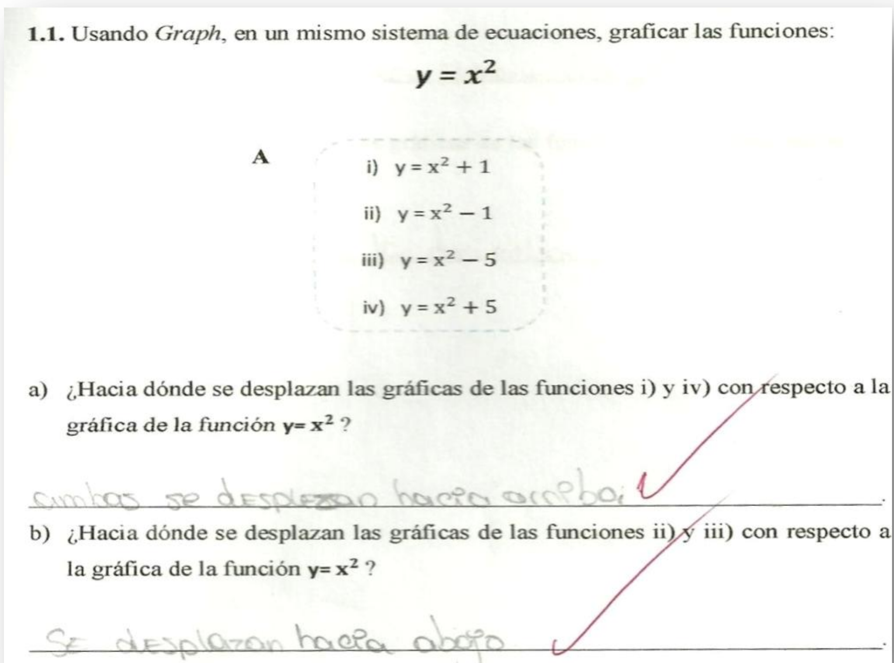
A modo de conclusión, la mayoría de los grupos, lograron los objetivos de la actividad, obteniendo respuestas correctas en cuanto a la concavidad, dilatación y contracción de la gráfica de la función cuadrática $y = ax^2$, $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{R} - \{\boldsymbol{0}\}$ **.**

Una observación a destacar, son los registros que ocuparon los alumnos para contestar las preguntas. Al estudiar las respuestas del ejercicio 2.3 y 3.2 (se muestra en la figura 5.8) se puede observar que gran parte de los grupos contestaron el ejercicio 2.3 (a) y (b) de forma correcta, en un lenguaje natural, mientras que en el ejercicio 3.2 (ii) (se muestra en la figura 5.15) se les da intervalos y ellos no lograron interpretar, debido a la baja abstracción matemática de los estudiantes.

Guía de Actividad número dos. (Descrita en el Apéndice B)

1. Sea la función cuadrática $y = ax^2$

1.1 Usando *Graph*, en un mismo sistema de coordenadas, graficar las siguientes funciones:



1.1. Usando *Graph*, en un mismo sistema de ecuaciones, graficar las funciones:

$$y = x^2$$

A

i) $y = x^2 + 1$

ii) $y = x^2 - 1$

iii) $y = x^2 - 5$

iv) $y = x^2 + 5$

a) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de la función $y = x^2$?

ambas se desplazan hacia arriba

b) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de la función $y = x^2$?

Se desplazan hacia abajo

Figura 5. 16 Resultados realizados por un grupo trabajo sobre el ejercicio 1.1 de la segunda guía de actividades.

El objetivo de este ítem es observar y comparar el comportamiento de la gráfica de cada función cuadrática dadas en el conjunto A, respecto a la función principal $y = x^2$ e identificar el sentido y dirección de la traslación de una función cuadrática a partir del parámetro sumado.

El planteamiento de estas funciones en *Graph* (figura 5.16) logró en los grupos a obtener una mejor recepción y visualización de las graficas para formular hipótesis como las siguientes:

a) ¿Hacía donde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de las función $y = x^2$?

   Respuestas:

   a) Ambas se desplazan hacia arriba.

   b) Se movieron hacia arriba.

b) ¿Hacía donde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de las función $y = x^2$?

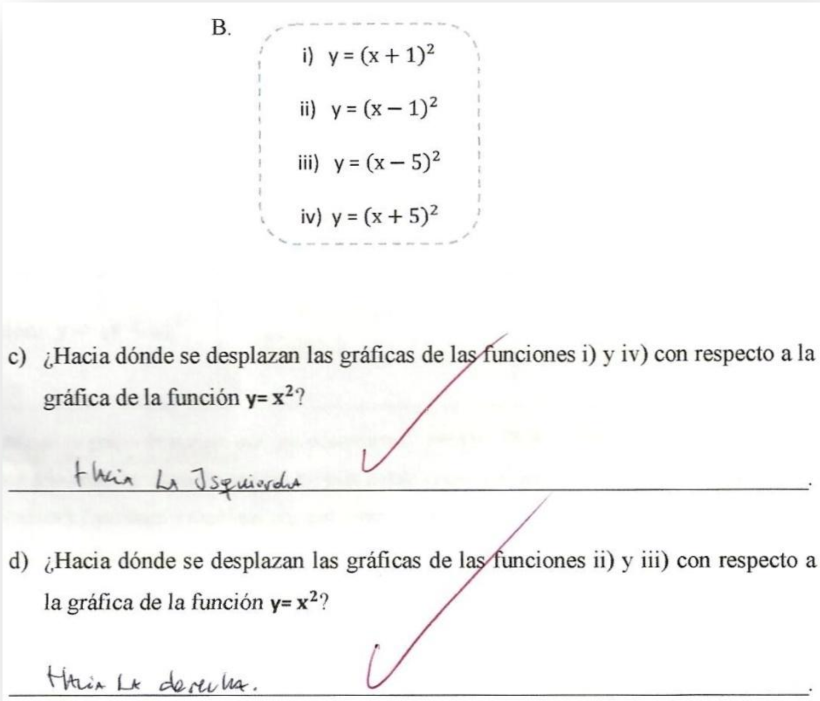
   Respuestas:

   a) Ambas se desplazan hacia abajo.

   b) Se movieron hacia abajo.

Cada grupo concreto de manera exitosa las distintas funciones planteadas en el conjunto A, argumentando las hipótesis respecto al parámetro “b” cuando es positivo y cuando es negativo y su respectivo desplazamiento de la función cuadrática.

1.2 Usando *Graph*, en un mismo sistema de coordenadas, graficar las siguientes funciones:


B.

i) $y = (x + 1)^2$

ii) $y = (x - 1)^2$

iii) $y = (x - 5)^2$

iv) $y = (x + 5)^2$

c) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

Hacia La Isquierda

d) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

Hacia La derecha.

Figura 5. 17 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 1.2 de la segunda guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es observar y comparar el comportamiento de la gráfica de cada función cuadrática dadas en el conjunto B, respecto a la función principal $y = ax^2$ e identificar el sentido y dirección de la traslación de una función cuadrática a partir del parámetro sumado.

Aquí, se presenta la misma situación que la pregunta anterior, entregamos un conjunto B (Vea figura 5.17) con funciones cuadráticas, pero esta vez son funciones cuadráticas conocidas como cuadrado del binomio. Cabe mencionar que todos los grupos contestaron de manera correcta, formulando las siguientes hipótesis:

c) ¿Hacía donde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de las función $y = x^2$?

Respuestas:

a) Ambas se desplazan hacia la izquierda.

b) Se movieron hacia izquierda.

c) Hacia el lado izquierdo (negativo).

d) ¿Hacía donde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de las función $y = x^2$?

Respuestas:

a) Ambas se desplazan hacia derecha.

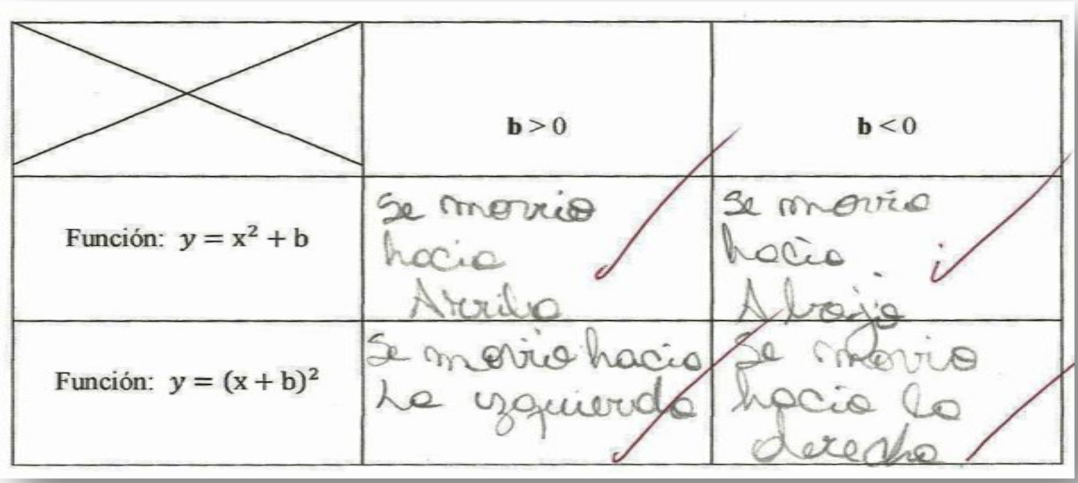
b) Se movieron hacia derecha.

c) Hacia el lado derecho (positivo).

Los resultados fueron bastante favorables, no existe ninguna respuesta errónea, por ende, se deduce que el trabajo con el procesador gráfico *Graph* se llevó a cabo con una gran eficacia, defendiendo sus posturas con seguridad y entusiasmo.

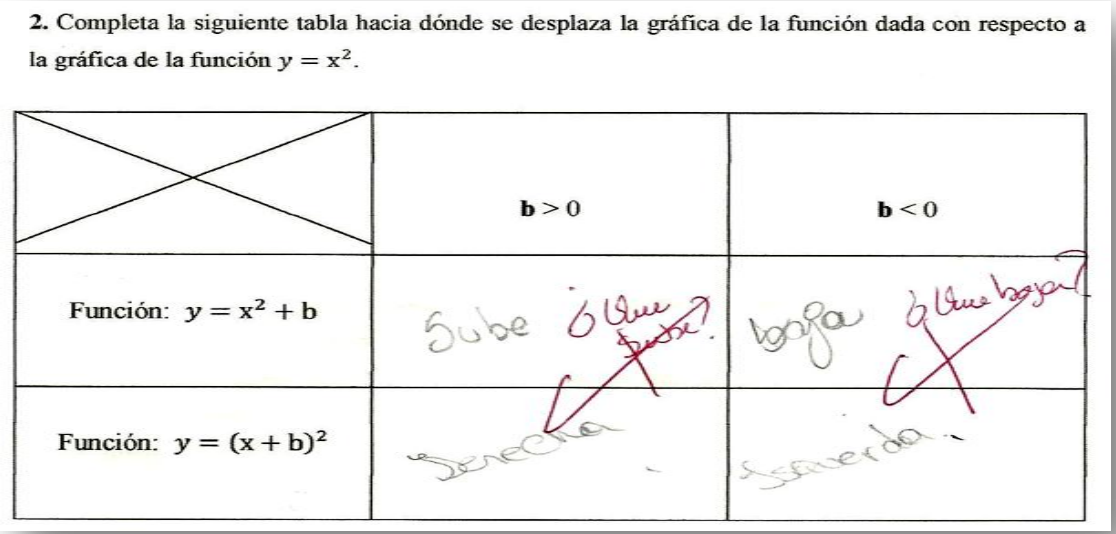
2. a) Completa la siguiente tabla hacia dónde se desplaza la gráfica de la función dada con respecto a la gráfica de la función $y = x^2$.

Mediante las gráficas de los problemas anteriores, los alumnos debieron concretar de manera abstracta los recuadros logrando conceptualizar el parámetro "**b**" para los distintos casos, trabajando las mismas hipótesis ya planteadas y argumentando cuando se desplaza hacia arriba y hacia abajo.



	b > 0	b < 0
Función: $y = x^2 + b$	Se movio hacia Arriba	Se movio hacia Abajo
Función: $y = (x + b)^2$	Se movio hacia la izquierda	Se movio hacia la derecha

Figura 5. 18 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2 (a) de la segunda guía de actividades.***

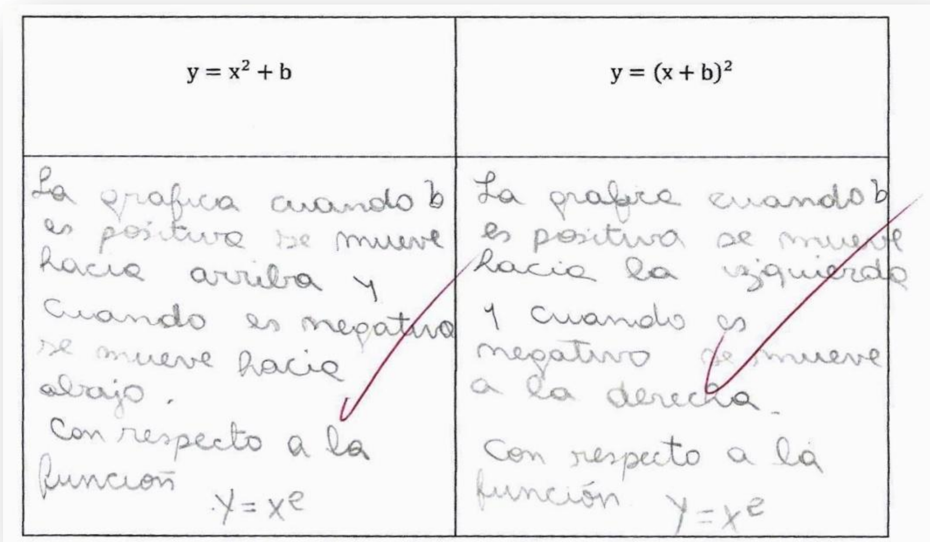


2. Completa la siguiente tabla hacia dónde se desplaza la gráfica de la función dada con respecto a la gráfica de la función $y = x^2$.

	b > 0	b < 0
Función: $y = x^2 + b$	Sube ¿Que parte?	baja ¿Que baja?
Función: $y = (x + b)^2$	derecha	izquierda.

Figura 5. 19 ***Respuesta realizadas por un grupo de trabajo cobre el ejercicio 2 (a) de la segunda guía de actividades.***

b) En base a lo anterior, describe con tus propias palabras que rol matemático juegan el parámetro **b** en las siguientes funciones.



$y = x^2 + b$	$y = (x + b)^2$
La grafica cuando b es positiva se mueve hacia arriba y cuando es negativa se mueve hacia abajo. Con respecto a la función $y = x^2$	La grafica cuando b es positiva se mueve hacia la izquierda y cuando es negativo se mueve a la derecha. Con respecto a la función $y = x^2$

Figura 5. 20 ***Respuesta realizada de forma correcta por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2 (b)de la segunda guía de actividades.***

El objetivo de este ítem es determinar y explicar el sentido y dirección de la traslación de una función cuadrática a partir del parámetro sumado.

En la parte b de la pregunta 2, se les pide explicar que ocurre con las gráficas de manera concreta y abstracta, concluyendo un aprendizaje significativo y valido, donde la mayoría de los grupos contestaron de manera satisfactoria, concluyendo hipótesis como las siguientes:

a) Para la función $y = x^2 + b$, cuando b es mayor que cero la gráfica se traslada hacia arriba y cuando b es menor que cero la gráfica se traslada hacia abajo.

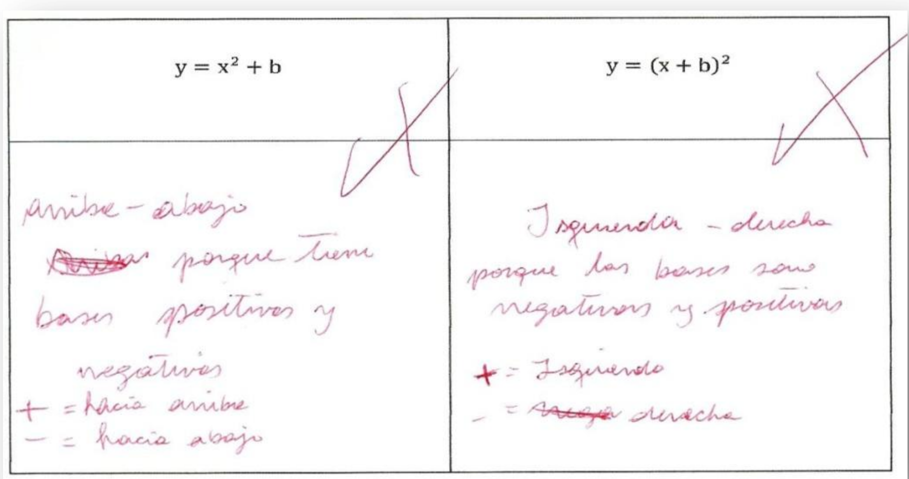
b) Para la función $y = x^2 + b$, la gráfica se mueve hacia arriba cuando b es positivo y cuando es negativo se mueve hacia abajo, con respecto a la función $y = x^2$.

c) Para la función $y = (x + b)^2$, cuando b es mayor que cero la gráfica se traslada hacia el lado izquierdo (valores negativos del eje x) y cuando b es menor que cero se traslada hacia el lado derecho (valores positivos del eje x).

d) Para la función $y = (x + b)^2$, la gráfica se mueve hacia la izquierda cuando b es positivo y cuando es negativo se traslada hacia la derecha.

La clase se concluye con un pequeño debate entre los grupos, corrigiendo errores, aclarando dudas e institucionalizando los conceptos vistos en la actividad.

Cabe resaltar que prácticamente todos los grupos (6 en total), contestaron correctamente la totalidad de la actividad. Lo que permite concluir que los estudiantes lograron comprender el desplazamiento del conjunto de las funciones cuadráticas de la forma $y = x^2 + b$ e $y = (x + b)^2$ con respecto a los valores que toma el parámetro b. Sin embargo, es importante resaltar que en el ejercicio 2 (b), los estudiantes contestaron correctamente, pero con deficiencias en especificar detalles en lenguaje matemático (figura 5.21), es decir, comprenden hacia donde se desplaza las gráficas de la función cuadrática, pero no logran expresarlo en un lenguaje natural.



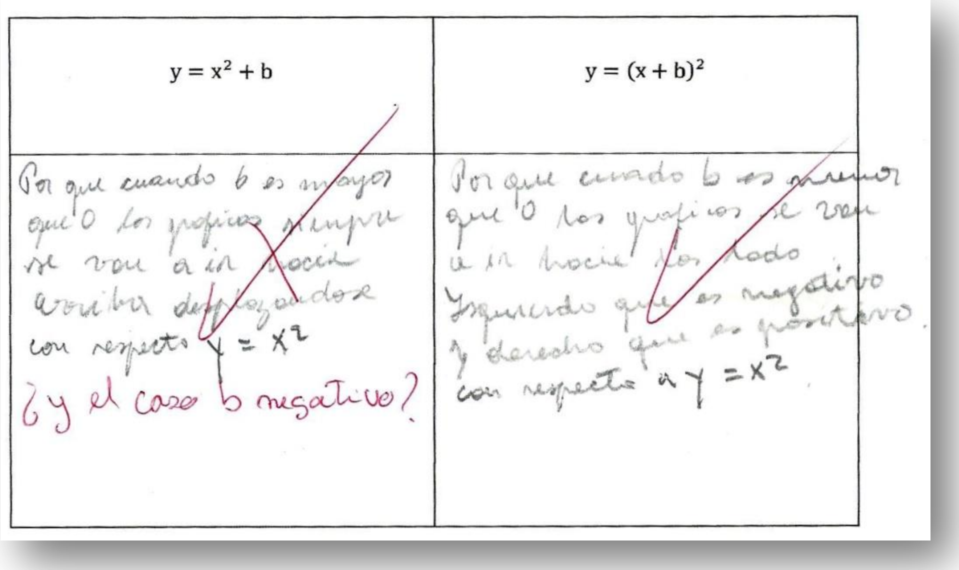
$y = x^2 + b$	$y = (x + b)^2$
arriba - abajo porque tiene bases positivos y negativos + = hacia arriba − = hacia abajo	Izquierda - derecha porque las bases son negativos y positivas + = Izquierda − = derecha

Figura 5. 21 ***Respuesta realizada de forma incorrecta por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2(b) de la segunda guía de actividades.***

$y = x^2 + b$	$y = (x + b)^2$
Arriba-Abajo Porque tiene casos positivos y negativos. + : hacia arriba - : Hacia abajo	***Izquierda-derecha*** Porque las bases son negativas y positivas. + : izquierda - : derecha

Figura 5. 22 ***Ilustración de la figura 5.21.***

Como también encontramos grupos que solo contestaron cuando b es positivo, olvidando escribir que ocurre cuando este es negativo (figura 5. 23).



$y = x^2 + b$	$y = (x + b)^2$
Por que cuando b es mayor que 0 los graficos siempre se van a ir hacia arriba desplazandose con respecto $y = x^2$ ¿y el caso b negativo?	Por que cuando b es menor que 0 los graficos se van a ir hacia los lado Izquierdo que es negativo y derecho que es positivo con respecto a $y = x^2$

Figura 5. 23 ***Respuesta realizada por un grupo de trabajo sobre el ejercicio 2(b) de la segunda guías de actividades.***

Al finalizar la actividad, para institucionalizar los conceptos vistos, se hace un pequeño debate con los estudiantes, donde se recalcan los errores cometidos por ellos y aclarar sus dudas, logrando los objetivos propuestos en el tiempo correspondiente.

Para ejercitar, en las clases siguientes, lo estudiantes desarrollaron guías de ejercicios, con el fin de que el estudiante interiorice lo aprendido con respecto a la función cuadrática, y relacione estos conceptos en distintos registros semióticos.

Tomando en cuenta los resultados de dicha aplicación, se observó que el uso del procesador gráfico *Graph*, fue una herramienta simple de manipular para los estudiantes, que no conllevó problemas en su uso, lo que favoreció el continuo desarrollo de las actividades. Por otro lado, un grupo de trabajo no resolvió correctamente una parte de las actividades. De todas modos, los errores presentados por dicho grupo de trabajo y las dudas presentadas por el resto del curso se corrigieron en el cierre de cada actividad, ya que en ese momento se hicieron presentes los errores más frecuentes que se cometieron en el desarrollo de esta, donde se colocó mayor énfasis en el cuidado y precaución de no volver a cometer.

Según lo observado en las clases en que se llevó a cabo la presente investigación, se puede concluir que la propuesta didáctica diseñada contribuyó para lograr los aprendizajes esperados para cada una de las clases. Lo anterior se puede sostener en base a que los estudiantes pudieron realizar cada una de las etapas de la secuencia didáctica adoptada sin mayor dificultad, en cuanto al procesador gráfico *Graph* resultó ser una herramienta de fácil manipulación y ayuda, en cada uno de los ejercicios propuestos, permitiendo a los estudiantes la visualización de los contenidos tratados, para su posterior construcción de hipótesis en base a ello. Otro aspecto positivo que presentó la aplicación de esta propuesta didáctica, fue el fomentar una mayor participación de todos los estudiantes a la realización de las actividades propuestas, esto se debe a que los estudiantes comprendían la materia, lo que los estimulaba a trabajar.

Respecto a lo anterior, se puede inferir que los estudiantes tuvieron dificultad para concluir e indicar que para $-1 \leq a < 0$ la gráfica de la función se dilata y para $a < -1$ se contrae con respecto a la función $f(x) = ax^2$ y así también para los intervalos $0 \leq a < 1$ y $a > 1$. Esto puede ocurrir debido a que los grupos de trabajo poseían un bajo nivel en cuanto a los números racionales y además, no sabían trabajar con intervalos, por lo cual, al traspasar las conclusiones al registro de intervalos cometieron errores.

5.5 Recurso Tecnológico Implementado

La investigación debió contar con un medio tecnológico el cual fue relevante para el desarrollo de ésta, hacemos mención al procesador gráfico *Graph*, una herramienta de fácil uso y además gratuita con la finalidad de ser implementada y usada tanto por estudiantes como por docentes.

5.5.1 Procesador Gráfico *Graph*

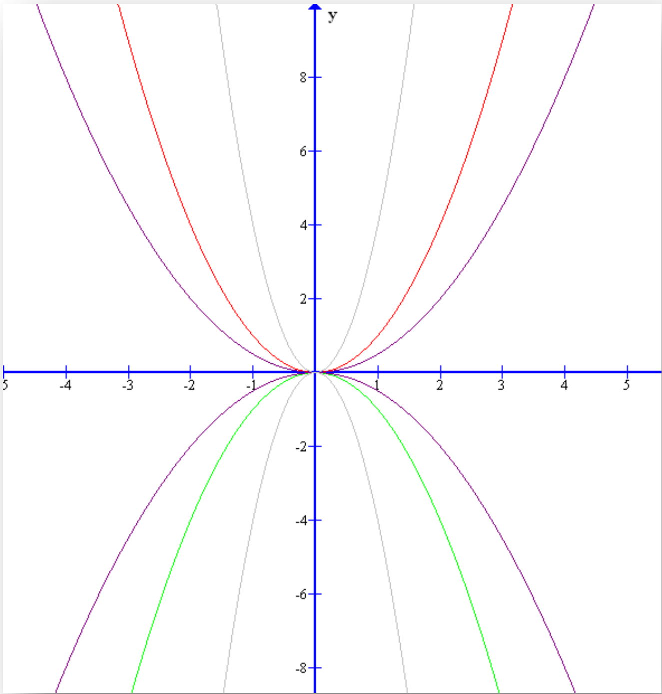
El procesador gráfico, *Graph*, se utilizó prácticamente en todas las fases de la propuesta didáctica estructurada. Este recurso tecnológico se utilizó para la realización de los gráficos de las funciones cuadráticas, visualizando y estudiando todos los conceptos matemáticos implícitos en las propuestas. La funcionalidad, utilidad y comandos del procesador gráfico se detallan en el Apéndice A.

Con el uso de este procesador, los estudiantes pudieron graficar las distintas funciones cuadráticas, para dar respuestas a las diferentes actividades propuestas, teniendo la ventaja de poder diferenciar y distinguir las diversas gráficas en un mismo sistema coordenado, interiorizando los conceptos, signos y traslaciones de éstas. A partir de este procesador lograron entender el comportamiento de gráficas, tales como $f(x) = ax^2$ para cualquier valor real de a distinto de 0, $f(x) = ax^2 + c$ donde a y c son valores reales con a y c distinto de 0, y $f(x) = (x + c)^2$ donde también *c* es un valor real distinto de 0.

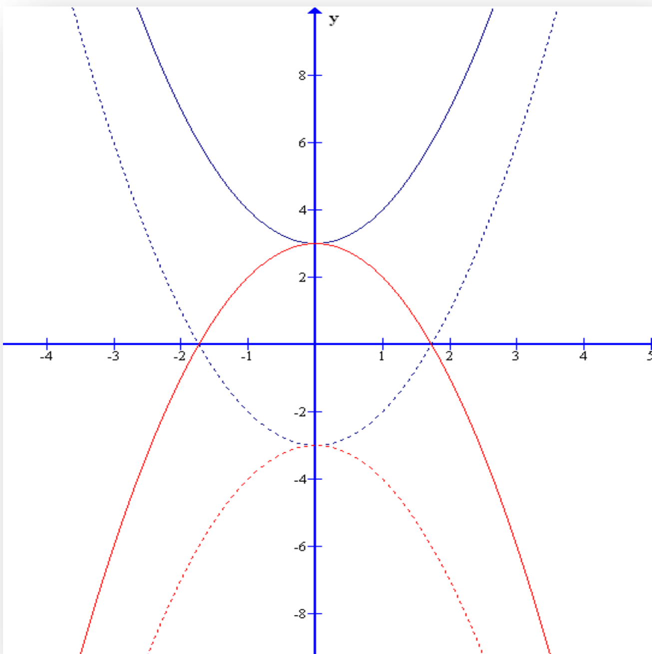
En una primera etapa, los estudiantes podrán esbozar las gráficas (tal como se ilustra en la figura 5.24 (a)) con el valor de a en los reales, distinto de 0, logrando visualizar y deducir las distintas situaciones, comprendiendo la concavidad de cada gráfico.

En la segunda etapa, la traslación con respecto a la función $f(x) = ax^2 + c$ en el eje Y, es de importancia debido a que no solo hay que identificar su concavidad sino interpretar y representar el coeficiente *c* en los reales distinto de 0, ya que este término define la traslación de ésta en el plano cartesiano (ver figura 5.24 (b)).

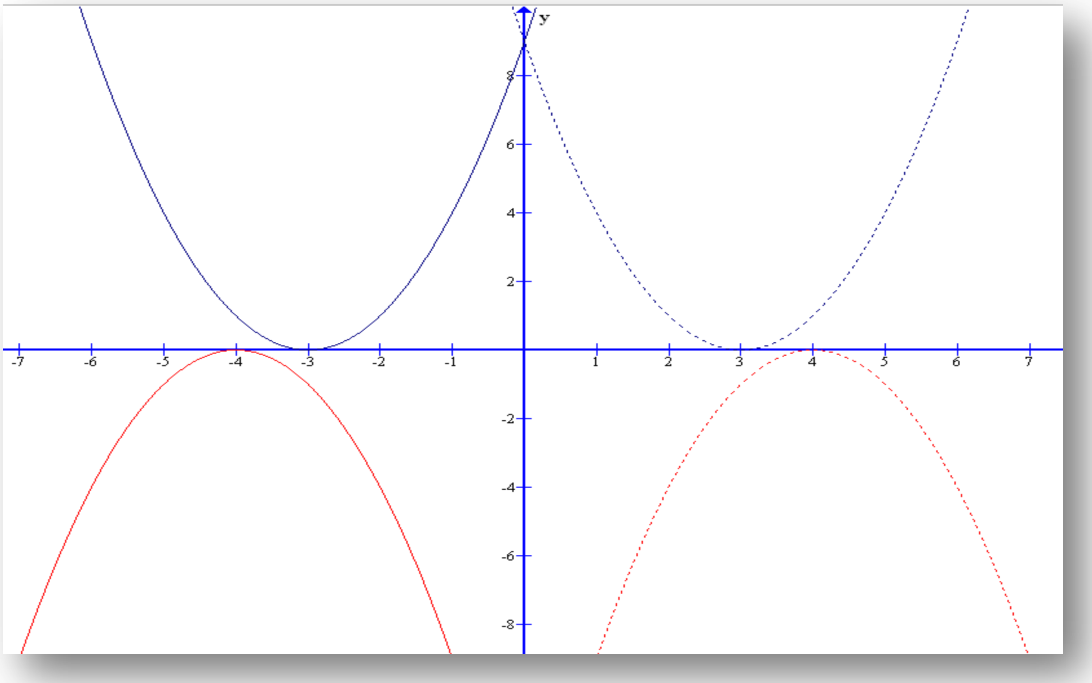
Y, por último, en la tercera etapa (ver figura 5.24 (c)), se hace referencia a la traslación con respecto a la función $f(x) = (x + c)^2$, donde el alumno puede analizar y visualizar el movimiento con respecto al eje X, valorando el coeficiente **c** en los reales, distinto de 0, además de lograr interpretar la concavidad de este caso.



(a)



(b)



(c)

Figura 5. 24 ***Gráficas de funciones Cuadráticas elaboradas por el procesador gráfico Graph.***

Capítulo 6

Análisis de Datos

En este capítulo se señalará el plan de análisis desarrollado, la prueba de Normalidad, la prueba de U Mann-Whitney, el análisis de rendimiento de la Pre y Post-Test y el análisis de las encuestas realizadas.

6.1 Plan de análisis de datos

En una primera instancia se debe seleccionar los cursos que serán analizados en esta investigación, con la característica de que sean cursos homogéneos entre sí, los cursos escogidos son el Tercero Medio B y Tercero Medio C. El curso Tercero Medio B es designado como Grupo Experimental (GE), con un total de 19 estudiantes, que consta con 17 mujeres y 2 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 4,6 de los cuales dos de sus estudiantes presentan un promedio inferior a 4,0. Por otro lado, el Grupo de Control (GC), correspondiente al Tercero Medio C, con un total de 25 estudiantes, de los cuales están compuestos por 19 mujeres y 6 hombres, con un promedio general en el área de Matemáticas de 4,9 de los cuales dos de sus estudiantes poseen nota inferior a 4,0.

En el primer test (O1), cabe señalar que, ambos cursos no habían estudiado previamente la unidad de Función Cuadrática, el Grupo Experimental se presentó con un promedio general de 1,5 y el Grupo de Control con un promedio de 1,6. Lo que corrobora que los cursos son homogéneos entre sí. Una vez implementado el experimento, se realizó el Post-Test (O2), con los cual cada grupo concluyó con un incremento en sus conocimientos y esto es reflejado en el promedio general de los cursos estudiados en la investigación. El Grupo Experimental finalizó con un promedio de 5,6 y el Grupo de Control con un promedio de 4,8. Como se muestra en la siguiente tabla 6.1.

	O1	**O2**	**Diferencia**
GE	1,5	5,6	4,1
GC	1,6	4,8	3,2
GE-GC	-0,1	0,6	0,9

Tabla 6. 1 ***Comparación de las calificaciones obtenidas por el GE Y GC.***

Para analizar los datos obtenidos del Pre y Post-Test se compararon los resultados a través de la diferencias de rendimiento por cada estudiantes en cada curso, entre los Test realizados.

Los resultados conseguidos por los estudiantes de cada curso (Tercero medio B y C), se muestran en el siguientes figuras 6.1 (GE) y 6.2 (GC).

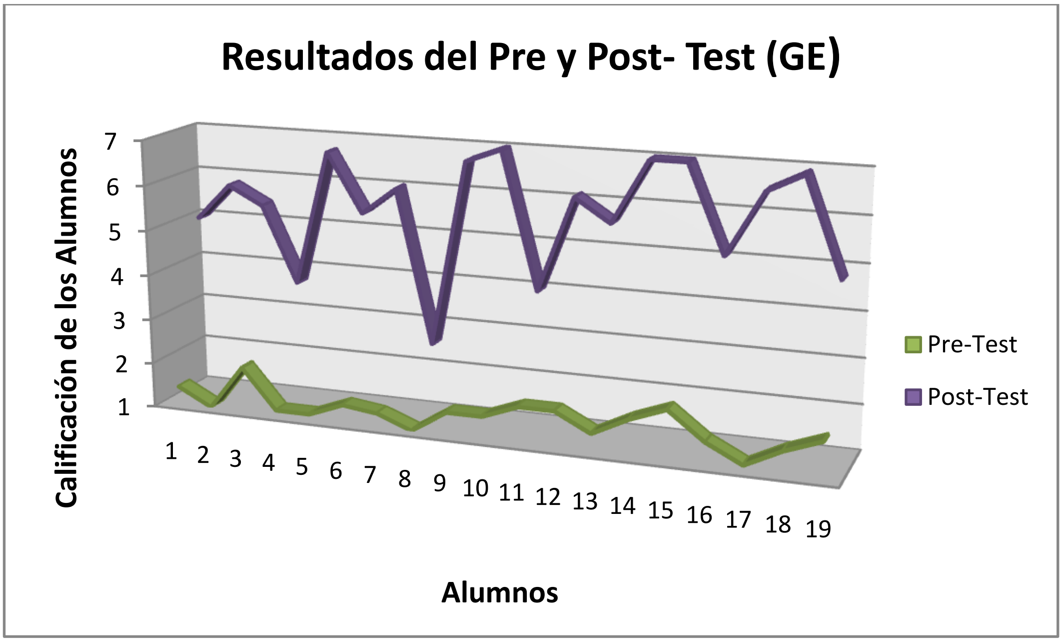


Figura 6. 1 ***Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo Experimental.***

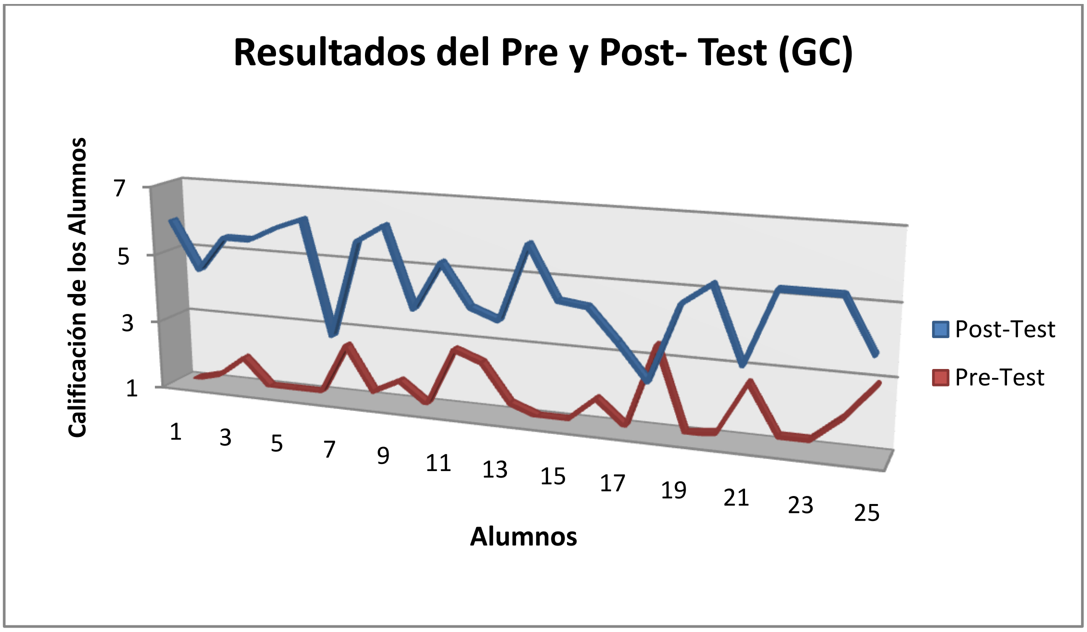


Figura 6. 2 ***Gráfico de los resultados del Pre y Post-Test del Grupo de Control.***

La diferencia de rendimiento del promedio en el grupo experimental es de de 4,1 décimas, en cambio la diferencia del Grupo de Control es de 3,2 décimas. La diferencia de rendimientos entre ambos grupos es de 0.9 décimas,

Finalmente se deberá analizar si el incremento del rendimiento en el Grupo Experimental es significativo con respecto al Grupo de Control. Para esto, se realizará una prueba estadística. Para elegir que prueba estadística a utilizar primero se debe realizar una prueba de normalidad, que se estudiará en el siguiente punto.

6.2 Pruebas de Normalidad

Para analizar los datos obtenidos de los test realizados se debe probar la normalidad de estos, en el cual se utilizará el método de Anderson Darling y la gráfica de probabilidad normal. En el método de Anderson Darling, si el valor de probabilidad p de la prueba es mayor a 0.05 (Berenson & Krehbiel, 2006), se considera que los datos son normales. La prueba mencionada se realizó utilizando el software estadístico *Minitab*.

En el análisis del Pre-Test (O1), al Grupo Experimental, el valor de P que se obtiene en esta prueba es superior a 0.05, en otras palabras, la serie de datos es Normal, queda demostrado en la figura 6.3.

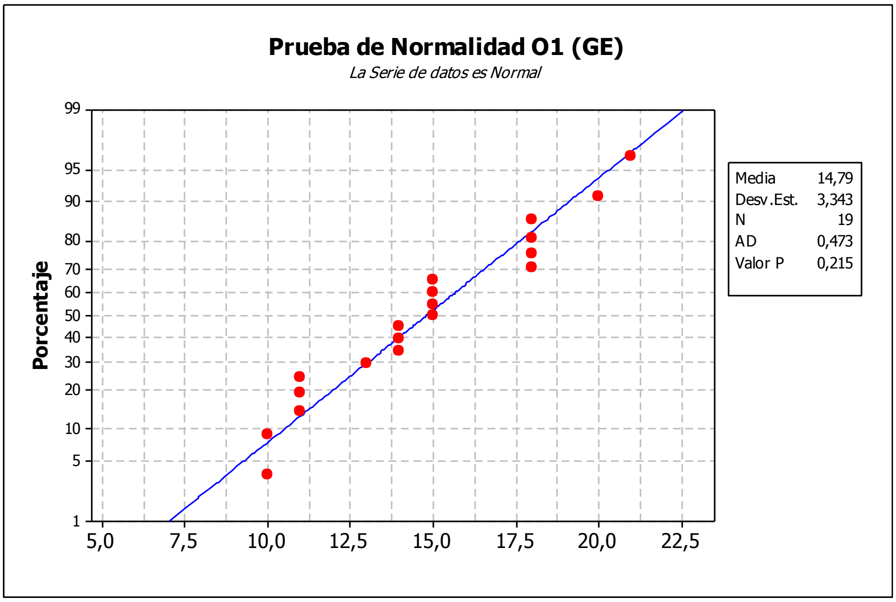


Figura 6. 3 ***Gráfico de la Prueba de Normalidad del Pre-Test en el Grupo Experimental.***

En el análisis del Post-Test, al Grupo Experimental, el valor de P que se obtiene es de 0.174 mayor que 0.05, lo que quiere decir que la serie de datos es Normal, que se muestra en la figura 6.4.

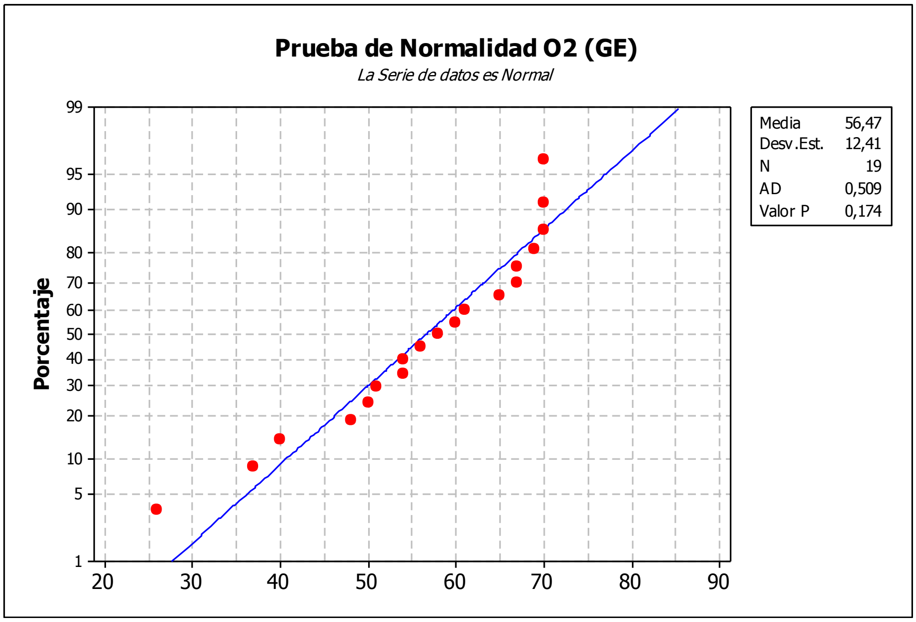


Figura 6. 4 ***Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo Experimental.***

Por otro lado, en el análisis del Pre-Test, del Grupo de Control, el resultado que arrojó es el siguiente, el valor de P es inferior a 0.05, por esto la serie de datos no es Normal y esto se puede apreciar en una gran parte de los datos se encuentran fuera de la línea azul. Lo cual muestra la figura 6.5.

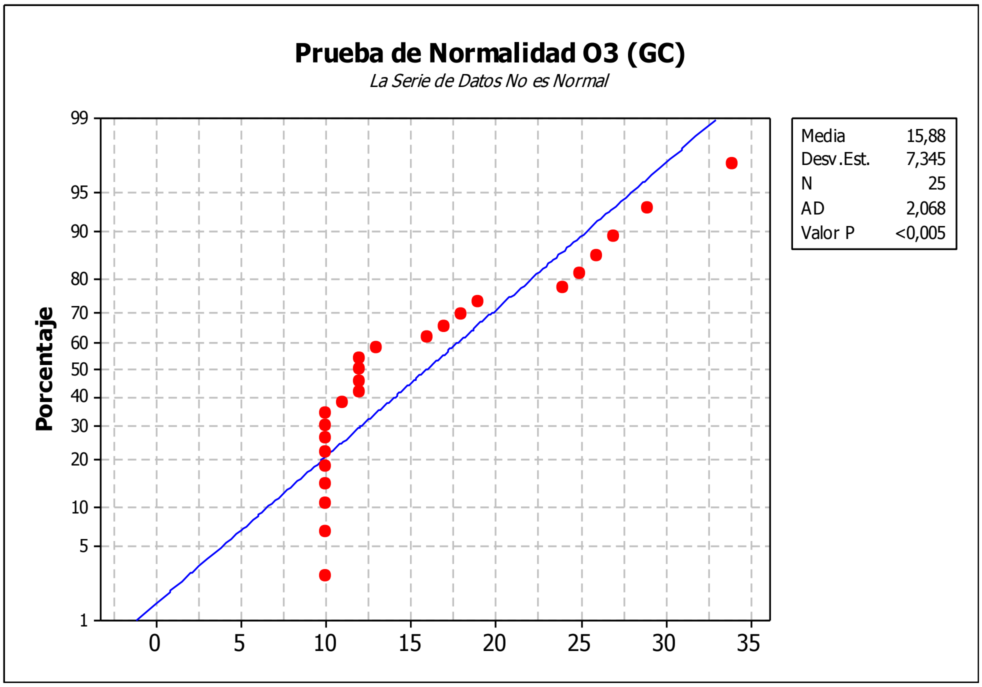


Figura 6. 5 ***Gráfico de la Prueba de Normalidad del Pre-Test en el Grupo de Control.***

En el análisis del Post-Test del Grupo de Control, el valor de P que arroja es de 0.005, lo que conlleva que la serie de datos no es Normal. Ver figura 6.6.

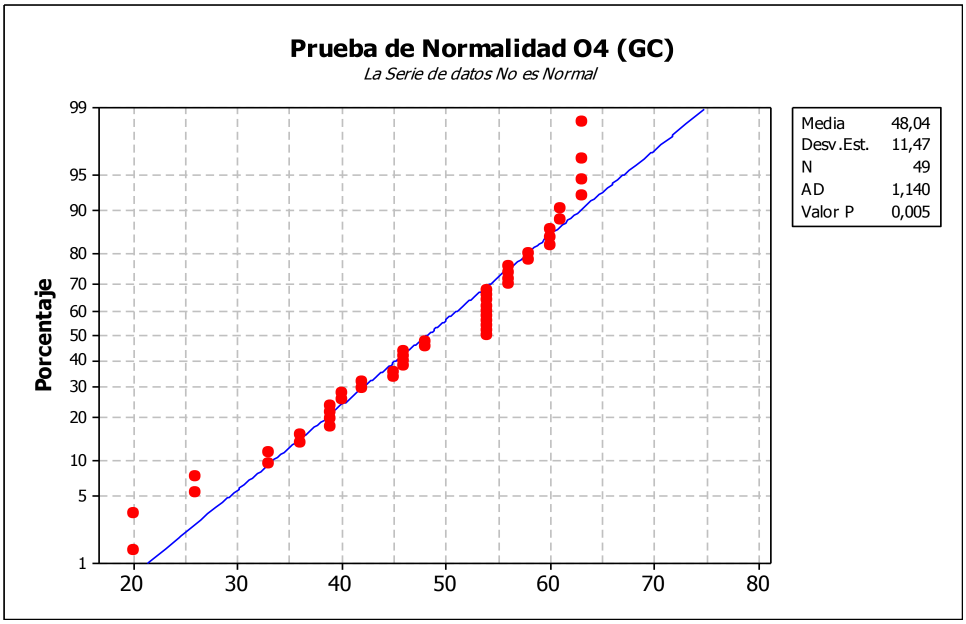


Figura 6. 6 ***Gráfico de la Prueba de Normalidad del Post-Test en el Grupo de Control.***

En conclusión, el no cumplimiento de las Pruebas de Normalidad en el Pre y Post-Test del Grupo de Control, nos indica que se debe aplicar la Prueba U de Mann-Whitney, para comparar sus medias, puesto que no necesita la normalidad de sus series.

6.3 Prueba de Comparación U de Mann –Whitney

En estadística la prueba U de Whitney, también llamada de Mann-Whitney-Wilcoxon, prueba de suma de rangos Wilcoxon, o prueba de Wilcoxon-Mann-Whitney , es una prueba no paramétrica con la cual se identifican diferencias entre dos poblaciones basadas en el análisis de dos muestras independientes, cuyos datos han sido medidos al menos en una escala de nivel ordinal.

Según Bidegain, Diaz & Barreiro (2009), plantearon 5 puntos a seguir para establecer la aceptación o rechazo de la hipótesis:

1.- “Determinar el tamaño de las muestras (n_1 y n_2). Si n_1 y n_2 son menores que 20, se consideran muestras pequeñas, pero si son mayores que 20, se consideran muestras grandes”.

2.-“Arreglar los datos en rangos del menor al mayor valor. En caso de que existan ligas o empates de rangos iguales, se deberán detectar para un ajuste posterior”.

3.-“Calcular los valores de U_1 y U_2, de modo que se elija el más pequeño para comparar con los críticos de U Mann-Whitney de la tabla de probabilidades asociadas con valores pequeños como los de U en la prueba de Mann-Whitney”.

4.-“En caso de muestras grandes, calcular el valor Z, pues en estas condiciones se distribuye normalmente”.

5.-“Decidir si se acepta o rechaza la hipótesis”.

(Bidegain, Diaz & Barreiro, 2009, Pág. 36)

6.3.1 Planteamiento de la hipótesis

Hipótesis alterna (Ha). Las calificaciones de ejecución de lectura, según el método de enseñanza del experimentador son más altas y diferentes que las observadas en el método tradicional.

Hipótesis nula (Ho). Las diferencias entre las calificaciones dadas por ambos métodos se deben al azar.

En este caso se tienen dos muestras de tamaño n_1 = 19, Grupo Experimental, y n_2 = 25, Grupo de Control, que corresponden a los resultados obtenidos por los alumnos en la Post-Test, queriendo contrastar si su media es significativamente igual a la media de los resultados obtenidos por las diferencias de rendimientos de los grupos estudiados.

- *Nivel de significación.*
  Para todo valor de probabilidad igual o menor que 0.05, se acepta Ha y se rechaza Ho.
- *Zona de rechazo.*
  Para todo valor de probabilidad mayor que 0.05, se acepta Ho y se rechaza Ha.

- En este análisis de datos los resultados arrojados están en la siguiente Tabla 6.2

Intervalo de confianza y prueba de Mann-Whitney

O2-O1 N = 19 Mediana = 43.00

O4-O3 N = 25 Mediana = 36.00

Punto estimado para ETA1-ETA2 es 8.00

95.1 Porcentaje IC para ETA1-ETA2 es (0.00,16.00)

W = 509.0

Prueba de ETA1 = ETA2 versus ETA1 > ETA2 es significativa a 0.0275

La prueba es significativa a 0.0274 (ajuste para pares)

P= 0.0275 < 0.05

Tabla 6. 2 ***Intervalo de confianza y prueba de Mann-Whitney***

La prueba arroja la probabilidad de 0.0275 que es inferior a 0.05 lo que conlleva utilizar el nivel de significación Ha y se rechaza Ho, en otras palabras, las calificaciones que obtuvo el Grupo Experimental son más altas y diferentes a las del Grupo de Control. Por lo tanto, existe un incremento significativo del aprendizaje del Grupo Experimental sobre el Grupo de Control y que no es explicable por el azar.

6.4 Análisis de rendimiento de Pre-Test

En esta sección se realiza un análisis del Pre-Test realizado para identificar los conocimientos que los alumnos poseen antes de la aplicación de experimento, en el cual obtuvieron un bajo rendimiento, puesto que, para utilizar este experimento los alumnos no deben tener los conocimientos de los contenidos de la unidad. El Pre-Test fue realizado a los Grupos de Control y Experimental, el grupo de control (Tercero Medio C) estaba formado por 25 alumnos que rindieron este test, por otro lado, el Grupo Experimental (Tercero Medio C), estaba formado por 19 alumnos.

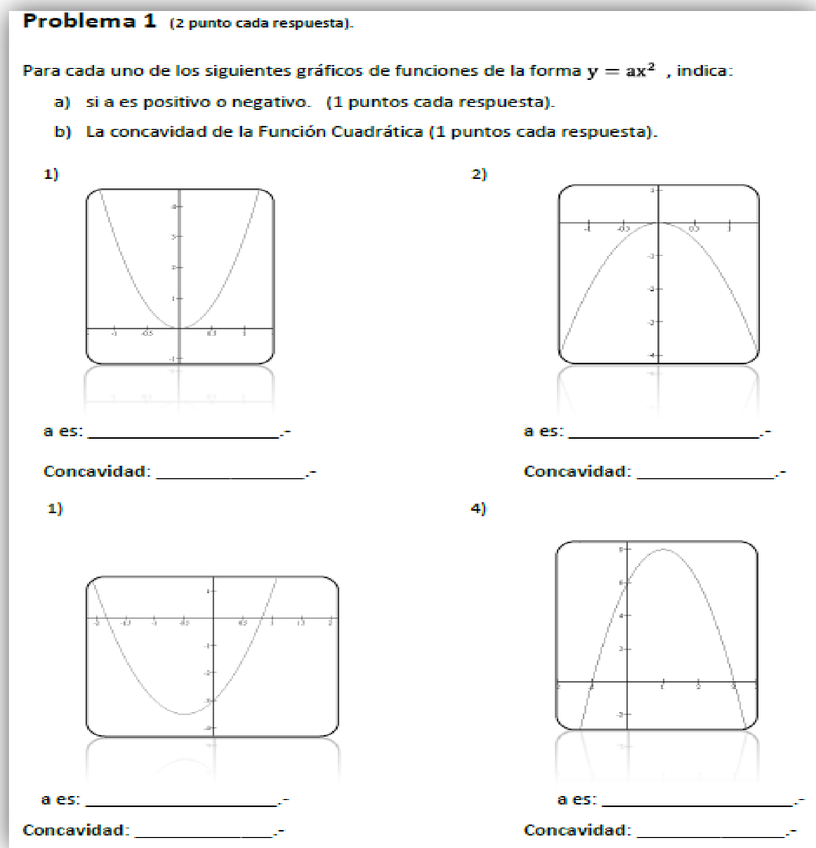
Analizando los resultados del Pre-Test (descrito en el Apéndice C), de los dos grupos en ejercicios, los promedios que obtuvieron fueron los siguientes:

- Promedio del Grupo Experimental: 1,6
- Promedio del Grupo de Control: 1,5

Para analizar el Test, se mostrarán las respuestas de los dos grupos, este Test fue dividido en 4 problemas, que son los siguientes:

Problema 1: Concavidad y Coeficiente de la Función Cuadrática.

El objetivo del primer problema, es que los estudiantes analicen el comportamiento de la gráfica de la Función Cuadrática, esto se debe a, que los gráficos entregados, proporcionan la información necesaria para que los alumnos logren responder correctamente. Este problema, fue el de mayor rendimiento, ya que, las respuestas de ambos cursos fueron correctas. El primer problema es presentado en la Figura 6.7.



Problema 1 (2 punto cada respuesta).

Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones de la forma $y = ax^2$, indica:

a) si a es positivo o negativo. (1 puntos cada respuesta).

b) La concavidad de la Función Cuadrática (1 puntos cada respuesta).

1)

a es: ____________________.-

Concavidad: _______________.-

2)

a es: ____________________.-

Concavidad: ______________.-

1)

a es: ____________________.-

Concavidad: ______________.-

4)

a es: ____________________.-

Concavidad: _______________.-

Figura 6. 7 ***Primer Problema del Pre-Test: Concavidad y Coeficiente de la Función Cuadrática***

Al analizar los resultados de los grupos estudiados, se establecieron que las preguntas 3 y 4 de la figura 6.7, son los que alcanzaron la mayor cantidad de respuestas incorrectas. Si comparamos dichos resultados, el Grupo Experimental presenta un aumento en lograr el objetivo de relacionar la gráfica con el coeficiente de la Función Cuadrática con respecto al Grupo de Control. Por otro lado, ambos grupos no alcanzaron, en su totalidad en responder correctamente el problema 1, lo que se infiere, que presentaron problemas en relacionar la Concavidad y Coeficiente con la gráfica de la Función Cuadrática.

Problema 2.1: Traslación Horizontal y Vertical de la Función Cuadrática.

Con respecto al traslado de la gráfica de la función, en donde presentan el mayor déficit de rendimiento del Test, en la Figura 6.8 se presenta el problema 2, en donde, los alumnos deben diferenciar, dibujando la gráfica de las funciones dadas, la traslación vertical, (función del tipo $y = x^2 + b$, con la traslación horizontal, función del tipo $y = (x - b)^2$)

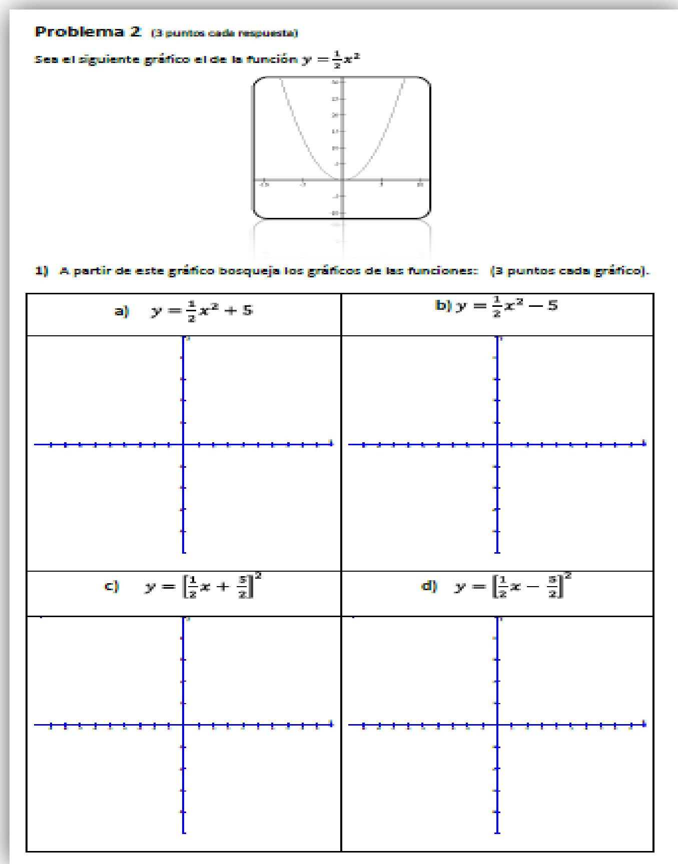


Figura 6. 8 ***Segundo Problema, Parte 1, del Pre-Test: Traslación de la Función Cuadrática.***

A partir de los datos analizados de este problema (ver figura 6.8), los grupos en estudio, no lograron el objetivo de dibujar las gráficas de las funciones entregadas. Un bajo número de estudiantes, que lograron responder, con respecto a la cantidad de alumnos que integra cada curso, que alcanzan un 26% (porcentaje más elevado del Grupo Experimental) y 36%

(porcentaje más elevado del Grupo de Control), en los primeros 2 gráficos (a y b) consiguieron responder correctamente. En cambio, los restantes 2 gráficos (c y d), que alcanzó el porcentaje más elevado al 4%, no logran el objetivo. Se deduce que, los alumnos de los 2 grupos no conocen el contenido de Traslación Vertical y Horizontal de una Función Cuadrática.

Problema 2.2: Traslación Horizontal y Vertical de la Función Cuadrática.

En la primera parte los estudiantes dibujaban la gráfica de la función dada como referencia ($sea\ y = \left(\frac{1}{2}\right) x^2$), en una segunda etapa (ver figura 6.9), los alumnos describen el sentido de las gráficas dibujadas. Es aquí, donde los estudiantes (Grupo Experimental y Control) se contradecían con el dibujo de las gráficas realizadas.

2) **Completa lo siguiente:** (1 punto cada respuesta)

Con respecto al gráfico de la función $y = \left(\frac{1}{2}\right) x^2$

a) El gráfico de la función $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ está desplazado hacia: ______________.

b) El gráfico de la función $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$ está desplazado hacia: ______________.

c) El gráfico de la función $y = \left[\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right]^2$ está desplazado hacia: ______________.

d) El gráfico de la función $y = \left[\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right]^2$ está desplazado hacia: ______________.

Figura 6. 9 ***Segundo Problema, Parte 2, del Pre-Test: Traslación Vertical y Horizontal de la Función Cuadrática.***

En esta parte queda reflejado que, en general, los estudiantes se contradecían con sus respuestas con respecto a la gráfica y el desplazamiento de las funciones cuadráticas, lo que se infiere que no logran relacionar el concepto de la función literal y su desplazamiento.

Problema 3: Identificar la Función Cuadrática con su Gráfica.

En el problema 3, en donde se concentra la mayor parte de la unidad a tratar (figura 6.10 y 6.11), los alumnos no lograron responder de forma correcta.

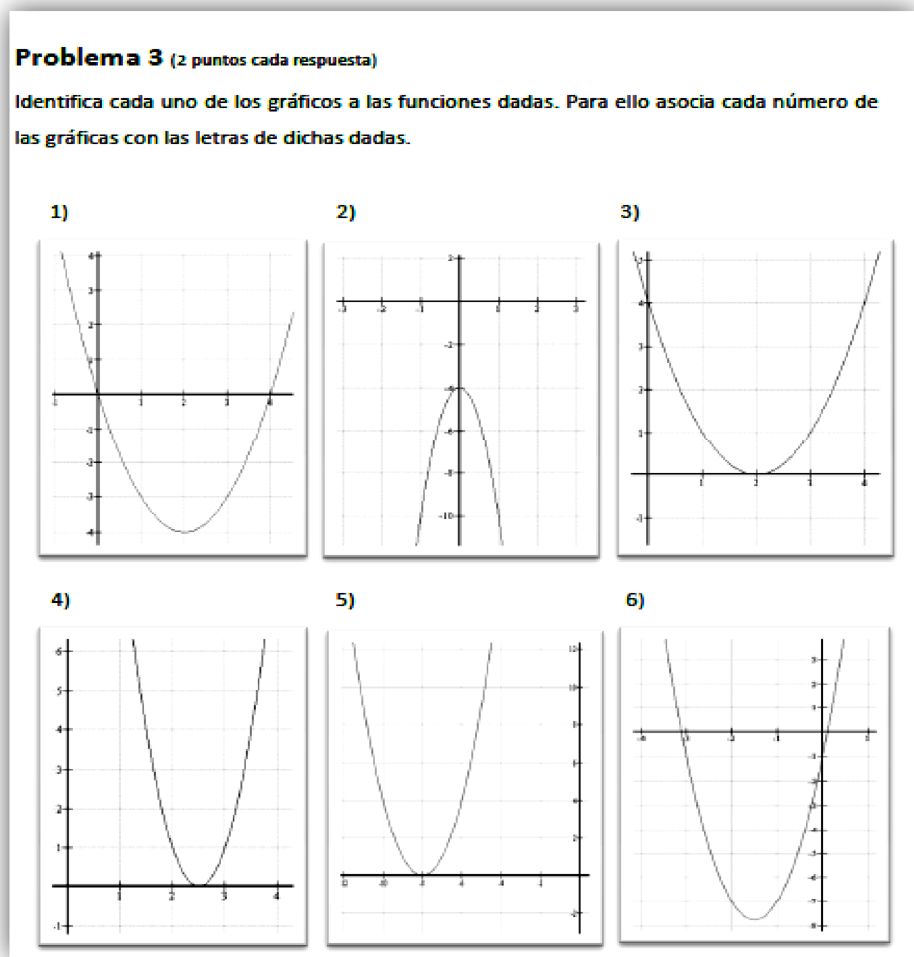


Figura 6. 10 ***Tercer Problema del Pre-Test: Identificar la Función Cuadrática con su Gráfica.***

a) $y = 3x^2 + 9x - 1$

b) $y = x^2 + 16x + 64$

c) $y = -6x^2 - 4$

d) $y = (2x - 5)^2$

e) $y = x^2 - 4x$

f) $y = x^2 - 4x + 4$

Respuestas:

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Figura 6. 11 ***Funciones Cuadrática del problema 3.***

Los datos analizados, se concluye que ambos grupos en estudio no logran el objetivo de relacionar la función literal con su gráfica, además, en los problemas anteriores no se cumple a cabalidad el objetivo de cada uno, por lo que se deriva que no pueden responder esta etapa. Los estudiantes no conocen el contenido de Función Cuadrática que será estudiada en el experimento

Problema 4: Ítem de Verdadero y Falso.

En este último problema, en donde, los estudiantes justifican sus conocimientos, a través del ítem de verdadero y falso, y sumando las preguntas anteriores (Problemas 1, 2 y 3), no poseen los contenidos para responder correctamente esta etapa. Con esto, queda reflejado que en el análisis del Pre-test, ambos cursos son homogéneos y que no se les ha entregado la materia anteriormente.

En conclusión, se logra el propósito principal del Pre-test, de conocer previamente los conocimientos del contenido de Función Cuadrática, lo que concluye que los estudiantes no conocen la materia. Teniendo en cuenta estos antecedentes, se podrá determinar si existen mejoras del aprendizaje en los estudiantes, en los cursos Experimental y de Control, al utilizar el procesador gráfico *Graph* y la metodología a implementar en los temas del contenido Función Cuadrática.

6.5 Análisis de rendimiento del Post-Test.

Tal como se describe en el capítulo 4, el Post-Test se le aplicó a dos grupos, el grupo experimental GE y el de control GC. En GE 19 alumnos rindieron el Pos-Test y el GC 25.

A continuación se analizará las respuestas de cada problema del Post-Test de cada grupo.

En el problema 1, tal como se muestra en la figura 6.12 se pide identificar el signo del coeficiente de x^2 y la concavidad de la función cuadrática.

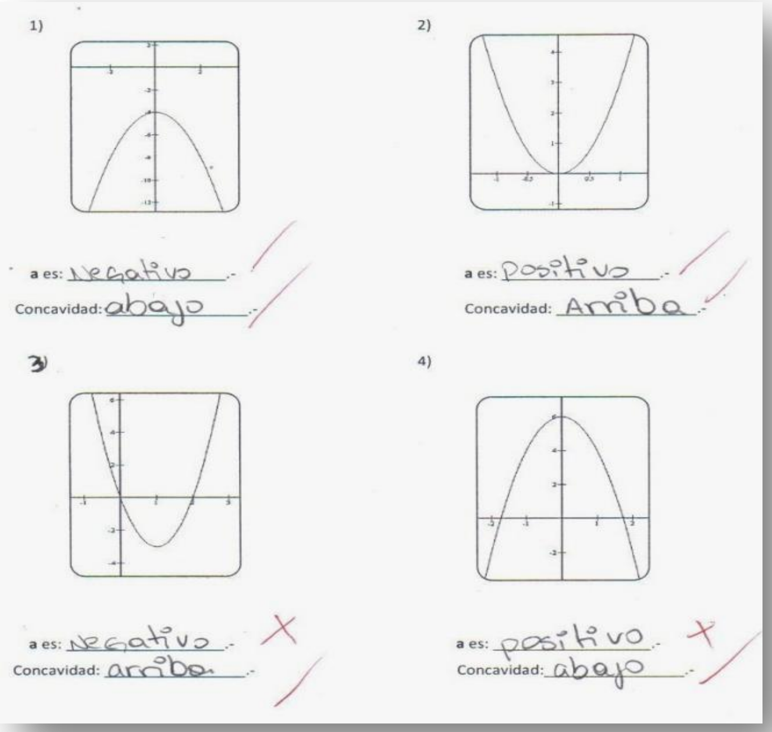


Figura 6. 12 ***Respuesta de los alumnos al primer problema del Pos-Test***

Las respuestas erróneas que se encontraron en este problema, como se muestra en la figura 6.12 corresponden al ejercicio 3(a), donde el 84% del GE respondió de una forma correcta y en el GC un 44%. Muy parecido ocurre en el ejercicio 4(a), donde el 63% del GE respondió correctamente y en el GC un 44%. Esto se debe a que el alumno no tiene claro el rol que tiene el coeficiente a de x^2, en concepto de concavidad, en la función cuadrática.

En el problema 2, se evaluó el aprendizaje con respecto al sentido del desplazamiento de la gráfica de la función cuadrática de la forma $y = ax^2$.

El GC con un porcentaje del 48% de respuestas correctas, contra un 19% en el GE, obtuvo un mejor rendimiento, por ende logró comprender con mejor cabalidad el desplazamiento de la función cuadrática con respecto a $y = ax^2$ que el GC.

Analizando y estudiando las respuestas de ambos grupos, podemos inferir que el GC no logra el aprendizaje esperado, ya que, no graficaron correctamente las funciones a evaluar, cometiendo errores tales como cambio de concavidad y desplazamiento de la función, como se puede verificar en la figura 6.13.

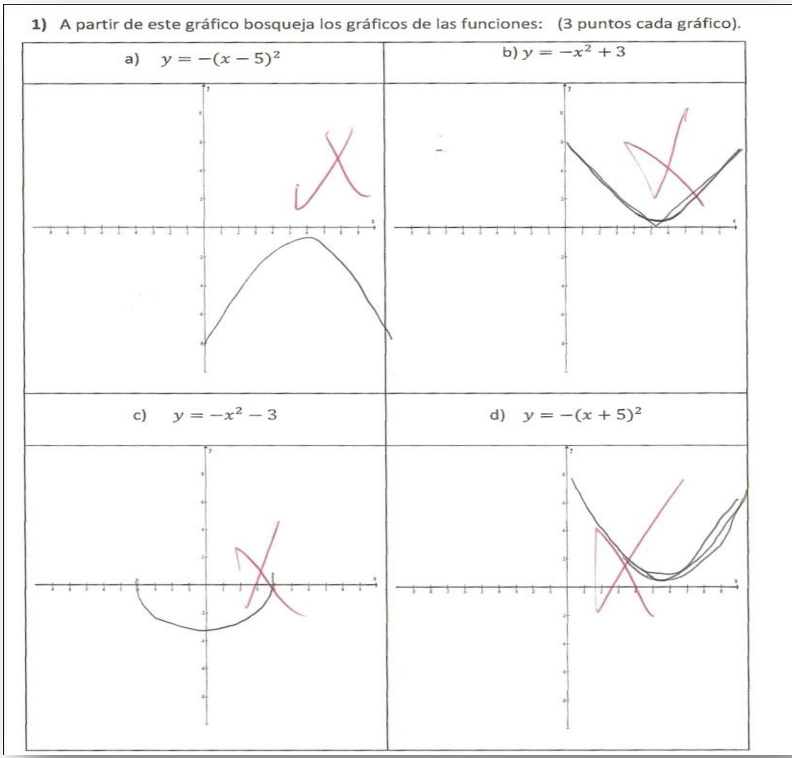
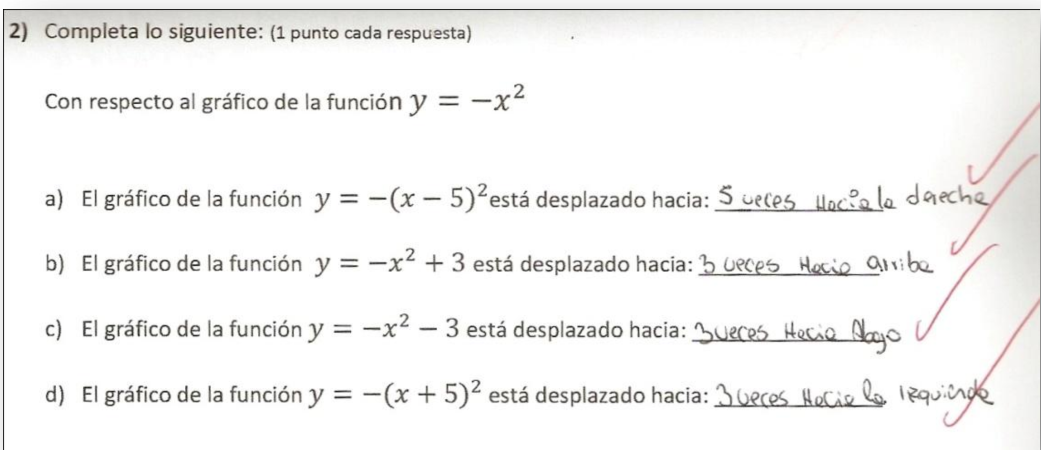


Figura 6. 13 ***Gráficas realizadas por alumno del GC, del problema 2.1.***



2) Completa lo siguiente: (1 punto cada respuesta)

Con respecto al gráfico de la función $y = -x^2$

a) El gráfico de la función $y = -(x-5)^2$ está desplazado hacia: 5 veces Hacia la derecha

b) El gráfico de la función $y = -x^2 + 3$ está desplazado hacia: 3 veces Hacia arriba

c) El gráfico de la función $y = -x^2 - 3$ está desplazado hacia: 3 veces Hacia Abajo

d) El gráfico de la función $y = -(x+5)^2$ está desplazado hacia: 3 veces Hacia la izquierda

Figura 6. 14 ***Solución dada por un alumno del GC del problema 2.2.***

Al analizar y comparar las respuestas de los problemas 2.1 y 2.2 en cada grupo, nos damos cuenta que, los resultados en el GE son similares, es decir este grupo obtuvo aprendizaje significativo con respecto al desplazamiento de la función cuadrática. Sin embargo, en el GC existe un gran contraste entre el problema 2.1 y 2.2. Aquí los alumnos contestaron correctamente las preguntas referidas a indicar verbalmente el sentido del desplazamiento, pero tienen mayores dificultades en identificar el desplazamiento de la gráfica de una función cuadrática de modo gráfico.

Con respecto al problema 3, este evaluó todos los temas, anteriormente vistos, del contenido función cuadrática. La tabla 6.3 muestra la cantidad de respuestas correctas por alumnos en ambos grupos. Al analizar los resultados, se concluye que ambos lograron los aprendizajes esperados, pero el GE obtiene un mejor logro de estos, con un 79% de alumnos que respondieron correctamente este problema, frente a un 50% del GC.

Ejercicio	1	2	3	4	5	6	Porcentaje %
N° de respuestas correcta GC (de un total de **25** alumnos)	14	14	15	13	16	12	50
N° de respuestas correcta GE (de un total de **19** alumnos)	19	17	14	15	17	19	79

Tabla 6. 3 ***Resultados de respuestas correctas del problema 3.***

Y como último problema del Post-Test, se encuentra el ítem de verdadero y falso, evaluando todos los conceptos estudiados en el contenido función cuadrática.

Ejercicio	1	2	3	4	Porcentaje %
N° de respuestas correcta GC (de un total de **25** alumnos)	8	13	15	10	46
N° de respuestas correcta GE (de un total de **19** alumnos)	11	12	17	18	76

Tabla 6. 4 ***Resultados de respuestas correctas del problema 4.***

Finalmente los resultados permiten observar una diferencia en la adquisición de aprendizaje de los grupos. Ambos logran los aprendizajes esperados, no obstante el GC presenta problemas para llevar a cabo una correcta visualización de las representaciones gráficas de las funciones cuadráticas, tal como se observó en la tabla 6.4. En cambio el GE tuvo un aprendizaje uniforme de los conceptos de la unidad cuadrática, donde logró representar la función cuadrática en distintos registros. Cabe destacar que el GE subió en un 1 punto con respecto al rendimiento promedio del curso y el GC se mantuvo. Los resultados y análisis hechos en este capítulo, indican que la secuencia didáctica adoptada y utilizada en esta investigación fue bastante positiva y supera de forma significativa a una clase hecha de forma tradicional, ya que consiguió que el alumno obtuviera los conceptos en distintos registros del contenido función cuadrática.

6.6 Análisis de Encuesta de Actitudes y Expectativas.

Las encuestas de actitudes y expectativas (detalladas en el Apéndice E) fueron desarrolladas con el propósito de conocer cuál es el grado de opinión; de los alumnos; hacia al establecimiento y, específicamente, al área de Matemáticas optando al estudiante a analizar gustos, intereses y métodos diferentes a la enseñanza de esta asignatura.

6.6.1 Análisis de Encuesta Previa

La primera encuesta de actitudes y expectativas se tomó previa al experimento, en el curso 3° medio B, con un total de 19 alumnos y alumnas encuestados, a partir de sus opiniones de las clases de matemáticas dictadas antes del estudio.

Para obtener una referencia a las tendencias de los alumnos se estableció una tabla con ponderaciones de 1 a 5, como se muestra en la siguiente tabla.

Totalmente De Acuerdo	5
De Acuerdo	4
Indiferente	3
Desacuerdo	2
Totalmente Desacuerdo	1

Tabla 6. 5 ***Tabla de ponderaciones***

Los resultados obtenidos y descritos en cada pregunta de las encuestas realizadas se describen a través de una formula en el Apéndice E

Mediante el siguiente intervalo se establecen los parámetros donde se identifican las tendencias de cada pregunta realizadas en las encuestas.

[1 − 1,5]	Totalmente de Acuerdo
]1,5 − 2,5]	De Acuerdo
]2,5 − 3,5]	Indiferente
]3,5 − 4,5]	Desacuerdo
]4,5 − 5]	Totalmente Desacuerdo

Tabla 6. 6 ***Intervalo de tendencias***

1º rasgo: Me interesa la clase de Matemáticas

Los resultados del curso experimental se muestran en el gráfico de la Figura 6.15.

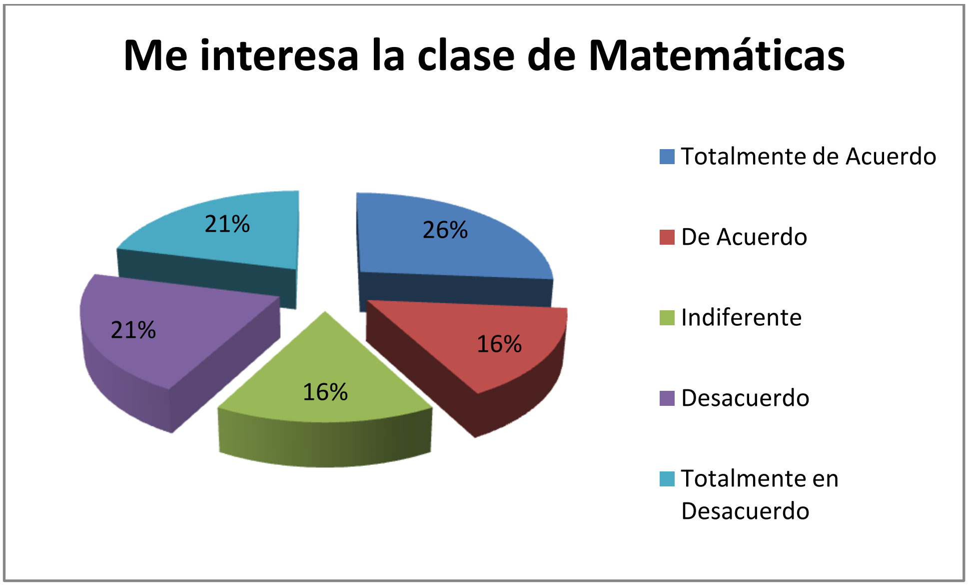


Figura 6. 15 ***Gráfico de respuesta de la primera pregunta.***

Se analiza de este gráfico (Figura 6.15) que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "Indiferente" con un resultado de 3,1 en la escala descrita, es decir, que los alumnos y alumnas no están de acuerdo (42%), ni en desacuerdo (42%), en que les interesa la clase de matemáticas, por esto, después de concluido el experimento se quiere contrastar con la metodología propuesta, estos resultados se encuentran en la Tabla 6.6, en otras palabras no existe un conceso en este rasgo.

2º rasgo: No entiendo al profesor de Matemáticas

Los resultados del curso experimental se muestran en el gráfico de la Figura 6.16.

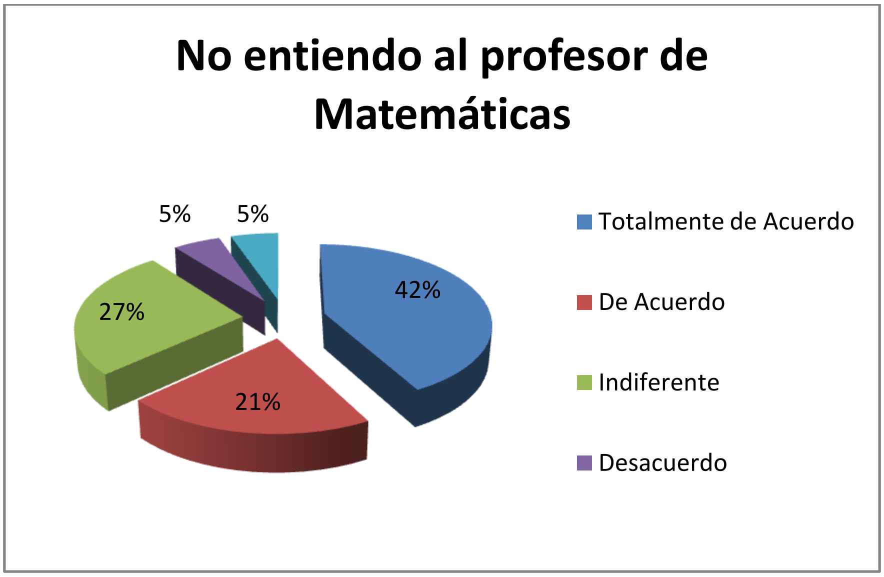


Figura 6. 16 ***Gráfico de respuesta de la segunda pregunta.***

Se infiere de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa “De Acuerdo” con un resultado de 3,9 en la escala descrita en la Tabla 6.6, los que quiere decir, que gran parte de los alumnos (se suman los porcentajes de las alternativas Totalmente de acuerdo y de acuerdo con un 63%) no entienden al profesor en las explicaciones de la unidad, lo que conlleva que los alumnos quedan con dudas al momento en que el profesor presenta la materia, esta es una causa de que los alumnos al momento de rendir pruebas o exámenes, no responden de forma correcta o simplemente no responden nada, en este experimento se pretende dar un vuelco en la opinión de los alumnos y alumnos con respecto a esta pregunta.

3º rasgo: No entiendo la materia en clases de Matemáticas

Los resultados del curso experimental se muestran en el gráfico de la Figura 6.17.

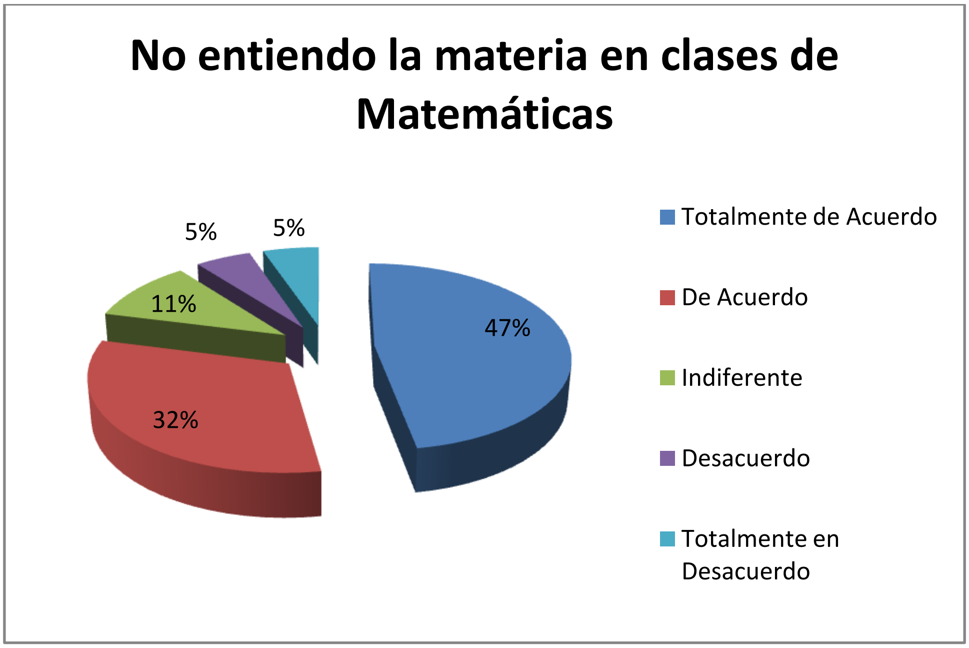


Figura 6. 17 ***Gráfico de respuesta de la tercera pregunta.***

Se desprende de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 3,9 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los alumnos presentan esta clara tendencia, (se suman los porcentajes de las alternativas Totalmente de acuerdo y de acuerdo con un 79%) que no entienden la materia, este porcentaje es el más elevado de las preguntas, esta es otra causa del bajo rendimiento de los estudiantes hacia la asignatura de matemáticas, que se refleja en las calificaciones antes de la realización del experimento. Además, se contrastará con la encuesta posterior al experimento para comparar si existió algún cambio en las opiniones de los alumnos y alumnas hacia esta pregunta.

.

4º rasgo: Me gustaría que presenten de otra forma la clase de Matemáticas

Los resultados del curso experimental se muestran en el gráfico de la Figura 6.18.

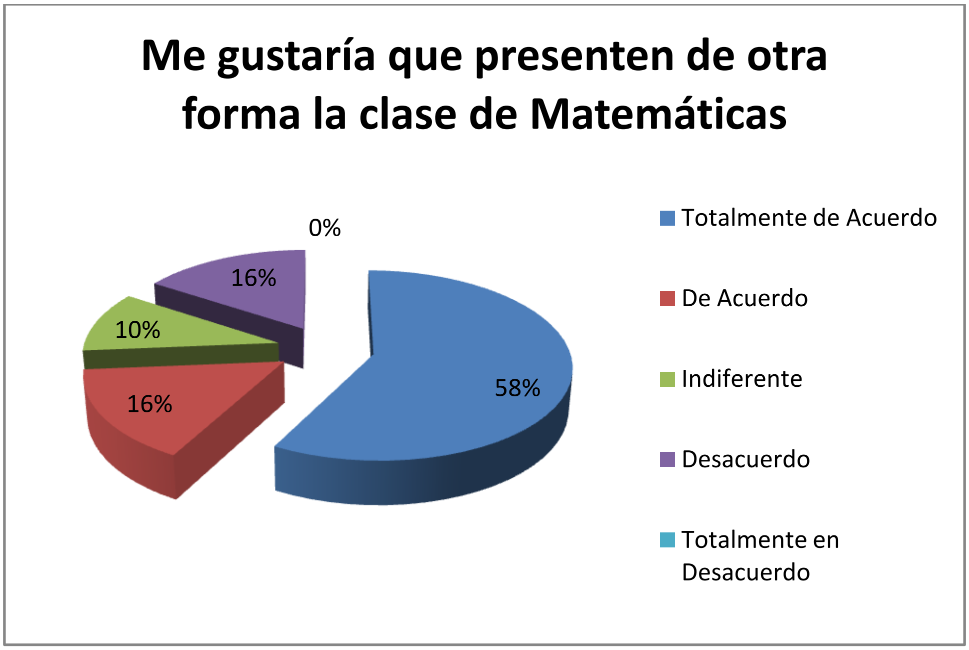


Figura 6. 18 ***Gráfico de respuesta de la cuarta pregunta***

Se deriva de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 4,1 en la escala descrita en la Tabla 6.6, además si se suman las alternativas totalmente de acuerdo y de acuerdo, sumarian un 74% del total de los estudiantes encuestados que quieren que los docentes presenten de otra forma la clase. Además. La metodología que será implementada pretende cambiar la forma de entregar los nuevos conocimientos utilizando los aprendizajes colaborativos y por descubrimiento, es decir, la participación grupal de los estudiantes a través de descubrir con la ayuda de los compañeros y de sí mismo en la construcción de nuevos conocimientos.

5º rasgo: Me gustaría usar tecnologías en clases de Matemáticas (Computadores, datas, etc.)

Los resultados del curso experimental se muestran en el gráfico de la Figura 6.19.

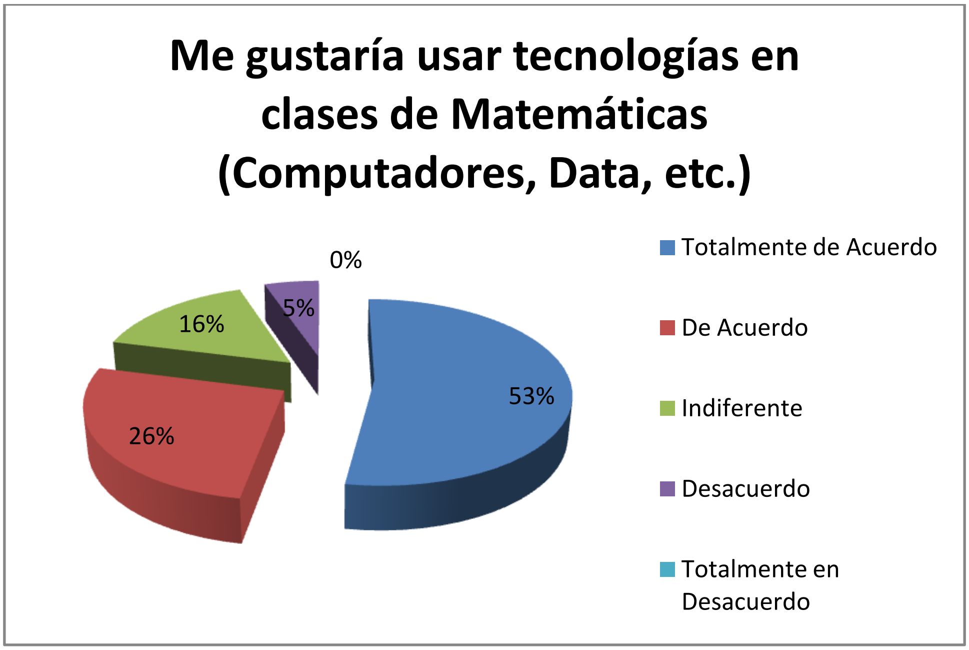


Figura 6. 19 ***Gráfico de respuesta de la quinta pregunta***

Se infiere de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 4,1 en la escala descrita en la Tabla 6.6, en el cual, los estudiantes están dispuestos a trabajar con tecnologías aptas para el desarrollo de habilidades y conocimientos, por esto la metodología propuesta a través de los aprendizajes nombrados en la pregunta anterior, además será relacionada con la utilización del procesador gráfico *Graph*, por otro lado se comparará con los resultados de la encuesta posterior al test, si existió un cambio en la opinión de los estudiantes hacia la utilización de tecnologías en clases de matemáticas.

6.6.2 Análisis de Encuesta Posterior

Esta encuesta de actitudes y expectativas fue implementada una vez concluido la propuesta didáctica, en donde se encuestó al mismo grupo experimental, 3º B, en el cual se busca encontrar cambios en la opinión de los estudiantes hacia las clases de matemáticas y la metodología implementa en este experimento.

1º rasgo: La metodología utilizada durante el experimento me ayudó a aprender de mejor manera las materias propuestas por el profesor.

Figura 6. 20 ***Gráfico de respuesta de la primera pregunta***

Se infiere de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 4,1 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los estudiantes manifiestan que la metodología utilizada durante el experimento les ayudó a aprender de mejor manera las materias propuestas por el profesor, además se verificará cuales son las causas, es decir, la forma de entregar la materia, utilización de tecnologías en clases de matemáticas, interés hacia la clase a través de la metodología propuesta, en la mejora de los logros de aprendizajes.

2º rasgo: La metodología utilizada durante el experimento me ayudó a ser más participativos en clases.

Figura 6. 21 ***Gráfico de respuesta de la segunda pregunta***

Se analiza de este gráfico (figura 6.21) que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa “De Acuerdo” con un resultado de 3,9 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los estudiantes declaran que la metodología implementada ayudó a ser más participativos en clases, lo que beneficia considerablemente en la captación de nuevos conocimientos, en interactuar durante la sesión de clases, realizando consultas y/o dando su opinión. Esto se debe, a la utilización del aprendizaje colaborativo, en el cual la participación activa de los alumnos con el trabajo en grupo beneficia la construcción de nuevos conocimientos.

3º rasgo: La metodología utilizada durante el experimento me hace estar más interesado en aprender la materia.

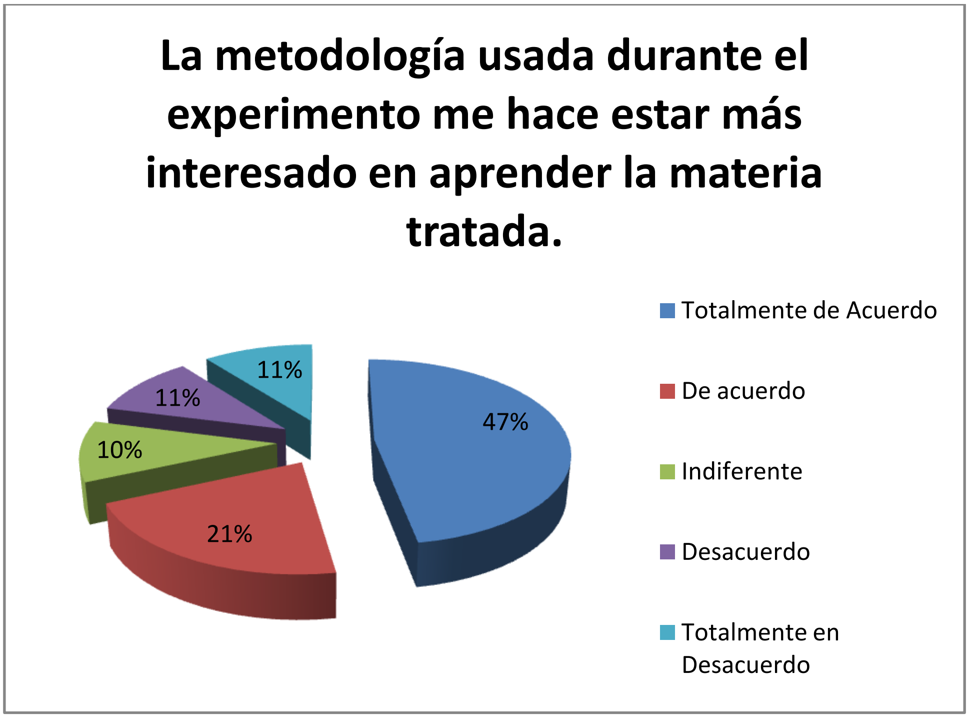


Figura 6. 22 ***Gráfico de respuesta de la tercera pregunta***

Se deriva de este gráfico que la tendencia del curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 4,2 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los alumnos revelan que les interesa en aprender la materia de función cuadrática a través de la metodología propuesta en este experimento, lo que contrasta con la encuesta anterior, en donde se encuentran indiferente con respecto al interés de ésta. Por lo tanto, existe un cambio en la opinión de los estudiantes hacia la clase de matemáticas, lo que se ve reflejado en las calificaciones finales (Post-Test), pues esta metodología propuesta con la ayuda de los aprendizajes por descubrimiento y colaborativo beneficia en el interés de los estudiantes, lo que faltaría es confirmar en la utilización de tecnología en clases existe un cambio positivo en la construcción de nuevos conocimientos.

4º rasgo: Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, mejoró la capacidad de visualizar las materias vistas.

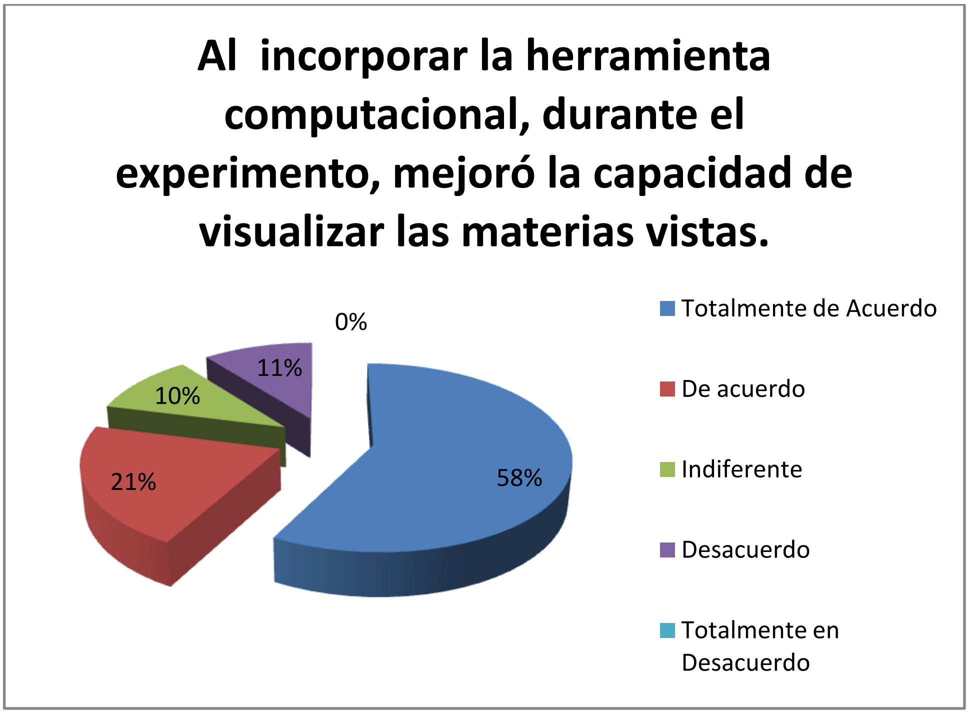


Figura 6. 23: ***Gráfico de respuesta de la cuarta pregunta.***

Se deduce de este gráfico que la tendencia en el curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 4,3 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los alumnos manifiestan que al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, mejoró la capacidad de visualizar las materias vistas. Esto se refleja en el 79% (si se suman los porcentajes de las alternativas totalmente de acuerdo y de acuerdo) de los estudiantes encuestados, la utilización el procesador gráfico *Graph*, ayuda a visualizar los contenidos de la unidad de función cuadrática, identificando los diferentes tipos de gráficos (concavidad, y dirección de una función cuadrática) establecidos en las actividades durante el periodo del experimento.

5º rasgo: Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, me facilitó entender y comprender la unidad vista.

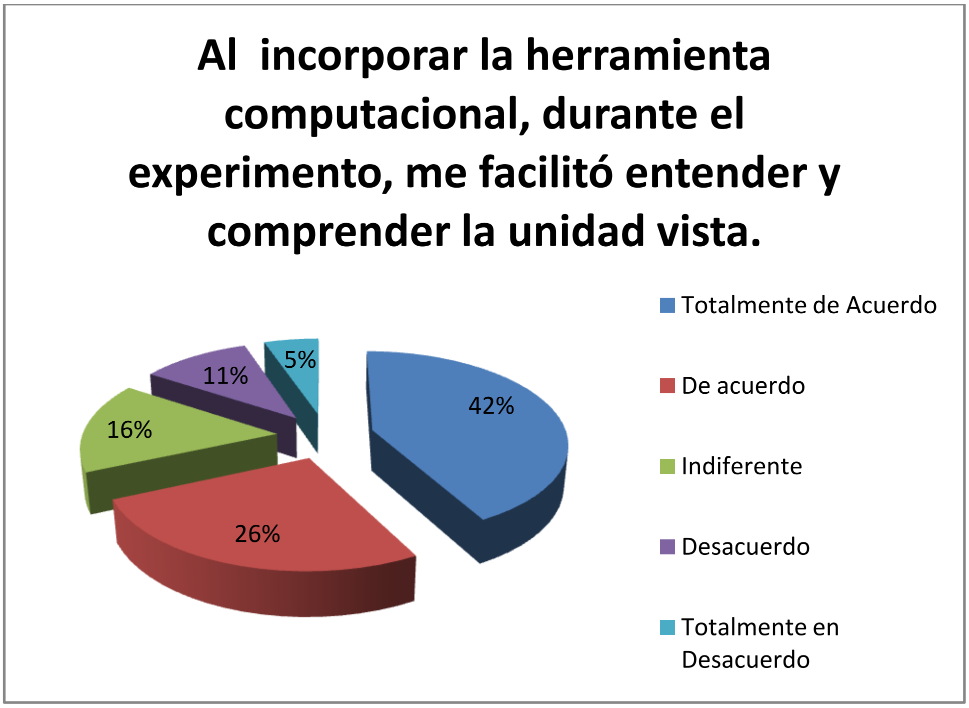


Figura 6. 24 ***Gráfico de respuesta de la quinta pregunta***

Se infiere de este gráfico que la tendencia en el curso experimental muestra una inclinación a la alternativa "De Acuerdo" con un resultado de 3,9 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los alumnos declaran que al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, les facilitó entender y comprender la unidad de función cuadrática. Contrastando con la encuesta previa al experimento en donde existe una clara opinión de los estudiantes que no entienden la materia y además al profesor, por esto, existe un cambio en la opinión de los alumnos que al incorporar el procesador gráfico *Graph*, en el cual, se logró un mejor entendimiento y comprensión de la unidad, lo que favorece al estudiante en la adquisición de nuevos conocimientos, pues esto respondería a nuestra interrogante de que la incorporación de la herramienta computacional favorece positivamente en la construcción de nuevos conocimientos.

6º rasgo: Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, me interesó participar más activamente en clases.

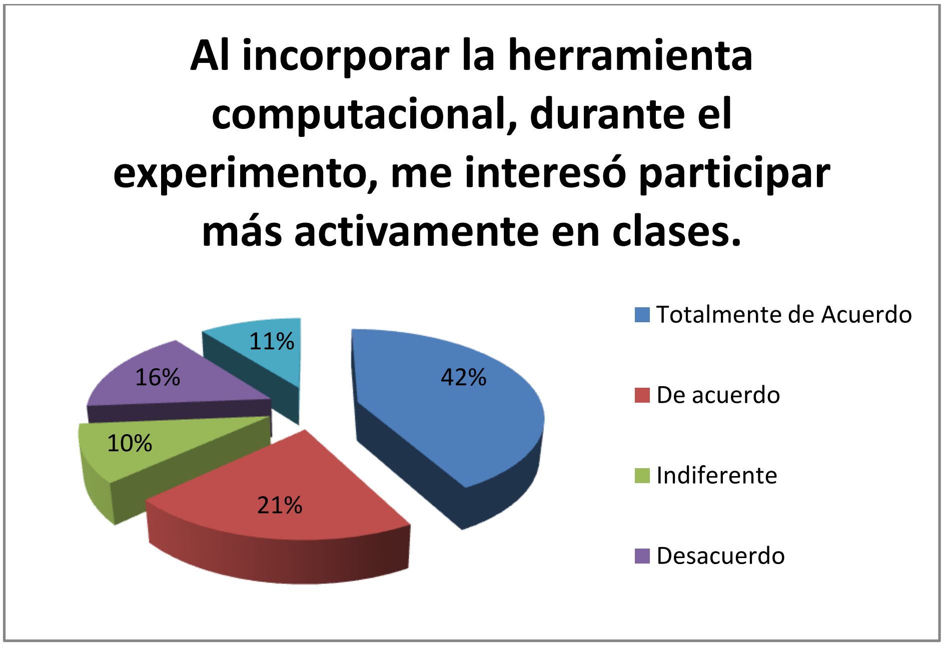


Figura 6. 25 ***Gráfico de respuesta de la sexta pregunta***

Se deduce de este gráfico que la tendencia en el curso experimental muestra una inclinación a la alternativa “De Acuerdo” con un resultado de 3,7 en la escala descrita en la Tabla 6.6, donde los alumnos manifiestan que al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, les interesó participar más en clases. Para esto la herramienta computacional ofrece como alternativa la participación de los estudiantes en forma activa, hacer participes de la propia construcción de nuevos conocimientos, y queda demostrado que el 63% de los estudiantes (si se suman las alternativas totalmente de acuerdo y de acuerdo) están a favor de esta incorporación, y queda rectificado en las calificaciones del Post-Test que reflejaron un incremento de 4,1 décimas con respecto al Pre-Test.

Capítulo 7

Conclusión

En este trabajo se diseñaron actividades en base al uso del procesador gráfico *Graph* mediante Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo en el tema de función cuadrática.

La secuencia didáctica adoptada fue delineada con el propósito de que los alumnos tuvieran un trabajo colaborativo y realicen aprendizajes por descubrimiento. Así, los alumnos formularon hipótesis colaborativamente en los ejercicios donde la participación de los integrantes de cada grupo debía ser activa, descubriendo y construyendo cada concepto de la función cuadrática. Cada grupo debía validar sus hipótesis con argumentos propios a través de la visualización gráfica que entrega *Graph* y fundamentar sus resultados con sus pares. Luego, el docente institucionalizaba los conceptos, haciendo correcciones si era necesario.

Para responder nuestra pregunta de investigación ¿Cuál es la relación entre el uso del procesador gráfico *Graph*, las actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo, y el logro académico de los estudiantes? Los resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental tuvieron un desempeño académico de 9 décimas por sobre el grupo de control, lo que corresponde a una diferencia significativa. Esto significa que el grupo experimental tuvo mejores calificaciones que el grupo de control, entonces, el emplear actividades basadas en Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo y el uso del procesado grafico *Graph*, mejora los logros académicos de los estudiantes del contenido de función cuadrática.

Los aspectos que pueden fundamentar esta diferencia, es que la visualización, a través del procesador grafico *Graph,* con las actividades establecidas, fueron un mecanismo efectivo para la construcción de conocimientos. El trabajo grupal resultó eficaz para la formulación de hipótesis que conllevó a un mejor aprendizaje de los contenidos.

A continuación se responde la segunda preguntas de investigación ¿Cuál es la influencia que producen las actividades basadas en el Aprendizaje por Descubrimiento y Aprendizaje Colaborativo, y la utilización del procesador gráfico *Graph* en la participación e interés de los estudiantes en la clase de matemáticas?. Los resultados de la encuesta indican que los estudiantes estuvieron de acuerdo en que la metodología utilizada durante el experimento les ayudó a ser más participativos en clases, y que la metodología usada durante el experimento les hizo estar más interesados en aprender la materia tratada. Así, concluimos que las actividades basadas en aprendizaje por descubrimiento y aprendizaje colaborativo influyeron satisfactoriamente en la participación e interés de los estudiantes al utilizar el procesador gráfico *Graph.*

Otros aspectos encontrados en este estudio después de analizar las producciones de los estudiantes fueron los errores que tuvieron algunos de ellos. Uno de los errores fue la escritura de las funciones cuadráticas con coeficientes fraccionarios en el procesador gráfico *Graph,* específicamente, la utilización de paréntesis entre el coeficiente numérico y el factor literal de las funciones. Otro tipo de error se relaciona con debilidades en sus conocimientos previos, donde se observan dificultades para concluir e indicar el intervalo el cual pertenece el coeficiente *"a"*, por ejemplo, decir que $-1 \leq a < 0$, la gráfica de la función se dilata y para $a < -1$ se contrae respecto a la función $f(x) = ax^2$ y así también para los intervalos $0 \leq a < 1$ y $a > 1$, debido a que algunos estudiantes no sabían trabajar intervalos y recta numérica, además, de no saber el valor fraccionario que se utilizó en el coeficiente de las funciones cuadráticas propuestas. Cabe destacar que estos errores fueron solucionados en la etapa de institucionalización del saber.

Finalmente, para tener mejores resultados en el uso de este material, se aconseja que se refuercen los conocimientos previos tales como el valor fraccionario en la recta numérica, así como el trabajo con intervalos en la recta numérica.

Bibliografía

Ajuste Curricular. (2008). *Fundamentación de ajuste a los marcos curriculares vigentes de educación básica y educación media. Santiago:* MINEDUC.

Álvarez, T. (2010). la visualizacion de conceptos matemáticos y el aprendizaje del electromagnetismo. *Latin-American Journal of Physics Education* .

Ausubel, D. (1961). *Significado y aprendizaje significativo. Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo* .

Balcucho, C., & Urbina, J. d. (2006). Scribd. Recuperado el Septiembre de 2010, de El modelado en CABRI de la función cuadrática como estrategia de verificación y generalización en la solución de un problema de optimización: http://www.scribd.com/doc/15417737/EL-MODELADO-EN-CABRI-COMO-ESTRATEGIA-DE-VERIFICACION-Y-GENERALIZACION-EN-LA-SOLUCION-DE-UN-PROBLEMA-DE-OPTIMIZACION-DE-LA-FUNCION-CUADRATICA

Barkley, E., Cross, P., & Howel, C. (2007). *Técnicas de aprendizaje colaborativo: manual para el profesorado universitario*. Madrid: Ediciones Morata.

Barros, B., & Verdejo, M. F. (25 de 09 de 2007). *Aprender Haciendo* (diplodcv).

Obtenido de Entornos para la realización de actividades de aprendizaje colaborativo a distancia: http://edgarvelasquezdiplodcv.blogspot.com/ 2007/09/ entornos-para-la-realizacin-de.html

Berenson, L., Levine, D., & Krehbiel, T. (2006). *Estaíistica para la administración*. México: Person Administracion de personal.

Bidegain, M., Diaz, A. & Barreiro, M. (2009). *Análisis Estadístico de Datos Climáticos, TEMA: Pruebas de Hipótesis.* Montevideo: Universidad de la República.

Blanco, C., Miranda, T., & Melero, J. (1993). *Filosofía y Educación*. La Mancha: Colección ESTUDIOS.

Bruner, J., & Palacios, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Ediciones Morata.

Cerda, C. (2002). Elementos *a considerar para integrar a las tecnologías del aprendizaje de manera eficiente en el proceso de enseñanza y aprendizaje*. (págs. 179 - 191). Temuco: Instituto de informática educativa.

Coll, C., & Moreneo, C. (2008). *Psicologia de la educacion virtual* . Madrid, España: Ediciones Morata.

Collazos, C. A., Guerrero, L., & Vergara, A. (1995). *Aprendizaje Colaborativo: un cambio en el rol del profesor*. Obtenido de Departamento de Ciencias de la computacion Universidad de Chile: http://www.dcc.uchile.cl/~luguerre/ papers/CESC-01.pdf

Cuban, L. (2003). *So much high-tech money invested, so little use and change in practice:how come?* Recuperado el 30 de 08 de 2010, http://www.edtechnot.com/notarticle1201.html

Enlaces. (2010). *Centro de educación y tecnología.* Recuperado el Septiembre de 2010, de http://www.enlaces.cl/index.php?t=44&i=2&cc=1273&tm=2

Enlaces. (2010). *Revista Enlaces.* Recuperado el 29 de 08 de 2010, de http://www.enlaces.cl/index.php?t=54&i=2&cc=1372&tm=2

Flores, P. (2001*). Aprendizaje en Matemáticas*.

Galvis, A. (2004). *Colombia Aprende. Recuperado el 30 de 06 de 2010, de Oportunidades Educativas de las Tic:*http://www.colombiaaprende.edu.co/html/investigadores/1609/articles-73523_archivo.pdf.

Gutiérrez, M. d. (2005). *Los desafíos de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la educación*. Galega do ensino, ISSN 1133-911X, Nº 45, 2005 , págs. 289-294.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (1997). *Metodología de Investigación*. México: Mc.Graw-Hill.

Hitt, F. (2003). *Una Reflexíon Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología*. Obtenido de The Electronic Library of Mathematics : http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/fernandoHitt.pdf

Hurtado, C. (2009). *¿Cómo se produce aprendizaje por descubrimiento? ¿Cuáles son las formas del aprendizaje por descubrimiento?* Recuperado el Septiembre de 2010, de http://www.evanew.com/spip.php?article4

Jaramillo, P. (2005). *Uso de la tecnología de información en el aula. Qué saben hacer los niños con los computadores y la informacion?* Revistas de Estudios Sociales N° 20 , 27 - 44.

Kulik, J. (2003). *Effects of Using Instructional Technology in Elementary and Secondary Schools: What Controlled Evaluation Studies Say*. Michigan: SRI International.

Lopez, E. (1990). Efecto *diferencial de la Enseñanza Basada en el Ordenador (EBO) v/s Enseñanza Convencional (FC)*. Portal de revistas científicas complutenses , 2 - 14.

Lopez, M., & Espinoza de los Monteros, A. (2006). *Mejora de la calidad educativa a partir del uso de las TIC. Un estudio de caso*. Bilbao: Virtual Educa Bilbao 2006

Lucero, M. (2003). *Entre el Trabajo Colaborativo y el Aprendizaje Colaboratico.* Revista Iberoamericana de Educación .

Maldonado, G. (17 de 05 de 2004*). Información especializada del sistema de formación* *continua para docentes*. Obtenido de Paradigmas de Aprendizaje: http://www.ciberdocencia.gob.pe/index.php?id=740&a=articulo_completo

Méndez, Z. (2004). *Aprendizaje Y Cognición*. San José: Editorial universal estatal a distancia.

MINEDUC. (30 de 06 de 2008). *MINEDUC.* Recuperado el 30 de 08 de 2010, de Fundamentación de ajuste a los marcos curriculares vigentes de educación básica y educación media: http://www.curriculummineduc.cl/docs/apoyo/ fundamentos-del-ajuste-a-los-marcos-curriculares.pdf

Ministerio de Educación. (2009*). Sistema de Medición de Calidad de la Educación.* Recuperado el 2010 de 09 de 30, de Informes de resultados para docentes y directivos: http://www.simce.cl/index.php?id=241

Montiel, G., & Cantoral, R. (2003). *Una presentación visual al polinomio de interpolación de Lagrange. Un estudio sobre la interacción del sistema en los escenarios de la educación a distancia* , 3-22.

Montiel, G., & Cantoral, R. (2003). *Visualización y pensamiento matemático*. México: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.

Morales, M. (2010). *Currículum actual en la educación chilena*. . Recuperado el Agosto de 2010, de Educación para el siglo XXI "CECITEC": http://educaciondelsiglo21.blogspot.com/2010/07/la-educacion-chilena.html.

Nussbaum, M. (2003). *Aprendizaje colaborativo mediado por la tecnología portátil 1:1* Resultados de una experiencia colaborativa. Santiago: Universidad Católica de Chile.

Palacios, J. (2004). *Desarrollo cognitivo y educación seleccion de textos seleccionados por Jesús Palacios*. España: Ediciones Morata.

Planchart, O. (2003). La *vizualización y la Modelación en la adquisición del concepto de función*. Cuernavaca: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Planchart, Orlando. (2005). La *Modelación Matemática: alternativa didáctica en la* *enseñanza de precálculo.* Revista de Investigacion en Ciencias y Matemáticas , 1-16.

Quiroga, F., & Saavedra, L. (sin año). *Teorías de aprendizaje que sustentan la reforma educacional chilena*. Los Ángeles: Universidad de Concepción.

Renoir. (2009). De psicología. Obtenido de El aprendizaje por descubrimiento: http://depsicologia.com/el-aprendizaje-por-descubrimiento/

Rios, V. (2009). *Influencias pedagógicas y actitudinales del aprendizaje por descubrimiento y el trabajo colaborativo en un curso del nivel NM4.* Valparaíso: Universidad de Valparaíso.

Rolong, A., & Guerrero, D. (2008). *El papel de la calculadora TI-92 como mediadora cognitiva en la solución de sistemas de dos ecuaciones con dos variables*. Barranquilla: Universidad del Norte.

Ruiz, J. (1993). *Efectos de uso del ordenador en educación:* Revisión del tema. Dialnet, 205-222.

Silva, J. C. (11 de 05 de 2002*). Eduteka.* Obtenido de Aprendizaje Visual, otro Aporte de las TICs a la Educación:http://www.eduteka.org/profeinvitad.php3?ProfInvID=0011

Simce. (2009). Recuperado el Septiembre de 2010, de *Informes de Resultados para Docentes y Directivos SIMCE 2009*. : http://www.simce.cl/index.php?id=241

UNESCO. (2008). *Estandares de competencias en TIC para docentes*. Londres: UNESCO.

Valdez, E. R. (2003). *Las aplicaciones del CABRI-GÉOMÈTRE II en la enseñanza de la función cuadratica: Una estrategia constructivista del aprendizaje.* Mexicali: Centro de Estudios Tecnológicos Industrial y de Servicios No. 18.

Vélez, C. (2010). Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículode Matemáticas. Revolución Educativa Colombia aprende , 1 - 7.

Villarreal, M., & Borba, M. (2005). Humans-*with-media and the reorganization of mathematical thinking* . Brazil: Editorial Springer Science.

Villaseñor, G. (2000). *Sistemas virtuales de aprendizaje en la empresa. Recuperado el 2010 de 09 de 30, de Teletrabajo y aprendizaje colaborativo: retos y desafios en entornos* virtuales: http://sva99.tripod.com/Sva99/d24/Villasenor.html

Apéndice A

Uso del Procesador Gráfico *Graph*

Para comenzar la utilización de este procesador gráfico, debemos conocer las funciones básicas que contempla. Realizaremos un paseo por las funciones que se ocuparon en las distintas actividades, para su futuro uso e implementación. Enmarca un gran número de funciones y una variedad de graficas que se pueden interpretar, siendo estas explícita o implícitamente. Este procesador gráfico es de uso y manipulación sencilla además de ser gratuita, es de fácil acceso a todas las personas que quieran adquirirlo.

A.1 Barra de herramientas

La barra de herramientas del procesador gráfico *Graph* está compuesta por los comandos que se muestran en la figura A.1

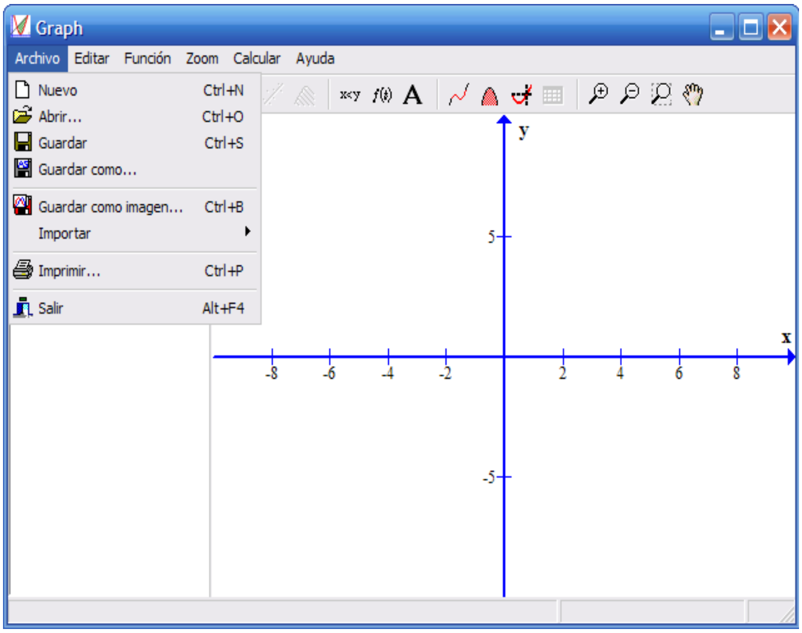


Figura A 1 ***Barra de herramientas del procesador Graph***

En la siguiente tabla de la Figura A.2, se detallan brevemente los comandos de la barra de herramientas.

Comandos	**Función**	**Acceso Directo**
Nuevo	Crea una nueva hoja de trabajo (Nuevo sistema de coordenadas)	Ctrl + N
Abrir	Abre un sistema de coordenadas trabajado y guardado.	Ctrl + O
Guardar	Guarda el sistema de coordenadas y el trabajo actual	Ctrl + S

Figura A 2 ***Comando que se utilizaron para la Investigación.***

A.2 Insertar una función

Detalles de los comandos ocupados para insertar una función cuadrática.

Eje	Edita las configuración de los ejes (abscisa y Ordenada)	Ctrl + A
Insertar Función	Introduce una nueva Función a trabajar.	Ins

Para insertar una función debemos, primero, seleccionar "Función", en la barra de herramientas, luego hacer seleccionar en "Insertar Función", donde aparecerá un cuadro como el que muestra la siguiente figura.

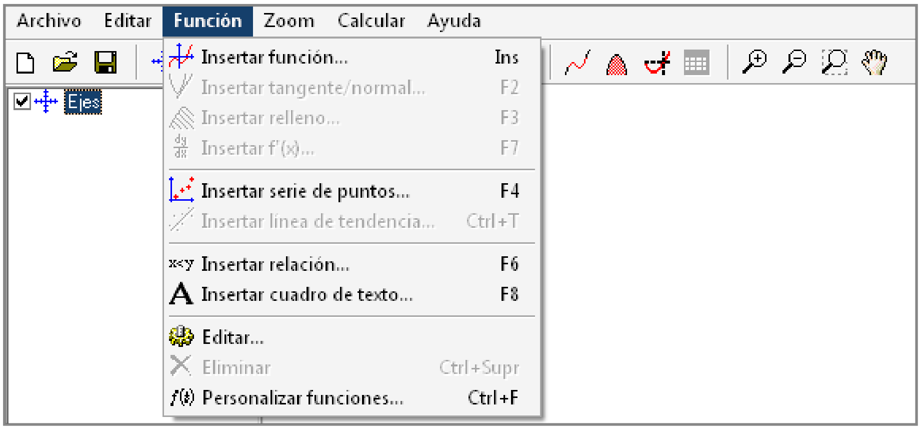


Figura A 3 ***Para insertar una función.***

Realizado esto, aparecerá un cuadro en el cual se escribe la función y también se puede dar formato a la grafica como uno desee (zona enmarcada).

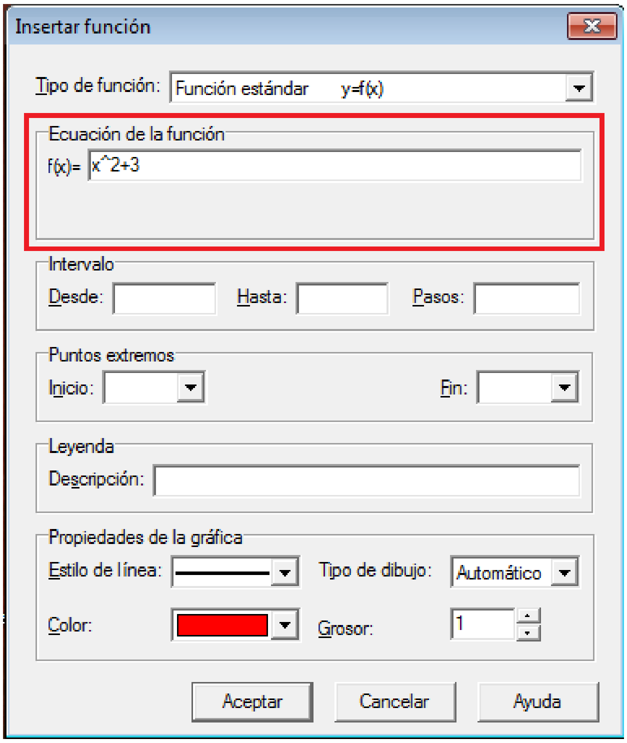


Figura A 4 ***Ventana para insertar una función en Graph***

A.3 Operadores para graficar una función

A continuación se describen el significado de los operadores matemáticos con su equivalente significado, ver Figura A.5.

Operador	**Equivalencia**
+	Suma
-	Resta
*	Multiplicación
/	División

( )	Paréntesis redondos
y = f(x)	Variable dependiente
Λ	Exponente de la variable independiente

Figura A 5 ***Tabla de operadores matemáticos***

A.4 Construcción gráfica de una función

A continuación se precederá a construir una grafica a partir de lo explicado anteriormente. Una vez abierto el procesador gráfico, hacemos click en "Función", donde aparecerá la opción "insertar función"

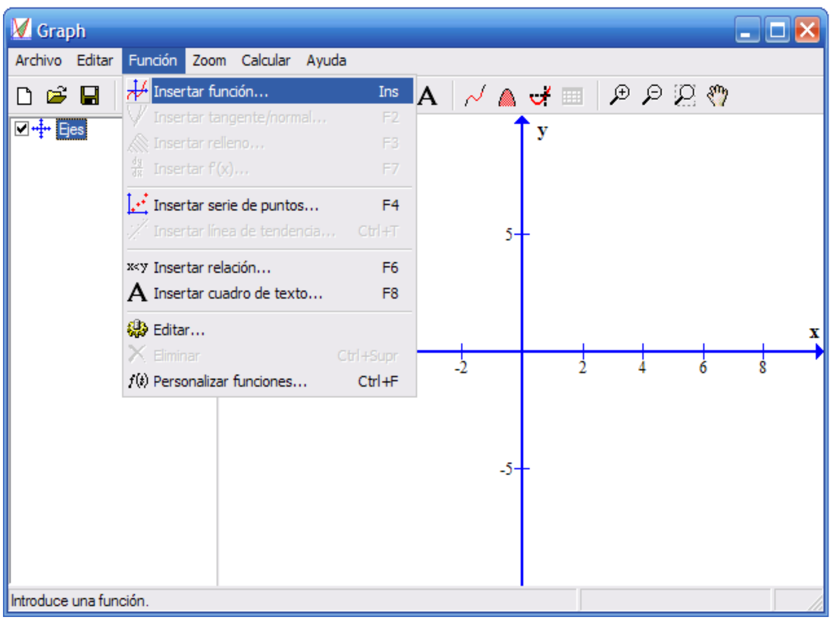


Figura A 6 ***Insertar una Función***

Luego, aparecerá el cuadro donde debemos escribir la función la cual queremos graficar, en este caso procederemos a graficar la función $y = x^2 - 5$. Solo debemos escribir la expresión que esta después del signo igual ya que el procesador arrojara error si se escribe la expresión completa.

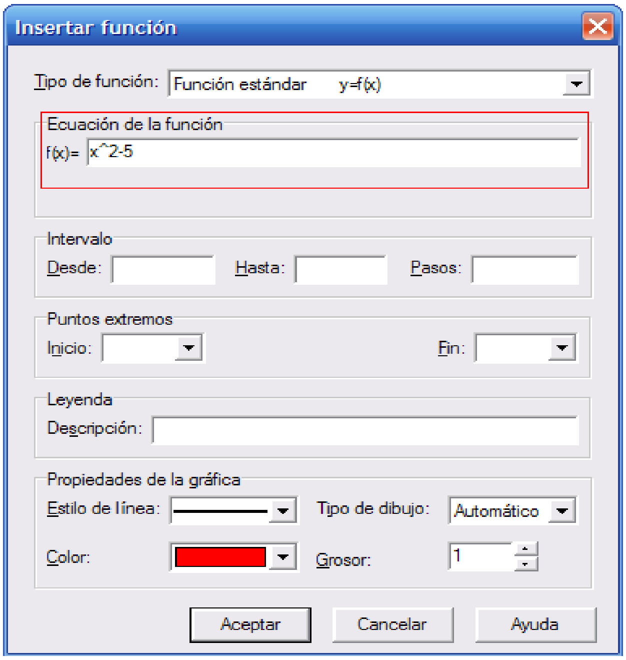


Figura A 7 ***Escribir la Función***

Debemos de tener en cuenta que la expresión de la función está dada por "y" como variable dependiente, y "x" como variable independiente, para ello hay que procurarse que en el cuadro, donde dice "Tipo de función", debe aparecer como $y = f(x)$, si no es así debemos cambiar. Luego se enmarca con rojo la casilla que dice "Ecuación de la función", acá es donde debemos escribir la función cuadrática que queremos graficar, para nuestro caso, la función es $y = x^2 - 5$. Debemos aclarar un punto importante, el exponente que tiene la variable x, no puede ser escrita tal como se presenta en el problema, debemos buscar en el teclado la tecla que tiene como símbolo "$\wedge$", este operador nos dará el significado de exponente en la variable x.

Una vez escrita la función cuadrática que queremos representar en gráfica, le damos click a "aceptar", y nos aparecerá en el primer cuadro, donde están los ejes del plano cartesiano, la función cuadrática $y = x^2 - 5$ como una parábola de color rojo, la cual corta al eje x en dos puntos, el vértice de esta en el eje y negativo, lo cual indica que es una parábola cóncava hacia arriba, tal como muestra la figura siguiente.

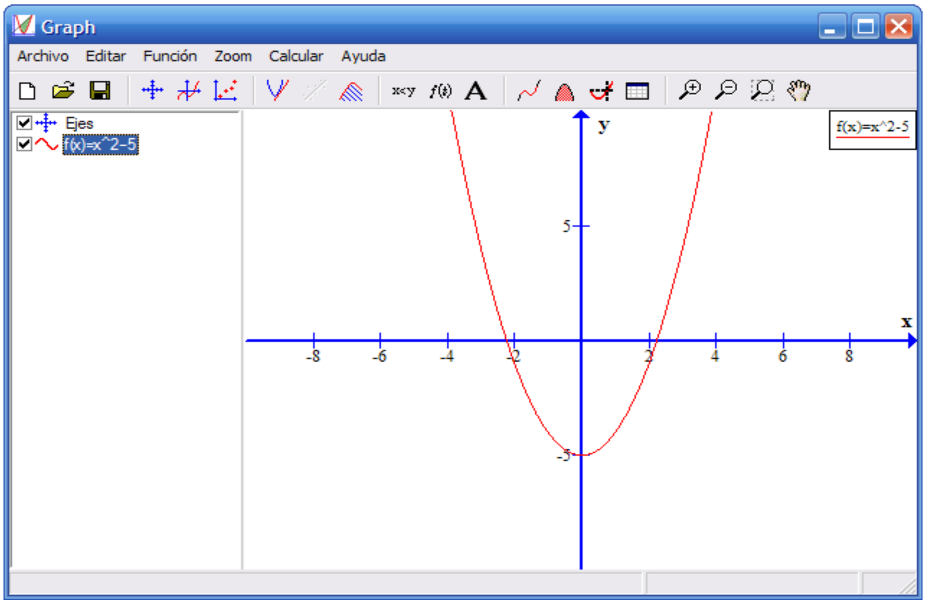


Figura A 8 ***Gráfica de la Función*** $y = x^2 - 5$

Podemos observar que al lado izquierdo de la figura, muestra la función que se presenta graficada. Este procesador gráfico, *Graph*, admite más de una grafica las cuales se pueden representar de distintos colores para no confundir con las otras, como se muestra en la siguiente figura.

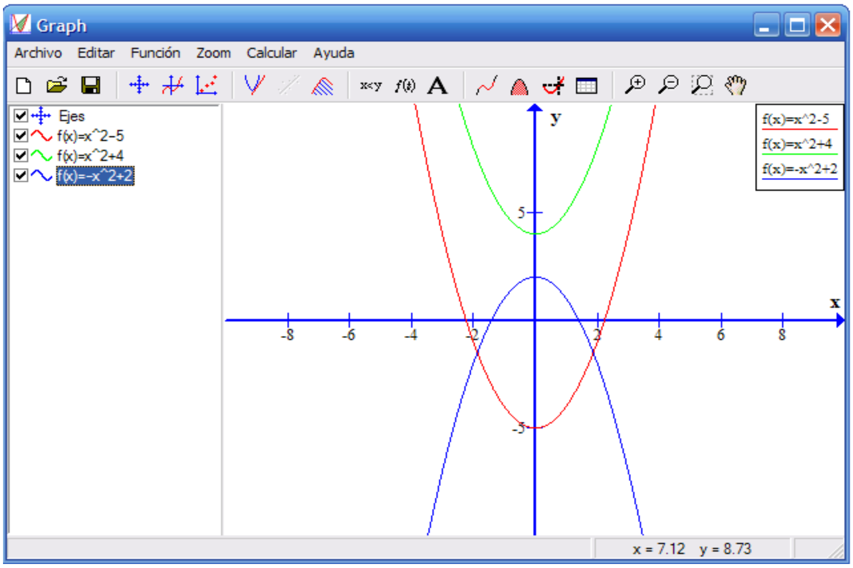


Figura A 9 ***Gráfica de varias Funciones***

A.5 Modificar la gráfica de una función

Además de agregar varias gráficas de la función cuadrática dentro del mismo plano cartesiano, también podemos modificar una gráfica si es que nos equivocamos en escribir algún dato de la expresión, esto nos resulta útil para no volver a repetir los pasos anteriormente vistos. A continuación mostraremos como realizar la modificación de una gráfica.

Tomaremos un ejemplo en la cual tengamos más de una gráfica dibujada.

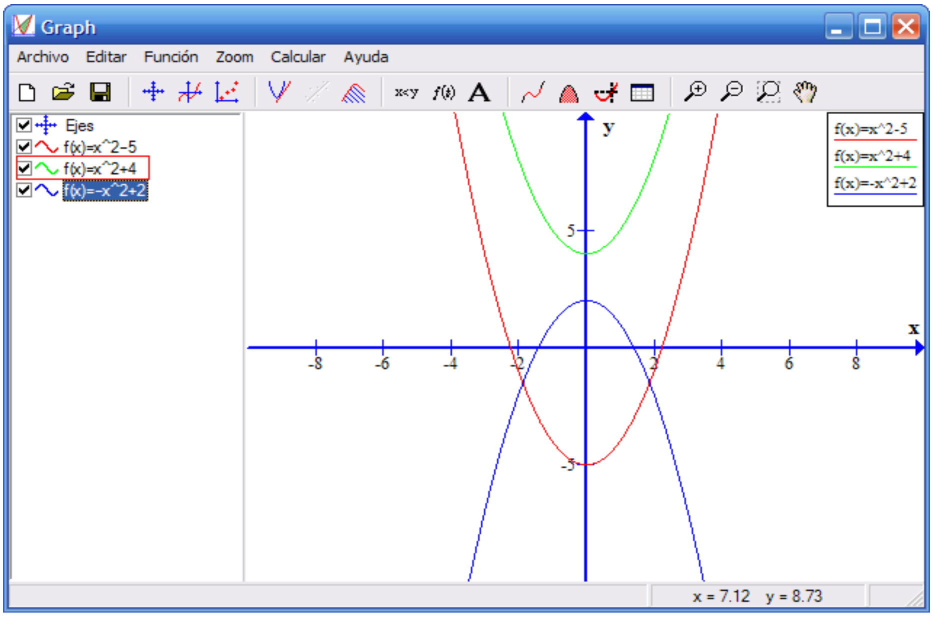


Figura A 10 ***Gráfica de varias Funciones***

La gráfica a modificar es la que está enmarcada con rojo en la parte izquierda de la figura, esta muestra que la parábola de color verde es cóncava hacia arriba, pero la representaremos como una parábola hacia abajo y cambiando el valor de la constante.

Hacemos doble click a la función y nos volverá a aparecer el cuadro donde escribimos la función, con la diferencia que acá nos aparecerá la función graficada $y = x^2 + 4$.

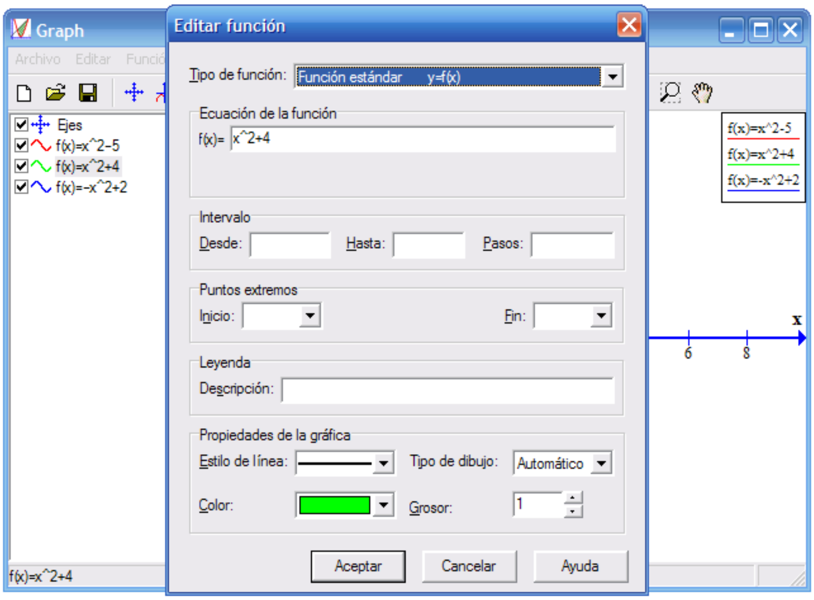


Figura A 11 ***Cuadro de insertar una Función***

Ahora, para que la función sea una parábola cóncava hacia abajo, debemos agregar un signo menos (-), el cual nos dará el vértice de la parábola en el eje negativo del y. Luego cambiamos el valor de la constante 4, por un valor real negativo, por ejemplo -7.

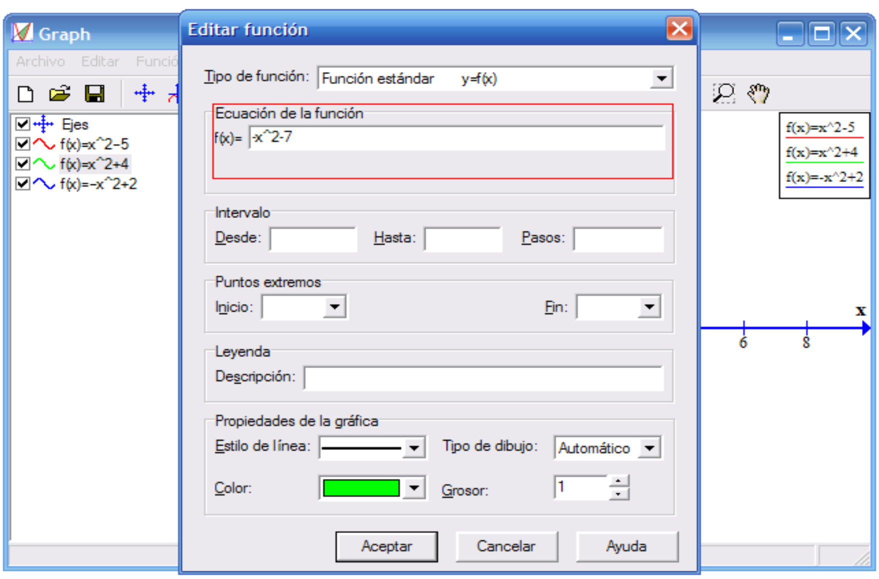


Figura A 12 ***Función modificada***

A continuación, hacemos click en aceptar y nuestra parábola se modificara, tal como muestra la siguiente figura.

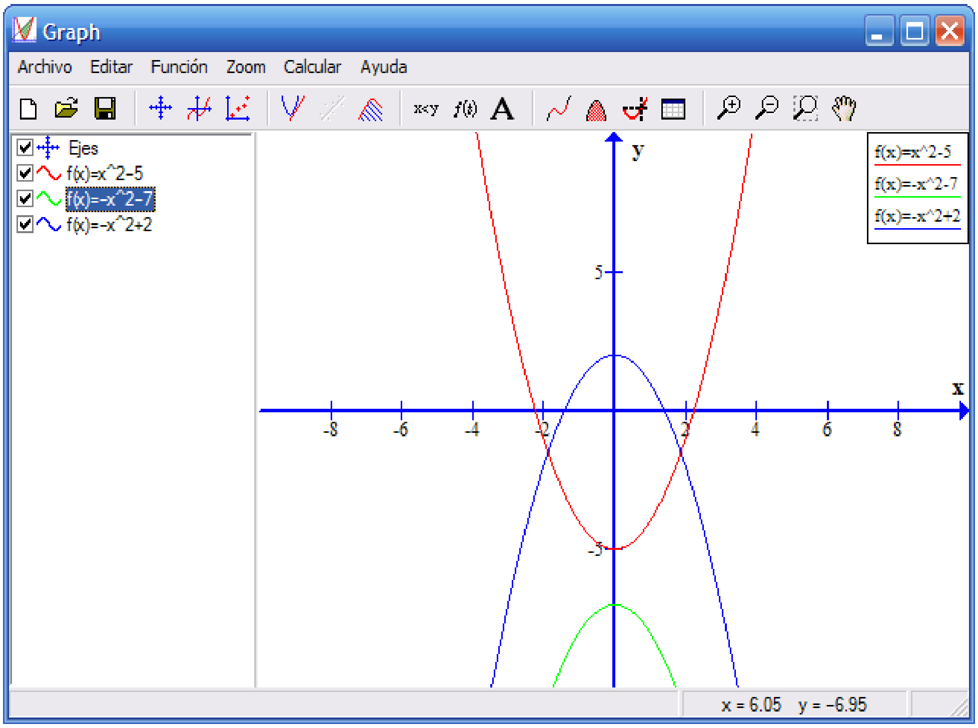


Figura A 13 ***Gráfica modificada***

Finalmente obtenemos la gráfica modificada la cual es una parábola cóncava hacia abajo, estas modificaciones se pueden realizar con las gráficas que uno desee, lo mismo para ingresar valores u otros datos que se requieran.

Observamos que la parábola, solo muestra el vértice y un resto de la parábola, esto es porque el cuadro donde se grafico es reducido, esto se corrige agrandando el cuadro con lo cual se obtendrá una vista más general de las gráficas.

Apéndice B

Actividades

B.1 Guía de la 1era Actividad

<u>Actividad n°1.</u>

"Función Cuadrática".

Objetivos:

1) Identificar la forma de la gráfica de una función cuadrática.
2) Identificar la orientación de la gráfica de una función cuadrática a partir de su coeficiente.

Evaluación formativa: Cada pregunta de la guía vale 1 punto. En total son 28 puntos (nota 7).

Organización: Responde en grupos de 2 o 3 personas las siguientes actividades.

Tiempo: 60 min

. **Ejercicios**

1. Sea $y = ax^2$. Usando *Graph*, grafica la función $y = x^2$ y las funciones de los siguientes conjuntos, en un mismo sistema de coordenadas:

$$\boldsymbol{y = x^2}$$

A

y= $-x^2$

y= $-2x^2$

B

y= $0.5x^2$

y= $-0.5x^2$

Cuando el coeficiente $\boldsymbol{a}$ es un número ________________________, las gráficas de las funciones tienen la forma: (dibuja la grafica en el cuadro)

Cuando coeficiente $\boldsymbol{a}$ es un número _______________________, las gráficas de las funciones tienen la forma: (dibuja la grafica en el cuadro)

2.1. Ocupando el mismo sistema de coordenadas grafica, usando *Graph*, las funciones del conjunto **A**.

A. **i)** $y = 0{,}75x^2$ **ii)** $y = \frac{1}{2}x^2$ **iii)** $y = \frac{5}{11}x^2$ **iv)** $y = 0{,}03x^2$

Observar el comportamiento de la gráfica de cada función.

¿Qué está ocurriendo al comparar las gráficas de cada función del conjunto A?

2.2. Con el mismo sistema de coordenadas que se graficó las funciones del conjunto A, (usando *Graph*) grafica las funciones del conjunto **B**.

B. **i)** $y = \frac{12}{11}x^2$ **ii)** $y = 8x^2$ **iii)** $y = 1{,}5x^2$ **iv)** $y = 10x^2$

Observar el comportamiento de la gráfica de cada función.
¿Qué está ocurriendo al comparar las gráficas de cada función del conjunto B?

a) Si las funciones de los conjuntos A y B se consideran de la forma ¿Qué intervalo de número es $\boldsymbol{a}$ en cada conjunto?

En el conjunto A, $\boldsymbol{a}$ es un número: ____.

En el conjunto B, $\boldsymbol{a}$ es un número: ____.

b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de $\boldsymbol{a}$?

Cuando $\boldsymbol{a}$ es un número ____________________________, las gráficas de las funciones tienden a, a medida que $\boldsymbol{a}$ sea mayor.

Cuando $\boldsymbol{a}$ es un número ____________________________, las gráficas de las funciones tienden a, a medida de que $\boldsymbol{a}$ sea menor.

2.3 Utilizando los mismo conjuntos, A y B, pero ahora con los números negativos, grafica, utilizando *Graph*, y compara su comportamiento.

a) Si las funciones de los conjuntos A y B se consideran de la forma $y = ax^2$, ¿Qué intervalo de número es $\boldsymbol{a}$ en cada conjunto?

En el conjunto A, $\boldsymbol{a}$ es un número: ____.

En el conjunto B, $\boldsymbol{a}$ es un número: ____.

b) ¿Qué observas para las gráficas de las funciones de ambos conjuntos según el tipo de $\boldsymbol{a}$?

Cuando $\boldsymbol{a}$ es un número ____________________________, las gráficas de las funciones tienden a medida que $\boldsymbol{a}$ sea mayor.

Cuando $\boldsymbol{a}$ es un número ____________________________, las gráficas de las funciones tienden a medida de que $\boldsymbol{a}$ sea menor.

3. Considerando una función de la forma $y = ax^2$, describe el comportamiento de las gráficas de las funciones, considerando diversos valores para $\boldsymbol{a}$.

Dibujar y explicar el tipo de gráfica resultante según el valor de $\boldsymbol{a}$**.**

i)

	$\boldsymbol{a} < 0$	$\boldsymbol{a} > 0$
Dibujar		
Explicar		

ii)

	$\mathbf{-1 < a}$	$\mathbf{-1 \leq a} < 0$	$\mathbf{0 < a \leq 1}$	$\mathbf{a} > 1$
Dibujar				
Explicar				

B.2 Guía de la 2da Actividad

Actividad n°2.

"Función cuadrática".

Objetivo:

1) Identificar el sentido y dirección de la traslación de una función cuadrática a partir del parámetro sumado.

Evaluación formativa: Cada pregunta de la guía vale 1punto, a excepción de las dos últimas, que valen 2 puntos cada una. En total son 10 puntos (nota 7).

Organización: Responde en grupos de 2 o 3 personas las siguientes actividades.

Tiempo: 50 minutos.

Ejercicios

1.

1.1. Usando *Graph*, en un mismo sistema de ecuaciones, graficar las funciones:

$$\mathbf{y= x^2}$$

A

i) $y = x^2 + 1$

ii) $y = x^2 - 1$

a) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

b) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

1.2. Usando *Graph*, en un mismo sistema de ecuaciones, graficar las funciones:

B.

i) $y = (x + 1)^2$

ii) $y = (x - 1)^2$

c) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones i) y iv) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

---

d) ¿Hacia dónde se desplazan las gráficas de las funciones ii) y iii) con respecto a la gráfica de la función $\mathbf{y= x^2}$?

---

2. Completa la siguiente tabla hacia dónde se desplaza la gráfica de la función dada con respecto a la gráfica de la función $y = x^2$.

	b>0	**b**<0
Función: $y = x^2 + b$		
Función: $y = (x + b)^2$		

a) Discute con tu grupo de trabajo por qué ocurre esto.

b) En base a lo anterior, describe con tus propias palabras qué rol matemático juegan el parámetro **b** en las siguientes funciones y expliqué por qué crees que sucede esto.

$y = x^2 + b$	$y = (x + b)^2$

Apéndice C

Pruebas de Contenido

C.1 Pre-Prueba

Evaluación Diagnóstica (Pre-test)

Nombre: ____.

Curso: _______________.-   Fecha:____________.-

Puntaje total: 36 puntos.   Tiempo: 45 minutos.

Aprendizajes esperados:

Que los alumnos y alumnas:

1) El estudiante comprende el concepto de función cuadrática y su gráfica.
2) Analicen el comportamiento gráfico y analítico de la función cuadrática.
3) Analicen las relaciones entre los gráficos y los parámetros en la función cuadrática.

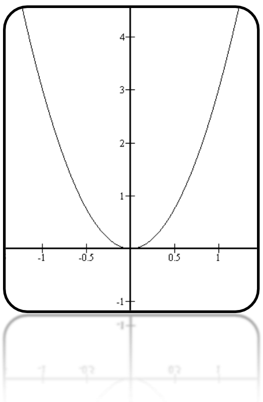
Problema 1 (1 punto cada respuesta).

Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones de la forma $y = ax^2$, indica:

a) si $\boldsymbol{a}$ es positivo o negativo. (1 punto cada respuesta).

b) La concavidad de la Función Cuadrática (1 punto cada respuesta).

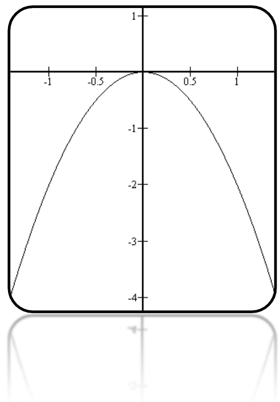
1)



$\boldsymbol{a}$ es: ___________________.-

Concavidad: ________________-

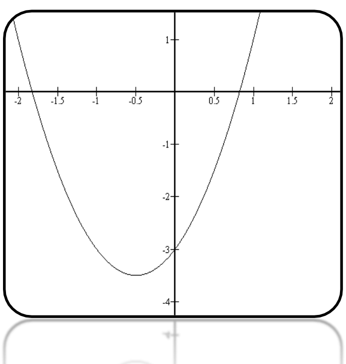
2)



$\boldsymbol{a}$ es: ___________________.-

Concavidad: ________________-

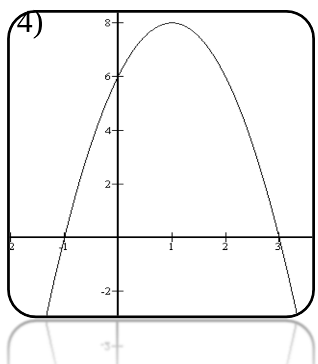
1)



$\boldsymbol{a}$ es: ___________________.-

Concavidad: ________________-

4)

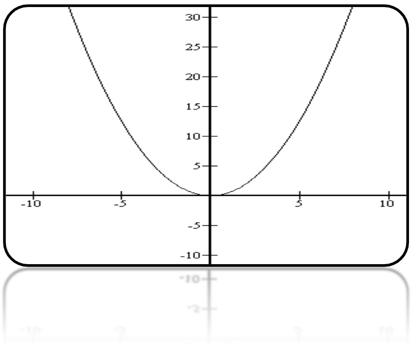


$\boldsymbol{a}$ es: ___________________.-

Concavidad: ________________-

Problema 2 (3 puntos cada respuesta)

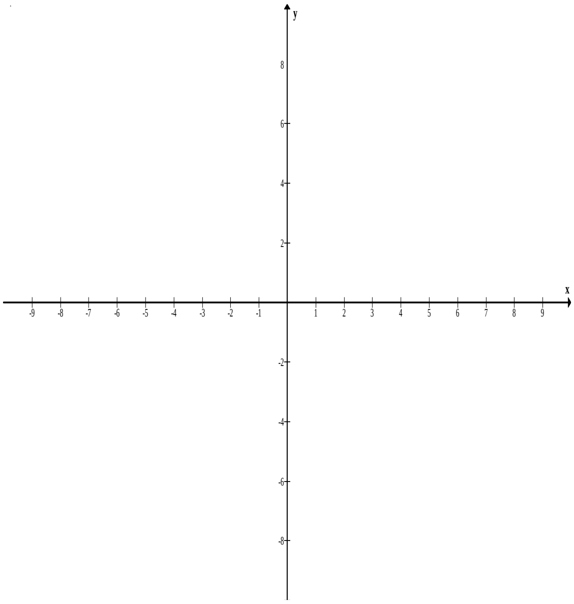
Sea el siguiente gráfico el de la función $y = \frac{1}{2}x^2$

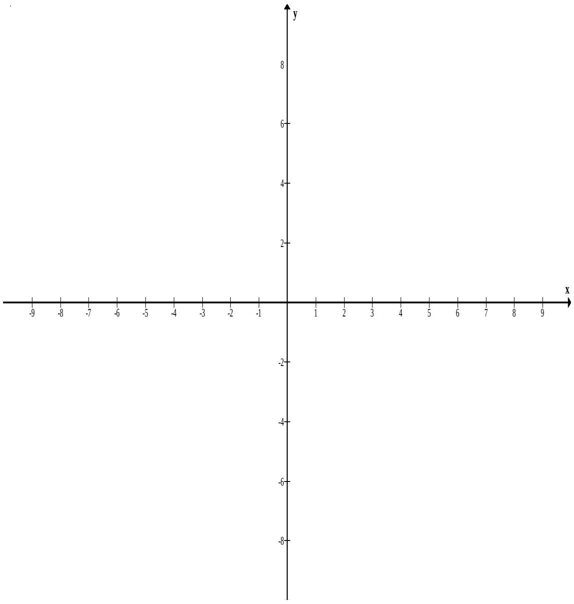


1) A partir de este gráfico bosqueja los gráficos de las funciones: (3 puntos cada gráfico).

a) $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$

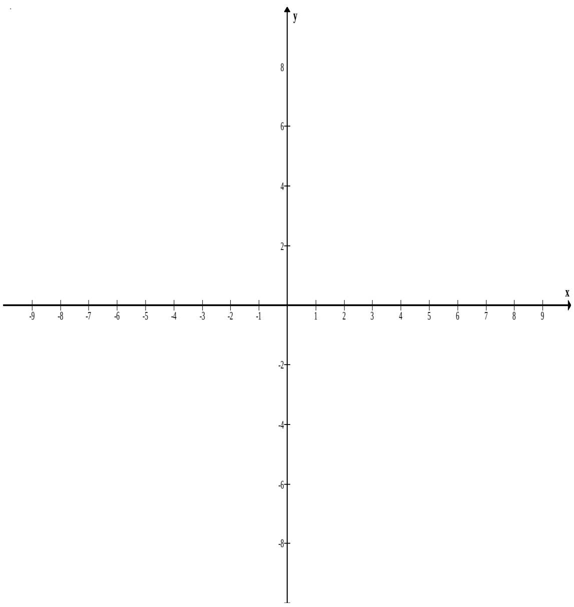
b) $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$

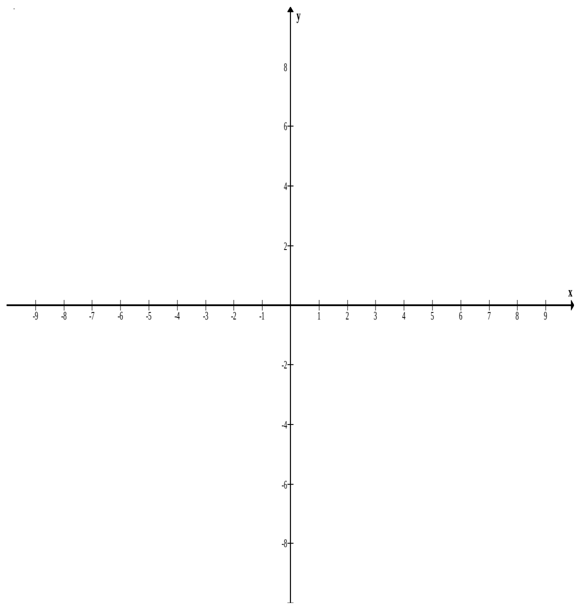




c) $y = \left[\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right]^2$

d) $y = \left[\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right]^2$





2) Completa lo siguiente: (1 punto cada respuesta)

Con respecto al gráfico de la función $y = \left(\frac{1}{2}\right)x^2$

a) El gráfico de la función $y = \frac{1}{2}x^2 + 5$ está desplazado hacia:

_________________.

b) El gráfico de la función $y = \frac{1}{2}x^2 - 5$ está desplazado hacia:

_________________.

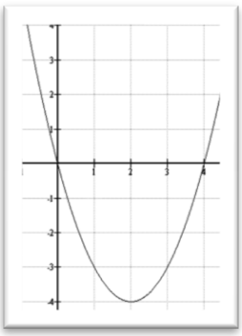
c) El gráfico de la función $y = \left[\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right]^2$ está desplazado hacia: _______________.

d) El gráfico de la función $y = \left[\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\right]^2$ está desplazado hacia: ______________.

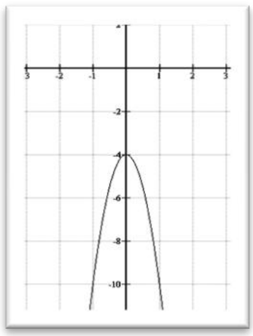
Problema 3 (2 puntos cada respuesta)

Identifica cada uno de los gráficos con las funciones dadas. Para ello asocia cada número de las gráficas con las letras de dadas.

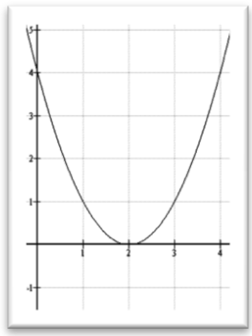
1)

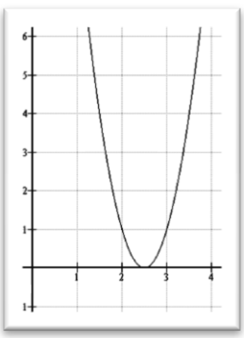


2)

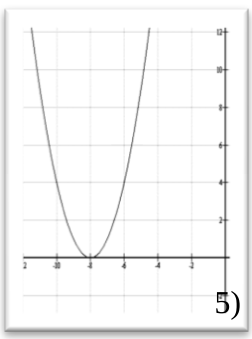


3)

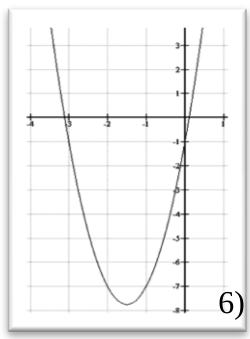




4)



5)



6)

a) $y = 3x^2 + 9x - 1$

b) $y = x^2 + 16x + 64$

c) $y = -6x^2 - 4$

d) $y = (2x - 5)^2$

e) $y = x^2 - 4x$

f) $y = x^2 - 4x + 4$

Respuestas:

1	
2	
3	
4	
5	
6	

Problema 4 (1 punto cada respuesta)

Complete con Verdadero o falso. Justifique en el caso de las respuestas Falsas.

1. _____ El coeficiente a de la función cuadrática $y = ax^2$, indica si la parábola es abierta hacia arriba o hacia abajo.

   ____

   ____

2. _____ La función $y = (x + c)^2$, con c positivo, se traslada c veces hacia arriba.

   ____

   ____

3. _____ La función $y = ax^2 + c$, con c positivo, se traslada c veces hacia la izquierda.

   ____

   ____

4. _____ El mayor distintivo de una Función Cuadrática que exponente debe ser 1.

____

____

C. 2 Post-Prueba

Evaluación Diagnóstica (Post-test)

Nombre: ____.

Curso: _____________.- Fecha: _____________.-

Puntaje total: 40 puntos. Tiempo: 45 minutos.

Aprendizajes esperados:

Que los alumnos y alumnas:

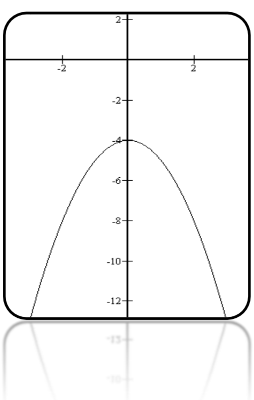
4) El estudiante comprende el concepto de función cuadrática y su gráfica.
5) Analicen el comportamiento gráfico y analítico de la función cuadrática.
6) Analicen las relaciones entre los gráficos y los parámetros en la función cuadrática.

Problema 1 (1 punto cada respuesta).

Para cada uno de los siguientes gráficos de funciones de la forma $y = ax^2$, indica:

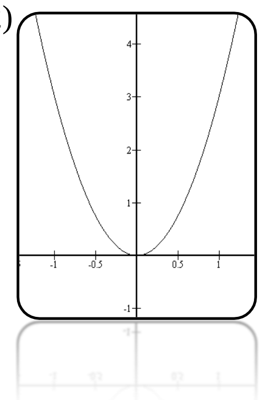
a) si $\boldsymbol{a}$ es positivo o negativo. (1 punto cada respuesta).
b) La concavidad de la Función Cuadrática (1 punto cada respuesta).

1)



$\boldsymbol{a}$ es: _________________.-

2)

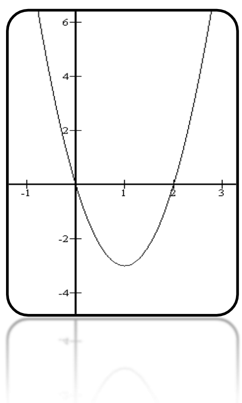


$\boldsymbol{a}$ es: _________________.-

Concavidad: _______________.-

Concavidad: ______________.-

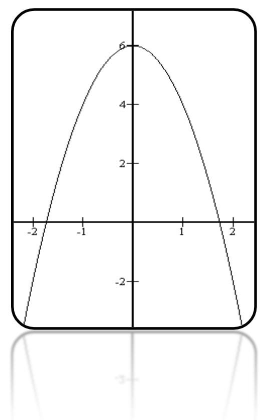
3)



$\boldsymbol{a}$ es: ____________________.-

Concavidad: _________ ___.-

4)

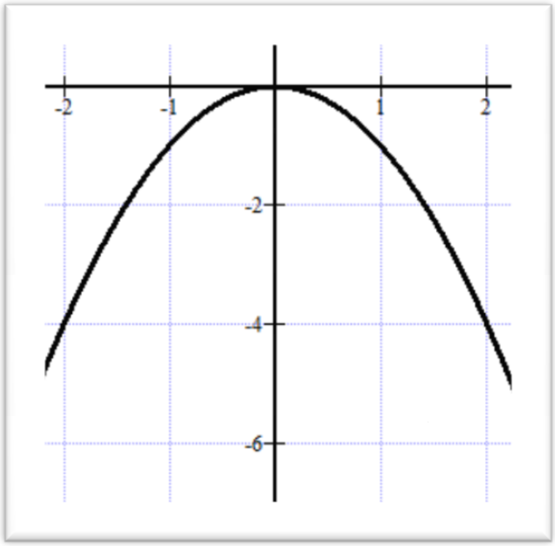


$\boldsymbol{a}$e s:_________________.-

Concavidad:____________.-

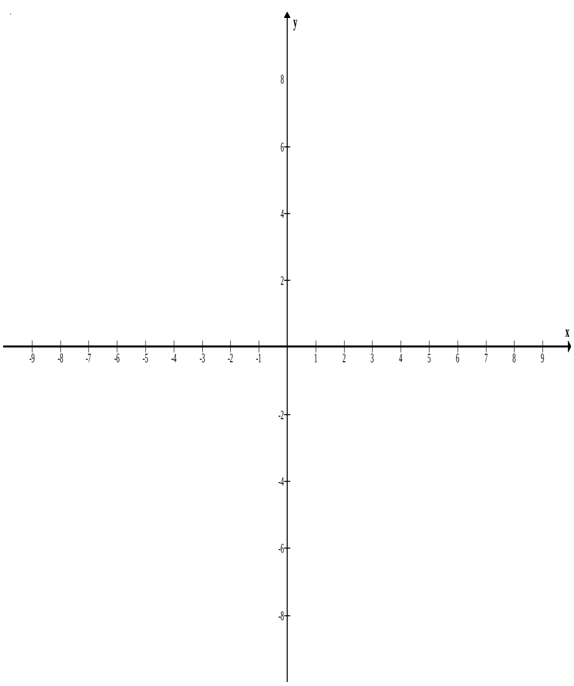
Problema 2 (3 puntos cada respuesta)

Sea el siguiente gráfico el de la función $y = -x^2$

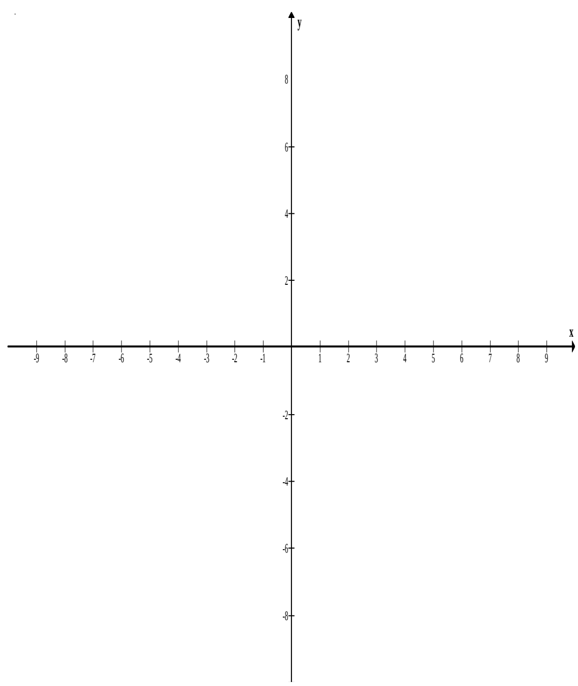


3) A partir de este gráfico bosqueja los gráficos de las funciones: (3 puntos cada gráfico).

a) $y = -(x-5)^2$

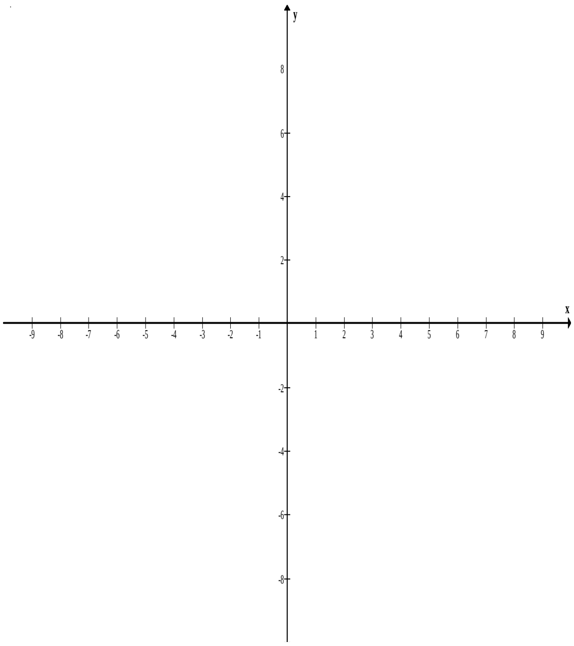


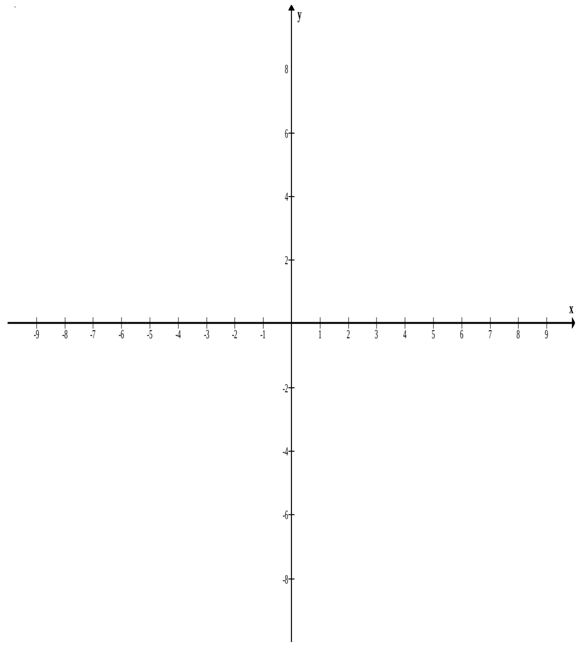
b) $y = -x^2 + 3$



c) $y = -x^2 - 3$

d) $y=-(x+5)^2$





4) Completa lo siguiente: (1 punto cada respuesta)

Con respecto al gráfico de la función $y=-x^2$

e) El gráfico de la función $y=-(x-5)^2$ está desplazado hacia: ______________.

f) El gráfico de la función $y=-x^2+3$ está desplazado hacia: ________________.

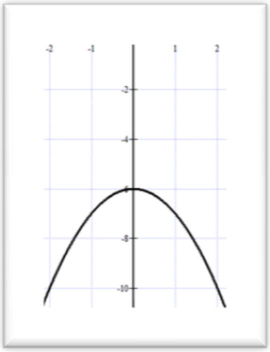
g) El gráfico de la función $y=-x^2-3$ está desplazado hacia: ________________.

h) El gráfico de la función $y=-(x+5)^2$ está desplazado hacia: _______________.

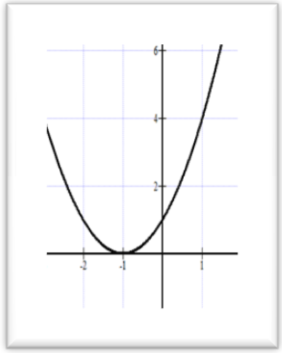
Problema 3 (2 puntos cada respuesta)

Identifica cada uno de los gráficos a las funciones dadas. Para ello asocia cada número de las gráficas con las letras de dichas dadas.

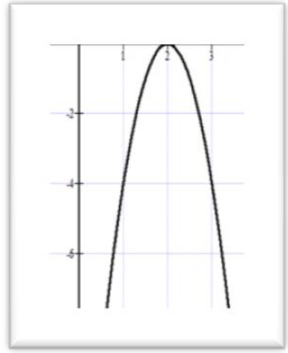
1)



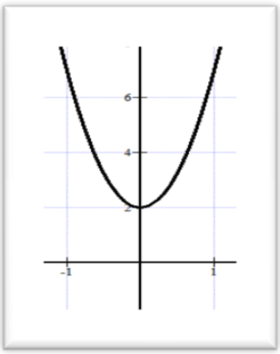
2)



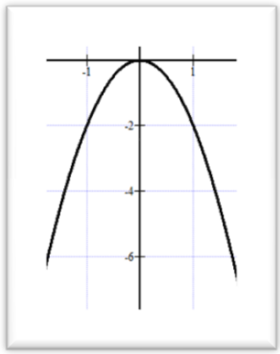
3)



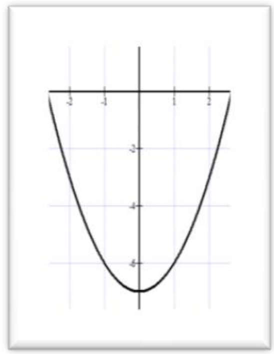
4)



5)



6)



a) $y = (x+1)^2$
b) $y = x^2 - 7$
c) $y = 5x^2 + 2$
d) $y = -x^2 - 6$
e) $y = -(2x-4)^2$
f) $y = -2x^2$

Respuestas:

1

2

3

4

5

6

Problema 4 (1 punto cada respuesta)

Complete con Verdadero o falso. Justifique en el caso de las respuestas Falsas.

1. _____ En la función $y = ax^2$, el término a se llama, coeficiente de la parábola e indica traslación horizontal de la parábola.

   ____

   ____-

2. _____ En la función $y = (ax + c)^2$, con $a > 0$, entonces la función es cóncava hacia arriba y se traslada c-veces hacia la derecha.

____

____

3. _____ El mayor distintivo de una Función Cuadrática que exponente debe ser 2.

____

____

4. _____ La función $y = ax^2 - c$, con c positivo, se traslada c veces hacia *ARRIBA*.

____

____

Apéndice D

Planificación del Experimento

Tercero Medio B, Grupo Experimental

Fecha	Aprendizajes Esperados	Contenido	Actividad	Evaluación
	Hacia el alumno			
1 hora				Pre-Test. 1° Encuesta Actitudinal.
2 horas	Evalúen funciones de modo manual. Comprenden el comportamiento de la grafica de una función de la forma $y = ax^2$, conforme "$\boldsymbol{a}$", toma un valor entre 0 y 1, con respecto a un valor mayor o igual a 1;	Función cuadrática de la forma $y = ax^2$, y su análisis gráfico según el comportamiento	Resolución de la actividad n° 1 mediante *Graph*.	

	así como si “$\boldsymbol{a}$” toma un valor entre -1 y 0, con respecto a un valor menor o igual a -1, a partir de una grafica y viceversa.	del coeficiente “$\boldsymbol{a}$”.		
1 hora	Evalúen funciones de modo manual. Comprenden el comportamiento de la grafica de una función de la forma $y = ax^2$, conforme “$\boldsymbol{a}$”, toma un valor entre 0 y 1, con respecto a un valor mayor o igual a 1; así como si “$\boldsymbol{a}$” toma un valor entre -1 y 0, con respecto a un valor menor o igual a -1, a partir de una grafica y viceversa.	Función cuadrática de la forma $y = ax^2$**,** y su análisis gráfico según el comportamiento del coeficiente “$\boldsymbol{a}$”.	Guía de ejercicios O Continuación con la guía anterior	
2 horas	Reconozcan la traslación y el sentido de una función de la forma $y = ax^2 + c$ y $y = (x + c)^2$**,** según “$\boldsymbol{c}$” toma un valor positivo o negativo.	Traslación vertical y horizontal de la función cuadrática.	Resolución de la Actividad n° 2	
1 hora	Reconozcan la traslación y el sentido de una función de la forma $y = ax^2 + c$ e $y = (x + c)^2$**,** según “$\boldsymbol{c}$” toma un valor positivo o negativo.	Traslación vertical y horizontal de la grafica de la función cuadrática.	Guía de ejercicios	
2 horas	Reconozcan la concavidad, traslación y el sentido de la función cuadrática.	Concavidad, Traslación vertical y horizontal de la grafica de la	Guía de Ejercicios	

		función cuadrática.		
2 horas				Pos-Test. 2° encuesta Actitudinal.

Tabla D. 1 Planificación del experimento, 3° medio B, Grupo experimental.

Tercero Medio C, Grupo de Control

Fecha	**Aprendizajes Esperados**	**Contenido**	**Actividad**	**Evaluación**
1 hora				Pre-Test. 1° Encuesta Actitudinal.
2 horas	Evalúen funciones de modo manual. Comprenden el comportamiento de la grafica de una función de la forma $y = ax^2$, conforme "$\boldsymbol{a}$", toma un valor entre 0 y 1, con respecto a un valor mayor o igual a 1; así como si "$\boldsymbol{a}$" toma un valor entre -1 y 0, con respecto a un valor menor o igual a -1, a partir de una grafica y viceversa.	Función cuadrática de la forma $y = ax^2$**,** y su análisis gráfico según el comportamiento del coeficiente **"$\boldsymbol{a}$".**	Ejercicios en el pizarrón	
	Evalúen funciones de modo manual. Comprenden el comportamiento de la grafica de una función	Función cuadrática de la		

1 hora	de la forma $y = ax^2$, conforme “$\boldsymbol{a}$”, toma un valor entre 0 y 1, con respecto a un valor mayor o igual a 1; así como si “$\boldsymbol{a}$” toma un valor entre -1 y 0, con respecto a un valor menor o igual a -1, a partir de una grafica y viceversa.	forma $y = ax^2$**,** y su análisis gráfico según el comportamiento del coeficiente “$\boldsymbol{a}$”.	Guía de ejercicios O Continuación con la guía anterior	
2 horas	Reconozcan la traslación y el sentido de una función de la forma $y = ax^2 + c$ y $y = (x + c)^2$**,** según “$\boldsymbol{c}$” toma un valor positivo o negativo.	Traslación vertical y horizontal de la función cuadrática.	Entrega de guía de trabajo en clases	
1 hora	Reconozcan la traslación y el sentido de una función de la forma $y = ax^2 + c$ e $y = (x + c)^2$**,** según “$\boldsymbol{c}$” toma un valor positivo o negativo.	Traslación vertical y horizontal de la grafica de la función cuadrática.	Guía de ejercicios	
2 horas	Reconozcan la concavidad, traslación y el sentido de la función cuadrática.	Concavidad, Traslación vertical y horizontal de la grafica de la función cuadrática.	Guía de Ejercicios	
2 horas				Pos-Test. 2° encuesta Actitudinal.

Tabla D. 2 Planificación del experimento, 3° medio C, Grupo control.

Planificación clase a clase del Grupo Experimental

Nombre Docente: María Victoria González Bruna

Subsector: Matemática.

Objetivos Fundamentales Verticales	**Contenidos Mínimos Obligatorios**
Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la función cuadrática, mejorando en rigor y precisión la capacidad de análisis, de formulación, Verificación o refutación de conjeturas.	Función cuadrática. Gráfico de las siguientes funciones: $y = x^2$ $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$
	Objetivos Fundamentales Transversales
	Desarrollar actitudes de rigor, perseverancia y análisis de sus procedimientos, así como flexibilidad,

			originalidad y asunción del riesgo, y las capacidades de aceptar, recibir críticas en un trabajo en grupo.	
Ejes	**Contenidos de la unidad**	**Aprendizajes Esperados**	**Actividades**	**Evaluación**
Algebra y Funciones	Gráfico de la función $y = x^2$ $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática; identifican algunas de sus propiedades y aplicaciones en diversos ámbitos de la tecnología.	Pre-test;	Evaluación mediante prueba que incluya ejercicios de la función cuadrática.

	Gráfico de la función $y = ax^2$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática; identifican algunas de sus propiedades y aplicaciones en diversos ámbitos de la tecnología.	1. El docente recordará la unidad de funciones. 2. El docente plantea una situación fundamental a los alumnos en el procesador gráfico *Graph*. 3. Los alumnos formarán grupos de dos o tres integrantes, los cuales desarrollarán una guía de actividades. 4. El docente retomará el contenido para retroalimentar los aprendizajes y corregir los posibles errores cometidos por los alumnos.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de ejercicios propuestos en la guía de actividad.

	Gráfico de la función $y = ax^2$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Los alumnos desarrollarán una guía de ejercicios.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de los ejercicios de la guía.

	Gráfico de la función $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	1. El docente recordará la unidad de funciones. 2. El docente plantea una situación fundamental a los alumnos en el procesador gráfico *Graph*. 3. Los alumnos formarán grupos de dos o tres integrantes, los cuales desarrollarán una guía de actividades. 4. El docente retomará el contenido para retroalimentar los aprendizajes y corregir los posibles errores cometidos por los alumnos.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de ejercicios propuestos en la guía de actividades, en la pizarra.

	Gráfico de la función $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Los alumnos desarrollan una guía de ejercicios.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de los ejercicios de la guía.
	Gráfico de la función $y = x^2$ $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Post-test.	Evaluación Sumativa. Mediante prueba que incluya ejercicios de la función cuadrática.

Tabla D. 3 Planificación clase a clase del Grupo Experimental

Planificación clase a clase del Grupo Control

Nombre Docente: Onofre Navarro Flandes

Subsector: Matemática.

<table>
<tr><th colspan="3">Objetivos Fundamentales Verticales</th><th colspan="2">Contenidos Mínimos Obligatorios</th></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3">Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al
estudio de la función
cuadrática, mejorando en rigor
y precisión la capacidad de análisis, de formulación, verificación o refutación de conjeturas.</td><td colspan="2">Función cuadrática. Gráfico de las siguientes funciones:
$y = x^2$
$y = (x + a)^2$
$y = x^2 + a$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos Fundamentales Transversales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Desarrollar actitudes de rigor, perseverancia y análisis de sus procedimientos.</td></tr>
<tr><th>Ejes</th><th>Contenidos de</th><th>Aprendizajes</th><th>Actividades</th><th>Evaluación</th></tr>
</table>

	la unidad	Esperados		
Algebra y Funciones	Gráfico de la función $y = ax^2$, $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática; Identifican algunas de sus propiedades y aplicaciones. .	Pre-test.	Evaluación mediante prueba que incluya ejercicios de la función cuadrática.

	Gráfico de la función $y = ax^2$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática; Identifican algunas de sus propiedades y aplicaciones.	1. El docente recordará la función lineal $y = x$, con su respectiva tabla de valores. 2. El docente plantea interrogantes acerca de la función cuadrática. 3. Los alumnos trabajarán con su compañero de puesto, los cuales desarrollarán ejercicios propuestos en pizarra. 4. El docente retomará el contenido para retroalimentar los aprendizajes y corregir los posibles errores cometidos por los alumnos.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de ejercicios propuestos en la guía de actividad.

	Gráfico de la función $y = ax^2$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Los alumnos desarrollarán una guía de ejercicios.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de los ejercicios de la guía.
	Gráfico de la función $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	1. El docente plantea interrogantes y dudas respecto a la clase anterior. 2. Los alumnos trabajarán con su compañero de puesto, los cuales desarrollarán ejercicios propuestos en pizarra. 3. El docente retomará el contenido para retroalimentar los aprendizajes y corregir los posibles errores cometidos por los alumnos.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de ejercicios propuestos en la guía de actividades, en la pizarra.

	Gráfico de la función $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Los alumnos desarrollan una guía de ejercicios.	Evaluación formativa: Corrección y revisión de los ejercicios de la guía.
	Gráfico de la función $y = ax^2$ $y = (x + a)^2$ $y = x^2 + a$	Reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática.	Post-test.	Evaluación Sumativa. Mediante prueba que incluya ejercicios de la función cuadrática.

Tabla D. 4 Planificación clase a clase del Grupo Experimental

Apéndice E

Encuestas de Actitud y Expectativas

Encuesta Preliminar.

"Actitudes del alumno hacia la clase de matemáticas antes de la aplicación del experimento"

Marque con una **X**, la tendencia con que más se identifica en cada uno de los rasgos.

TA: Totalmente de acuerdo.
A: De acuerdo.
I: Indiferente.
D: Desacuerdo.
TD: Totalmente en desacuerdo.

	Rasgos	TA	A	I	D	TD
1	Me interesa la clase de matemáticas.					
2	No entiendo al profesor de Matemáticas					
3	No entiendo la materia en clases de Matemáticas					
4	Me gustaría que presentaran de otra forma la clase de Matemáticas					
5	Me gustaría usar tecnologías en clases de Matemáticas (computadores, datas, etc.)					

Tabla E. 1Encuesta preliminar de actitudes y expectativas.

Encuesta Posterior.

"Actitudes del alumno hacia la clase de matemáticas después de la aplicación del experimento"

Marque con una **X**, la tendencia con que más se identifica en cada uno de los rasgos.

TA: Totalmente de acuerdo.

A: De acuerdo.

I: Indiferente.

D: Desacuerdo.

TD: Totalmente en desacuerdo.

	Rasgos	TA	A	I	D	TD
1	La metodología utilizada durante el experimento me ayudó a aprender de mejor manera las materias propuestas por el profesor.					
2	La metodología utilizada durante el experimento me ayudó a ser más participativos en clases.					
3	La metodología usada durante el experimento me hace estar más interesados/as en aprender la materia tratada.					
5	Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, mejoró la capacidad de visualizar las materias vistas.					
6	Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, me facilitó entender y comprender la unidad vista.					
7	Al incorporar la herramienta computacional, durante el experimento, me interesó participar más activamente en clases.					

Tabla E. 2 Encuesta posterior de actitudes y expectativas.

Fórmula de cálculo de Tendencia en las Encuestas de Actitud y Expectativas

Actitudes	**Ponderaciones**
Totalmente de Acuerdo	5
De Acuerdo	4
Indiferente	3
Desacuerdo	2
Totalmente Desacuerdo	1

Tabla E. 3 Fórmula de cálculo de tendencia en las encuestas de actitud y expectativas

Mediante la escala de ponderaciones de las actitudes se calculará la tendencia del grupo experimental.

T. A. $= \text{N° de respuesta } \times Ponderacion\ (5) = \text{Resultado 5}$

D. A. $= \text{N° de respuesta } \times Ponderacion\ (4) = \text{Resultado 4}$

I. $= \text{N° de respuesta } \times Ponderacion\ (3) = \text{Resultado 3}$

D. $= \text{N° de respuesta } \times Ponderacion\ (2) = \text{Resultado 2}$

T. D. $= \text{N° de respuesta } \times Ponderacion\ (1) = \text{Resultado 1}$

N° total de alumnos encuestados Total de Resultados

Luego se debe realizar:

$$\text{Total de Resultados } \div N°\ total\ de\ alumnos\ encuestados = Tendencia$$

Con lo cual se obtiene la tendencia de los alumnos según las respuestas dadas por ellos.

Esta tendencia esta categorizada según la siguiente tabla:

$[1-1{,}5]$	Totalmente De Acuerdo
$]1{,}5-2{,}5]$	De Acuerdo
$]2{,}5-3{,}5]$	Indiferente
$]3{,}5-4{,}5]$	Desacuerdo
$]4{,}5-5]$	Totalmente Desacuerdo

Tabla E. 4 Intervalos de tendencia de la encuesta actitud y expectativas

A continuación se desarrolla un ejemplo con el fin de comprender la metodología usada en las encuestas y la obtención de las tendencias.

Alternativas de la pregunta	**Ponderación**	**N° de respuestas**	**Operatoria**	**Resultado por alternativa**
Totalmente De Acuerdo	5	7	5x7	35
De Acuerdo	4	4	4x4	16
Indiferente	3	4	3x4	12
Desacuerdo	2	3	2x3	6
Totalmente Desacuerdo	1	1	1x1	1

Luego se suman los resultados obteniendo un total.

$$35 + 16 + 12 + 6 + 1 = 70$$

Y este se divide por el número de alumnos encuestados.

$$70 \div 19 = 3{,}68$$

Aproximando, da el siguiente resultado

$$3{,}68 \approx 3{,}7$$

Siendo este la tendencia de respuestas de los alumnos encuestados con respecto a la primera pregunta de la encuesta, en una escala de 1 a 5.