





Codiseño de problemas geométricos apoyados en TIC: estudio de un caso con estudiantes de maestros bajo un modelo de aprendizaje mixto

ICT-based co-design of geometric problems: study of an experience with student-teachers on a blended learning module

 José Carlos Piñero Charlo; josecarlos.pinero@gm.uca.es

 María Teresa Costado Dios; mariateresa.costado@uca.es

Universidad de Cádiz (España)

Resumen

La particular obsesión por la formación en el conocimiento matemático puramente aritmético (una deformación particular del sistema español) produce estudiantes con marcadas dificultades en la resolución de problemas geométricos debido, en particular, a su escasa visión espacial. Sin embargo, en el afán de ir más allá en la implementación de estrategias de aprendizaje basado en problemas para la enseñanza de conocimientos relacionados con el ámbito de la geometría, los enfoques para promover el aprendizaje digital se están volviendo cada vez más diversos, difundidos y generalmente bien aceptados. En particular, las estrategias de codiseño de procesos formativos es un campo de investigación que ofrece grandes posibilidades de desarrollo. En esta contribución presentamos los resultados obtenidos al desarrollar un módulo de aprendizaje mixto con actividades codiseñadas para trabajar el desarrollo de competencias ligadas al desarrollo del conocimiento geométrico en estudiantes de maestro. Este estudio se enmarca en un esfuerzo continuado por implementar metodologías de codiseño y aprendizaje mixto, presentando los resultados acumulados tras una experiencia y analizando, en particular, la utilidad de este tipo de estrategias para el estudio de la geometría.

Palabras clave: Aprendizaje mixto, geometría, co-diseño, estudiantes de maestro

Abstract

The peculiar obsession with a mathematic formation purely focused on arithmetic knowledge (a particular deformation of the Spanish system) produces students with well-marked difficulties in solving geometric problems due, mainly, to their poor spatial vision. However, approaches to promote digital learning are becoming increasingly diverse, diffuse, and generally well accepted. This is a consequence of an effort to go further in the implementation of problem-based learning strategies for teaching geometry-related knowledge. In particular, the co-design of strategies for training processes is a field of research that offers great development possibilities. In this contribution we present the results obtained on a mixed learning module with co-designed activities focused on the development of competencies linked to the development of geometric knowledge in teacher students. This study is part of a continuous effort to implement co-design and blended learning methodologies, presenting the results accumulated after an experience and analyzing, in particular, the usefulness of this type of strategies for the study of geometry.

Keywords: Blended learning, geometry, codesign, student-teachers



1 INTRODUCCIÓN

La investigación presentada en este artículo se propone como reto implicar activamente a los estudiantes universitarios en su proceso de enseñanza-aprendizaje teniendo en cuenta tres aportaciones pedagógicas. En primer lugar, se focaliza en el aprendizaje mixto como enfoque didáctico que permite oportunidades de interacción online y presenciales, permitiendo al estudiante cierto control sobre el tiempo, lugar o itinerario. En segunda instancia se propone superar una de las barreras tácitas que rigen la participación activa de los estudiantes: su colaboración en el diseño del currículo, siendo ésta una responsabilidad tradicional del profesorado (Piñero Charlo, 2020). Este enfoque parte de la idea de que los estudiantes pueden hacer aportaciones de alto interés en el qué y en el cómo se debe enseñar, por lo que se ha adoptado la metodología del codiseño (González et al., 2016) con el objetivo de visibilizar sus puntos de vista y canalizar sus aportaciones en propuestas de innovación docente. Finalmente, el proceso de colaboración se ha focalizado en el diseño de problemas que ayuden a hibridar teoría y práctica, y que ayuden a los estudiantes a construir, re-construir y co-construir el conocimiento a partir de la reflexión. Por lo tanto, las aportaciones de la práctica reflexiva han sido el tercer pilar de este estudio.

Los objetivos de la presente investigación están dirigidos a comprobar el rendimiento de la metodología de codiseño en el marco de un módulo de aprendizaje mixto. A tal efecto se considerará: la implicación de los estudiantes en el proceso de codiseño, la utilidad del procedimiento de aprendizaje mixto y el grado de desarrollo alcanzado en los objetivos curriculares del tema (en particular, la detección de errores en el razonamiento matemático).

1.1 El aprendizaje mixto en la docencia universitaria

El término “aprendizaje mixto” se aplica generalmente al uso práctico de experiencias de docencia presencial y en línea en ámbitos de enseñanza reglada (Garrison y Kanuka, 2004). En un curso de aprendizaje mixto los estudiantes asisten a clases presenciales, completando o complementando la docencia con lecciones online fuera del aula. La situación de pandemia que vivimos como consecuencia del COVID-19 ha puesto en valor este tipo de metodología como alternativa a metodologías de enseñanza completamente virtual. Así, escenarios de enseñanza en el corto y medio plazo plantean aproximaciones mixtas como forma de reducir la afluencia al aula, minimizando el riesgo de contagio por COVID. En este sentido, ésta y otras iniciativas de aprendizaje mixto que “incrustan” los grados presenciales han sido, en general, promovidas “de abajo a arriba”, a iniciativa de profesores o departamentos; no por decisiones políticas de los equipos de dirección (Simon Pallisé et al., 2016).

El presente documento muestra un caso de aplicación exitosa de un módulo de aprendizaje mixto durante el curso académico 2018-19, diseñado para trabajar el desarrollo de la competencia geométrica en estudiantes de maestro. Este módulo se enmarca en una estrategia



continuada para promover el aprendizaje mixto, en el que ya hemos participado de experiencias formativas positivas (Piñero Charlo y Canto López, 2019).

1.2 Formación de maestros en el siglo 21

Muchas de las prácticas llevadas a cabo en la educación actual tienen sus raíces en la formación monástica practicada siglos atrás. La jerarquía en dichos entornos de aprendizaje era clara y limitaba el rol del estudiante a escuchar y asumir (filosofía cercana al modelo de presencialidad pasiva que aún se mantiene en la actualidad).

En el presente documento, los autores consideramos positivo que los aprendices se sientan empoderados y capaces de tener un efecto en la realidad que los rodea. Como formadores, surge la pregunta: “¿cómo podemos ayudar a nuestros estudiantes a interactuar con el contenido del curso?”, de forma que este proceso fuera un primer paso hacia ese “cambio en la realidad que los rodea” (siendo que la realidad inmediata de un estudiante es, de hecho, su condición de estudiante).

1.2.1 Empoderamiento en el proceso de aprendizaje: codiseño educativo

Gómez Barreto et al. (2017) señalan que el empoderamiento en procesos de aprendizaje puede conseguirse mediante codiseño educativo. El codiseño debería permitir a los estudiantes investigar y desarrollar su aprendizaje en base a retroalimentación y discusiones con sus compañeros de aula. González et al. (2016) de acuerdo con los principios enunciados por Martin et al. (2017):

- La manipulación y el control de herramientas que ajusten los problemas
- La capacidad para personalizar y explorar un problema de forma autónoma
- La oportunidad de visualizar el problema desde un rol distinto (como revisor, resolutor, etc.)

El codiseño de procesos de aprendizaje se entiende como un proceso creativo, desarrollado cooperativamente por profesores, estudiantes e investigadores. Dicho proceso debe estar basado en una cuestión a resolver y pueden resultar potenciados por el uso de nuevas tecnologías y por redes virtuales de aprendizaje (García et al., 2014).

A fin de respetar estos principios y de potenciar el proceso, el módulo de aprendizaje mixto fue planteado como una situación de codiseño educativo, de forma que las propuestas didácticas eran re-construidas y co-construidas. Este procedimiento pretende facilitar la apropiación de los conceptos tratados en el mencionado módulo, así como fomentar una cultura de valoración de los resultados propios.



1.2.2 La práctica reflexiva

Dado que todos los profesionales reflexionan y toman decisiones razonadas sobre sus acciones, si la acción no plantea un reto o un problema determinado, a menudo se tiende a actuar con cierta inercia y poca reflexión: “El ser humano solo es verdaderamente consciente de lo que hace cuando la realidad se le resiste o bien cuando le pone en jaque” (Perrenoud, 2004).

A fin de evidenciar la práctica reflexiva, el presente estudio muestra las producciones desarrolladas por un grupo de estudiantes del Grado en Educación Primaria de la Universidad de Cádiz; diseñadas durante el desarrollo del Currículo que afecta a la enseñanza de nociones espaciales y geométricas. Se plantean dos tipos de dificultades a ser atendidas:

- Las derivadas del proceso de aprendizaje de los conceptos geométricos, que incluye el modelado de problemas matemáticos y la movilización de conceptos geométricos de acuerdo con los esquemas de desarrollo ya discutidos en la bibliografía (Lesh y Doerr, 2003).
- Las derivadas del proceso de enseñanza, como consecuencia de una aproximación mixta (le Roux y Nagel, 2018).

La aplicación reiterada de módulos de aprendizaje mixto con anterioridad a la situación de pandemia actual ha permitido desarrollar y aplicar unas directrices generales para el diseño e implementación exitosa de este tipo de módulos (Piñero Charlo, 2017; Piñero Charlo y Lloret Vieira, 2018). La metodología empleada será, por tanto, una aproximación de enseñanza mixta (presencial y virtual) en la que se tratará el temario correspondiente a la enseñanza/aprendizaje de las nociones geométricas.

2 MÉTODOS

A fin de cumplir los objetivos expuestos en el punto 1, el presente artículo centra su atención en la evolución de un determinado tipo de problema geométrico en el que se plantea a los estudiantes el cálculo del área total que es capaz de pastar una cabra atada a un recinto con distintas formas. Se planteó una dinámica de dificultad creciente co-regulada en la que los estudiantes podían hacer uso de recursos manipulativos, online y momentos de discusión grupal. El procedimiento implicaba el rediseño de nuevos problemas a modo de “desafíos” tanto al conjunto de la clase como a distintos grupos de trabajo, creando un entorno de discusión y aprendizaje colaborativo.

Los autores asumen que los recursos manipulativos son un conjunto de recursos y medios caracterizados por ofrecer la obtención de conocimiento mediante experiencias interactivas con objetos a través de su manipulación. Los objetos manipulables pueden ser reales (materiales del entorno, de investigación, etc.) o simbólicos (que representan y codifican una realidad). En el



caso del presente documento, los recursos manipulativos utilizados serán de naturaleza simbólica. Por otro lado, se asume el aprendizaje colaborativo como procedimiento de enseñanza que parte de organizar la clase en pequeños grupos heterogéneos (Calatayud, 2018) donde los alumnos trabajen conjuntamente para resolver tareas académicas y profundizar en su propio aprendizaje. En este sentido, los autores entienden que un aprendizaje colaborativo tiene lugar al compartir la responsabilidad del proceso de resolución (de forma que el conocimiento se construye a partir de la colaboración grupal), no existiendo una división de tareas que el grupo tenga que integrar con posterioridad: el énfasis no está en la tarea, si no en el proceso.

2.1 El método de aprendizaje mixto

Para facilitar las discusiones y el proceso de elaboración y resolución de propuestas, se optó por una metodología de aprendizaje mixto. Según el grado de uso de recursos virtuales, o según la cantidad de tiempo dedicado a sesiones presenciales/virtuales, la docencia puede clasificarse como un módulo en línea, mixto, o de tipo tradicional (ver Tabla 1, elaboración propia). Estos porcentajes son flexibles y no están ligados a ninguna doctrina (Shand y Farrelly, 2018). En el caso que nos ocupa mostramos una aproximación del 50%, dedicando las lecciones virtuales a la transmisión de información y las sesiones presenciales a la resolución de dudas y dificultades.

Tabla 1. Recopilación de distintos entornos de enseñanza según su uso de recursos online.

Entornos de enseñanza según su uso de recursos online		
Impartido virtualmente	Tipo de modulo o curso	Descripción
0%	Tradicional	Curso sin uso de tecnología en línea, su contenido es impartido completamente de manera oral o escrita.
1-29%	Recursos web	El curso facilita recursos online o páginas web para apoyar el desarrollo curricular.
30-79%	Mixto	Un porcentaje significativo de la docencia se imparte virtualmente y se complementa con docencia presencial.
+80%	En línea	Un curso en el que todos los contenidos (o la inmensa mayoría) son impartidos online.

Tal como sostienen varios autores (Goeman, Poelmans y Van Rompaey, 2018), los planes de trabajo deben incluir las actividades, recursos y apoyos correspondientes que, además, deben ser accesibles y comprensibles desde un primer momento. En el caso que nos ocupa, hemos diseñado una secuencia de logros de aprendizaje vinculadas al uso de los siguientes elementos:



- Recursos: artículos y documentos facilitados en el campus virtual. Vídeos explicativos seleccionados por el docente, disponibles en el campus virtual.
 - En conexión con las actividades, se facilita el recurso online “geogebra” para la simulación y ensayo de actividades de geometría dinámica.
 - Igualmente se discuten los elementos a tener en cuenta para “modelar” situaciones-problema de tipo geométrico.
- Actividades: se plantean retos y desafíos vinculados a la resolución de problemas de solución múltiple.
- Apoyos: Se establece una programación clara que el estudiante posee por adelantado, con una secuencia de actividades temporizada, fechas de docencia y entrega definidas (de manera que los grupos de estudiantes puedan autogestionar su tiempo, con el único objetivo final de cumplir las entregas).

Durante la implementación de la experiencia, se hizo especial énfasis en resaltar la importancia de la colaboración entre estudiantes (de nada sirve proponer un reto a otro grupo con la única ambición de “confundirlo”) y el aprendizaje entre iguales. En este sentido, los desafíos se diseñaron con perspectiva colaborativa y se facilitaron casos de estudio en discusiones no monitorizadas.

2.1.1 *Uso de TIC*

Según Belloch Ortí (2000), las TIC pueden definirse como el conjunto de tecnologías que permiten el acceso, producción, tratamiento y comunicación de información presentada en diferentes códigos (texto, imagen, sonido,...). El elemento más representativo de las nuevas tecnologías es sin duda el ordenador y más específicamente, Internet.

Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) pueden complementar, enriquecer y transformar la educación. En este sentido, la UNESCO examina el mundo en busca de ejemplos exitosos de aplicación de las TIC a la labor pedagógica – ya sea en escuelas primarias de bajos recursos, universidades en países de altos ingresos o centros de formación profesional – con miras a elaborar políticas y directrices (Medina Velandia et al., 2018).

El caso que ocupa al presente estudio no puede entenderse sin los apoyos y herramientas TIC que vertebran y articulan parte del proceso.

2.1.2 *Actividades y apoyos planteados*

Como se ha expuesto anteriormente, las actividades y apoyos planteados para su aplicación en este tipo de módulos son una parte esencial del mismo, por lo que se emplearon los siguientes recursos:



- Foro (campus virtual): Herramienta mediante la que un grupo puede exponer una propuesta desarrollada, previamente contrastada con el profesor. Esta herramienta facilita también la discusión entre grupos de estudiantes.
- Sala virtual de reuniones (google meet): Herramienta mediante la que el grupo de estudiantes puede compartir su propuesta con el profesor, en horarios flexibles, permitiendo el contraste y la discusión.
- Plantilla de diseño: Se facilitó a los estudiantes una plantilla de diseño de problemas con instrucciones precisas sobre el temario a tratar, las posibles variables del problema, el formato en el que debían presentarse las propuestas, etc.

2.2 Metodología del codiseño y objetivos de investigación

De acuerdo con las premisas anteriormente expuestas, el presente estudio opta por una metodología basada en el codiseño. Este enfoque metodológico implica una colaboración entre los agentes implicados en el proceso de enseñanza-aprendizaje “en, dentro y sobre el diseño” (Rowland, 2008). Este proceso busca incluir las experiencias y el saber de los diversos actores que tienen responsabilidad sobre el aprendizaje de los estudiantes, por lo que participan tanto el profesor (autor) como los estudiantes. Este enfoque implica que la investigación gira alrededor del diseño (Anderson y Shattuck, 2012), siendo su principal característica el desarrollo de múltiples interacciones colaborativas con el propósito de evaluar, innovar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En línea con estos propósitos, se requirió a los estudiantes una participación activa. Este enfoque metodológico, además de reconocer la voz de los estudiantes, trata de responsabilizarlos y comprometerlos con su propio aprendizaje. Este procedimiento invita a los estudiantes a pensar sobre los procesos educativos que han vivido en el aula y a diseñar e implementar propuestas de mejora, para iniciar un nuevo ciclo que toma como punto de partida las reflexiones y aportaciones realizadas (tal como se ilustra en la Figura 1).





Figura 1. Metodología de codiseño, ciclo de momentos de la propuesta implementada.

Como cualquier proceso colaborativo, es importante tener en cuenta que no hay una única respuesta posible, sino que se trata de un proceso creativo que puede generar múltiples y diversas propuestas; es por ello que se plantean iteraciones que permiten revisar y refinar los diseños de forma constante.

2.3 Una aproximación al “aprendizaje basado en problemas”

Según Stanic y Kilpatrick (1989), “los problemas han ocupado un lugar central en el currículo matemático desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no”. En este sentido, sólo recientemente se ha aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial (Duch et al., 2001). Así, el aprendizaje basado en problemas (ABP) puede considerarse bajo distintas perspectivas, según su aproximación sirva para dotar al aprendizaje de contexto, desarrollar una habilidad o “hacer matemáticas” (Vilanova et al., 2001). En el caso particular de este estudio, la aproximación a la definición de “ABP” ha sido considerada como habilidad a desarrollar (considerando las técnicas de resolución de problemas como un contenido, con problemas relacionados, que facilite que la técnica pueda ser dominada).

Como en cualquier proceso de resolución de problemas, los factores que intervienen son de especial relevancia (Schoenfeld, 1992): El conocimiento de base, las estrategias de resolución de problemas, los aspectos metacognitivos, la comunidad de práctica, los aspectos afectivos y el sistema de creencias. En el contexto particular del grado en Educación Primaria, la distinta formación inicial de los futuros maestros dificulta sobremanera la labor de homogeneizar

capacidades. Es por eso que la selección de capacidades a evaluar sigue el criterio de valorar la habilidad para analizar regularidades, formular resultados generales... y otros elementos que pueden resultar transversales. En este sentido, las capacidades evaluadas, en conexión con las competencias mencionadas, figuran relacionadas en la Tabla 2.

Tabla 2. Relación de competencias y capacidades trabajadas

<i>Competencia</i>	<i>Capacidades</i>
Pensar matemáticamente	Descubrir regularidades. Usar estrategias de resolución de problemas (simplificación, generalización, particularización...)
Plantear y resolver problemas matemáticos	Interpretar y comprobar la validez de un resultado. Perseverar en la búsqueda de soluciones.
Modelar matemáticamente	Expresar mediante lenguaje matemático las relaciones planteadas.
Representar entidades matemáticas	Traducir expresiones algebraicas e interpretarlas como relaciones geométricas y viceversa.
Utilizar herramientas	Autonomía en el uso de las herramientas facilitadas. Desarrollar un criterio para seleccionar la mejor herramienta en cada caso.

2.3.1 El papel del error

La presencia permanente de errores en la adquisición y consolidación del conocimiento humano es una cuestión compleja. El error es conocimiento deficiente e incompleto, pero es también una fuente de posibilidades y una realidad permanente en el conocimiento científico (de hecho, el desarrollo del conocimiento científico está plagado de errores). Sin embargo, los procesos de aprendizaje incluyen errores sistemáticos, que son objeto de estudio por los expertos en didáctica.

Sin pretender profundizar en los fundamentos epistemológicos, consideramos que el error es una posibilidad permanente de adquisición y consolidación de conocimientos y que puede llegar a formar parte del conocimiento científico. En el presente documento, consideramos que el error es una posibilidad de aprendizaje -tal como propone Popper (1972).

La particular obsesión por la formación en el conocimiento matemático puramente aritmético (una deformación particular del sistema español) produce estudiantes con marcadas dificultades en la resolución de problemas geométricos debidos, en particular, a su escasa visión espacial (como veremos en este mismo artículo). La resolución de problemas geométricos es un escenario de producción de errores que nos permite utilizarlo como parte constituyente en la adquisición de conocimientos del alumno. Este escenario de presencia del error se complementa con la necesidad de un ejercicio constante de crítica, que someta a prueba los conocimientos y aproximaciones a la verdad. De hecho, los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje, pero estos no aparecen por azar sino que surgen en un marco conceptual consistente (basado sobre conocimientos adquiridos previamente).



En la práctica, todo proceso de instrucción es potencialmente un generador de errores; siendo las sesiones dedicadas a clase presencial las que crean -en el presente estudio- el escenario en el que se practica una crítica y una puesta a prueba de los conocimientos de los estudiantes.

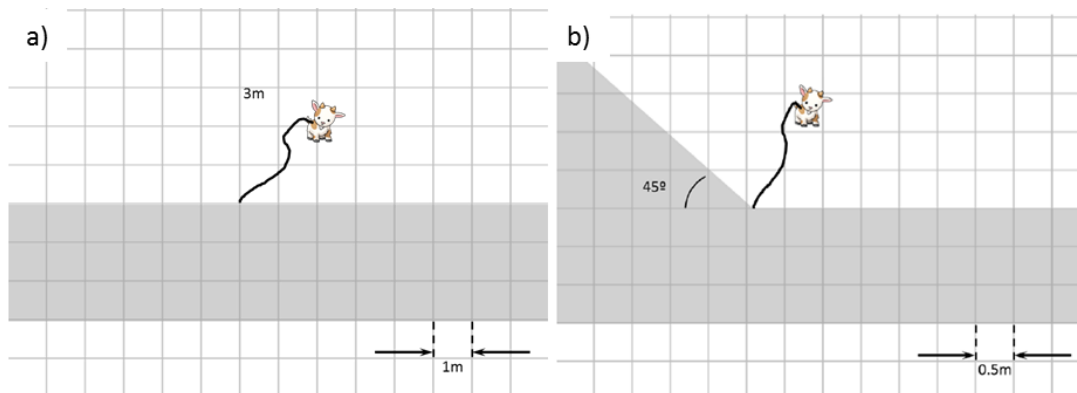
En este sentido, nuestra experiencia tiene como objetivo poder centrar los esfuerzos del docente en el reconocimiento de errores del estudiante, ya que el conocimiento nace en contra de un conocimiento anterior, destruyendo los conocimientos mal adquiridos y superándolos.

2.3.2 El trabajo en equipo y el aprendizaje colaborativo

Los esfuerzos en el diseño curricular para desarrollar habilidades de trabajo en equipo adquieren cada vez más significado conforme la sociedad avanza en complejidad, y ayudan al desarrollo social durante de la vida del individuo. Con el nuevo enfoque curricular basado en competencias, “hacer” toma preferencia sobre “conocer”, moviendo el foco institucional desde la transmisión del conocimiento hacia la construcción y uso de habilidades y conocimientos en problemas del mundo real. Muchos educadores han argumentado que la exposición temprana y deliberada a las dinámicas que subyacen en el trabajo en equipo es de suma importancia y han descrito elementos esenciales para desarrollar el currículo en este campo (Calatayud, 2018). Nosotros creemos que una forma complementaria de mejorar las habilidades del trabajo en equipo es incorporar experiencias auténticas trabajando en equipos como parte del aprendizaje. Esto es: el uso de métodos y estrategias que promuevan el aprendizaje colaborativo.

2.3.3 Punto de partida de la propuesta

El bloque bajo estudio en el presente artículo corresponde con el apartado de “didáctica de la geometría”, de la asignatura de “Didáctica de las Matemáticas I”. Como parte del temario



El diagrama de la figura indica la situación en la que una cabra está atada a una verja. Las dimensiones del problema pueden deducirse utilizando los datos de la figura. La cuerda con la que la cabra está atada, mide 3 metros.

Calcula el área que puede pastar la cabra

Figura 2. Punto de partida del proceso

correspondiente se pretende sensibilizar a los estudiantes con un pensamiento geométrico, facilitando herramientas y mecanismos para enfrentarse a problemas y desarrollando una serie de capacidades básicas y didáctico-disciplinares (ver tabla 2).

A tal fin, se propone el punto de partida reflejado en la figura 2; donde se aprecian dos etapas de dificultad creciente. A partir de este punto, se solicitó a los distintos grupos de estudiantes que diseñasen distintos problemas que tuviesen como punto de partida los conceptos y procesos trabajados en el “punto de partida”. Se establece el tiempo de codiseño de actividades en un 30% del tiempo total del módulo y se facilitan las siguientes cuestiones:

- ¿A qué nivel de educación primaria están enfocados estos problemas?
- ¿Qué conceptos y procesos se trabajan?
- ¿Qué puntos de convergencia existen entre tu propuesta y la propuesta de origen?, ¿cómo alineamos los nuevos contenidos con la propuesta inicial?
- ¿Has considerado la diversidad de estudiantes que forman parte del curso en el cual estás trabajando?
- ¿Qué estrategias puedes emplear para resolver este problema?
- ¿Qué y cómo evaluamos?

Al finalizar el ciclo de codiseño, se realiza una encuesta sobre la utilidad de la metodología y sobre el impacto de la experiencia en el nivel de conocimiento/habilidad, siguiendo la estructura facilitada en la tabla 3 (que refleja el proceso seguido durante este estudio, contemporáneo al desarrollo habitual del temario de la asignatura).

Tabla 3. Actividades, fase de aplicación y formato de la sesión

<i>Etapas y actividades</i>					
<i>Inicio del proceso</i>		<i>Durante el proceso</i>		<i>Final del proceso</i>	
Establecimiento del método de trabajo y de los objetivos a cumplir. Resolución del primer problema, discusión sobre fuentes de error.	Sesión 1 (presencial)	Análisis de respuestas facilitadas e incidentes críticos del problema de partida. Análisis de las respuestas a las primeras propuestas.	Sesión 3 (presencial)	Análisis de las respuestas y errores detectados durante la segunda iteración. Reflexión sobre el proceso de aprendizaje seguido.	Sesión 5 (presencial)
Repaso de conceptos matemáticos clave. Creación de grupos de trabajo. Elaboración de las primeras propuestas de codiseño y primera tanda de entrega de respuestas.	Sesión 2 (virtual)	Segundo ciclo de propuestas, tratamiento de errores detectados. Segunda tanda de entrega de respuestas.	Sesión 4 (virtual)	Encuesta sobre el proceso de aprendizaje.	Sesión 6 (virtual)

Las sucesivas respuestas y borradores podían entregarse digitalizando una hoja impresa o mediante otros medios digitales que permitan resultado similar (geogebra, powerpoint y otros).



3 RESULTADOS

Los resultados que se presentan deben entenderse dentro de su contexto educativo correspondiente. En este caso hablamos de un grupo de 87 estudiantes del grado en Educación Primaria de la Universidad de Cádiz. Este grupo corresponde con el segundo año del grado, con lo que la edad media de los estudiantes es de 20 años. La asignatura correspondiente (didáctica de las matemáticas 1) posee un subgrupo bilingüe, que corresponde con nuestra muestra (a pesar de que en este estudio no se plantea ningún elemento de bilingüismo). El curso académico en el que tuvo lugar esta experiencia fue el 2018-19. Con anterioridad a la experiencia, se realizó una prueba de diagnóstico del conocimiento matemático (que puede consultarse en el apartado 1 de la información de apoyo facilitada¹). La participación de los estudiantes en el proceso de codiseño permitió obtener una batería de problemas diseñados conjuntamente con ellos y dirigidos a facilitar el establecimiento de relaciones, procesos, habilidades y conocimientos teóricos de la asignatura implicada en el proyecto.

Por otra parte, los instrumentos parten de la idea de constituirse como actividades para reflexionar sobre las experiencias que se están viviendo durante el proceso de codiseño (más allá del contenido puramente matemático) y, por ello, deben servir para contrastar lo que se está viviendo y lo que se está reflexionando al respecto, con el objetivo de fortalecerlo y enriquecerlo con otros pareceres ajenos al propio, pero partícipes al mismo tiempo.

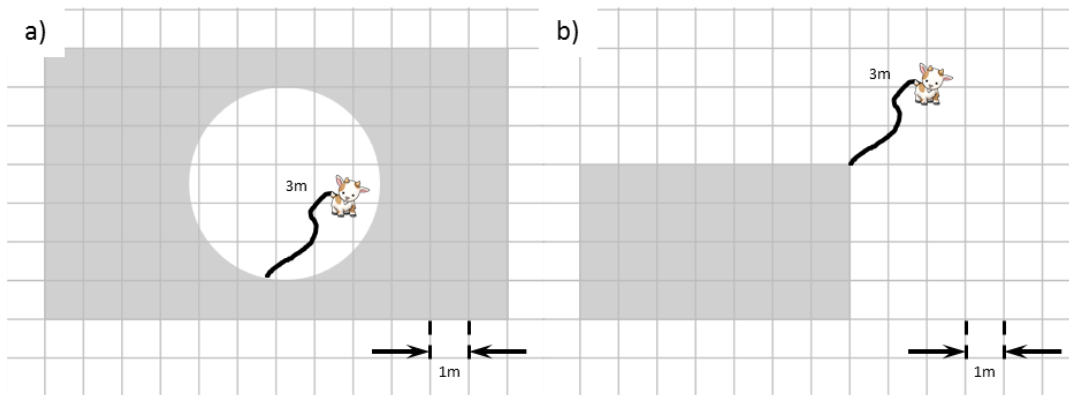
3.1 Evolución en las propuestas

Las propuestas presentadas por los maestros en formación han sido diversas, conteniendo –en algunos casos- aproximaciones erróneas al planteamiento del problema (véase Figura 3a). En otros casos, las propuestas presentadas entrañan ligeras modificaciones al problema que, si bien son correctas, caen en el simplismo (véase Figura 3b). De hecho, en estas propuestas se observa que ciertas variables del problema permanecen inalteradas (por ejemplo, la longitud de la cuerda).

Entre otras propuestas presentadas, una variación incluye otra forma de tratar los conceptos y procesos tratados, incluyendo el cálculo del área y el perímetro de la verja (véase Figura 4a). Esta aproximación fue aprobada por el tutor y propuesta para trabajo colectivo en fase presencial, siendo una propuesta ampliamente debatida. A raíz de este episodio, el enunciado de la propuesta principal cambió para reconocer las nuevas posibilidades de trabajo; dando lugar a propuestas más variadas y ambiciosas (véase figura 4b).

¹ Se facilita información de apoyo con las pruebas previas realizadas, muestra de respuestas de los estudiantes y encuestas realizadas durante el desarrollo de la propuesta; accesibles desde este [enlace](#).





El diagrama de la figura indica la situación en la que una cabra está atada a una verja. Las dimensiones del problema pueden deducirse utilizando los datos de la figura. La cuerda con la que la cabra está atada, mide 3 metros.

Calcula el área que puede pastar la cabra

Figura 3. Primeras propuestas de trabajo presentadas

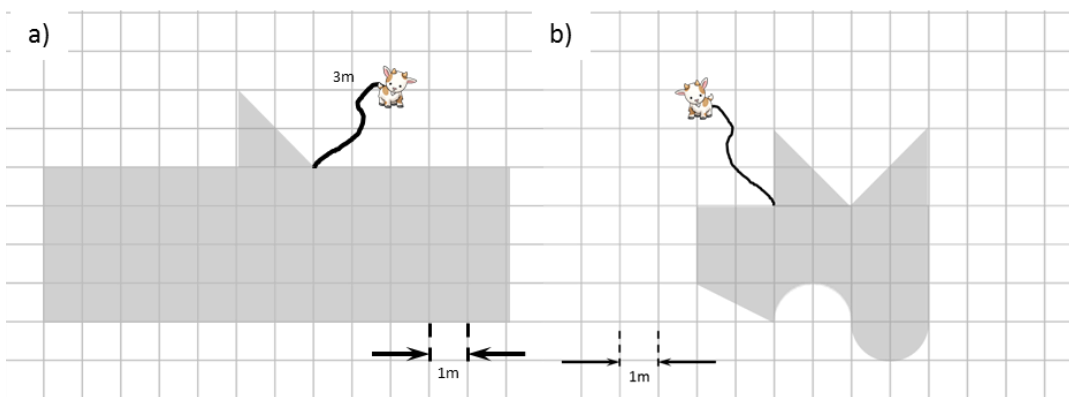
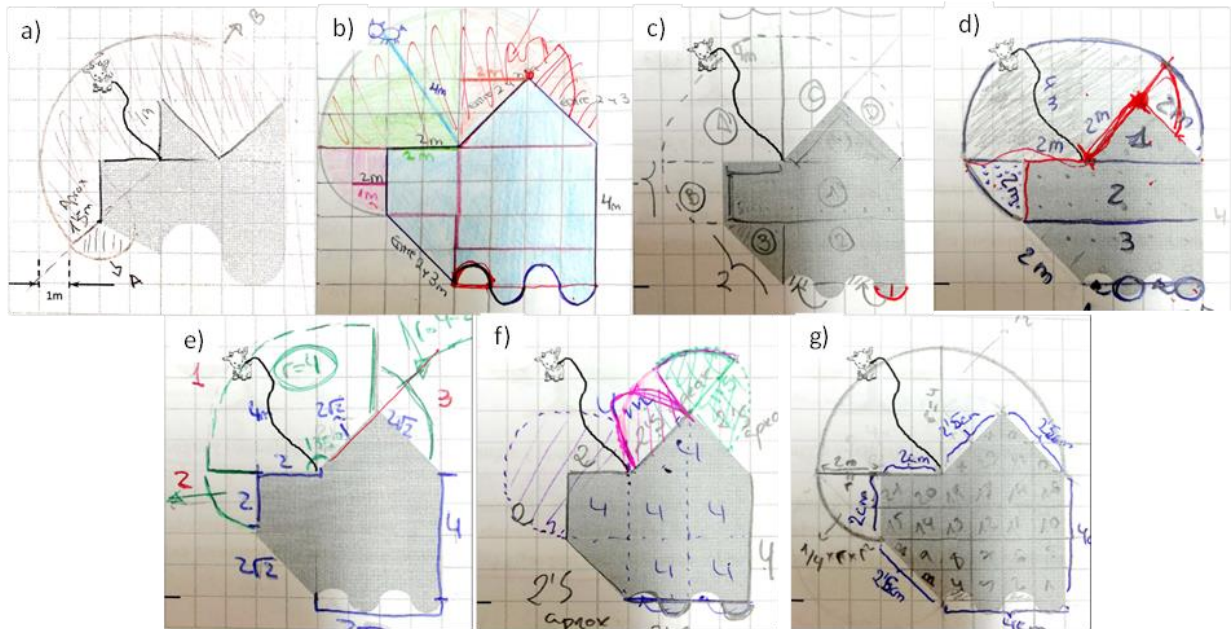


Figura 4. Problema rediseñado aprobado (a) en el que se solicita, además del enunciado original, el cálculo del área y del perímetro de la verja (zona gris). El problema evoluciona en posteriores entregas (b) hasta incluir elementos de descomposición de figuras que faciliten los cálculos.

Es de señalar que la evolución del problema y la reformulación del enunciado continúa trabajando los conceptos y procesos originales, pero los moviliza de acuerdo con una estrategia que invita al estudiante a hacerse ciertas preguntas de naturaleza geométrica: ¿puedo descomponer esta figura en otras más sencillas?, ¿en qué se parece ésta figura a la anterior?, ¿en qué son diferentes?, ¿hay alguna transformación que me simplifique el cálculo?

3.2 Recopilación de dificultades, proceso de resolución

Una vez el problema es rediseñado, el nuevo enunciado queda establecido como queda reflejado en la Figura 5. En base a este nuevo problema, surgen nuevas dificultades y



El diagrama de la figura indica la situación en la que una cabra está atada a una verja. Las dimensiones del problema pueden deducirse utilizando los datos de la figura. Se pide: (i) Calcula el valor aproximado de su perímetro y del "área gris" que queda encerrada en la verja. (ii) Explica el procedimiento que has empleado y justifica tus aproximaciones. (iii) Utiliza la figura para dibujar sobre ella las distintas secciones circulares en la que la cabra puede pastar. Calcula el área total que puede pastar la cabra (exacta o aproximada). Explica cómo lo has calculado.

Figura 5. Nuevo enunciado del problema y recopilación de algunas soluciones de problemas alternativos con errores

estrategias de resolución implicando descomposiciones alternativas, manipulación del problema, aproximaciones y simplificaciones. Así, la Figura 5 muestra varios intentos de resolución de variaciones del problema en la que pueden apreciarse:

- Aproximaciones incorrectas (Figura 5d): en la que el estudiante aproxima la diagonal de un triángulo de la sección gris como 2m; esto implica asumir que la diagonal de un cuadrado es igual a su lado.
- Aproximaciones correctas (Figuras 5f y 5g): en la que varios estudiantes aproximan la hipotenusa del triángulo por una estimación del valor de la diagonal del cuadrado correspondiente.
- Dificultades en la descomposición "por secciones" (Figura 5b)
- Deficiente comprensión de la naturaleza del problema (Figura 5a)
- Falta de continuidad en el trazado (Figuras 5d, 5e y 5f)

Recuperando los elementos presentados en la tabla 2, se observa que los errores detectados radican en unas capacidades poco desarrolladas, a saber: escasa capacidad para generalizar estrategias y establecer elementos comunes, dificultad para interpretar un resultado y falta de criterio para interpretar relaciones geométricas.

Estos errores y dificultades son tratados de distintas maneras, según el medio de presentación de la solución. Las soluciones pueden presentarse al profesor, por correo electrónico, siendo anonimizadas y discutidas en clase, o bien pueden presentarse directamente como respuesta a la propuesta presentada por otros estudiantes en el foro (en cuyo caso la respuesta es pública y se genera un debate virtual). En particular se revelan dificultades para establecer una estrategia de resolución de problemas que sea extensible y generalizable a todos los problemas de este tipo. Además, se evidencia dificultad para expresar mediante lenguaje matemático la codificación geométrica propuesta, comprobar la validez del resultado mediante la interacción con otros iguales y usar las herramientas facilitadas.

4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El uso de instrumentos o herramientas pedagógicas que promuevan la reflexión a través de experiencias de codiseño educativo en el marco de un módulo de aprendizaje mixto, se han revelado como un enfoque metodológico apropiado para la formación inicial de maestros. De hecho, los resultados obtenidos en este estudio son lo suficientemente complejos como para suponer la primera etapa de un estudio mayor, a fin de profundizar en los sesgos y dificultades que presentan los estudiantes de maestro. La experiencia ha contribuido a generar problemas más complejos, ricos y variados que -conservando los objetivos de contenidos y procedimientos- han sido articulados en el marco de un módulo de aprendizaje mixto. El enfoque de aprendizaje mixto y los avances en los medios digitales han permitido incrementar posibilidades de desarrollo de los contenidos fuera del aula, liberando recursos para sintetizar y aplicar dichos conceptos. Consideramos que esta propuesta está en sintonía con el creciente compromiso con el currículo basado en competencias, que focaliza en el aprendizaje de competencias de Formación Básica y Didáctico-Disiplinares (incluidas competencias tecnológicas y de trabajo en equipo).

Por su parte, la metodología del codiseño ha sido clave para introducir las aportaciones de los estudiantes y para elaborar estrategias y actividades específicas en relación a cada momento del proceso formativo. Así, a término de la experiencia disponemos de un abanico amplio de propuestas de trabajo que propician, además del desarrollo de las competencias específicas, el trabajo colaborativo entre profesorado y estudiantes y una relación más horizontal entre estos. Durante el proceso, los estudiantes han participado en la elaboración y realización de actividades de enseñanza-aprendizaje, desarrollando la capacidad de establecer patrones geométricos y estrategias de resolución de problemas comunes a las distintas variantes de un mismo problema (como por ejemplo los presentados en la Figura 5). Sin embargo, los resultados obtenidos en ciertos casos siguen mostrando un conocimiento sesgado y una resistencia al razonamiento.

A pesar de que los casos presentados en la Figura 5 no son los mayoritarios, es de señalar el desigual conocimiento previo que han presentado los estudiantes en su formación matemática. El desigual punto de partida de los estudiantes se evidencia en los datos obtenidos mediante



prueba inicial de diagnóstico, cuyos resultados medios y desglose de calificaciones puede consultarse en el apartado 2 del documento de información de apoyo. La prueba inicial de diagnóstico revela que la calificación obtenida en las cuestiones que se refieren al conocimiento geométrico muestra una mayor dispersión que las obtenidas en otras cuestiones. Esto refleja una mayor dispersión, también, en el conocimiento de los estudiantes. En cambio, otras cuestiones de la prueba inicial muestran menor dispersión (resultan “difíciles para todos” o “fáciles para todos”), por lo que puede deducirse un conocimiento más homogéneo en esos campos.

Este hecho puede explicar la persistencia de una cierta resistencia a razonar; mientras se mantiene inalterada la pretensión de memorizar problemas similares y “copiar” el resultado de dicho problema sin tener en cuenta las adaptaciones oportunas. De hecho, algunas de las soluciones presentadas en el apartado 3 del documento de información de apoyo, revelan errores de concepto y ejecución ya desde la prueba de diagnóstico (en particular en lo relativo a rotaciones y proporcionalidad). El escaso desarrollo previo de las capacidades y conocimientos vinculados al conocimiento matemático (en particular, a la geometría) hace predecible que el desarrollo competencial de los estudiantes, en lo tocante a las competencias específicas relacionadas con las matemáticas, sea complejo.

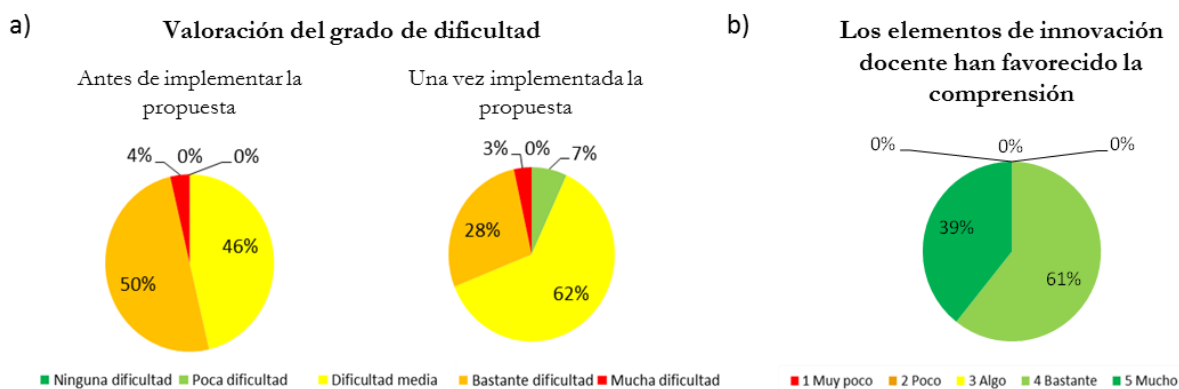


Figura 6. Resultados obtenidos en las encuestas al preguntar a los estudiantes por el grado de dificultad percibido antes y después de la implementación de la propuesta (a). Valoración del proceso formativo de acuerdo con los elementos de innovación docente incluidos (b), la propuesta de innovación contempla tanto el aspecto de aprendizaje mixto como el de codiseño de actividades.

Esta limitación inicial en el conocimiento actúa como cuello de botella e imposibilita –en determinados casos- el correcto desarrollo de una lección PBL de geometría (ya que por su naturaleza está fuertemente centrada en el desarrollo de la autonomía del estudiante y esta es casi inexistente). A pesar de esta evolución desigual en la progresión de conocimientos, las encuestas realizadas reflejan una acogida positiva de esta metodología combinada –como refleja el hecho de que los elementos de innovación docente aplicados durante la experiencia hayan sido valorados como bastante positivos o muy positivos, Figura 6b-. En particular, la Figura 6

presenta los resultados obtenidos al preguntar a los estudiantes por la dificultad percibida y por la utilidad de esta metodología para facilitar la adquisición de conocimientos y el desarrollo de competencias. Por otro lado, los datos aportados en el apartado 4 del documento de información de apoyo revelan que los estudiantes estiman que han tenido una activa participación en el proceso de codiseño, valorando positivamente la colaboración entre compañeros. Igualmente, en dicho apartado se evidencia como “bastante útil” la metodología mixta, existiendo una valoración de “bastante a muy útil” tanto en la modalidad presencial como en la virtual. Por otro lado, en los resultados presentados en el apartado 4 del documento de información de apoyo se observa que la respuesta, absolutamente mayoritaria, es de un alto grado de acuerdo con la metodología –particularmente, el grado de apoyo a una metodología de codiseño es superior al de apoyo a la docencia en modalidad mixta-. Además, a partir de la Figura 6b, puede deducirse que las dificultades no brotan del proceso de enseñanza (combinación de una aproximación de codiseño mixta), sino del propio proceso de aprendizaje de los conceptos y procesos a tratar. Además, la dificultad percibida sobre el temario afectado por la propuesta se ve reducida una vez la propuesta es implementada (ver Figura 6a). Esto refuerza la valoración positiva que los estudiantes de maestro arrojan sobre el módulo.

Por otro lado, es de recibo considerar que la docencia universitaria es un campo de actividad complejo. Muchos son los condicionantes que afectan a la eficacia del proceso docente: el área de conocimiento, el número de alumnos, el tipo de aula, el carácter de los alumnos, el del profesor. Esta diversidad de variables es la que hace que la docencia represente una tarea compleja a la par que apasionante y no carente de los elementos implicados en cualquier investigación. En este sentido, las conclusiones de este estudio requieren de cierta continuidad a fin de evidenciar el posible sesgo en el conocimiento que parece deducirse de los resultados.

Como conclusión general podemos afirmar que la metodología de codiseño bajo un entorno de aprendizaje mixto resulta exitosa para detectar dificultades en el proceso de aprendizaje, además de permitir un mayor desarrollo competencial en los estudiantes. Por otro lado, los errores y dificultades evidenciadas durante el proceso son atribuidos, fundamentalmente, a una deficiente formación inicial de los estudiantes en cuanto a conocimiento geométrico y destrezas matemáticas se refiere. Esta afirmación se sustenta en los resultados obtenidos en una prueba de diagnóstico previa. Este resultado constituye una realidad no exclusiva de los alumnos participantes en el estudio, si no que se conforma como una tendencia ya detectada en el estudio TEDS-M (2012). En este sentido, el rendimiento evidenciado está en sintonía con los datos reflejados por otros autores (Sáenz Castro, 2008).

La resolución de esta problemática lleva aparejado un proceso de formación y seguimiento continuado que está actualmente en curso a fin de identificar, categorizar y tratar los errores sistemáticos encontrados en los estudiantes.



5 REFERENCIAS

- Anderson, T. y Shattuck, J. (2012). Design-Based Research: A Decade of Progress in Education Research? *Educational Researcher*, 41, 16–25. <https://doi.org/10.3102/0013189X11428813>
- Belloch Ortí, C. (2000). *Las tecnologías de la información y comunicación (T. I. C.)*. <https://bit.ly/39iBPIg>
- Calatayud, M. A. (2018). Los agrupamientos escolares a debate. *Tendencias Pedagógicas*, 32, 5–14. <https://doi.org/10.15366/tp2018.32.001>
- Duch, B. J., Groh, S. E. y Allen, D. E. (2001). *The power of problem-based learning*. Sterling.
- García, I., Barberà, E., Gros, B. y Escofet, A. (2014). Analysing and supporting the process of co-designing inquiry-based and technology-enhanced learning scenarios in higher education. En *Networked learning conference* (pp. 493–501). <https://doi.org/10.1109/IVS.2012.6232253>
- Garrison, D. R. y Kanuka, H. (2004). Blended learning: Uncovering its transformative potential in higher education. *Internet and Higher Education*, 7(2), 95–105. <https://doi.org/10.1016/j.iheduc.2004.02.001>
- Goeman, K., Poelmans, S. y Van Rompaey, V. (2018). *Research report on state of the art in blended learning and innovation. European Maturity Model for Blended Education*. European Union.
- Gómez Barreto, I. M., Lledó Carreres, A., Perandones González, T. M. y Herrera Torres, L. (2017). El Empoderamiento Como Estrategia De Éxito En La Formación Inicial Del Profesorado. *International Journal of Developmental and Educational Psychology. Revista INFAD de Psicología.*, 7(1), 151160. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2014.n1.v7.786>
- González, A. A., Roig, A. E., Suari, N. O. y Juanola, M. M. (2016). Aprendizaje-servicio y codiseño en la formación de maestros: Vías de integración de las experiencias y perspectivas de los estudiantes. *Bordon*, 68(2), 169–183. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2016.68211>
- le Roux, I. y Nagel, L. (2018). Seeking the best blend for deep learning in a flipped classroom – viewing student perceptions through the Community of Inquiry lens. *International Journal of Educational Technology in Higher Education*, 15(1). <https://doi.org/10.1186/s41239-018-0098-x>
- Lesh, R. y Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching*. Lawrence Erlbaum associates.
- Martin, J., Spader, K. y Jhonson, J. (2017). Empower learners. In *13 Principles of good learning in*



- games - Applied to teaching*. UW-Madison: University of Wisconsin Pressbooks. <https://bit.ly/39oYMTk>
- Medina Velandia, L. N., Ángel Moreno, A. J., Plazas Gómez, L. A., Daza Piragauta, J., Simanca Herrera, F., Gil Aros, C. y Pardo Bello, G (2018). Las TIC en la educación. *Fundación Universitaria Los Libertadores*. <https://doi.org/10.2307/j.ctv11wjdp.4>
- Perrenoud, P. (2004). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: profesionalización y razón pedagógica*. Graó.
- Piñero Charlo, J. C. y Canto López, M. C. (2019). Eficacia comparativa de métodos de aprendizaje mixto en la enseñanza de nuevos algoritmos a maestros en formación: estudio de un caso para la elaboración de directrices de diseño. *Brazilian Journal of Development*, 5(6), 7431–7444. <https://doi.org/10.34117/bjdv5n6-128>
- Piñero Charlo, J. C. y Lloret Vieira, F. (2018). Aprendizaje mixto en docencia universitaria: recopilación de datos de eficacia comparativa. *Actas de las III Jornadas de Innovación Docente Universitaria UCA* (pp. 231–234).
- Piñero, J. C. (2017). Un paso más en el aprendizaje basado en problemas, aprendizaje mixto. *Actas de La II Jornadas de Innovación Docente Universitaria UCA*.
- Piñero, J. C. (2020). Modelando los diferentes roles del docente en la educación matemática moderna. *Espacios*, 41(30), 301–317. <https://bit.ly/364HgZx>
- Popper, K. (cuarta edición) (1972). *Conjetures and refutations. The growth of scientific knowledge*. Routledge.
- Rowland, G. (2008). Design and Research: Partners for Educational Innovation. *Educational Technology*, 48(6), 3–9. <https://bit.ly/39huAR9>
- Sáenz Castro, C. (2008). Competencia Matemática de los Futuros Maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(3), 355–366. <https://bit.ly/3q1tsa4>
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). MacMillan
- Shand, K. y Farrelly, S. G. (2018). The art of blending: Benefits and challenges of a blended course for preservice teachers. *Journal of Educators Online*, 15(1). <https://doi.org/10.9743/JEO2018.15.1.10>
- Simon Pallisé, J., Benedí González, C., Blanché i Verges, C. y Bosch i Daniel, M. (2016). La



semipresencialidad en Educación Superior: casos de estudio en los grados de la universidad de Barcelona. *Educec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (58), 15–33. <https://doi.org/10.21556/edutec.2016.58.697>

Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989). The teaching and assessing of mathematical problem solving. En R.I, Charles y E.A, Silver (Eds.), *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum* (pp. 1–22). NCTM/Lawerance Erlbaum Associates.

TEDS-M (2012). Informe Español. Estudio Internacional sobre la formación en matemáticas de los maestros. IEA. Análisis secundario - INEE | Ministerio de Educación y Formación Profesional. <https://bit.ly/3nXKYKt>

Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, P., Astiz, M. y Álvarez, E. (2001). La educación matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *Revista Iberoamericana de Educación*, 4(1), 45–68. <https://bit.ly/3fD3DbE>

Para citar este artículo:

Piñero Charlo, J. C., y Costado Dios, M. T. (2020). Co-diseño de problemas geométricos apoyados en TICs: estudio de un caso con estudiantes de maestros bajo un modelo de aprendizaje mixto. *Educec. Revista Electrónica De Tecnología Educativa*, (74), 94-113. <https://doi.org/10.21556/edutec.2020.74.1807>

